



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**Análise comparativa de duas modelagens teóricas 2D voltadas à
interpretação de bacias sedimentares**

MIKE SULLIVAN SILVA DA PAIXÃO ALEIXO

Belém - Pará

2021

MIKE SULLIVAN SILVA DA PAIXÃO ALEIXO

**Análise comparativa de duas modelagens teóricas 2D voltadas à
interpretação de bacias sedimentares**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Gravimétrico e magnético

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Darciléa Ferreira Santos

Belém - Pará

2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

A366a Aleixo, Mike Sullivan Silva da Paixão.
Análise comparativa de duas modelagens teóricas 2D voltadas à
interpretação de bacias sedimentares / Mike Sullivan Silva da Paixão
Aleixo. — 2021.
41 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Darcicléa Ferreira Santos
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal
do Pará, Instituto de Geociências, Faculdade de Geofísica, Belém, 2021.

1. Inversão. 2. Modelagem. 3. Gravimetria. I. Título.

CDD 550

MIKE SULLIVAN SILVA DA PAIXÃO ALEIXO

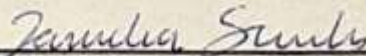
Análise comparativa de duas modelagens teóricas 2D voltadas à interpretação de bacias sedimentares

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

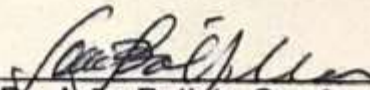
Data de aprovação: 23 de fevereiro de 2021.

Conceito: 9,0 (EXCELENTE)

Banca Examinadora:



Prof.^a Dr.^a Darcielá Ferreira Santos – Orientadora
Doutora em Geofísica
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva – Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

Ao meu filho, Calebe.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por iluminar meu caminho em todas as escolhas.

Aos meus pais, Álvaro Paixão Aleixo e Débora Silva da Paixão Aleixo, pelo suporte durante as fases mais difíceis. Aos meus avós paternos Conceição Pereira Aleixo (in memoriam) e Raimunda Paixão Aleixo, pelo carinho.

Agradeço especialmente ao meu filho, Calebe Aleixo. A quem dedico todo meu amor.

À minha namorada, Renata Seixas, pelo amor, paciência e incentivo que me acompanharam durante este percurso acadêmico.

À Professora Dra. Darcicléa Ferreira Santos, pela sua orientação, paciência, disponibilidade, e por ser um exemplo de dedicação e compromisso.

Ao Professor Dr. João Batista Corrêa da Silva, por compor a banca avaliadora deste trabalho.

Ao PROGRAMA INCT de Geofísica do Petróleo, pela bolsa ofertada para realização da minha Iniciação Científica, sendo fundamental para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas Carlos Nakata, Karina Farias e Thiago Patrick, pelos bons momentos durante a graduação e pela amizade criada fora das dependências da faculdade que levarei para vida.

À Daniele Pantoja, pela amizade, incentivo e tempo para me ajudar a resolver problemas desde começo desta caminhada.

Ao Murilo Santiago, por compartilhar conhecimentos de programação que foram imprescindíveis para cumprir grande parte das atividades da graduação.

À Faculdade de Geofísica e seus membros pelo apoio dispensado durante esses anos de graduação.

Agradeço à Biblioteca do Instituto de Geociências pela colaboração na correção das normas técnicas deste trabalho.

Por fim, agradeço à Universidade Federal do Pará – UFPA pela oportunidade de estudar em tão importante instituição.

RESUMO

Apresentamos o desempenho de dois métodos de interpretação gravimétrica 2D para delineamento da superfície do relevo do embasamento de bacias sedimentares. O primeiro método emprega a modelagem gravimétrica de um conjunto de prismas e o segundo método utiliza um operador móvel discreto de fitas. Tal operador móvel é constituído por fitas horizontais 2D dispostas nas direções horizontal e vertical. Para a produção das interpretações gravimétricas utilizamos um método de inversão gravimétrica 2D que delinea superfícies descontínuas dos topos dos embasamentos de bacias sedimentares apresentando contraste de densidade constante. Este método de inversão obtém estimativas estabilizadas das profundidades do topo do embasamento por meio do funcional da Variação Total (VT). Aplicamos os dois métodos de interpretação gravimétrica a dados sintéticos e a dados reais coletados do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos.

Palavras chave: Inversão. Modelagem. Gravimetria.

ABSTRACT

We analyze the performance of two 2D gravimetric interpretations for delineating the basement relief surface of a sedimentary basins. The first method employs as interpretation model a set of prisms and the second one a discrete mobile operator compounded by ribbons. The operator is composed by horizontal 2D ribbons distributed along the horizontal and vertical directions. In the gravity interpretations, we use a 2D gravimetric inversion method that delineates discontinuous surfaces of the tops of the basement of the sedimentary basin displaying constant density contrast relative to surrounding crystalline rocks. This inversion method produces stabilized estimates of the depths of the top of the basement through the Total Variation (VT) functional. We apply both methods to synthetic and real data collected in Steptoe Valley, Nevada, United States.

Keywords: Inversion. Modeling. Gravimetry.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1: Ilustração esquemática da seção do prisma retangular reto..... 3
- Figura 2.2: Efeito gravimétrico devido a uma fita horizontal 2D de contraste de densidade $\Delta\rho$, de extensão horizontal Δx e espessura t associada à observação gravimétrica \tilde{g}_{ij} . Silva et al. (2020)..... 5
- Figura 2.3: (a) i -ésima observação gravimétrica g_i na posição x_i , devida a um conjunto de prismas restritos à região R_i (b). (c) Região F e (d) região E_i . Bricio (2019)..... 6
- Figura 2.4: (a) Representação esquemática da anomalia gravimétrica, \mathbf{g}^o , (b) relevo do embasamento descontínuo de uma bacia sedimentar e modelo interpretativo formado por um conjunto de M prismas retangulares retos 2D justapostos, cujo j -ésimo prisma apresenta extensão Δx e espessura p_j no plano xz . Silva et al. (2020) 8
- Figura 2.5: Camadas de fitas horizontais 2D. Cada observação define uma camada de fitas. Quanto maior o valor absoluto da observação, mais profunda a camada associada e menor o ângulo δ . Silva et al. (2020) 10
- Figura 3.1: Valores máximos (linha azul) e valores mínimos (linha vermelha) da diferença entre as anomalias gravimétricas produzidas por um prisma de 5,5 km. 15
- Figura 3.2: Graben isolado: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) interpretação produzida pelo algoritmo da InvPrisma (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades. 17
- Figura 3.3: Graben isolado: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) interpretação produzida pelo algoritmo da InvMóvel (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades. 18

Figura 3.4: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da InvMóvel.	19
Figura 3.5: Margem passiva: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo algoritmo da InvPrisma (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.	21
Figura 3.6: Margem passiva: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo algoritmo da InvMóvel (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.	22
Figura 3.7: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da InvMóvel.	23
Figura 4.1: Steptoe Valley. Mapa gravimétrico residual e localização do perfil gravimétrico (AA') utilizado. Barbosa et al. (1999).	25
Figura 4.2: Perfil AA' do Steptoe Valley: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo método da InvPrisma (linha vermelha).	27
Figura 4.3: Perfil AA' do Steptoe Valley: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo método da InvMóvel (linha vermelha).	27
Figura 4.4: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da InvMóvel.	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	METODOLOGIA	3
2.1	ANOMALIA GRAVIMÉTRICA DE UM PRISMA RETANGULAR RETO	3
2.2	OPERADOR MÓVEL DISCRETO	4
2.3	METODOLOGIA DE INVERSÃO	7
3	APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	13
3.1	AVALIAÇÃO PARA ESCOLHA DO CONJUNTO DE FITAS	14
3.2	GRABEN ISOLADO.....	16
3.3	RELEVO DE MARGEM PASSIVA.....	20
4	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	24
4.1	INFORMAÇÕES GEOLÓGICAS	24
4.1.1	Resultados	25
5	CONCLUSÃO	29
	REFERÊNCIAS	30

1 INTRODUÇÃO

As interpretações gravimétricas que delineiam o relevo do embasamento de bacias sedimentares via de regra utilizam métodos de inversão não linear. Tais procedimentos, em geral, empregam um conjunto de corpos geometricamente simples, denominado modelo interpretativo, para aproximar o volume do pacote sedimentar. Consequentemente, a aplicação prática destes procedimentos requer o cálculo repetitivo das observações gravimétricas teóricas geradas por tais modelos interpretativos. Um modelo interpretativo frequentemente utilizado consiste de um conjunto de prismas retos verticais justapostos e distribuídos ao longo das extensões horizontais da bacia. Os topos destes prismas são fixados na superfície terrestre e suas bases estimarão o topo do embasamento cristalino.

Usamos informação quantitativa sobre o aumento da densidade das rochas, compondo o pacote sedimentar, com a profundidade devido à compactação e resolvemos a integração de volume do elemento de massa de cada prisma que compõem o modelo interpretativo. As bacias geológicas, cujos sedimentos apresentam-se pouco compactados, podem ser interpretadas através de modelos interpretativos que apresentam densidade constante ou densidade média constante (e.g., Bott, 1960; Corbató, 1965; Holstein and Ketteridge, 1996, Santos, 2013). Por outro lado, a interpretação de bacias apresentando alto grau de compactação exige modelos interpretativos que apresentam densidade variável (Cordell, 1973; Chai and Hinze, 1988; Litinsky, 1989; Rao et al., 1994; Silva et al., 2006; Silva et al., 2020).

Qualquer que seja a lei de variação do contraste de densidade com a profundidade, os cálculos das anomalias teóricas exigidos pelos procedimentos de inversão, aumentam o tempo computacional. Isto ocorre devido ao número de equações transcendentais presentes na formação de vetores e matrizes nos procedimentos de inversão não linear em cada iteração que elevam o tempo computacional com o crescimento da quantidade de parâmetros a serem estimados. Adicionalmente, a quantidade de avaliações das equações transcendentais, para produção dos elementos do vetor gradiente e das matrizes Hessiana e Jacobiana (necessárias nos procedimentos de inversão) também contribuem para um grande consumo computacional.

Podemos minimizar o cálculo das anomalias gravimétricas multiplicando um funcional com informações da geometria da fonte por um funcional com informações sobre a propriedade física. Silva and Santos (2017) reduziram substancialmente o tempo do cálculo das anomalias teóricas através da multiplicação de um operador móvel com informações das posições espaciais de um conjunto de fitas 3D por um funcional com informações sobre o contraste de

densidade variável do pacote sedimentar. Estes autores mostraram que o emprego do operador móvel reduz drasticamente o tempo computacional de interpretações gravimétricas 3D de bacias sedimentares.

Brício (2019) apresentou expressões para produzir o operador móvel de Silva e Santos (2017) para modelos interpretativos de prismas 2D que utilizam contraste de densidade variável. Para tanto, Brício (2019) utilizou a expressão da equação da fita 2D (Nettleton, 1940) que emprega apenas a função arco tangente no cálculo do efeito gravimétrico. Entretanto, diferentemente do trabalho de Silva and Santos (2017), Brício (2019) não aplicou suas expressões em procedimentos de inversão gravimétrica 2D.

Neste trabalho, as deduções do operador móvel 2D (Brício, 2019) são aplicadas no procedimento de inversão proposto por Santos (2013). O método de Santos (2013) delinea o relevo do embasamento descontínuo de uma bacia sedimentar com contraste de densidade constante em duas etapas. Na primeira etapa este método estima as espessuras de um conjunto de fitas 2D estabilizando a solução obtida através do funcional da variação total (Rudin et al., 1992). Na segunda etapa o método realiza uma correção aditiva nas estimativas das espessuras computando as observações gravimétricas teóricas por meio de um conjunto de prismas 2D verticais justapostos. Neste trabalho, modificamos a segunda etapa do método de Santos (2013) para computar as observações gravimétricas teóricas por meio de um operador móvel de fitas 2D com contraste de densidade constante. Apresentamos os resultados das estimativas do relevo do embasamento empregando dois métodos de interpretação: (i) o primeiro com modelagem através dos algoritmos do cálculo gravimétrico de prismas retos verticais (Santos, 2013) e (ii) o segundo com modelagem através do operador móvel (Brício, 2019). Aplicamos ambos os métodos de interpretação a dados gravimétricos sintéticos devidos a duas bacias sedimentares hipotéticas os quais geraram superfícies dos relevos do embasamento similares. Também, aplicamos os dois métodos de interpretação a um perfil de dados gravimétricos reais da bacia do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos que produziram as mesmas profundidades máximas do topo do embasamento, de aproximadamente 3,1 km.

2 METODOLOGIA

Apresentamos nesta seção os principais fundamentos teóricos empregados para as análises das interpretações gravimétricas 2D: (i) anomalia gravimétrica de prisma retangular reto, (ii) operador móvel discreto 2D e (iii) metodologia de inversão.

2.1 ANOMALIA GRAVIMÉTRICA DE UM PRISMA RETANGULAR RETO

Considere a seção do prisma 2D (Figura 2.1) que possui lados de dimensões infinitas paralelos ao eixo y com eixo z positivo direcionado para baixo. Na Figura 2.1, os vértices dos prismas (pontos pretos) estão localizados nas posições horizontais, x_1 e x_2 , e posições verticais, z_1 e z_2 .

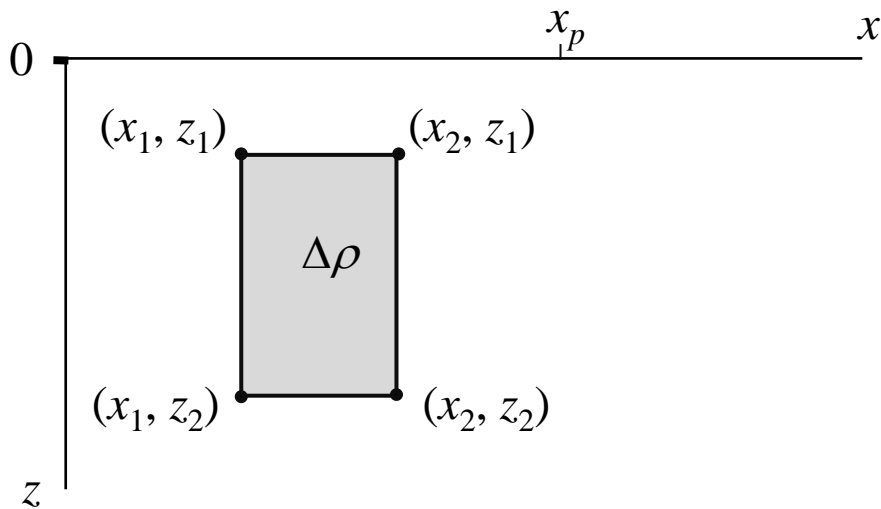


Figura 2.1: Ilustração esquemática da seção do prisma retangular reto.

A anomalia gravimétrica computada na posição x_p devida a um prisma 2D (Pallero, 2015; Telford et al., 1976), é dada por

$$\mathbf{g} \equiv g_j = \gamma \Delta\rho \left[A \ln \frac{A^2 + D^2}{A^2 + C^2} - B \ln \frac{B^2 + D^2}{B^2 + C^2} - 2C \left(\arctan \frac{A}{C} - \arctan \frac{B}{C} \right) + 2D \left(\arctan \frac{A}{D} - \arctan \frac{B}{D} \right) \right], \quad (2.1)$$

em que γ é a constante gravitacional, $\Delta\rho$ é o contraste de densidade constante do prisma,

$$A = x_p - x_1, \quad (2.2)$$

$$B = x_p - x_2, \quad (2.3)$$

$$C = z_1 \quad (2.4)$$

e

$$D = z_2. \quad (2.5)$$

2.2 OPERADOR MÓVEL DISCRETO

Computamos a anomalia gravimétrica teórica \mathbf{g} por meio de um operador móvel discreto de fitas 2D (Brício, 2019) construindo a região E_i (Figura 2.3d) formada por um conjunto de fitas horizontais 2D justapostas distribuídas ao longo da extensão horizontal e da extensão vertical do plano xz . A definição da região E_i será detalhada posteriormente.

O operador móvel empregado (Brício, 2019) utiliza a função de Green discretizada definida a partir da equação da observação gravimétrica de uma fita horizontal 2D (Nettleton, 1940) de espessura t e de dimensão horizontal Δx (Figura 2.2) dada por

$$\tilde{g}_{ij} = 2\gamma\Delta\rho\delta_{ij}t, \quad (2.6)$$

em que \tilde{g}_{ij} é a observação gravimétrica na i -ésima posição devida à j -ésima fita, γ é a constante gravitacional, $\Delta\rho$ é o contraste de densidade constante da fita e δ_{ij} é o ângulo subtendendo a j -ésima fita (localizada na profundidade d_j) quando visualizada a partir da i -ésima posição de observação (Figura 2.2) dada por

$$\delta_{ij} \equiv \delta_{ij}(x_i, x_j, d_j(x_i)) = \text{atan} \left(\frac{-\Delta x(d_j(x_i) - t/2)}{(d_j(x_i) - t/2)^2 + (x_j - \Delta x/2 - x_i)(x_j + \Delta x/2 - x_i)} \right), \quad (2.7)$$

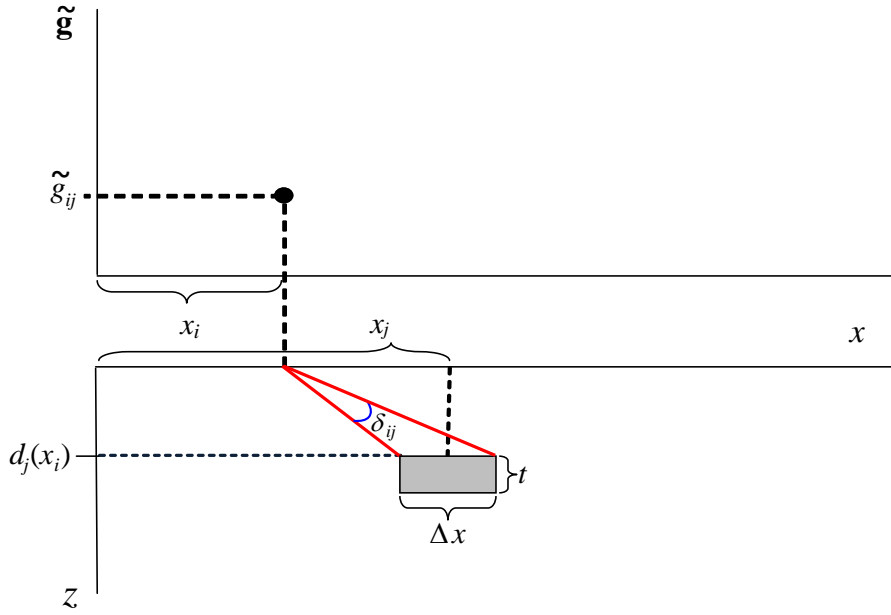


Figura 2.2: Efeito gravimétrico devido a uma fita horizontal 2D de contraste de densidade $\Delta\rho$, de extensão horizontal Δx e espessura t associada à observação gravimétrica \tilde{g}_{ij} . Silva et al. (2020).

Admitindo fitas horizontais 2D de extensão horizontal Δx e de espessura t (Figura 2.2) detalhamos a seguir as principais características das regiões F , E_i e R_i definidas por Brício (2019) para aplicação do operador móvel discreto de fitas 2D:

(I) Região F é um prisma retangular reto que depende da dimensão da bacia. Este prisma apresenta mesma extensão horizontal da bacia e extensão vertical superior à dimensão esperada para a bacia ao longo da direção z . Assim, a região F , ilustrada na Figura 2.3c, possui dimensão horizontal $M \cdot \Delta x$ e dimensão vertical de $M_z \cdot t$, em que M é o número de fitas localizadas na superfície terrestre e M_z é o número de fitas justapostas distribuídas ao longo do eixo z abaixo de cada j -ésima fita da superfície terrestre, $j = 1, \dots, M$ (Figura 2.3c);

(II) Região E_i é um prisma retangular reto e está contida na região F . As regiões E_i e F apresentam as mesmas extensões verticais. Este prisma apresenta extensão horizontal $M_x \cdot \Delta x$ em que M_x é um inteiro constante definido pelo intérprete como sendo muito menor do que M (Figura 2.3d);

(III) Região R_i é um prisma que possui mesma extensão horizontal de E_i e base irregular. O número $M_z^L(k)$ de fitas distribuídas ao longo do eixo z é variável e depende da profundidade do embasamento P_L na posição x_L (Figura 2.3b) abaixo de cada k -ésima fita da superfície terrestre, $k = 1, \dots, M_x$. O número total de fitas da região R_i é

$$M_T^L = \sum_{k=1}^M M_{z(k)}^L. \quad (2.8)$$

As primeiras fitas ao longo do eixo z da região R_i apresentam espessuras t . Desta forma, ao longo do eixo vertical as $(M_{z(k)}^L - 1)$ fitas superiores têm espessura t , mas as últimas fitas inferiores apresentam espessura

$$t_{z(k)} = P_L - (M_{z(k)}^L - 1) \cdot t. \quad (2.9)$$

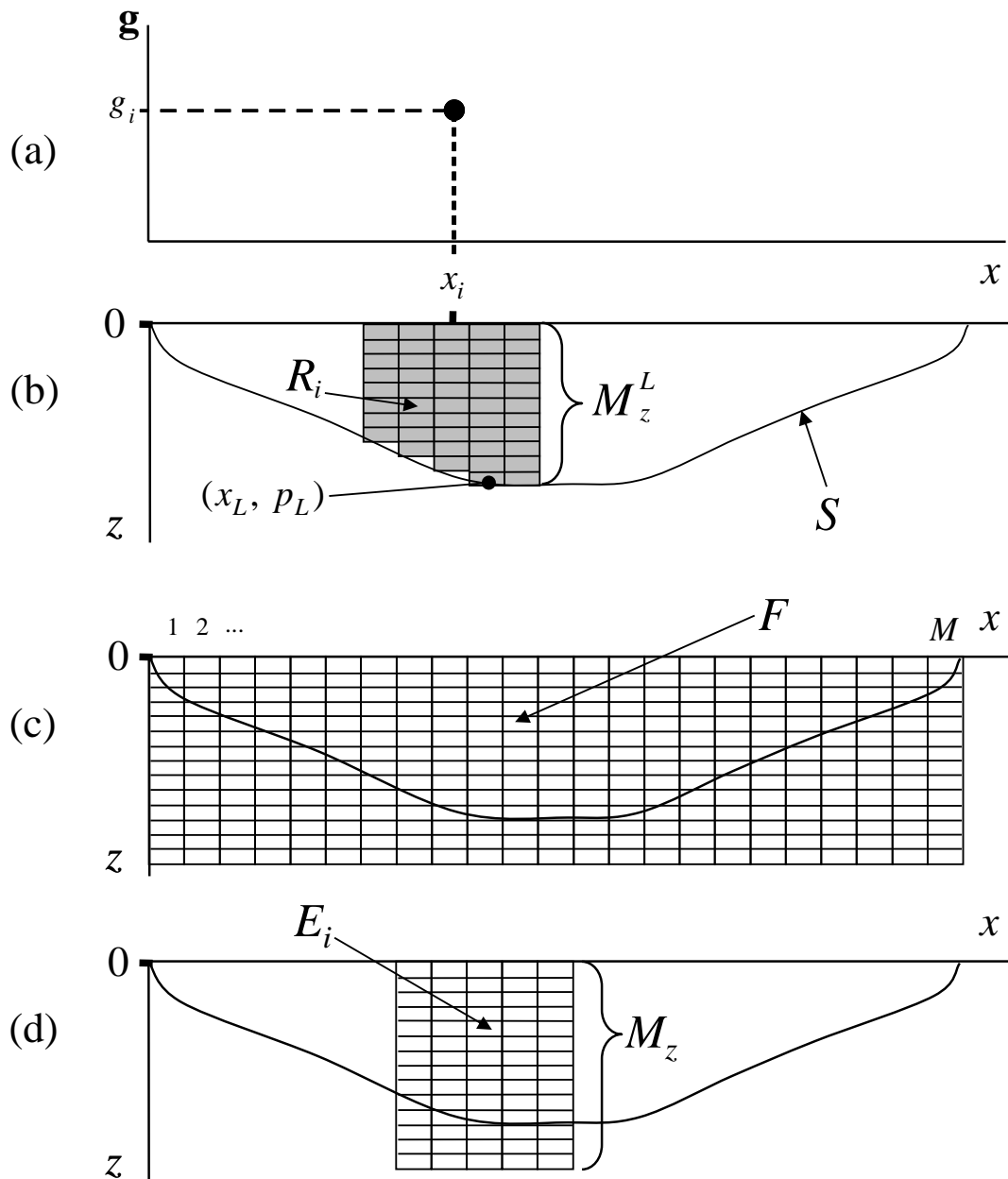


Figura 2.3: (a) i -ésima observação gravimétrica g_i na posição x_i , devida a um conjunto de prismas restritos à região R_i (b). (c) Região F e (d) região E_i . Bricio (2019).

Para aplicar o operador móvel discreto definimos a matriz

$$V_f^{E_i} \equiv \{f_{ij}\}, \quad j \in E_i \cap F, \quad (2.10)$$

em que f_{ij} é a função de Green discretizada devida a cada i -ésima observação e j -ésima fonte pertencente à interseção entre as regiões E_i e F , previamente calculada por

$$f_{ij} = 2\gamma\delta_{ij}t. \quad (2.11)$$

Brício (2019) ressaltou que f_{ij} (expressão 2.11) depende apenas da distância entre a i -ésima observação e a j -ésima fonte, sendo assim, computa-se uma única vez apenas metade dos elementos da matriz simétrica $V_f^{E_i}$ para aplicação do operador móvel.

A anomalia computada na i -ésima posição x_i (Figura 2.3a) por meio do operador discreto móvel 2D proposto por Brício (2019) e modificado, neste trabalho para o caso de contraste de densidade constante é

$$g_i = \Delta\rho \sum_{j=1}^{M_T^I} f_{ij}, \quad j \in R_i \cap F, \quad (2.12)$$

em que a região R_i define a região de integração no entorno de cada posição de observação que é menor do que a região de integração definida para extensões horizontal e vertical total da bacia sedimentar.

Ressaltamos que as regiões R_i e E_i definidas acima, nos itens (II) e (III), possuem as mesmas extensões horizontal e a maioria das suas fitas distribuídas ao longo do eixo z , apresentam as mesmas dimensões Δx e t (expressão 2.6). Portanto, nestas posições, R_i e E_i possuem os mesmos elementos f_{ij} que não necessitam ser computados, pois já estão armazenados na matriz $V_f^{E_i}$, exceto para posições correspondentes a base irregular de R_i . Conforme apresentado acima, as fitas de R_i nestas posições apresentam espessuras $t_{z(k)}$. Neste caso, estes elementos devem ser recalculados substituindo em (2.11) o valor de t pelo valor de $t_{z(k)}$ computado pela equação 2.9, ou seja,

$$f_{ij} = 2\gamma\delta_{ij}t_{z(k)}. \quad (2.13)$$

2.3 METODOLOGIA DE INVERSÃO

Seja $\mathbf{g}^o(\mathbf{x})$ o vetor de observações gravimétricas de dimensão N (Figura 2.4a) coletadas ao longo da direção do eixo x , sobre uma seção arbitrária no plano xz de uma bacia sedimentar 2D, alongada na direção do eixo y de um sistema destro de coordenadas cartesianas. Presuma

que estas observações gravimétricas ($\mathbf{g}^o(\mathbf{x})$) sejam produzidas por uma bacia (Figura 2.4b) que apresenta:

(i) contraste de densidade $\Delta\rho$, constante e conhecido, entre o pacote sedimentar e o embasamento

e

(ii) superfície S (Figura 2.4b) do relevo do embasamento globalmente suave, mas com discontinuidades locais produzidas por falhas normais de alto ângulo originadas em um regime tectônico extensional.

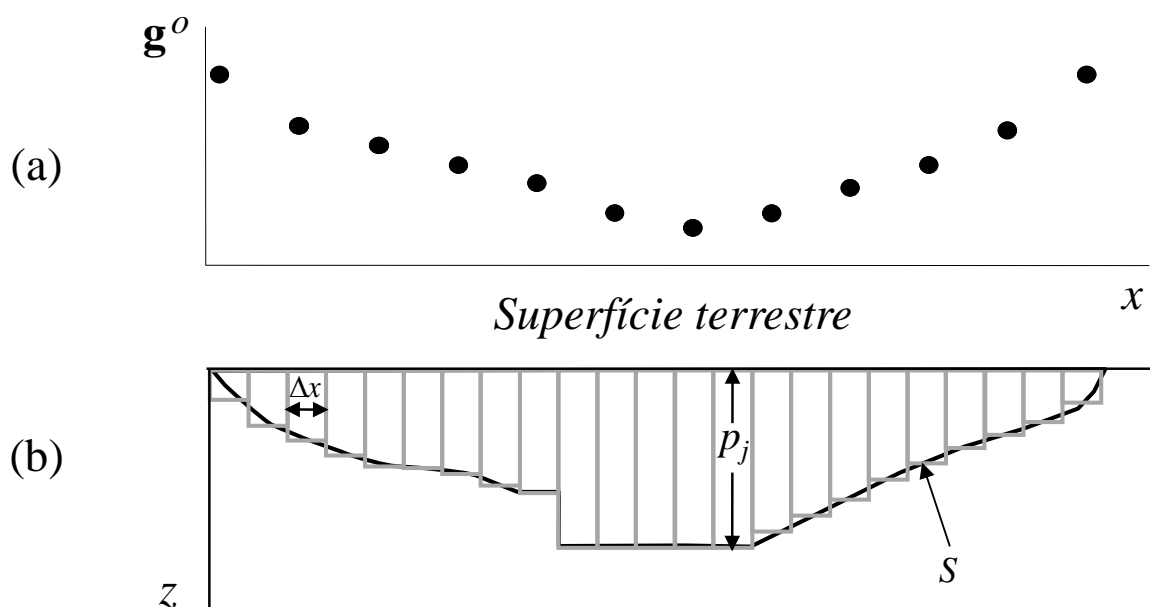


Figura 2.4: (a) Representação esquemática da anomalia gravimétrica, \mathbf{g}^o , (b) relevo do embasamento descontínuo de uma bacia sedimentar e modelo interpretativo formado por um conjunto de M prismas retangulares retos 2D justapostos, cujo j -ésimo prisma apresenta extensão Δx e espessura p_j no plano xz . Silva et al. (2020).

Para delinear a interface S de separação entre os sedimentos e o embasamento a partir dos dados gravimétricos \mathbf{g}^o , utilizamos um modelo interpretativo composto por um conjunto de M prismas retangulares retos 2D justapostos distribuídos ao longo do eixo x (Figura 2.4b). Todos os prismas possuem os topos localizados na superfície terrestre e a mesma largura horizontal, Δx (Figura 2.3b).

A solução deste problema de inversão consiste em estimar as espessuras p_j de cada prisma do modelo interpretativo.

Calculamos as observações gravimétricas teóricas \mathbf{g} produzidas pelos M prismas, no i -ésimo ponto de observação, (i) por meio da soma do efeito gravimétrico de cada prisma (expressão 2.1) do modelo interpretativo e (ii) por meio do operador móvel do conjunto de fitas, (expressão 2.12).

O método de Santos (2013) produz soluções estáveis e únicas incorporando informação geológica a priori, sobre as características predominantemente suaves da superfície do relevo do embasamento (mas apresentando descontinuidades abruptas locais) por meio da técnica de regularização da variação total (VT) (Rudin et al., 1992). O funcional da VT é expresso por (Aster et al., 2012)

$$\Phi_{VT} = \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_1, \quad (2.14)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma L_1 e \mathbf{R} é a matriz de dimensão $(M - 1) \times M$ definindo o operador de primeiras derivadas discretas, cujas linhas contêm apenas dois elementos não nulos iguais a 1 e -1 , localizados nas colunas correspondentes a parâmetros adjacentes.

Santos (2013) inicialmente produz uma aproximação inicial $\hat{\mathbf{p}}^1$ do relevo do embasamento construindo um único sistema linear, que inclui o funcional da VT,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mu\mathbf{R} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{p}}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^o \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

que é resolvido por meio do algoritmo de Barrodale e Roberts (1973) o qual utiliza técnicas de programação linear para resolver sistemas de equações lineares na norma L_1 .

Na equação (2.15), \mathbf{g}^o é o vetor de observações gravimétricas de dimensão N , $\mathbf{0}$ é o vetor nulo de dimensão $(M - 1)$, μ é um escalar não negativo que controla ao mesmo tempo o quão estável e o quão abrupta é a solução $\hat{\mathbf{p}}^1 \equiv \{\hat{p}_j^1\}$ e \mathbf{A} é a matriz de dimensão $N \times M$ definida por

$$\mathbf{A} \equiv a_{ij} = 2\gamma\eta\Delta\rho\delta_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (2.16)$$

sendo δ_{ij} o ângulo descrito na equação (2.7) e η um escalar positivo.

Detalhes metodológicos para formação da matriz \mathbf{A} podem ser encontrados no trabalho de Silva et al. (2020). Sumarizando, os elementos $\{a_{ij}\}$ são produzidos utilizando N camadas (Figura 2.5) de fitas horizontais 2D distribuídas ao longo do eixo z . O número de fitas pertencentes a uma camada é igual ao número de prismas do modelo interpretativo (Figura

2.4b); portanto, cada camada é composta por M fitas (equação 2.6) em que todas as fitas apresentam as mesmas dimensões horizontais Δx e topos localizados em

$$d(g^o(x_i)) = \frac{g^o(x_i)}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad (2.17)$$

sendo $d(g^o(x_i))$ a estimativa da espessura de uma placa Bouguer de contraste de densidade $\Delta\rho$ determinada a partir da i -ésima observação. A i -ésima profundidade da camada é empregada na produção dos elementos da i -ésima linha da matriz \mathbf{A} , cujo elemento $\{a_{ij}\}$ é ponderado pelo respectivo ângulo δ_{ij} que é computado, através da equação 2.7, para cada j -ésima fita localizada na mesma camada.

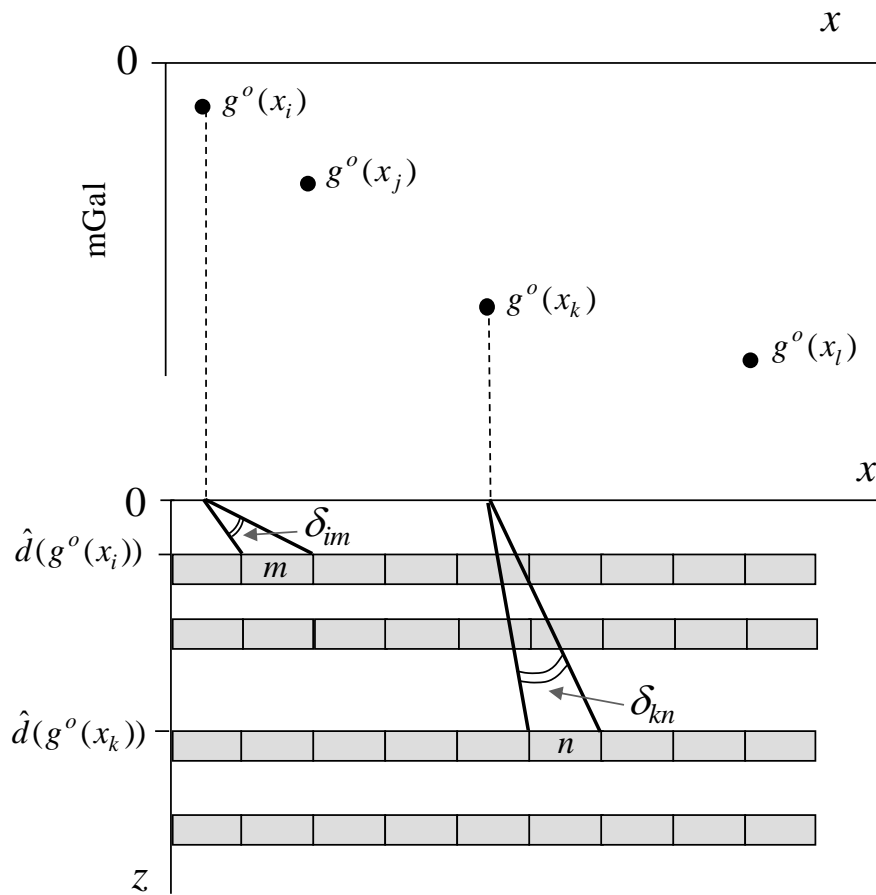


Figura 2.5: Camadas de fitas horizontais 2D. Cada observação define uma camada de fitas. Quanto maior o valor absoluto da observação, mais profunda a camada associada e menor o ângulo δ . Silva et al. (2020).

A observação mais influente na estimativa de uma profundidade $p_j \equiv p(x_j)$ é a mais próxima de x_j . Como resultado, um pequeno δ_{ij} , associado com: (I) uma camada profunda de fitas e (II) um grande valor absoluto da anomalia gravimétrica (Figura 2.5),

permitirá uma maior amplificação nos valores das estimativas \hat{p}_j^1 da equação 2.15 (Silva et al. 2020).

Assim, resolvemos o sistema linear (equação 2.15) na norma L_1 com \mathbf{A} produzida pela equação 2.16 e $d(g^o(x_i))$ pela equação 2.17. A matriz \mathbf{A} incorpora a “esparsidade” das descontinuidades do embasamento (via funcional da VT) na aproximação inicial $\hat{\mathbf{p}}^1$. Ressaltamos, que $d(g^o(x_i))$ e \hat{p}_j^1 apresentam a mesma grandeza física; no entanto, o cálculo independente de $d(g^o(x_i))$ pela equação 2.17 e do vetor $\hat{\mathbf{p}}^1$ pela equação 2.15 introduz a não linearidade necessária para estimar a profundidade do relevo do embasamento (isto é, a matriz \mathbf{A} torna-se dependente da profundidade), garantindo a estimativa de $\hat{\mathbf{p}}^1$ a partir de um procedimento linear. Deste modo, $\hat{\mathbf{p}}^1$ apresentará descontinuidades posicionadas corretamente em relação às coordenadas horizontais e profundidades do embasamento mais próximas do relevo verdadeiro em comparação com a solução de um problema puramente linear. No entanto, $\hat{\mathbf{p}}^1$ é ainda uma aproximação do relevo do embasamento e geralmente não produzirá um ajuste aceitável entre os dados gravimétricos dentro da precisão experimental. Portanto, utilizamos a iteração

$$\hat{p}_j = \hat{p}_j^1 + \frac{g_j^o - g_j}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (2.18)$$

para produzir a j – ésima estimativa final \hat{p}_j do relevo do embasamento, em que $\hat{\mathbf{p}} \equiv \hat{p}_j$.

As observações g_j^o e g_j localizam-se diretamente abaixo dos centros de cada prisma do modelo interpretativo. Ressaltamos que a equação (2.18) só pode ser aplicada se os vetores \mathbf{g}^o e \mathbf{g} apresentarem a mesma dimensão M , ou seja, $N = M$. Porém, as dimensões dos vetores \mathbf{g}^o , \mathbf{g} e $\hat{\mathbf{p}}$ geralmente são distintas. Se isto ocorrer produzimos o vetor $\hat{\mathbf{g}}^o$ de dimensão M de observações gravimétricas interpoladas linearmente entre os elementos do vetor \mathbf{g}^o . Assim, para obter as estimativas \hat{p}_j substituímos, na equação (2.18), os elementos do vetor de observações \mathbf{g}^o pelos elementos do vetor de observações $\hat{\mathbf{g}}^o$.

Ressalte-se que computamos neste trabalho os elementos g_j do vetor \mathbf{g} por dois métodos de modelagem gravimétrica 2D distintos e, por conseguinte, produzimos dois métodos de inversão denominados:

- (1) método *InvPrisma* que computa a anomalia gravimétrica empregando um conjunto de prismas retangulares retos 2D (Santos, 2013 e Silva et al., 2020), cujo número de prismas empregado na modelagem gravimétrica é o mesmo do modelo interpretativo, e

- (2) método *InvMóvel* que computa a anomalia gravimétrica através do operador móvel discreto de fitas 2D (descrito na seção 2.2).

3 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Nesta seção apresentamos as avaliações comparativas entre os desempenhos das modelagens gravimétricas empregadas nos métodos InvPrisma e InvMóvel. Para tanto, aplicamos os dois métodos de inversão a perfis de anomalias gravimétricas sintéticas geradas por: (i) um graben isolado hipotético apresentando descontinuidades abruptas locais e (ii) uma bacia simulada 2D de margem passiva com falhas escalonadas no relevo do embasamento. Através do método de Talwani et al. (1959), computamos os conjuntos de observações gravimétricas sintéticas, g_j^o , presumindo que a superfície do relevo 2D do embasamento da bacia sedimentar pode ser aproximado por uma poligonal. Adicionalmente, contaminamos as observações gravimétricas com ruído pseudoaleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal. Para todos os testes consideramos contraste de densidade conhecido e constante, $\Delta\rho = -0,3 \text{ g/cm}^3$ entre o pacote sedimentar e o embasamento.

Analizamos o desempenho das modelagens gravimétricas dos prismas e do operador móvel dos respectivos métodos de inversão computando:

- (i) a raiz quadrada do erro médio quadrático das observações gravimétricas,

$$\text{REMQ}_g = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (g_j^o - g_j)^2}{N}}, \quad (3.1)$$

em que g_j^o é produzida pelo ambiente sedimentar hipotético e g_j é a anomalia gravimétrica teórica produzida pelo conjunto de prismas ou pelo operador móvel;

- (ii) a raiz quadrada do erro médio quadrático das profundidades da superfície do relevo do embasamento, em que substituímos os valores das observações, g_j^o e g_j , (equação 3.1) pelas profundidades reais e estimadas, ou seja,

$$\text{REMQ}_p = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (p_j^r - p_j)^2}{M}}, \quad (3.2)$$

em que p_j^r é a j -ésima profundidade da superfície do relevo do embasamento dos ambientes simulados e \hat{p}_j é a j -ésima profundidade estimada da superfície do relevo do embasamento;

- (iii) o erro relativo percentual entre as profundidades reais e estimadas da superfície do relevo do embasamento,

$$\text{ERP}_j = 100 \times \frac{p_j^r - \hat{p}_j}{p_j^r}, \quad j=1, \dots, M. \quad (3.3)$$

3.1 AVALIAÇÃO PARA ESCOLHA DO CONJUNTO DE FITAS

Para produzir a anomalia gravimétrica teórica através do operador móvel, determinamos inicialmente o número de fitas horizontais 2D da região E_i (Figura 2.3d) distribuídas ao longo da direção vertical. Nesse sentido, realizamos os experimentos descritos a seguir. Computamos as anomalias gravimétricas devidas: a um prisma retangular reto 2D de 5,5 km de espessura e a vários conjuntos de fitas horizontais 2D de diferentes espessuras distribuídas ao longo da extensão vertical do prisma. O prisma e todas as fitas apresentam 0,5 km de extensão horizontal e contraste de densidade constante, $\Delta\rho = -0,3 \text{ g/cm}^3$. Todas as observações gravimétricas computadas são regularmente espaçadas de 0,2 km distribuídas ao longo de 5 km de extensão horizontal. A Figura 3.1 ilustra os valores máximos (linha azul) e mínimos (linha vermelha) da diferença entre as anomalias gravimétricas calculadas pelo prisma e por cada conjunto de fitas. Observamos que quanto maior o número de fitas menor é a discrepância entre os valores máximos e mínimos das diferenças (Figura 3.1) e, por conseguinte, fitas com espessuras iguais ou menores que 0,1 km (correspondente ao número de 55 fitas, na Figura 3.1) podem ser empregadas na região E_i uma vez que o erro entre eles é menor que 0,8 mGal. Sendo assim, utilizamos fitas com espessuras de 0,1 km para todos os operadores móveis deste trabalho.

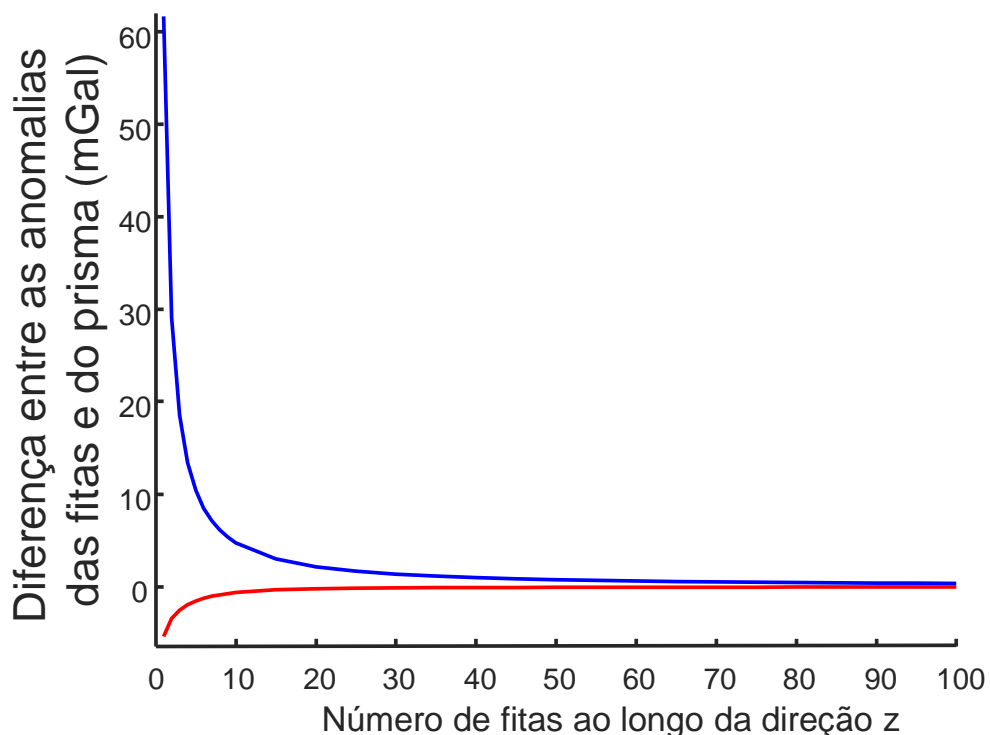


Figura 3.1: Valores máximos (linha azul) e valores mínimos (linha vermelha) da diferença entre as anomalias gravimétricas produzidas por um prisma de 5,5 km.

Definimos a quantidade de fitas horizontais 2D justapostas ao longo da extensão horizontal da região E_i através da análise da REM_{Q_g} (equação 3.1) entre as anomalias gravimétricas, g_j^o , de cada ambiente sedimentar e as anomalias gravimétricas teóricas, g_j , produzida pelo operador móvel. O número de fitas na direção horizontal do operador móvel de cada ambiente sedimentar é aquele que produz REM_{Q_g} dentro da precisão experimental.

3.2 GRABEN ISOLADO

As Figuras 3.2a e 3.3a mostram 60 observações gravimétricas (pontos azuis) regularmente espaçadas devidas ao ambiente geológico simulado 2D de um graben com 60 km de extensão horizontal. A superfície do relevo do embasamento simulado 2D apresenta profundidade máxima de 2 km e descontinuidades abruptas locais (linhas azuis nas Figuras 3.2b e 3.3b). O modelo interpretativo possui 120 prismas regularmente espaçados ao longo da extensão horizontal da bacia. O operador móvel empregado na InvMóvel computa as anomalias gravimétricas a partir de uma região E_i com 61 fitas justapostas na direção horizontal e 25 fitas justapostas na direção vertical.

As Figuras 3.2b e 3.3b mostram as estimativas das profundidades (linhas vermelhas) estabilizadas com $\mu = 11$, através dos métodos da InvPrisma e da InvMóvel, produzindo ajustes aceitáveis (linhas vermelhas nas Figuras 3.2a e 3.3a) com respectivos REM_{Q_g} de 0,07 mGal e de 0,09 mGal. Tais resultados comprovam o excelente desempenho dos dois métodos de inversão produzindo excelentes delineamentos das descontinuidades da superfície do relevo do embasamento (linhas vermelhas nas Figuras 3.2b e 3.3b), cujas raízes quadradas dos erros médios quadráticos (equação 3.2) são de 0,02 km e de 0,03 km respectivamente para as interpretações gravimétricas da InvPrisma e da InvMóvel.

As Figuras 3.2c e 3.3c mostram os erros relativos percentuais (equação 3.3), das profundidades do relevo simulado em relação as profundidades estimadas, devidos aos métodos de inversão. Os ERP_j apresentam os maiores e os menores valores nas mesmas coordenadas horizontais, cujos maiores ERP_j ocorrem nas localizações espaciais das extremidades da bacia. A diferença das estimativas das profundidades (Figura 3.4), produzidas pela InvPrisma e pela InvMóvel, apresenta ordem de grandeza de 0,01 km mostrando o excelente desempenho de ambos os métodos de inversão.

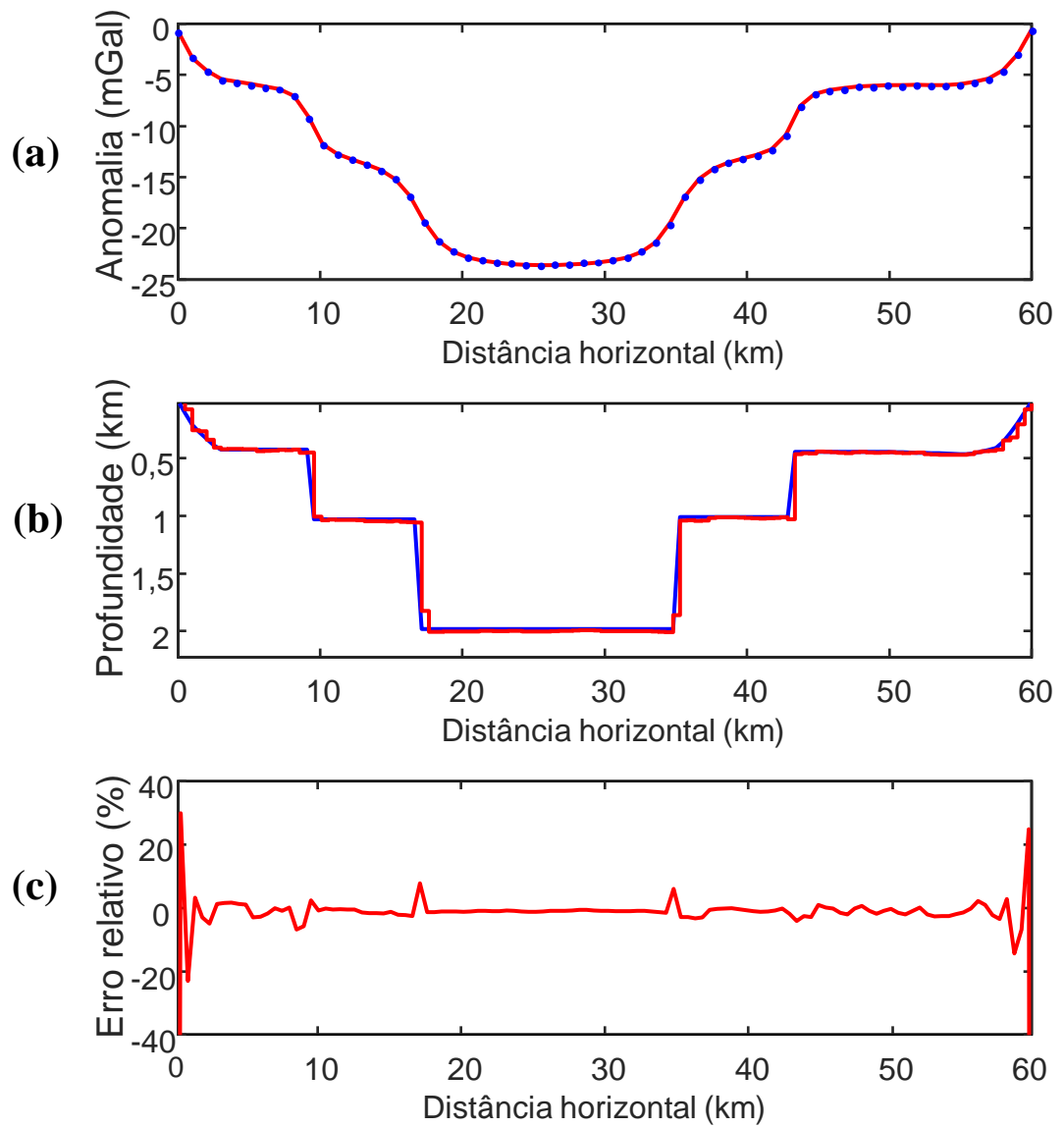


Figura 3.2: Graben isolado: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) interpretação produzida pelo algoritmo da InvPrisma (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.

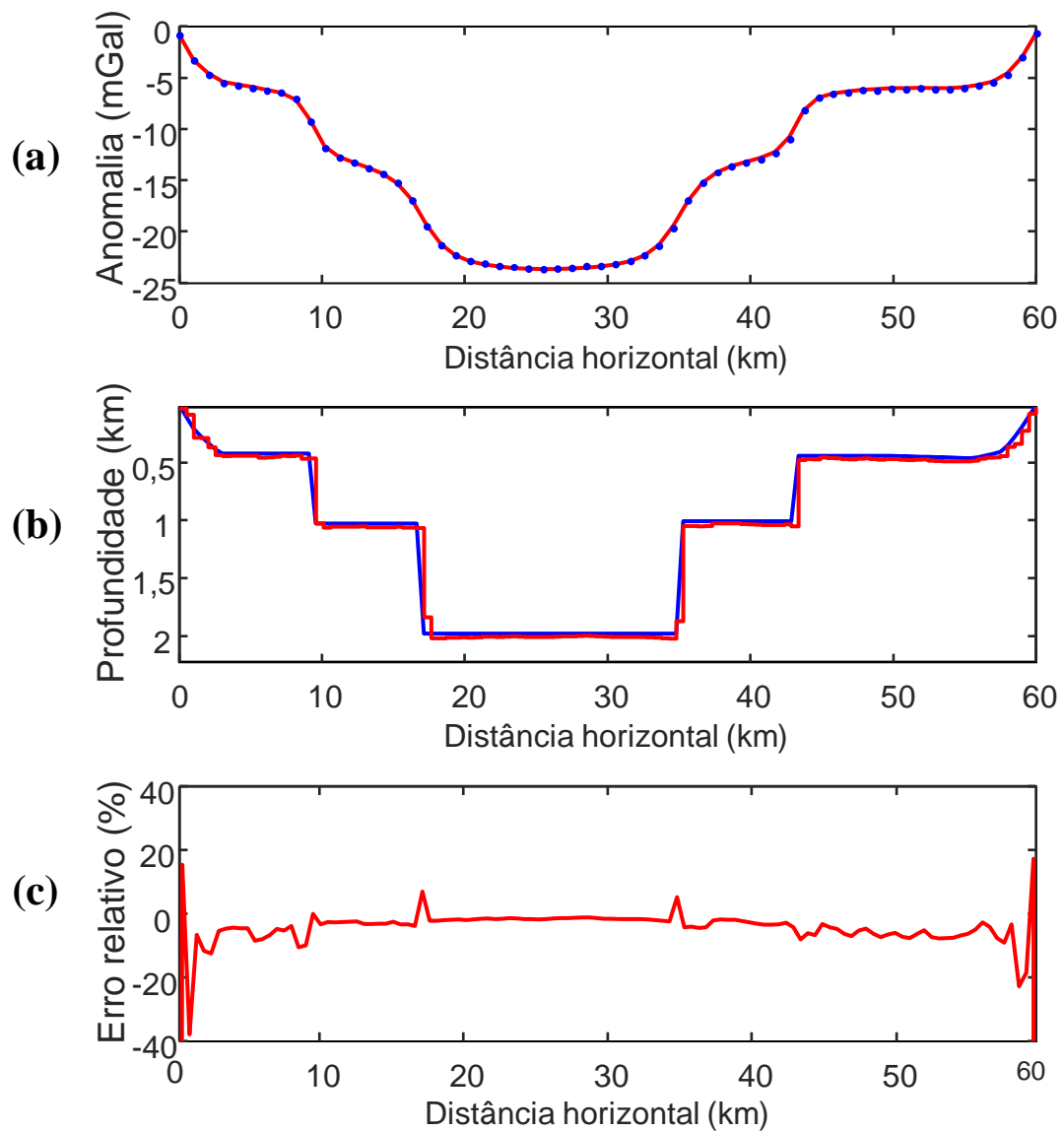


Figura 3.3: Graben isolado: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) interpretação produzida pelo algoritmo da InvMóvel (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.

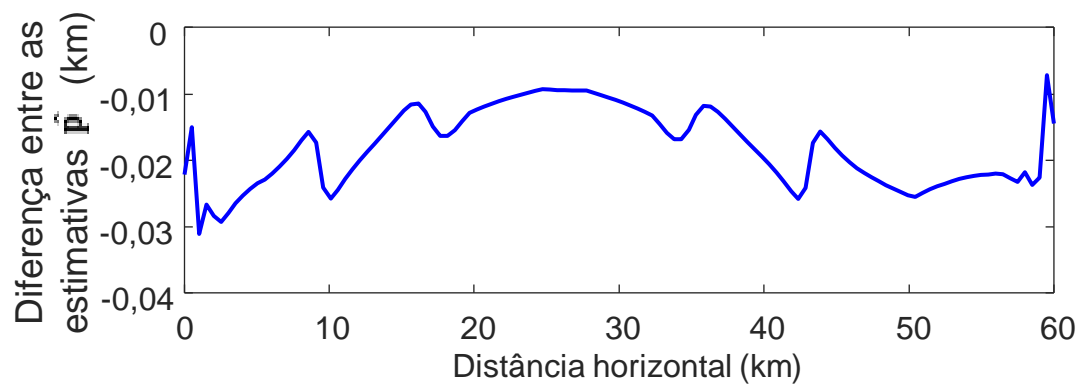


Figura 3.4: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da InvMóvel.

3.3 RELEVO DE MARGEM PASSIVA

As Figuras 3.5a e 3.6a mostram 180 observações gravimétricas (pontos azuis) regularmente espaçadas devidas ao ambiente geológico simulado 2D de uma margem passiva com 180 km de extensão horizontal. A superfície do relevo do embasamento simulado 2D apresenta descontinuidades abruptas locais e tem profundidade máxima de 4,5 km (linhas azuis nas Figuras 3.5b e 3.6b). O modelo interpretativo possui 360 prismas regularmente espaçados ao longo da extensão horizontal da bacia. O operador móvel empregado na InvMóvel computa as anomalias gravimétricas a partir de uma região E_i com 181 fitas justapostas na direção horizontal e 55 fitas justapostas na direção vertical.

As Figuras 3.5b e 3.6b mostram as estimativas das profundidades (linhas vermelhas) estabilizadas com $\mu = 5$, através dos métodos da InvPrisma e da InvMóvel, produzindo ajustes aceitáveis (linhas vermelhas nas Figuras 3.5a e 3.6a) com REM_{Q_g} de 0,06 mGal para ambos os métodos. Tais resultados comprovam o excelente desempenho dos dois métodos de inversão produzindo excelente delineamento das descontinuidades da superfície do relevo do embasamento (linhas vermelhas nas Figuras 3.5b e 3.6b), cujas raízes quadradas dos erros médios quadráticos são de 0,06 km e de 0,08 km respectivamente para as interpretações gravimétricas da InvPrisma e da InvMóvel.

As Figuras 3.5c e 3.6c mostram que os maiores ERP_j dos dois métodos de inversão ocorrem nas mesmas coordenadas horizontais e correspondem às localizações horizontais das descontinuidades da superfície do relevo do embasamento. A diferença entre as estimativas das profundidades (Figura 3.7), produzidas pela InvPrisma e pela InvMóvel, apresenta ordem de grandeza de 0,01 km confirmando o excelente desempenho de ambos os métodos de inversão.

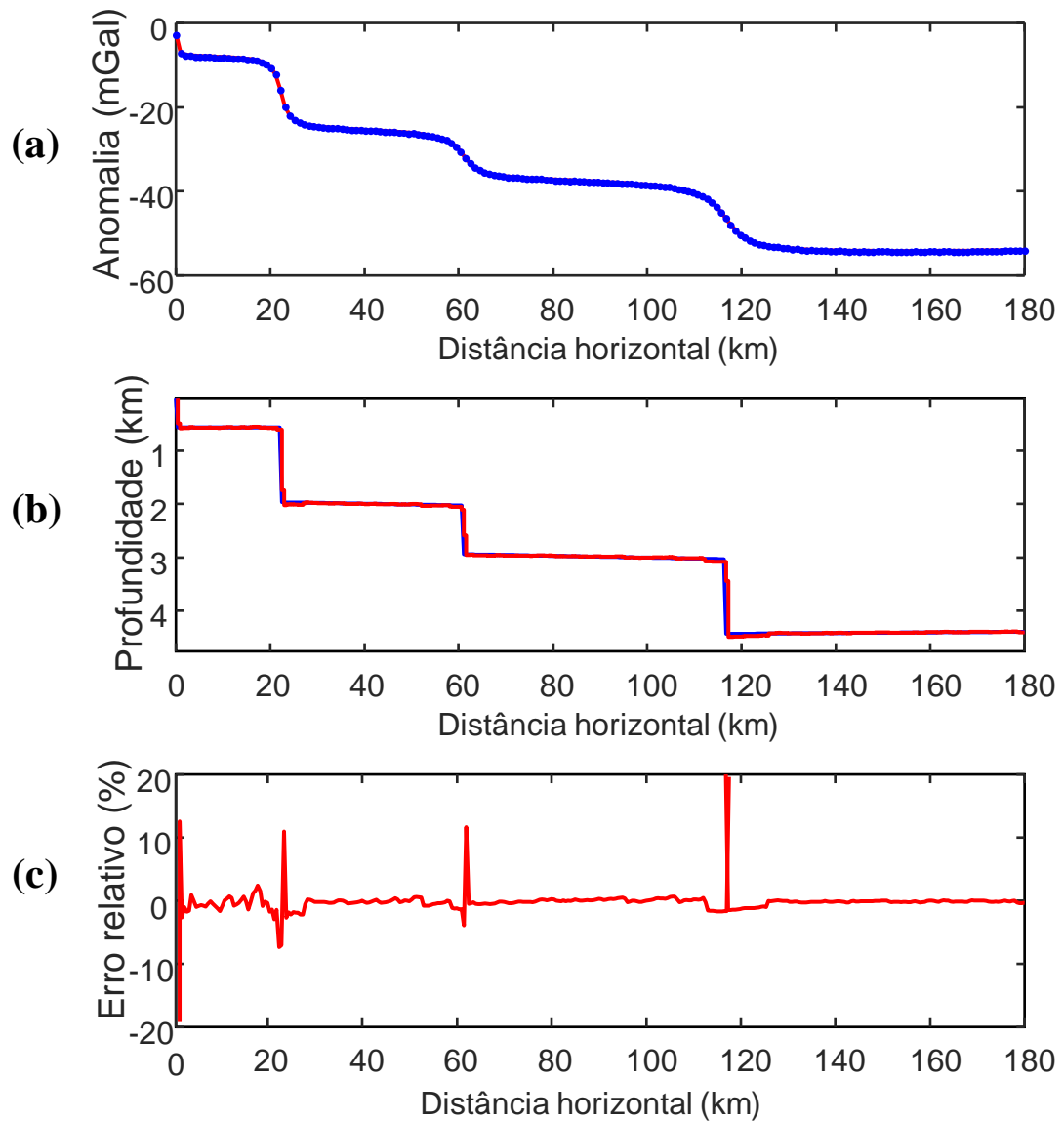


Figura 3.5: Margem passiva: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo algoritmo da InvPrisma (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.

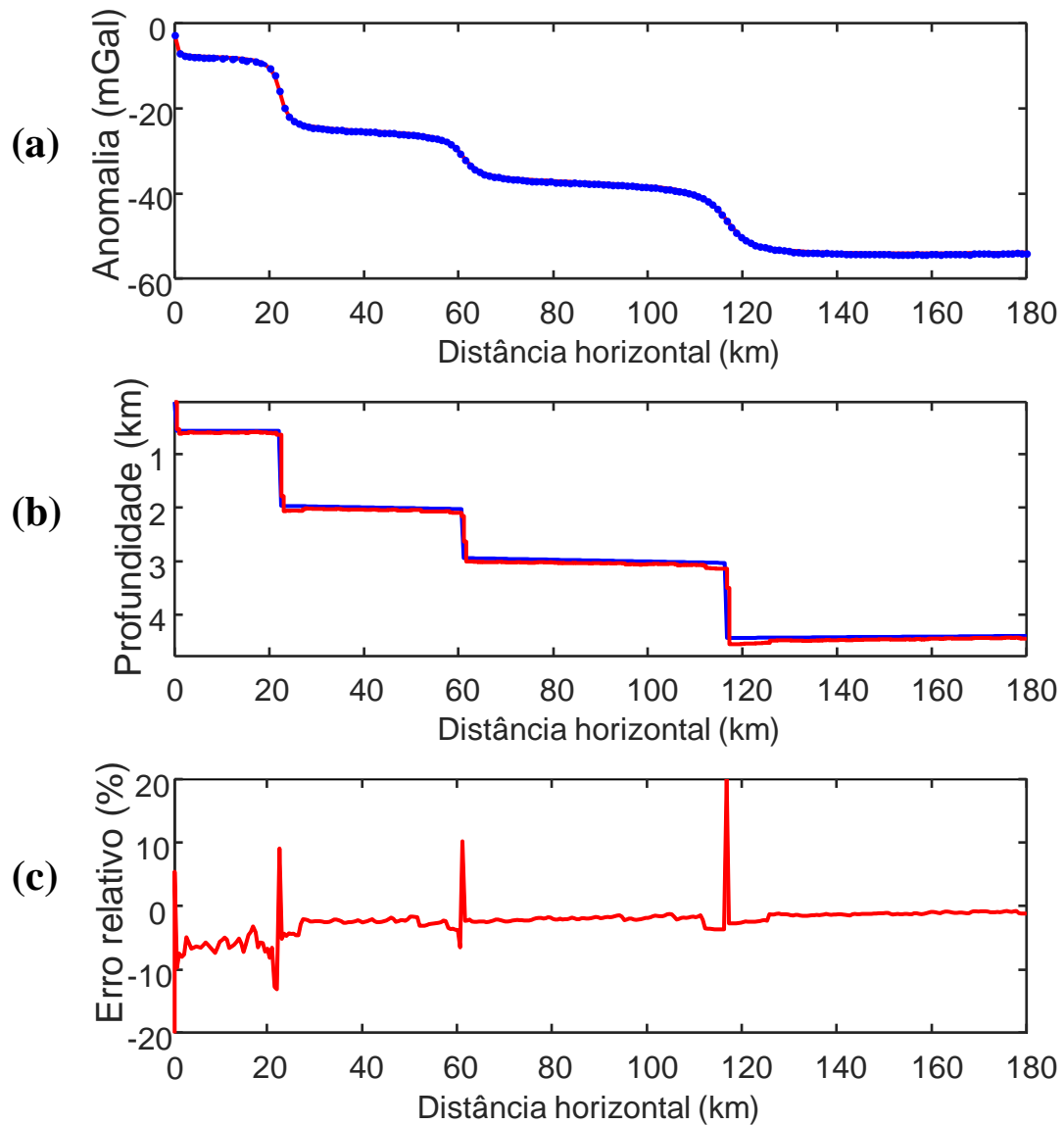


Figura 3.6: Margem passiva: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo algoritmo da InvMóvel (linha vermelha) e relevo do embasamento simulado (linha azul). (c) erro relativo percentual entre as profundidades da superfície do relevo simulado e as estimativas das profundidades.

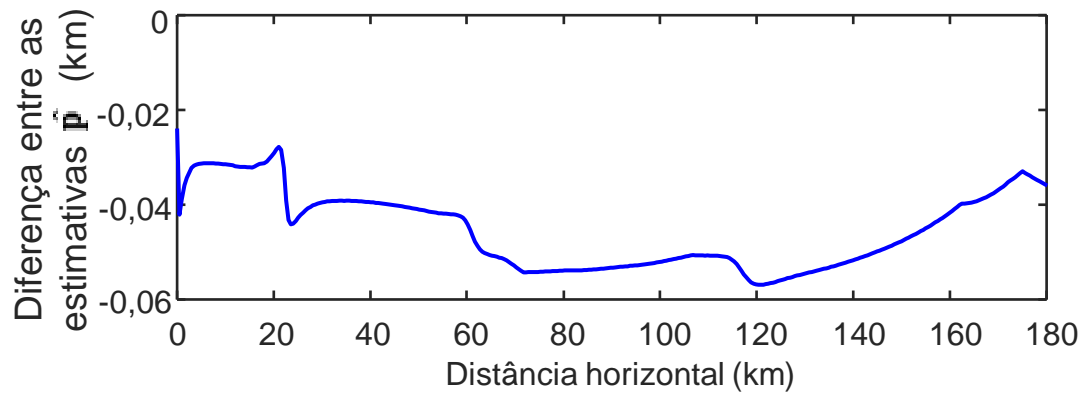


Figura 3.7: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da InvMóvel.

4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

Nesta seção apresentamos a comparação entre os métodos de inversão (InvPrisma e InvMóvel) aplicados a um conjunto de dados gravimétricos reais da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos.

4.1 INFORMAÇÕES GEOLÓGICAS

O Steptoe Valley situa-se na província tectônica *Basin and Range*, localizado no estado de Nevada nos Estados Unidos. A topografia da bacia é causada pelo abatimento e soerguimento de grandes blocos crustais em decorrência da ação de grandes forças distensoras relacionadas à movimentação de placas tectônicas, levando à criação de várias cadeias de montanhas e de vales alongados no sentido Norte-Sul e intercalados, ao longo de aproximadamente 160 km de extensão. Esta área, ao longo de sua história geológica, produziu uma grande variedade de depósitos minerais, tornando-a importante economicamente. Os depósitos mais importantes formados foram de ouro, molibdênio, tungstênio, bário, berílio e magnésio, entre outros.

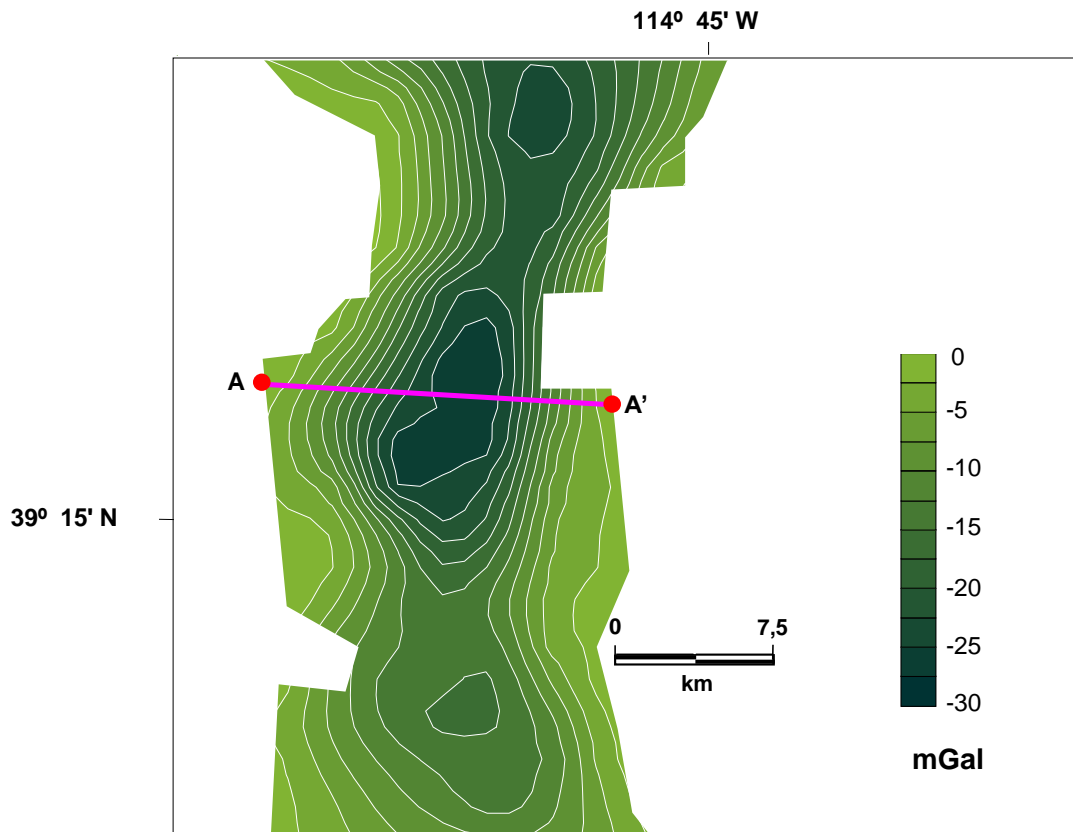


Figura 4.1: Steptoe Valley. Mapa gravimétrico residual e localização do perfil gravimétrico (AA') utilizado. Barbosa et al. (1999).

A Figura 4.1 apresenta a localização do perfil AA' e o mapa da anomalia residual referente à porção norte do Steptoe Valley, corrigido para fontes profundas (Barbosa et al., 1999). Carlson e Mabey (1963) ressaltam que as anomalias gravimétricas produzidas no Steptoe Valley podem ser explicadas pela presença de falhas de alto ângulo com grandes deslocamentos verticais, diretamente relacionadas ao processo de estiramento crustal sofrido nessa região.

4.1.1 Resultados

As Figuras 4.2a e 4.3a mostram 31 observações gravimétricas (pontos azuis) regularmente espaçadas ao longo de um perfil AA' com extensão horizontal de 12 km. O modelo interpretativo possui 61 prismas regularmente espaçados ao longo da extensão horizontal da bacia. O operador móvel empregado na InvMóvel computa as anomalias gravimétricas através de uma região E_i com 63 fitas justapostas na direção horizontal e 45 fitas justapostas na direção vertical. Utilizamos o contraste de densidade $\Delta\rho = -0,3 \text{ g/cm}^3$, com base na descrição geológica de Carlson and Mabey (1963).

As Figuras 4.2b e 4.3b apresentam as profundidades estimadas (linha vermelha) estabilizadas com $\mu = 5$ através dos métodos InvPrisma e InvMóvel, cujas respectivas anomalias gravimétricas ajustadas (linhas vermelhas) são apresentadas nas Figuras 4.2a e 4.3a. A diferença entre as estimativas das profundidades, produzidas por ambos os métodos de inversão, apresenta ordem de grandeza de 0,01 km (Figura 4.4), mostrando que ambos os métodos de inversão possuem desempenhos muito próximos na interpretação gravimétrica.

As estimativas das profundidades de ambos os métodos de inversão produzem interpretações com: (i) as profundidades máximas estimadas próximas entre si de cerca de 3,1 km e (ii) o mesmo número de discontinuidades e patamares distribuídos aproximadamente nas mesmas coordenadas horizontais e verticais da bacia.

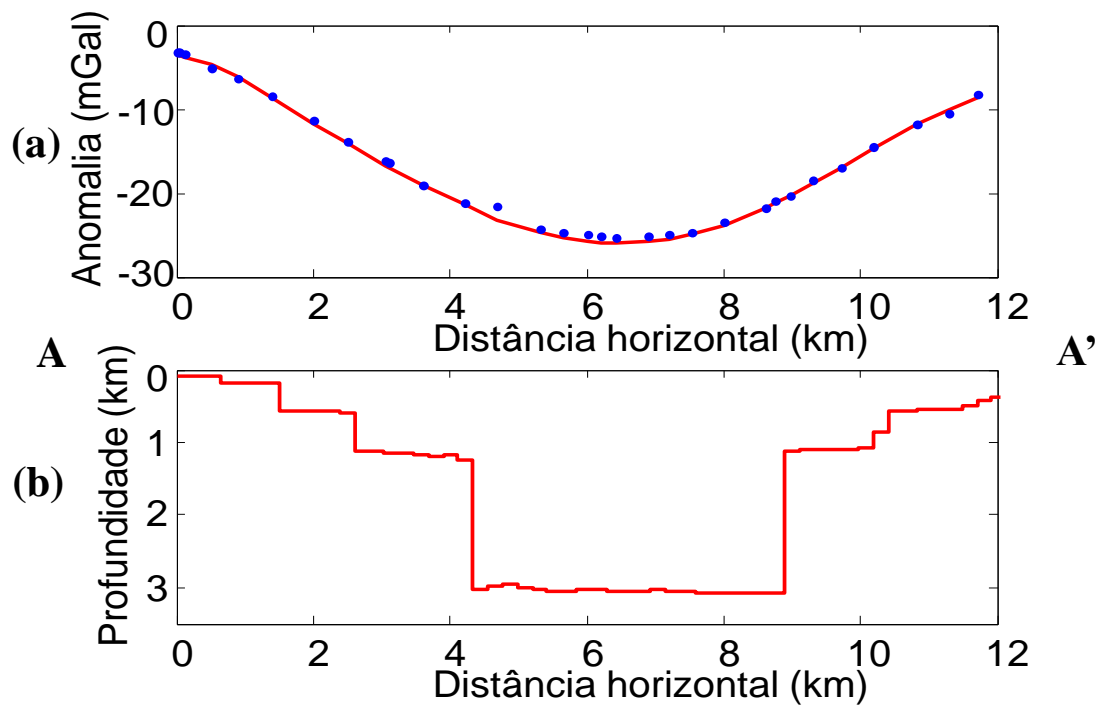


Figura 4.2: Perfil AA' do Steptoe Valley: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo método da InvPrisma (linha vermelha).

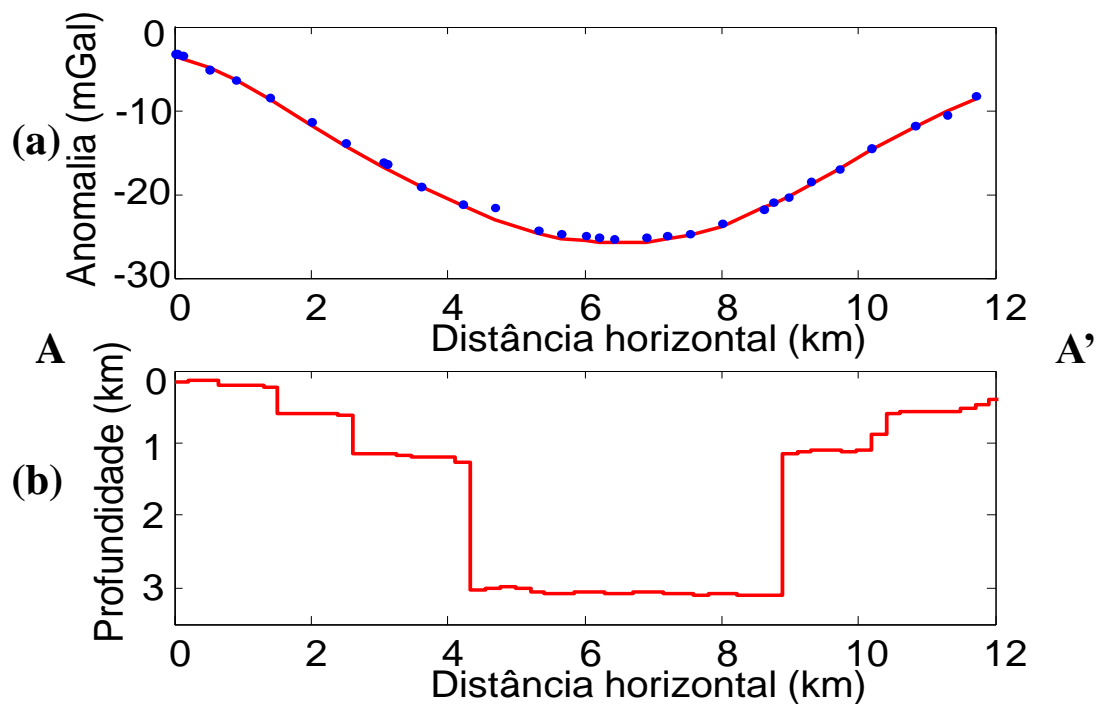


Figura 4.3: Perfil AA' do Steptoe Valley: (a) anomalia Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Interpretação produzida pelo método da InvMóvel (linha vermelha).

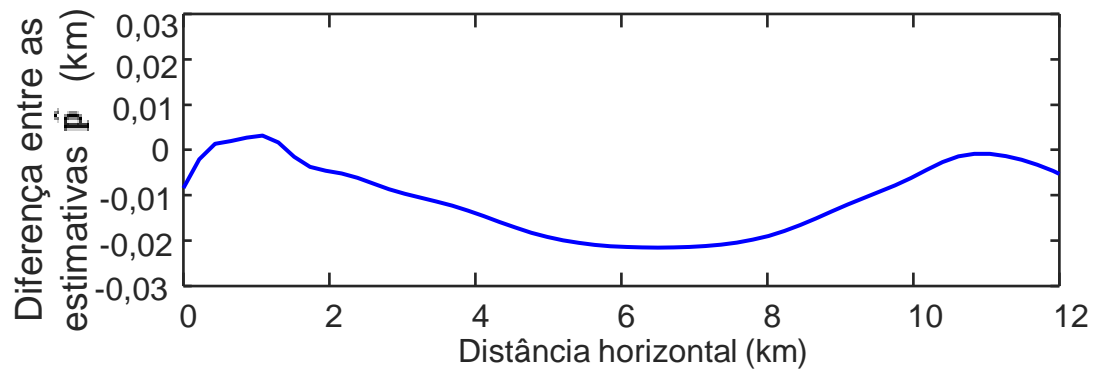


Figura 4.4: Diferença entre as estimativas das profundidades produzidas pelos métodos da InvPrisma e da IvMóvel.

5 CONCLUSÃO

Avaliamos o desempenho de dois métodos de inversão gravimétrica para delinear descontinuidades abruptas na superfície do relevo do embasamento de bacias sedimentares 2D. Os métodos são diferenciados pelo algoritmo de modelagem os quais computam o cálculo da anomalia gravimétrica teórica por meio de um conjunto de prismas e de um operador móvel. Ambos os algoritmos de inversão estimam as espessuras de um conjunto de prismas retos verticais justapostos pressupondo contraste de densidade entre o pacote sedimentar e o embasamento constante e conhecido. Obtemos as soluções resolvendo um sistema de equações lineares na norma L_1 estabilizadas pelo funcional da variação total (VT).

Testes em dados sintéticos mostram que os dois métodos de inversão produzem interpretações gravimétricas 2D equivalentes. Avaliamos o desempenho dos dois métodos de inversão por meio dos erros relativos percentuais entre as profundidades da topografia e as estimativas das profundidades das superfícies dos ambientes simulados. Ambos os métodos de inversão mostram os maiores erros percentuais nas mesmas localidades espaciais e ordem de grandeza de 0,01 km para as diferenças entre as estimativas das profundidades dos respectivos métodos de inversão. Portanto, concluímos que ambos os métodos são eficazes e apresentam virtualmente o mesmo desempenho para a interpretação gravimétrica 2D. Também verificamos o desempenho dos métodos de inversão aplicados a um perfil de dados gravimétricos reais da bacia do Steptoe Valley, Estados Unidos, cujas estimativas das profundidades do topo do embasamento são próximas entre si.

As metodologias avaliadas mostram excelentes desempenhos para delinear a superfície do relevo do embasamento 2D. O emprego do conjunto de prismas e do operador móvel para produzir as anomalias gravimétricas teóricas nas metodologias de inversão, cujo contraste de densidade é constante, apresentam resultados das interpretações gravimétricas similares. Se (i) a lei matemática de variação do contraste de densidade com a profundidade e (ii) as expressões de anomalias gravimétricas devidas a um prisma reto retangular 2D para a mesma lei matemática estiverem disponíveis, então resultados similares aos apresentados neste trabalho podem ser obtidos em interpretações gravimétricas de bacias que apresentem contraste de densidade variável entre o pacote sedimentar e o embasamento, uma vez que tal informação esteja disponível através de informação geológica.

REFERÊNCIAS

- Aster, R., B. Borchers, C. Thurber, 2012, Parameter estimation and inverse problems. Amsterdam, Elsevier. 376 p.
- Barbosa, V. C. F., J. B. C. Silva, W. E. Medeiros, 1999, Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth. *Geophysics*, **64**, 1429-1438.
- Barrodale, I. and F. D. K. Roberts, 1973, An improved algorithm for discrete L1 linear approximation. *Journal on Numerical Analysis*, **10**, no. 5, 839-848.
- Bhattacharyya, B. K. and M. E. Navio, 1975, Digital convolution for computing gravity and magnetic anomalies due to arbitrary bodies. *Geophysics*, **40**, no. 6, 949-1090.
- Bott, M. H. P. 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. *Geophysics J. Roy. Astr. Soc.*, no. 3, 63-67.
- Bricio, G. N. 2019, Modelagem de bacias sedimentares 2D apresentando contraste de densidade hiperbólico: Trabalho de Conclusão de Curso, Graduação em Geofísica, Faculdade de Geofísica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019, 32 p.
- Carlson, J. E. and D. R. Mabey, 1963, Gravity and aeromagnetic map of the Ely area, white Pine County. Nevada: U.S. Geological. Survey., mapa GP-392, escala 1: 250.000.
- Chai, Y. and W. J. Hinze, 1988, Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth: *Geophysics*, **53**, 837–845.
- Corbató, C. E. 1965, A least-squares procedure for gravity interpretation. *Geophysics*, **30**, 228–233.
- Cordell, L. 1973, Gravity analysis using an exponential density-depth function—San Jacinto Graben, California. *Geophysics*, **38**, no. 4, 684-690.
- Holstein, H. and B. Ketteridge. 1996, Gravimetric analysis of uniform polyhedral. *Geophysics*, **61**, 357–364.
- Litinsky, V. A. 1989, Concept of effective density: Key to gravity determinations for sedimentary basins. *Geophysics*, **54**, no. 11, 1474-1482.
- Litinsky, V. A. 1989, Concept of effective density: Key to gravity determinations for sedimentary basins. *Geophysics*, **54**, no. 11, 1474-1482.
- Nettleton, L. L. 1940, Geophysical prospecting for oil. [S.l.], McGraw-Mill. 444 p.
- Pallero, J.L.G., J.L Fernandez-Martinez, S. Bonvalot, O. Fudym, 2015, Gravity inversion and uncertainty assessment of basement relief via particle swarm optimization. *Journal of Applied Geophysics*, **116**, 180-181

- Rao, C.V., V. Chakravarthi, M. L Raju, 1994, Forward modeling: Gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions. *Computers and Geosciences*, **20**, 873–880.
- Rudin, L. I., S. Osher, E. Fatemi, 1992, Nonlinear total variation-based noise removal algorithms. *Physica D.*, **60**, 259-268.
- Santos, R. di Carlo S. dos. 2013, Inversão gravimétrica rápida do relevo do embasamento aplicando o funcional da variação total. Dissertação, Mestrado em Geofísica, Programa de Pós Graduação em Geofísica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013, 51 p.
- Silva, J. B. C., D. C. L. Costa, V. C. F. Barbosa, 2006, Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth. *Geophysics*, **71**, no. 5, 151-158.
- Silva, J. B. C. and D. F. Santos, 2017, Efficient gravity inversion of basement relief using a versatile modeling algorithm. *Geophysics*, **82**, no. 2, 1MA-Z12.
- Silva, João B. C., D. F. Santos, D. P. Monteiro, 2020, Estimating free parameters in 2D inversion: example of gravity inversion in a rifted basement. *Geophysical Prospecting*, **68**, 1057-1071.
- Silva, João B. C. and D. F. Santos, 2017, Efficient gravity inversion of basement relief using a versatile modeling algorithm. *GeoScienceWorld. Geophysics*, **82**, G23-G34.
- Talwani, M., J. C. Worzel, M. Landisman, 1959, Rapid gravity calculations for two-dimensional bodies with application to the medocino submarine fracture zone: *Journal of Geophysical Research*, no. 64, 49-59.
- Telford, W.M., L.P. Geldart, R.E. Sheriff, D.A. Keys, 1976, *Applied geophysics*. Cambridge, Cambridge University Press.