UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BRAGANÇA
FACULDADE DE MATEMÁTICA

MANOEL JORDAN MENEZES GOMES

MÚSICA & MATEMÁTICA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA OS ANOS INICIAS

BRAGANÇA-PA
2023

MANOEL JORDAN MENEZES GOMES

MÚSICA & MATEMÁTICA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA OS ANOS INICIAIS

Monografia apresentada conforme os requisitos obrigatórios para conclusão de curso de licenciatura em matemática Universidade Federal do Pará – Campus Bragança.

Orientador: Prof. Dr. Elizardo Fabrício Lima Lucena

BRAGANÇA-PA
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G633m Gomes, Manoel Jordan Menezes.
Música & Matemática : uma proposta pedagógica para os anos iniciais / Manoel Jordan Menezes Gomes. — 2023.
ix.: 35 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Bragança, Faculdade de Matemática, Bragança, 2023.

1. Frações . 2. Matemática . 3. Música . 4. Pitágoras . I. Título.

CDD 780

MANOEL JORDAN MENEZES GOMES

MÚSICA & MATEMÁTICA

UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA OS ANOS INICIAIS

Monografia apresentada conforme os requisitos obrigatórios para conclusão de curso de licenciatura em matemática Universidade Federal do Para – Campus Bragança.

Orientador: Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena

Data de aprovação: 28/06/2023

Conceito: Excelente

BANCA EXAMINADORA

Elizardo Lucena

Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena.
Orientador - UFPA

Nelson N. N. Lacerda

Prof. MSc. Nelson Ned Nascimento Lacerda.
Examinador - UFPA

Digitalizado com CamScanner

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por essa grande oportunidade de vida e de conclusão de uma meta tão importante como esta, sinto uma profunda gratidão com tudo isto que acontecer em minha viva.

Agradeço fortemente a minha família em especial minha mãe e irmas, que sempre acreditaram comigo e fizeram o possível pelo meu bem-estar e pelo meu desenvolvimento educacional e estudantil.

A todos amigos dentro e fora da universidade que sempre me apoiaram e me ajudaram e estiveram comigo em todos os momentos que serão guardados para sempre.

Ao meu orientador, Professor Dr. Elizardo Fabrício Lima Lucena, pela orientação competente, dedicação, paciência imensurável, confiança, sabedoria e sobretudo por me ajudar a acreditar em mim e que eu poderia concluir esse curso.

Agradeço a Universidade Federal do Pará – Campos Bragança e a todos o corpo docente da faculdade de Matemática, por desenvolver os conhecimentos para a carreira profissional e valores crítico para vida.

Por fim, agradeço a todos aqueles que contribuíram diretamente e indiretamente na minha trajetória acadêmica.

“O que fazemos na vida, ecoa na eternidade.”

(FRASE DO FILME: O GLADIADOR)

RESUMO

Esta dissertação trabalhar as relações da matemática com a música e suas aplicações em sala, tendo como foco principalmente enriquecer os conhecimentos músicos e matemáticos e demostrar essas relações na prática dentro de sala, sendo que a dissertação consta com vários temas que auxiliarão este estudo de forma que deixe o conhecimento mais rico e bem mais atrativo desenvolvendo o estudo de frações, medidas de volume, proporcionalidade e trabalhos com a base musical mostrando o desenvolvimento da música e a Matemática a parti dos estudos de Pitágoras mostrando a evolução até os dias atuais e mostrado táticas de ensino em sala que mostra na prática como a Matemática e a música contribui para o aprendizado dos alunos enriquecendo a didática e tornando o aprendizado mais significativo e atrativo.

Palavras chaves: Pitágoras, frações, música, matemática.

ABSTRACT

This dissertation works on the relationship between mathematics and music and its applications in the classroom, focusing mainly on enriching the knowledge of musicians and mathematicians and demonstrating these relationships in practice within the classroom, the dissertation consists of several themes that will assist this study in a way the makes knowledge richer and much more attractive by developing the study of fractions, volume measurements, proportionality and works with the musical base showing the development of music and mathematics from the studies of Pythagoras showing the evolution to the present day, showing teaching tactics in classroom teaching that shows in practice how mathematics is music contributes to students' learning, enriching didactics and making learning more meanningful and attractive.

Keywords: Pythagoras, fractions, music, mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Volumes de sólidos geométricos……..3

Figura 2 – Tabela, figuras e valores de tempo…..……..……..…….…..10

Figura 3 – Pitágoras……..……...12

Figura 4 – Lira…….……..….….14

Figura 5 – Ondas estacionarias……..……..……....14

Figura 6 – Monocórdio……...……..……...17

Figura 7 – Oitava……...……..…....18

Figura 8 – Quinta…….……..…..18

Figura 9 – Quarta……..…...18

Figura 10 – Instrumentos musicais de corda……...22

Figura 11 – Guido D`arezzo……..…..23

Figura 12 – Partitura……..…….…….....26

Figura 13 – Ilustração da construção do instrumento marimba de garrafas……..……..29

Figura 14 – Triangulo Perfeito……....30

LISTA DE TABELAS

Quadro 1 – Notas e cifras……...….4

Quadro 2 – Montagem de acordes maiores…….….……..….7

Quadro 3 – Montagem de acordes menores…….……..…….7

Quadro 4 – Posicionamento de notas em escalas……....9

Quadro 5 – Frequência de notas em herts…….……....16

Quadro 6 – Frações de comprimento de notas……..21

Quadro 7 – Frações de Zarlino……...……...31

Quadro 8 – Frações inversas……...……..31

Quadro 9 – Cálculos e medidas das garrafas…….…...32

SUMÁRIO..

1 INTRODUÇÃO …….1

Capítulo 1 Preliminares ……...2

1.1 Noções Matemáticas……..….2

1.2 Noções de teoria musical…….……...4

1.3 Notas musicais…….....4

1.4 Escalas……..……...……..5

1.5 Harmonia…….……...…...6

1.6 Tempo…….….…...8

Capítulo 2 História da música através de Pitágoras ……...……....12

2.1 Pitágoras …….…..12

2.2 Som……..…..14

2.3 Monocórdio……...……...17

2.4 Guido D` Arezzo…….……...…….……..23

Capítulo 3 Utilização da Matemática na música nos dias atuais …….……..24

3.1 Cifra ...…….……24

3.2 Tablatura……...…….…...25

3.3 Partituras……...…….….……..25

3.4 Composição…….…….……26

Capítulo 4 A utilização da música no ensino Matemático…….…...……..…28

4.1 Métodos didáticos utilizando a música no ensino Matemático……...…….…....28

4.2 Trabalho musical e matemático em sala, montagem de um instrumento musical……...29

4.3 Escala de Zarlino.……...……..30

CONSIDERAÇÕES FINAIS……..…….…….…....34

REFERENCIAS ……...……...…….…..35

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho foi criado com intuito de melhorar o estudo musical e matemático, tendo como incentivo principal a dificuldade dos alunos nas respectivas áreas, tendo como base estas dificuldades e minhas experiências como músico profissional e graduando em Matemática desenvolvi este trabalho para auxiliar os alunos no ensino musical e matemático, tendo como referência de pesquisa e estudos, Pitágoras, Zarlino, Guido D'arrezo, sendo esses grandes estudiosos do tema Música e Matemática.

O objetivo deste trabalho e estudar as relações entra a música e a matemática com objetivo de auxiliar o ensino de ambas, assim mostrando que a música pode auxiliar na Matemática e vice e versa auxiliando nos estudos iniciais, e também mostra a evolução da música, utilizando a matemática como instrumento para evolução musical, e contando as histórias de grandes estudiosos que marcaram seus nomes na música e na Matemática, e também mostra como estar o mundo musical e matemático atualmente e como podemos utilizar esses conhecimentos em salas de aulas para melhorar o ensino musical e matemático.

Este trabalho estar dividido em quatro capítulos, onde o primeiro capítulo mostrará temas relacionados a música e Matemática para auxiliar nos estudos do trabalho, o segundo capítulo será trabalhado a história da música coma Matemática e suas evoluções, e no terceiro capítulo mostrara o uso da Matemática na música, e como a Matemática ajuda no entendimento musical e em seus desenvolvimentos, e no quarto capítulo mostrara as formas de ensino músico no estudo Matemático e a entrega de um trabalho bem ilustrativo e reciclável que trabalha a música e Matemática juntas.

Capítulo 1

PRELIMINARES

Neste capítulo apresentaremos temas que auxiliaram no entendimento deste trabalho **Musica & Matemática**, Entregando os temas matemáticos e músicos abordados na monografia, auxiliando o entendimento dos assuntos e preparando para um melhor direcionamento nos temas que serão abordados futuramente, e iniciaremos com os estudos Matemáticos.

1.1 NOÇÕES MATEMÁTICAS

Segundos o site Brasil Escola, **Frações** são representações de divisão entre dois números, onde esses números são chamados de numerador e denominador, sendo que o numerador é o número que fica na parte de cima, e o denominador é o número que fixa na parte de baixo como podemos ver na representação abaixo.

$$1/2$$

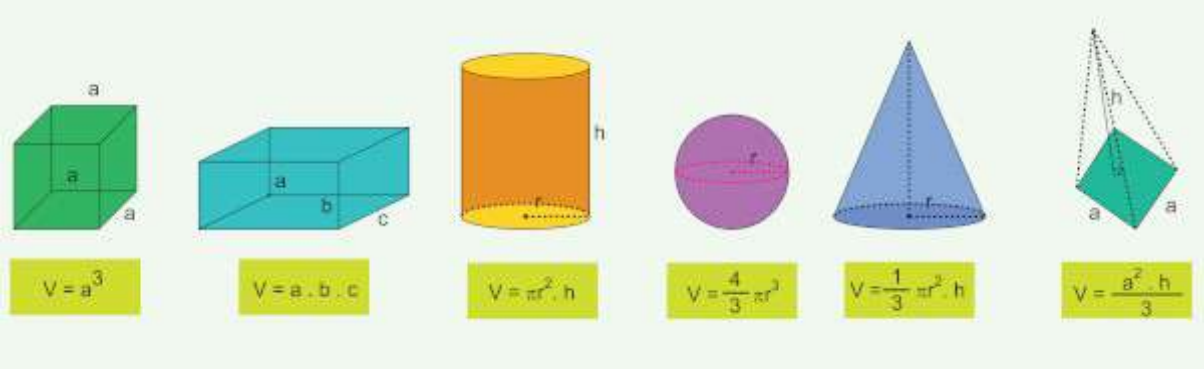
$$\text{Numerador} \quad \frac{1}{2} \quad \text{Denominador}$$

"Fração é um modo de expressar uma determinada quantidade, a partir de uma razão de dois números inteiros" a palavra fração vem do latim fractus que significa partido ou dividido assim mostrando a sua representação em divisões, ou seja, a fração representa uma divisão ou também sendo parte de um todo.

O estudo de **Volumes** é definido como o espaço ocupado por um corpo ou a capacidade de armazenamento de alguma substância, sendo que esse estudo de volumes é direcionado para formas geométricas como cilindro, cone, cubo, pirâmide, prismas e paralelepípedo, onde se precisa calcular o preenchimento do corpo das formas geométricas. Essas medidas de volumes utilizam como padrão o metro cúbico sendo adotado pelo sistema internacional de unidades, e também temos uma medida de volume muito importante que conhecemos bem, que utilizamos diariamente e serve principalmente para nos manter vivos que conhecemos pelo nome água, ou pela sua composição química conhecida como H2O, que é mundialmente conhecida como mililitros (ml), que significa

medidas de água, sendo uma das principais formas de medidas de volume, com isto veremos abaixo formas geométricas de volumes e suas respetivas fórmulas de resolução.

Figura 1: Volume de sólidos geométricos



Fonte retirada do site:"Volume de sólidos geométricos: fórmulas e exemplos - Brasil Escola" https://brasilescola.uol.com.br/matematica/volume-de-solidos-geometricos.htm.2023

A **Proporcionalidade** é um estudo de grandezas, sendo estas grandezas tudo aquilo que pode ser medido ou contato, como por exemplo o tempo, a velocidade, comprimento, preço, idade, temperatura, peso e em medidas de volumes e utilizando razões, sendo essas grandezas, classificadas nas seguintes relações **diretamente proporcionais e inversamente proporcionais**. Essas proporcionalidades representa a igualdade entre duas razões, sendo que uma razão corresponde ao quociente de dois números.

Diretamente proporcional é quando duas grandezas aumenta simultaneamente, por exemplo, se rodarmos maior números de dias, percorremos maior quilometragem e caso contrario, se rodarmos menor número de dias percorreremos menor quilometragem. Sendo que a forma de resolução de grandezas proporcionalidade é a famosa regra de três, sendo que par resolver cálculos diretamente proporcionais utilizaremos a multiplicação cruzado que será demostrada a baixo.

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Inversamente proporcional é quando uma grandeza aumenta a outra diminui, por exemplo, um operário vai efetuar uma construção ele levara uma certa quantidade de horas para entregar a obra, já se convocarem dois operários a quantidade de horas da construção será reduzida a metade. E o cálculo para resolver as grandezas inversamente proporcionais a multiplicação será realizada reta como podemos ver na demostração abaixo.

$$\begin{array}{ccc} a & \text{———} & b \\ \mid & = & \mid \\ c & \text{———} & d \end{array}$$

1.2 NOÇÕES DE TEORIA MUSICAL

Esta base auxiliara no entendimento musical do estudo **Musica & Matemática**, apresentando temas musicais que auxiliaram no entendimento músico da dissertação. E para iniciar esse estudo primeiramente devemos saber o que é a música, sendo assim o que é a música. A música é uma forma de arte transmitida por sons, sendo estes sons transmitidos por voz ou instrumentos musicais, sendo esses sons notas musicais.

1.3 NOTAS MUSICAIS

Segundo Hardum – curso de teclado, as notas são frequências e vibrações que geram variações de alturas sonoras, e estas variações são conhecidas como notas musicais. Que são elas Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si. Sendo as notas mais conhecidas no mundo músico.

Tendo sua escrita em **cifras** da seguinte forma.

Quadro 1. Notas e cifras.

DÓ	RÉ	MÍ	FÁ	SOL	LÁ	SÍ
C	D	E	F	G	A	B

Estas notas musicais são as principais e mais conhecidas no mundo musical, pois a partir delas conseguimos encontrar outras notas, vários tipos de variações musicais, intervalos e entre outros assuntos estudados no mundo da música.

Outro estudo musical muito famoso é os estudos de **tons** e **semitons** que significa distância sonora, que representa os intervalos de uma nota para a outra sendo que este estudo de tons e semitons e de grande importância para o desenvolvimento e seguimento de outros temas do artigo Musica & Matemática.

Semitom ou meio tom como é mais conhecido é a menor distância entre duas notas estando posicionadas uma ao lado da outra, esta distância não importando se é pra frente ou pra trás, no caso se vai subir a escala ou vai descer a escala musical, sendo assim, semitons é a representação da menor distância entre as notas.

Tom são a junção de dos semitons, ou seja, para se conseguir um tom de distância necessário a junção de dois semitons, sendo está distância de duas notas, tendo assim um tom de distância, este estudo de tons e semitons nos leva a um outro tema que mostra bem as distâncias de notas, este tema é conhecido com o nome de escalas, e é o tema que estudaremos a seguir.

1.4 ESCALAS

Escalas são sequências de notas ordenadas e padronizadas em uma formação harmônica entre as notas musicais.

Segundo o Site Mundo Educação, neste estudos de escalas, temos a existência de várias formas de escalas, e uma delas é a mais conhecida que é a escala de Dó / C, sendo que a escala será representada por suas simbologias em cifras, ou seja, sendo a escala representada de seguinte forma, C, D, E, F, G, A, B, C. Assim sendo o jogo de notas que vimos anteriormente, Sendo que o último Dó / C, da escala é uma nota a uma oitava acima tendo seu som ou vibração sonora mais aguda. Com esta escala de C, conseguimos obter todas as escalas, e nessas estudos de escalas vamos encontra escalas com acidentes, sendo esses acidentes conhecidos como notas **sustenido** e **bemóis**.

Em **cifra** sendo uma das formas de leitura de nota**s,** encontramos esses acidentes **sustenido** e **bemóis** com os seguintes símbolos.

Sustenido = #

Bemol = b

Sendo que **sustenido** são notas meio tom acima, e **bemol** sendo meio tom abaixo.

Com este estudo, temos duas notas com suas distâncias de um tom, sendo estas notas C e D, e entre elas existe uma nota que vamos chamar de acidente, este acidente tem como distância de C e D, ½ tom de distância e essa nota e justamente as notas **sustenidos** e **bemóis** dependendo de qual direção esta partindo, se é **ascendente** ou **descendente** ou se subir a escala ou descendo a escala, abaixo temos uma visualização melhor das escalas com acidentes bemóis e sustenidos e ascendente e descendente.

Subindo a escala	Descendo a escala
C → C# → D	C ← Db ← D
Ascendente	Descendente

Obtendo estes acidentes caímos em uma escala famosa chamada de **escala cromática** ou **escala primitiva** que consiste em todas as notas do campo harmônico.

E escrevendo em notas nas escalas temos a seguinte nomenclatura **Dó sustenido** se escreve em cifra da seguinte forma, **C#**, assim sendo sua escrita em cifra, e em **bemol** escrevemos a nota **Ré bemol** por exemplo **Db**, sendo esta escrita em cifra**.**

Tendo as seguintes notas na **escala cromática.**

C, C#, D, D#, E, F, F#, G, G#, A, A#, B, C ◊ escala ascendente cromática

C, B, Bb, A, Ab, G, Gb, F, E, Eb, D, Db, C ◊ escala descendente cromática

Ou seja, à distância de todas essas notas não importando se são ascendente ou descendente são de meio tons, e juntando dois meios tons conseguimos um tom de distância, assim como foi explicado acima, C é um tom de distância de D, e C# é meio tom de distância de C descendente e D acendente, como foi possível ver nas escalas primitiva ou cromática.

1.5 HARMONIA

A harmonia musical é a combinação de notas gerando um novo som, onde este som vem de várias notas ordenadas entre si, de maneiras organizadas e unidas, que geram sons que se equilibram gerando um conjunto de sons dispostos em ordem simultânea ou sobreposto, onde temos sons sobre sons, mais conhecido como conceito de verticalidade.

Um exemplo de conceito de verticalidade que podemos encontrar na música é as notas musicais onde essas notas partem deste conceito de sons sobre sons, pois para gerarmos uma nota musical que é mais conhecido como **acordes,** temos que efetuar união de notas e sons diferentes gerando uma harmonia entre elas e assim conseguindo os acordes.

Esta montagem de acordes em harmonia acontece da seguinte forma, usando a nota C, para gerarmos o acorde de C, precisaremos de duas notas que serão pressionadas simultaneamente assim formando o acorde, e estas notas são E, e G, sendo que quando pressionadas ao mesmo tempo teremos o acorde de C maior.

Logo o acorde de C e composto pelas notas C, E, G, onde C é a tônica, E é a terça e G é a quinta, utilizando está regra de montagem de acorde também conseguimos encontrar as demais notas, um outro exemplo é a nota G, onde usando a regra conseguiremos encontrar o acorde de G, que se representa da seguinte maneira G, B, D, onde G é a tônica, B é a terça, e D é a quinta,

observando que a regra se repete, logo sabemos que está regra vai funcionar nas demais notas, e assim se repetir sucessivamente.

Sabendo isto temos os seguintes acordes.

Quadro 2. Montagem de acordes maiores.

A	A#	B	C	C#	D
A C# E	A# D F	B D# F#	C E G	C# F G#	D F# A
D#	E	F	F#	G	G#
D# G A#	E G# B	F A C	F# A# C#	G B D	G# B D#

Estes acordes são os elementos que definem a harmonia musical, e estes acordes são chamados de acordes maiores ou acordes naturais maiores.

E nesse universo harmônico assim como temos os acordes maiores também temos os acordes menores que basicamente é a mesma coisa dos maiores e a única diferença é que sua terça é voltada meio tom abaixo, assim formando estes uma sonoridade totalmente diferente, com esta terça nota do acorde voltada meio tom, conseguiremos obter o acorde menor, ou seja, temos um acorde maior C = C, E, G, voltando sua terça meio tom temos C, D#, G, logo estas notas juntas formaram o acorde de C menor onde a simbologia em cifras de acordes menores utilizam o (m) minúsculo a frente da nota, ou seja, desta forma Cm onde este acorde se ler dó menor, e aplicando esta utilização para todos os acordes, conseguiremos os seguintes acordes.

Quadro 3. Montagem de acordes menores.

Cm	C#m	Dm	D#m	Em	Fm
C D# G	C# E G#	D F A	D# F# A#	E G B	F G# C
F#m	Gm	G#m	G#m	Am	Bm
F# A C#	G A# D	G# B D#	A C E	A# C# F	B D F#

E estes são os acordes menores e sua diferença com os maiores e neste meio harmônico de montagens de acordes temos outras notas e acordes que são utilizados no meio harmônico, como, por exemplo, acordes **diminutos** que são um caso bem especial pois sua terça é voltada meio tom abaixo, assim como acordes menores e sua quinta também é voltada meio tom abaixo e assim

tornando este acorde com uma sonoridade única, em sua simbologia em cifras deste acorde é conhecido com o símbolo do grau que é muito utilizado em contagens ordenadas como na simbologia do primeiro que é 1°, mais no caso dos diminutos no lugar do 1 vem uma nota, ou seja, desta forma **C°** que se ler Dó diminuto.

Essas três formas de acordes que são eles acordes maiores, acordes menores e acordes diminutos são conhecidos de tríades que significa que estamos usando três notas simultaneamente, e também é utilizado acordes com quatro notas que são acordes que vem acompanhado com números como, por exemplo, acordes com sétimas ou acordes com nona que são simbolizados com número a frente da nota como por exemplo Dó com sétima e simbolizado em cifra desta maneira **C7**, ou Dó com nona que é simbolizado em cifra desta maneira **C9** e vários outros acordes que utilizam quatro notas que são conhecidas como tétrades e também existem acordes com cinco notas ou mais que são chamados de tétrades aumentadas, e estes acordes são o que compõem na harmonia e que constrói a música. Sendo que todos estes acordes têm nomenclaturas Matemáticas e suas relações utilizam diretamente lógica e estruturas fracionarias mostrando que a harmonia tem uma ligação direta com a música e Matemática.

Este estudo de harmonia e muito importante para o desenvolver do estudo, pois foi um tema muito debatido no início dos estudos musicais, onde muitos estudiosos quebraram cabeça para realizar essas proezas de junções de sons e um desses grandes estudiosos conhecemos bem por nome de Pitágoras, sendo que veremos a história de Pitágoras no decorrer do estudo Música & Matemática. Outro tema que mostra bem a relação da música e a Matemática e representa uma grande importância para o desenvolvimento musical e tema conhecido como tempo ou tempo rítmico, que é o tema que veremos agora.

1.6 TEMPO

Na música o tempo é determinado em compassos e esses compassos e o que determina os principais passos e processos de uma música, tornando o tempo musical uma peça fundamental para o andamento rítmico e de extrema importância na construção de melodias e arranjos, e por isso é de grande valia o estudo de tempo, pois com este conhecimento temos noção de ritmo e compassos que é fundamental no estudo de intervalos e tempos, e o que é intervalos de tempo.

Os intervalos de tempo são simbologias de representatividade de sons, que direciona os executadores a seguir uma linha de raciocínio rítmico musical, dando assim uma direção rítmica, essas simbologias são vistas principalmente em **partituras** que veremos em assuntos posteriores,

sendo que estas simbologias mostra com clareza o que a música pede para ser executada, assim criando uma linguagem não verbal, e ao meio dessas vastas simbologias musicais, vemos símbolos conhecidos no meio Matemático, assim como em tudo se tem Matemática, na música não seria diferente, por exemplo, frações, números, graus, numerações romanas e entre muitas outras simbologias, que nos prova que a música tem uma extrema relação com a Matemática.

Com este tema de tempo, nos traz um estudo importantíssimo para o mundo musical e Matemático, que trabalha principalmente relações Matemáticas com a música, que é a associação e reconhecimento de figuras e símbolos, sendo que estes símbolos músicos e Matemático geralmente tem o mesmo significado ou não.

Por exemplo o símbolo (º) chamado grau, sendo que na matemática o seu significado e utilização é em representações de ângulos, de medidas de temperatura e posicionamento ordenado sendo simbolizado com um número determinado a posição e o grau para representar visualmente, como por exemplo (1º) que representa a posição de primeiro, como já vimos anteriormente, e esta mesma simbologia representada acima matematicamente na música também tem sua representatividade matemática que é basicamente posicionamento de notas mostrando o grau de cada nota nas escalas sendo demostrada na tabela 4, tendo como exemplo a escala de C / Dó.

Quadro 4. Posicionamento de notas em escalas.

C	D	E	F	G	A	B
1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º

Como vimos na tabela 4, a música tem a mesma representatividade Matemática, nos mostrando o posicionamento das notas em escalas cravando este posicionamento e seus graus de altura, sendo que esta simbologia de graus estiver a frente de uma nota musical representada desta maneira (Cº), representa uma nota diminuta, como já vimos anteriormente, sendo assim suas simbologias não representa um posicionamento tirando esta simbologia dos significados Matemáticos, mesmo sendo uma simbologia bem significativo para a Matemática.

Temos também outras formas de representatividades, simbologias, e posicionamento, e para compreender melhor este estudo de tempo rítmico, vamos estudar uma tabela que mostra com clareza as simbologias e figuras rítmicas, e seus valores em frações, que nos mostra bem as

simbologias, os compassos e as precisões das simbologias descritas na tabela, e nos mostra bem as relações que entrelaça o mundo músico e o mundo Matemático.

Aqui temos uma imagem de valores e figuras de tempo e rítmico.

Figura 2. Tabela, valores e figuras de tempo.

Fig	Nome	Figuras	Nome	Tempo
	Semibreve		Pausa da Semibreve	4 tempos
	Mínima		Pausa da Mínima	2 tempos
	Semínima	ou ou	Pausa da Semínima	1 tempo
	Colcheia		Pausa da Colcheia	1/2 tempo
	Semicolcheia		Pausa da Semicolcheia	1/4 de tempo
	Fusa		Pausa da Fusa	1/8 de tempo
	Semifusa		Pausa da Semifusa	1/16 avos de tempo

Fonte retirada do site: https://sites.google.com/site/musicaeteoria/figuras-ou-valores.2023

Está imagem do site Aprendendo música nos mostra uma apresentação gráfica das durações sonoras, sendo que com estas figuras rítmicas é que conseguimos escrever notas em pautas assim tornando possível forma diversas notas. Cada figura ou valor apresentado possui som ou silêncio com exatas variações e durações de tempo, o silêncio também é conhecido como pausa e com os sons e pausas conseguimos entender as relações de tempo e intervalos, e como podemos perceber

que os intervalos de tempo musical e ligado diretamente com a Matemática nos mostrando principalmente o estudo de frações e de compassos que estão totalmente ligadas, trabalhando em harmonia como se force um único corpo harmônico.

Este estudos musicais que vimos até agora, passou por mudanças e estudos para chegar nestes resultados demostrado acima, sendo que este estudo é apenas a ponta do iceberg do estudo musical, onde se existem vários temas mais avançados relacionados a música, e aqui fica uma pergunta muito importante, quem foi o criador desses temas visto ate então, quem deu início a esses estudos que temos hoje em dia, e como foi o processo de desenvolvimento da música, e será que realmente que a Matemática e de suma importância para o desenvolvimento musical, isto veremos agora com o estudo Matemática e música e seu desenvolvimento através da história, a parti dos estudos de um matemático muito famoso e já citado no estudo **Música & Matemática** conhecido pelo nome Pitágoras.

Capítulo 2

HISTÓRIA DA MÚSICA ATRAVÉS DE PITÁGORAS

A música vem dês dos primórdios da história da humanidade com vários relatos pela história, e de várias nações e povos diferentes, sendo que ha indícios de instrumentos musicais dês da pré-história como flautas feitas de ossos a cerca de 3.000 anos, e liras e harpas na mesopotâmia. Sendo assim não se sabe ao certo quem inventou a música, mais existiu um ser humano que foi de suma importância para a construção musical que temos nos dias de hoje, este ser humano se chamava Pitágoras sendo o pai da Matemática e considerado também o pai da música, foi o estudioso que iniciou o estudo músico e deu a direção para construção musical conhecida atualmente, e será a parti deste estudos de Pitágoras que vamos conhecer o processo de estudo da música ate os dias atuas.

Neste capítulo apresentaremos a história de Pitágoras e a importância de seus estudos para o desenvolvimento da música e da Matemática, sendo que também temos outros estudiosos que também foram de suma importância para a música e apresentaremos também suas contribuições para evolução musical.

2.1 PITÁGORAS

Figura 3. Pitágoras

Pitágoras (570 AC-490 AC). Filósofo e Matemático grego jônico creditado como fundador do movimento chamado pitagorismo. Wikipédia.

Fonte retirada do site. https://www.todamateria.com.br/pitagoras/.2023

Pitágoras foi um dos grandes filósofos e matemático pré-socráticos da Grécia Antiga um dos principais pensamentos de Pitágoras era que tudo que existe é possível ser representado por números, sendo assim surgindo a seguinte frase “tudo é número” sendo esta frase uma explicação para a realidade de tudo aquilo que existe no mundo, e por conta desses estudos e realizações, foi atribuído a Pitágoras o uso da criação dos termos “filósofo” e “Matemática”.

Pitágoras nasceu na em uma ilha grega de Samos, na costa jônica, no ano de 570 a.C. Pitágoras estudou em sua cidade natal Matemática, música, astronomia, literatura e filosofia, os estudos de Pitágoras ajudaram Pitágoras em suas realizações, no entanto, com suas ideias

revolucionárias para época o levaram a ser perseguido forçando Pitágoras ter que se mudar de localidade, sendo que Pitágoras se mudou para Crotona no sul da Itália, e neste lugar foi onde Pitágoras fundou a escola de caráter místico filosófico que ficou conhecida como “Escola Pitágoras.

Entretanto, com essas criações, Pitágoras foi perseguido novamente o forçando a deixar Crotona e partindo para o Egito, sendo onde Pitágoras realizou uma de suas grandes obras conhecida por seu nome, sendo essa descoberta o grande teorema de Pitágoras, conseguindo este feito observando as grandes pirâmides do Egito.

Sendo assim Pitágoras durante sua vide foi um exibi-o realizador de obras, sendo essas obras reconhecidas e utilizadas ate os dias de hoje, principalmente no meio acadêmico e matemático, então vamos conhecer essas obras pitagóricas.

Pitágoras faleceu no ano de (490 a.C.) na região de Metaponto no sul da Itália, com aproximadamente 80 anos.

As principais obras de Pitágoras são: Teorema de Pitágoras sendo uma das obras mais conhecidas e famosa no meio acadêmico matemático, tendo também como obra a Aritmética pitagórica, os termos pitagóricos e a descoberta de grandezas irracionais, assim o tornando o pai da matemática e um dos maiores estudiosos de todos os tempos, e também tem em seu currículo o estudo musical, sendo de grande importância para o estudo músico, e transformando este estudo musical em um dos estudos mais importe da história e que se deu início ao desenvolvimento musical até os dias atuais.

Com esses feito de Pitágoras conseguimos algumas respostas sobre a relação da música com a Matemática, pois o grande transformador da música foi um matemático. Pitágoras e os pitagóricos foram os primeiros a sistematizar a Matemática tendo como base de estudos o seguinte pensamento, que todos os fenômenos naturais são representadas por números e formas matemáticas, sendo assim para Pitágoras a música era um elemento natural, assim o levando a pensar que, se a música é um fenômeno natural, logo a música também tem em sua natureza números e relações numéricas e formas Matemáticas, ou seja, tudo aquilo que exite no universo e regido por números perfeitos, sendo esses números perfeitos tendo que trabalhar de forma harmônica se interagindo, tendo uma sincronia, uma consonância entre si, e com essas consonâncias, logo temos números em tudo, sendo assim logo temos números na música.

Segundo Solles (2009), com este pensamento e descobertas, Pitágoras realiza um feito enorme e revoluciona a música antiga, com descoberta de novas notas e escalas dando novas

possibilidades musicais e determinando um novo ciclo de estudo musical para época, estes estudos músicos e Matemáticos deu início a uma escala famosíssima conhecida como escala Pitagórica, que teve como intuito, de dar início aos estudos da música e suas ciências, uma observação bem curiosa do viver de Pitágoras, é que Pitágoras tocava lira dês de muito jovens, assim mostrando uma das inspirações pelo estudo músico, mostrando de onde surgiu o interesse sobre a música e de onde se iniciou-se os estudos musicais de Pitágoras.

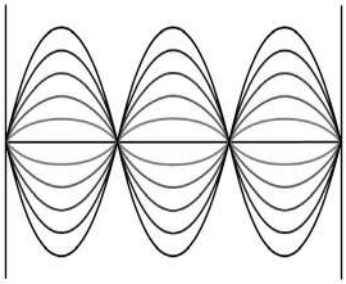
Figura 4. Lira.

A lira é um instrumento de corda conhecida pela sua vasta utilização durante a antiguidade, que desempenhavam o papel de instrumento de solo na música grega. A lira segundo a lenda, foi inventada por Hermes e remonta, no mínimo, ao Período Micênico. Wikipédia

Fonte retirada do site^https://br.pinterest.com/pin/179581103878420542/.2023

Com estes estudos, Pitágoras descobriu que as notas musicais eram obtidas com vibrações de cordas, sendo estas vibrações em diferentes comprimentos, sendo este fenômeno conhecido como padrões de ondas estacionárias.

Figura 5. Ondas estacionárias.



Ondas estacionárias são oscilações que ocorrem quando ondas de frequência iguais propagando-se em sentidos opostos encontra-se BRASILESCOLA.Brasilescola.uol.com.br

Padrões de ondas estacionárias são o resultado da superposição de duas ondas da mesma frequência, mesma amplitude, mesmo comprimento de onda, mesma direção e sentido opostos. Cesad.ufs.bruploadCatalogo

Fonte da imagem ondas estacionarias. "Ondas estacionárias: o que são, resumo, exercícios - Brasil Escola" https://brasilescola.uol.com.br/fisica/ondas-estacionarias.htm .2023

Ou seja, estes padrões de ondas estacionárias representa o som, mais o que é o som?

2.2 SOM

O som conhecido pelos pesquisadores como onda sonora, são onda ou vibrações de matéria capitada pelos ouvidos, que viajam na velocidade de 343 m/s em condições normais, sendo que esta velocidade pode ser aumentada ou diminuída dependendo por dois fatores, a temperatura e o estado

físico da matéria, sendo assim o estado físico reage ao som de seguinte maneira, quanto maior o estado físico da matéria, maior o som se propagara, ou seja, quanto maior a matéria maior será o som, e no caso da temperatura, quanto mais quente um objeto estar, mais rápido as ondas sonoras se propagaram.

‘’O som é uma onda sonora que oscila com uma certa frequência’’, esta frase do canal seja músico nos mostra a grande descoberta de Pitagórica e como este estudo auxiliou Pitágoras nos seus resultados, pois Pitágoras teve em mente que se uma onda sonora completa uma oscilação em uma segundo, logo esta frequência obtida será de 1 hertz como é conhecido atualmente, mais se estivermos 10 oscilações por um segundo, esta frequência obtida será de 10 hertz, observando este estudo, vemos que as oscilações e hertz aumenta e o tempo não, sendo assim, não importa se você vai somar ou multiplicar hertz o tempo é o mesmo, o que muda é o som da frequência assim conseguindo sons e alturas diferentes, mais em determinadas somas e multiplicações conseguimos manter as frequências, como todas as notas conhecidas atualmente tem uma medida de hertz que é a medida sonoras. Com esse estudo Pitágoras teve o resultado, quando uma frequência e multiplicada por dois a nota multiplicada se permanece a mesma nota, mais em uma oitava acima, para entendermos melhor vamos usar a nota A como exemplo, o valor em hertz da nota A e de 440hz, multiplicando a nota A por dois obtemos a mesma nota A sendo uma oitava a cima.

$$A \times 2$$

$$440 \times 2 = 880hz$$

Isso significa que a nota A permanece sendo a mesma nota, ou seja, a nota A, mais sendo em uma oitava a cima assim a nota A estar mais aguda, caso contrário se for obter a nota A mais grave sendo uma oitava a baixo, bastaria dividir a nota A por 2, e efetuando este calculo temos.

$$A \div 2$$

$$440 \div 2 = 220hz$$

Assim obtendo a nota A, sendo que a nota A estar uma oitava abaixo, ou seja, a nota A estar mais grave. Com estes cálculos foi possível obter as notas relativas de A, obtendo a nota A, mais aguda e a nota A mais graves, assim definindo que a relação das notas e suas respectivas oitavas têm relação de – ½, seguindo este pensamento, logo temos que a frequência da nota A e de 440hz como foi informado no início do estudo, logo a baixo temos uma tabela com as frequências das

notas em herts, sendo que esta tabela e com as medidas exatas muito tempo depois dos estudos de Pitágoras.

Quadro 5. Frequência das notas em herts.

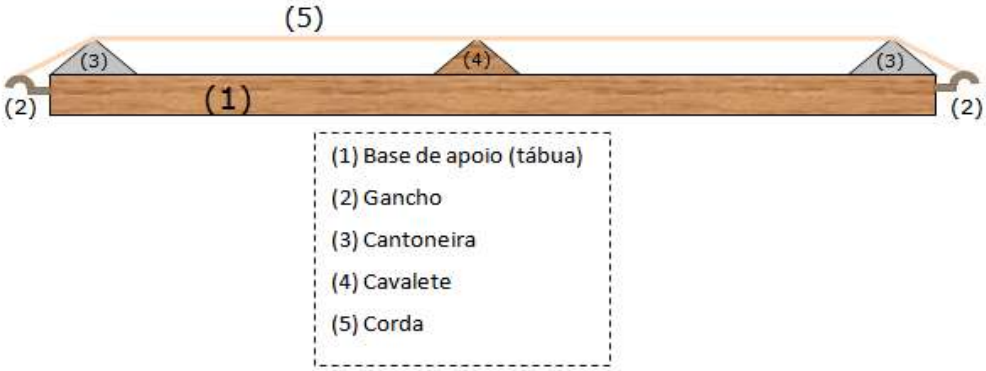
NOTAS	FREQUÊNCIAS (Hz)
Dó / C	264
Ré / D	297
Mi / E	330
Fá / F	352
Sol / G	396
Lá / A	440
Si / B	495
Dó / C	528

Com essa estudo de hertz, sobre divisão e multiplicação de acordes, demostra bem a grandeza desta descoberta e a importância deste estudo, mais fica uma pergunta no ar, como Pitagórica chegou a esses resultados e teve a mentalidade de pensar nesses métodos de divisão e multiplicação de acordes, e ter realizado este feito sendo que na época os estudos eram rasos. Para Pitagórica ter este pensamento e ter essas descobertas, Pitágoras teve que passar por um longo processo de estudos e criações de métodos para chegar a tal resultado, e um desses processos e métodos de Pitágoras o tornou na lenda que ele é hoje, sendo este uma de suas maiores criações científicas, e sendo uma das primeiras experiências científicas da história, Pitágoras cria um instrumento musical chamado **monocórdio** e com esse instrumento foi possível realizar esses feitos, dando a possibilidade de continuar com o crescimento dos estudos pitagóricos, e dar início a uma nova era de realizações, e de vários estudos matemáticos e estudos musicais e poder realizar a união dos estudos músicos e Matemáticos, e tudo isso graças a criação do monocórdio, com isso vamos conhecer melhor este instrumento revolucionário.

2.3 MONOCÓRDIO

Segundo Almeida (2018), Monocórdio é um instrumento musical criado por Pitágoras para o estudo musical e Matemático, tendo como característica física apenas uma corda presa com duas marcações, tendo a corda presa em suas extremidades, assim executando um som único.

Figura 6. Monocórdio.



Fonte retirada do site: "Aplicando a matemática básica – Construção de um Monocórdio – Clubes de Matemática da OBMEP" http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/.2023

Segundo o site Clube da geometria – Pitágoras e as cordas, o estudo do monocórdio foi realizado de seguinte maneira, tendo uma corda, e pressionado um ponto da corda tirando à de seu estado de repouso e produzindo um movimento harmônico simples que produzia padrões de ondas que formavam vibrações, obtendo um som, e este som ou vibração que era produzido por essa movimentação harmônica, deu a possibilidade de se obter as notas musicais.

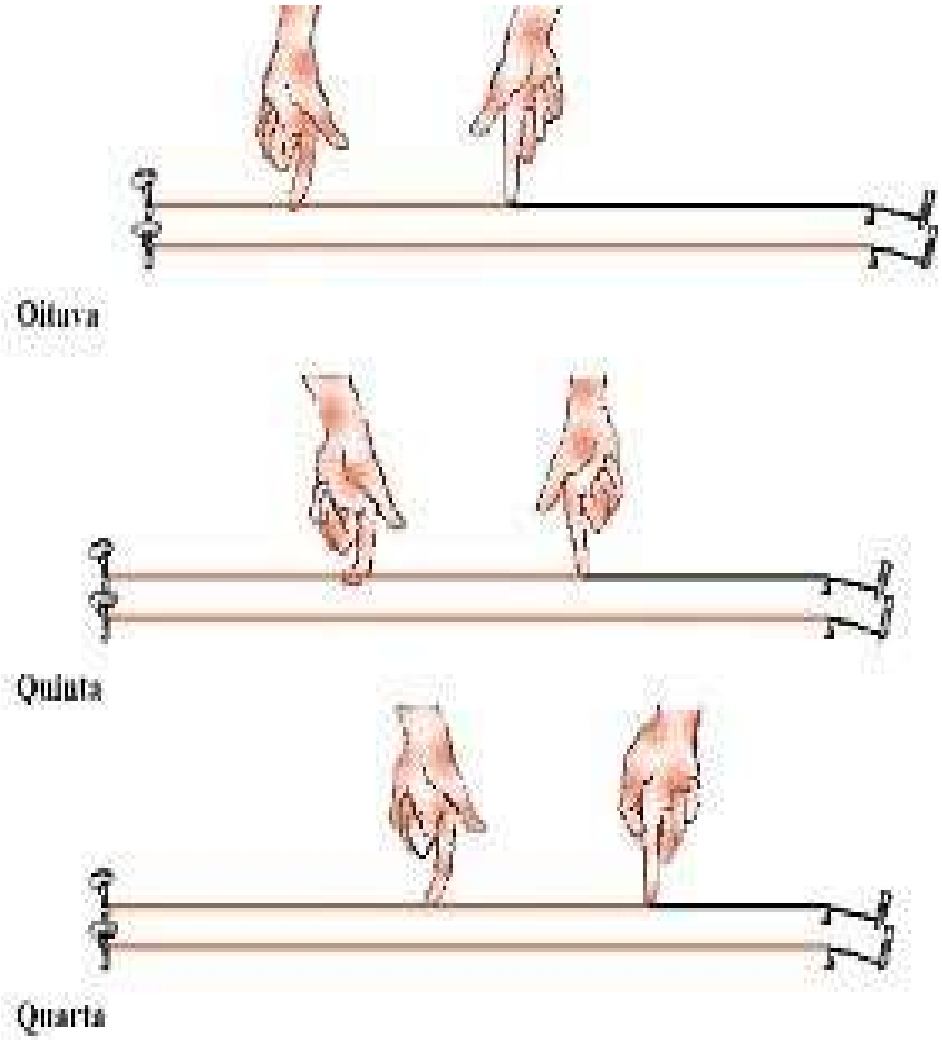
Com essa corda esticada com suas extremidades fixa e apertando vários pontos diferentes da corda, foi possível obter várias vibrações diferentes, assim obtendo várias notas diferentes, e a parti dessas vibrações que geravam frequências, sendo essas frequências notas musicais, foi possível obter essas relações musicais.

Com esses estudos e testes musicais, Pitágoras entra mais afundo nos seus estudos e parti atrás de descobrir seu verdadeiro propósito e linha de estudos na música, Pitágoras tinha a meta de descobrir a harmonia que são notas ou nos que são apertados simultaneamente obtendo uma vibração simultânea, uma vibração harmônica, onde se obterá notas harmônicas.

Com esse estudo mais a fundo realizado por Pitágoras em busca das harmonias, o levaram para o estudo Matemático, levando Pitágoras para o lado das razões, ou números inteiros, assim tendo notas mais harmônicas, pois Pitágoras ao pressionar uma corda ao meio, como já explicado nos testes, com as extremidades da corda fixadas observou que soava uma nota a uma 8° acima do

som da corda solta, e quando era pressionado 2/3 do seu comprimento o intervalo soava uma quinta acima, ou seja, com esses testes foi observado que as razões numéricas estão diretamente ligadas com a música e principalmente no desenvolvimento musical, e essas razões na música representam as frequências sonoras nas seres harmônicas, que são conhecidas como notas musicais.

Figura 7.8 e 9. Oitava, Quinta e Quarta.



Fonte retirada do site: "Clube de Geometria: Pitágoras e as cordas"
http://clubedegeometria.blogspot.com/2008/04/pitgoras-e-as-cordas.html?m=1.2023

Com este estudo utilizando razões, foi possível encontra as notas musicais e vários outros aspectos sobre a música como a escala musical, que se deu início com apenas quatro notas sendo elas C, F, G, C sendo elas tônica, quarta, quinta e oitava, assim conseguindo a primeira escala musical, e com isso também foi criado o tetracorde com quatro notas, sendo um instrumento com quatro cordas.

Com a continuidades dos estudos logo foram descobertas outras notas além das quatro notas recém-descobertas, essas outras notas foram descoberta com um estudo conhecido como estudos das quintas chamado de ciclo das quintas, que é realizado por multiplicação da corda por 2/3.

Observando as posições das notas partindo de C, a quinta de C é G, vendo que também temos uma nota entre elas que é F sendo que a quinta de F é C, com isso foi possível encontra outras notas com estes cálculos das quintas, assim se iniciou os estudos de quintas. E para realizar estes cálculos de quinta foi utilizado regras Matemáticas em frações que é obtida por cálculos de multiplicação de frações, com isso foi possível descobrir as outras notas, este estudo foi realizado da seguinte forma, a quinta de C foi obtida por 2/3 da corda, assim encontrando a nota G, com isso fazendo o mesmo calculo com a nota encontrada G, vai se obter a quinta de G, este cálculo foi realizado da seguinte maneira, G e correspondente a 2/3, e para encontrar a quinta será preciso multiplicar por 2/3, e assim é possível encontrar a quinta de G.

$$G = 2/3$$

$$2/3 \bullet 2/3$$

Para multiplica duas frações, multiplique os numeradores e denominadores separadamente.

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 3}$$

Multiplique os valores

$$\frac{4}{3 \times 3}$$

Obtendo o resultado

$$\frac{4}{9}$$

Logo temos a solução

$$2/3 \times 2/3 = 4/9$$

Logo este resultado de 4/9 e a quinta de G, sendo que este resultado de 4/9 é ferente a nota D, sendo assim D é quinta de G.

Logo D = 4/9

Este estudo mostra que a quinta de G é D, mais esta nota D estar localizada a uma oitava a cima e para o estudo necessitava que as quintas estivessem em mesma oitava, loco o método de encontrar quinta na mesma escala foi construído utilizando a mesma fórmula para encontrar notas mais graves em herts, sendo que a forma utilizada dessa vez foi com frações, por sua vez, bastaria multiplicar a fração por dois que mostra a posição de D na mesma oitava.

Com isto em pauta os resultados foram capaz de encontrar as quintas na oitava relacionada que é a oitava de C e G, e para essa descoberta foi preciso multiplicar o resultado por 2, assim foi possível encontrar a posição de D na corda realizado o seguinte cálculo.

$$D = 4/9$$

$$4/9 \times 2$$

Usando a = a / 1, convertemos a expressão em uma fração

$$4/9 \text{ x } 2/1$$

Para multiplicar duas frações, multiplique os numeradores e denominadores separadamente

$$\frac{4 \text{ x } 2}{9 \text{ x } 1}$$

Multiplicando os valores

$$\frac{8}{3 \text{ x } 3}$$

Qualquer termo multiplicado por 1 se mantém o mesmo

$$\frac{8}{9}$$

Sendo assim, temos a solução

$$4/9 \text{ x } 2 = 8/9$$

Ou seja, este resultado 8/9 é a posição de D na escala de C, assim obtendo a quinta de G na escala de C, isto sendo na mesma oitava de G.

Sendo assim possível encontrar as demais quintas da escala é sua posição na corda com os seguintes cálculos. Repetindo os cálculos acima temos.

$$D = 2/3 \times 8/9 = 16/27$$

Logo 16/27 e a fração que representa a quinta de D, que equivale a nota A, estando na mesma escala de D.

Portanto A = 16/27

Realizando o cálculo de A para encontrar sua quinta temos

$$A = 2/3 \times 16/27 = 32/81$$

Que equivale a nota E sendo que este nota E estar na próxima oitava, e para o estudo e necessário a nota E esteja localizada na mesma escala de A, sendo a escala de C.

Logo realizando o calculo para encontrar a nota E na mesma escala de A temos.

$$32/81 \text{ x } 2 = 64/81$$

Logo 64/81 é a fração que representa a posição da quinta de A, que é a nota E.

Portanto E = 64/81

Assim com esse estudo de quintas foi possível encontrar as demais notas a parti das quatro predeterminadas. E assim sucessivamente encontrando todas as notas e acidentes existentes no campo harmônico.

Logo a baixo temos as frações de comprimentos das notas.

Quadro 6. Frações de comprimento das notas.

Dó / C	Ré / D	Mi / E	Fá / F	Sol / G	Lá / A	Si / B	Dó / C
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$

Estes métodos foram bem-aceito na idade média pelas comunidades musical do ocidente, onde o estudo foca nos temas, notas e escalas, e este estudo foi muito importante para o andar das pesquisas e estudos musicais, mesmo que vários outros estudos estivessem sendo realizados por outros pesquisadores, mais até o momento este estudo seria o principal estudo da época o pilar de estudos músico é Matemático.

Segundo Freepik – Instrumentos de cordas, através desse estudo de cordas originou várias áreas de estudo músico e Matemático, um exemplo bem conhecido dos estudos de cordas e o violão, sendo um instrumento totalmente dependente de cordas, sendo que seu som e gerado pela

deslocação das cordas do seu estado de repouso tendo as extremidades das cordas presas, este estudo sérvio também para a criação de outros instrumentos de cordas como violino, violão celo, guitarra, baixos, e entre muitos outros.

Figura 10. Instrumentos musicais de corda.

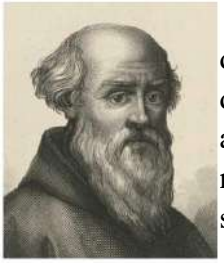
Foto retirada do site: "Conjunto de instrumentos musicais de cordas dedilhadas | Vetor Premium" https://br.freepik.com/vetores-premium/conjunto-de-instrumentos-musicais-de-cordas-dedilhadas_20682085.htm.2023

Com todo esse estudo músico e Matemático vemos que a pois o estudo de Pitágoras a música e Matemática começaram a caminhar com mais força e ganhar várias direções de estudo e uma dessas várias direções percorrida pelos estudiosos musicais é a simbologia e nome das notas musicais, e aqui fica a pergunta, **quem inventou as notas?**

Muitos acharam que Pitágoras foi o grande criador das notas, e sim realmente foi Pitágoras o pai da Matemática e pai da música, mais na verdade Pitágoras descobriu as existências das notas e suas frequências e posições nas escalas criando a escala Pitagórica, e isso sendo uma grande descoberta e deu início para o estudo musical e Matemático que temos nos dias atuais, mais a nomenclatura das notas foi criado por outro estudioso, um monge na idade media chamado **Guido D`arezzo**, monge que foi o grande responsável por iniciar as nomenclaturas musicais conhecidas hoje, sendo assim vamos conhecer melhor sua história e seus feitos.

2.4 GUIDO D`AREZZO

Figura 11. Guido D`arezzo.



Guido D`arezzo (992-1050) foi um monge italiano da idade media e regente do coro da Catedral de Arezzo (Toscana). Que determino a forma de escrita das notas musicais, Guido D`arezzo teve este pensamento no intuito de armazenar essas notas, esses sons de forma que as notas musicais ficassem registradas para que fossem reproduzidas posteriormente, assim evitando a perda de suas sonoridades e evitando que todo trabalho caíssem no esquecimento.

Fonte retirada do site."Voz Ativa Madrigal: A contribuição de Guido D'arezzo – Origem da notação musical Moderna" http://vozativamadrigal.blogspot.com/2011/02/contribuicao-de-guido-darezzo-origem-da.html?m=1.2023

Esta elaboração de escrita musical foi construída a partir de um hino católico que era cantado em latim e Guido D`arezzo utilizou as sílabas das iniciais de cada verso da canção resultando nas notas UT, Ré, Mí, Fá, Sol, Lá e Sí, sendo que a nota UT tempos depois foi substituída pelo nome Dó com o intuito de facilitar o canto das notas e assim surgindo as nomenclaturas das notas conhecidas nos dias de hoje, sendo este trabalho reconhecido como uma das melhores formas de nomenclatura pois se perdura até os dias atuais.

Com todos esses estudos e descobertas impulsionou e ajudaram no rico conhecimento que temos hoje, com isso vamos ver alguns desses estudos sendo aplicados nos dias atuais e como anda os desenvolvimentos dessas relações no cotidiano e em sala de aula.

Capítulo 3

UTILIZAÇÃO DA MATEMÁTICA NA MÚSICA NOS DIAS ATUAIS

A matemática na música como vimos anteriormente foi de grande valia para o estudo e evolução musical, auxiliou principalmente nas descobertas de notas, e de suas evoluções e vários outros estudo, com isto, a matemática vem representar uma parti importantíssima no ensino musical, sendo utilizada principalmente como simbologias onde temos as cifras e tablaturas e partituras que são formas de leituras músicas, onde se tem números e símbolos muitos utilizados nos estudos Matemáticos que auxiliam na leitura e identificação musical. Outra parte importante que vamos ver e sobre as composições que trabalham com programas e linhas musicais que mostra a importância dessa união até os dias de hoje.

Neste capítulo apresentaremos utilizações da Matemática na música, e mostrar que essa mistura auxiliou no estudo musical e facilitou o mundo musical, e também ver como estar essas relações nos dias atuais.

3.1 CIFRAS

As cifras são um dos modos de simbologia mais utilizados por estudantes musicais atualmente, onde letras são denominadas como notas e os números são seus graus de escala, sendo que essa simbologia é uma das formas mais fáceis de se aprender uma música nos dias atuais.

Representação ilustrativa de cifras

C D E
abcdefghi jklimnop qrstuwvxyz
F G4 A B
ahjdksjfhfhdjd kfjfgfgdhddj kdjfghdhsgsfdutyi

C D E7 F G
gahdfjgkel fjfjfkg jgddgfgeheieieeiieood

Aº B C9
hajdjfjiroteuy kdkfjhffgfg kdjfh

D E
kskdkjdhfgfg gfgfgfggfgfhdh

Sendo assim uma representação de cifra, onde as letras embaralhadas minúsculas estão representando as letras das músicas, sendo que estar representada desta forma embaralhada para não usarmos uma música pois tem as questões dos direitos autorais, e as letras maiúsculas e algumas numeradas que aparecem bem em cima, demarca o momento exato de serem tocadas, sendo

representadas por suas letras em cifra sendo estas letras as notas musicais como vimos no início do estudo.

3.2 TABLATURA

Segundo o site Musicdot, tablatura ou tabulatura é uma das formas de estudos musicais conhecidas no mundo musical, principalmente para sons e instrumentais conhecidos como solo, pois as tablaturas determinam o lugar exato das notas que serão tocadas usando numerações e letras que geram essas formas de estruturas de estudos, as letras significam as notas e os números significa à distância de meios-tons que as notas percorrerá.

Representação ilustrativa de Tablatura

```
E|------------------0-4-----------------------------------------------------------------------------------------
B|------------3-2-------------------------------------------------------------------------------------------------
G|-------0-4-------------------------------------------------------------------------------------------------------
D|--9-3-----------------------------------------------------------------------------------------------------------
A|----------------------5-8-0-------------------------------------------------------------------------------------
E|------------------------------7-3-------------------------------------------------------------------------------
```

As letras representa as notas e os números representa a distância acendentes de meio tom a nota selecionada.

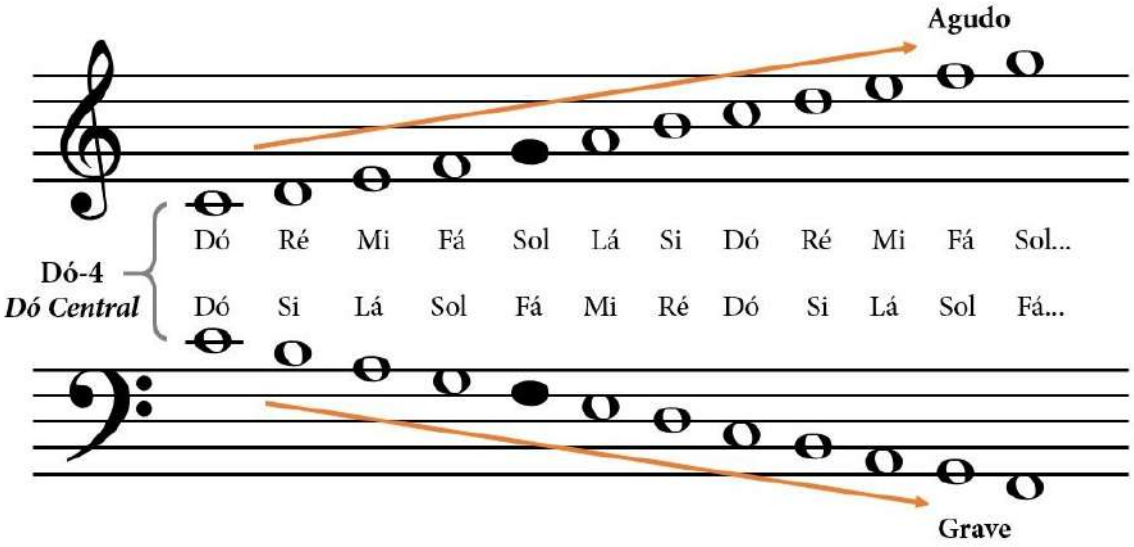
3.3 PARTITURAS

As partituras são representações de músicas de forma escrita sendo formada por 5 linhas conhecidas como pentagrama, com 4 espaços e simbologias que representam notas, tempo e sons, sendo que as partituras hoje em dia é a melhor forma de apresentação de uma música para os músicos, pois a partituras entrega as musicais totalmente, não necessita da música para tocá-la, só com a partitura conseguimos todas as informações necessárias para o andamento musical, pois nas partituras vem o tempo, as notas, os solos e todo o complemento musical, assim levando o estudo para um outro nível, e mostrando as harmonias musicais sem se quer que o músico tenha ouvido a música.

As partituras são de longe a melhor ferramenta de estudos de uma música, mais para este nível de experiência técnica, é necessário treinamento e estudos, esse é o momento que novamente a matemática entra e agrega na vida da música, neste estudo músico, em partituras, e bem utilizado as frações, onde denominam o tempo da música, que é de suma importância para o decorrer da música, também são apresentados os símbolos matemáticos relacionados às notas e posições, que são fáceis de se reconhecer como grau que é represento pelo símbolo (°), onde mostra que ali tem a existência

de uma nota diminuta e também numerações romanas que simbolizam determinadas notas, sendo bem utilizada para saber o posicionamento das notas nas escalas músicas.

Figura 12. Partitura.



Fonte retirada do site: "Partitura do Zero: Desenvolvendo a leitura - Aprenda Piano" https://www.aprendateclado.com/partitura-do-zero/.2023

3.4 COMPOSIÇÕES

A utilização da matemática na música também serve no mundo das composições e numerações onde principalmente nas cifras como já citamos, os números representando as notas com sétimas e nonas e demais numerações, e trabalhando diretamente no desenvolvimento musical, onde vimos o desenvolvimento da música com a Matemática, com tentas relações entre a música e a Matemática ainda temos mais relações a se desenvolver, como por exemplo as programações que trabalham de uma forma mais tecnológica, com sistemas e softwares, a música e Matemática tem que se trabalha de forma sincronizada, que se unam, que ande de mãos dadas para fluírem, pois a música sem a Matemática não funciona, a música sem a Matemática acaba partido para um caminho sem muita direção, e a Matemática sem a música sendo só Matemática não traz a sensação de emoção, podemos ver isso principalmente nos programas de composição, onde só a utilização da música ficará fora de compasso e atravessado, e só a utilização da Matemática os sons da composição ficará sem sensação ficando sem dinâmica.

Assim as duas, tanto a Matemática como a música devem andar lado a lado fluindo juntas, se completando, formando algo completo, misturando elementos assim obtendo as duas coisas,

música e Matemática em uma só estrutura, conseguido gera algo dinâmico e no tempo e gerando sensações de uma forma musicalmente harmonioso.

Esta utilização nas composições músicas têm muitos benefícios e várias formas e métodos de aplicação, tanto no método musical como no método Matemático, com isso vamos conhecer melhor esses métodos.

O **método Matemático** parte logo para as utilizações de programas tecnológicos, softwares que auxiliam nessas montagens utilizando algoritmos e programações que fazem com que as composições saiam no tempo certo, sincronizado levando na linha certa da música, já no **método musical**, se tem uma forma mais prática, onde se tem a utilização de músicos e de instrumentos musicais e pensamentos, sendo por muitos a melhor forma e mais prática de composição sendo a mais utilizada, já que o método Matemático não é completo, mais o método musical para fluir totalmente depende do método Matemático por conta de sua precisão rítmica, ou seja, música e Matemática necessita uma da outra e precisam andar juntas, neste caso das composições tem que estar juntas, pois a utilizando apenas de um desses métodos o musical ou o matemático, a composição não terá o resultado esperado, mais unindo as duas formas e fazendo com que a música e a matemática trabalhem juntas, o resultado final da obra musical será algo harmonioso, literal e de grande forma musical, algo grandioso, ou seja, música e Matemática trabalhando em conjunto em sincronismo, entrega um resultado perfeito, onde ambas dependem umas das outras, assim levando uma entrega de excelência e de grande qualidade harmônica nas composições.

Capítulo 4

A UTILIZAÇÃO DA MÚSICA NO ENSINO MATEMÁTICO

Neste capítulo explicaremos como a música auxiliara no estudo Matemático e como será realizado esta tarefa, já que sabemos que a Matemática tem uma grande relação com a música, agora veremos o oposto disso, veremos agora como a música pode auxiliar no estudo Matemático e aprimorar o aprendizado infantil.

4.1 MÉTODOS DIDÁTICOS UTILIZANDO A MÚSICA NO ENSINO MATEMÁTICO

A música e a Matemática são de longe umas das formas mais antigas de estudos e vem passando por várias mudanças e atualizações durante a história, e com isso os estudos dessas áreas ficam cadas vez mais difícil de serem compreendidos, com isso, tendo em mente essas dificuldades, foi estudado formas de melhorar este aprendizado músico e Matemático, sendo que esta forma de ensino e puramente unir a música e a Matemática e ensiná-las de forma única, apresentando os dois tema de uma só vez e já entregando a explicação de hambas. Com isto, foi criado métodos didáticos que entregam as duas áreas de uma só vez, esta união eleva o ensino para um outro nível, auxiliando o ensino e entregando os temas com precisão.

A música colaborar principalmente no entusiasmo dos alunos, estimula o desenvolvimento lógico e aumenta a produtividade, dando ênfase no crescimento dos estudantes e ajudando a manter a rotina de estudos, e tornando as aulas mais interessantes. A música ajuda no ensino matemático pois trabalha principalmente com compassos, com o tempo, auxiliando os alunos no aprendizado e em coordenação motora, e também vem a trabalhar frações e outros temas Matemáticos importantíssimos no curriculum escolar, onde se determina o tempo de cada música de cada estrofe e de cada notas, e também vem a trabalhar com simbologia que mostrar o poder de reconhecer figuras, tendo em mente que várias figuras em partituras são conhecidas também no mundo Matemático.

E pensando nisso com tantas possibilidades de ensino e formas de aprendizagem e auxílios estudantis determinamos levar um projeto desse estilo para auxiliar as aulas em sala e ver qual o impacto que esses métodos causariam nos alunos e fazer com que a música e Matemática consiga construir conhecimentos no aprendizado na vida acadêmica. Com todo o histórico do conhecimento apresentado, vamos utilizar bem a música e a Matemática para realizar esta tarefa, vamos construir o conhecimento, com isso vamos ao trabalho.

4.2 TRABALHO MUSICAL E MATEMÁTICO EM SALA, MONTAGEM DE UM INSTRUMENTO MUSICAL

Segundo Camargo (2010), o trabalho músico e matemático trabalhado para sala de aula foi a construção de um instrumento musical chamado **marimba de garrafas** sendo que este estudo de montagem de um instrumento musical foi retirado de um projeto chamado **Manual didático para projeto envolvendo matemática e música de Chrisley Bruno Ribeiro Camargo**. Que fala de um instrumento produzido totalmente a mão, e feito de matérias recicláveis.

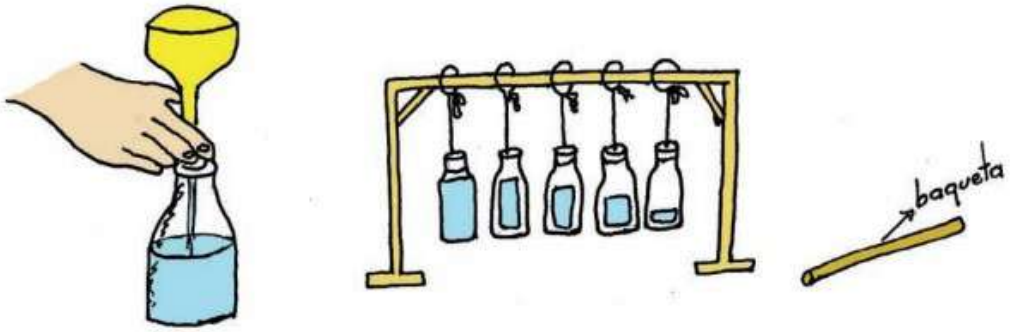
Para realizar esta produção e necessário ter alguns temas Matemáticos em mente e é esse o intuito do trabalho, levar os temas e seus conhecimentos e os relacionando ao trabalho que são eles, frações, unidades de medidas, proporcionalidades inversas e frações inversas, e mostrar a importância do estudo Matemático e músico, e que a música e Matemática tem propostas bem parecidas e juntas formam coisas incríveis.

E para esta produção do instrumento marimba de garrafas é necessário os seguintes matérias.

- Fita crepe
- Barbante
- Cano
- Oito garrafas de vidros idênticas
- Medidor de volumes
- Calculadora
- Água
- Cano ou pedaço de madeira para a baqueta.

As garrafas devem ficar penduradas pelos barbantes fixos ao cano com aproximação de 5 cm de distância uma das outras, assim impendido que as garrafas entre em atrito quando forem tocadas.

Figura 13. Ilustração da construção do instrumento marimba de garrafas.



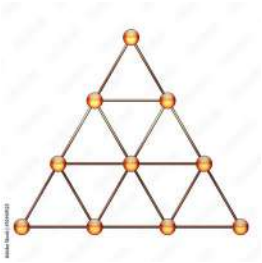
Fonte retirada do site: https://br.pinterest.com/pin/179581103878420542/ .2023

Com todos as matérias reunidos temos uma outra missão, que é construir a marimba de garrafas e fazer com que ela funcione como instrumento musical, e para isso vamos utilizar a Matemática como base para o projeto musical, como todo o estudo vem demostrando a música e Matemática estão andando juntas e aqui não seria diferente, e para a continuidade do projeto construção de um instrumento vamos utilizar um estudo músico e matemático chamado **escala de Zarlino** que nos dar as medidas exatas em razões possibilitando assim a construção do instrumento marimba de garrafas.

4.3 ESCALA DE ZARLINO

Gioseffo Zarlino (1517-1590) – o principal teórico da música no renascimento, responsável pelo estudo de terças e sextas serem representados como consonância e o principal estudioso que propôs a ampliação das proporções de tetrakty.

Figura 14. Triangulo perfeito.



Tetrakty, (em português, tetráctis),(do grego antigo τετρακτύς) ou tétrade, ou também tetráctis de década e uma representação pitagórica na forma de um triângulo, denominado triângulo perfeito. Wikipédia

Fonte retirada só site: "Illustrazione Stock Tetraktys, Unit of Four - Pythagorean Symbol | Adobe Stock" https://stock.adobe.com/it/images/tetraktys-unit-of-four-pythagorean-symbol/70939123?as_campaign=ftmigration2&as_channel=dpcft&as_campclass=brand&as_source=ft_web&as_camptype=acquisition&as_audience=users&as_content=closure_asset-detail-page .2023

Consonância são acordes que não tem extensão, ou seja, acordes sem 7º, 9º ou qualquer outra nota acrescentada, sendo estes acordes conhecidos como acordes naturais como já vimos no estudo.

A escala de Zarlino de acordo com Rodrigues(1999), acrescenta o número 5 nas relações de frequências pitagóricas, assim formando frações mais simples e fáceis de se trabalha, e estas frações de Zarlino e que vamos utilizar como medida para a construção da Marimba de Garrafas.

A tabela abaixo mostra as frações de Pitágoras e Zarlino que será utilizada na construção do instrumento.

Quadro 7. Frações de Zarlino.

Dó / C	Ré / D	Mi / E	Fá / F	Sol / G	Lá / A	Si / B	Dó / C
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

Vemos que a tabela foi alterada com acréscimo de Zarlino, com essas medidas em mãos, agora o trabalho e preencher as garrafas de vidros utilizando estas medidas, sendo que a primeira garrafa a ser preenchida devera ser preenchida totalmente, assim obtendo a tônica e a parti desta tônica conseguiremos as demais notas com a utilização das razões de Zarlino, mais com uma observação, para a construção do instrumento devemos utilizar as frações inversas para calcular a quantidade de água a ser colocada nas garrafas.

Logo as frações inversas ficaram na seguinte sequência.

Quadro 8. Frações inversas.

Primeira garrafa	Tônica	1
Segunda garrafa	Segunda	8/9
Terceira garrafa	Terça	4/5
Quarta garrafa	Quarta	3/4
Quinta garrafa	Quinta	2/3
Sexta garrafa	Sexta	3/5
Sétima garrafa	Sétima	8/15
Oitava garrafa	Oitava	1/2

E deste modo com as frações inversas foi possível obter as medidas exatas assim ficando fácil ter as medidas de água necessária para as garrafas, por exemplo, se a primeira garrafa tem

medida de 300ml de água, e a completarmos totalmente com água obteremos a tônica, e com essa medida bastaria multiplicar pelas frações de Zarlino e Pitágoras investida que obteremos as demais medidas.

Executando este calculo na segunda garrafa teremos os seguintes cálculos

300ml x 8/9 = 266,7 ml

Assim obtendo a medida de água da segunda garrafa que é

266,7 ml

A terceira garrafa teria o respeitativo calculo

300ml x 4/5 = 240 ml

Assim obtendo as medidas da terceira garrafa que é 240 ml e assim sucessivamente. A tabela abaixo mostra os cálculos e resultados das medidas água de cada garrafa.

Quadro 9. Cálculos e medidas das garrafas.

Primeira garrafa	300ml x 1	300ml
Segunda garrafa	300ml x 8/9	266,6
Terceira garrafa	300ml x 4/5	240ml
Quarta garrafa	300ml x 3/4	225ml
Quinta garrafa	300ml x 2/3	200ml
Sexta garrafa	300ml x 3/5	180ml
Sétima garrafa	300ml x 8/15	160ml
Oitava garrafa	300ml x 1/2	150ml

Pensando no modo muscal temos a primeira garrafa sendo a tônica, isso significa que a primeira garrafa e a primeira nota assim sendo a primeira garra a nota Dó = C. Seguindo este pensamento temos as garrafas com as respectivas representatividades de notas.

Primeira garrafa = Dó / C

Segunda garrafa = Ré / D

Terceira garrafa = Mi / E

Quarta garrafa = Fá / F

Quinta garrafa = Sol / G

Sexta garrafa = Lá / A

Sétima garrafa = Si / B

Oitava garrafa = Dó / C sendo um Dó mais agudo.

Assim realizando a construção do instrumento Marimba de Garrafas.

Este experimento tem um grande impacto na vida acadêmica dos alunos, pois mostra as possibilidades que a música e a Matemática tem para construir conhecimentos e mostra que existem várias maneiras de aprender e de ensinar, e mostra também que a educação pode misturar elementos para sua execução, assim aumentando o nível didático e aumentando o nível de aprendizagem e interesse dos alunos, assim entregando teoria, pratica e entusiasmo e ânimo para encara o dia a dia escolar, pois enovar o ensino é o caminho para educação crescer.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esses estudos esperamos que o leitor tenha adquirido um conhecimento introdutório a respeito da música e a Matemática sobre os conceitos e temas abordados, e como essas duas áreas são relacionadas e como elas podem auxiliar nos seus campos de estudos, e também como utilizá-las para a educação. E se este conteúdo foi de interesse e queira se aprofundar mais nesses campos de estudos, continue o estudo musical pois mostrará outras relações músicas com a Matemática e relações Matemáticas com a música.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA. L. X. TCC. Matemática e Música: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras. p. 1-37. TCC/UFPA-CASTANHAL-PA.2018.

BRASIL ESCOLA. https://brasilescola.uol.com.br/matematica/fracao.htm. p.1-1.

BRASIL ESCOLA. "Proporcionalidade entre Grandezas - Brasil Escola"https://brasilescola.uol.com.br/amp/matematica/proporcionalidade-entre-grandezas.htm. p.1-1.

CAMARGO. C. B. R. Manual didático para projetos envolvendo Matemática e Música. **Departamento de Matemática**. p. 1-34. OURO PRETO-. 2010.

FREEPIK. "Conjunto de instrumentos musicais de cordas dedilhadas | Vetor Premium" https://br.freepik.com/vetores-premium/conjunto-de-instrumentos-musicais-de-cordas-dedilhadas_20682085.htm. p. 1-1.

HARDUIM. R. G. O. Como tocar teclado, método desenvolvido por Rafael Garcia O. Harduim. Curso básico de teclado. p. 1-107.

MUNDOEDUCACAO. "Notas e escalas musicais. Conhecendo notas e escalas musicais" https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/notas-escalas-musicais.htm.p.1-1.

MUSICDOT. "♫ Tablatura - saiba o que é e como ler | MusicDot" https://www.musicdot.com.br/artigos/tablatura-saiba-o-que-e-e-como-ler.p.1-1.

SOLLES. P. T. Pitágoras e a escala musical. P 1-7 CMU-ECA/USP, 2009.

WIKIPÉDIA. "Volume – Wikipédia, a enciclopédia livre" https://pt.m.wikipedia.org/wiki/Volume.p.1-1.