



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
FACULDADE DE GEOFÍSICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Cristiano Ícaro Rego Nunes

**UTILIZAÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS NO IMAGEAMENTO  
SÍSMICO: ANÁLISE DE METODOLOGIAS**

**Belém – Pará  
2011**

Cristiano Ícaro Rego Nunes

**UTILIZAÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS NO IMAGEAMENTO  
SÍSMICO: ANÁLISE DE METODOLOGIAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Sísmicos  
Orientadora: Ellen de Nazaré Souza Gomes

**Belém - Pará  
2011**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Biblioteca Geólogo Raimundo Montenegro Garcia de Montalvão

---

N972u Nunes, Cristiano Ícaro Rego

Utilização de reflexões múltiplas no imageamento sísmico:  
análise de metodologias / Cristiano Ícaro Rego Nunes;  
Orientador: Ellen de Nazaré Souza Gomes – 2012

142 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em  
geofísica) – Universidade Federal do Pará, Instituto de  
Geociências, Faculdade de Geofísica, Belém, 2012.

1. Prospecção sísmica. 2. Processamento. 3.  
Imageamento. 4. Reflexões múltiplas. I. Gomes, Ellen de  
Nazaré Souza, *orient.* II. Universidade Federal do Pará. III.  
Título.

CDD 22 ed.: 622.15

---

Cristiano Ícaro Rego Nunes

**UTILIZAÇÃO DE REFLEXÕES MÚLTIPLAS NO IMAGEAMENTO  
SÍSMICO: ANÁLISE DE METODOLOGIAS**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Faculdade de Geofísica  
do Instituto de Geociências da  
Universidade Federal do Pará, em  
cumprimento às exigências para  
obtenção do título de Bacharel em  
Geofísica.

Data de Aprovação: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_

Conceito:

Banca Examinadora

---

Ellen de Nazaré Souza Gomes – Orientadora  
Doutora em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

---

Jessé Carvalho Costa – Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

---

Francisco de Assis Silva Neto – Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

*Aos meus amados pais, Cristovão e Ana.*

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Cristovão e Ana, pelo amor incondicional, pelo incentivo e por todos os ensinamentos. A todos os outros familiares (especialmente a meu avô Armando) que, de alguma forma, contribuíram para minha formação.

A Isis Tourinho, pelo amor e companheirismo.

À orientadora Ellen Gomes, pela sugestão do tema e por todo o suporte e confiança depositados durante o trabalho.

A todos os funcionários da Faculdade de Geofísica, especialmente à diretora Ellen Gomes e à secretária Ana Paiva Ribeiro, por todo o apoio prestado nas diversas situações em que precisei.

À ANP (Agência Nacional do Petróleo) por meio do convênio ANP/PRH-06, pelo suporte financeiro ao projeto.

Aos cachorros uivantes da turma de 2008, pelos quatro inesquecíveis anos juntos, e aos amigos das outras turmas da geofísica.

Ao Colégio Santa Rosa, seus professores e funcionários, responsável por minha formação básica. A todos os professores, desde o ensino infantil até o ensino superior, que contribuíram para minha formação acadêmica.

À turma de Engenharia Ambiental da UEPA, da qual fiz parte durante três anos e meio, que me deu bons conhecimentos, boas histórias e bons amigos.

Aos sites da Avaaz, Congresso na Web, Transparência Brasil, entre outros, pelas discussões e mobilizações políticas, que me ajudaram a ser um cidadão um pouco mais consciente. À APJCC (Associação Paraense dos Jovens Críticos de Cinema) e à ACCPA (Associação dos Críticos de Cinema do Pará), pela programação cinéfila promovida em Belém, da qual muito desfrutei.

Aos blogs Muro do Classic Rock, Documentários, Cinema Cultura, entre outros, fontes de boa parte do acervo musical/cinematográfico que foi a trilha sonora/visual desses anos de universidade. Aos grandes mestres do cinema e da música, por suas obras, pois a vida, sem cinema e música, é silêncio e escuridão.

Aos amigos de longa data (especialmente Neto, Lucas e Guzzo) e aos amigos de data um pouco mais recente, pela amizade, risos e saídas para os Mormaços, StudioPubs e Old Schools de Belém.

## RESUMO

O processamento sísmico convencional trata as reflexões múltiplas como ruído, eliminando-as do processo de imageamento. Entretanto, múltiplas são geradas por refletores em subsuperfície e, portanto, contêm informações estruturais sobre eles. Nesse sentido, vários trabalhos têm sido desenvolvidos para utilizar múltiplas como sinal. Este trabalho é um apanhado teórico sobre os principais trabalhos que utilizam múltiplas de superfície, aquelas relacionadas à interface ar-água em dados marinhos, no processo de imageamento. Apresentam-se três abordagens para a utilização de múltiplas: na primeira, onde as reflexões múltiplas são diretamente utilizadas no processo de imageamento, apresenta-se a migração Kirchhoff, a migração por correlação, a migração por perfis de tiro e a migração reversa no tempo com múltiplas; na segunda abordagem, as múltiplas são transformadas nas chamadas pseudoprimárias, que são posteriormente migradas no domínio do tiro e no domínio fonte-receptor; na terceira abordagem, reflexões múltiplas e primárias são utilizadas conjuntamente no imageamento. Os princípios teóricos, resultados obtidos, aspectos práticos, vantagens e desvantagens e outros aspectos de cada metodologia são discutidos. Importantes aplicações são mostradas, como uma iluminação mais ampla da subsuperfície e a recuperação de “*gaps*” de aquisição, relacionados a pequenos e grandes offsets ausentes. Algumas metodologias necessitam de prévia separação entre primárias e múltiplas, e geram imagens mais ruidosas em relação às imagens obtidas com as primárias. Entretanto, são mostradas soluções práticas que ajudam a resolver esses problemas. Como a migração de múltiplas implica em utilizar o próprio dado registrado como campo-fonte, a correlação pode não ser uma aproximação eficiente. Por isso, recomenda-se a utilização de deconvolução como condição de imagem, que propicia melhores balanceamento de amplitude, razão sinal-ruído e resolução vertical. Em geral, o “estado da arte” da utilização de múltiplas como sinal está em fase de consolidação, mas está provado que as múltiplas podem fornecer informações estruturais não fornecidas pelas primárias, ajudando a gerar imagens de alta qualidade da subsuperfície.

Palavras-Chave: Prospecção Sísmica. Processamento. Imageamento. Reflexões Múltiplas.

## ABSTRACT

Conventional seismic processing treats multiple reflections as noise, removing them from the imaging process. However, multiples are generated by subsurface reflectors, and therefore contain structural information about them. In this context, some works have been developed in order to use multiple reflections as signal. This work is a theoretical overview about the most relevant works which make use of free surface-related multiples in seismic imaging. Three approaches are shown: in the first one, where multiples are directly used in the imaging process, it is shown the Kirchhoff migration, crosscorrelation migration, shot-profile migration and reverse-time migration with multiples; in the second approach, it is shown the transformation of multiple reflections into pseud primaries, which are after migrated by shot-profile migration and by source-receiver migration; in the third approach, primary and multiple reflections are jointly used in the imaging process. The theoretical principles, obtained results, practical aspects, advantages and disadvantages of each methodology are discussed. Important applications are shown, such as a much broader illumination of the subsurface and the recovery of missing large and near offsets, related to acquisition gaps. Some of the methodologies presented need multiples and primaries to be previously separated, and generate noisier images compared to those generated by primaries only. However, some practical solutions that help solve these problems are shown. As the migration of multiples means using the recorded data as a source wavefield, crosscorrelation may not be a good approximation. Therefore, it is recommended to use deconvolution as the imaging condition, which provides better amplitude balancing, higher signal-to-noise ratio and improved vertical resolution. In general, the “state of art” of the utilization of multiple reflections as signal is in its consolidation stage, but it is already proved that multiples can provide structural information that primaries, alone, are not capable of providing, which helps to create high-quality images of the subsurface.

Keywords: Seismic Prospecting. Seismic Processing. Imaging. Multiple Reflections

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Exemplos de múltipla interna (à esquerda) e múltipla de superfície (à direita).....	20
Figura 2: múltiplas da camada de água, ou múltiplas do fundo oceânico. ....	21
Figura 3: reverberações da camada de água, ou <i>peg-legs</i> . ....	22
Figura 4: outras múltiplas de superfície: sofreram mais de uma reflexão abaixo do fundo oceânico.....	22
Figura 5: Acima, exemplo de múltipla de superfície de primeira ordem (à esquerda) e de múltipla de superfície de segunda ordem (à direita). Abaixo, exemplo de múltipla de superfície de terceira ordem (à esquerda) e de quarta ordem (à direita). ....	23
Figura 6: exemplo de múltipla de período curto (acima) e múltipla de período longo (abaixo).....	24
Figura 7: (a) aquisição OBH: as fontes são disparadas na superfície da água, enquanto os hidrofones são dispostos do fundo oceânico. (b) “múltipla da fonte”. (c) “múltipla do receptor”. ....	27
Figura 8: (a) em uma aquisição com fontes e receptores na superfície, a “múltipla da fonte” e a “múltipla do receptor” apresentam amplitudes aproximadamente iguais. (b) em dados OBH, no entanto, as “múltiplas do receptor” apresentam amplitude significativamente maior que as “múltiplas da fonte”. ....	28
Figura 9: dados reais registrados com hidrofones no fundo oceânico (OBH). ....	30
Figura 10: (a) imagem obtida pela migração Kirchhoff convencional, ao longo do raio da primária; (b) imagem obtida pela migração ao longo do raio da “múltipla do receptor”; (c) imagem combinada, obtida pela soma das imagens 16a e 16b. ....	31
Figura 11: ilustração do princípio da migração por correlação. ....	33
Figura 12: dado sintético com nove camadas. ....	35
Figura 13: imagem obtida com a migração Kirchhoff convencional, em profundidade, para o dado de nove camadas da Figura 12.....	36
Figura 14: imagem obtida com a migração por correlação, utilizando reflexões múltiplas, para o dado de nove camadas da Figura 12. ....	36

Figura 15: imagem obtida pela multiplicação entre as imagens geradas pela migração Kirchhoff (Figura 13) e pela migração por correlação utilizando reflexões múltiplas (Figura 14), para o dado de nove camadas da Figura 12. ....	37
Figura 16: modelo de sal SEG/EAGE, usado para testar a metodologia de SHENG (2001a). ....	38
Figura 17: imagem obtida pela migração por correlação utilizando múltiplas, para o modelo SEG/EAGE.....	38
Figura 18: imagem obtida pela migração Kirchhoff, para o modelo SEG/EAGE.....	38
Figura 19: imagem obtida pela multiplicação entre os resultados obtidos pela migração Kirchhoff e pela migração por correlação utilizando múltiplas, para o modelo SEG/EAGE.....	39
Figura 20: imagem fundida (" <i>merged</i> ") obtida com a metodologia de SHENG (2001b) para o modelo SEG/EAGE.....	40
Figura 21: princípio da migração por perfis de tiro para: (a) a migração de reflexões primárias, e (b) migração de reflexões múltiplas. ....	43
Figura 22: modelo de velocidade usado para a migração de primárias e múltiplas por perfis de tiro. ....	47
Figura 23: seção zero offset (ZO) para o dado mostrado na figura anterior. ....	47
Figura 24: migração de reflexões primárias por perfis de tiro. (a) Campo-fonte para um registro de tiro. (b) Campo-receptor, ou seja, um registro de tiro apenas com as reflexões primárias. (c) Resultado da migração desse registro de tiro. (d) Resultado da soma de todos os registros de tiro migrados. ....	48
Figura 25: migração de reflexões múltiplas por perfis de tiro. (a) Campo-fonte, correspondente a um registro de tiro inteiro, com primárias e múltiplas, multiplicado por -1 (b) Campo-receptor, correspondente apenas às múltiplas de superfície desse registro de tiro (c) Resultado da migração desse registro de tiro. (d) Resultado da soma de todos os registros de tiro migrados. ....	49
Figura 26: versão modificada do modelo de velocidade Amoco 2.5D, usado para a migração de reflexões múltiplas por perfis de tiro. ....	50

Figura 27: (a) imagem gerada pela migração das reflexões primárias para um registro de tiro. (b) imagem gerada pela migração de múltiplas para um registro de tiro. (c) Mapa de iluminação para a fonte impulsiva utilizada na migração de primárias para um registro de tiro. (d) Mapa de iluminação para a fonte areal utilizada na migração de múltiplas para um registro de tiro. ....	51
Figura 28: (a) imagem final gerada pela migração das reflexões primárias. (b) imagem final gerada pela migração de múltiplas. (c) Mapa de iluminação para todas as fontes impulsivas (todos os registros de tiro). (d) Mapa de iluminação para todas as fontes areais (todos os registros de tiro). ....	52
Figura 29: (a) reflexão relacionada ao fundo oceânico, utilizada como campo-fonte na migração e múltiplas, com o objetivo de diminuir o nível de ruído na imagem final. (b) múltiplas de superfície, utilizadas como campo-receptor. ....	54
Figura 30: imagem gerada pela migração de múltiplas quando se utiliza: (a) o dado inteiro (múltiplas e primárias) como campo-fonte; e (b) apenas a reflexão relacionada ao fundo oceânico como campo-fonte. ....	55
Figura 31: modelo de velocidade utilizado para a migração de dado 2-D do Golfo do México. ....	56
Figura 32: campos de onda utilizados para a migração de múltiplas no dado 2-D do Golfo do México: (a) campo-fonte, correspondente ao dado inteiro, com múltiplas e primárias; (b) campo-receptor, obtido pela aplicação de um <i>mute</i> ao dado acima das primeiras múltiplas de superfície. ....	57
Figura 33: resultados da migração do dado do Golfo do México utilizando: (a) reflexões primárias e (b) reflexões múltiplas. ....	58
Figura 34: (a) modelo sintético Marmousi, ao qual foi aplicado o DIM, cujo resultado é mostrado em (b). ....	61
Figura 35: modelo de velocidade de três camadas, utilizado para aplicação da RTM com múltiplas. ....	64
Figura 36: imagem obtida com a migração reversa no tempo utilizando múltiplas, aplicada ao modelo da Figura 57. ....	64
Figura 37: modelo de velocidade do <i>dataset</i> Sigsbee2B. ....	65

Figura 38: RTM aplicada ao dado com primárias e múltiplas, sem nenhuma atenuação. As setas indicam artefatos causados por múltiplas de superfície e múltiplas internas, e as elipses indicam áreas abaixo do corpo de sal pobremente iluminadas, apresentando, por isso, baixa razão sinal-ruído. ....	66
Figura 39: RTM convencional aplicada ao dado após atenuação das múltiplas. Nas áreas indicadas por setas, já não se observa uma quantidade significativa de artefatos, como se observava na figura anterior. Nas áreas das elipses, entretanto, ainda se observa uma baixa razão sinal-ruído, em razão da pobre iluminação das estruturas abaixo do corpo de sal. ....	67
Figura 40: imagem obtida com a RTM, utilizando múltiplas. Nas áreas abaixo do corpo de sal, indicadas pelas elipses, fica claro que as múltiplas proporcionam melhor iluminação, imageando estruturas que as primárias não conseguem imagear.....	68
Figura 41: ilustração da migração fonte-receptor. Esquerda: traços do dado original. Direita: traço das pseudoprimárias relacionado a $x_U$ e $x_D$ .....	71
Figura 42: (a) dado zero-offset obtido do dado original; (b) dado zero-offset obtido das pseudoprimárias.....	73
Figura 43: imagem gerada pela migração pós-empilhamento do dado zero-offset obtido a partir das pseudoprimárias. ....	73
Figura 44: (a) um tiro do dado original; (b) um tiro do dado de pseudoprimárias....	74
Figura 45: resultado da migração fonte-receptor tradicional do dado original, utilizando o método FFD para a continuação do campo de ondas. ....	75
Figura 46: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando múltiplas, com o método FFD de continuação do campo de ondas. ....	75
Figura 47: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando múltiplas, com o método <i>split-step</i> de continuação do campo de ondas.....	76
Figura 48: imagem gerada pela migração fonte-receptor, utilizando a autocorrelação do dado inteiro registrado (primárias + múltiplas). ....	76
Figura 49: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando reflexões múltiplas, aplicando a deconvolução como condição de imagem.....	79

Figura 50: recuperação de pequenos offsets a partir de pseudoprimárias. Em (a), nenhum traço é registrado em $x_m$ para o tiro disparado em $x_p$ . Em (b), para o tiro em $x_s$ , é registrada uma reflexão primária em $x_p$ e uma múltipla em $x_m$ . Correlacionando os traços em $x_p$ e $x_m$ , obtém-se a pseudoprimária equivalente a um traço com fonte em $x_p$ e receptor em $x_m$ , recuperando o offset que estava ausente em (a).....	80
Figura 51: recuperação de grandes offsets a partir de pseudoprimárias. Em (a), nenhum traço é registrado em $x_m$ , pois este está fora da área do levantamento. Em (b), para o tiro em $x_s$ , registra-se uma primária em $x_p$ e uma múltipla em $x_m$ . Correlacionando os traços em $x_p$ e $x_m$ , obtém-se a pseudoprimária equivalente a um traço com fonte em $x_p$ e receptor em $x_m$ , recuperando o offset ausente em (a). .....	81
Figura 52: Família de tiro comum registrada para o <i>dataset</i> Sigsbee2B em quatro situações: (a) dado original, com pequenos e grandes offsets removidos; (b) apenas múltiplas de superfície, com pequenos e grandes offsets removidos; (c) dado original, com todos os offsets; (d) pseudoprimárias, obtidas pela correlação entre os dados de (a) e (b). A área oval destacada mostra como as pseudoprimárias em (d) recuperaram informações de um offset distante, presente no dado original (c), mas ausentes no dado (a), que teve esse offset removido. ...	82
Figura 53: dados zero-offset obtidos a partir: (a) do dado original, com primárias, múltiplas e todos os offsets; e (b) das pseudoprimárias, geradas pela correlação entre o dado original e o dado somente com múltiplas de superfície, ambos sem offsets menores que 2000 ft. e maiores que 20000 ft.....	84
Figura 54: imagens migradas obtidas a partir: (a) do dado contendo somente reflexões primárias; (b) do dado inteiro, com primárias e múltiplas; e (c) das pseudoprimárias. ....	85
Figura 55: (a) modelo sintético, de camadas horizontais, utilizado para a aplicação do DIPMR; (b) um registro de tiro desse dado, que foi decomposto em (c) campo de ondas ascendentes e (d) campo de ondas descendentes.....	91
Figura 56: migração PS ( <i>phase-shift</i> ) do campo de ondas ascendentes de um registro de tiro (Figura 49.c), utilizando: (a) o esquema tradicional de migração e (b) o DIPMR. ....	92

Figura 57: (a) migração por perfis de tiro utilizando o dado inteiro, sem nenhuma tentativa de remoção de múltiplas. (b) migração por perfis de tiro utilizando apenas o campo ascendente. (c) resultado da migração utilizando o DIPMR.....	94
Figura 58: (a) modelo sintético de moderada complexidade e seus parâmetros. (b) um registro de tiro representativo do dado modelado.....	95
Figura 59: imagens obtidas com a migração por perfis de tiro e diferenças finitas, utilizando: (a) o campo total, sem remoção de múltiplas; (b) apenas o campo ascendente; e (c) o DIPMR. ....	96
Figura 60: (a) modelo de velocidade do dado Pluto 1.5, simulando uma subsuperfície geologicamente complexa. (b) seção zero-offset do dado.....	98
Figura 61: imagens obtidas para o dado Pluto 1.5: (a) através da migração por perfis de tiro convencional, e (b) através do DIPMR.....	99
Figura A.1 : raios considerados pela migração por correlação: (a) para o caso de correlação entre primária e primária ( $i = 1$ ); (b) para o caso de correlação entre primária e múltipla ( $i = 2$ ); (c) para o caso de correlação entre múltipla e primária ( $i = 3$ ); (d) para o caso de correlação entre múltipla e múltipla ( $i = 4$ ). Os caminhos pontilhados mostram raios “virtuais”, gerados por fontes “virtuais” posicionadas nos geofones $g$ , sofrendo, em seguida, reflexão nos pontos $X$ (ponto imagem) e sendo registrados nos geofones $g'$ . ....	119
Figura C.1 : uma múltipla pode ser interpretada como a fusão de duas reflexões primárias, conectadas entre si no ponto de reflexão na superfície. ....	126
Figura C.2 : matriz $P$ , que contém uma frequência do dado pré-empilhamento. Cada coluna (elementos em vermelho) representa um registro monocromático de tiro; cada linha (elementos em azul) representa a resposta de todas as fontes, medida em um geofone/hidrofone (ou seja, uma família de receptor comum). Cada elemento da matriz, portanto, é um número complexo que representa a resposta sísmica registrada para uma combinação fonte-receptor. ....	132
Figura C.3 : conforme a equação (C.25), a matriz $M$ , que representa as múltiplas de superfície, pode ser obtida pela multiplicação entre a matriz $X_0$ , que representa a resposta impulsiva do meio, e a matriz $P$ , mostrada na figura C.2. ....	132

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CDP – Common Depth Point (Ponto Comum em Profundidade)

CMP – Common Mid-Point (Ponto Médio Comum)

DIM – Depth Imaging with Multiples (Imageamento em Profundidade com Múltiplas)

DIPMR – Depth Imaging using Primary and Multiple Reflections (Imageamento em Profundidade utilizando Reflexões Primárias e Múltiplas)

DSR – Double Square Root (Dupla Raiz Quadrada)

EAGE - European Association of Geoscientists and Engineers (Associação Europeia de Geocientistas e Engenheiros)

FD – Finite Differences (Diferenças Finitas)

FFD – Fourier Finite Differences (Diferenças Finitas de Fourier)

II – Interferometric Imaging (Imageamento por Interferometria)

OBH – Ocean-Bottom Hydrophones (Hidrofones no Fundo Oceânico)

PS – Phase-Shift (Deslocamento de Fase)

RTM – Reverse-Time Migration (Migração Reversa no Tempo)

RVSP – Reverse Vertical Seismic Profile (Perfil Sísmico Vertical Reverso)

SEG - Society of Exploration Geophysicists (Sociedade dos Geofísicos de Exploração)

SRME – Surface-Related Multiple Elimination (Eliminação de Múltiplas Relacionadas a Superfície)

VSP – Vertical Seismic Profile (Perfil Sísmico Vertical)

ZO – Zero-Offset (Afastamento Nulo)

## LISTA DE SÍMBOLOS

$D$  – Campo de ondas descendentes (“*Downgoing Wavefield*”)

$U$  – Campo de ondas ascendentes (“*Upgoing Wavefield*”)

$P$  – refere-se ao dado total registrado, na forma matricial  $\mathbf{P}$ , na forma do vetor-coluna  $\vec{P}$  e na forma de campo de ondas  $P$

$P^-$  - campo de pressão decomposto em ondas ascendentes

$P_r^+$  - campo de pressão refletido decomposto em ondas descendentes.

$P_A$  – campo de pressão em um dado ponto A

$P_0$  – campo subtraído do efeito refletor da superfície livre

$M_0$  – Campo de ondas contendo as múltiplas de superfície. Aparece também na forma matricial  $\mathbf{M}_0$ .  $\vec{M}_0$  é um vetor-coluna dessa matriz

$M_i$  – Múltiplas de ordem  $i$

$^F$  – sobrescrito relacionando ao campo-fonte

$^R$  – sobrescrito relacionando ao campo-receptor

$W$  – dado transformado em pseudoprímarias

$G$  – Função de Green

$\vec{n}$  – vetor normal à superfície de aquisição  $S$

$\vec{S}$  – vetor que representa a assinatura da fonte

$\mathbf{X}_0$  – matriz contendo a resposta impulsiva do meio

$s$  – Tiro (“*shot*”) disparado pela fonte sísmica

$d_A$  - registro, no domínio da frequência, de um determinado receptor A.

$\tau_{ab}$  – tempo de trânsito entre dois pontos quaisquer  $a$  e  $b$

$M_{s,K}(x)$  – imagem da migração Kirchhoff para um tiro  $s$  e um ponto-imagem  $x$

$C(x)$  – resultado da correlação entre a imagem da migração e a imagem da migração por correlação, para um determinado ponto-imagem  $x$

$M_{S,M}(x)$  – imagem misturada (“*merged image*”), para o ponto  $x$ , após correlação local entre a migração Kirchhoff e a migração por correlação

$m(X)$  – operador de migração aplicado para imagear o ponto  $X$

$z$  - Profundidade

$z_g$  – profundidade do geofone  $g$

$I(x, z)$  – imagem do ponto de coordenada lateral  $x$  e profundidade  $z$

$w$  – Frequência angular

$v$  – Velocidade

$\rho$  – vagarosidade

$\alpha_0$  – velocidade do som na água

$q_0$  – vagarosidade vertical da água

$t$  – Tempo

$R$  – Refletividade

$r_0$  – coeficiente de reflexão da interface ar-água

$h$  - semi-offset

$\epsilon$  – pequena constante de estabilização

$k_{x_s}$  - número de onda da fonte

$x_s$  – coordenada lateral relacionada ao tiro  $s$

$x_p$  – coordenada lateral relacionada à reflexão primária

$x_m$  – coordenada lateral relacionada à reflexão múltipla

$x_D$  – coordenada lateral relacionada ao campo descendente  $D$

$x_U$  – coordenada lateral relacionada ao campo ascendente  $U$

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>18</b>
<b>2 REFLEXÕES MÚLTIPLAS</b> .....	<b>20</b>
2.1 CLASSIFICAÇÃO .....	20
2.1.1 Quanto à interface.....	20
2.1.2 Quanto à ordem.....	22
2.1.3 Quanto ao período .....	23
2.2 CARACTERÍSTICAS.....	24
<b>3 MÚLTIPLAS DE SUPERFÍCIE E IMAGEAMENTO SÍSMICO</b> .....	<b>26</b>
3.1 UTILIZAÇÃO DIRETA DE MÚLTIPLAS NA MIGRAÇÃO .....	26
3.1.1 Migração Kirchhoff utilizando múltiplas.....	26
3.1.2 Utilização de múltiplas na migração por correlação .....	32
3.1.3 Migração de múltiplas por perfis de tiro.....	42
3.1.4 Migração Reversa no Tempo utilizando múltiplas.....	59
3.2 TRANSFORMAÇÃO DE MÚLTIPLAS EM PSEUDOPRIMÁRIAS .....	69
3.2.1 Migração fonte-receptor de pseudoprimárias.....	69
3.2.2 Migração de pseudoprimárias por perfis de tiro.....	79
3.3 IMAGEAMENTO UTILIZANDO CONJUNTAMENTE REFLEXÕES PRIMÁRIAS E MÚLTIPLAS.....	86
<b>4 CONCLUSÕES</b> .....	<b>101</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>106</b>
<b>APÊNDICES</b> .....	<b>110</b>
<b>APÊNDICE A - MIGRAÇÃO POR CORRELAÇÃO: ANÁLISE ASSINTÓTICA</b> ...	<b>111</b>
<b>APÊNDICE B - EXTRAPOLAÇÃO DE CAMPO DE ONDA</b> .....	<b>121</b>
<b>APÊNDICE C - PRINCÍPIOS DO SRME</b> .....	<b>126</b>
<b>APÊNDICE D - EQUIVALÊNCIA ENTRE A MIGRAÇÃO POR PERFIS DE TIRO E FONTE-RECEPTOR</b> .....	<b>137</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O principal método geofísico aplicado à prospecção de hidrocarbonetos são os métodos sísmicos, cujo objeto de estudo são as ondas mecânicas. Através da utilização de reflexões de ondas mecânicas, é feita uma imagem da subsuperfície e estruturas geológicas propícias ao acúmulo de hidrocarbonetos são procuradas.

Essas ondas são geradas por fontes artificiais que geram campos elásticos ou acústicos, cujas reflexões e outros eventos são medidos em receptores (geofones para dados terrestres e hidrofones para dados marinhos). Essa etapa, em que as reflexões sísmicas são medidas, é chamada de aquisição sísmica.

Em seguida, o dado sísmico é tratado para acentuar as reflexões ditas primárias e atenuar qualquer outro evento. Isto é realizado na etapa denominada processamento sísmico. O processamento sísmico convencional parte do pressuposto de que as ondas registradas nos geofones/hidrofones sofreram apenas uma reflexão na subsuperfície (reflexões primárias). No entanto, heterogeneidades em subsuperfície podem produzir uma fonte secundária de espalhamento para baixo, produzindo reflexões múltiplas (que quebram o pressuposto de apenas uma reflexão), as quais são registradas nos receptores sísmicos e podem contaminar o sinal e levar a erros de interpretação.

Tais reflexões múltiplas, ondas que apresentam, em sua trajetória, pelo menos uma reflexão indo de volta para a subsuperfície (VERSCHUUR, 2006), são geralmente consideradas como ruído no processamento sísmico convencional, sendo portanto retiradas do dado.

Entretanto, as reflexões múltiplas, assim como as primárias, são geradas por refletores em subsuperfície e contêm, portanto, informações sobre eles, podendo assim funcionar como uma fonte de iluminação adicional, complementar, ou mesmo alternativa do meio.

O principal motivo para as múltiplas serem retiradas do dado deve-se ao fato de que os atuais algoritmos de processamento partem do pressuposto de que as reflexões são apenas do tipo primária (VERSCHUUR, 2006). No entanto, já foi percebido o potencial das reflexões múltiplas para imagear a subsuperfície. Em trabalhos recentes, as múltiplas são tratadas como sinal (BERKHOUT;

VERSCHUUR, 1994b, 2003; GUITTON, 2002; MUJIS et al, 2007a; REITER et al, 1991; SHAN, 2003; SHENG, 2001a).

As tentativas de utilizar múltiplas como sinal concentram-se especialmente em dados marinhos, em múltiplas de superfície (múltiplas que surgem da interface ar-água). Isso se deve à considerável energia desse tipo de múltipla.

A maneira como as múltiplas são utilizadas como sinal válido para o imageamento é classificado em três categorias (VERSCHUUR, 2006): aquelas que incluem as múltiplas no processo de migração, aquelas que incluem as múltiplas no processo de inversão e aquelas que transformam múltiplas em primárias.

Este trabalho é um apanhado teórico sobre os principais trabalhos que utilizam múltiplas de superfície no processo de imageamento sísmico. Esse apanhado foi dividido de acordo com a abordagem. Na primeira abordagem, as reflexões múltiplas são diretamente utilizadas no processo de imageamento. Nesse sentido, os principais trabalhos são Reiter et al (op.cit.), Sheng (op.cit.; 2001b), Berkhout e Verschuur (op.cit.), Guitton (op.cit.) e Liu et al (2011). Na segunda abordagem, onde as reflexões múltiplas são transformadas nas chamadas pseudoprimárias, destacam-se os trabalhos de Shan (op.cit.) e Shan e Guitton (2004). Na terceira abordagem, são utilizadas conjuntamente no imageamento reflexões múltiplas e primárias, onde se destaca o trabalho de Mujis et al (op.cit.).

No decorrer deste trabalho, essas abordagens serão estudadas em maior detalhe, destacando os princípios teóricos, os resultados obtidos, os aspectos práticos, as vantagens e desvantagens de cada metodologia, de modo a se chegar a uma conclusão sobre o “estado da arte” em que se encontra a técnica de utilização de múltiplas de superfície no imageamento sísmico.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: no capítulo 2, é apresentado um breve estudo sobre as reflexões múltiplas, sua classificação e características. No capítulo 3, são analisadas as metodologias dentro das três abordagens de utilização das múltiplas de superfície para o imageamento sísmico. No capítulo 4, é feita uma análise sobre essas abordagens.

## 2 REFLEXÕES MÚLTIPLAS

Produzidas devido a reflexões que retornam à subsuperfície, as reflexões múltiplas podem ser de vários tipos e ordens. Neste capítulo, é apresentado um breve resumo sobre a classificação e as características das múltiplas, de acordo com Verschuur (2006).

### 2.1 CLASSIFICAÇÃO

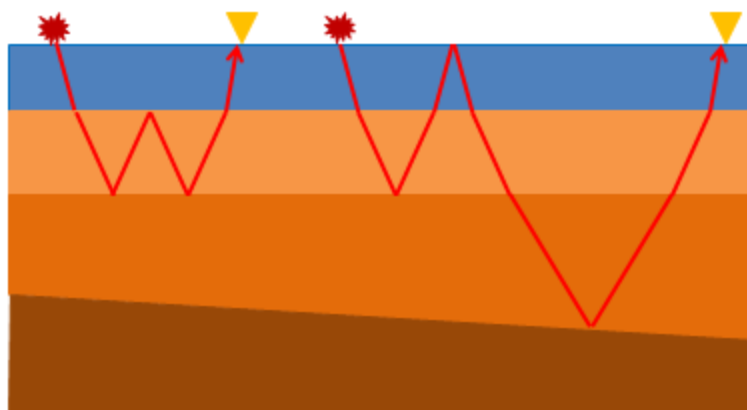
#### 2.1.1 Quanto à interface

Múltiplas caracterizam-se por apresentarem em sua trajetória pelo menos uma reflexão descendente. Considerando a interface mais rasa onde essa reflexão descendente acontece, as múltiplas podem ser:

- Múltiplas de superfície: múltiplas cuja reflexão descendente acontece na superfície (ver Figura 1, esquema à direita);
- Múltiplas internas: múltiplas cuja(s) reflexão(ões) descendente(s) acontecem em interfaces abaixo da superfície (ver Figura 1, esquema à esquerda).

Na Figura 1 são mostradas múltiplas classificadas de acordo com a interface mais rasa (contando de baixo para cima) onde a onda é “quicada” para baixo. No esquema à esquerda, tem-se um exemplo de múltipla interna e, no esquema à direita, tem-se uma múltipla de superfície.

**Figura 1: Exemplos de múltipla interna (à esquerda) e múltipla de superfície (à direita).**

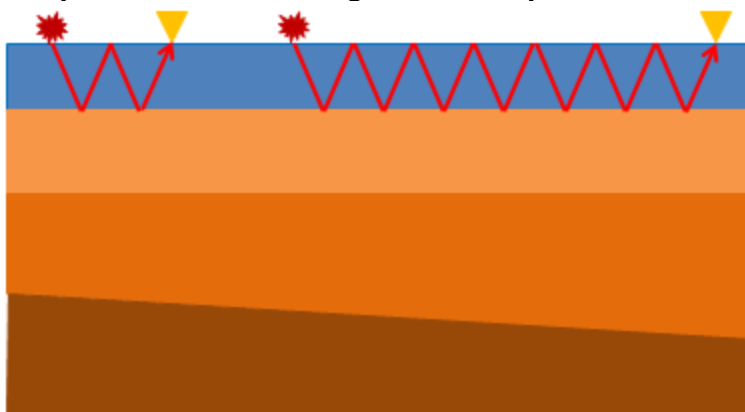


Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

No caso de dados marinhos, onde se realiza a maior parte dos levantamentos sísmicos atualmente, as múltiplas de superfície são facilmente verificadas, visto que as reflexões causadas pela interface ar-água (cujo coeficiente de reflexão é igual a -1) aparecem com grande amplitude no dado sísmico. Múltiplas internas aparecem muito fortes em ambientes complexos, como a região conhecida como pré-sal (MALCOM et al, 2008).

As múltiplas de superfície são divididas em subcategorias. À múltipla que viaja somente na camada de água, refletindo diversas vezes para cima e para baixo, sem viajar abaixo do fundo oceânico, dá-se o nome de múltiplas da camada (ou lâmina) de água ou múltiplas do fundo oceânico (Figura 2).

**Figura 2: múltiplas da camada de água, ou múltiplas do fundo oceânico.**

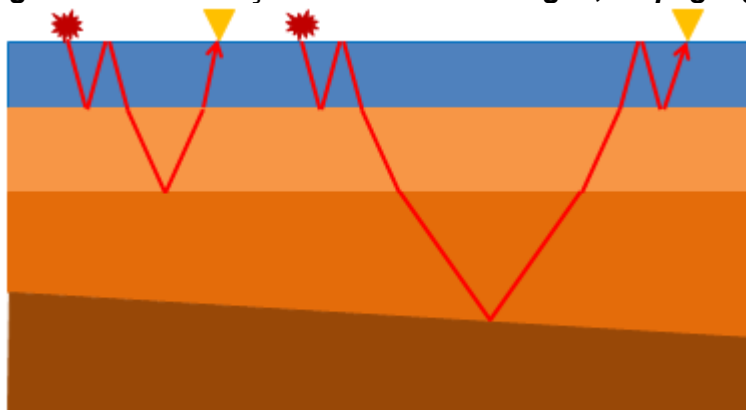


**Fonte: Adaptado de Vershuur (2006)**

As múltiplas de superfície que sofreram uma reflexão abaixo do fundo oceânico e uma ou mais reflexões na camada de água, conforme a Figura 3, são chamadas de reverberações da camada de água, também conhecidas como *peg-legs*.

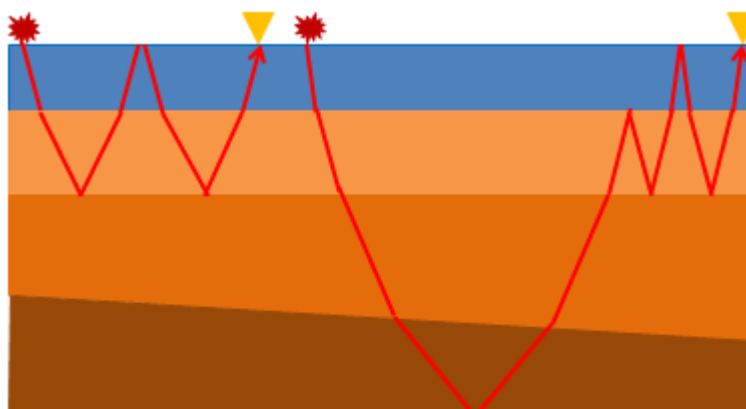
Múltiplas que, além de uma ou mais reflexões na superfície, sofreram mais de uma reflexão abaixo do fundo oceânico, não possuem um nome específico, cabendo a denominação geral de “outras múltiplas de superfície” (Figura 4):

Figura 3: reverberações da camada de água, ou *peg-legs*.



Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

Figura 4: outras múltiplas de superfície: sofreram mais de uma reflexão abaixo do fundo oceânico.



Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

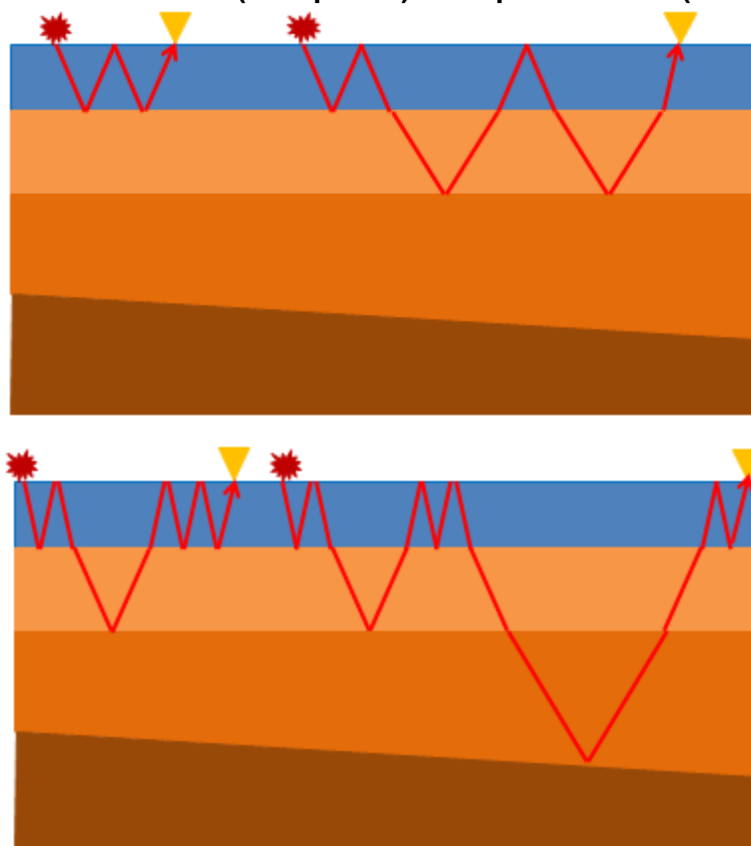
### 2.1.2 Quanto à ordem

Levando em consideração a quantidade de vezes que sofreram reflexão na superfície, as múltiplas podem ser classificadas em:

- Múltiplas de superfície de primeira ordem: quando a múltipla de superfície sofreu uma reflexão descendente na superfície;
- Múltiplas de superfície de segunda ordem: quando a múltipla de superfície sofreu duas reflexões descendentes na superfície.

.A ordem da múltipla de superfície, portanto, é igual ao número de vezes que ela foi “quicada” para baixo. Na Figura 5, são mostrados exemplos de múltiplas de superfície de primeira a quarta ordem:

Figura 5: Acima, exemplo de múltipla de superfície de primeira ordem (à esquerda) e de múltipla de superfície de segunda ordem (à direita). Abaixo, exemplo de múltipla de superfície de terceira ordem (à esquerda) e de quarta ordem (à direita).



Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

### 2.1.3 Quanto ao período

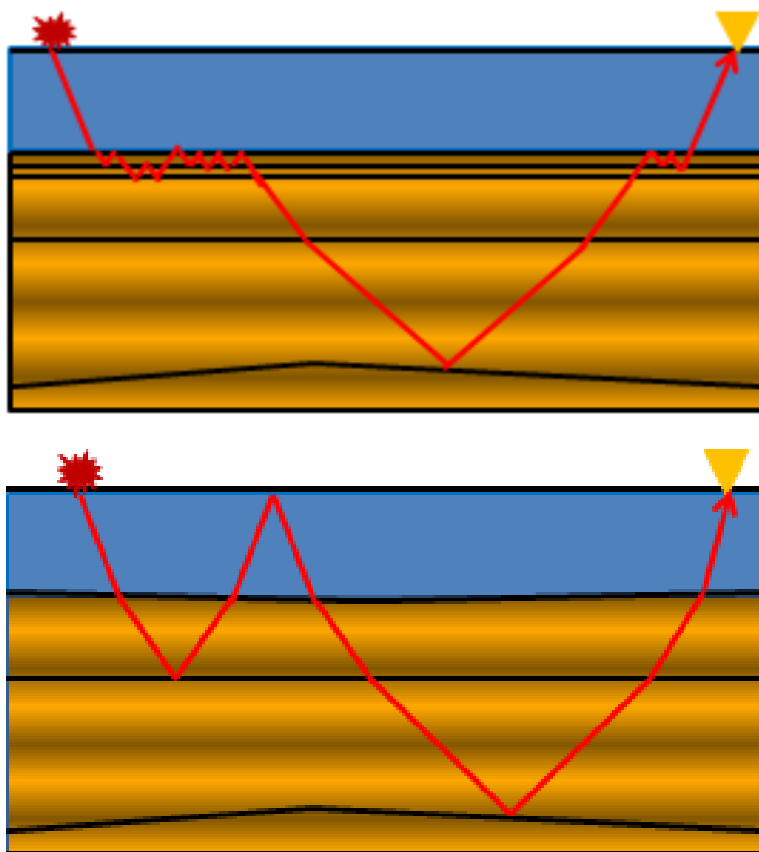
Quanto ao período, as múltiplas podem ser classificadas em:

- Múltiplas de longo período: com tempo de trânsito bem distinto das primárias, essas múltiplas podem ser reconhecidas como eventos separados e, por isso, têm um comportamento mais previsível, mais determinístico.

- Múltiplas de curto período : com tempo de trânsito muito próximo do tempo de trânsito das primárias, essas múltiplas não podem ser reconhecidas como eventos distintos das primárias que a geraram. Esse tipo de múltipla geralmente está relacionada a meios formados por camadas delgadas. Apresenta um comportamento mais estatístico (VERSCHUUR, 2006).

Na Figura 6, podem ser visualizados exemplos de múltiplas de longo e curto período.

**Figura 6: exemplo de múltipla de período curto (acima) e múltipla de período longo (abaixo).**



**Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)**

Na Figura 6, topo, observe-se que a múltipla de curto período não apresentará significativa diferença em seu tempo de trânsito em relação a uma reflexão primária, não sendo possível, portanto, a distinção entre esses dois eventos. Já no caso da múltipla de longo período, na parte de baixo da Figura 6, observa-se que a múltipla apresentará tempo de trânsito diferente em relação a uma reflexão primária, o que torna possível a distinção entre os dois eventos.

As metodologias analisadas neste trabalho fazem uso de múltiplas de superfície de longo período, de todas as ordens, para imagear a subsuperfície.

## 2.2 CARACTERÍSTICAS

As múltiplas apresentam algumas características gerais que permitem reconhecê-las em uma seção sísmica empilhada ou migrada. Em geral, elas podem ser reconhecidas pela repetição periódica de eventos de reflexão. Se em uma seção sísmica existem eventos que são repetidos em um intervalo regular,

com amplitude aumentando ou diminuindo também de forma regular, provavelmente esses eventos são múltiplas.

Outra característica das reflexões múltiplas está relacionada à inclinação. Se o refletor possui uma inclinação, esta aumenta à medida que aumenta a ordem das múltiplas. Portanto, se as primárias apresentam um determinado mergulho na seção sísmica empilhada ou migrada, múltiplas podem ser reconhecidas pelo progressivo aumento nesse mergulho.

Reflexões em interfaces profundas eventualmente podem causar interferência entre primárias e múltiplas, provocando um conflito de mergulhos entre esses eventos. Se esse conflito puder ser identificado na seção empilhada ou migrada, provavelmente é devido à presença de múltiplas.

Variações estruturais nos refletores que geram múltiplas, como a presença de estruturas em sinclinal e/ou anticlinal, podem afetar tempo de trânsito e amplitude do evento de reflexão, provocando um efeito de focalização e desfocalização na seção sísmica. Quanto maior a ordem das múltiplas, maior é esse efeito. No exemplo citado, a energia se concentra (focaliza) na estrutura em sinclinal, enquanto há um efeito de desfocalização às proximidades da estrutura em anticlinal (VERSCHUUR, 2006).

A magnificação dos efeitos de amplitude é outra característica das múltiplas. Múltiplas de altas ordens magnificam o efeito de variações laterais de amplitude nos refletores que as geram. Essa magnificação, combinada à magnificação das variações estruturais, explicadas anteriormente, podem produzir bandas verticais de alta e baixa energia ao longo da seção sísmica.

Por fim, pode-se ainda citar efeitos de interferência entre diferentes tipos de múltiplas ou entre primárias e múltiplas. Se isso ocorrer, será difícil reconhecer individualmente, em uma seção, os diferentes eventos de reflexão, devido ao forte e complexo padrão de interferência que será gerado.

Mais detalhes sobre as características explicadas, bem como exemplos de cada uma delas, podem ser encontrados em Verschuur (2006).

### 3 MÚLTIPLAS DE SUPERFÍCIE E IMAGEAMENTO SÍSMICO

Considerando que reflexões múltiplas viajam mais tempo na subsuperfície que as primárias, e, portanto, podem funcionar como uma fonte adicional de iluminação e assim revelar informações estruturais sobre o meio, vários métodos recentemente desenvolvidos utilizam as múltiplas no imageamento. Neste capítulo, é apresentado um apanhado dos principais métodos que utilizam múltiplas.

Provavelmente o primeiro trabalho realizado nesse sentido foi o de Reiter et al (1991), que realizou a migração Kirchhoff 2D pré-empilhamento ao longo do raio modelado das múltiplas. Sheng (2001a; 2001b), através da correlação de diferentes traços sísmicos, também tentou imagear múltiplas. Berkhout e Verschuur (1994b) e Guitton (2002) utilizam um método mais eficiente para migrar reflexões múltiplas, a migração por perfis de tiro, baseada na equação unidirecional da onda. Recentemente, Liu et al (2011) apresentaram a migração reversa no tempo (RTM – “*Reverse-Time Migration*”) com múltiplas, baseada na equação bidirecional da onda, com ótimos resultados. Shan (2003) e Shan e Guitton (2004), propõem gerar um novo *dataset*, as chamadas pseudoprimárias, e então realizar a migração fonte-receptor e a migração por perfis de tiro, respectivamente. Mujis et al (2007a) integram primárias e múltiplas em um processo mais robusto de imageamento, que produziu excelentes resultados.

Essas metodologias, mostradas ao longo deste capítulo, utilizam apenas múltiplas de superfície, embora também existam trabalhos que utilizam múltiplas internas com sucesso para imagear a subsuperfície, a exemplo de Malcom et al (2008; 2009).

#### 3.1 UTILIZAÇÃO DIRETA DE MÚLTIPLAS NA MIGRAÇÃO

##### 3.1.1 Migração Kirchhoff utilizando múltiplas

Em Reiter et al (1991), reflexões múltiplas geradas em levantamentos do tipo OBH<sup>1</sup> (ver Figura 7a) são utilizadas como sinal em águas profundas. É então usada a teoria do raio e a migração pré-empilhamento 2D em profundidade de Kirchhoff

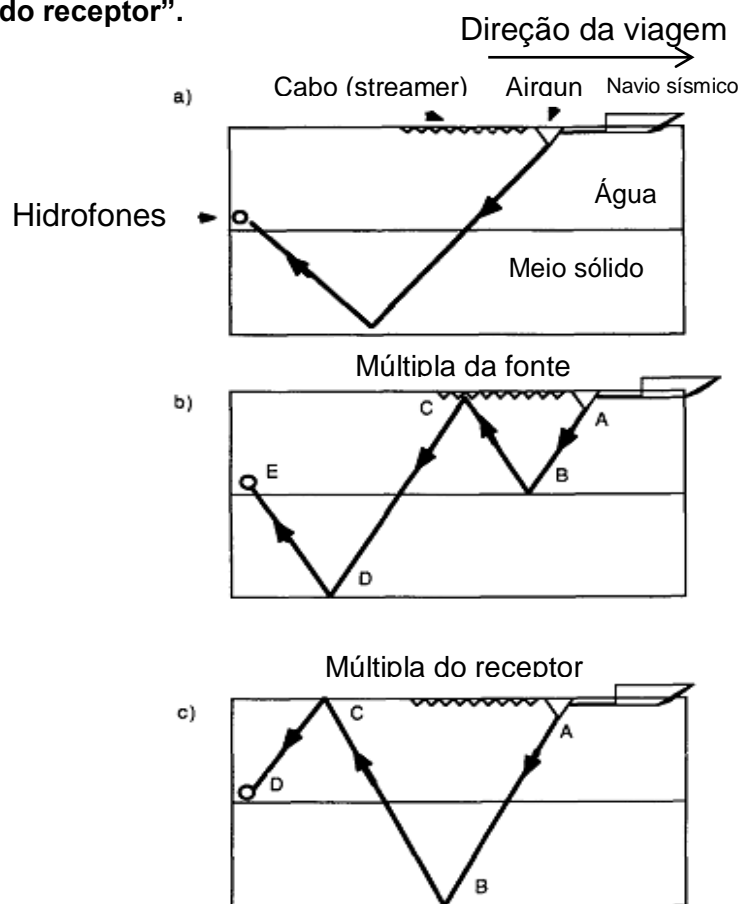
---

<sup>1</sup> Ocean bottom hydrophones: levantamento em que as fontes estão na superfície e os hidrofones estão no fundo oceânico.

ao longo das trajetórias correspondentes às múltiplas de primeira ordem da coluna de água em adição à trajetória da reflexão primária.

Uma dificuldade fundamental no tratamento de múltiplas de águas profundas como sinal refletido útil é a existência de duas trajetórias de trânsito separadas ao longo da qual a chegada registrada pode ter se propagado. Neste tipo de aquisição dois tipos de múltiplas são identificados: uma que possui uma reflexão no fundo oceânico abaixo da fonte, chamada de “múltipla da fonte” (ver Figura 7b), e outra que possui uma reflexão na superfície acima dos receptores, chamada de “múltipla do receptor” (ver Figura 7c).

**Figura 7: (a) aquisição OBH: as fontes são disparadas na superfície da água, enquanto os hidrofones são dispostos do fundo oceânico. (b) “múltipla da fonte”. (c) “múltipla do receptor”.**

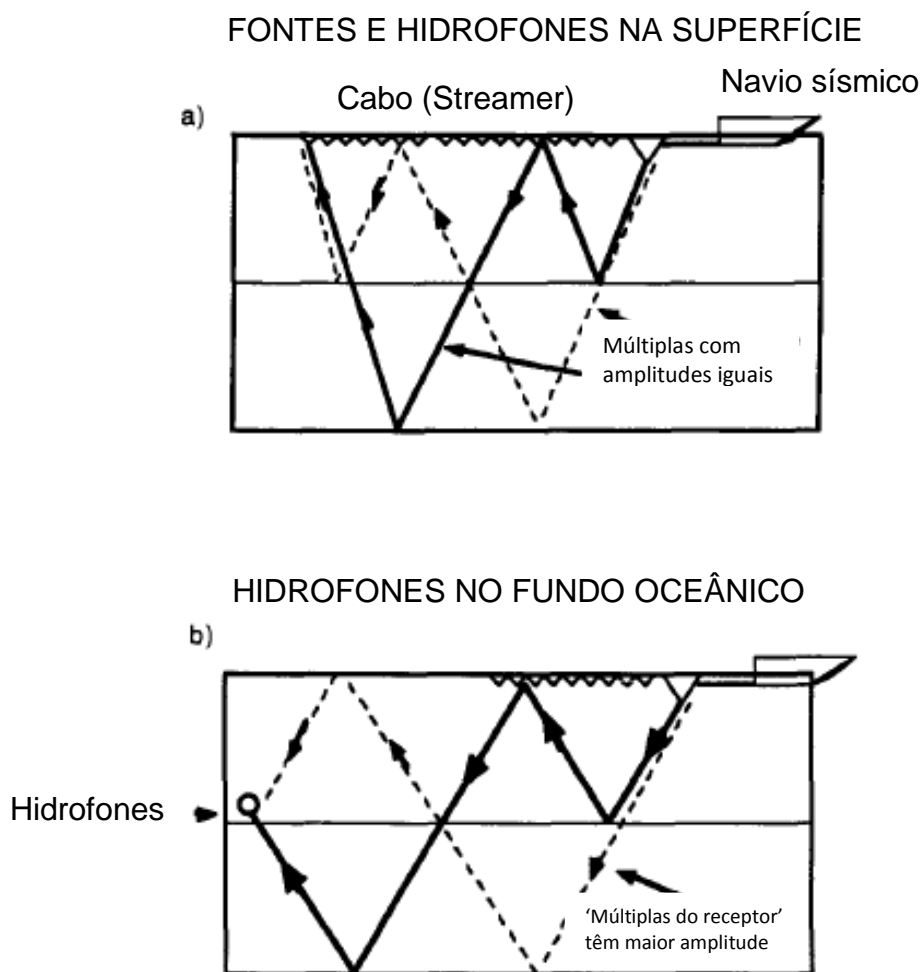


**Fonte: Reiter et al (1991).**

No caso da aquisição com fontes e receptores na superfície, as “múltiplas da fonte” e as “múltiplas do receptor” têm amplitudes aproximadamente iguais (Figura 8a). Em dados OBH, as “múltiplas do receptor” são dominantes no dado, pois têm amplitudes sensivelmente maiores que as “múltiplas da fonte” (Figura 8b). Essa é a

razão por que a metodologia de Reiter et al (1991) restringe-se a dados OBH. A relação entre as amplitudes das duas trajetórias de múltiplas está relacionada à consolidação do fundo oceânico: quanto menos rígido o fundo oceânico, menor seu coeficiente de reflexão e maior a razão entre a amplitude da “múltipla do receptor” e amplitude da “múltipla da fonte”. A separação entre esses dois tipos de múltiplas é então clara, mas é necessário também que elas sejam separadas das primárias. Por isso, a metodologia se restringe aos dados de grande profundidade, em que primárias e múltiplas estão bem separadas no tempo.

**Figura 8: (a) em uma aquisição com fontes e receptores na superfície, a “múltipla da fonte” e a “múltipla do receptor” apresentam amplitudes aproximadamente iguais. (b) em dados OBH, no entanto, as “múltiplas do receptor” apresentam amplitude significativamente maior que as “múltiplas da fonte”.**



**Fonte: Reiter et al (1991).**

A metodologia proposta por Reiter et al (1991), então, consiste em migrar o dado ao longo do caminho (raio) percorrido pela “múltipla do receptor” (de maior

amplitude e, portanto, mais significativa, pois aí se encontra a maior parte da energia das múltiplas), através da migração Kirchhoff 2D em profundidade pré-empilhamento, baseada na teoria do raio. Essa migração é baseada na seguinte equação, que representa a integral de Kirchhoff:

$$P_A = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left[ P \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial P}{\partial n} \right] dS \quad (1)$$

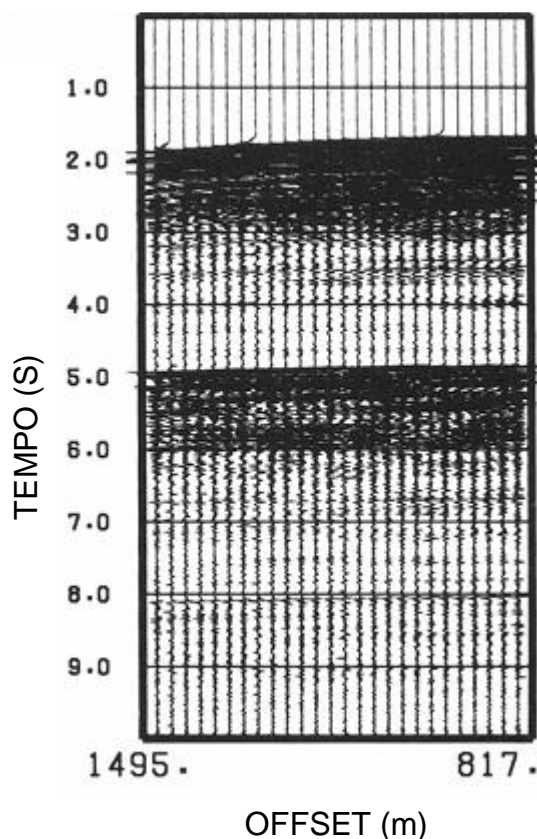
$P_A$  é o campo de pressão em determinado ponto  $A$  onde se deseja conhecê-lo;  $P$  é o campo de pressão registrado na superfície de aquisição  $S$ ;  $\vec{n}$  é o vetor normal a essa superfície e  $G$  é a função de Green, que depende das propriedades do meio e representa a resposta produzida na superfície  $S$  por uma fonte pontual em  $A$ .

Em Reiter et al (1991), a migração é realizada a partir da aproximação da equação (1) pela teoria do raio. Para realizar essa migração, devem ser calculadas as funções de Green associadas ao raio da “múltipla do receptor”. Para isso, são modelados raios que partem do ponto imagem da subsuperfície (o ponto B, na Figura 7c) e são refletidos na superfície de volta para o receptor no fundo oceânico. Também são modelados raios que partem do ponto imagem em subsuperfície para a fonte na superfície. Assim, para modelar as “múltiplas do receptor”, estas são extrapoladas ao longo do caminho D-C-B e, em seguida, imageadas no tempo de trânsito do caminho A-B, conforme a Figura 7c. Em outras palavras, o tempo de trânsito da múltipla é transformado no tempo de trânsito da primária. Para realizar essa modelagem e para estimar as funções de Green, no entanto, é necessário um conhecimento apurado do modelo de velocidade e dos limites geradores das múltiplas.

A metodologia foi aplicada a dados reais da costa Leste dos Estados Unidos, obtidos com aquisição OBH. Na Figura 9, o registro desse dado é mostrado.

**Figura 9: dados reais registrados com hidrofones no fundo oceânico (OBH).**

DADO REGISTRADO COM GEOMETRIA OBH

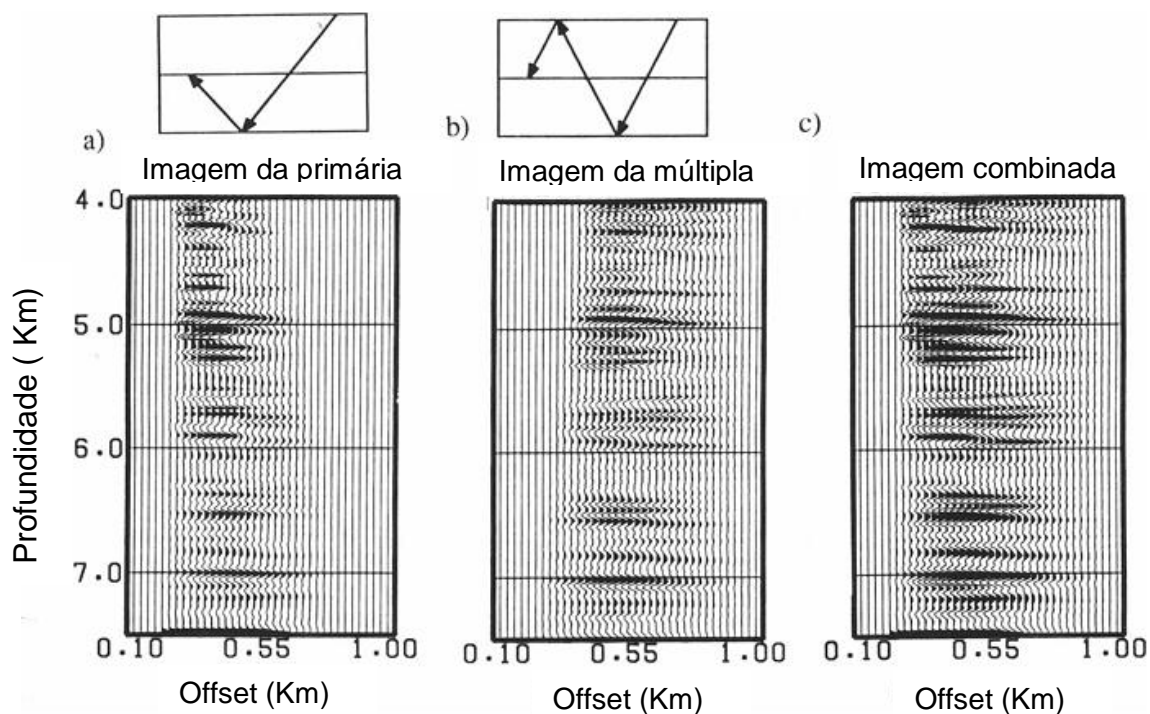


**Fonte: Reiter et al (1991).**

Foi realizada a migração Kirchhoff ao longo do raio da primária (resultado mostrado na Figura 10a) e ao longo do raio da “múltipla do receptor”, conforme proposto pela metodologia de Reiter et al (1991) (resultado mostrado na Figura 10b). Em seguida, os dois dados migrados foram somados, resultando em uma imagem combinada, cujo resultado é mostrado na Figura 10c.

A imagem gerada pela migração ao longo do raio da “múltipla do receptor” (Figura 10b) claramente apresenta maior extensão lateral, especialmente nas profundidades próximas à profundidade dos receptores, quando comparada à imagem gerada pela migração ao longo do raio da primária (Figura 10a). A clara correlação entre os refletores presentes nas duas imagens permite uma interferência majoritariamente construtiva, que produz, quando as imagens são somadas, uma imagem (Figura 10c) com maior cobertura lateral e maior razão sinal-ruído.

**Figura 10: (a) imagem obtida pela migração Kirchhoff convencional, ao longo do raio da primária; (b) imagem obtida pela migração ao longo do raio da “múltipla do receptor”; (c) imagem combinada, obtida pela soma das imagens 16a e 16b.**



**Fonte: Reiter et al (1991).**

Apesar das limitações (restrição a dados de águas profundas, com aquisição OBH, e dependência de um apurado modelo da subsuperfície), o trabalho de Reiter et al (1991) foi fundamental por ser um dos pioneiros na utilização de múltiplas para imagear a subsuperfície, produzindo resultados promissores. A limitação a dados OBH foi resolvida por De Roeck et al (2001, apud VERSCHUUR, 2006), que estenderam essa metodologia a dados de superfície. A utilização de filtros de velocidade de alta resolução possibilita separar primárias e múltiplas mesmo em águas menos profundas, resolvendo outra limitação da metodologia (REITER et al, 1991)

Entretanto, a exigência de um conhecimento preciso das propriedades do meio e dos geradores das múltiplas, a necessidade de extrair (separar) as múltiplas das primárias antes da migração, além da geração de três imagens (uma gerada pelas primárias, uma pelas múltiplas, e outra resultante da combinação entre as duas anteriores), o que implica um elevado custo computacional, são sérias desvantagens da metodologia proposta.

### 3.1.2 Utilização de múltiplas na migração por correlação

Em Sheng (2001a), as reflexões múltiplas são tratadas como sinal válido e utilizadas na migração por correlação<sup>2</sup> ou migração por correlograma<sup>3</sup>, em dados organizados em CDP (“*Common Depth Point*” – ponto comum em profundidade). O método é uma extensão do imageamento proposto por Schuster e Rickett (2000), que consiste no imageamento utilizando interferometria<sup>4</sup> (SCHUSTER, 2001).

A metodologia de Sheng (op.cit.) baseia-se no fato de que as múltiplas são eventos correlacionáveis em diferentes traços sísmicos (se uma múltipla é registrada em um traço, múltiplas de maior ou menor ordem também são registradas em outros traços).

A correlação é uma medida de similaridade entre dois sinais, uma medida de como esses sinais se relacionam (LEITE, 2008). Dadas duas funções  $f(t)$  e  $g(t)$ , a correlação entre elas é representada pela seguinte equação:

$$\phi_{fg}(\tau) = f(t) \otimes g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t - \tau)dt \quad (2)$$

Na equação (2),  $\phi_{fg}(\tau)$  é o resultado da operação de correlação, representada pelo símbolo  $\otimes$ , entre duas funções arbitrárias  $f(t)$  e  $g(t)$ .  $\tau$  é o deslocamento de tempo dado à função  $g(t)$  para realizar a operação.

No domínio da frequência, a correlação equivale a multiplicar uma função pelo complexo conjugado da outra. Dados os pares tempo-frequência, obtidos por Transformada de Fourier,  $f(t) \leftrightarrow F(w)$ ,  $g(t) \leftrightarrow G(w)$  e  $\phi_{fg}(t) \leftrightarrow \Phi_{FG}(w)$ , tem-se:

$$\phi_{fg}(t) = f(t) \otimes g(t) \leftrightarrow \Phi_{FG}(w) = F(w).G^*(w) \quad (3)$$

O símbolo  $G^*$  representa o conjugado complexo da função  $G$ . A equação (3) representa a chamada cross-correlação ou correlação cruzada (“*crosscorrelation*”). Através dela, remove-se o termo comum de fase entre duas funções e multiplicam-se suas amplitudes. É justamente nisso que se baseia a migração por correlação

---

<sup>2</sup> *Crosscorrelation migration*

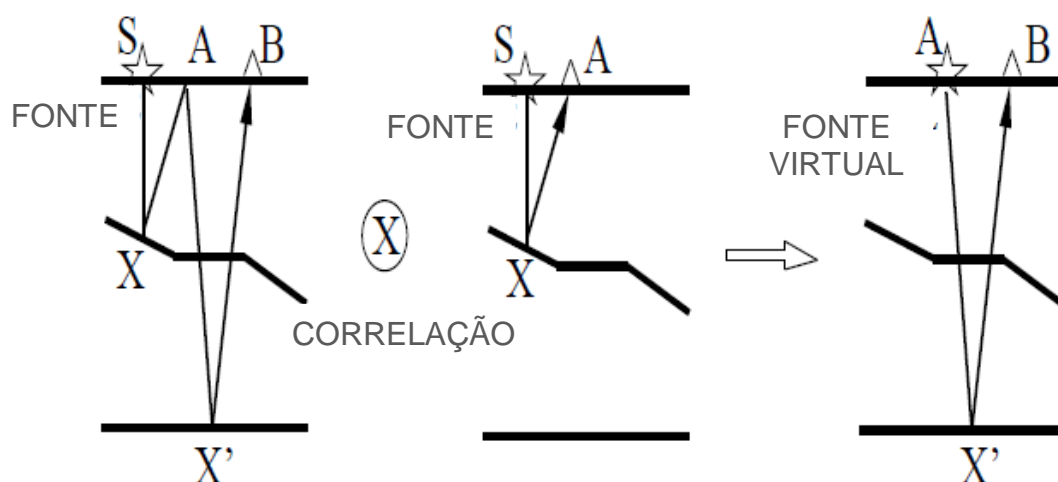
<sup>3</sup> *Crosscorrelogram migration*

<sup>4</sup> *Interferometric imaging* ou *Daylight imaging*

de Sheng (2001a): correlacionar dois traços (um registrando a primária e outro registrando a múltipla de superfície correspondente), para remover o termo de fase comum entre eles. Assim, apenas o termo referente à reflexão múltipla adicional sobrevive à correlação, tornando possível seu imageamento.

Os princípios da migração por correlação utilizando múltiplas são explicados com a Figura 11.

**Figura 11: ilustração do princípio da migração por correlação.**



**Fonte: Sheng (2001a)**

À esquerda da Figura 11, uma múltipla de superfície é registrada no traço B com um tempo de trânsito igual a  $\tau_{SX} + \tau_{XA} + \tau_{AX'} + \tau_{X'B}$ . No domínio da frequência, após a Transformada de Fourier Direta, este registro, representado por  $d_B$ , com  $R$  representando o coeficiente de reflexão na interface da camada, é:

$$d_B = R^2 e^{i\omega(\tau_{SX} + \tau_{XA} + \tau_{AX'} + \tau_{X'B})} \quad (4)$$

No esquema do meio da Figura 11, uma reflexão primária é registrada em A, com tempo de trânsito igual a  $\tau_{SX} + \tau_{XA}$ . Seu registro no domínio da frequência é:

$$d_A = R e^{i\omega(\tau_{SX} + \tau_{XA})} \quad (5)$$

Esses dois traços, A e B, são então correlacionados. Como já explicado, isso equivale, no domínio da frequência, a multiplicar o registro em B pelo conjugado complexo do registro em A:

$$d_B d_A^* = R^2 e^{i\omega(\tau_{SX} + \tau_{XA} + \tau_{AX'} + \tau_{X'B})} \cdot R e^{-i\omega(\tau_{SX} + \tau_{XA})} = R^3 e^{i\omega(\tau_{AX'} + \tau_{X'B})} \quad (6)$$

O resultado da equação (6) é equivalente ao traço que seria registrado em B se houvesse uma fonte em A, devido a uma reflexão em  $X'$ . Diz-se, portanto, que a correlação entre os traços A e B cria uma “fonte virtual” em A, conforme mostrado no esquema à direita da Figura 11. Realizando a correlação de A com vários pontos B, em diferentes posições na superfície, forma-se uma família de “pseudo-tiro” (ou “tiro virtual”, já que não há, de fato, uma fonte em A) em comum.

No entanto, a equação (6) representa apenas a correlação entre o evento da múltipla no traço B e o evento de primária no traço A (o equivalente ao termo  $i = 2$  nas equações do APÊNDICE A). Ambos os traços apresentam outros eventos além dos citados, que podem gerar artefatos capazes de prejudicar a qualidade do resultado final, mas é a correlação mostrada na equação (6) que contribuirá para o imageamento da refletividade do meio. Para uma análise em maiores detalhes, consultar o APÊNDICE A.

Aplica-se então, ao resultado da correlação, um operador de migração  $m(X)$ , de acordo com a equação (7):

$$m(X) = e^{-i\omega(\tau_{AX} + \tau_{XB})} \quad (7)$$

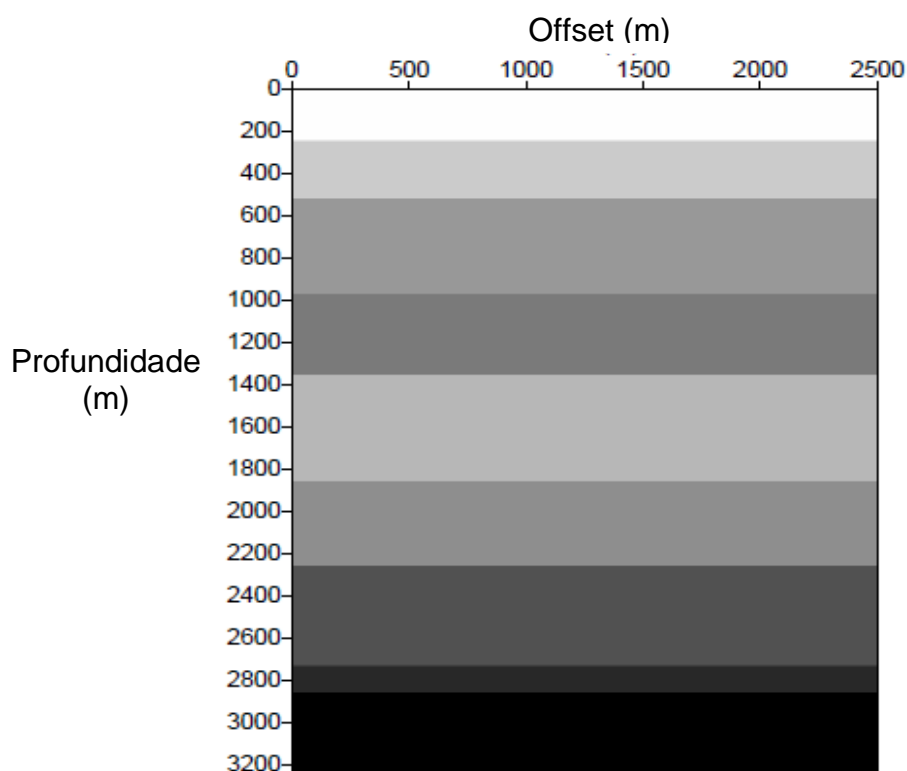
Comparando a equação (7) com a equação (6), vê-se que, se  $X$  for um ponto de reflexão em subsuperfície, ou seja, se  $X$  coincidir com  $X'$ , ocorrerá interferência construtiva entre o resultado da correlação e o operador de migração, que produzirá uma imagem. Se, ao contrário,  $X$  não coincidir com  $X'$ , a interferência será destrutiva e não será formada uma imagem. Mais detalhes sobre esse processo de imageamento por correlação encontram-se no APÊNDICE A.

Sheng (2001a) propõe, então, combinar a imagem produzida com as múltiplas, através da metodologia apresentada, com a imagem produzida pelas primárias através da migração Kirchhoff em profundidade. De tal modo, pode-se eliminar o *aliasing* não correlato (resultante, principalmente, de artefatos gerados pela correlação entre primárias) e realçar os eventos correlatos.

A proposta de Sheng (2001a) foi aplicada a um modelo sintético de nove camadas planas e horizontais, mostrado na Figura 12. A esse dado, foi aplicada a migração Kirchhoff padrão (cujo resultado é mostrado na Figura 13) e a migração por correlação utilizando múltiplas (Figura 14). Na Figura 15, é mostrada a imagem gerada quando se multiplicam as imagens das Figuras 13 e 14.

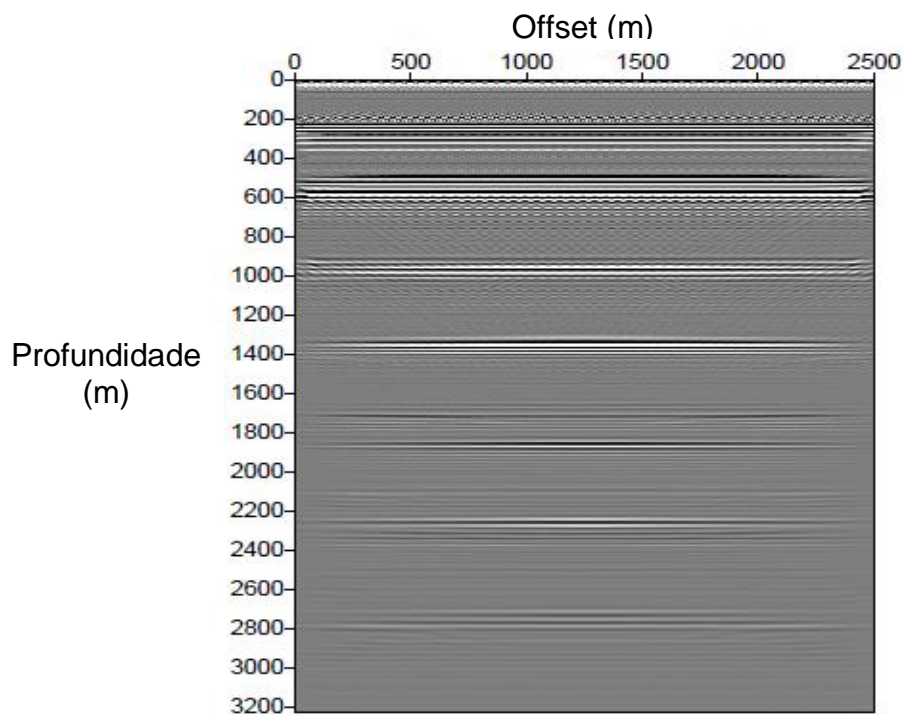
Observa-se, tanto na Figura 13 (Kirchhoff) quanto na Figura 14 (correlação), uma quantidade significativa de artefatos, que podem inclusive ser erroneamente interpretados como refletores em subsuperfície. Quando, porém, essas imagens são multiplicadas, os artefatos localizados em posições diferentes nas duas imagens são atenuados e os reais refletores são realçados, de modo que o resultado final é uma imagem com maior razão sinal-ruído, melhor resolução vertical e melhor focalização dos refletores

**Figura 12: dado sintético com nove camadas.**



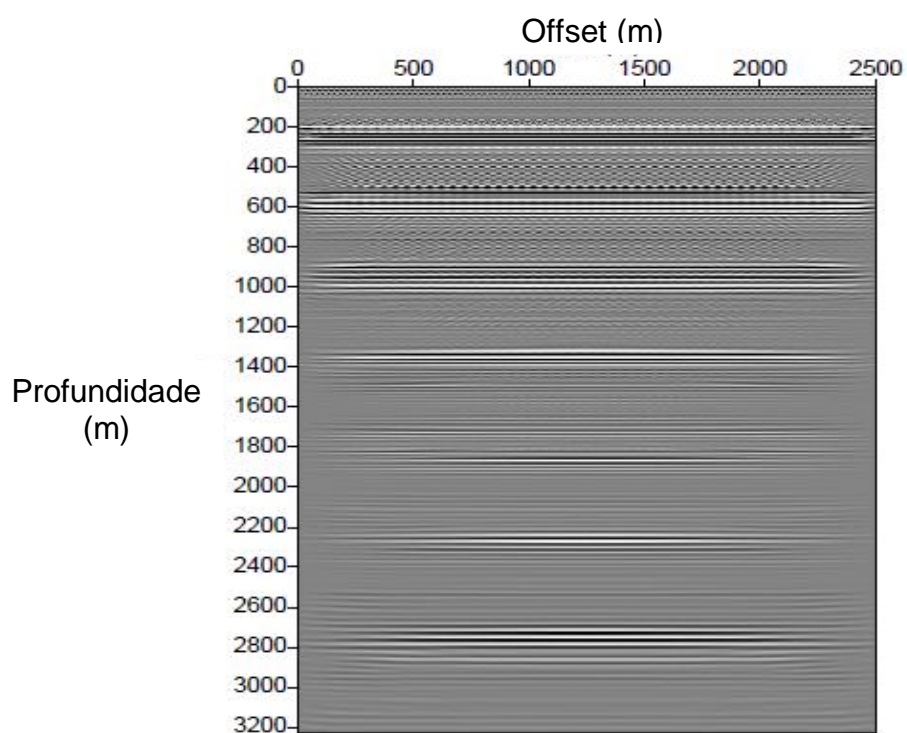
**Fonte: Sheng (2001a)**

Figura 13: imagem obtida com a migração Kirchhoff convencional, em profundidade, para o dado de nove camadas da Figura 12.



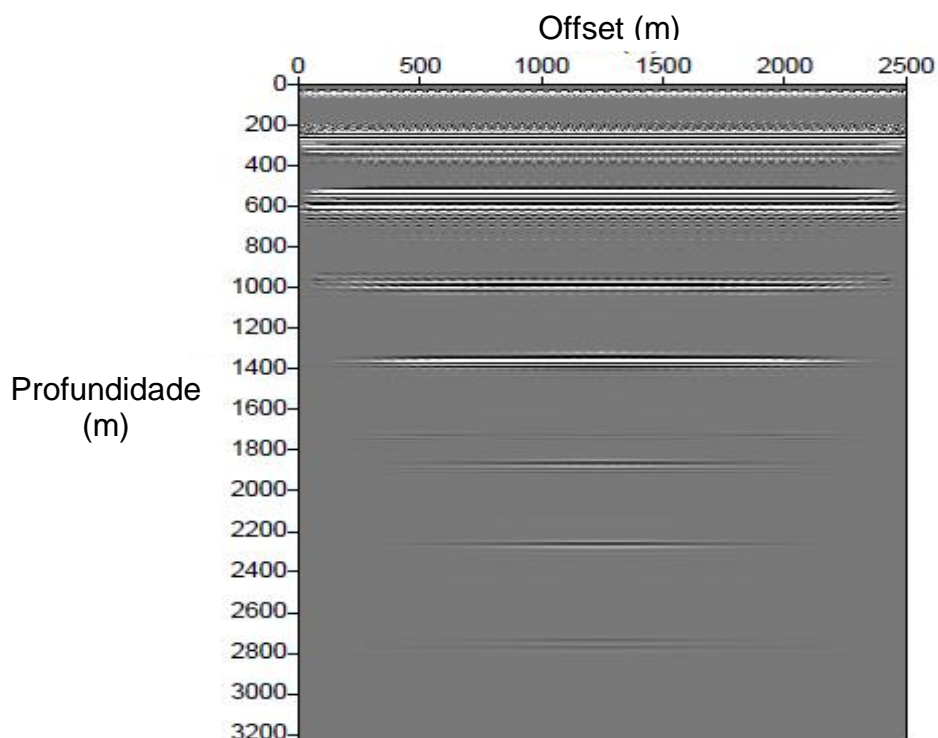
Fonte: Sheng (2001a)

Figura 14: imagem obtida com a migração por correlação, utilizando reflexões múltiplas, para o dado de nove camadas da Figura 12.



Fonte: Sheng (2001a)

**Figura 15:** imagem obtida pela multiplicação entre as imagens geradas pela migração Kirchhoff (Figura 13) e pela migração por correlação utilizando reflexões múltiplas (Figura 14), para o dado de nove camadas da Figura 12.



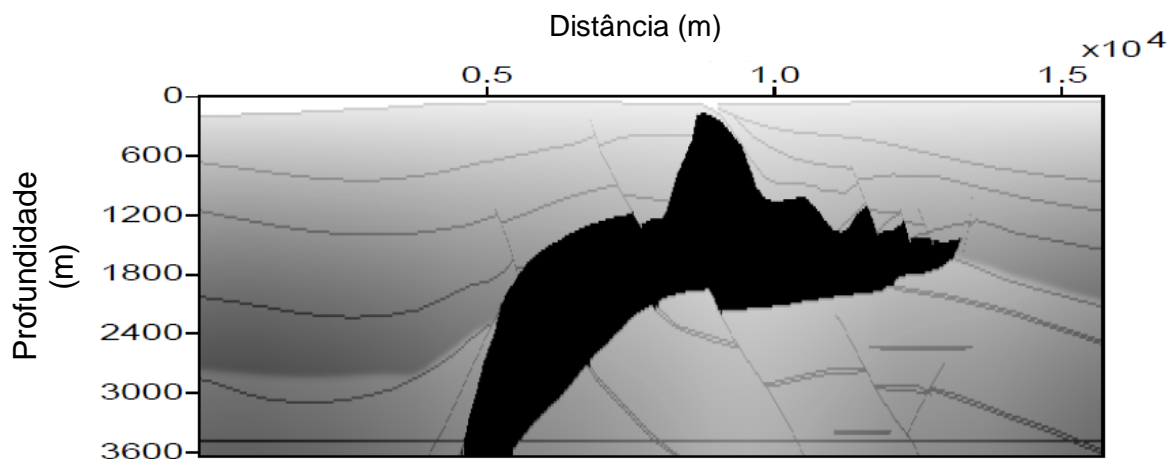
**Fonte: Sheng (2001a)**

A aplicação da metodologia de Sheng (2001a), portanto, mostrou-se eficaz para dados sintéticos com refletor planos. Porém, para modelos geologicamente mais complexos, como se verá a seguir, a metodologia não é tão eficiente.

O modelo SEG/EAGE, mostrado a seguir na Figura 16, é um dado sintético, produzido em conjunto pela SEG (Society of Exploration Geophysicists) e pela EAGE (European Association of Geoscientists and Engineers), desenvolvido para testar tratamentos de reflexões múltiplas e a efetividade de diferentes métodos de migração. Representa um corpo de sal, em um complexo cenário geológico.

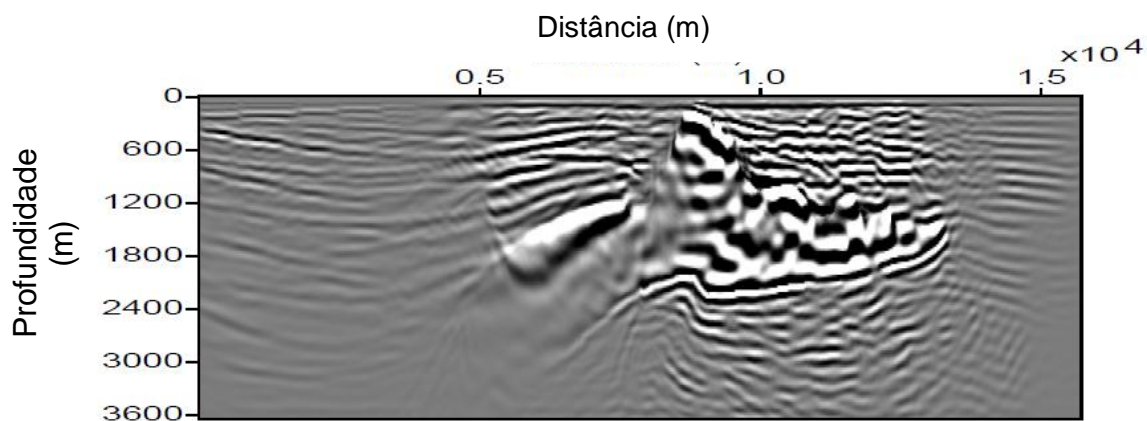
Para esse modelo, foram geradas três imagens: a Figura 17 mostra a imagem obtida com a migração por correlação utilizando reflexões múltiplas; a Figura 18 mostra a imagem obtida pela migração Kirchhoff convencional; e a Figura 19 mostra a imagem obtida pela multiplicação entre as imagens geradas pela migração Kirchhoff e pela migração por correlação utilizando múltiplas.

Figura 16: modelo de sal SEG/EAGE, usado para testar a metodologia de SHENG (2001a).



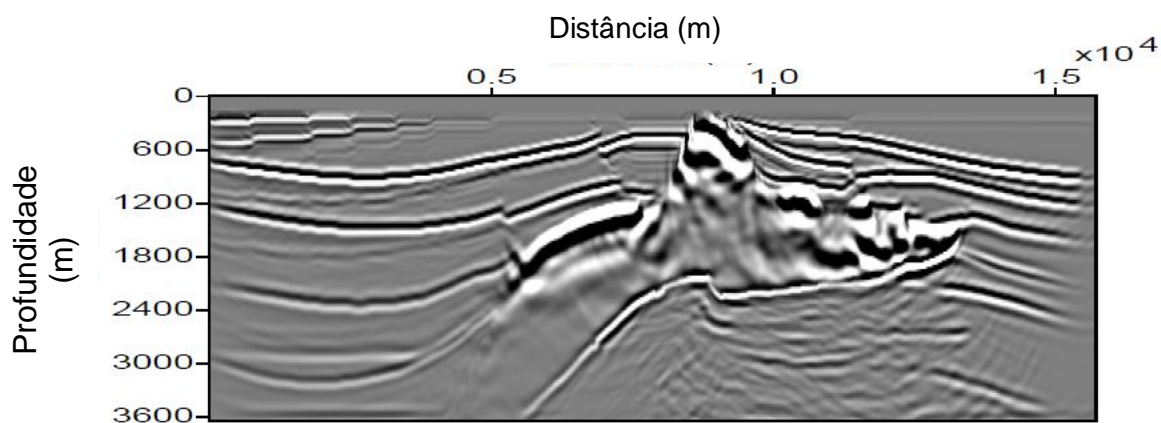
Fonte: Sheng (2001a).

Figura 17: imagem obtida pela migração por correlação utilizando múltiplas, para o modelo SEG/EAGE.



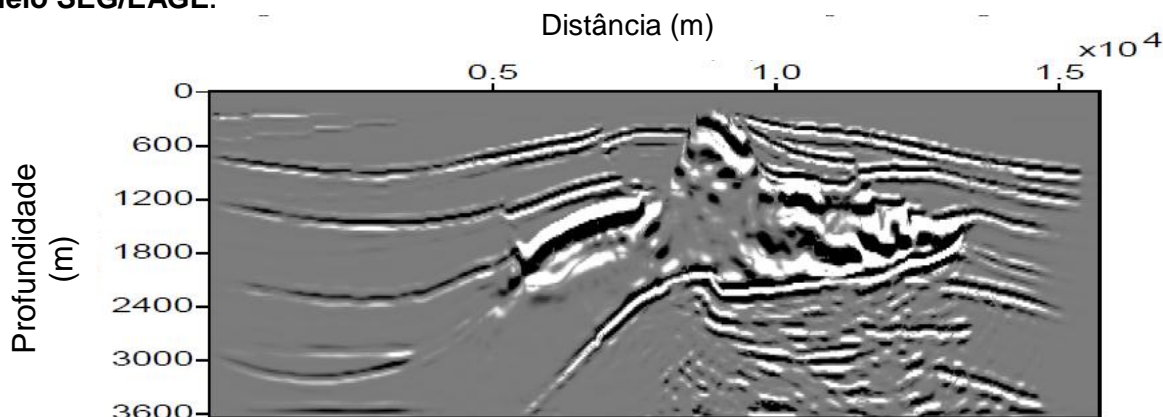
Fonte: Sheng (2001a).

Figura 18: imagem obtida pela migração Kirchhoff, para o modelo SEG/EAGE.



Fonte: Sheng (2001a).

**Figura 19: imagem obtida pela multiplicação entre os resultados obtidos pela migração Kirchhoff e pela migração por correlação utilizando múltiplas, para o modelo SEG/EAGE.**



Fonte: Sheng (2001a).

A Figura 17 mostra que a migração por correlação produziu uma imagem pouco satisfatória e cheia de artefatos da subsuperfície. A Figura 18, obtida com a migração Kirchhoff, embora seja melhor que a anterior, sofre com uma grande quantidade de artefatos em várias regiões, a exemplo da parte rasa, da região à esquerda do corpo do sal e do próprio interior do corpo do sal, além de não imagear satisfatoriamente o meio abaixo do corpo de sal. A Figura 19 (gerada pela multiplicação entre as imagens anteriores) mostra uma sensível atenuação de artefatos na esquerda da seção e no interior do corpo de sal. No meio abaixo do corpo de sal, porém, artefatos causados por múltiplas internas e múltiplas de superfície de alta ordem (desconsideradas na migração por correlação – APÊNDICE A) prejudicam a interpretação.

Alguns artefatos gerados pela migração Kirchhoff e pela migração por correlação utilizando múltiplas podem aparecer na mesma posição, o que impossibilita sua atenuação pela multiplicação direta entre as duas imagens (SHENG, 2001b). Além disso, a assinatura da fonte eleva-se ao quadrado, causando distorções de amplitude e prejudicando o realce dos refletores, o que limita a qualidade do resultado final.

Calcular localmente a correlação entre as duas imagens, ao invés de multiplicá-las diretamente, é a proposta de Sheng (2001b) para melhorar a metodologia. Dessa maneira, os efeitos da assinatura da fonte, assim como os artefatos, podem ser atenuados, mesmo que os últimos apareçam na mesma posição em ambas as imagens.

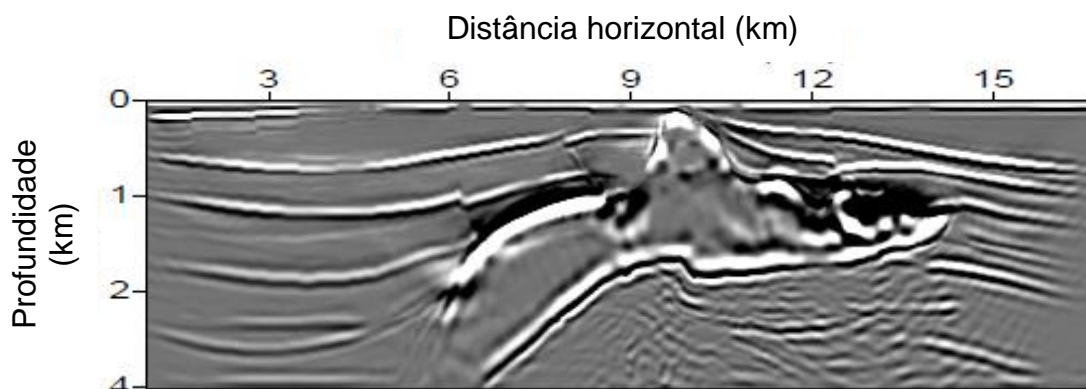
Essa nova técnica, que consiste em uma multiplicação ponderada, produz uma imagem que o autor chama de “merged” (do inglês: misturada, fundida), representada por  $M_{s,M}(x)$ , cuja expressão matemática, para um tiro  $s$ , é:

$$M_{s,M}(x) = C(x)M_{s,K}(x) \quad (8)$$

$M_{s,K}(x)$  é a imagem gerada pela migração Kirchhoff para o tiro  $s$ , enquanto  $C(x)$  é o resultado da correlação entre a imagem gerada pela migração Kirchhoff e a imagem gerada pela migração por correlação, dentro de uma janela local cujo centro é o ponto  $x$ . Na prática, usa-se uma janela de 40 traços de “largura” e 20 pontos de amostra de “altura” (SHENG, 2001b).  $C(x)$  funciona como um “peso”, pelo qual a imagem gerada pela migração Kirchhoff será multiplicada para produzir a imagem fundida. A imagem final é obtida pela soma das imagens obtidas para todos os tiros  $s$ .

Esta nova técnica foi aplicada ao mesmo modelo SEG/EAGE para o qual a metodologia anterior (SHENG, 2001a) não havia produzido resultados satisfatórios. O resultado obtido é mostrado na Figura 20:

**Figura 20: imagem fundida (“merged”) obtida com a metodologia de SHENG (2001b) para o modelo SEG/EAGE.**



**Fonte: Sheng (2001b).**

Comparando a Figura 20 (multiplicação ponderada) com a Figura 19 (multiplicação direta), pode-se ver notar que o corpo de sal está melhor delineado quando se realiza a multiplicação ponderada, especialmente a parede íngreme mais à esquerda da seção. Além disso, as amplitudes são mais conservadas e os artefatos, especialmente abaixo do corpo do sal, são melhor atenuados. Ainda assim, fica difícil interpretar as falhas e os refletores dessa região, o que pode ser

parcialmente justificado pelo fato de o método Kirchhoff, em si, apresentar dificuldades para o imageamento abaixo de um corpo de sal (SHENG, 2001b).

Uma das principais vantagens da migração por correlação utilizando reflexões múltiplas é que o método não exige que as múltiplas sejam periódicas, funcionando provavelmente até melhor para dados com múltiplas não periódicas (SHENG, 2001a). A combinação das imagens da migração Kirchhoff e da migração por correlação é capaz de realçar os reais refletores e atenuar artefatos. Se a correlação for realizada localmente, pode-se obter melhores resultados, com melhor preservação de amplitude e refletores melhor focalizados e delineados, e o ruído nem precisa ser retirado previamente do dado (SHENG, 2001b).

Entretanto, a metodologia precisa ser melhorada para imageamento abaixo do sal e para dados geologicamente complexos em geral (SHENG, 2001a). O tratamento de múltiplas de superfície de altas ordens e múltiplas internas também precisa ser aprimorado. Além disso, o custo computacional é muito grande, já que é necessário migrar o dado duas vezes (uma com a migração Kirchhoff e outra com a migração por correlação) para gerar uma terceira imagem migrada, resultante da combinação entre as duas imagens anteriores. Essa etapa, no entanto, não pode ser evitada, pois, caso contrário, os artefatos – outra desvantagem - presentes na imagem da migração por correlação (resultantes da correlação entre primárias (termo  $i = 1$ ), da correlação entre múltiplas e primárias (termo  $i = 3$ ) e da correlação entre múltiplas (termo  $i = 4$ ) - APÊNDICE A) não serão eliminados, limitando bastante a razão sinal-ruído e a resolução da imagem final.

Se as imagens da migração por correlação e da migração Kirchhoff forem combinadas através do cálculo da correlação local, conforme Sheng (2001b), o custo cresce ainda mais, dependendo da janela escolhida. Apesar dessas desvantagens, a metodologia obteve, em geral, bons resultados para dados sintéticos, mas aplicá-la a dados reais seria interessante para testar sua efetiva eficiência.

Uma última observação é válida: apesar da migração por correlação utilizando múltiplas estar aqui elencada como ‘utilização de múltiplas na migração’ (seção 3.1), como de fato é, a utilização direta também de reflexões primárias permitiria inclui-la também em ‘imageamento conjunto de primárias e múltiplas’

(seção 3.3). A geração de um traço equivalente ao que seria registrado se houvesse uma fonte em A e um geofone em B (Figura 11) assemelha-se ao princípio usado na geração de pseudoprímarias (seção 3.2). No entanto, pela utilização de princípios de interferometria, assim como pelo apoio na teoria do raio e pela combinação com a migração Kirchhoff, decidiu-se incluir a migração por correlação nesta seção 3.1.

### 3.1.3 Migração de múltiplas por perfis de tiro

Berkhout (1993a) e Berkhout e Verschuur (1994b) provavelmente foram os pioneiros na utilização de múltiplas em um esquema de migração por perfis de tiro, ou migração por registro de tiro, ou ainda migração no domínio do tiro (“*shot-profile migration*”, “*shot record migration*”, “*migration per shot record*”).

A migração por perfis de tiro, conforme postulado por Jacobs (1982, apud BIONDI, 2003), é um método de migração pré-empilhamento que trata cada tiro como um evento físico independente, que será migrado separadamente. Somente então, os tiros são empilhados para gerar uma imagem final.

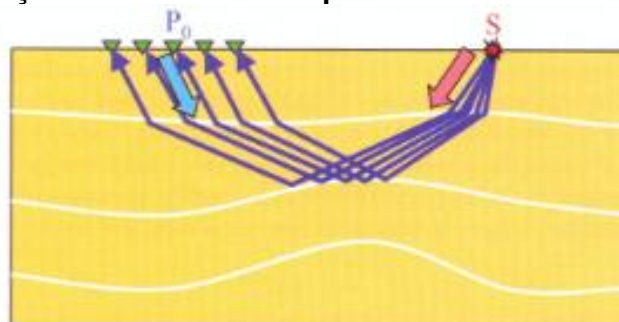
O método apoia-se na extrapolação de campo de onda (APÊNDICE B). O campo das fontes é diretamente extrapolado para um determinado nível de profundidade e o campo dos receptores é inversamente extrapolado para o mesmo nível de profundidade. Os dois campos extrapolados são então correlacionados e seleciona-se a componente de tempo zero (condição de imagem) para extrair uma imagem desse nível de profundidade. A repetição desse procedimento para todas as profundidades gera uma imagem completa da subsuperfície. A migração por perfis de tiro, utilizando reflexões primárias e reflexões múltiplas, está esquematizada nas Figuras 21a e 21b, respectivamente.

Na migração por perfis de tiro convencional (Figura 21.a), o campo-fonte é aproximado por uma função impulso (função delta), e o campo-receptor é o registro de tiro apenas com as reflexões primárias (sem as múltiplas).

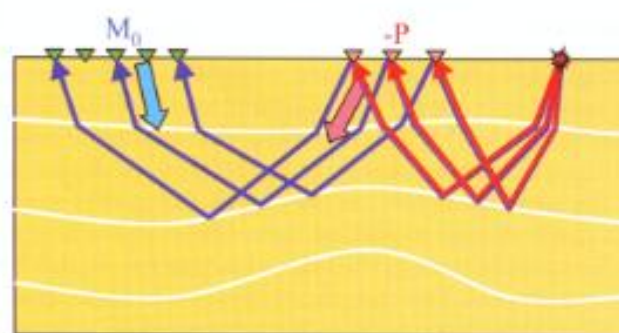
No esquema para migração de múltiplas (Figura 21.b), entretanto, utiliza-se como campo-fonte o dado inteiro registrado (primárias e múltiplas) e, como campo-receptor, utiliza-se as múltiplas de superfície. Assim, similarmente ao modelo de geração de múltiplas do SRME (APÊNDICE C), as primárias funcionarão como

fontes que geram múltiplas de primeira ordem, as múltiplas de primeira ordem geram múltiplas de segunda ordem, e assim por diante.

**Figura 21: princípio da migração por perfis de tiro para: (a) a migração de reflexões primárias, e (b) migração de reflexões múltiplas.**



**(a) Migração por perfis de tiro para reflexões primárias**



**(b) Migração por perfis de tiro para reflexões múltiplas**

**Fonte: Verschuur (2006)**

Este processo, ao contrário do proposto por Reiter et al (1991), não necessita do conhecimento preciso dos limites geradores das reflexões múltiplas para a modelagem das funções de Green, pois utiliza a equação de onda unidirecional para a propagação dos campos de ondas.

A migração de múltiplas por perfis de tiro tem, em vez de fontes pontuais, fontes areais, necessitando, portanto, de uma migração por perfis de tiro areal (RIETVELD e BERKHOUT, 1993) É importante salientar que o campo-fonte (ou seja, o dado com primárias e múltiplas) deve ser revertido no tempo antes da extrapolação, para indicar a reflexão que sofreu na superfície. No domínio da frequência, isso é feito tomando o conjugado complexo do campo-fonte.

Se  $D(x_D, z = 0, w, s)$  é o campo-fonte (ou campo de onda descendente, ou campo iluminador) registrado na superfície (profundidade  $z = 0$ ) e depende da posição horizontal da fonte ( $x_D$ ), da frequência  $w$  e do tiro  $s$  que está sendo

migrado, ele é extrapolado para uma profundidade  $z$  a partir da equação da onda descendente:

$$\frac{\partial}{\partial z} D(x_D, z, w, s) = \frac{-iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} D(x_D, z = 0, w, s) \quad (9)$$

Similarmente, o campo-receptor, (ou campo de onda ascendente, ou campo refletido/registrado), representado por  $U(x_U, z = 0, w, s)$  e registrado na superfície na posição lateral do receptor  $x_U$ , frequência  $w$  e tiro  $s$ , é extrapolado para uma profundidade  $z$  através da equação da onda ascendente:

$$\frac{\partial}{\partial z} U(x_U, z, w, s) = \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} U(x_U, z = 0, w, s) \quad (10)$$

Para o caso da migração de reflexões múltiplas,  $D(x_D, z = 0, w, s) = P(x_D, x_U, z = 0, w, s)$  (o campo-fonte é o dado total registrado) e  $U(x_U, z = 0, w, s) = M_0(x_U, z = 0, w, s)$  (o campo-receptor são as múltiplas de superfície).

O operador  $\sqrt{1 + \frac{v^2(x, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}$  é o chamado operador pseudo-parcial diferencial (ZHANG, 1993). Para meios sem variação lateral de velocidade, ele pode ser representado no domínio de Fourier e ser resolvido por um *shift* de fase. Para meios lateralmente heterogêneos, no entanto, o operador precisa ser resolvido por métodos numéricos como Diferenças Finitas (CLAERBOUT, 1985) e *split-step* (STOFFA et al, 1990, apud SILVA, 2007). As integrais de Kirchhoff e Rayleigh (APÊNDICE B) também podem ser usadas para realizar a extrapolação.

A condição de imagem da migração por perfis de tiro consiste em correlacionar (“*crosscorrelate*”) os dois campos extrapolados a cada nível de profundidade e selecionar a componente de tempo e offset zero. Assim, onde existe um refletor, os campos se correlacionam, formando uma imagem. Se esse processo é repetido para todas as profundidades, uma imagem completa da subsuperfície é obtida. O empilhamento de todos os tiros produz a imagem final. É importante ressaltar, ainda, que esse método é aplicado no domínio da frequência, geralmente uma frequência por vez. Isto é, migra-se separadamente cada registro

monocromático de tiro para todos os níveis de profundidade, e, então, somam-se todos os tiros e todas as frequências. Assim, a imagem  $I(x, z)$  é obtida através da soma, para todas as frequências e todos os tiros, do resultado da correlação entre o campo-fonte e o campo-receptor, de acordo com a equação (11):

$$I(x, z) = \sum_w \sum_s U(x_U = x, z, w, s) D^*(x_D = x, z, w, s) \quad (11)$$

Para a migração das múltiplas,  $D(x_D = x, z, w, s) = P(x_D = x, z, w, s)$  e  $U(x_U = x, z, w, s) = M_0(x_U = x, z, w, s)$ , como já dito. A imagem é então:

$$I(x, z) = \sum_w \sum_s M_0(x_U = x, z, w, s) P^*(x_D = x, z, w, s) \quad (12)$$

Verschuur (2006) relaciona o processo acima descrito às equações do SRME. Adotando a notação matricial, descrita no APÊNDICE C, um registro de tiro, no domínio da frequência, pode ser escrito como:

$$\vec{P}_0 = \mathbf{X}_0 \vec{S} \quad (13)$$

$\vec{P}_0$  é um vetor-coluna da matriz monocromática  $\mathbf{P}_0$  que representa o dado livre de múltiplas.  $\vec{P}_0$  é, portanto, um registro de tiro contendo as reflexões primárias para um determinado componente de frequência.  $\mathbf{X}_0$  é resposta impulsiva multidimensional do meio, sem múltiplas de superfície, e  $\vec{S}$  é um vetor que representa a assinatura da fonte.

A equação (13) é interpretada como o vetor  $\vec{S}$  agindo como fonte e o vetor  $\vec{P}_0$  agindo como receptor para iluminar a subsuperfície e revelar as informações de refletividade implicitamente contidas em  $\mathbf{X}_0$ . Este é o esquema de migração por perfis de tiro para as reflexões primárias (Figura 21.a).

Para o caso da migração de múltiplas, tem-se a seguinte equação:

$$\vec{M}_0 = -\mathbf{X}_0 \vec{P} \quad (14)$$

$\vec{M}_0$  representa um vetor-coluna da matriz  $\mathbf{M}_0$  que contém todas as múltiplas de superfície.  $\vec{M}_0$  representa, portanto, todas as múltiplas de superfície registradas

em um tiro para um componente de frequência.  $\vec{P}$  é um vetor-coluna da matriz multidimensional  $\mathbf{P}$  (representada na Figura C.2, do APÊNDICE C) que representa o dado inteiro registrado.

A equação (14) é interpretada como um registro de tiro (o vetor  $\vec{P}$ ) agindo como fonte (com a inclusão do sinal negativo para representar a reflexão contra a superfície) e o vetor  $\vec{M}_0$  funcionando como receptor para iluminar a subsuperfície e revelar as informações de refletividade implicitamente contidas em  $\mathbf{X}_0$ . Este é o esquema de migração de reflexões múltiplas por perfis de tiro (Figura 21.b).

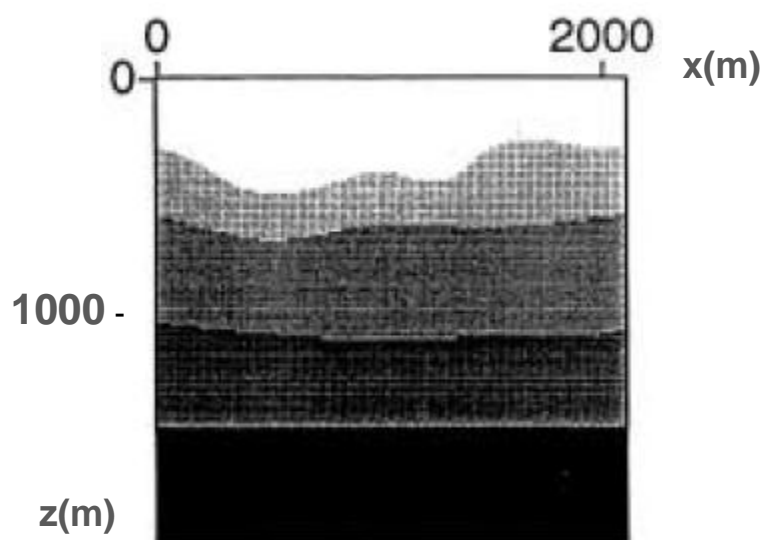
As equações (13) e (14) podem ser deduzidas a partir do modelo de geração de múltiplas do SRME (VERSCHUUR et al, 1992; VERSCHUUR, 2006), como mostrado no APÊNDICE C.

Berkhout e Verschuur (1994b) e Verschuur (2006) apresentam as mesmas figuras para aplicar e comparar a migração por perfis de tiro de reflexões primárias e múltiplas. O modelo de velocidade usado e sua respectiva seção zero-offset (ZO), são mostrados nas Figuras 22 e 23.

A Figura 24 mostra a migração das reflexões primárias para o dado da Figura 22. Na Figura 24a, é mostrado o campo-fonte para um tiro (uma função impulso, nesse caso) e, na Figura 24b, é mostrado o campo-receptor (o registro do tiro apenas com as primárias). A Figura 24c mostra o resultado da migração desse registro de tiro, obtido pela correlação cruzada entre os campos das Figuras 24a e 24b, em todas as profundidades. A Figura 24d mostra o resultado da soma de todos os registros de tiro migrados do dado.

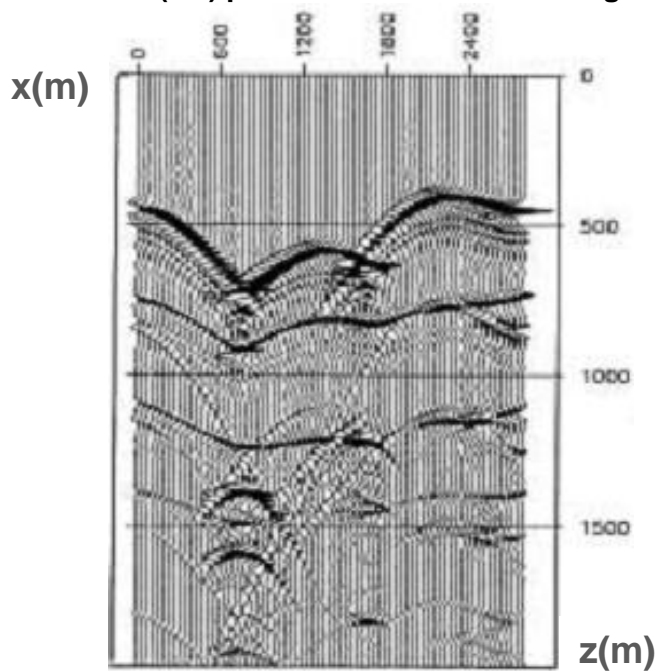
A Figura 25 mostra a migração de reflexões múltiplas para o dado da Figura 22. Agora, o campo-fonte, conforme mostrado na Figura 25a, é um registro de tiro inteiro, com primárias e múltiplas, que deve ser multiplicado por -1, para representar a reflexão contra a superfície e a conseqüente mudança de fase. O campo-receptor é dado pelas múltiplas de superfície desse registro de tiro e é mostrado na Figura 25b. O resultado da migração desse registro de tiro, obtido pela correlação entre os campos das Figuras 25a e 25b, em todas as profundidades, é mostrado na Figura 25c. A imagem final da migração, resultante do empilhamento de todos os tiros migrados individualmente, é mostrada na Figura 25d.

Figura 22: modelo de velocidade usado para a migração de primárias e múltiplas por perfis de tiro.



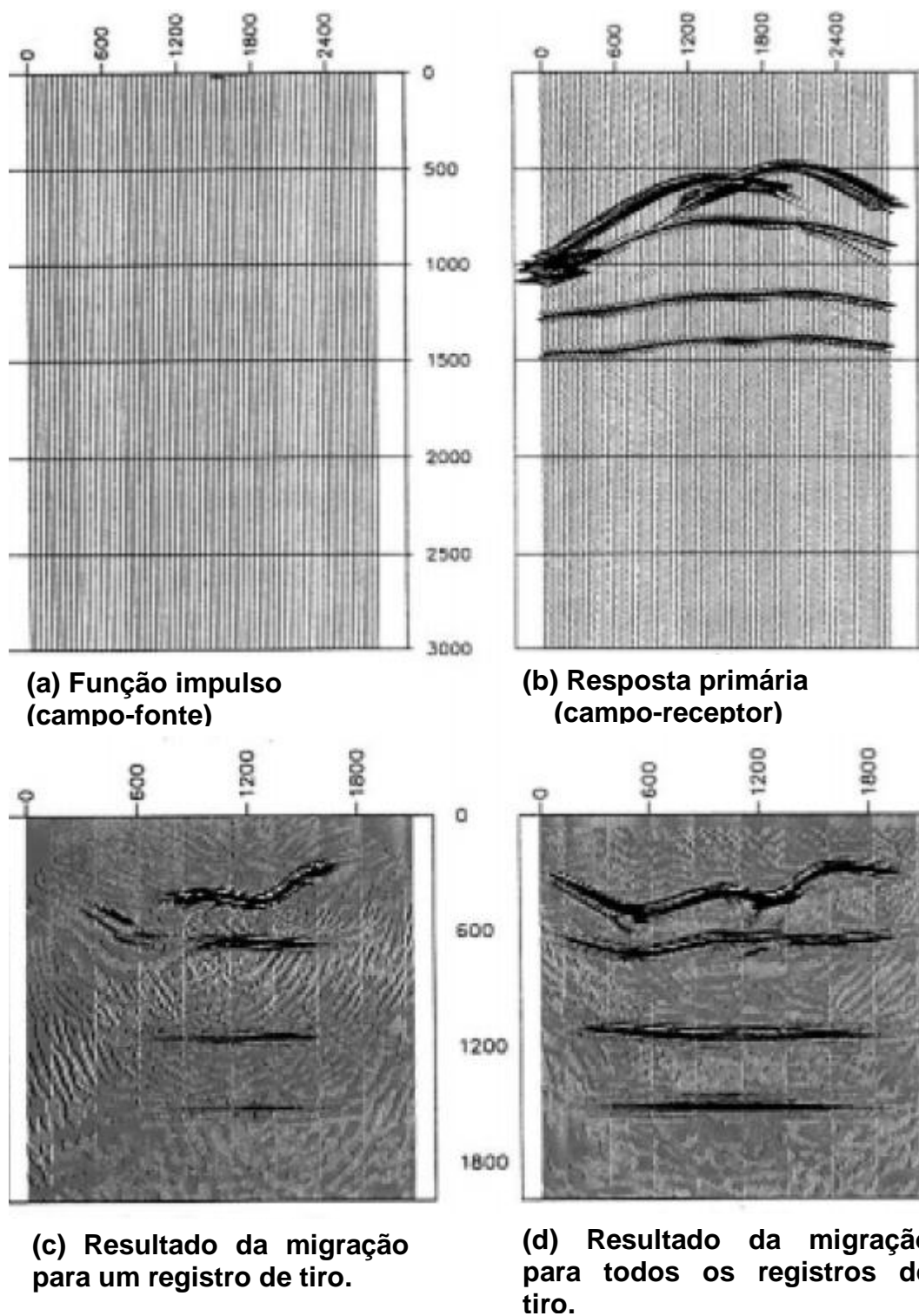
Fonte: Berkhout e Verschuur (1994b); Verschuur (2006)

Figura 23: seção zero offset (ZO) para o dado mostrado na figura anterior.



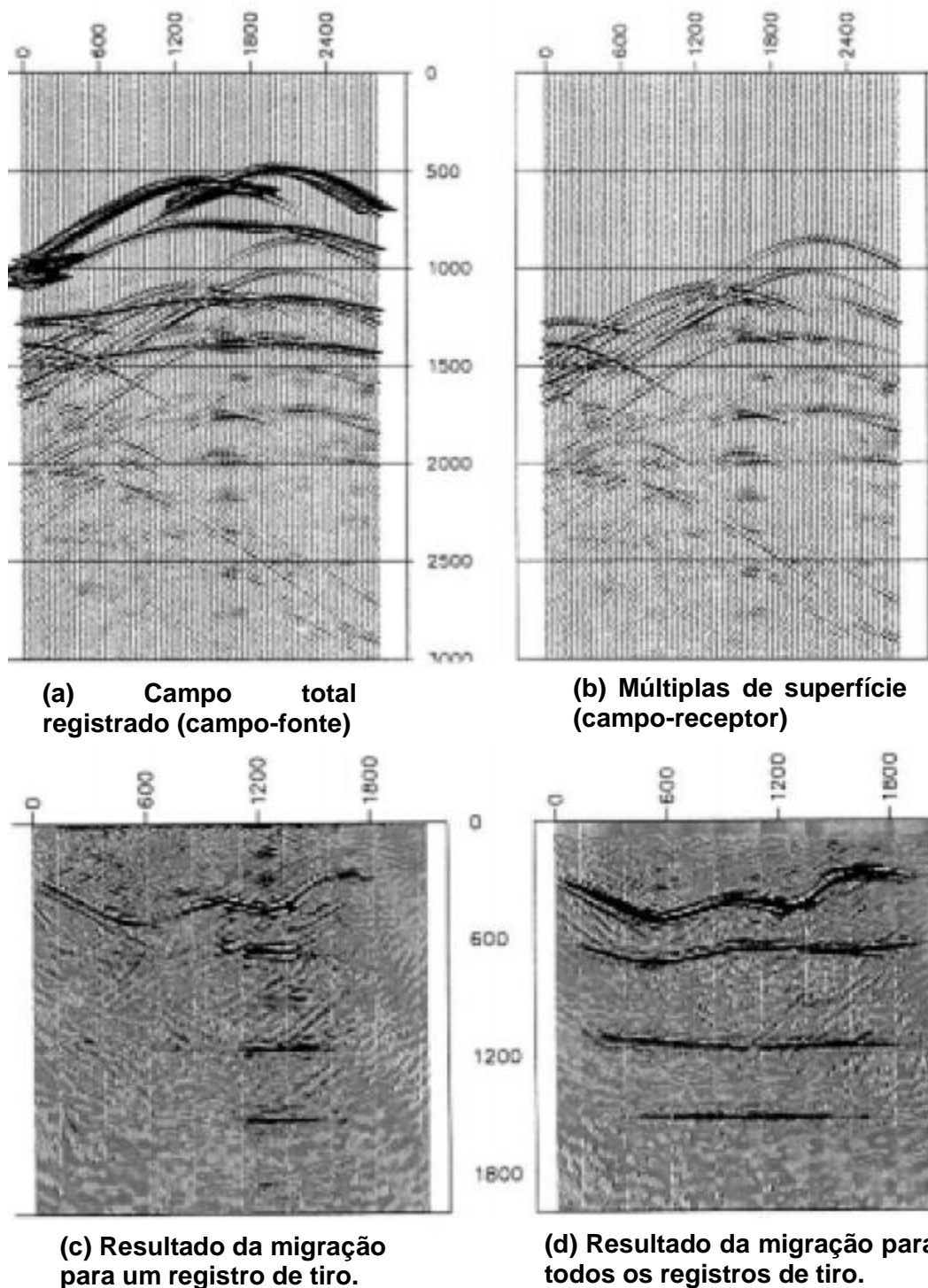
Fonte: Berkhout e Verschuur (1994b); Verschuur (2006).

Figura 24: migração de reflexões primárias por perfis de tiro. (a) Campo-fonte para um registro de tiro. (b) Campo-receptor, ou seja, um registro de tiro apenas com as reflexões primárias. (c) Resultado da migração desse registro de tiro. (d) Resultado da soma de todos os registros de tiro migrados.



Fonte: Berkhout e Verschuur (1994b) ; Verschuur (2006).

Figura 25: migração de reflexões múltiplas por perfis de tiro. (a) Campo-fonte, correspondente a um registro de tiro inteiro, com primárias e múltiplas, multiplicado por -1 (b) Campo-receptor, correspondente apenas às múltiplas de superfície desse registro de tiro (c) Resultado da migração desse registro de tiro. (d) Resultado da soma de todos os registros de tiro migrados.



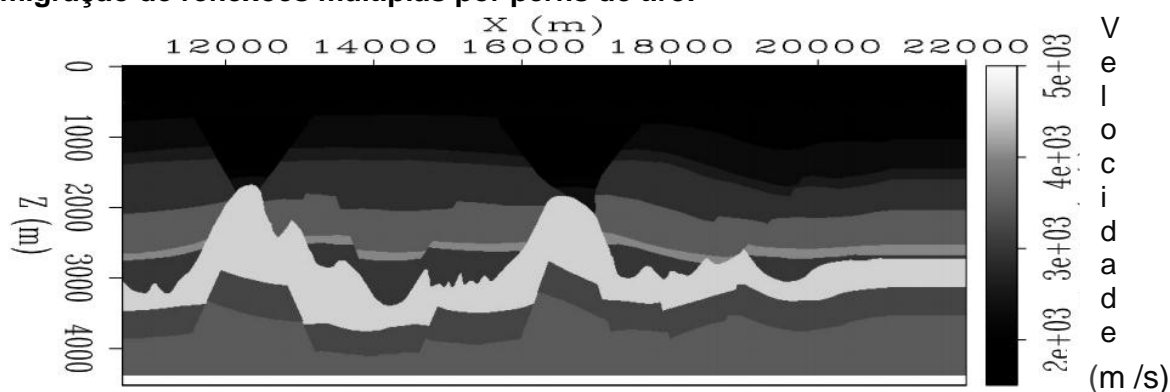
Fonte: Berkhout e Verschuur (1994b) ; Verschuur (2006).

Especialmente na comparação entre as Figuras 24c e 25c, vê-se que a imagem gerada pela migração das múltiplas é mais “larga”, principalmente no primeiro refletor. Isso acontece porque, mesmo para um registro de tiro apenas, há várias múltiplas iluminando a subsuperfície de diferentes ângulos (fontes areais). É como se as fontes estivessem distribuídas sobre uma área mais extensa ao longo da superfície. Entretanto, os resultados obtidos pela migração das múltiplas são mais ruidosos, gerando imagens um tanto “borradas”, apesar de perfeitamente interpretáveis. A explicação para esses ruídos é que o processo de correlação, usado como condição de imagem, pode gerar artefatos, causados pela correlação de eventos não relacionados a pontos refletores comuns em subsuperfície (MUJIS et al, 2007a).

Outro ponto fraco da metodologia descrita é que as múltiplas precisam ser previamente separadas das primárias, a fim de se obter uma estimativa das múltiplas, que será utilizada como campo-receptor. De fato, todas as múltiplas de superfície foram modeladas separadamente no exemplo mostrado (VERSCHUUR, 2006). Essa estimativa deve ser feita com algum método de eliminação de múltiplas de superfície, preferencialmente o SRME.

Guitton (2002) afirma exatamente que os dois problemas citados acima (imagens ruidosas e necessidade de separar as múltiplas das primárias do dado) são os problemas fundamentais na migração de múltiplas. Em Guitton (op.cit.), a mesma metodologia de Berkhout e Verschuur (1994b) é aplicada para o dado sintético mostrado a seguir na Figura 26, que é uma versão modificada do modelo de velocidade Amoco 2.5D:

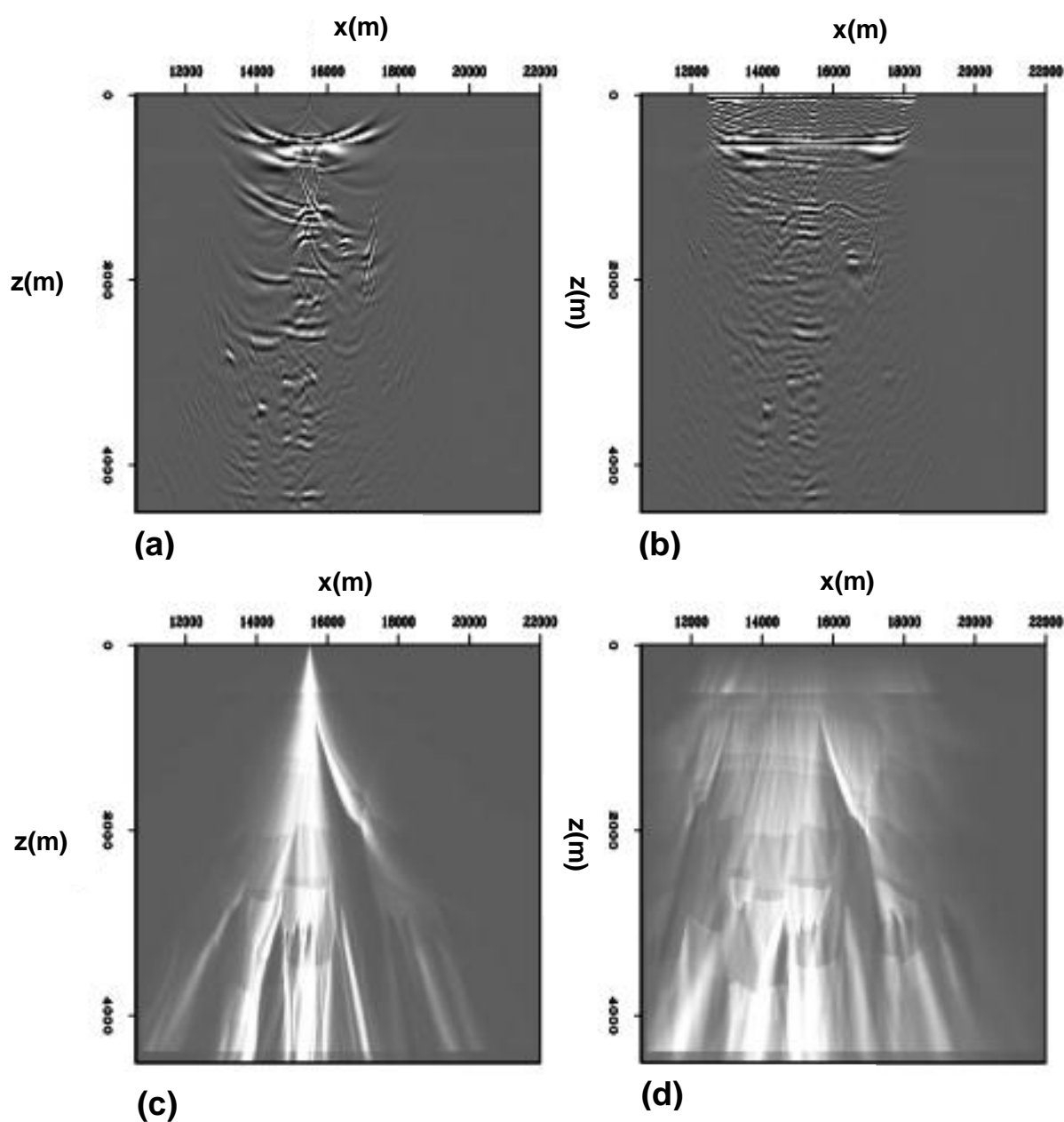
**Figura 26: versão modificada do modelo de velocidade Amoco 2.5D, usado para a migração de reflexões múltiplas por perfis de tiro.**



Fonte: Guitton (2002).

A Figura 27 mostra o resultado para um registro de tiro da migração das primárias (Figura 27a) e da migração das múltiplas (Figura 27b), com seus respectivos mapas de iluminação (Figuras 27c e 27b), obtidos pelo cômputo do quadrado da amplitude do campo iluminador, para cada profundidade e para cada frequência.

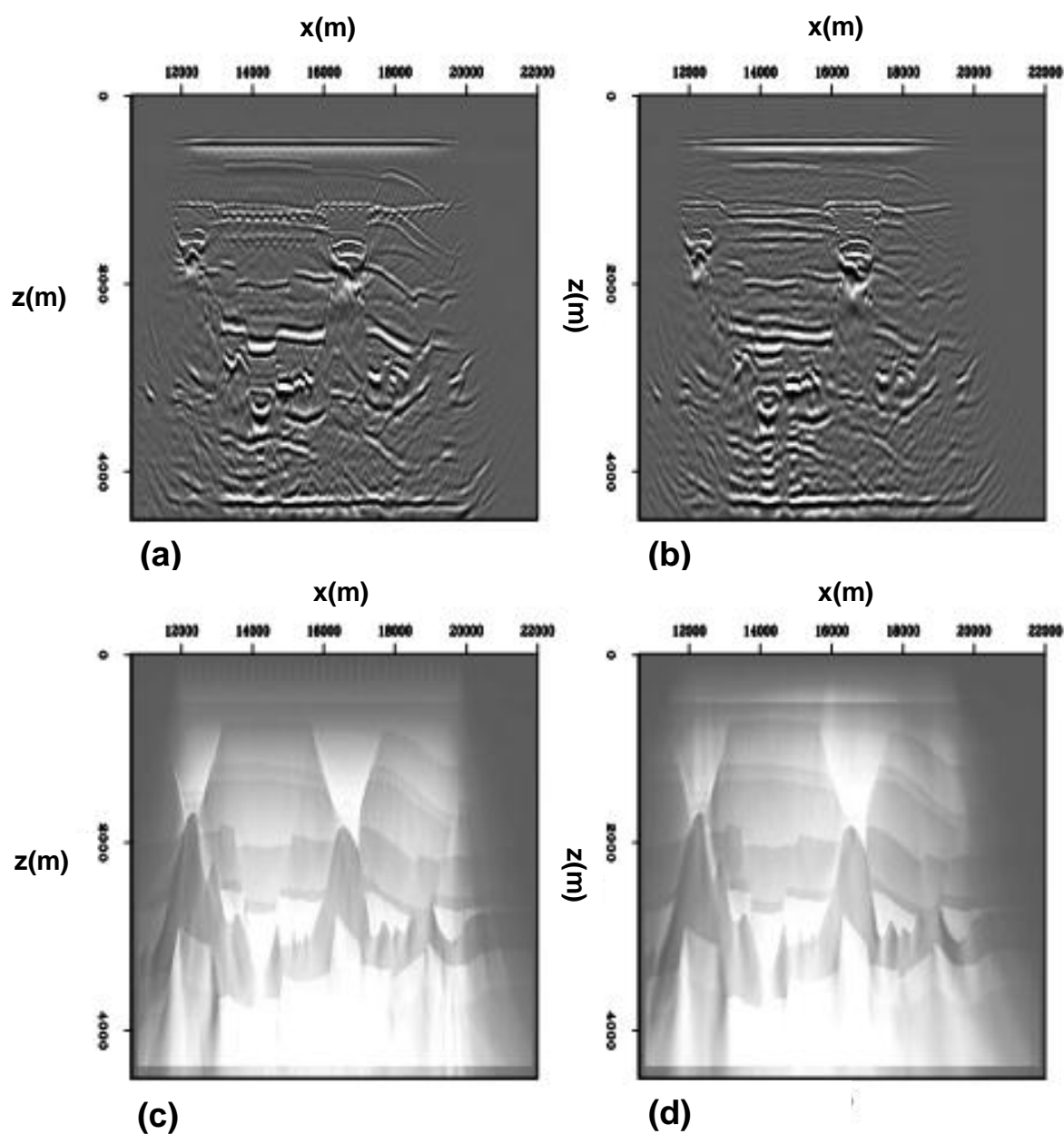
**Figura 27: (a) imagem gerada pela migração das reflexões primárias para um registro de tiro. (b) imagem gerada pela migração de múltiplas para um registro de tiro. (c) Mapa de iluminação para a fonte impulsiva utilizada na migração de primárias para um registro de tiro. (d) Mapa de iluminação para a fonte areal utilizada na migração de múltiplas para um registro de tiro.**



Fonte: Guitton (2002).

A Figura 28 mostra o resultado final (obtido pela soma de todos os registros de tiros migrados) da migração das primárias (Figura 28a) e da migração das múltiplas (Figura 28b), com seus respectivos mapas de iluminação (Figuras 28c e 28d).

**Figura 28: (a) imagem final gerada pela migração das reflexões primárias. (b) imagem final gerada pela migração de múltiplas. (c) Mapa de iluminação para todas as fontes impulsivas (todos os registros de tiro). (d) Mapa de iluminação para todas as fontes areais (todos os registros de tiro).**



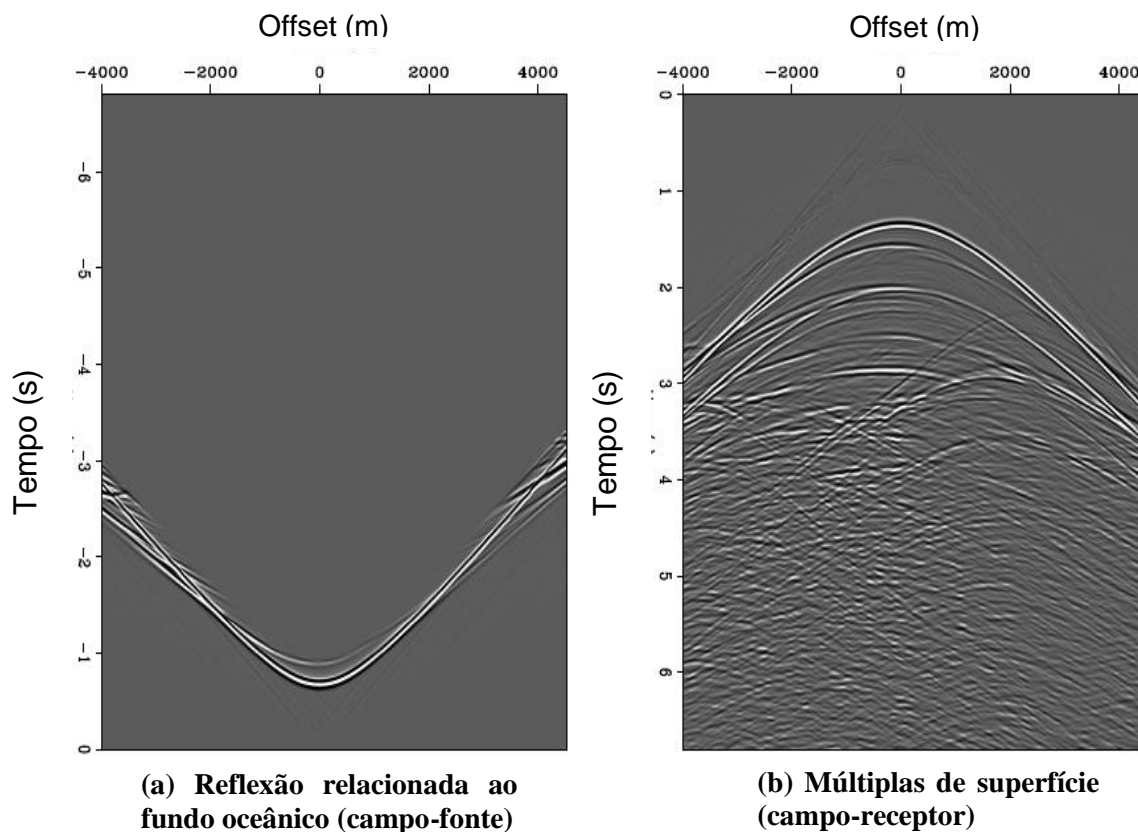
Fonte: Guitton (2002).

Na Figura 27, vê-se claramente, pelos mapas de iluminação (Figuras 27c e 27d), que um registro de tiro utilizado na migração das múltiplas ilumina com uma área em subsuperfície bem maior que um registro de tiro da migração das primárias, como já explicado anteriormente, gerando imagens com maior extensão lateral.

As Figuras 28a e 28b, geradas respectivamente pela migração das primárias e pela migração das múltiplas, são semelhantes e perfeitamente interpretáveis, embora a segunda apresente mais ruído, especialmente às proximidades da área da falha localizada aproximadamente a 2500 m de profundidade e coordenada lateral 14000 m, o que torna difícil identificá-la. Contudo, os refletores profundos mergulhantes, mais à direita da seção, são melhor imageados e delineados na imagem das múltiplas. Após uma inspeção visual mais atenta, os flancos do cânion acima do domo de sal, no centro da imagem, são melhor definidos com a migração de múltiplas (GUITTON, 2002). Os mapas de iluminação, diferentemente do caso de apenas um registro de tiro, agora são semelhantes, embora o mapa das múltiplas ilumine um pouco mais as distâncias menores que 1000m.

Como forma de resolver diminuir o nível de ruído na imagem final, Guitton (op.cit.) propõe utilizar como campo-fonte apenas a reflexão relacionada ao fundo oceânico (Figura 29a) - o que pode ser feito com a simples aplicação de um *mute* ao dado abaixo desse horizonte de reflexão - e, como campo-receptor, as múltiplas de superfície (Figura 29b). Isso se justifica porque, para esse e para a maioria dos dados marinhos, a maior parte das múltiplas de superfície são reverberações na coluna d'água (GUITTON, 2002), as quais estão relacionadas ao fundo oceânico.

**Figura 29: (a) reflexão relacionada ao fundo oceânico, utilizada como campo-fonte na migração e múltiplas, com o objetivo de diminuir o nível de ruído na imagem final. (b) múltiplas de superfície, utilizadas como campo-receptor.**



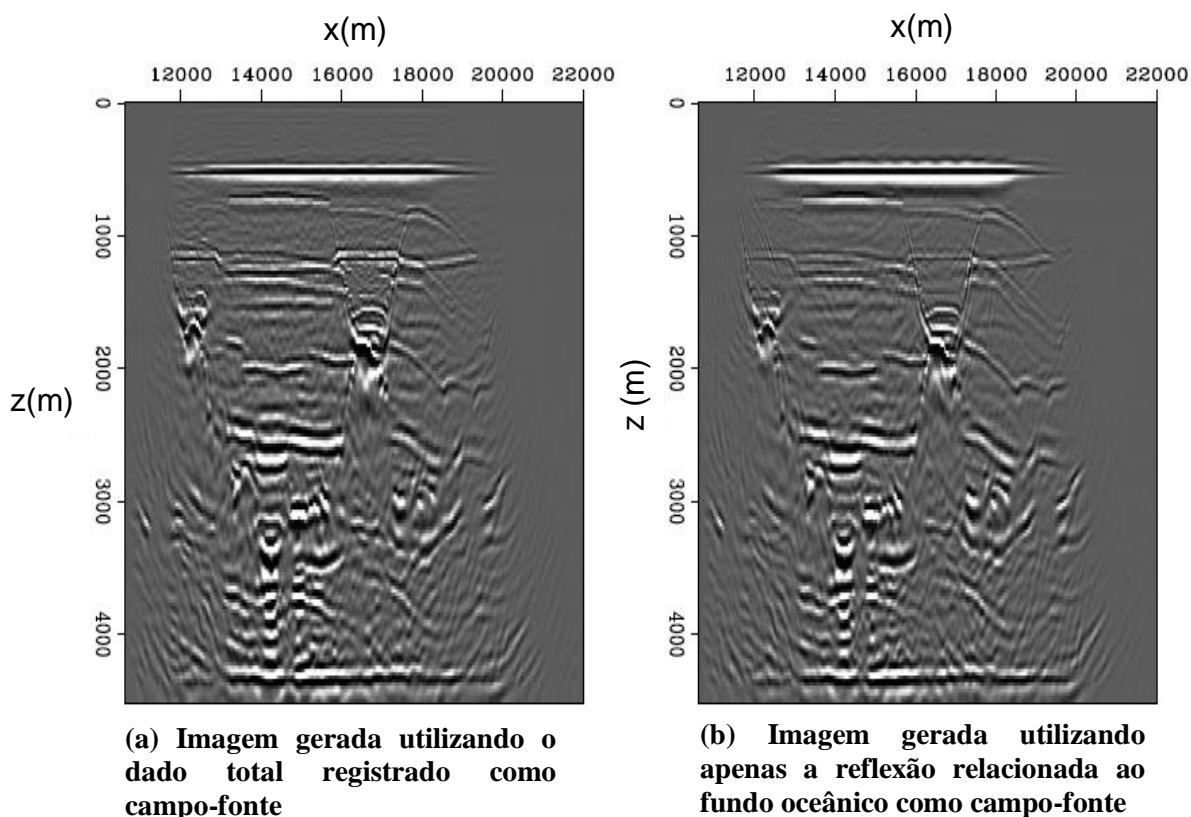
**Fonte: Guitton (2002).**

A Figura 30a, mostrada a seguir, é igual à Figura 28b e mostra o resultado final da migração das múltiplas, utilizando primárias e múltiplas como campo-fonte. A Figura 30b mostra o resultado da migração quando se utiliza como campo-fonte apenas as reflexões relacionadas ao fundo oceânico, conforme proposto para reduzir o nível de ruído na imagem final. Em ambas, o campo-receptor consiste nas múltiplas de superfície.

A Figura 30b mostra que, quando se utiliza como campo-fonte apenas a reflexão relacionada ao fundo oceânico, a imagem geral finalizada é consideravelmente menos ruidosa, sem perda significativa informações estruturais. De fato, a falha que não havia sido bem imageada na Figura 30a, é perfeitamente notável na Figura 30b, em função da atenuação dos ruídos que mascaravam a falha na Figura 30a. Utilizar como campo-fonte apenas a reflexão relacionada ao

fundo oceânico é, portanto, uma forma simples e eficiente de reduzir o nível de ruído e, conseqüentemente, aumentar a razão sinal-ruído na imagem final.

**Figura 30: imagem gerada pela migração de múltiplas quando se utiliza: (a) o dado inteiro (múltiplas e primárias) como campo-fonte; e (b) apenas a reflexão relacionada ao fundo oceânico como campo-fonte.**



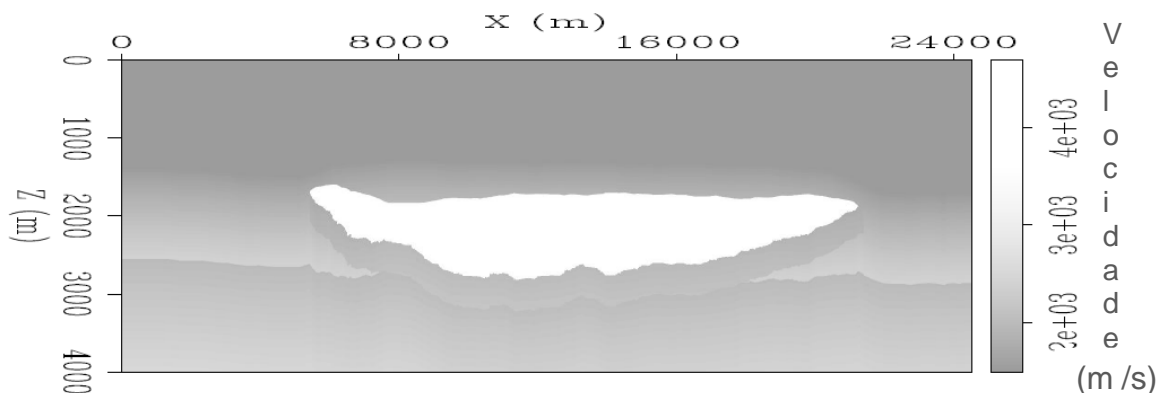
**Fonte: Guitton (2002).**

A mesma simplicidade e eficiência na redução de ruído não são obtidas pela simples combinação entre as imagens geradas pelas primárias e pelas múltiplas. Além do elevado custo computacional, há o fato de que, quando se migram as primárias, utiliza-se uma fonte sintética (uma função delta), que não corresponde à verdadeira fonte do levantamento. Quando se migram as múltiplas, por outro lado, o efeito da assinatura da fonte é levado em consideração, já que se usa, como campo-fonte, o campo total registrado. Por essa diferença de campos-fonte utilizados, uma eventual soma ou combinação das duas imagens deve ser feita com cuidado.

O outro problema fundamental da migração das múltiplas, segundo Guitton (2002), é necessidade de separação entre primárias e múltiplas. Procurando evitar

essa separação, Guitton (op.cit.) realizou uma aproximação e aplicou-a a um dado real 2-D adquirido em águas profundas do Golfo do México, cujo modelo de velocidade é mostrado na Figura 31 (GRATWICK, 2001, apud GUITTON, 2002).

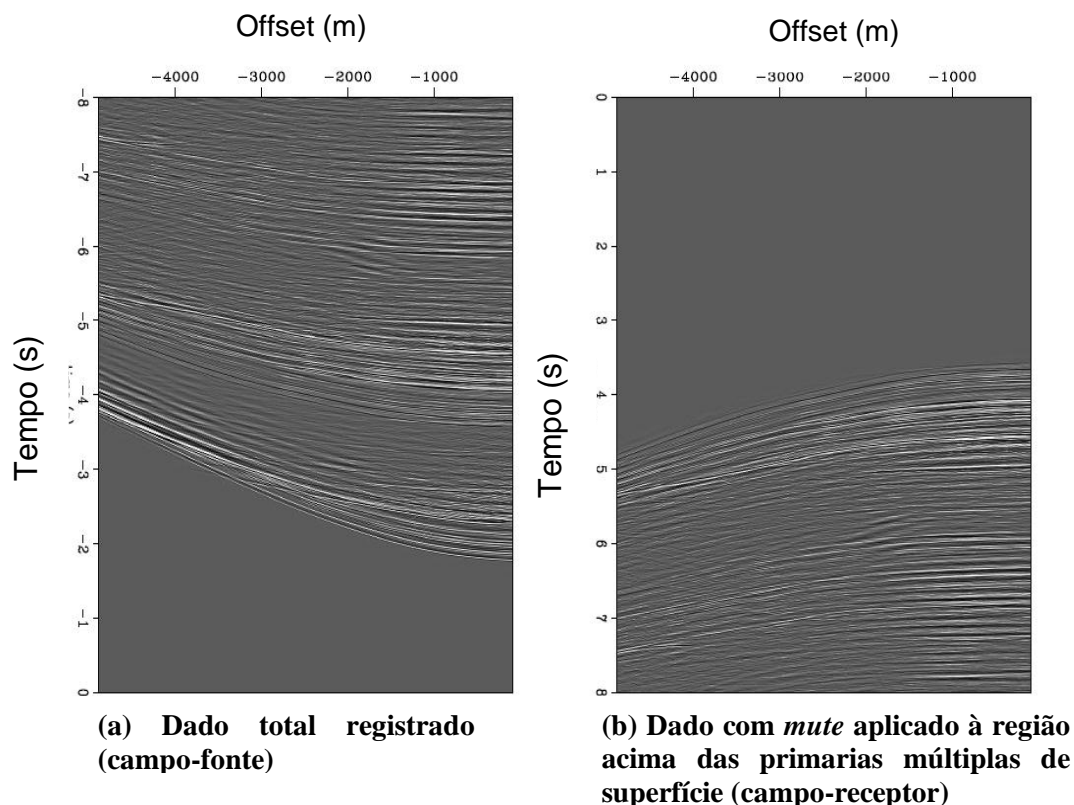
**Figura 31: modelo de velocidade utilizado para a migração de dado 2-D do Golfo do México.**



**Fonte: Gratwick (2001), apud Guitton (2002).**

Essa aproximação consiste em identificar visualmente as primeiras múltiplas de superfície (que geralmente aparecem com grande amplitude na seção sísmica) e silenciar o dado acima desse horizonte, considerado primárias. O dado restante (abaixo das primeiras múltiplas de superfície) é considerado como múltiplas de superfície e então utilizado como campo-receptor. Assim, o campo-fonte utilizado foi o dado inteiro, multiplicado por -1 (Figura 32a), enquanto o campo-receptor foi o dado subtraído das informações acima das primeiras múltiplas de superfície (Figura 32b).

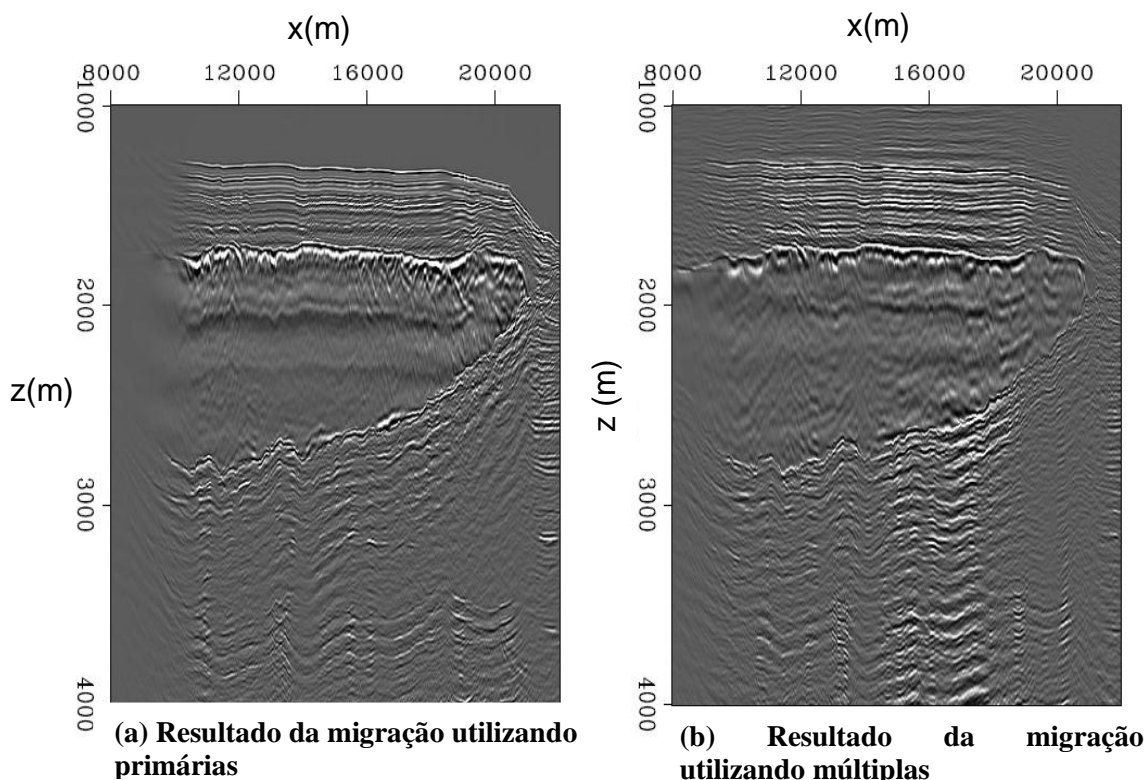
**Figura 32:** campos de onda utilizados para a migração de múltiplas no dado 2-D do Golfo do México: (a) campo-fonte, correspondente ao dado inteiro, com múltiplas e primárias; (b) campo-receptor, obtido pela aplicação de um *mute* ao dado acima das primeiras múltiplas de superfície.



Fonte: Guitton (2002).

A Figura 33a mostra os resultados da migração utilizando reflexões primárias e a Figura 33b mostra o resultado da migração de múltiplas realizada com o procedimento descrito no parágrafo anterior. As duas imagens geradas são semelhantes e conseguem iluminar satisfatoriamente o corpo de sal, apesar das aproximações feitas para o caso das múltiplas. A imagem gerada pela migração das múltiplas, embora sofra com alguns artefatos, principalmente na parte mais profunda do dado, apresenta a vantagem de não ter necessitado da separação prévia entre múltiplas e primárias.

**Figura 33: resultados da migração do dado do Golfo do México utilizando: (a) reflexões primárias e (b) reflexões múltiplas.**



**Fonte: Guitton (2002)**

A aplicação da metodologia de Guitton (2002), portanto, mostrou-se eficaz para obter informações estruturais sobre a subsuperfície, tanto no dado sintético quanto no dado real do Golfo do México. A separação entre primárias e múltiplas foi evitada e, ainda assim, bons resultados foram obtidos, mesmo para um dado complexo como o do Golfo do México, que continha um corpo salino. Além disso, o trabalho de Guitton (op.cit.), utilizando apenas as reflexões relacionadas ao fundo oceânico como campo-fonte, conseguiu ainda diminuir o nível de ruído na seção final. Assim, a metodologia apresentada é um modo relativamente rápido e barato de conseguir uma imagem interpretável da subsuperfície.

Entretanto, nem sempre as aproximações feitas irão funcionar, o que torna necessária a separação entre primárias e múltiplas. Além disso, a migração é realizada em profundidade, exigindo um modelo de velocidade preciso da subsuperfície para a aplicação da metodologia. De qualquer forma, a atenuação de múltiplas é necessária para qualquer processo de imageamento. Assim, ao invés de descartar a estimativa gerada das múltiplas, pode-se utilizá-las para produzir uma imagem complementar da subsuperfície.

Todavia, a geração de duas imagens, uma com a migração das primárias e outra com a migração das múltiplas, dobra o custo computacional do processamento. Esse é um dos principais argumentos dos que defendem uma migração conjunta das reflexões primárias e múltiplas, como Mujis et al (2007a), cuja metodologia será estudada mais adiante neste trabalho.

### **3.1.4 Migração Reversa no Tempo utilizando múltiplas**

A maior parte das metodologias de utilização de múltiplas no imageamento (migração por perfis de tiro, migração fonte-receptor, DIPMR, por exemplo) baseia-se em soluções para a equação unidirecional da onda. Todavia, existem trabalhos que incluem múltiplas em processos de migração baseados na equação bidirecional da onda.

Youn e Zhou (2001) desenvolveram uma complexa metodologia que utiliza soluções de Diferenças Finitas (FD) para resolver a equação bidirecional da onda. A metodologia, batizada de DIM (Depth Imaging with Multiples – Imageamento em Profundidade com Múltiplas), utiliza diferentes eventos, como reflexões primárias e múltiplas, refração, difração e transmissão, é realizada por perfis de tiro e divide-se em quatro etapas. A primeira é a extrapolação direta no tempo da assinatura da fonte, realizada através da equação bidirecional da onda, da posição da fonte sísmica para todas as direções. A segunda é a extrapolação inversa no tempo (ou seja, das últimas amostras registradas no tempo para as primeiras), através da equação bidirecional da onda, das posições dos receptores sísmicos para todas as direções. A terceira etapa do DIM é a condição de imagem, que consiste em correlacionar os dois campos extrapolados e depois realizar o empilhamento para todos os índices de tempo. A quarta etapa consiste em aplicar um operador Laplaciano (consultar YOUN e ZHOU, 2001) para reconstrução da imagem formada pela correlação. A metodologia pode ser aplicada a diversos dados, desde VSP, OBH, dados de superfície e dados interpoços.

Durante o processo de imageamento, todos os eventos (reflexões, difrações, refrações e transmissões) são colapsados para as interfaces onde foram gerados e contribuem para recuperação de amplitude verdadeira e de heterogeneidades em subsuperfície (YOUN e ZHOU, 2001). O DIM, entretanto, apresenta algumas

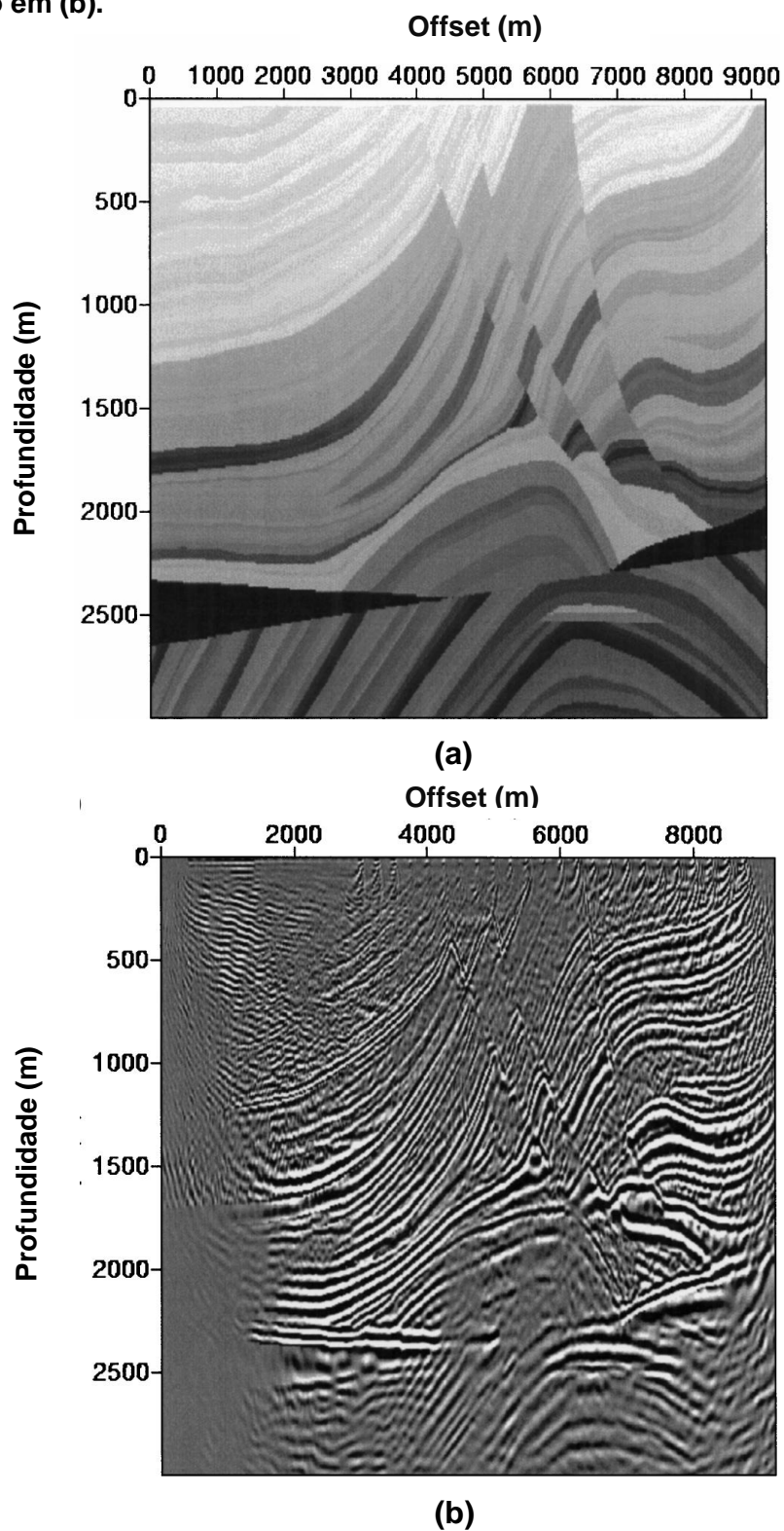
desvantagens, como a necessidade de conhecer a assinatura da fonte, a sensibilidade ao modelo inicial de velocidade e dos limites de reflexão em profundidade, a necessidade de aplicar o operador laplaciano para melhorar a condição de imagem e, principalmente, o altíssimo custo computacional e memória necessária.

Em função desse alto custo computacional, Youn e Zhou (2001) optaram por ‘dizimar’ o dado, ou seja, utilizar apenas um a cada dez *frames* registrados no processo de correlação, reduzindo, desse modo, o tempo e a memória utilizado no processo. Ainda assim, bons resultados foram obtidos, a exemplo da Figura 34, onde o DIM foi aplicado ao dado sintético Marmousi (Figura 56a), com o resultado sendo mostrado na Figura 34b.

Apesar da redução no volume de dados, vê-se na Figura 34b que o DIM produziu uma boa imagem do modelo Marmousi, com alta razão sinal-ruído, ao contrário de outros métodos testados nesse mesmo *dataset*. Estruturas como planos de falhas e refletos profundos, além dos reservatórios-alvo, a aproximadamente 2500 m de profundidade, foram corretamente imageadas com o DIM.

A metodologia de Youn e Zhou (op.cit.) já utiliza princípios da Migração Reversa no Tempo (RTM) (BAYSAL et al, 1983). A RTM consiste em resolver a equação bidirecional da onda através do seguinte procedimento: para cada tiro, realizar a extrapolação direta no tempo do campo-fonte, através de um modelo de velocidade; em seguida, o campo-receptor é extrapolado inversamente no tempo (das últimas amostras no tempo para as primeiras amostras) através do mesmo modelo de velocidade; para cada tempo, os dois campos são correlacionados para aplicação da condição de imagem. Os resultados são somados para obter uma imagem parcial para cada tiro, e a soma espacial de todos os tiros produz a imagem final em profundidade.

Figura 34: (a) modelo sintético Marmousi, ao qual foi aplicado o DIM, cujo resultado é mostrado em (b).



Fonte: Youn e Zhou (2001)

Como a RTM computa soluções para a equação completa da onda, teoricamente não tem limitações de mergulho, imageando assim complexas estruturas, como “overhangs”. Recentemente, Liu et al (2011) desenvolveram a

migração reversa no tempo com reflexões múltiplas. Assim como no caso da migração por perfis de tiro de Berkhout e Verschuur (1994b) e Guitton (2002), o campo-fonte é o dado total registrado  $P$  e o campo-receptor são as múltiplas de superfície  $M_0$ . A imagem  $I$  é dada, então, pela correlação entre esses dois campos, para todos os tempos de registro:

$$I(x, z, t) = \sum_0^{t_{max}} P(x, z, t) \otimes M_0(x, z, t) \quad (15)$$

Decompondo o dado total registrado  $P$  em  $P_0$  (campo livre do efeito refletor da superfície – APÊNDICE C) e  $M_0$  (múltiplas de superfície) e, por sua vez,  $M_0$  em  $M_1, M_2, M_3$ , etc. (múltiplas de primeira, segunda, terceira ordem, etc.), pode-se escrever:

$$I(x, z, t) = \sum_{t=0}^{t_{max}} [P_0(x, z, t) + M_1(x, z, t) + M_2(x, z, t) + M_3(x, z, t) + \dots] \otimes [M_1(x, z, t) + M_2(x, z, t) + M_3(x, z, t) + \dots] \quad (16)$$

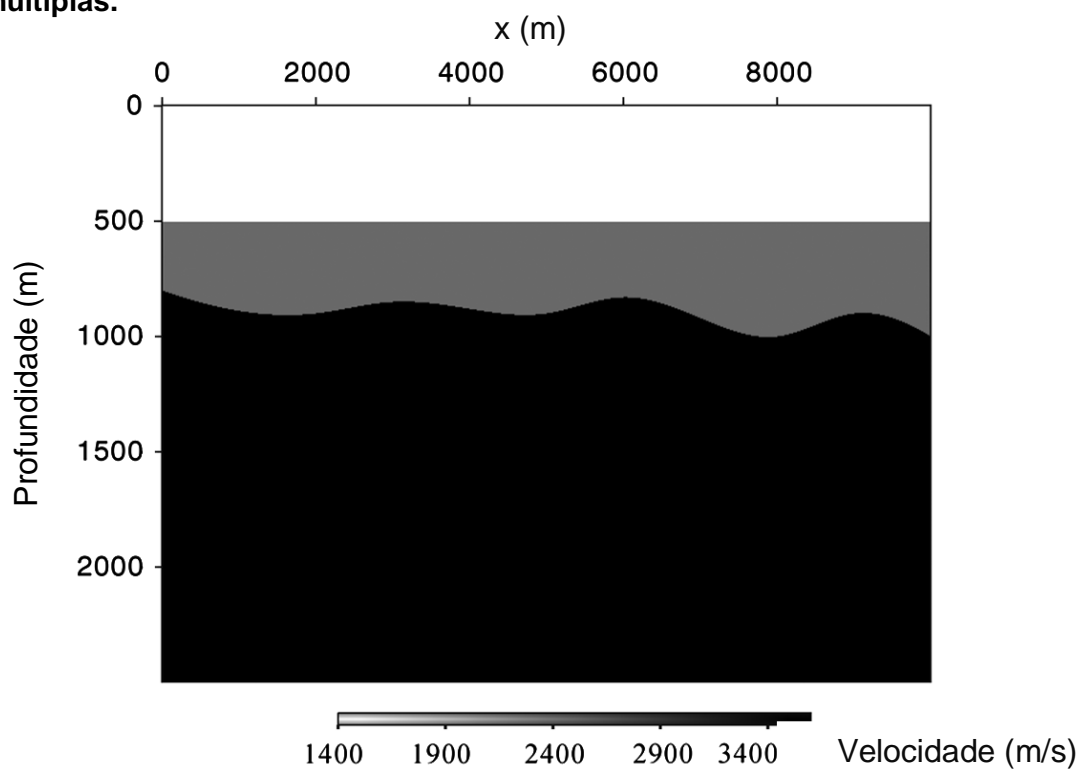
Expandindo a equação (16) acima, e incluindo os sobrescritos  $F$  e  $R$  para indicar, respectivamente, os campos provenientes do campo-fonte e do campo-receptor, obtém-se:

$$I(x, z, t) = \sum_{t=0}^{t_{max}} \{ P_0^F(x, z, t) \otimes [M_1^R(x, z, t) + M_2^R(x, z, t) + M_3^R(x, z, t) + \dots] + M_1^F(x, z, t) \otimes [M_1^R(x, z, t) + M_2^R(x, z, t) + M_3^R(x, z, t) + \dots] + M_2^F(x, z, t) \otimes [M_1^R(x, z, t) + M_2^R(x, z, t) + M_3^R(x, z, t) + \dots] + M_3^F(x, z, t) \otimes [M_1^R(x, z, t) + M_2^R(x, z, t) + M_3^R(x, z, t) + \dots] \} \quad (17)$$

Pode-se reorganizar a equação acima em três diferentes somatórios: no primeiro, são reunidas as correlações entre os campos-fonte de ordem  $n$  e os campos-receptor de ordem  $n+1$  (primárias com múltiplas de primeira ordem, múltiplas de primeira ordem com múltiplas de segunda ordem, e assim por diante); no segundo, são reunidas as correlações entre os campos-fonte de ordem  $n$  e os campos-receptor de ordem  $n+2$  ou maior; no terceiro, são reunidas as correlações

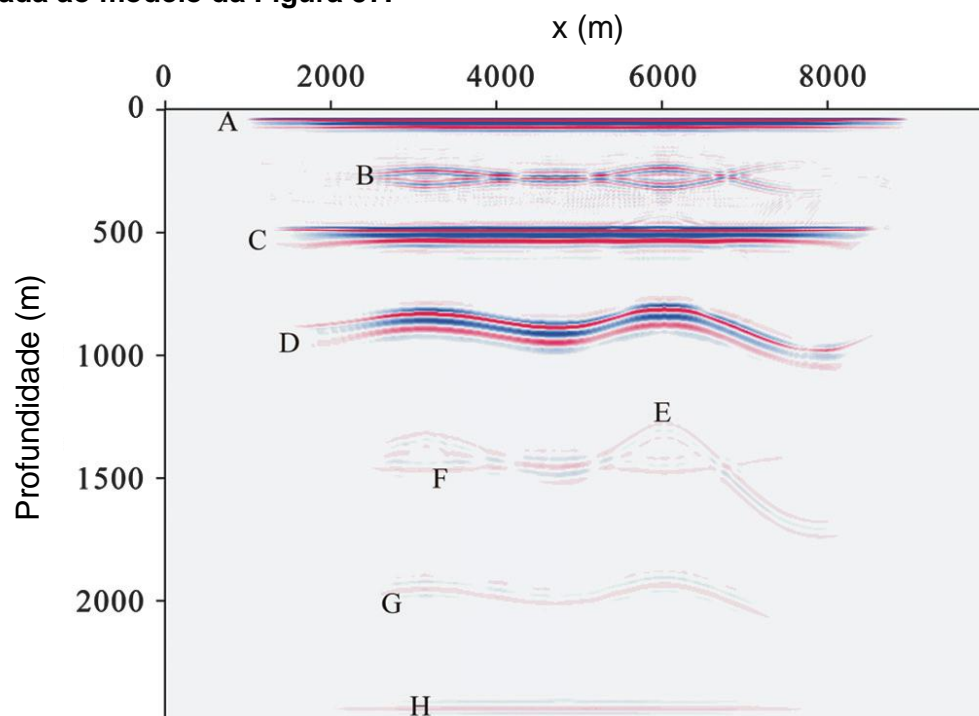


Figura 35: modelo de velocidade de três camadas, utilizado para aplicação da RTM com múltiplas.



Fonte: Liu et al (2011)

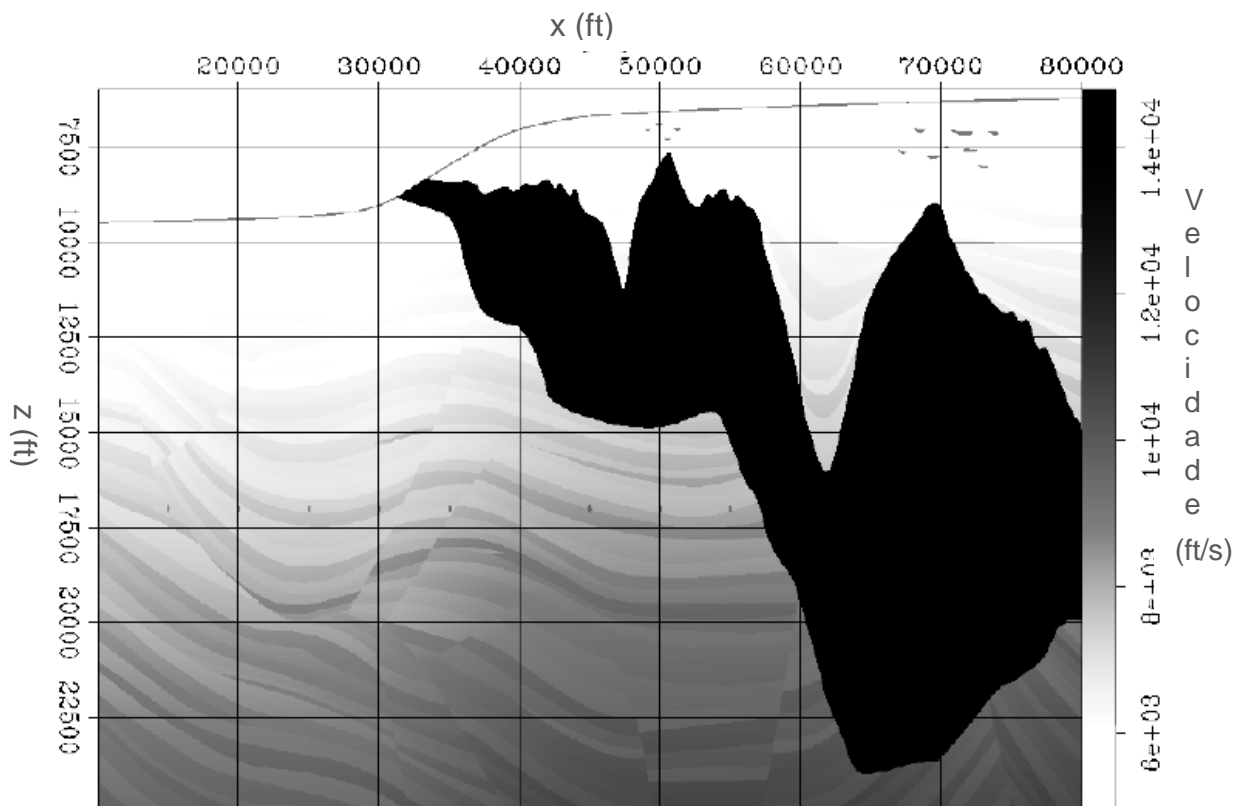
Figura 36: imagem obtida com a migração reversa no tempo utilizando múltiplas, aplicada ao modelo da Figura 57.



Fonte: Liu et al (2011)

A metodologia de RTM com múltiplas também foi aplicada ao *dataset* Sigsbee2B, mostrado a seguir na Figura 37, que consiste em um corpo de sal de complexa geometria.

**Figura 37: modelo de velocidade do *dataset* Sigsbee2B.**

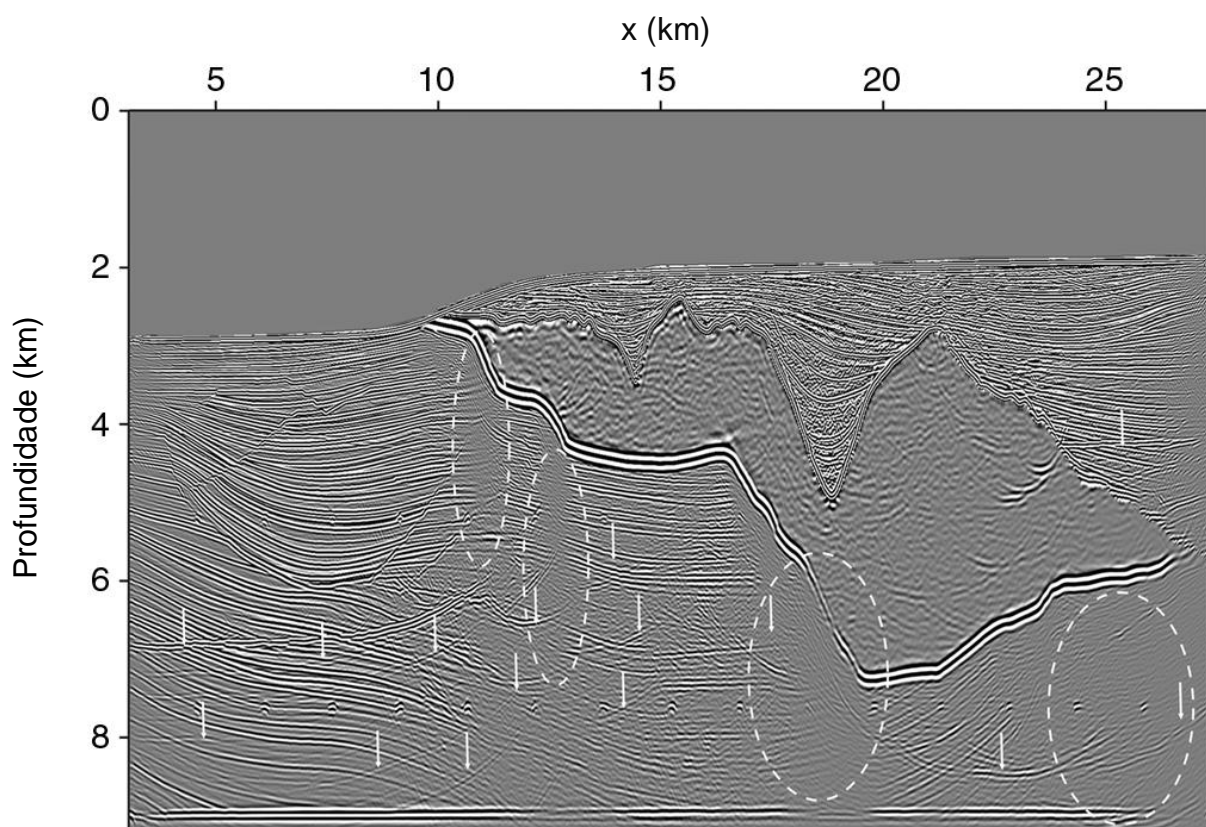


**Fonte: Shan e Guitton (2004).**

Na Figura 38, é mostrada a imagem obtida com a RTM aplicada ao *dataset* com primárias e múltiplas, sem atenuação. Na Figura 39, é mostrada a imagem obtida com a RTM convencional, aplicada ao dado somente com reflexões primárias. Na Figura 40, é mostrada a imagem obtida com a RTM, utilizando múltiplas, conforme proposto por Liu et al (2011).

Na Figura 38, observa-se uma grande quantidade de artefatos nas áreas indicadas por setas, gerados por múltiplas de superfície e múltiplas internas. As áreas indicadas por elipses possuem uma baixa razão sinal-ruído, em razão da pobre iluminação que chega às áreas abaixo do corpo de sal.

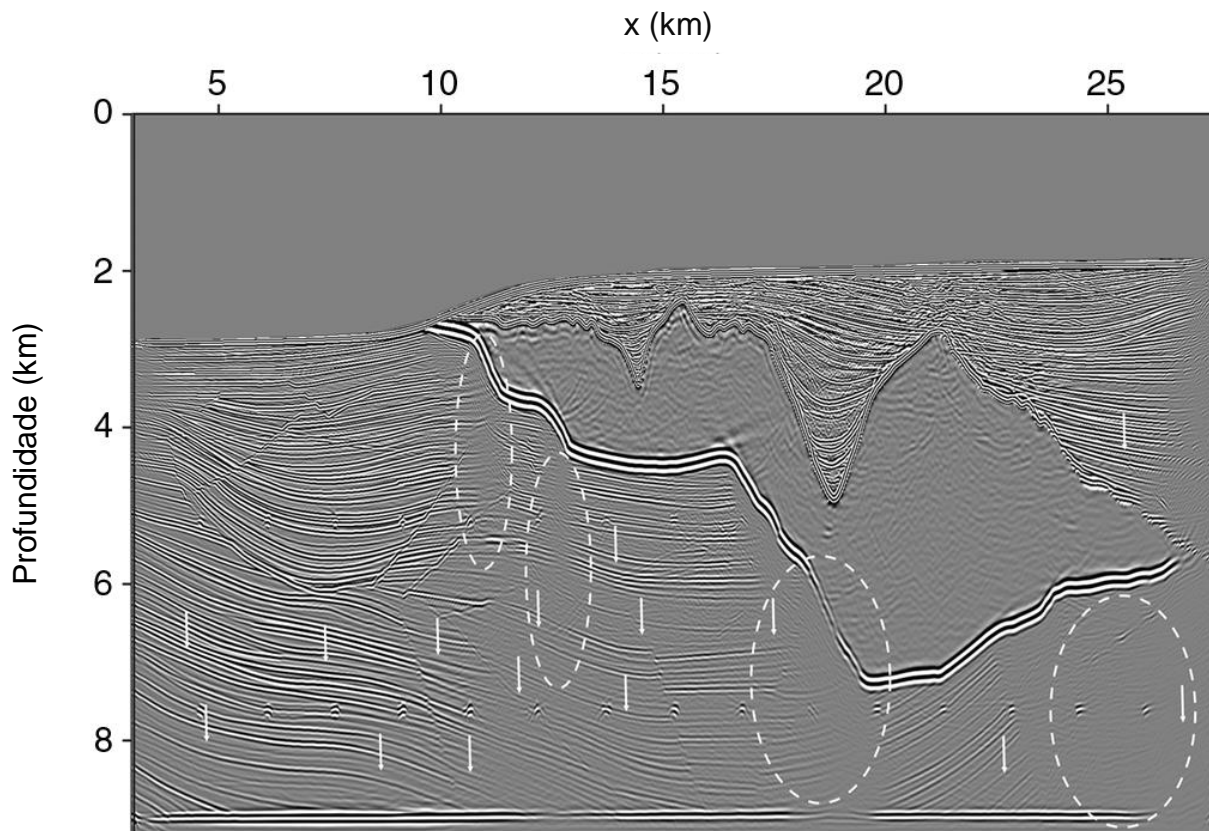
**Figura 38: RTM aplicada ao dado com primárias e múltiplas, sem nenhuma atenuação. As setas indicam artefatos causados por múltiplas de superfície e múltiplas internas, e as elipses indicam áreas abaixo do corpo de sal pobremente iluminadas, apresentando, por isso, baixa razão sinal-ruído.**



**Fonte: Liu et al (2011)**

Na Figura 39, observa-se que, com a atenuação das múltiplas, a quantidade de artefatos gerados é significativamente menor, conforme indicado pelas setas. Entretanto, as primárias ainda oferecem uma pobre iluminação às áreas abaixo do corpo de sal, indicadas pelas elipses, que ainda apresentam baixa razão sinal-ruído, tornando difícil interpretar algumas feições geológicas, especialmente as falhas mergulhantes do canto inferior direito da seção (LIU et al, 2011)

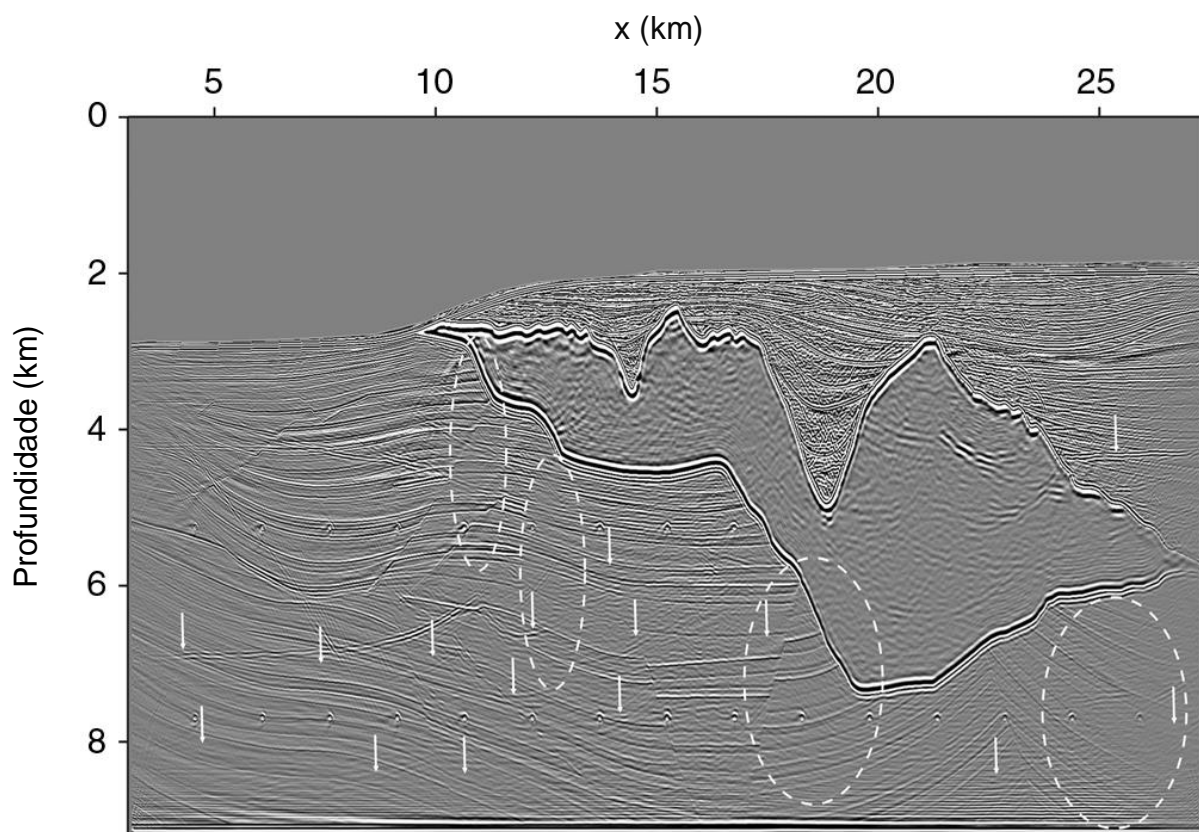
**Figura 39: RTM convencional aplicada ao dado após atenuação das múltiplas. Nas áreas indicadas por setas, já não se observa uma quantidade significativa de artefatos, como se observava na figura anterior. Nas áreas das elipses, entretanto, ainda se observa uma baixa razão sinal-ruído, em razão da pobre iluminação das estruturas abaixo do corpo de sal.**



**Fonte: Liu et al (2011)**

No entanto, quando as múltiplas são incluídas no processo de RTM, elas oferecem maior cobertura e melhor e mais bem balanceada iluminação da subsuperfície. O resultado, mostrado na Figura 40, é uma imagem mais robusta, com as interfaces contínuas, melhor delineadas e focalizadas (especialmente a base do corpo de sal), e feições geológicas mais claras e contínuas, inclusive as falhas mergulhantes no canso inferior direito, não imageadas pelas primárias.

**Figura 40: imagem obtida com a RTM, utilizando múltiplas. Nas áreas abaixo do corpo de sal, indicadas pelas elipses, fica claro que as múltiplas proporcionam melhor iluminação, imageando estruturas que as primárias não conseguem imagear.**



**Fonte: Liu et al (2011)**

A metodologia de RTM com múltiplas, portanto, provou ser uma ótima ferramenta para extrair sinal válido das múltiplas. Embora alguns artefatos indesejados possam ser gerados (segundo somatório da equação (18)), as múltiplas oferecem maior cobertura lateral e melhor e mais balanceada iluminação da subsuperfície, imageando estruturas que as primárias não conseguem imagear, o que resulta em uma imagem com maiores extensão lateral, resolução vertical e razão sinal-ruído. Entretanto, há a necessidade de estimar as múltiplas de superfície e uma grande sensibilidade ao modelo de velocidade. Ainda assim, a metodologia de RTM com múltiplas pode levar a grandes avanços em cenários complexos, especialmente abaixo de estruturas de sal, melhorando a imagem final e revelando feições em subsuperfície impossíveis de interpretar com a migração convencional com primárias (LIU et al, 2011).

## 3.2 TRANSFORMAÇÃO DE MÚLTIPLAS EM PSEUDOPRIMÁRIAS

Nesta seção, serão apresentadas metodologias que, anteriormente à migração, transformam o dado nas chamadas pseudoprimárias, as quais recebem esse nome pela semelhança de comportamento com as reflexões primárias.

As pseudoprimárias, representadas por  $W$ , são o resultado da correlação cruzada entre o dado total registrado  $P$  (utilizado como campo-fonte), organizado em famílias de tiro comum, e as múltiplas de superfície  $M_0$  (utilizadas como campo-receptor), realizada para todos os tiros  $s$ , de acordo com a equação (19):

$$W(x_p, x_m, w) = \sum_s M_0(x_s, x_m, w, s) P^*(x_s, x_p, w, s) \quad (19)$$

$x_s$  corresponde à posição do tiro  $s$ ;  $x_p$  corresponde à posição onde a reflexão primária foi registrada;  $x_m$  corresponde à posição onde foi registrada a reflexão múltipla e  $w$  é a componente de frequência. As pseudoprimárias foram migradas através da migração fonte-receptor por Shan (2003) e através da migração por perfis de tiro por Shan e Guitton (2004), cujas metodologias serão mostradas a seguir.

Conforme mostra o APÊNDICE D, a migração fonte-receptor e a migração por perfis de tiro, apesar de apresentarem abordagens diferentes, adequadas para diferentes situações, são matematicamente equivalentes, e, portanto, produzem a mesma imagem da subsuperfície. Pode-se dizer, então, que as abordagens de Shan (op.cit.) e Shan e Guitton (op.cit.) são equivalentes.

### 3.2.1 Migração fonte-receptor de pseudoprimárias

A migração fonte-receptor (“*source-receiver migration*”, também chamada de “*survey sinking migration*”, ou “*full prestack migration*”) baseia-se no conceito de “submersão do levantamento” (“*survey sinking*”) (CLAERBOUT, 1985). Esse conceito consiste em “afundar” o levantamento sísmico realizado (isto é, continuar para baixo tanto o campo das fontes quanto o dos receptores) para profundidades progressivamente maiores e aplicar uma condição de imagem. O método utiliza-se da equação da Dupla Raiz Quadrada (DSR, do inglês: “*Double Square Root*”) para

realizar a continuação para baixo, sendo por isso conhecida também como migração DSR.

A migração fonte-receptor tradicional, que utiliza somente reflexões primárias e assume que a fonte seja um impulso, consiste em organizar o dado registrado na superfície em famílias CMP, representado por  $P(x, h, z = 0, w)$ , e propagá-lo para a subsuperfície através da equação da Dupla Raiz Quadrada:

$$\frac{\partial}{\partial z} P(x, h, z, w) = \left( \frac{iw}{v(x_s, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_s, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_s^2}} + \frac{iw}{v(x_r, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_r, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_r^2}} \right) P(x, h, z = 0, w) \quad (20)$$

Na equação (20) acima,  $x_s = x - h$  é a coordenada horizontal do tiro,  $x_r = x + h$  é a coordenada lateral do receptor e  $h$  é a distância dada por  $h = \frac{x_s - x_r}{2}$ .

O campo de ondas  $P(x, h, z, w)$  em cada profundidade  $z$  é equivalente ao dado que seria registrado se as fontes e os receptores estivessem localizados nessa profundidade. Essa é a migração pré-empilhamento clássica de Claerbout (1985).

Novamente aparece o operador pseudo-parcial diferencial  $\sqrt{1 + \frac{v^2(x, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}$ , que pode ser aproximado por métodos numéricos como Diferenças Finitas de Fourier (FFD) (RISTOW e RUHL, 1994, apud SILVA, 2007) e *split-step*.

A condição de imagem da migração fonte-receptor consiste, para cada profundidade, em extrair o componente zero-lag, igualando  $h = 0$  para obter o dado zero offset em subsuperfície  $P(x, h = 0, z, w)$  para cada frequência. A repetição do processo para todas as profundidades produz uma imagem completa da subsuperfície e o empilhamento para todas as frequências produz a imagem final.

Para fontes arbitrárias, que é o caso da migração de múltiplas, o campo de ondas  $P(x, h, z = 0, w)$  que será propagado para a subsuperfície não é o dado organizado em famílias CMP, mas a correlação entre o campo-fonte  $D(x_D = x - h, z = 0, w, s)$  e o campo-receptor  $U(x_U = x + h, z = 0, w, s)$ , para todos os tiros (o somatório em  $s$  indica fontes areais):

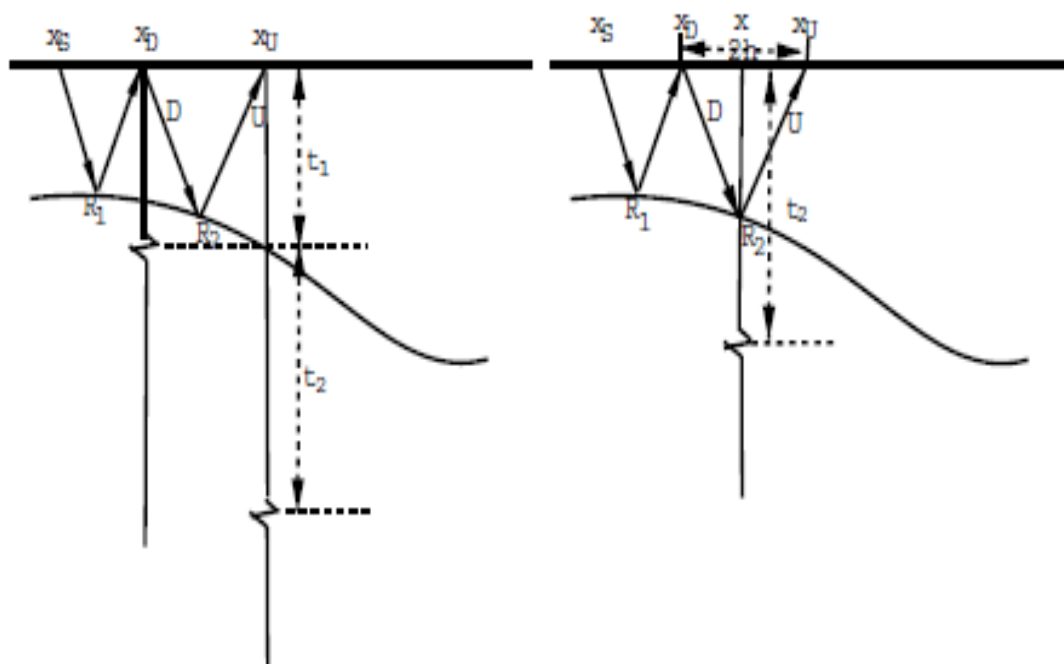
$$P(x, h, z = 0, w) = \sum_s U(x_U = x + h, z = 0, w, s) D^*(x_D = x - h, z = 0, w, s) \quad (21)$$

O campo  $P(x, h, z = 0, w)$  é então continuado para baixo através da equação da Dupla Raiz Quadrada, para várias profundidades. Depois, extrai-se o componente zero offset  $P(x, h = 0, z, w)$  para cada profundidade e realiza-se o empilhamento para a obtenção da imagem completa da subsuperfície.

Para o caso específico da migração de múltiplas, o campo-fonte  $D$  corresponde ao dado total registrado  $P$ , organizado em famílias de tiro comum, e o campo-receptor  $U$  corresponde às múltiplas de superfície  $M_o$ ;  $x_D$  corresponde a  $x_p$  e  $x_U$  corresponde a  $x_m$ . A equação (21), portanto, iguala-se à equação (19), tal que o campo de ondas  $P(x, h, z = 0, w)$  que será propagado para a subsuperfície através da equação DSR consiste nas pseudoprímarias  $W$ . Novamente, a condição de imagem consiste em extrair o componente zero-offset em cada profundidade.

A Figura 41 mostra o princípio da migração fonte-receptor a partir das pseudoprímarias. Como as pseudoprímarias são geradas pela correlação entre o dado total registrado e as múltiplas de superfície, a Figura 41 guarda certa semelhança com a Figura 11, a qual apresenta os princípios da migração por correlação.

**Figura 41: ilustração da migração fonte-receptor. Esquerda: traços do dado original. Direita: traço das pseudoprímarias relacionado a  $x_U$  e  $x_D$ .**



Fonte: Shan (2003).

No dado original, à esquerda da Figura 41, o traço em  $x_D$  registra o tempo de trânsito  $t_1$  da primária, passando por  $x_S$ ,  $R_1$  e  $x_D$ . O traço em  $x_U$  registra o tempo de trânsito  $t_2$  da múltipla que passa  $x_S$ ,  $R_1$  e  $x_D$ ,  $R_2$  e  $x_U$ . À direita da Figura 41, o traço da pseudoprímarias em  $(x, h)$  (onde  $x$  é o ponto médio e  $h$  é o semi-offset entre  $x_D$  e  $x_U$ ) é o resultado da correlação entre os traços em  $x_D$  e  $x_U$ , que corresponde ao traço que seria registrado em  $(x, h)$  se houvesse uma fonte em  $x_D$  e um receptor em  $x_U$ .

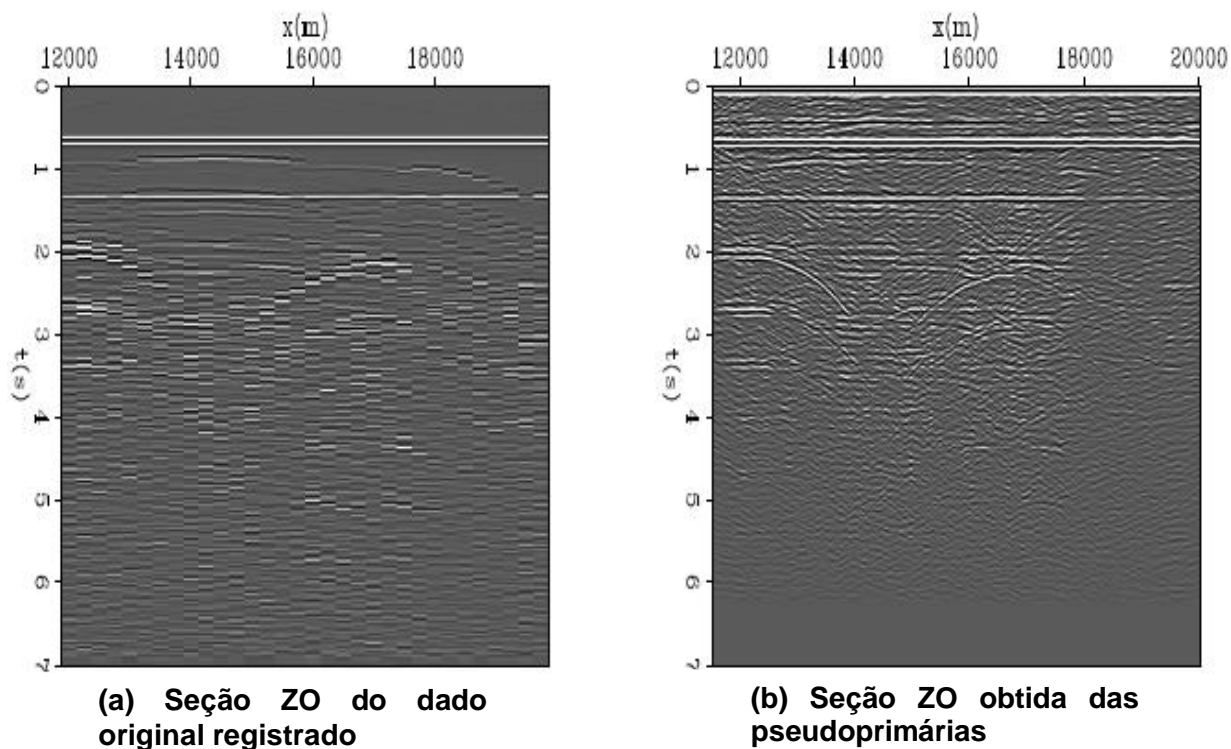
Uma vantagem de calcular as pseudoprímarias é que, a partir delas, pode-se facilmente obter o dado com offset zero (equivalente a fontes e receptores na mesma posição). Para isso, basta igualar  $x_D = x_U = x$ , ou  $x_p = x_m = x$  e, então, o dado zero-offset na superfície será:

$$W(x, h = 0, z = 0, w) = \sum_s M_0(x, z = 0, w) P^*(x, z = 0, w) \quad (22)$$

Para testar a migração fonte-receptor de múltiplas, Shan (2003) utiliza o mesmo modelo usado por Guitton (2002), já mostrado na Figura 26 (modelo Amoco 2.5 D). Após obtidas as pseudoprímarias, pela correlação (equação (19)) entre o dado com primárias e múltiplas (campo-fonte) e o dado somente com múltiplas (campo-receptor), foi extraído o dado zero-offset das pseudoprímarias, de acordo com a equação (22). Na Figura 42, a seguir, são mostrados o dado zero-offset do dado original (Figura 42.a) e o dado zero-offset das pseudoprímarias (Figura 42.b).

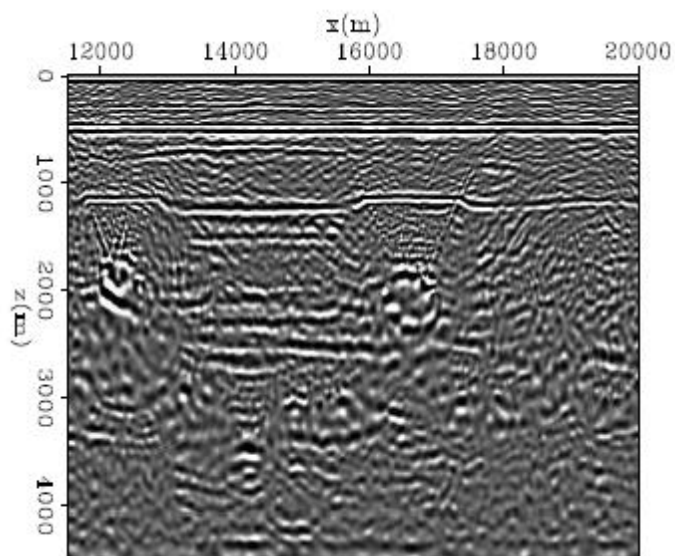
Nota-se que o dado zero-offset obtido do dado original é mais grosseiro (mesmo porque o dado sintético original possui apenas 32 fontes), ao passo que o dado zero-offset obtido a partir das pseudoprímarias é bem mais amplo e contínuo (SHAN, 2003), visto que cada traço no dado original funciona como uma fonte areal nas pseudoprímarias. O dado zero-offset das pseudoprímarias pode ser posteriormente migrado por diversos métodos, sendo um modo rápido de obter uma imagem preliminar da subsuperfície. A Figura 43, que mostra o resultado da migração pós-empilhamento do dado zero-offset obtido das pseudoprímarias, é bastante ruidosa, mas é possível interpretar algumas feições da subsuperfície.

Figura 42: (a) dado zero-offset obtido do dado original; (b) dado zero-offset obtido das pseudoprímarias.



Fonte: Shan (2003)

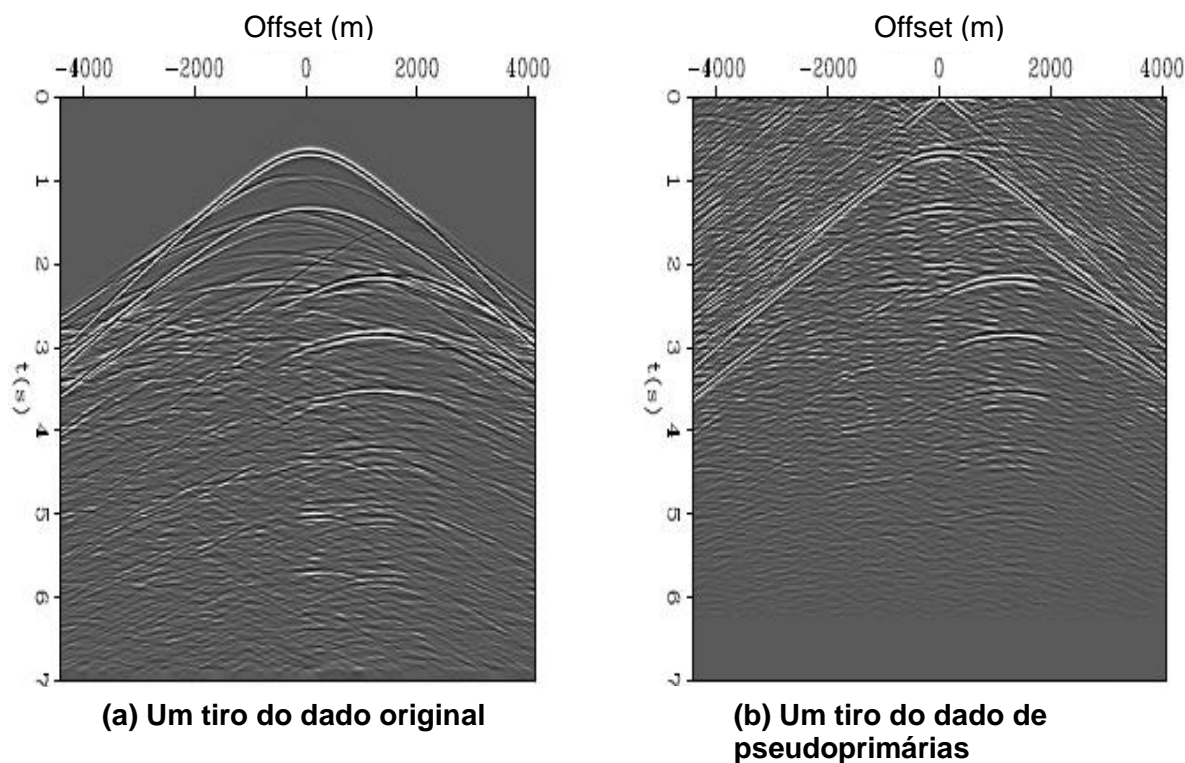
Figura 43: imagem gerada pela migração pós-empilhamento do dado zero-offset obtido a partir das pseudoprímarias.



Fonte: Shan (2003).

Na Figura 44, mostra-se um tiro do dado original (Figura 44a) e um tiro das pseudoprímarias (Figura 44b). A estrutura entre os dois é parecida, mas o tiro das pseudoprímarias é mais ruidoso, especialmente nos pequenos tempos de trânsito.

**Figura 44: (a) um tiro do dado original; (b) um tiro do dado de pseudoprímarias.**



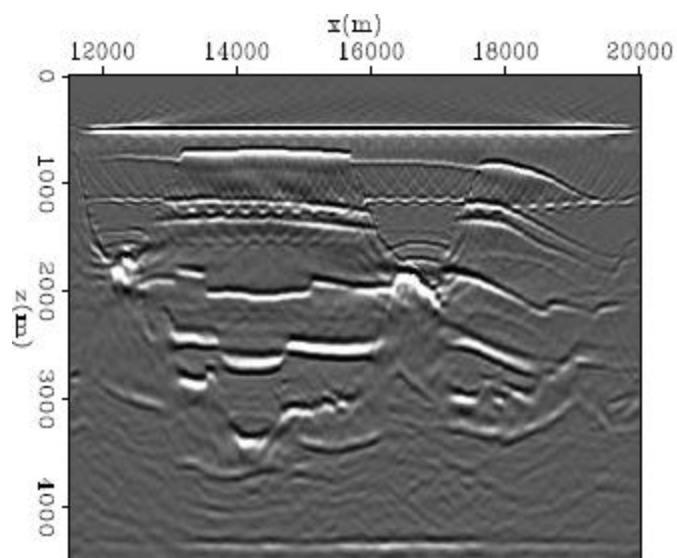
**Fonte: Shan (2003)**

Shan (2003) mostra então os resultados da migração fonte-receptor de reflexões múltiplas. Para comparação, o dado original é migrado através da migração fonte-receptor tradicional, utilizando o método numérico das Diferenças Finitas de Fourier (FFD – “*Fourier Finite Differences*”) para realizar a continuação para baixo. O resultado é mostrado na Figura 45. Os resultados da migração fonte-receptor das múltiplas são mostrados na Figura 46 (na qual utiliza-se o método FFD para continuação do campo de ondas) e na Figura 47 (na qual utiliza-se o método *split-step*).

As três imagens geradas possuem alta qualidade e são perfeitamente interpretáveis. A imagem gerada pela migração com primárias é um pouco mais nítida e apresenta resolução ligeiramente melhor da estrutura de sal. Principalmente nas maiores profundidades, as imagens das pseudoprímarias são mais ruidosas que a das primárias, o que está relacionado à condição de imagem utilizada, como se verá adiante. Entretanto, um forte artefato horizontal pouco abaixo da profundidade 1000 m aparece na imagem das primárias, mas é atenuado nas imagens das pseudoprímarias. As boas imagens geradas pelas múltiplas

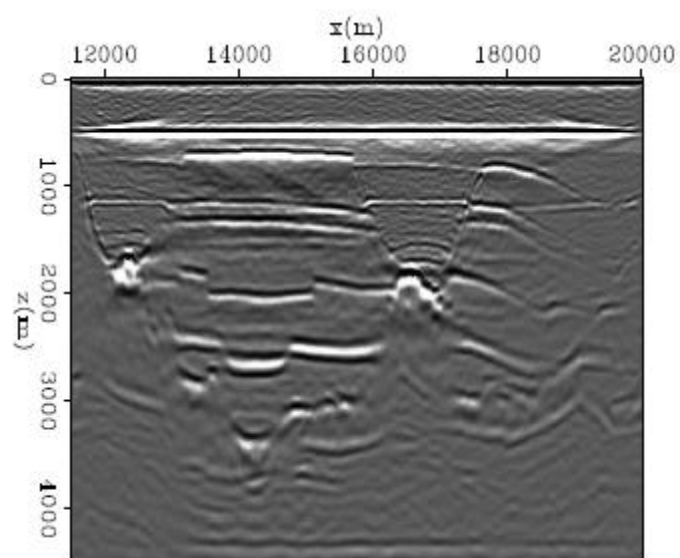
confirmam, portanto, que elas podem ser usadas no imageamento sísmico e fornecer informações estruturais sobre a subsuperfície.

**Figura 45: resultado da migração fonte-receptor tradicional do dado original, utilizando o método FFD para a continuação do campo de ondas.**



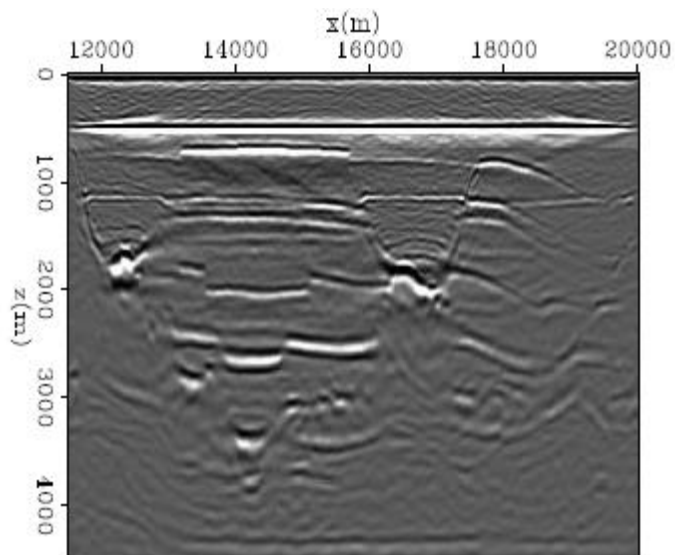
Fonte: Shan (2003)

**Figura 46: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando múltiplas, com o método FFD de continuação do campo de ondas.**



Fonte: Shan (2003).

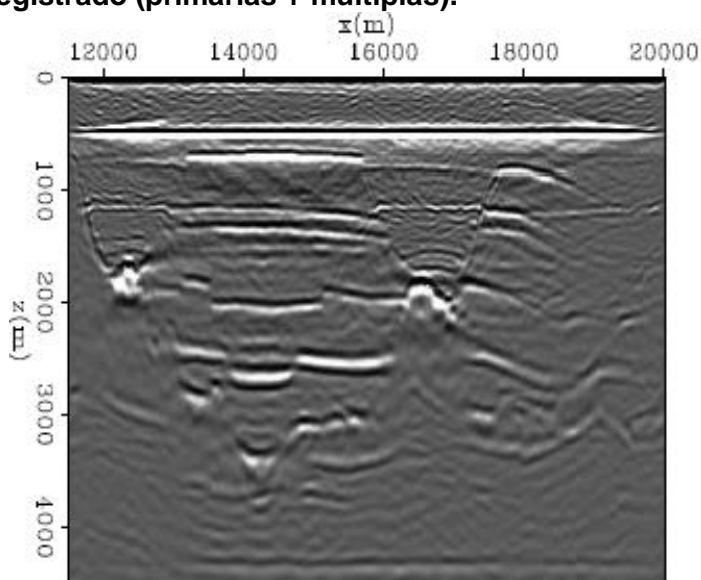
**Figura 47: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando múltiplas, com o método *split-step* de continuação do campo de ondas.**



**Fonte: Shan (2003)**

O outro problema fundamental, segundo Guitton (2002), da migração de reflexões múltiplas é a necessidade de separação prévia das múltiplas do dado original. Shan (2003) também procura uma solução mais simples: ao invés de correlacionar o dado inteiro (primárias e múltiplas) com as múltiplas, correlacionou-se o dado inteiro com ele mesmo (autocorrelação) e, então, foi realizada a migração fonte-receptor. O resultado é mostrado na Figura 48.

**Figura 48: imagem gerada pela migração fonte-receptor, utilizando a autocorrelação do dado inteiro registrado (primárias + múltiplas).**



**Fonte: Shan (2003).**

Como se pode ver, a autocorrelação do dado inteiro produz mais ruído na imagem final. No entanto, o resultado é satisfatório, quando se lembra que o esforço foi mínimo para produzi-lo (evitou o longo processo de separação das múltiplas). É possível, ainda, utilizar os mesmos recursos utilizados por Guitton (2002) para melhorar o resultado final. Utilizar apenas a reflexão relacionada ao fundo oceânico como campo-fonte poderia diminuir o nível de ruído, sem acarretar na perda de significativas informações estruturais (já que a maior parte das múltiplas de superfície, nesse caso, são reverberações na coluna d'água). Além disso, para o campo-receptor, silenciar todo o dado acima da primeira múltipla de superfície poderia fornecer uma aproximação melhor para as reflexões múltiplas do que o dado inteiro, usada quando se realiza a autocorrelação.

Alternativamente à correlação cruzada entre campo-fonte e campo-receptor para gerar as pseudoprímarias, Shan (2003.) também testa gerá-las por deconvolução, de acordo com a equação (23):

$$P(x, h, z = 0, w) = \sum_s \frac{U(x_U, z = 0, w, s) D^*(x_D, z = 0, w, s)}{D(x_D, z = 0, w, s) D^*(x_D, z = 0, w, s) + \epsilon^2} \quad (23)$$

Na equação (23), novamente,  $U(x_U, z = 0, w, s)$  representa o campo-receptor (ascendente),  $D(x_D, z = 0, w, s)$  e  $D^*(x_D, z = 0, w, s)$  representam, respectivamente, o campo-fonte (descendente) e seu conjugado complexo.  $P(x, h, z = 0, w)$  representa o campo de onda que será extrapolado para a subsuperfície através da equação da Dupla Raiz Quadrada.  $\epsilon^2$  é uma pequena constante utilizada para evitar problemas de instabilidade associados à divisão por números pequenos.

Quando se gera as pseudoprímarias por correlação (equação (21) e equação (19)) ou por deconvolução (equação (23)), já está embutido o processo – correlação ou deconvolução – utilizado como condição de imagem. O passo seguinte é propagar as pseudoprímarias para a subsuperfície através da equação DSR, obter o componente zero-lag e fazer  $h = 0$  para obter a componente de offset nulo em subsuperfície. Portanto, gerar as pseudoprímarias por correlação ou deconvolução equivale a aplicar a correlação ou deconvolução como condição de imagem.

Quando a autocorrelação do campo-fonte apenas contém energia às proximidades de  $t = 0$ , como é o caso da migração de primárias, onde a assinatura da fonte é próxima a uma função impulso, o denominador da equação (23) pode ser omitido, resultando na equação (21), que representa a correlação como condição de imagem.

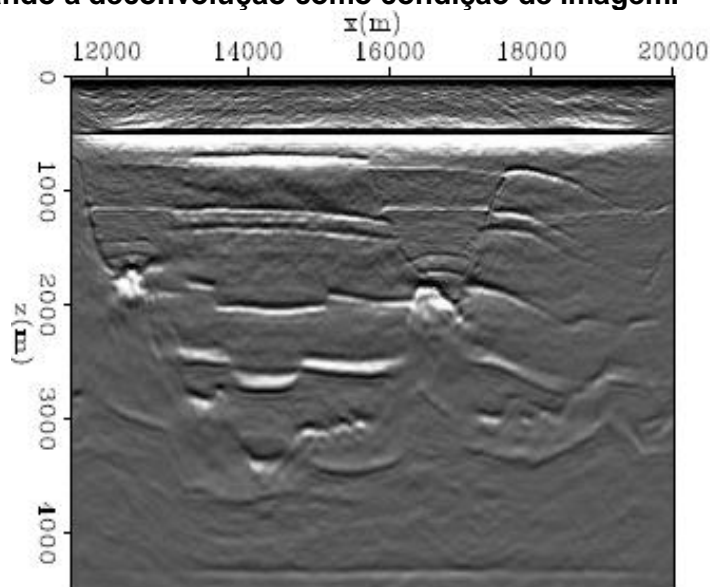
Entretanto, a migração de múltiplas tem como campo-fonte o campo total registrado, que é bem mais complexo que a fonte impulsiva considerada no caso da migração de primárias. Como resultado, a autocorrelação do campo-fonte, no denominador da equação (23), contém muita energia fora das proximidades de  $t = 0$ , tornando inadequada sua omissão. Essa provavelmente é a razão pela qual as imagens geradas pelas metodologias anteriormente descritas (BERKHOUT e VERSCHUUR, 1994b; SHENG, 2001a; GUITTON, 2002; SHAN, 2003) são mais ruidosas que as imagens geradas pelo processamento convencional. Mais detalhes sobre correlação e deconvolução na sísmica podem ser encontrados em Wapenaar et al (2008).

Aplicar a deconvolução como condição de imagem é importante também para realizar um balanço de amplitude, já que a amplitude das primárias varia com a posição e com o tempo, fazendo com que as múltiplas tenham fontes de diferentes amplitudes.

Além disso, a correlação pode produzir um tipo de artefato, conhecido como *crosstalk*, resultante da interferência entre campo-fonte e campo-receptor não associada a pontos comuns de reflexão, que aparece principalmente para dados de múltiplas fontes. Esse ruído pode diminuir a razão sinal-ruído e, portanto, a qualidade da imagem final. Uma explanação mais pormenorizada sobre *crosstalk* pode ser encontrada em Mujis et al (2007), cujo trabalho, que utiliza a deconvolução como condição de imagem, será estudado em maiores detalhes mais adiante.

Por essas razões, Shan (2003) também aplicou, para o *dataset* Amoco 2.5 D (Figura 26), a migração fonte-receptor de reflexões múltiplas utilizando a deconvolução como condição de imagem. O resultado é mostrado na Figura 49.

**Figura 49: imagem gerada pela migração fonte-receptor utilizando reflexões múltiplas, aplicando a deconvolução como condição de imagem.**



**Fonte: Shan (2003)**

Além do balanceamento de amplitude, notável principalmente em grandes offsets e grandes profundidades, e da redução do nível de ruído, a imagem também mostra melhor resolução. Entretanto, o custo computacional é maior, já que a deconvolução é um processo mais longo e dispendioso que a correlação.

### 3.2.2 Migração de pseudoprímarias por perfis de tiro

Para reforçar ainda mais a ideia de que as múltiplas de superfície podem ser utilizadas para obter informações estruturais sobre a subsuperfície, Shan e Guitton (2004) realizaram uma série de testes no *dataset* SigsBee2B (mostrado na Figura 37) – o mesmo utilizado no trabalho de Liu et al (2011) com RTM - e mostraram que as múltiplas também podem estimar corretamente traços ausentes no dado, os chamados “*gaps*” (“lacunas”, “buracos”), e ajudar a extrapolar o dado para regiões fora da geometria de aquisição.

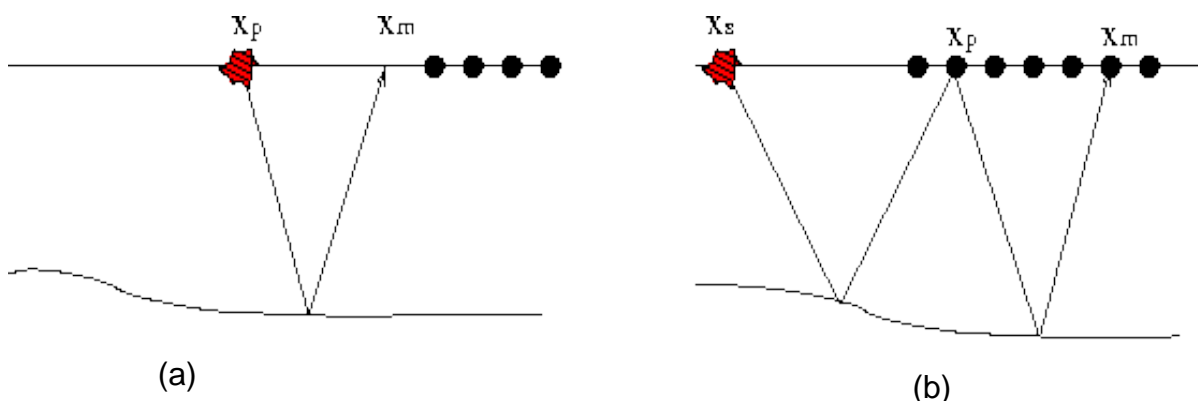
Duas versões do *dataset* SigsBee2B foram geradas: uma com múltiplas de superfície e outra sem múltiplas de superfície (SHAN e GUITTON, 2004). A metodologia consiste, inicialmente, em gerar as pseudoprímarias, através da correlação entre o dado total (primárias e múltiplas) e as múltiplas de superfície, de acordo com a equação (19). Obtidas as pseudoprímarias, Shan e Guitton (op.cit.) as migram por perfis de tiro, diferentemente de Shan (2003), que realiza a

migração fonte-receptor. Porém, como os dois métodos de migração são equivalentes (APÊNDICE D), as metodologias de Shan (2003) e Shan e Guitton (2004) também são equivalentes. De fato, as pseudoprimárias podem alimentar (servir de *input* para) qualquer processo de migração (VERSCHUUR, 2006).

Através das pseudoprimárias, cujas fontes são areais, diferentes regiões são iluminadas por diferentes ângulos, gerando informações que as primárias, sozinhas, não são capazes de fornecer. Isso ajuda na recuperação de informações relacionadas a pequenos offsets (conforme mostrado na Figura 50) e grandes offsets (conforme mostrado na Figura 51). O trabalho de Shan e Guitton (op.cit.) destaca-se por mostrar essa recuperação.

A Figura 50 mostra que a informação relacionada a um pequeno offset (entre  $x_p$  e  $x_m$ ), não registrada em uma reflexão primária (Figura 50a), pode ser recuperada quando se utiliza uma reflexão múltipla (Figura 50b), de tal modo que a pseudoprimária gerada será equivalente ao dado que seria registrado se houvesse uma fonte em  $x_p$  e um receptor em  $x_m$  (ver legenda).

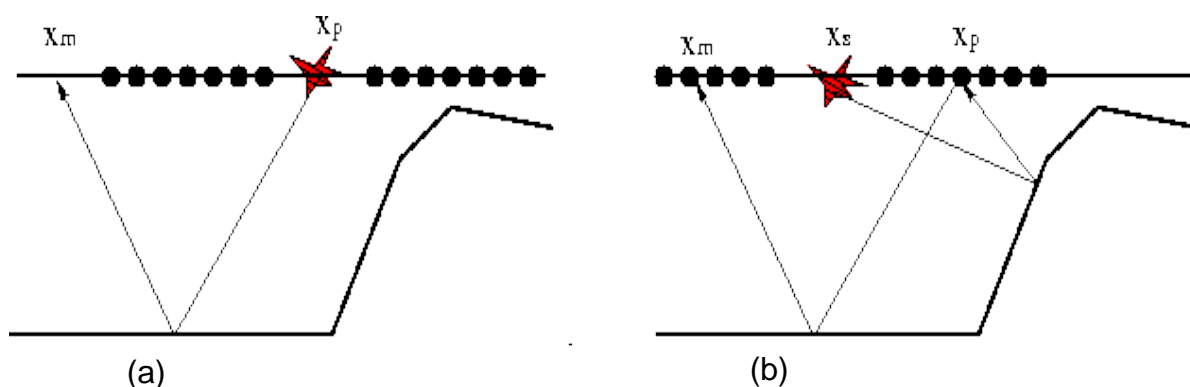
**Figura 50: recuperação de pequenos offsets a partir de pseudoprimárias. Em (a), nenhum traço é registrado em  $x_m$  para o tiro disparado em  $x_p$ . Em (b), para o tiro em  $x_s$ , é registrada uma reflexão primária em  $x_p$  e uma múltipla em  $x_m$ . Correlacionando os traços em  $x_p$  e  $x_m$ , obtém-se a pseudoprimária equivalente a um traço com fonte em  $x_p$  e receptor em  $x_m$ , recuperando o offset que estava ausente em (a).**



Fonte: Shan e Guitton (2004)

A recuperação de offsets distantes pode ser particularmente útil em situações de refletores íngremes, como em quebras de talude, conforme mostrado na Figura 51. Nela, vê-se que a reflexão múltipla é capaz de imagear uma área além da geometria de aquisição (Figura 51b), não iluminada pela reflexão primária mostrada na Figura 51a (ver legenda).

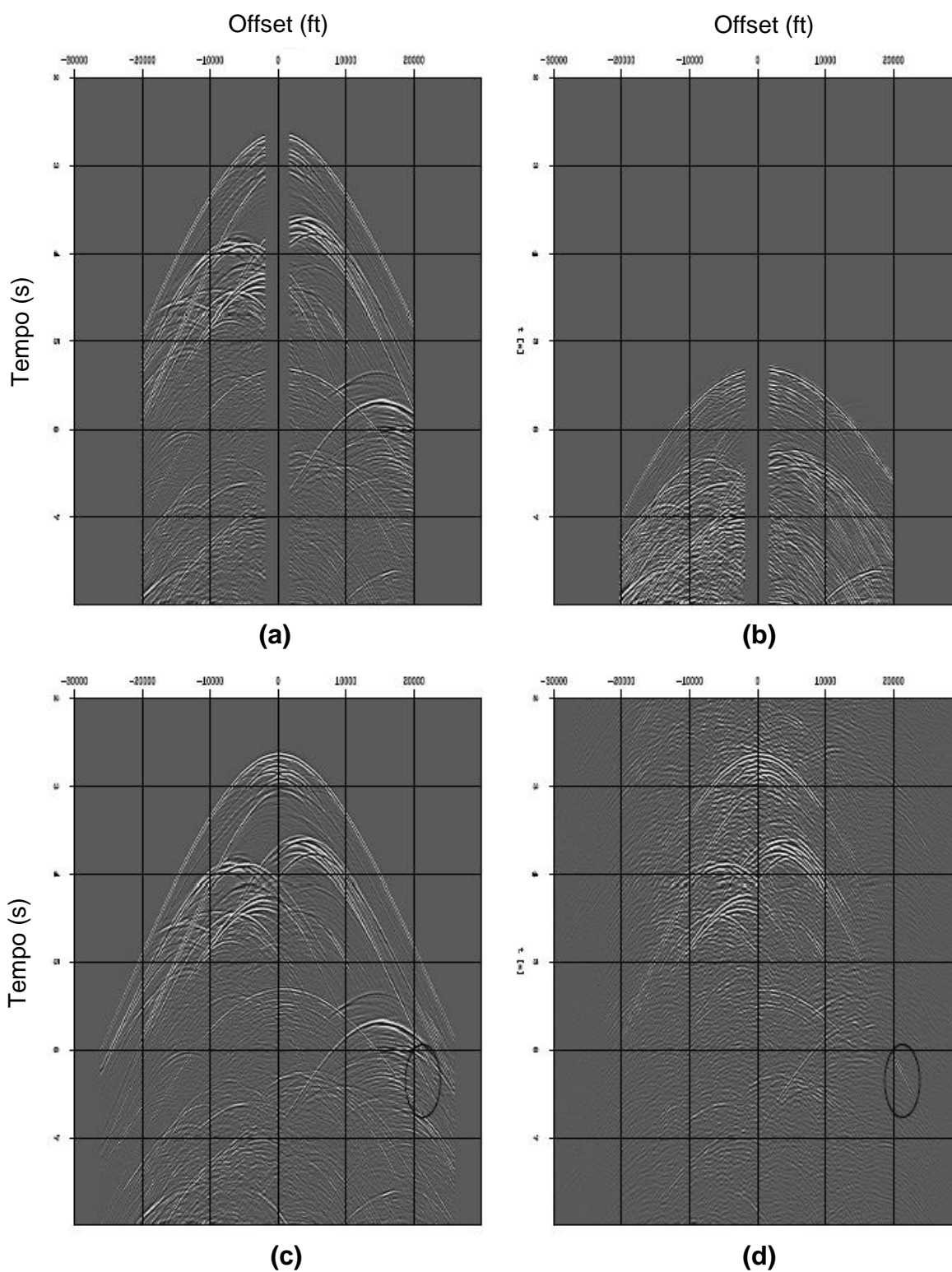
**Figura 51: recuperação de grandes offsets a partir de pseudoprímarias. Em (a), nenhum traço é registrado em  $x_m$ , pois este está fora da área do levantamento. Em (b), para o tiro em  $x_s$ , registra-se uma primária em  $x_p$  e uma múltipla em  $x_m$ . Correlacionando os traços em  $x_p$  e  $x_m$ , obtém-se a pseudoprímária equivalente a um traço com fonte em  $x_p$  e receptor em  $x_m$ , recuperando o offset ausente em (a).**



**Fonte: Shan e Guitton (2004)**

Na Figura 52, mostra-se a família de tiro comum relacionada à fonte no ponto 50000 ft., em quatro situações: com o *dataset* original, com pequenos (menores que 2000 ft.) e grandes (maiores que 20000 ft.) offsets removidos (Figura 52a); com as múltiplas de superfície, com pequenos e grandes offsets removidos (Figura 52b); com o *dataset* original – primárias e múltiplas – contendo todos os offsets (Figura 52c); e nas pseudoprímarias (Figura 52d), obtidas pela correlação entre os dados das Figuras 52a e 52b (*dataset* original e múltiplas de superfície, sem pequenos e grandes offsets).

Figura 52: Família de tiro comum registrada para o *dataset* Sigsbee2B em quatro situações: (a) dado original, com pequenos e grandes offsets removidos; (b) apenas múltiplas de superfície, com pequenos e grandes offsets removidos; (c) dado original, com todos os offsets; (d) pseudoprímarias, obtidas pela correlação entre os dados de (a) e (b). A área oval destacada mostra como as pseudoprímarias em (d) recuperaram informações de um offset distante, presente no dado original (c), mas ausentes no dado (a), que teve esse offset removido.



Fonte: Shan e Guitton (2004).

Na Figura 52, vê-se que as pseudoprimárias podem interpolar com sucesso o dado contido nos “buracos” de aquisição. A Figura 52d possui uma estrutura similar ao dado inteiro, mostrado na Figura 52c. Especialmente os dados com offset menor que 2000 ft., ausentes nas Figuras 52a e 52b, foram muito bem recuperados pelas pseudoprimárias. A área oval, destacada nas Figuras 52c e 52d, mostra que as pseudoprimárias também recuperaram informações de offsets distantes, provavelmente relacionadas às “paredes” íngremes do corpo de sal (ver Figura 37), que formam uma estrutura similar àquela mostrada na Figura 51.

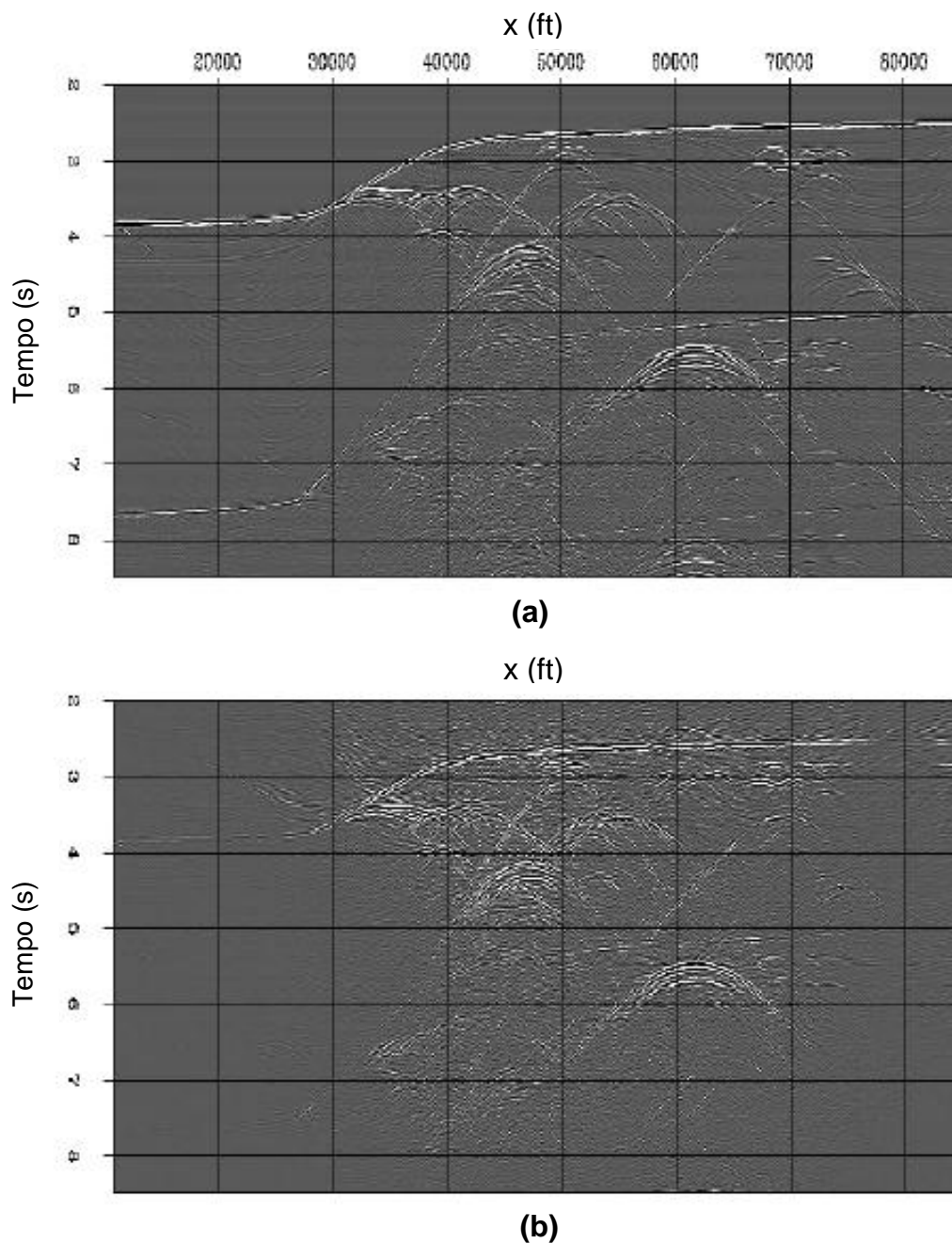
Entretanto, novamente são observados artefatos e eventos ruidosos, gerados pelo próprio processo de correlação, limitando a qualidade da imagem gerada pelas múltiplas. Contudo, a imagem foi gerada com apenas um tiro (SHAN e GUITTON, 2004). Se todos os tiros fossem usados e empilhados, uma imagem com melhor razão sinal-ruído poderia ser obtida.

Shan e Guitton (op.cit.) também comparam o dado zero-offset obtido a partir do dado original (Figura 53a) - contendo primárias e múltiplas e todos os offsets - e o dado zero-offset obtido a partir das pseudoprimárias (Figura 53b), conforme equação (22), resultantes da correlação entre o dado original e as múltiplas de superfície, ambos sem os pequenos e grandes offsets

Das Figuras 53a e 53b, observa-se que, apesar da imagem gerada pelas pseudoprimárias ser mais ruidosa e apresentar menor resolução que a imagem gerada a partir do dado original, as duas imagens apresentam uma estrutura semelhante. Isso prova que as pseudoprimárias podem recuperar informações relacionadas a pequenos e grandes offsets, originalmente ausentes.

A recuperação de offsets ausentes através de múltiplas também é mostrada em outros trabalhos (VERSCHUUR, 2006; van GROENESTIJN e VERSCHUUR, 2006). Nesses trabalhos, é utilizada uma outra metodologia, desenvolvida por Berkhout e Verschuur (2003), que consiste na transformação de múltiplas em primárias através da transformada focal.

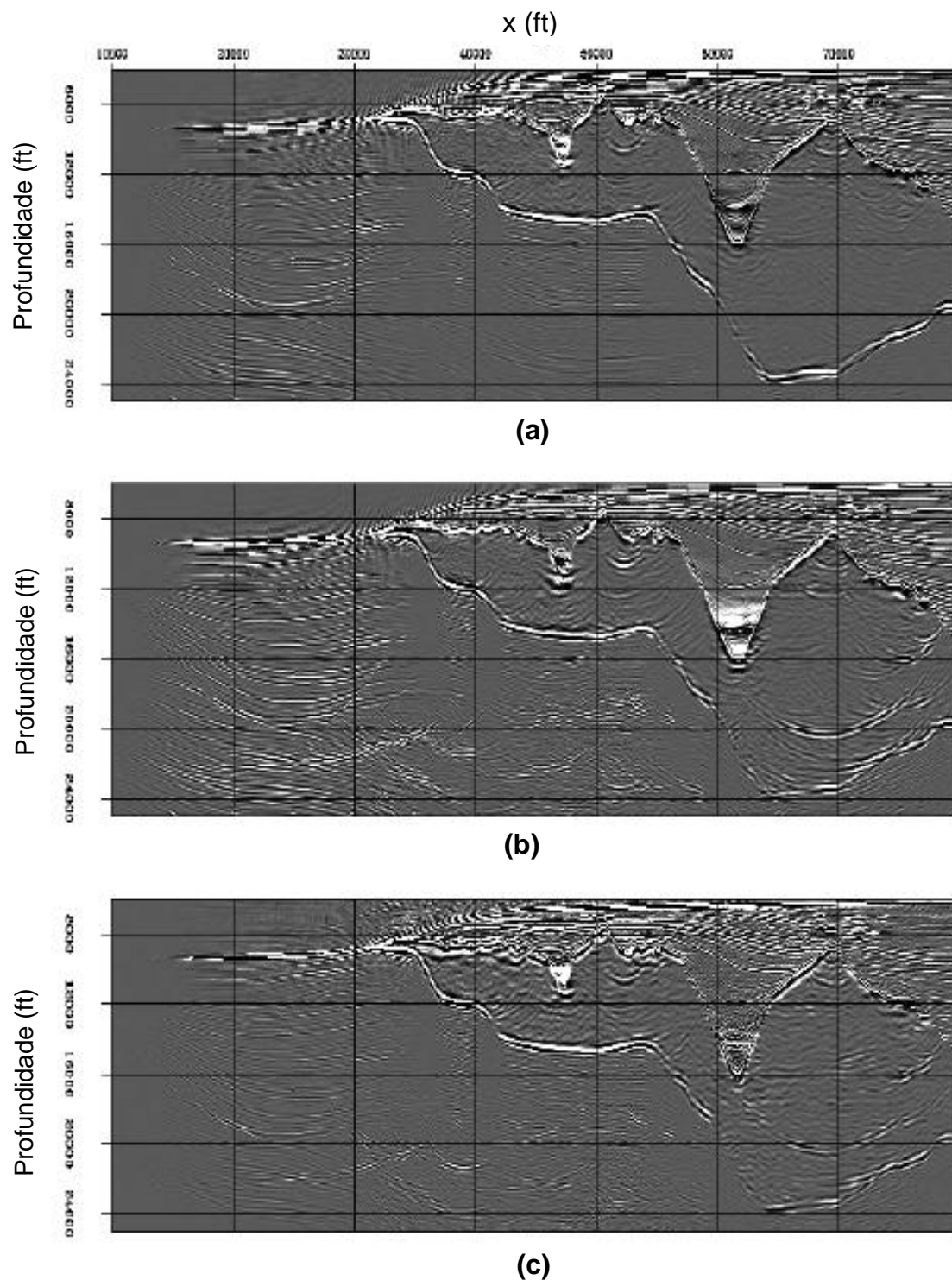
Figura 53: dados zero-offset obtidos a partir: (a) do dado original, com primárias, múltiplas e todos os offsets; e (b) das pseudoprimárias, geradas pela correlação entre o dado original e o dado somente com múltiplas de superfície, ambos sem offsets menores que 2000 ft. e maiores que 20000 ft.



Fonte: Shan e Guitton (2004).

Por fim, Shan e Guitton (2004) realizam a migração das pseudoprimárias por perfis de tiro, e comparam o resultado obtido (mostrado na Figura 54c) com os resultados obtidos com a migração do dado original inteiro (primárias e múltiplas), mostrada na Figura 54b, e com a migração do dado contendo somente primárias, mostrada na Figura 54a.

Figura 54: imagens migradas obtidas a partir: (a) do dado contendo somente reflexões primárias; (b) do dado inteiro, com primárias e múltiplas; e (c) das pseudoprimárias.



Fonte: Shan e Guitton (2004).

A Figura 54b, por ter sido gerada pelo dado inteiro, com primárias e múltiplas, apresenta uma grande quantidade de ruído. Na Figura 54c, gerada pelas

pseudoprimárias, a quantidade de ruído é menor do que na Figura 54c, mas maior do que na Figura 54a, gerada apenas por reflexões primárias. Especialmente na parte direita do corpo de sal, em torno da coordenada lateral 70000 ft. e as profundidades 16000 ft. e 2000 ft., o nível de ruído pode prejudicar a interpretação da seção gerada pelas pseudoprimárias. A resolução vertical da Figura 54c também é menor que a da Figura 54a. Ainda assim, o corpo de sal, assim como os refletores abaixo dele, são imageados satisfatoriamente pelas pseudoprimárias. Aplicar a deconvolução como condição de imagem, ao invés da correlação, poderia ajudar a melhorar o resultado final, especialmente na remoção de ruído.

Dessa vez, portanto, a imagem produzida com reflexões múltiplas não superou a imagem obtida apenas com reflexões primárias. Todavia, o trabalho de Shan e Guitton (2004) tem o importante mérito de provar que as múltiplas podem ser utilizadas para preencher “lacunas” de aquisição, especialmente relacionadas a pequenos offsets, e para obter informações sobre regiões além da geometria de aquisição, principalmente na presença de refletores de mergulhos íngremes.

### 3.3 IMAGEAMENTO UTILIZANDO CONJUNTAMENTE REFLEXÕES PRIMÁRIAS E MÚLTIPLAS

A maioria das metodologias estudadas até agora considera a migração de reflexões múltiplas como alternativa ou complemento à migração baseada em reflexões primárias. A migração de múltiplas por correlação (SHENG, 2001a) defende a fusão da imagem gerada pelo processamento convencional com a gerada pelo processamento com múltiplas. Em Guitton (2002), sugere-se que as duas imagens sejam geradas para obter o máximo de informações.

No entanto, o esforço, o tempo e o custo para obter essas duas imagens tornam desvantajosa sua geração. Por esse motivo, alguns autores propuseram metodologias que procuram imagear conjuntamente primárias e múltiplas, de modo a otimizar a integração das informações contidas nesses dois eventos. Assim, evita-se a geração de duas imagens e a necessidade de separação entre primárias e múltiplas.

Nesse sentido, Yu e Schuster (2002) apresentaram uma metodologia de imageamento para dados RVSP (“*Reverse Vertical Seismic Profile*” – Perfil Sísmico

Vertical Reverso) utilizando conjuntamente reflexões primárias e múltiplas. Essa metodologia utiliza como condição de imagem o que eles chamam de autocorrelograma, que consiste em autocorrelacionar o dado sísmico ,registrado por um arranjo na superfície, para construir o perfil sísmico vertical invertido. Através dela, não é necessário conhecer o sinal-piloto (“*pilot signal*”) e é possível atenuar erros estáticos, interferências e, conseqüentemente, produzir melhores imagens do que aquelas obtidas pelo imageamento convencional.

Jiang et al (2005) utilizaram a interferometria para a migração de múltiplas. Foram processados dados VSP (“*Vertical Seismic Profile*” – Perfil Sísmico Vertical) e RVSP, sintéticos e reais, para provar que as múltiplas oferecem maior cobertura e contribuem para reduzir distorções estáticas e relacionadas a erros na análise de velocidade, produzindo, portanto, melhores imagens.

Brown (2004) e Brown e Guitton (2005) apresentam uma metodologia que se enquadra dentro das abordagens que incluem as múltiplas dentro de um processo de inversão, segundo a classificação de Verschuur (2006). A metodologia dos autores consiste em um método de inversão por mínimos quadrados que funciona com reflexões primárias e múltiplas simultaneamente, utilizando a informação de ambas para estimar as propriedades refletivas do meio. A implementação da metodologia, porém, foi realizada no domínio CMP, considerando a Terra localmente invariante.

Mujis et al (2007a) apresentaram uma metodologia, à qual deram o nome de DIPMR (“*Depth Imaging using Primary and Multiple Reflections*” – Imageamento em Profundidade utilizando Reflexões Primárias e Múltiplas), que realiza uma migração pré-empilhamento, em profundidade, utilizando conjuntamente primárias e múltiplas. A metodologia foi originalmente desenvolvida para dados registrados com hidrofones no fundo oceânico (OBH), mas pode também ser utilizado, com pequenas modificações, para dados obtidos com arraste de cabo marinho (MUJIS et al, 2007a). Entre as vantagens do DIPMR, está o fato de que não há necessidade de informações sobre a diretividade ou a assinatura da fonte.

A metodologia se divide em três etapas: separação do dado em campo de ondas ascendentes e campo de ondas descendentes, extrapolação dos campos de ondas e imageamento multidimensional. Os *inputs* necessários são o campo de

pressão e, para dados OBH, as componentes vertical e horizontal da velocidade particular, que são funções da frequência e das posições das fontes e receptores.

A primeira etapa (separação do campo de ondas ascendentes e do campo de ondas descendentes) é realizada no nível de profundidade dos receptores. Para dados OBH, o campo de ondas descendentes, no nível dos receptores, contém o campo iluminador total, primário (pulso sísmico) e secundário (reflexões que voltam à subsuperfície e geram múltiplas). O campo de ondas ascendentes, no nível dos receptores, concentra as reflexões primárias e múltiplas (MUJIS et al, 2007a).

A separação ocorre no domínio frequência-vagarosidade horizontal. Para o caso acústico, essa separação ocorre logo acima do fundo oceânico e depende do campo de pressão e da componente vertical da velocidade. Para o caso elástico, a separação ocorre em um nível logo abaixo do fundo oceânico, dependendo também da componente horizontal da velocidade. A decomposição do dado em ondas ascendentes e descendentes logo abaixo do fundo oceânico resulta em um grande número de múltiplas de superfície sendo separadas das primárias, já que muitas múltiplas de superfície consistem em ondas descendentes logo abaixo do fundo oceânico (AMUNDSEN e REITAN, 1995, apud MUJIS et al, 2007a). Maior riqueza de detalhes pode ser obtida diretamente de Mujis et al (op.cit.).

Para dados obtidos com receptores na superfície marinha, onde a componente vertical de velocidade não é disponível, a decomposição do campo de pressão registrado  $P_r$  em campo de ondas ascendentes  $P^-$  e descendentes  $P_r^+$  é feita também no domínio frequência-vagarosidade, conforme as seguintes equações (AMUNDSEN, 1993; MUJIS et al, op.cit.):

$$P^-(w, \rho) = \frac{P_r(w, \rho)}{1 + r_0 \cdot e^{2i w q_0 z_g}} \quad (24)$$

$$P_r^+(w, \rho) = r_0 \cdot e^{2i w q_0 z_g} \cdot P^-(w, \rho) \quad (25)$$

O índice  $r$  indica que apenas a parte refletida do campo é incluída. Ou seja, ondas diretas devem estar silenciadas e, no caso do campo descendente  $P_r^+$ , a fonte primária de iluminação, representada por  $P_p^+$  e relacionada à fonte sísmica,

também não está incluída.  $r_0$  representa o coeficiente de reflexão na superfície marinha, igual a -1;  $z_g$  representa a profundidade dos receptores e  $q_0$  é a vagarosidade vertical da água, dada por  $q_0 = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha_0}\right)^2 - \rho^2}$ , onde  $\alpha_0$  é a velocidade do som na água e  $\rho$  é a vagarosidade (inverso da velocidade).

O DIPMR utiliza, como campo-fonte  $D(w, x, z)$ , o campo total descendente  $P_t^+$ , dado pela soma entre o campo descendente primário  $P_p^+$  e o campo descendente refletido  $P_r^+$ :

$$D(w, x, z) = P_t^+ = P_p^+ + P_r^+ \quad (26)$$

Como o campo refletido  $P_r^+$  é obtido isoladamente com a equação (25), é necessário isolar o campo descendente primário  $P_p^+$  para então somá-lo ao campo refletido e obter o campo total descendente  $P_t^+$ , que será usado como campo-fonte  $D$ .

A segunda etapa do DIPMR, que consiste em extrapolar, ou continuar para baixo, os campos de ondas ascendente e descendente, baseia-se na equação unidirecional da onda e pode, a princípio, ser realizada por qualquer método numérico, observadas suas limitações e (in)adequações para diferentes situações. A migração por *shift* de fase (“*phase-shift*” - PS) no domínio frequência-número de onda tem menor custo e pode ser utilizada para meios com camadas horizontais, mas não funciona bem para meios com heterogeneidades laterais, onde Mujis et al (2007a) recomendam o uso de diferenças finitas (FD – “*Finite Differences*”). O DIPMR é implementado no domínio da frequência, permitindo que frequências sejam individualmente processadas e então empilhadas.

A terceira etapa do DIPMR é o imageamento multidimensional, que consiste em uma deconvolução 2D, realizada no domínio frequência – número de onda da fonte, que é o grande diferencial do método. A deconvolução 1D como condição de imagem, representada pela equação (23), consiste em realizar a deconvolução (divisão estabilizada sobre a frequência) seguida de uma soma de todas as frequências para extrair o componente de tempo zero, e então uma soma sobre a coordenada da fonte para empilhar todos os tiros. A deconvolução 2D, por sua vez, representada pela equação (27), mostrada a seguir, consiste em uma

deconvolução (divisão estabilizada sobre a frequência  $w$  e o número de onda da fonte  $k_{x_s}$ ), seguida de somas sobre todas as frequências e todos os números de ondas da fonte, para extrair a imagem  $I(x, z)$ :

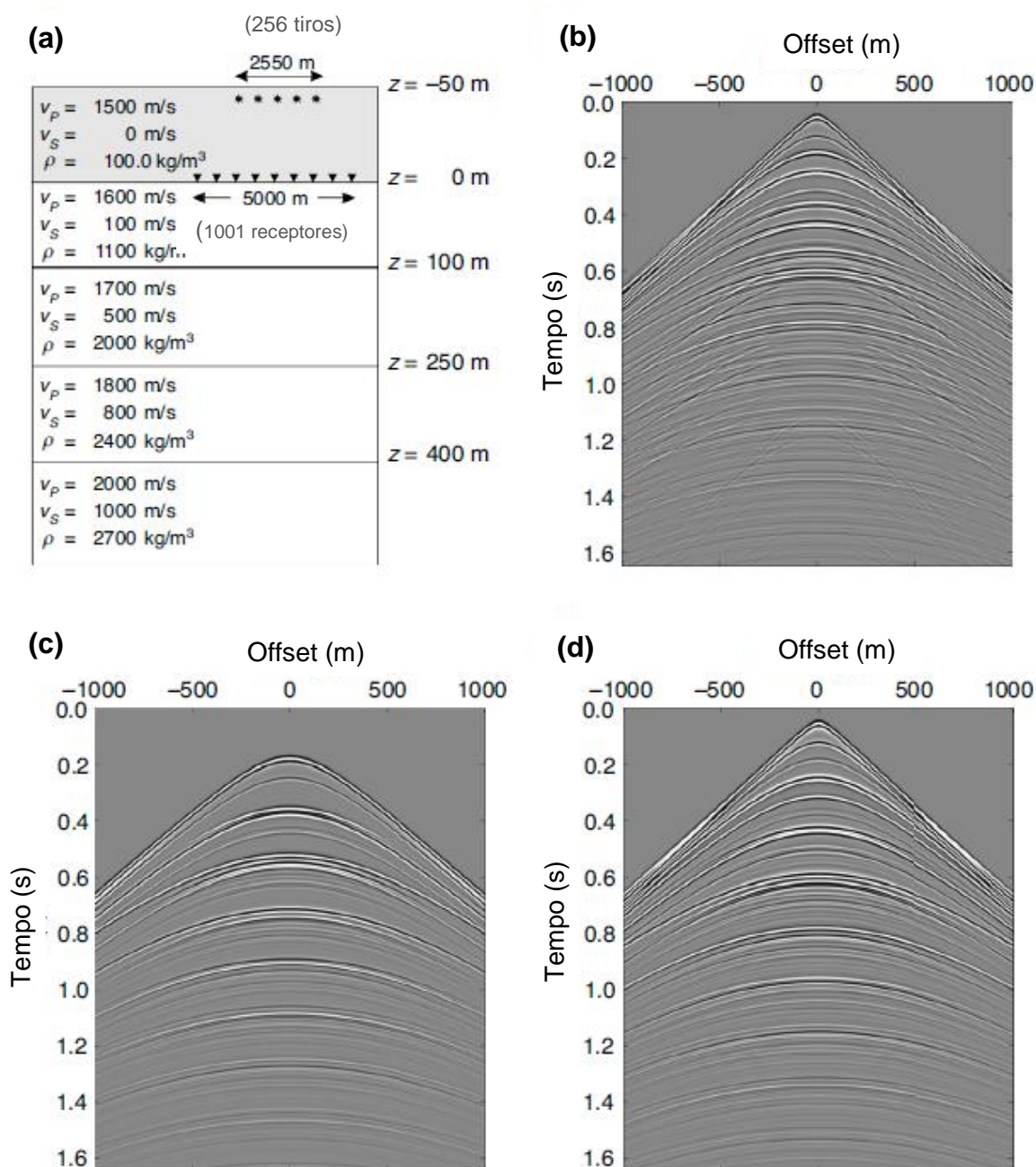
$$I(x, z) = \sum_{k_{x_s}} \left( \sum_w \frac{U(w, x, z | k_{x_s}, z_s) D^*(w, x, z | k_{x_s}, z_s)}{D(w, x, z | k_{x_s}, z_s) D^*(w, x, z | k_{x_s}, z_s) + \epsilon^2} \right) \quad (27)$$

Nessa notação,  $U(w, x, z | k_{x_s}, z_s)$  e  $D(w, x, z | k_{x_s}, z_s)$  representam, respectivamente, os campos ascendente (receptor) e descendente (fonte) extrapolados para a posição  $(x, z)$  e transformados para o domínio frequência-número de onda da fonte  $(k_{x_s}, z_s)$ .

Ao adicionar essa deconvolução sobre o número de onda da fonte, o DIPMR, portanto, exige que as energias ascendente e descendente coincidam não apenas no tempo, mas também para cada fonte iluminando uma determinada posição em subsuperfície. Desse modo, artefatos como o *crosstalk* são melhor atenuados e os verdadeiros refletores são realçados. No entanto, essa deconvolução adicional, bem como a transformada de Fourier adicional para levar ao domínio do número de onda, realizada para cada ponto imageado na subsuperfície, aumentam o custo computacional do processo.

Mujis et al (2007a) testaram a metodologia descrita em dados sintéticos de progressiva complexidade. Primeiramente, o DIPMR foi realizado em um dado com camadas horizontais, mostrado na Figura 55a. Note-se que esse dado simula um levantamento onde os receptores estão localizados no fundo oceânico (OBH – "Ocean Bottom Hydrophones"). Foram modelados 256 tiros. Uma família de tiro comum é mostrada na Figura 55b. O dado foi decomposto em campo ascendente (Figura 55c) e campo descendente (Figura 55d).

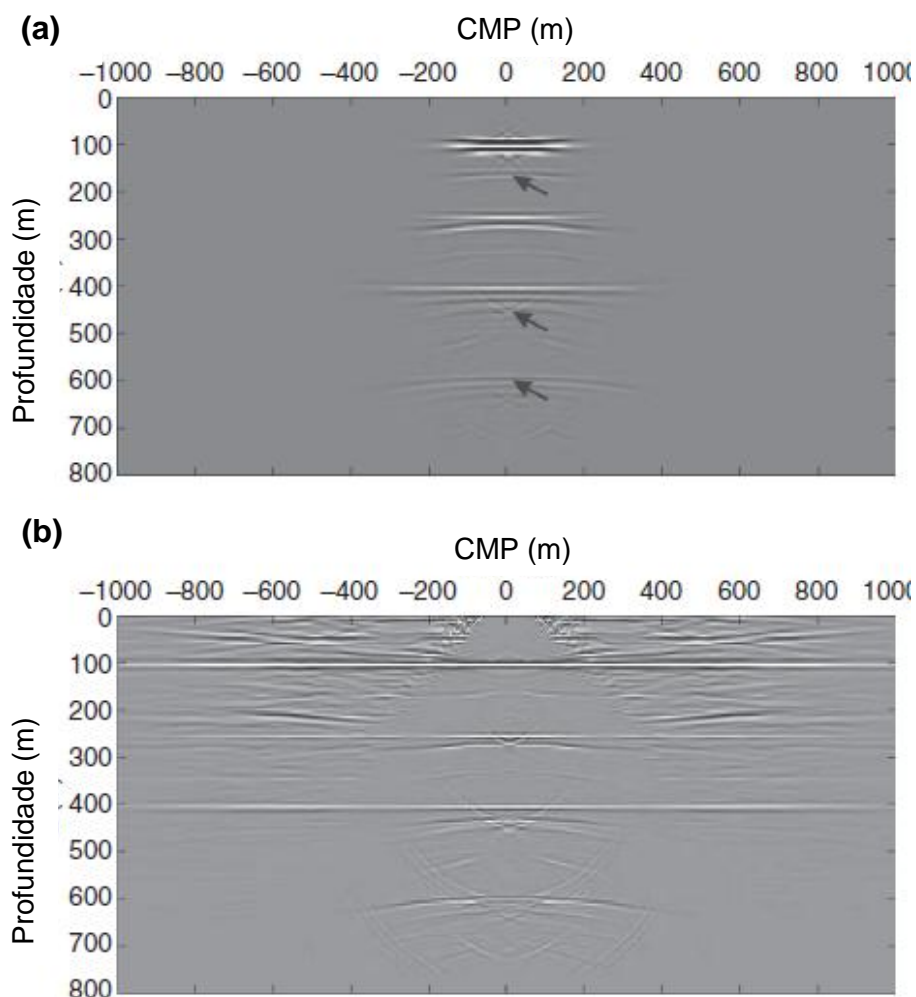
Figura 55: (a) modelo sintético, de camadas horizontais, utilizado para a aplicação do DIPMR; (b) um registro de tiro desse dado, que foi decomposto em (c) campo de ondas ascendentes e (d) campo de ondas descendentes.



Fonte: Mujis et al (2007a).

Um registro de tiro desse dado foi migrado, através de um *shift* de fase (“*phase-shift (PS) migration*”), utilizando o esquema tradicional de migração (isto é, utilizando o campo ascendente da Figura 55c e aplicando a correlação como condição de imagem) e o DIPMR. Os resultados são mostrados, respectivamente, nas Figuras 56a e 56b.

Figura 56: migração PS (*phase-shift*) do campo de ondas ascendentes de um registro de tiro (Figura 49.c), utilizando: (a) o esquema tradicional de migração e (b) o DIPMR.



Fonte: Mujis et al (2007a)

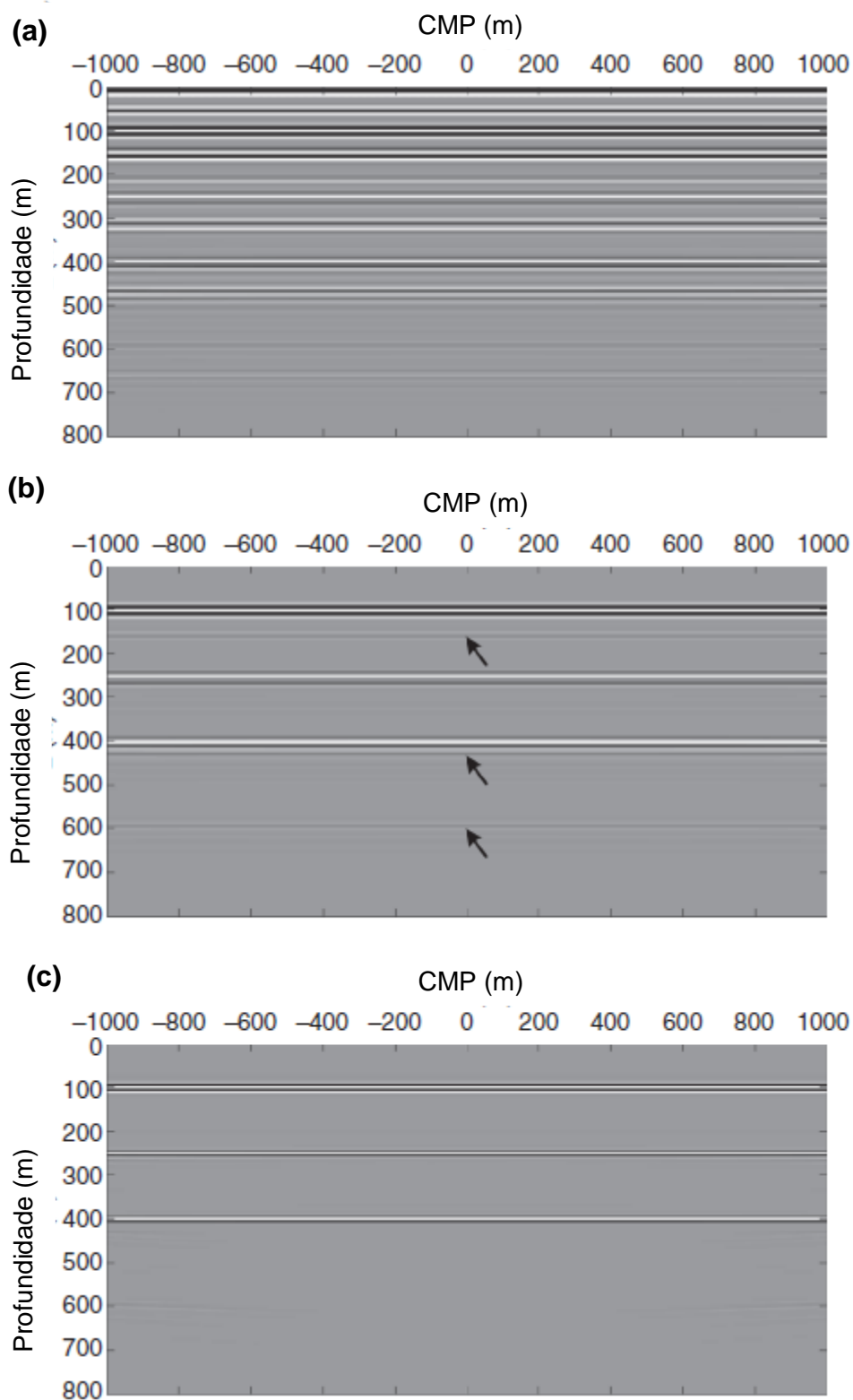
Assim como em praticamente todas as metodologias que utilizam múltiplas na migração, observa-se que o DIPMR também ilumina uma área bem mais extensa (Figura 56b) do que no caso da migração somente com primárias (Figura 56a). As duas imagens estão contaminadas por *crosstalk*, indicado pelas setas na Figura 56a, cujas posições se repetem na Figura 56b. Isso acontece porque, para apenas um registro de tiro, a deconvolução 2D da equação (27) reduz-se à deconvolução 1D da equação (23), tal que o DIPMR não é capaz de eliminar o *crosstalk* da imagem final, especialmente para grandes offsets, onde a interferência entre múltiplas e primárias é maior.

Para que, de fato, a deconvolução 2D seja utilizada como condição de imagem, todos os 256 tiros do dado da Figura 55a foram migrados. A Figura 57a mostra o resultado da migração PS por perfis de tiro do dado inteiro (campo total), sem nenhuma tentativa de atenuação de múltiplas. A Figura 57b mostra o resultado da migração PS por perfis de tiro utilizando apenas o campo ascendente da Figura 55c como campo-receptor. A Figura 57c mostra o resultado da migração com o DIPMR.

A Figura 57a, como foi obtida a partir do dado bruto, está dominada por ruídos, provocados principalmente por múltiplas. Na Figura 57b, observa-se uma grande atenuação no nível de ruído, mas ainda é possível notar artefatos causados por *crosstalk* nas áreas indicadas pelas setas, o que pode levar a erros de interpretação. A Figura 57c apresenta uma imagem significativamente melhor da subsuperfície, onde o *crosstalk* foi praticamente eliminado e a resolução vertical foi aumentada.

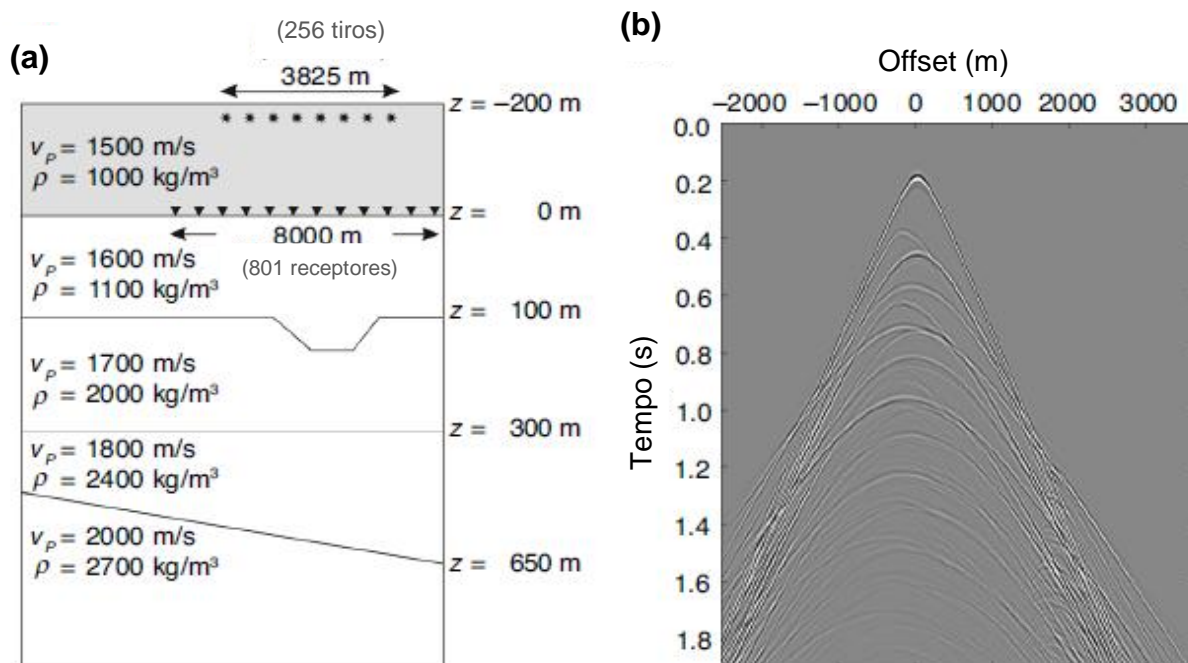
Em seguida, o DIPMR foi aplicado a um modelo mais complexo, com moderada heterogeneidade lateral. Esse modelo é mostrado na Figura 58a, junto com um registro de tiro representativo do dado sintético na Figura 58b. Assim como o modelo anterior, este também simula um levantamento OBH, com hidrofones posicionados no fundo oceânico.

Figura 57: (a) migração por perfis de tiro utilizando o dado inteiro, sem nenhuma tentativa de remoção de múltiplas. (b) migração por perfis de tiro utilizando apenas o campo ascendente. (c) resultado da migração utilizando o DIPMR.



Fonte: Mujis et al (2007a).

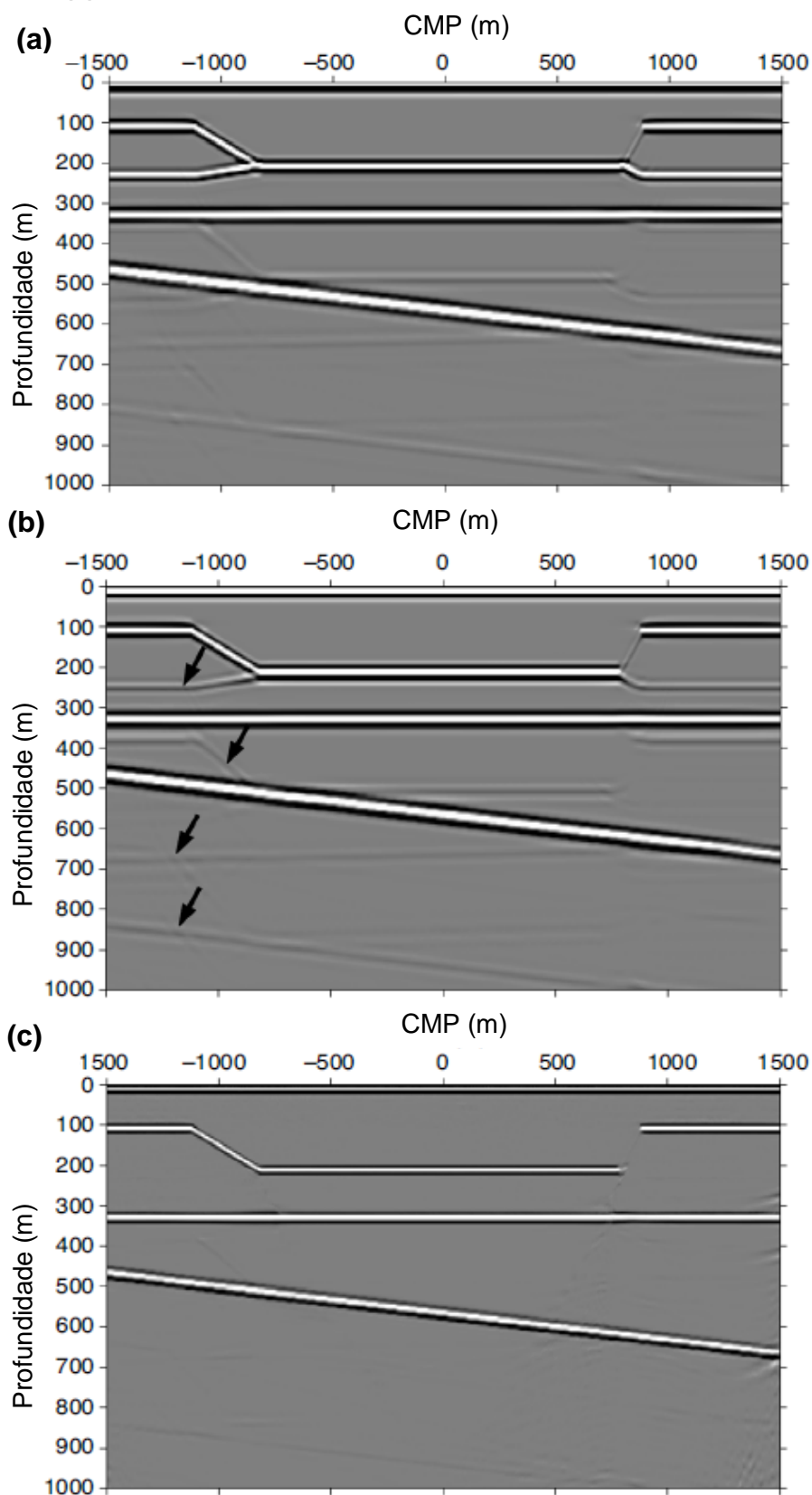
Figura 58: (a) modelo sintético de moderada complexidade e seus parâmetros. (b) um registro de tiro representativo do dado modelado.



Fonte: Mujis et al (2007a)

A Figura 59 mostra os resultados da migração por perfis de tiro, utilizando diferenças finitas (FD) no domínio da frequência para extrapolar os campos de ondas. A Figura 59a mostra o resultado da migração do dado inteiro, sem remoção de múltiplas; a Figura 59b apresenta o resultado da migração convencional, utilizando apenas o campo ascendente e a correlação como condição de imagem; na Figura 59c, mostra-se a imagem obtida com o DIPMR.

Figura 59: imagens obtidas com a migração por perfis de tiro e diferenças finitas, utilizando: (a) o campo total, sem remoção de múltiplas; (b) apenas o campo ascendente; e (c) o DIPMR.



Fonte: Mujs et al (2007a).

Para esse dado (Figura 58a), Mujis et al (2007a) realizaram a decomposição logo acima do fundo oceânico (decomposição acústica), que não separa eficientemente as primárias das múltiplas de superfície. Por isso, as imagens da Figura 59a e 59b são semelhantes e apresentam considerável nível de ruído relacionado ao *crosstalk*, indicado pelas setas na Figura 59b. Embora o nível de ruído tenha sido um pouco atenuado na Figura 59b e as duas seções tenham imageado corretamente as estruturas em subsuperfície, o *crosstalk* compromete a qualidade das imagens. Na Figura 59c, no entanto, esse efeito é praticamente eliminado pelo DIPMR, exceto por pequenos artefatos observados na extrema direita da seção (grandes offsets). Observa-se também, mais uma vez em favor das múltiplas, uma melhor resolução vertical.

Entretanto, o DIPMR não imageou o flanco direito da estrutura em subsuperfície. Esse defeito justifica-se pelo fato de que a condição de imagem da equação (27) foi avaliada apenas para números de onda moderados, a fim de reduzir os elevados custos computacionais do processo (MUJIS et al, 2007a).

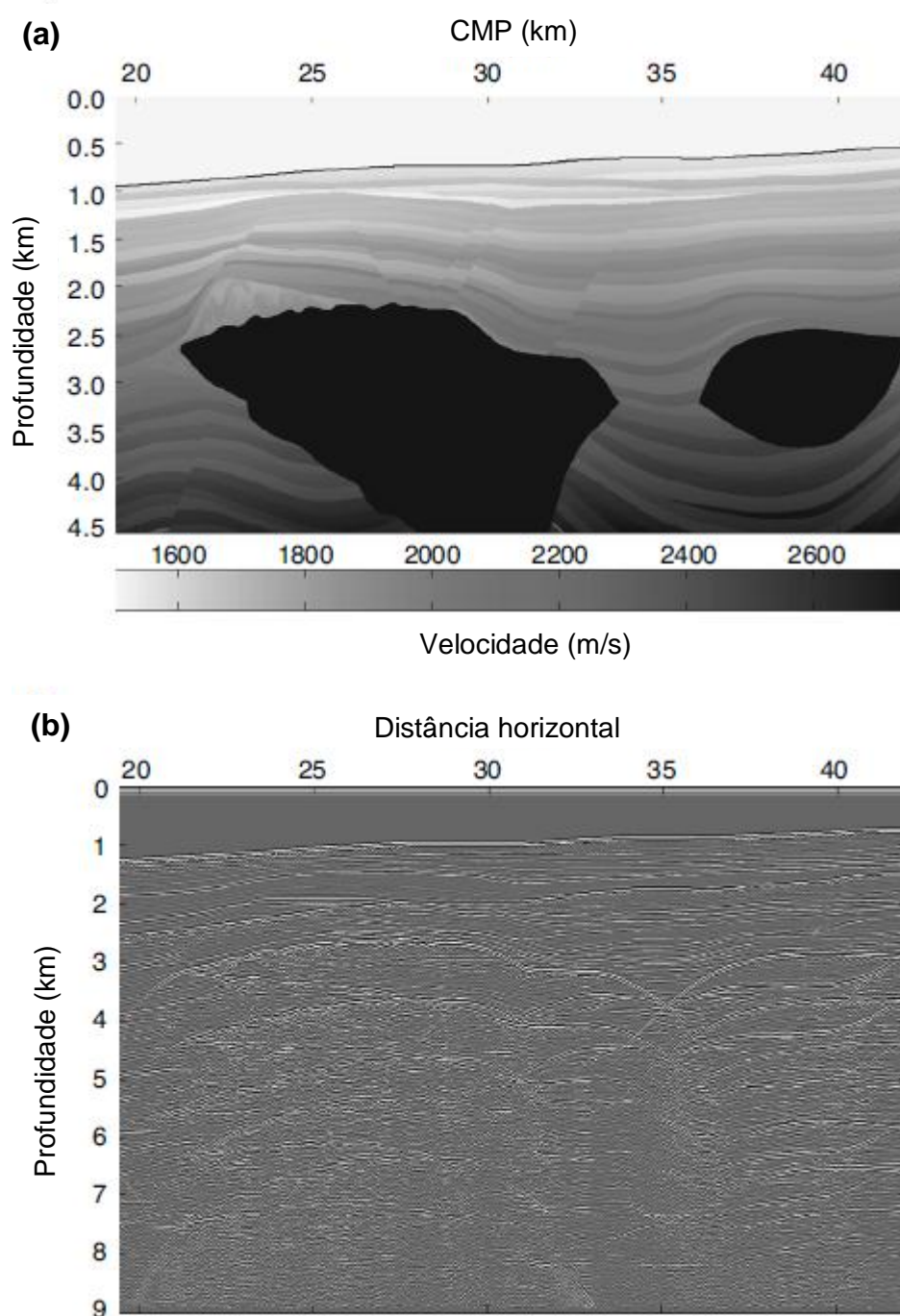
O DIPMR também foi aplicado para o modelo Pluto 1.5, que simula complexas estruturas observadas em águas profundas do Golfo do México. Este dado, diferentemente dos outros onde o DIPMR foi testado, foi simulado para um levantamento com arraste de cabo marinho, com geometria de aquisição *end-on*. A Figura 60a mostra o modelo de velocidade desse dado e a Figura 60b mostra sua seção zero-offset.

Mujis et al (op.cit.) utilizaram a propriedade de reciprocidade para trocar as posições de fontes e receptores e, assim, reorganizar a geometria *end-on* original para *split-spread*. Utilizando diferenças finitas (FD) para extrapolar os campos de ondas, o dado foi, então, migrado pelo esquema convencional de perfis de tiro e pelo método DIPMR. Os resultados são mostrados, respectivamente, nas Figuras 61a e 61b.

Na Figura 61a, apesar dos corpos de sal terem sido corretamente imageados, o nível de ruído, especialmente de *crosstalk*, é acentuado, conforme indicado pelas setas. A Figura 61b, por sua vez, possui melhor relação sinal-ruído e melhor resolução vertical, mas o *crosstalk*, apesar de atenuado, ainda pode ser

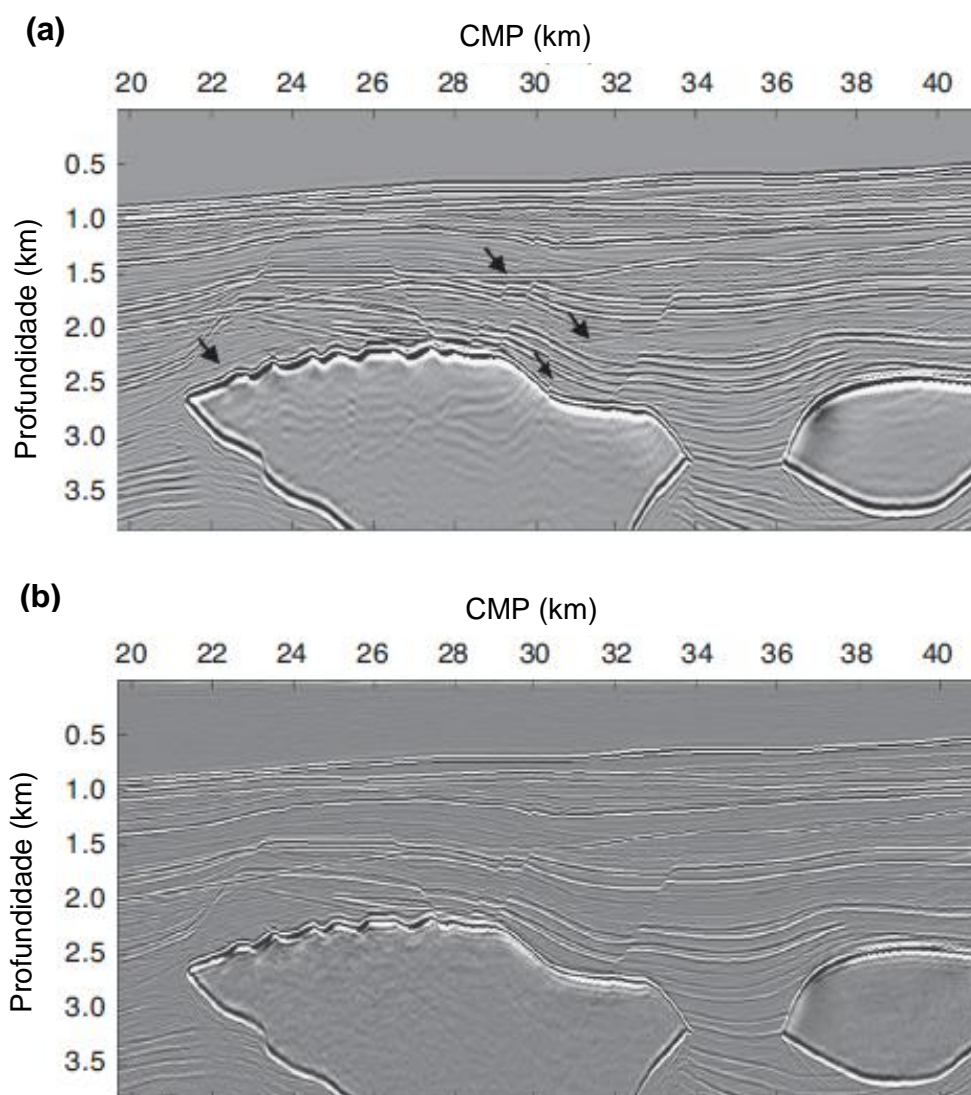
observado. Isso mostra que a eficiência do DIPMR e, conseqüentemente, a qualidade da imagem gerada pelo mesmo, diminuem conforme aumenta a complexidade geológica do meio (MUJIS et al, 2007a).

**Figura 60: (a) modelo de velocidade do dado Pluto 1.5, simulando uma subsuperfície geologicamente complexa. (b) seção zero-offset do dado.**



Fonte: Mujis et al (2007a)

Figura 61: imagens obtidas para o dado Pluto 1.5: (a) através da migração por perfis de tiro convencional, e (b) através do DIPMR.



Mujis et al (2007a).

O *crosstalk* residual, observado na Figura 61b, é o objeto de estudo do trabalho de Mujis et al (2007b), que apresenta um método - válido não apenas para complementar o DIPMR, mas para qualquer técnica de migração - que consiste em uma segunda fase de migração, que realiza uma subtração adaptativa do *crosstalk*, produzindo imagens mais limpas da subsuperfície.

Os exemplos mostrados nesta seção mostram que o DIPMR é capaz, além de iluminar a subsuperfície de modo mais amplo e aumentar a resolução vertical das imagens, também de atenuar significativamente o nível de ruído, especialmente o *crosstalk*, que era um problema dos outros métodos de utilização de múltiplas.

Entretanto, o custo computacional do processo é alto, em decorrência da decomposição em ondas ascendentes e descendentes, das transformadas de Fourier necessárias e do imageamento multidimensional. A metodologia permite, porém, otimizar a integração das informações contidas em primárias e múltiplas, evitando a geração de duas imagens da subsuperfície (uma com primárias e outra com múltiplas), como realizado por Sheng (2001) e sugerido por Guitton (2002). Os resultados obtidos são excelentes, com alta razão sinal-ruído, resolução vertical e focalização dos refletores.

Um conhecimento apurado do modelo de velocidade é necessário, especialmente para a etapa de extrapolação dos campos de ondas, mas essa necessidade é comum a todos os processos de imageamento em profundidade.

## 4 CONCLUSÕES

O trabalho de Reiter et al (1991), que utiliza múltiplas na migração Kirchhoff, baseada no traçado de raios, tem grande importância por ter sido pioneiro no uso de múltiplas como sinal. O trabalho mostra que as múltiplas podem fornecer informações estruturais da subsuperfície e oferecer uma imagem final com maior extensão lateral. No entanto, o traçado da “múltipla do receptor” exige um conhecimento preciso do modelo de velocidade do meio e dos limites geradores de múltiplas. Além disso, propõe a geração de duas imagens (uma com primárias e outra com múltiplas) e a posterior combinação entre elas, o que demanda grande esforço computacional. Esses fatores, aliados à restrição a dados OBH e águas profundas, tornam essa metodologia pouco realizável em termos práticos.

A migração por correlação utilizando múltiplas (SHENG, 2001a) está baseada em princípios de interferometria. O método oferece ampla iluminação da subsuperfície – é daí que originalmente vem o termo “*daylight imaging*”: nesse método, a subsuperfície é iluminada por tantas fontes e pseudo-fontes que sua combinação oferece tanta iluminação quanto a luz do dia (*daylight*, do inglês). Entretanto, a correlação é um processo que gera alguns artefatos indesejados, resultantes principalmente da correlação entre eventos de primárias (APÊNDICE A). Por isso, a migração por correlação gera uma imagem que deve ser combinada com a imagem da migração convencional, a fim de atenuar esses artefatos e realçar os verdadeiros refletores. Portanto, assim como em Reiter et al (op.cit.), devem ser geradas três imagens – uma pela migração por correlação utilizando múltiplas, uma pela migração convencional e uma terceira resultante da combinação das anteriores. O custo da metodologia, portanto, é muito alto, sendo um modo não-ótimo de obter informações estruturais a partir de múltiplas.

Além disso, a metodologia desconsidera múltiplas de altas ordens e múltiplas internas, apresentando baixa eficiência para meios geologicamente complexos. Esse problema pode ser parcialmente resolvido pelo cálculo da correlação local entre a migração por correlação e a migração Kirchhoff convencional (SHENG, 2001b), mas isso eleva ainda mais o custo computacional do processo. Além do mais, a metodologia foi testada apenas em dados sintéticos, carecendo ainda de exemplos com dados reais.

A migração realizada por perfis de tiro (BERKHOUT e VERSCHUUR, 1994b; GUITTON, 2002) consiste em utilizar o dado inteiro registrado como campo-fonte, as múltiplas de superfície como campo-receptor, e correlacionar os dois campos em todas as profundidades para obter uma imagem da subsuperfície. Desse modo, as fontes, ao invés de pontuais, passam a ser areais, iluminando de forma mais ampla a subsuperfície. Apesar dos bons resultados produzidos, a metodologia apresenta dois problemas fundamentais: a geração de imagens mais ruidosas e a necessidade de prévia separação entre primárias e múltiplas. Guitton (op.cit.) propõe soluções: para reduzir o nível de ruído, utiliza somente a reflexão relacionada ao fundo oceânico como campo-fonte; para evitar a separação entre primárias e múltiplas, silencia o dado acima das primeiras múltiplas de superfície, utilizando o dado restante como campo-receptor. Essas aproximações produziram resultados satisfatórios, constituindo um modo relativamente simples e rápido de obter uma boa imagem preliminar da subsuperfície. O método necessita de um bom modelo de velocidade para a etapa de extrapolação dos campos de ondas, necessidade comum a todos os métodos de imageamento em profundidade. Essa extrapolação pode ser realizada, dependendo da situação, por diversos algoritmos, tais como FD, FFD e PS, ou mesmo pelas integrais de Kirchhoff e de Rayleigh (APÊNDICE B).

Youn e Zhou (2001) e Liu et al (2011) desenvolveram metodologias baseadas em soluções para a equação bidirecional da onda. O primeiro trabalho utiliza diversos eventos (reflexões primárias e múltiplas, difrações, refrações, transmissões), colapsando-os para a interface geológica que os gerou durante o processo de imageamento, o qual inclui uma reconstrução através do operador Laplaciano. A metodologia produz resultados muito bons, mas, entre outras desvantagens, possui um custo computacional altíssimo. A metodologia de Liu et al (2011), por sua vez, é mais realizável na prática, e provou que, incluindo as múltiplas dentro da migração reversa no tempo (RTM), é possível descobrir feições geológicas em subsuperfície não imageadas pelas primárias, resultando em imagens com melhor razão sinal-ruído. Similarmente a outras metodologias, a RTM com múltiplas utiliza, como campo-fonte, o dado total registrado e, como campo-receptor, as múltiplas de superfície.

A transformação de múltiplas em um pseudoprimárias, realizada de acordo com a equação (19), consiste em cross-correlacionar o dado total registrado com as múltiplas de superfície, de modo a gerar um novo *dataset* que pode servir de *input* para qualquer processo de migração. Shan (2003) realizou a migração fonte-receptor das pseudoprimárias, que faz uso da equação da Dupla Raiz Quadrada (DSR). Esse método de migração é equivalente à migração por perfis de tiro, como demonstrado no APÊNDICE D, diferindo apenas quanto ao procedimento. Utilizando Diferenças Finitas de Fourier (FFD) e o método *split-step* para resolver a equação DSR, foram obtidas imagens bastante satisfatórias da subsuperfície (SHAN, 2003). No entanto, novamente aparece o problema com ruídos e a necessidade de separação entre múltiplas e primárias. Para evitar essa separação, Shan (op.cit.) autocorrelacionou o dado para gerar as pseudoprimárias – opção menos eficiente do que silenciar o dado acima das primeiras múltiplas de superfície, como fez Guitton (op.cit.).

Shan (2003) aplicou a também a deconvolução - equação (23) - como condição de imagem, ao invés da correlação – equação (21). Esse é um ponto de grande relevância para a migração das múltiplas, cujas fontes areais contêm muita energia fora das proximidades de  $t = 0$ , tornando inadequada a aproximação por correlação. Argumenta-se, portanto, que a migração de reflexões múltiplas deve utilizar a deconvolução como condição de imagem. Isso eleva o custo computacional, mas propicia balanceamento de amplitude, redução de ruído e melhor resolução vertical.

Outro ponto de grande relevância na utilização de múltiplas é a recuperação de informações relacionadas a pequenos e grandes offsets, ausentes no dado original (SHAN e GUITTON, 2004). Essa recuperação também é possível através da transformada focal (van GROENESTIJN e VERSCHUUR, 2003; BERKHOUT e VERSCHUUR, 2006). Recomenda-se, portanto, em situações de “*gaps*” de aquisição, que se utilize reflexões múltiplas para reconstruir as informações ausentes, de acordo com o procedimento dos trabalhos citados.

Mujis et al (2007a), através do DIPMR, desenvolveram o modo mais eficiente de integrar as informações contidas em primárias e múltiplas, reunindo-as em um único processo, de modo a evitar a geração de duas imagens e a posterior

combinação entre elas, como realizado em Reiter et al (1991) e Sheng (2001a; 2001b). Uma deconvolução 2D (equação (27)), sobre a frequência e o número de onda da fonte, foi utilizada como condição de imagem. Por um lado, essa condição de imagem, assim como a etapa de extrapolação dos campos de ondas ascendentes e descendentes (os quais devem estar previamente separados) apresenta um custo computacional muito alto. Por outro, exige-se que as reflexões coincidam não apenas no tempo, mas também para cada fonte iluminando determinado ponto em subsuperfície. Assim, há uma significativa redução de ruídos, especialmente os relacionados ao processo de correlação, como o *crosstalk*. Os resultados são imagens com alta razão sinal-ruído e resolução vertical, embora a eficiência do método tenda a diminuir para meios geologicamente complexos, o que é natural.

A análise de todas as metodologias apresentadas permite concluir que o “estado da arte” da utilização de múltiplas como sinal no imageamento sísmico está em sua fase de consolidação. Importantes aplicações já foram provadas, como a recuperação de pequenos e grandes offsets (SHAN e GUITTON, 2004), ampliação da iluminação da subsuperfície e obtenção de imagens de alta qualidade, em profundidade, com ótimas razão sinal-ruído e resolução vertical.

Uma quantidade cada vez maior de trabalhos científicos vem sendo realizada no intuito de utilizar as múltiplas como sinal, o que reflete um crescente interesse nesses eventos e uma gradual mudança de paradigma no seu tratamento (de ruído, no processamento convencional, para sinal, nesses trabalhos recentes).

Além disso, a utilização de múltiplas pode ser realizada em diversos métodos de migração pré-empilhamento em profundidade, como a migração Kirchhoff baseada na teoria do raio (item 3.1.1 – REITER et al, 1991), por interferometria (item 3.1.2 – SHENG, 2001a; 2001b), por continuação para baixo (FD, FFD, split-step), no domínio do tiro (item 3.1.3 – BERKHOUT e VERSCHUUR, 1994b; GUITTON, 2002 – e item 3.2.2 – SHAN e GUITTON, 2004), no domínio fonte-receptor (item 3.2.1 – SHAN, 2003), através da migração reversa no tempo (item 3.1.4 – LIU et al (2011), ou integrando múltiplas e primárias em um processo só (item 3.3 – MUJIS et al, 2007a).

Algumas das restrições à utilização de múltiplas como sinal: a necessidade de separação entre primárias e múltiplas (que é uma necessidade comum ao processamento convencional), embora possam ser aplicadas as aproximações de Guitton (2002); a geração de imagens ruidosas, que torna necessário a aplicação da deconvolução como condição de imagem, mais cara que a correlação; e a necessidade de um apurado modelo de velocidade (que também é uma necessidade da migração convencional em profundidade). Entretanto, essas restrições são compensadas por diversos benefícios, expostos no decorrer deste trabalho.

Este trabalho de conclusão de curso é um trabalho inicial, realizado com a intenção de introduzir o leitor ao tema da utilização de múltiplas no imageamento sísmico e, possivelmente, servir de referência para trabalhos futuros. Nesse sentido, há vários trabalhos que podem ser realizados a partir das metodologias aqui expostas. Recomenda-se, por exemplo, testar as metodologias apresentadas em ambientes de quebra de talude, importante alvo de prospecção no Brasil, de modo a confirmar – ou não – sua eficiência nesse ambiente. Pode-se também comparar os resultados e os custos de duas ou mais metodologias nesse e em outros ambientes. Aplicar a dados reais a migração por correlação, o DIPMR e a RTM com múltiplas, também pode constituir um novo trabalho. Recomenda-se também testar a eficiência das aproximações feitas por Guitton (2002) para o campo-fonte e o campo-receptor. Como já dito, recomenda-se o uso da deconvolução como condição de imagem.

Em consonância com Verschuur (2006), acredita-se que, se realmente as múltiplas passarem definitivamente do *status* de ruído para o *status* de sinal, algumas mudanças podem acontecer na sísmica de exploração. Os desenhos de aquisição, que hoje são projetados para minimizar a geração de reflexões múltiplas, podem passar a ser projetados para medir o máximo possível de múltiplas. Como consequência, o tempo de registro sísmico pode aumentar, levando ao imageamento de estruturas ainda mais profundas. Assim, as múltiplas podem ajudar a aumentar a capacidade da sísmica atual, levando-a um passo adiante. Desse modo, citando Verschuur (2006), “as múltiplas podem se tornar nossas amigas”.

## REFERÊNCIAS

AMUNDSEN, L. Wavenumber-based filtering of marine point-source data. **Geophysics** v.58, n.9, p.1335-134. Sep 1993.

BAUMSTEIN, A.; HADIDI, M.T.; HINKLEY, D.L.; ROSS, W.S. A practical procedure for application of 3D SRME to conventional marine data. **The Leading Edge**, v.24, p.254-258. Mar 2005.

BAYSAL, E; KOSLOFF, D.D.; SHERWOOD, J.W.C. Reverse time migration. **Geophysics**, **Geophysics**, v.48, n.2, p.1514-1524. Nov 1983.

BERKHOUT, A.J. **Seismic migration: Imaging of acoustic energy by wavefield extrapolation**. 2nd edition. New York: Elsevier Science Publ. Co., 1982.

BERKHOUT, A.J. Migration of multiple reflections. In: **SEG Expanded Abstracts 12**, p.1022-1025. SEG, 1993a

BERKHOUT, A.J. A unified approach to acoustical reflection imaging. I: the forward model. **J. Acoust. Soc. Am**, v.93, n.4, pt.1, p.2005-2016. April 1993b.

BERKHOUT, A.J; WAPENAAR, C.P.A. A unified approach to acoustical reflection imaging. II: the inverse model. **J. Acoust. Soc. Am**, v.93, n.4, pt.1, p.2017-2023. April 1993.

BERKHOUT, A.J.; VERSCHUUR, D.J. Multiple technology: Part 1, Estimation of multiple reflections. In: **SEG Expanded Abstracts 13**, p.1493-1496. SEG, 1994a.

BERKHOUT, A.J.; VERSCHUUR, D.J. Multiple technology: Part 2, migration of multiple reflections. In: **SEG Expanded Abstracts 13**, p.1497-1500. SEG, 1994b.

BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D.J. Estimation of multiple scattering by iterative inversion, Part I: Theoretical considerations. **Geophysics**, v.62, n.5, p. 1586-1595. Sep-Oct 1997.

BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D.J. Transformation of multiples into primaries reflections. 73<sup>rd</sup> Ann. Internat. Mtg. Soc. of Expl. Geophys. **SEG Expanded Abstracts**, p.1925-1928. SEG, 2003.

BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D.J. From removing to using multiples. Offshore Technology Conference. **OTC 16941 Annals**. Houston, 2004.

BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D.J. Imaging of multiple reflections. **Geophysics**, v.71, n.4, p.SI209–SI220. Jul-Aug 2006.

BERKHOUT, A.J; VERSCHUUR, D.J. Focal Transformation, an imaging concept for signal restoration and noise removal. **Geophysics**, v.71, n.6, p. A55-A59. Nov-Dec 2006.

BERRYHILL, J.R; KIM, Y.C. Deep-water peg legs and multiples: emulation and suppression. **Geophysics**, v.51, n.12, p. 2177-2184. Dec 1986.

BEVC, D; BIONDI, B. Which depth imaging method should you use? A road map through the maze of possibilities. **The Leading Edge**. v.24, p.602-606. Jun 2005.

BIONDI, B. Equivalence of source-receiver migration and shot-profile migration. **Geophysics**, v.68, n.4, p.1340-1347. Jul-Aug 2003.

BROWN, M., 2004, Least-squares joint imaging of multiples and primaries. In: **SEG Expanded Abstracts 23**, p.1277-1280. SEG, 2004.

BROWN, M.; GUITTON, A. Least-squares joint imaging of multiples and primaries **Geophysics**, v. 70, n. 5, p.S79–S89. 2005.

CLAERBOUT, J. F. Toward a unified theory of reflector mapping. **Geophysics**, v.36 n.3, p. 467–481. Jun 1971.

CLAERBOUT, J. F. **Imaging the Earth's Interior**. Stanford, California: Blackwell Scientific Publications, 1985.

van GROENESTIJN, G. J. A.; VERSCHUUR, D.J. Reconstruction of missing data from multiples using the focal transform. In: **SEG Expanded Abstracts 25**, p.2737-2741. SEG, 2006.

GUITTON, A. Shot-profile migration of multiple reflections. In: **Stanford Exploration Project, Report 111**, p. 17-32. SEP, Jun 2002. Disponível em: <[http://sep.stanford.edu/public/docs/sep111/antoine3\\_old.pdf](http://sep.stanford.edu/public/docs/sep111/antoine3_old.pdf)>

HAIMÉ, G.C.; WAPENAAR, C.P.A. Inverse elastic wave field extrapolation. In: **SEG Expanded Abstracts 8**, p.1323-1325. SEG, 1989.

JIANG, Z; YU, J; HORNBY, B; SCHUSTER, G.T. Migration of Multiples. **The Leading Edge**, v.24, p.315–318. 2005.

JIANG, Z. Migration of interbed multiple reflections. In: **SEG Expanded Abstracts 25**, p.3501-3505. SEG, 2006.

LEITE, L.W.B. **Fundamentos da análise de sinais em geofísica**. Belém: Editora da Universidade Federal do Pará, 2008.

LIU, Y.; CHANG, X.; JIN, D.; HE, R.; SUN, H. Reverse time migration of multiples for subsalt imaging. **Geophysics**, v.76, n.5, p. WB 209 – WB 216. Sep-Oct 2011.

MALCOM, A.E.; URSIN, B.; de HOOP, M.V. Subsalt imaging with internal multiples. **SEG Expanded Abstracts 27**, p.2461-2465. SEG, 2008.

MALCOM, A.E.; URSIN, B.; de HOOP, M.V. Seismic imaging and illumination with internal multiples. **Geophysical Journal International**, v.176, issue 3, p.847-864. Mar 2009.

MUJIS, R.; ROBERTSSON, J.O.A.; HOLLIGER, K. Prestack depth migration of primary and surface-related multiple reflections: Part I — Imaging. **Geophysics**, v.72, n.2. p.s59–s69. Mar-Apr 2007a.

MUJIS, R.; ROBERTSSON, J.O.A.; HOLLIGER, K. Prestack depth migration of primary and surface-related multiple reflections: Part II — Identification and removal of residual multiples. **Geophysics**, v.72, n.2. p.s71–s76. Mar-Apr 2007b.

REITER, E.C; TOKSOZ, M.N; KEHO, T.H; PURDY, G.M. Imaging with deep-water multiples: **Geophysics**, v.56, n.07, p.1081-1086, 1991.

RIETVELD, W.E.A.; BERKHOUT, A.J.; KREMER, S.R.G. Prestack Areal Shot Record Migration in 2-D and 3-D. **SEG Expanded Abstracts 12**, p.895-898. SEG, 1993

de ROECK, Y.-H.; COGNET, J.-M.; CHAVENT, G.; CLEMENT, F. Free-Surface multiple removing via iterative prestack migration. EAGE 63<sup>rd</sup> Annual Meeting, **Expanded Abstracts**, IM-5. EAGE, 2001.

ROSA, A.L.R. **Análise do sinal sísmico**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Geofísica, 2010.

SANDBERG, K.; BEYLKIN, G.; VASSILIOU, A. Full-wave-equation depth migration using multiple reflections. In: **SEG Expanded Abstracts 29**, p.3323-3326. SEG, 2010.

SCALES, J.A. **Theory of Seismic Imaging**. Release 2.2, Colorado School of mines. Golden, Colorado: Samizdat Press, Jan 1997.

SCHUSTER, G.T.; RICKETT, J. Daylight imaging in  $V(x; y; z)$  media. In: **Utah Tomo 00: Midyear reports of Stanford Exploration Project and UTAM**, 2000. Disponível em: <[http://utam.gg.utah.edu/tomo00/00\\_annual/pdf/jerry.pdf](http://utam.gg.utah.edu/tomo00/00_annual/pdf/jerry.pdf)>

SCHUSTER, G.T. Theory of daylight/interferometric imaging: tutorial. In: 63rd EAGE Annual Meeting, **Expanded Abstracts**. EAGE, 2001.

SHAN, G. Source-receiver migration of multiple reflections. In: **Stanford Exploration Project, Report 113**, p.75-85. SEP, Jul 2003. Disponível em: <<http://sepwww.stanford.edu/public/docs/sep113/guojian2.pdf>>

SHAN, G.; ZHANG, G. Equivalence between shot-profile and source-receiver migration. In: **Stanford Exploration Project, Report 113**, 2003. Disponível em: <[http://sepwww.stanford.edu/public/docs/sep113/guojian1/paper\\_html/index.html](http://sepwww.stanford.edu/public/docs/sep113/guojian1/paper_html/index.html)>

SHAN, G; GUITTON, A. Migration of surface-related multiples: tests on the Sigsbee2B dataset. In: **SEG Expanded Abstracts 23**, p.1285-1288. SEG, 2004.

SHENG, J. Migrating multiples and primaries in CDP data by crosscorrelogram migration. In: **SEG Expanded Abstracts 20**, p.1297-1300. SEG, 2001a.

SHENG, J. Crosscorrelogram migration of free-surface multiples in CDP data. **Utah TOMO 01 Course**, 2001b. Disponível em: <[http://utam.gg.utah.edu/tomo01/sjm\\_xcor\\_single.pdf](http://utam.gg.utah.edu/tomo01/sjm_xcor_single.pdf)>

SILVA, F.J.C. **Análise de sensibilidade da migração ao modelo de velocidades**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Pará, Instituto de geociências, Faculdade de Geofísica. Belém, 2007.

VIVAS, F.A.; PESTANA, R.C. Migração PSPI baseada nas equações da onda unidirecionais com amplitude verdadeira. **Revista Brasileira de Geofísica**, v.25(1), p.51-62, 2007.

VERSCHUUR, D.J; BERKHOUT, A.J; WAPENAAR, C.P.A. Adaptive surface-related multiple elimination: **Geophysics**, v.57, n.9, p.1166–1177. Sep 1992.

VERSCHUUR, D.J; BERKHOUT, A.J. Estimation of multiple scattering by iterative inversion, Part II: Practical aspects and examples. **Geophysics**, v.62, n.5, p.1596–1611. Sep-Oct 1997.

VERSCHUUR, D.J. **Seismic multiple removal techniques: past, present and future**. The Netherlands: EAGE Publications bv, 2006.

WAPENAAR, C.P.A; BERKHOUT, A. J. Full prestack versus shot record migration. In: **SEG Expanded Abstracts 6**, Session:S15.7, p.761-764. SEG, 1987.

WAPENAAR, C.P.A.; PEELS, G.L.; BUDEJICKY, V.; BERKHOUT, A.J. Inverse extrapolation of primary seismic waves. **Geophysics**, v.54, n.7, p.853-863. Jul 1989

WAPENAAR, C.P.A.; van der NEUT, J.; RUIGROK, E.; DRAGANOV, D.; SLOB, E.; THORBECKE, J.; SNIEDER, R. Seismic interferometry by cross-correlation or deconvolution? **SEG Expanded Abstracts 27**, p.2731-2736. SEG, 2008

WIGGINS, W. Multiple attenuation by explicit wave extrapolation to an interpreted horizon. **The Leading Edge**, v.18, p.46-54, 1999.

YILMAZ, O. **Seismic data analysis: processing, inversion and interpretation of seismic data**. Vol.1. Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration geophysicists, 2000.

YOUN, O.; ZHOU, H.-W. Depth imaging with multiples. **Geophysics**, v.66, n.1, p.246-255. Jan-Feb 2001.

YU, J; SCHUSTER, G.T. Joint migration of primary and multiple reflections in RVSP data. In: SEG International Exposition and 72nd Annual Meeting, 2002. Salt Lake City. **Expanded Abstracts**. SEG, 2002

YU, J; SCHUSTER, G.T. Crosscorrelogram migration of inverse vertical seismic profile data. **Geophysics**, v.71, n.1, p. S1-S11. Jan-Feb 2006.

ZHANG, G. System of coupled equations for upgoing and downgoing waves. **Acta Math. Appl. Sinica**, v.16, n.2, p.251-263. 1993.

## APÉNDICES

## APÊNDICE A

### MIGRAÇÃO POR CORRELAÇÃO: ANÁLISE ASSINTÓTICA

Para uma fonte  $s$  e um receptor  $g$ , o traço  $d_{s,g}$  registrado pode ser representado, no domínio da frequência, por:

$$d_{s,g} = P_{s,g} + M_{s,g}^1 + \dots \quad (\text{A.1})$$

$P_{s,g}$  e  $M_{s,g}^1$  representam, respectivamente, as primárias e as múltiplas de primeira ordem. Expandindo a equação (A.1):

$$d_{s,g} \approx s(w) \left\{ \int_{x_1} R(x_1) \frac{e^{iw(\tau_{sx_1} + \tau_{x_1g})}}{r_{sx_1} r_{x_1g}} + \int_{x_2 x_3 x_4} R(x_2) R(x_3) R(x_4) \frac{e^{iw(\tau_{sx_2} + \tau_{x_2x_3} + \tau_{x_3x_4} + \tau_{x_4g})}}{r_{sx_2} r_{x_2x_3} r_{x_3x_4} r_{x_4g}} + \dots \right\} \quad (\text{A.2})$$

Na equação (A.2),  $s(w)$  representa a assinatura da fonte;  $R(x_j)$  representa o coeficiente de reflexão no ponto  $x_j$ ;  $\tau_{ab}$  representa o tempo de trânsito de uma onda do ponto  $a$  ao ponto  $b$ ;  $r_{ab}$  representa o raio percorrido do ponto  $a$  ao ponto  $b$ ;  $\int_{x_1 x_2 \dots x_n}$  representa uma integral sobre as coordenadas  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Ondas diretas já devem estar silenciadas. Múltiplas de ordens maiores e múltiplas internas não são consideradas. Aqui, portanto, já se encontra uma limitação da metodologia de Sheng (2001a).

A correlação entre dois traços,  $d_{s,g}$  e  $d_{s,g'}$ , é dada por:

$$\begin{aligned} d_{s,g}^* \cdot d_{s,g'} &\approx \{P_{s,g}^* + M_{s,g}^{1*}\} \cdot \{P_{s,g'} + M_{s,g'}^1\} = \\ &= s(w) \left\{ \int_{x_1} R(x_1) \frac{e^{iw(-\tau_{sx_1} - \tau_{x_1g})}}{r_{sx_1} r_{x_1g}} + \int_{x_2 x_3 x_4} R(x_2) R(x_3) R(x_4) \frac{e^{iw(-\tau_{sx_2} - \tau_{x_2x_3} - \tau_{x_3x_4} - \tau_{x_4g})}}{r_{sx_2} r_{x_2x_3} r_{x_3x_4} r_{x_4g}} \right\} \\ &\cdot s(w) \left\{ \int_{x'_1} R(x'_1) \frac{e^{iw(\tau_{sx'_1} + \tau_{x'_1g'})}}{r_{sx'_1} r_{x'_1g'}} + \int_{x'_2 x'_3 x'_4} R(x'_2) R(x'_3) R(x'_4) \frac{e^{iw(\tau_{sx'_2} + \tau_{x'_2x'_3} + \tau_{x'_3x'_4} + \tau_{x'_4g'})}}{r_{sx'_2} r_{x'_2x'_3} r_{x'_3x'_4} r_{x'_4g'}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned}
d_{s,g}^* \cdot d_{s,g'} &= \\
&= [S(w)]^2 \left\{ \left[ \int_{x_1} R(x_1) \frac{e^{i w (-\tau_{sx_1} - \tau_{x_1g})}}{r_{sx_1} r_{x_1g}} \cdot \int_{x'_1} R(x'_1) \frac{e^{i w (\tau_{sx'_1} + \tau_{x'_1g'})}}{r_{sx'_1} r_{x'_1g'}} \right] \right. \\
&+ \left[ \int_{x_1} R(x_1) \frac{e^{i w (-\tau_{sx_1} - \tau_{x_1g})}}{r_{sx_1} r_{x_1g}} \cdot \int_{x'_2 x'_3 x'_4} R(x'_2) R(x'_3) R(x'_4) \frac{e^{i w (\tau_{sx'_2} + \tau_{x'_2 x'_3} + \tau_{x'_3 x'_4} + \tau_{x'_4 g'})}}{r_{sx'_2} r_{x'_2 x'_3} r_{x'_3 x'_4} r_{x'_4 g'}} \right] \\
&+ \left[ \int_{x_2 x_3 x_4} R(x_2) R(x_3) R(x_4) \frac{e^{i w (-\tau_{sx_2} - \tau_{x_2 x_3} - \tau_{x_3 x_4} - \tau_{x_4 g})}}{r_{sx_2} r_{x_2 x_3} r_{x_3 x_4} r_{x_4 g}} \cdot \int_{x'_1} R(x'_1) \frac{e^{i w (\tau_{sx'_1} + \tau_{x'_1 g'})}}{r_{sx'_1} r_{x'_1 g'}} \right] \\
&+ \left. \left[ \int_{x_2 x_3 x_4} R(x_2) R(x_3) R(x_4) \frac{e^{i w (-\tau_{sx_2} - \tau_{x_2 x_3} - \tau_{x_3 x_4} - \tau_{x_4 g})}}{r_{sx_2} r_{x_2 x_3} r_{x_3 x_4} r_{x_4 g}} \cdot \int_{x'_2 x'_3 x'_4} R(x'_2) R(x'_3) R(x'_4) \frac{e^{i w (\tau_{sx'_2} + \tau_{x'_2 x'_3} + \tau_{x'_3 x'_4} + \tau_{x'_4 g'})}}{r_{sx'_2} r_{x'_2 x'_3} r_{x'_3 x'_4} r_{x'_4 g'}} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Nas equações (A.3) e (A.4),  $d_{s,g}^*$  representa o complexo conjugado do traço  $d_{s,g}$ . Para facilitar a resolução da equação (A.4), definem-se os termos  $C_i$  de amplitude e  $\Phi_i$  de fase:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{R(x_1) R(x'_1)}{r_{sx_1} r_{x_1g} r_{sx'_1} r_{x'_1g'}} \\
\Phi_1 &= -\tau_{sx_1} - \tau_{x_1g} + \tau_{sx'_1} + \tau_{x'_1g'} \\
C_2 &= \frac{R(x_1) R(x'_2) R(x'_3) R(x'_4)}{r_{sx_1} r_{x_1g} r_{sx'_2} r_{x'_2 x'_3} r_{x'_3 x'_4} r_{x'_4 g'}} \\
\Phi_2 &= -\tau_{sx_1} - \tau_{x_1g} + \tau_{sx'_2} + \tau_{x'_2 x'_3} + \tau_{x'_3 x'_4} + \tau_{x'_4 g'} \\
C_3 &= \frac{R(x_2) R(x_3) R(x_4) R(x'_1)}{r_{sx_2} r_{x_2 x_3} r_{x_3 x_4} r_{x_4 g} r_{sx'_1} r_{x'_1 g'}} \\
\Phi_3 &= -\tau_{sx_2} - \tau_{x_2 x_3} - \tau_{x_3 x_4} - \tau_{x_4 g} + \tau_{sx'_1} + \tau_{x'_1 g'} \\
C_4 &= \frac{R(x_2) R(x_3) R(x_4) R(x'_2) R(x'_3) R(x'_4)}{r_{sx_2} r_{x_2 x_3} r_{x_3 x_4} r_{x_4 g} r_{sx'_2} r_{x'_2 x'_3} r_{x'_3 x'_4} r_{x'_4 g'}} \\
\Phi_4 &= -\tau_{sx_2} - \tau_{x_2 x_3} - \tau_{x_3 x_4} - \tau_{x_4 g} + \tau_{sx'_2} + \tau_{x'_2 x'_3} + \tau_{x'_3 x'_4} + \tau_{x'_4 g'}
\end{aligned}$$

(A.5.1 a A.5.8)

Tem-se, então:

$$\begin{aligned}
d_{s,g}^* \cdot d_{s,g'} &\approx \\
&\approx [s(w)]^2 \left\{ \int_{x_1 x_1'} C_1 e^{iw\Phi_1} + \int_{x_1 x_2' x_3' x_4'} C_2 e^{iw\Phi_2} + \int_{x_2 x_3 x_4 x_1'} C_3 e^{iw\Phi_3} \right. \\
&\quad \left. + \int_{x_2 x_3 x_4 x_2' x_3' x_4'} C_4 e^{iw\Phi_4} \right\}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Note-se que, pela propriedade distributiva na equação (A.3), os termos  $C_1$  e  $\Phi_1$  referem-se à correlação de primárias com primárias; os termos  $C_2$  e  $\Phi_2$  referem-se à correlação de primárias com múltiplas; os termos  $C_3$  e  $\Phi_3$  referem-se à correlação de múltiplas com primárias; e os termos  $C_4$  e  $\Phi_4$  referem-se à correlação de múltiplas com múltiplas.

Definindo  $x$  como o ponto de imagem, pode-se expressar o operador de migração por correlação do seguinte modo:

$$m(x) = \int_{gg's} e^{-iw(\tau_{gx} + \tau_{xg'})} d_{s,g}^* \cdot d_{s,g'} \tag{A.7}$$

Esse operador aplica um deslocamento (*shift*) de fase à correlação entre os traços  $g$  e  $g'$ . Substituindo a equação (A.6) na equação (A.7):

$$\begin{aligned}
m(x) &\approx [s(w)]^2 \left\{ \int_{x_1 x_1' gg's} C_1 e^{iw(\Phi_1 - \tau_{gx} - \tau_{xg'})} + \int_{x_1 x_2' x_3' x_4' gg's} C_2 e^{iw(\Phi_2 - \tau_{gx} - \tau_{xg'})} \right. \\
&\quad \left. + \int_{x_2 x_3 x_4 x_1' gg's} C_3 e^{iw(\Phi_3 - \tau_{gx} - \tau_{xg'})} + \int_{x_2 x_3 x_4 x_2' x_3' x_4' gg's} C_4 e^{iw(\Phi_4 - \tau_{gx} - \tau_{xg'})} \right\}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

A partir da equação (A.8), pode-se definir o termo deslocado de fase  $\Phi'_i$  como:

$$\Phi'_i = \Phi_i - \tau_{gx} - \tau_{xg'}; \quad i = 1, 2, 3, 4$$

(A.9)

Assim, a equação (A.8) é reescrita como:

$$m(x) \approx [s(w)]^2 \left\{ \int_{x_1 x'_1 g g' s} C_1 e^{iw\Phi'_1} + \int_{x_1 x'_2 x'_3 x'_4 g g' s} C_2 e^{iw\Phi'_2} + \int_{x_2 x_3 x_4 x'_1 g g' s} C_3 e^{iw\Phi'_3} + \int_{x_2 x_3 x_4 x'_2 x'_3 x'_4 g g' s} C_4 e^{iw\Phi'_4} \right\}$$

(A.10)

Para resolver as integrais da equação (A.10), recorre-se à teoria da fase estacionária. Quer-se a integral da seguinte forma, onde  $A(w)$  é a componente de amplitude,  $\varphi(w)$  é a componente de fase e  $w$  é a frequência angular:

$$I = \int A(w) e^{i\varphi(w)} dw$$

(A.11)

Em geral, a fase é uma função que oscila muito rapidamente com a frequência. A teoria da fase estacionária prova que a maior contribuição para a integral acima vem dos pontos estacionários, onde a função para de oscilar. Os pontos estacionários são aqueles nos quais a primeira derivada da fase é zero, ou seja, aqueles onde a fase tem um máximo ou um mínimo.

A componente de amplitude, que varia lentamente com a frequência, se comparada à componente de fase, pode ser aproximada por seu valor no ponto estacionário  $w_0$ :

$$A(w) \approx A(w_0)$$

(A.12)

A componente de fase, por sua vez, é aproximada por uma expansão em série de Taylor em torno do ponto estacionário. Note-se que a primeira derivada não aparece na expansão, já que, no ponto estacionário,  $\frac{\partial \varphi(w)}{\partial w} = 0$ :

$$\varphi(w) \approx \varphi(w_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial w^2} (w - w_0)^2$$

(A.13)

Substituindo as equações (A.12) e (A.13) na equação (A.11), a integral pode ser aproximada por:

$$I = \int A(w)e^{i\varphi(w)}dw \approx \int A(w_0)e^{i[\varphi(w_0)+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial w^2}(w-w_0)^2]}dw \quad (\text{A.14})$$

Desprezando o termo  $\frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial w^2}(w-w_0)^2$  de derivada de segunda ordem, obtém-se:

$$I = \int A(w)e^{i\varphi(w)}dw \approx A(w_0)e^{i\varphi(w_0)} \quad (\text{A.15})$$

Portanto, a equação (A.10) pode ser aproximada, pela teoria da fase estacionária, por:

$$m(x) \approx [s(w)]^2 \left\{ C_1^0 e^{iw\Phi_1^0} + C_2^0 e^{iw\Phi_2^0} + C_3^0 e^{iw\Phi_3^0} + C_4^0 e^{iw\Phi_4^0} \right\} \quad (\text{A.16})$$

Na equação (A.16),  $C_i^0$  e  $\Phi_i^0$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) representam, respectivamente, os valores de  $C_i$  (amplitude) e  $\Phi_i'$  (fase deslocada) nos pontos estacionários, os quais são representados por  $s_i^0$ ,  $g_i^0$ ,  $g_i^0$  e  $x_{ij}^0$ , onde o índice  $i$  refere-se aos termos  $C_i$  e  $\Phi_i$  e o índice  $j$  refere-se aos pontos  $x_j$ . Importante destacar que os valores estacionários correspondem aos raios especulares que obedecem à Lei de Snell. Isso significa que os pontos  $x_{ij}^0$  estacionários correspondem aos pontos de reflexão em subsuperfície.

As expressões de  $C_i^0$  e  $\Phi_i^0$  são, portanto:

$$C_1^0 = \frac{R(x_{11}^0)R(x'_{11}{}^0)}{r_{s_1^0 x_{11}^0} r_{x_{11}^0 g_1^0} r_{s_1^0 x'_{11}{}^0} r_{x'_{11}{}^0 g_1^0}}$$

$$\Phi_1^0 = -\tau_{s_1^0 x_{11}^0} - \tau_{x_{11}^0 g_1^0} + \tau_{s_1^0 x'_{11}{}^0} + \tau_{x'_{11}{}^0 g_1^0} - \tau_{g_1^0 x} - \tau_{x g_1^0}$$

$$C_2^0 = \frac{R(x_{21}^0)R(x'_{22}{}^0)R(x'_{23}{}^0)R(x'_{24}{}^0)}{r_{s_2^0 x_{21}^0} r_{x_{21}^0 g_2^0} r_{s_2^0 x'_{22}{}^0} r_{x'_{22}{}^0 x'_{23}{}^0} r_{x'_{23}{}^0 x'_{24}{}^0} r_{x'_{24}{}^0 g_2^0}}$$

$$\Phi_2^0 = -\tau_{s_2^0 x_{21}^0} - \tau_{x_{21}^0 g_2^0} + \tau_{s_2^0 x'_{22}{}^0} + \tau_{x'_{22}{}^0 x'_{23}{}^0} + \tau_{x'_{23}{}^0 x'_{24}{}^0} + \tau_{x'_{24}{}^0 g_2^0} - \tau_{g_2^0 x} - \tau_{x g_2^0}$$

$$C_3^0 = \frac{R(x_{32}^0)R(x_{33}^0)R(x_{34}^0)R(x'_{31})}{r_{S_3^0 x_{32}^0} r_{x_{32}^0 x_{33}^0} r_{x_{33}^0 x_{34}^0} r_{x_{34}^0 g_3^0} r_{S_3^0 x_{31}^0} r_{x_{31}^0 g_3^0}}$$

$$\Phi_3^0 = -\tau_{S_3^0 x_{32}^0} - \tau_{x_{32}^0 x_{33}^0} - \tau_{x_{33}^0 x_{34}^0} - \tau_{x_{34}^0 g_3^0} + \tau_{S_3^0 x_{31}^0} + \tau_{x_{31}^0 g_3^0} - \tau_{g_3^0 x} - \tau_{x g_3^0}$$

$$C_4^0 = \frac{R(x_{42}^0)R(x_{43}^0)R(x_{44}^0)R(x'_{42})R(x'_{43})R(x'_{44})}{r_{S_4^0 x_{42}^0} r_{x_{42}^0 x_{43}^0} r_{x_{43}^0 x_{44}^0} r_{x_{44}^0 g_4^0} r_{S_4^0 x_{42}^0} r_{x_{42}^0 x_{43}^0} r_{x_{43}^0 x_{44}^0} r_{x_{44}^0 g_4^0}}$$

$$\Phi_4^0 = -\tau_{S_4^0 x_{42}^0} - \tau_{x_{42}^0 x_{43}^0} - \tau_{x_{43}^0 x_{44}^0} - \tau_{x_{44}^0 g_4^0} + \tau_{S_4^0 x_{42}^0} + \tau_{x_{42}^0 x_{43}^0} + \tau_{x_{43}^0 x_{44}^0} + \tau_{x_{44}^0 g_4^0} - \tau_{g_4^0 x} - \tau_{x g_4^0}$$

(A.17.1 a A.17.8)

Os termos  $\Phi_i^0$  devem obedecer às seguintes condições de fase estacionária:

$$\nabla_{g_i^0}(\Phi_i^0) = 0 \quad (\text{A.18.1})$$

$$\nabla_{g_i^0}(\Phi_i^0) = 0 \quad (\text{A.18.2})$$

$$\nabla_{s_i^0}(\Phi_i^0) = 0 \quad (\text{A.18.3})$$

Analisando para cada  $i$  as condições acima:

- Para  $i = 1$ :

Para  $\nabla_{g_1^0}(\Phi_1^0)$ , consideram-se os termos de  $\Phi_1^0$  que contêm  $g_1^0$ . Assim:

$$\nabla_{g_1^0}(\Phi_1^0) = \nabla_{g_1^0}(-\tau_{x_{11}^0 g_1^0} - \tau_{g_1^0 x}) = 0 \quad (\text{A.19.1})$$

Do mesmo modo, para  $\nabla_{g_1^0}(\Phi_1^0)$  e  $\nabla_{s_1^0}(\Phi_1^0)$ , consideram-se os termos de  $\Phi_1^0$  que contêm, respectivamente,  $g_1^0$  e  $s_1^0$ :

$$\nabla_{g_1^0}(\Phi_1^0) = \nabla_{g_1^0}(\tau_{x_{11}^0 g_1^0} - \tau_{x g_1^0}) = 0 \quad (\text{A.19.2})$$

$$\nabla_{s_1^0}(\Phi_1^0) = \nabla_{s_1^0}(-\tau_{s_1^0 x_{11}^0} + \tau_{s_1^0 x_{11}^0}) = 0 \quad (\text{A.19.3})$$

Essas condições significam que o raio da primária  $s_1^0 x_{11}^0 g_1^0$  e o raio da primária  $s_1^0 x_{11}^0 g_1^0$  devem apresentar o mesmo parâmetro de raio, e que o raio

$s_1^0 x_{11}^0 g_1^0 x g_1^{\prime 0}$  representa o caminho percorrido por uma múltipla virtual de primeira ordem (SHENG, 2001a), conforme Figura A.1a.

Por parâmetro de raio, entende-se uma propriedade geométrica de um raio que permanece constante ao longo de sua trajetória, independente da velocidade local da onda e dos eventos de transmissão, reflexão e refração. Se  $\theta$  é o ângulo de incidência de um raio em determinada interface,  $R$  é o coeficiente de reflexão nessa interface e  $v$  é a velocidade da onda, o parâmetro de raio  $p$  pode ser definido como:

$$p = \frac{R \operatorname{sen} \theta}{v} \quad (\text{A.20})$$

Como o parâmetro de um raio é constante, não é possível que dois parâmetros de raio diferentes representem um único raio, mas é possível que dois raios diferentes apresentem o mesmo parâmetro de raio, como é o caso dos raios  $s_1^0 x_{11}^0 g_1^0$  e  $s_1^0 x_{11}^{\prime 0} g_1^{\prime 0}$ .

- Para  $i = 2$ :

Assim como para  $i = 1$  e como também será feito para  $i = 3$  e  $i = 4$ , consideram-se, para  $\nabla_{g_2^0}(\Phi_2^{\prime 0})$ ,  $\nabla_{g_2^{\prime 0}}(\Phi_2^{\prime 0})$  e  $\nabla_{s_2^0}(\Phi_2^{\prime 0})$ , os termos de  $\Phi_2^{\prime 0}$  que contêm, respectivamente,  $g_2^0$ ,  $g_2^{\prime 0}$  e  $s_2^0$ . Tem-se, então:

$$\nabla_{g_2^0}(\Phi_2^{\prime 0}) = \nabla_{g_2^0}(-\tau_{x_{21}^0 g_2^0} - \tau_{g_2^0 x}) = 0 \quad (\text{A.21.1})$$

$$\nabla_{g_2^{\prime 0}}(\Phi_2^{\prime 0}) = \nabla_{g_2^{\prime 0}}(\tau_{x_{24}^{\prime 0} g_2^{\prime 0}} - \tau_{x g_2^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.21.2})$$

$$\nabla_{s_2^0}(\Phi_2^{\prime 0}) = \nabla_{s_2^0}(-\tau_{s_2^0 x_{21}^0} + \tau_{s_2^0 x_{22}^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.21.3})$$

Essas condições significam que o raio da primária  $s_2^0 x_{21}^0 g_2^0$  e o raio da múltipla  $s_2^0 x_{22}^{\prime 0} x_{23}^{\prime 0} x_{24}^{\prime 0} g_2^{\prime 0}$  devem apresentar o mesmo parâmetro de raio, e que o raio  $s_2^0 x_{21}^0 g_2^0 x g_2^{\prime 0}$  representa o caminho percorrido por uma múltipla virtual de primeira ordem (SHENG, 2001a), conforme Figura A.1.b.

- Para  $i = 3$ :

As condições de fase estacionária são:

$$\nabla_{g_3^0}(\Phi_3^{\prime 0}) = \nabla_{g_3^0}(-\tau_{x_{34}^0 g_3^0} - \tau_{g_3^0 x}) = 0 \quad (\text{A.22.1})$$

$$\nabla_{g_3^{\prime 0}}(\Phi_3^{\prime 0}) = \nabla_{g_3^{\prime 0}}(\tau_{x_{31}^{\prime 0} g_3^{\prime 0}} - \tau_{x g_3^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.22.2})$$

$$\nabla_{s_3^0}(\Phi_3^{\prime 0}) = \nabla_{s_3^0}(-\tau_{S_3^0 x_{32}^0} + \tau_{s_3^0 x_{31}^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.22.3})$$

Essas condições significam que o raio da múltipla  $S_3^0 x_{32}^0 x_{33}^0 x_{34}^0 g_3^0$  e o raio da primária  $s_3^0 x_{31}^{\prime 0} g_3^{\prime 0}$  devem apresentar o mesmo parâmetro de raio, e que o raio  $S_3^0 x_{32}^0 x_{33}^0 x_{34}^0 g_3^0 x g_3^{\prime 0}$  representa o caminho percorrido por uma múltipla virtual de segunda ordem (SHENG, 2001a), conforme Figura A.1.c.

- Para  $i = 4$ :

As condições de fase estacionária são:

$$\nabla_{g_4^0}(\Phi_4^{\prime 0}) = \nabla_{g_4^0}(-\tau_{x_{44}^0 g_4^0} - \tau_{g_4^0 x}) = 0 \quad (\text{A.23.1})$$

$$\nabla_{g_4^{\prime 0}}(\Phi_4^{\prime 0}) = \nabla_{g_4^{\prime 0}}(\tau_{x_{44}^{\prime 0} g_4^{\prime 0}} - \tau_{x g_4^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.23.2})$$

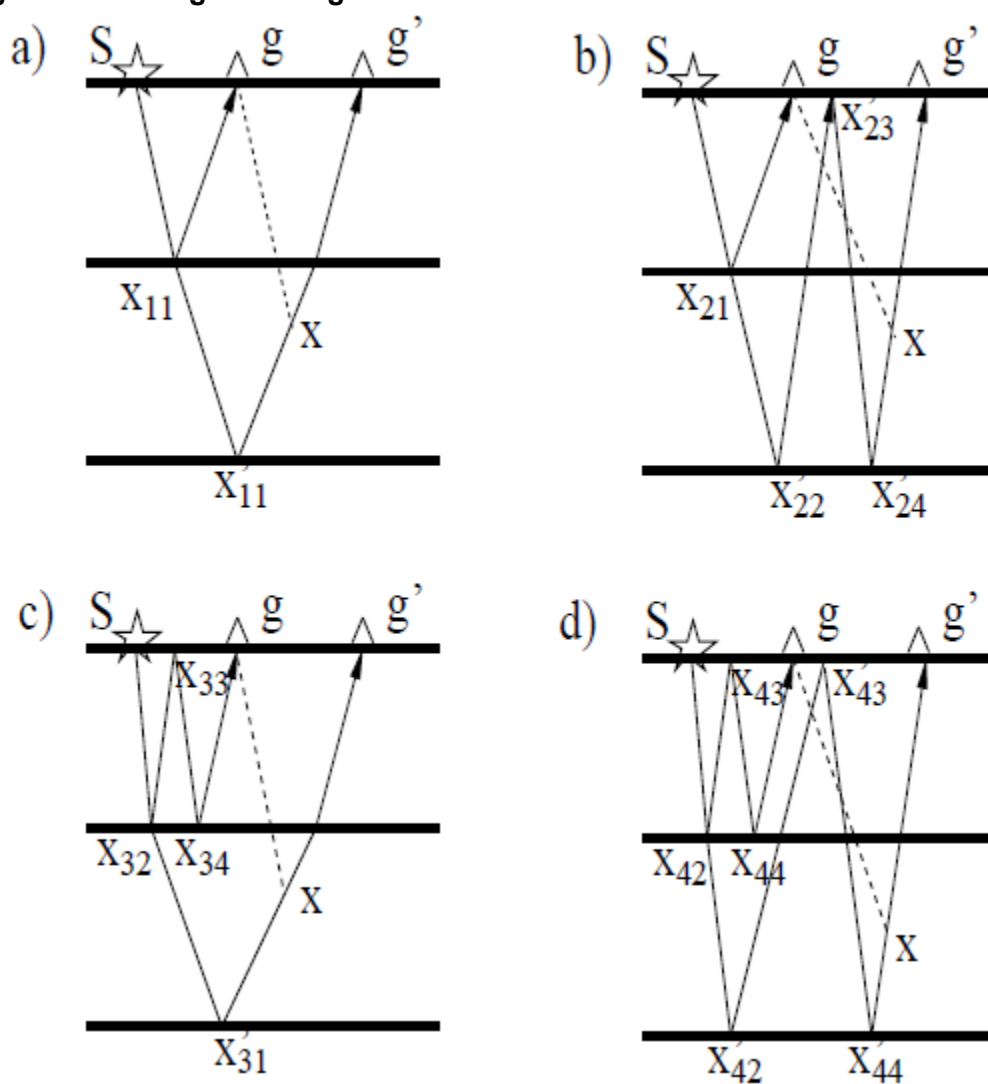
$$\nabla_{s_4^0}(\Phi_4^{\prime 0}) = \nabla_{s_4^0}(-\tau_{S_4^0 x_{42}^0} + \tau_{s_4^0 x_{42}^{\prime 0}}) = 0 \quad (\text{A.23.3})$$

Essas condições significam que o raio da múltipla  $S_4^0 x_{42}^0 x_{43}^0 x_{44}^0 g_4^0$  e o raio da múltipla  $s_4^0 x_{42}^{\prime 0} x_{43}^{\prime 0} x_{44}^{\prime 0} g_4^{\prime 0}$  devem apresentar o mesmo parâmetro de raio, e que o raio  $S_4^0 x_{42}^0 x_{43}^0 x_{44}^0 g_4^0 x g_4^{\prime 0}$  representa o caminho percorrido por uma múltipla virtual de segunda ordem (SHENG, 2001a), conforme Figura A.1.d.

Considerando uma fonte impulsiva, tal que  $[s(w)]^2 = 1$ , pode-se aproximar a equação (A.16), no domínio do tempo, por:

$$\begin{aligned}
m(x) \approx & \left\{ C_1^0 \delta \left( -\tau_{s_1^0 x_{11}^0} - \tau_{x_{11}^0 g_1^0} + \tau_{s_1^0 x_{11}^{\prime 0}} + \tau_{x_{11}^{\prime 0} g_1^0} - \tau_{g_1^0 x} - \tau_{x g_1^{\prime 0}} \right) \right. \\
& + C_2^0 \delta \left( -\tau_{s_2^0 x_{21}^0} - \tau_{x_{21}^0 g_2^0} + \tau_{s_2^0 x_{22}^0} + \tau_{x_{22}^0 x_{23}^0} + \tau_{x_{23}^0 x_{24}^0} + \tau_{x_{24}^0 g_2^0} - \tau_{g_2^0 x} - \tau_{x g_2^{\prime 0}} \right) \\
& + C_3^0 \delta \left( -\tau_{s_3^0 x_{32}^0} - \tau_{x_{32}^0 x_{33}^0} - \tau_{x_{33}^0 x_{34}^0} - \tau_{x_{34}^0 g_3^0} + \tau_{s_3^0 x_{31}^{\prime 0}} + \tau_{x_{31}^{\prime 0} g_3^0} - \tau_{g_3^0 x} - \tau_{x g_3^{\prime 0}} \right) \\
& + C_4^0 \delta \left( -\tau_{s_4^0 x_{42}^0} - \tau_{x_{42}^0 x_{43}^0} - \tau_{x_{43}^0 x_{44}^0} - \tau_{x_{44}^0 g_4^0} + \tau_{s_4^0 x_{42}^{\prime 0}} + \tau_{x_{42}^{\prime 0} x_{43}^{\prime 0}} + \tau_{x_{43}^{\prime 0} x_{44}^{\prime 0}} \right. \\
& \left. + \tau_{x_{44}^{\prime 0} g_4^0} - \tau_{g_4^0 x} - \tau_{x g_4^{\prime 0}} \right) \left. \right\}
\end{aligned}
\tag{A.24}$$

Figura A.1 : raios considerados pela migração por correlação: (a) para o caso de correlação entre primária e primária ( $i = 1$ ); (b) para o caso de correlação entre primária e múltipla ( $i = 2$ ); (c) para o caso de correlação entre múltipla e primária ( $i = 3$ ); (d) para o caso de correlação entre múltipla e múltipla ( $i = 4$ ). Os caminhos pontilhados mostram raios “virtuais”, gerados por fontes “virtuais” posicionadas nos geofones  $g$ , sofrendo, em seguida, reflexão nos pontos  $X$  (ponto imagem) e sendo registrados nos geofones  $g'$ .



Fonte: Sheng (2001a)

Sheng (2001a) mostra que a fase do termo  $i = 2$ , associado à correlação entre primárias e múltiplas, vai a zero quando os raios das múltiplas  $s_2^0 x_{22}'^0 x_{23}'^0 x_{24}'^0 g_2'^0$  e  $s_2^0 x_{21}^0 g_2^0 x g_2'^0$  apresentam o mesmo de trânsito, ou seja, quando  $x$  é, de fato, um ponto de reflexão em subsuperfície (Figura A.1). Quando isso acontecer, portanto, a interferência entre essas múltiplas será construtiva, ao passo que, quando  $x$  não for um ponto de reflexão, a interferência será majoritariamente destrutiva, de modo que o sinal aparecerá com menor amplitude (SCHUSTER e RICKETT, 2000). É justamente esse termo, que correlaciona primárias e múltiplas de primeira ordem, que fornece a maior contribuição para o imageamento da refletividade do meio e que é considerado na migração de múltiplas de superfície por correlação, como mostra o texto principal na seção 3.2. Os outros termos, contrariamente, geram artefatos na imagem final.

Olhando a Figura A.1, pode-se ver que  $x_{23}'^0$ ,  $x_{33}^0$ ,  $x_{43}^0$  e  $x_{43}'^0$  representam reflexões contra a superfície livre. Logo,  $R(x_{23}'^0) = R(x_{33}^0) = R(x_{43}^0) = R(x_{43}'^0) = -1$ . Substituindo esses valores nas expressões de  $C_i^0$  nas equações (A.17), é possível concluir que  $C_1^0$  possui ordem  $R^2$ ,  $C_2^0$  possui ordem  $R^3$ , como mostra a equação (4) do texto principal,  $C_3^0$  também possui ordem  $R^3$  e  $C_4^0$  possui ordem  $R^4$ . O termo  $C_1^0$ , referente à correlação entre primárias, é, portanto, o que mais contamina com artefatos a imagem final.

A migração por correlação, portanto, pode ser vista como um modo de obter uma imagem de um ponto em subsuperfície através de uma correlação espacial ponderada dos correlogramas gerados pela correlação entre primárias e múltiplas. Os “pesos” dessa correlação espacial ponderada são os operadores de migração, que simulam uma fonte em  $g$  e um receptor em  $g'$ , ou uma fonte em A e um receptor em B, de acordo com a representação do texto principal (Figura 11).

**Fonte: Adaptado de Sheng (2001a)**

## APÊNDICE B

### EXTRAPOLAÇÃO DE CAMPO DE ONDA

O princípio de extrapolação de campo de onda possui grande importância para o imageamento sísmico, uma vez que seu objetivo básico é prever, a partir de medidas do campo de ondas sísmicas, como esse campo se comportará em outras posições onde não foram feitas medidas.

Neste apêndice, será seguida a explanação de Verschuur (2006). Para explicar a extrapolação de campo de onda, retoma-se o Princípio de Huygens. Este afirma que, a partir de uma frente de onda em um certo instante de tempo  $t$ , a frente de onda no instante  $t + \Delta t$  pode ser construída como se cada ponto da frente de onda no tempo  $t$  se comportasse como uma fonte secundária. Portanto, o “envelope” formado pelas frentes de onda das fontes secundárias, as quais estão localizadas na frente de onda no tempo  $t$ , define a frente de onda no tempo  $t + \Delta t$ .

Considerando um volume fechado  $V$ , com uma superfície  $S$ , dentro do qual encontra-se um ponto  $A$ , é possível, a partir de medidas realizadas na superfície  $S$ , calcular o campo de pressão em  $A$  pela equação de Kirchhoff-Helmholtz:

$$P_A = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left[ P \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial P}{\partial n} \right] dS \quad (\text{B.1})$$

Na equação (B.1),  $P_A$  é o campo de pressão no ponto  $A$ ;  $P$  é o campo de pressão registrado na superfície  $S$  no domínio da frequência;  $\vec{n}$  é o vetor normal à superfície  $S$ , apontando para fora; e  $G$  é a chamada função de Green, que representa a resposta produzida na superfície  $S$  por uma fonte pontual em  $A$  e depende, portanto, das propriedades do meio dentro do volume  $V$ .

As medidas necessárias para reconstruir o campo de pressão em  $A$ , de acordo com a equação (B.1), são o campo de pressão  $P$  e a derivada normal  $\frac{\partial P}{\partial n}$  desse campo de pressão, que representa a componente normal da velocidade

particular da onda. Também é necessário conhecimento sobre as propriedades do meio para calcular a função de Green.

Na realidade prática da sismica marinha, porém, os hidrofones estão geralmente localizados na mesma profundidade, usualmente na superfície, e não em um volume fechado  $V$ . Além disso, medem apenas o campo de pressão. Passa-se a considerar, então, que as medidas são tomadas em uma superfície plana, com profundidade constante  $z_0$ . Nessa situação, os dois termos da integral da equação (B.1) tornam-se idênticos e podem ser somados, resultando em:

$$P_A = \frac{1}{2\pi} \int_S P \frac{\partial G}{\partial z} dS \quad (\text{B.2})$$

O vetor normal agora é  $\vec{z}$  e aponta para baixo, dispensando o sinal negativo presente na equação (B.1). Ainda necessita-se de informações sobre as propriedades do meio para calcular a função de Green. Mas, se o meio puder ser aproximado como um meio homogêneo, cuja velocidade de propagação é  $c$ , a função de Green é dada pela seguinte expressão analítica no domínio da frequência, onde  $i$  é a unidade imaginária,  $k$  é o número de onda ( $k = \frac{f}{c}$ ) e  $r$  é a distância entre um ponto da superfície e o ponto  $A$ :

$$G = \frac{e^{-i2\pi kr}}{r} \quad (\text{B.3})$$

Inserindo a equação (B.3) na equação (B.2), obtém-se a segunda integral de Rayleigh, ou integral Rayleigh II:

$$P_A = \frac{1}{2\pi} \int_S P \frac{1 + i2\pi kr}{r^2} \cos\theta e^{-i2\pi kr} dS \quad (\text{B.4})$$

O ângulo  $\theta$  é aquele formado pelos vetores  $\vec{r}$  e  $\vec{z}$ . Para o caso 2D, uma aproximação da integral Rayleigh II de grande uso prático na sismica é a seguinte:

$$P(x_A, z_A, f) = \sqrt{ik} \int_x P(x, z_S, f) \cos\theta \frac{e^{-i2\pi kr}}{\sqrt{r}} dx \quad (\text{B.5})$$

Nessa notação, o ponto A está nas coordenadas  $(x_A, z_A)$  e as medidas são realizadas ao longo do eixo  $x$ , na profundidade  $z_S$ . O limite de integração, portanto, deve ser plano. O fator  $\sqrt{i}$  produz um deslocamento (*'shift'*) de 45 graus na fase.

A interpretação física da integral Rayleigh II é que, a partir de um campo de pressão medido na superfície  $S$ , pode-se reconstruir esse campo no ponto  $A$  aplicando a ele um deslocamento no tempo (expresso pela exponencial nas equações (B.4) e (B.5)) e um fator de amplitude, sendo que esses dois fatores – deslocamento no tempo e fator de amplitude – são diferentes para cada ponto em  $S$ . A soma de todas as medidas, depois de aplicados o deslocamento no tempo e o fator de amplitude, fornece o campo de pressão em  $A$ .

Introduzindo uma função  $W$  das coordenadas laterais, que inclui os termos de amplitude e fase, pode-se reescrever a equação (B.5) como:

$$P(x_A, z_A, f) = \int_x P(x, z_S, f) W(x_A, x, z_A, z_S, f) dx \quad (\text{B.6})$$

Desse modo, a extrapolação de campo de onda pode ser vista como uma convolução espacial com um operador  $W$  não-estacionário, ou seja, diferente para cada ponto  $(x_A, z_A)$  onde se deseja conhecer o campo de pressão. A equação (B.6) será retomada pelo SRME (APÊNDICE C) para descrever sua versão multidimensional.

Na prática, mede-se um campo de ondas em uma profundidade  $z_S$ . Para extrapolar esse campo ao ponto A, calcula-se a função de Green, que representa a resposta na profundidade  $z_S$  produzida por uma fonte virtual em A. Para meios homogêneos, a função de Green é dada pela equação (B.3). Realiza-se, então, uma convolução no domínio do tempo, para cada localização lateral, entre a função de Green e o campo de ondas registrado (essa operação corresponde ao integrando da integral de Rayleigh II). Por fim, faz-se a soma dos resultados da

convolução para cada localização lateral (representando a integral), que dará como resultado o campo de ondas no ponto A. É comum que se realize a extrapolação para vários pontos que, juntos, formam uma superfície (uma camada), que pode ser horizontal ou inclinada. Assim, o campo de ondas registrado é extrapolado para cada ponto dessa camada, resultando no campo de ondas dessa camada.

As equações mostradas representam a extrapolação direta de campo de onda (ou seja, o campo de ondas, a partir de registros de medidas realizadas, é previsto em um local por onde não passou). Para o caso da extrapolação inversa, no qual o campo de ondas é reconstruído em um local por onde já passou, caso bastante útil na sísmica, há pequenas alterações em relação à extrapolação direta. A função de Green utilizada deve expressar uma reversão temporal, ou seja, deve ser utilizado o conjugado complexo  $G^*$  da função de Green. Portanto, as equações (B.1) e (B.2) se transformam, para a extrapolação inversa, em:

$$P_A = -\frac{1}{4\pi} \oint_S \left[ P \frac{\partial G^*}{\partial n} - G^* \frac{\partial P}{\partial n} \right] dS \quad (\text{B.7})$$

$$P_A = \frac{1}{2\pi} \int_S P \frac{\partial G^*}{\partial z} dS \quad (\text{B.8})$$

E a função de Green para um meio homogêneo passa a ser:

$$G^* = \frac{e^{+i2\pi kr}}{r} \quad (\text{B.9})$$

Logo, as equações (B.4) e (B.5) passam a ser:

$$P_A = \frac{1}{2\pi} \int_S P \frac{1 + i2\pi kr}{r^2} \cos\theta e^{+i2\pi kr} dS \quad (\text{B.10})$$

$$P(x_A, z_A, f) = \sqrt{-ik} \int_x P(x, z_S, f) \cos\theta \frac{e^{+i2\pi kr}}{\sqrt{r}} dx$$

(B.11)

Na equação (B.11), o termo de deslocamento de fase passa a ser  $\sqrt{-i}$ , que representa  $-45^\circ$  de deslocamento. A equação (B.6) pode ser escrita da mesma forma, já que o operador  $W$  já contém a exponencial e guardará essa informação.

Os princípios aqui expostos têm grande importância para o processamento sísmico e foram apresentados segundo a integral de Kirchhoff e a evolução para a integral de Rayleigh (mais detalhes em ROSA, 2010). No entanto, métodos numéricos, como deslocamento de fase (PS - “*phase-shift*”), Diferenças Finitas (FD) e Diferenças Finitas de Fourier (FFD), podem ser utilizados para a extrapolação de campo de ondas. As formulações matemáticas e maiores detalhes sobre esses métodos fogem ao escopo deste trabalho, mas podem facilmente ser encontradas na literatura.

A extrapolação de campo de ondas também pode ser utilizada para prever múltiplas, possibilitando a separação de múltiplas que se superpõem exatamente às primárias, independentemente do NMO relativo dos eventos (ROSA, 2010). Berryhill e Kim (1986) propõem extrapolar o campo medido na superfície para o fundo oceânico, onde o efeito da reflexão é incluído por um fator de amplitude que é multiplicado ao dado e, então, extrapolar o resultado de volta para a superfície. Essa metodologia produz uma estimativa das peg-legs, múltiplas de superfície que têm pelo menos um ricocheteamento na primeira camada (camada de água), que é então subtraída do campo original.

Wiggins (1999) propõe que essa subtração ocorra ainda no fundo oceânico, de modo que os efeitos de refletividade dessa interface sejam levados em conta, localmente. O método depende, portanto, de um modelo do fundo oceânico e de conhecimentos sobre sua refletividade.

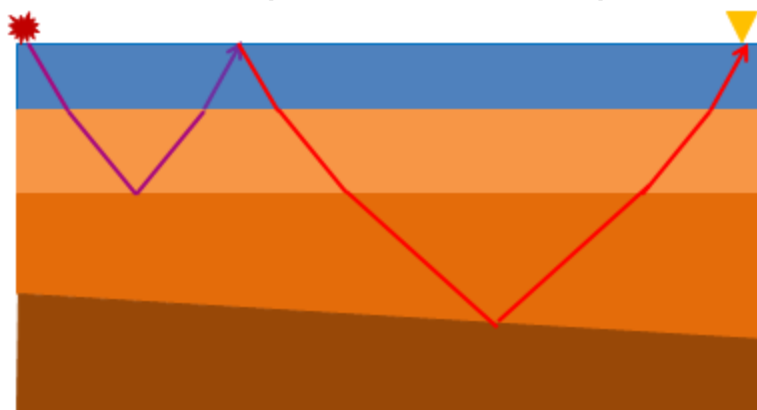
**Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)**

## APÊNDICE C

### PRINCÍPIOS DO SRME

SRME (Surface-Related Multiple Elimination) é um método de eliminação de múltiplas de superfície que utiliza reflexões presentes no próprio dado sísmico para estimar múltiplas de superfície e eliminá-las. Baseia-se no fato de que o caminho percorrido por uma múltipla de superfície pode ser separado em duas reflexões primárias, conectadas entre si no ponto de reflexão descendente na superfície, como se observa na Figura C.1:

**Figura C.1** : uma múltipla pode ser interpretada como a fusão de duas reflexões primárias, conectadas entre si no ponto de reflexão na superfície.



Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

O SRME, portanto, utiliza informações sobre reflexões primárias já existentes no dado sísmico para prever as múltiplas de superfície. Desse modo, não é necessário o conhecimento de informações a priori sobre a subsuperfície para estimar as múltiplas de superfície.

#### - SRME para o caso 1D:

Para o caso mais simples, 1D, considera-se o meio lateralmente invariante e ondas somente no plano horizontal. Considerar-se-á a notação e a sequência utilizada por Verschuur (2006), para apresentar o método.

Representa-se por  $x_0(t)$  a resposta impulsiva da Terra, excluindo os efeitos da superfície (que gera as múltiplas de superfície). Todas as reflexões primárias e

múltiplas internas, portanto, estão contidas em  $x_0(t)$ , embora este seja comumente chamado apenas de resposta primária da Terra. De fato,  $x_0(t)$  representa a resposta impulsiva do meio sem uma superfície refletora em seu topo.

Se todos os eventos de  $x_0(t)$  atingirem a superfície, serão refletidos de volta para o meio e, como consequência, funcionarão como novas fontes. Cada evento de  $x_0(t)$ , então, interagirá com o meio novamente (caracterizado pelo próprio  $x_0(t)$ ) e será convolvido com a resposta impulsiva da Terra, gerando múltiplas de primeira ordem. Logo, as múltiplas de superfície de primeira ordem,  $m_1(t)$  podem ser obtidas pela autoconvolução da resposta impulsiva da Terra:

$$m_1(t) = -x_0(t) * x_0(t) \quad (\text{C.1})$$

O sinal negativo na equação acima indica a reflexão na superfície. Do mesmo modo, cada múltipla de primeira ordem, quando chega à superfície, age como uma nova fonte e será convolvida com a resposta impulsiva da Terra  $x_0(t)$ , gerando múltiplas de segunda ordem, e assim por diante:

$$m_2(t) = -x_0(t) * m_1(t) = x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) \quad (\text{C.2})$$

$$m_3(t) = -x_0(t) * m_2(t) = -x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) \quad (\text{C.3})$$

A resposta total  $x(t)$  é dada pela soma entre a resposta primária  $x_0(t)$  e todas as múltiplas de superfície,  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$ ... :

$$x(t) = x_0(t) + m_1(t) + m_2(t) + m_3(t) + \dots \quad (\text{C.4})$$

$$x(t) = x_0(t) - x_0(t) * x_0(t) + x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) - x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) * x_0(t) + \dots (\text{C.5})$$

Todas essas equações podem ser escritas também no domínio da frequência, observando a conhecida propriedade de que uma convolução no domínio do tempo equivale a uma multiplicação no domínio do tempo. Assim, a equação (C.5) pode ser escrita como:

$$X(f) = X_0(f) - X_0(f)^2 + X_0(f)^3 - X_0(f)^4 + \dots \quad (\text{C.6})$$

A resposta total pode ser expressa ainda a partir do reconhecimento de que a função descendente total, ou seja, o total das funções que agem como fontes, é

dada pela soma  $\delta(t) + \{-x_0(t) + [-m_1(t)] + [-m_2(t)] + [-m_3(t)] + \dots\}$ , que corresponde a  $\delta(t) + \{-x(t)\}$ . Essa soma, quando convolvida com a resposta impulsiva da Terra,  $x_0(t)$ , determina a resposta total:

$$x(t) = x_0(t) * [\delta(t) - x(t)] = x_0(t) - x_0(t) * x(t) \quad (\text{C.7})$$

$$X(f) = X_0(f)[1 - X(f)] = X_0(f) - X_0(f)X(f) \quad (\text{C.8})$$

O termo  $-x_0(t) * x(t)$  na equação (C.7) e o termo  $-X_0(f)X(f)$  na equação (C.8) indicam que as múltiplas de superfície podem ser obtidas pela convolução (ou pela multiplicação, no domínio da frequência) entre a resposta impulsiva do meio e a resposta total.

Usualmente, na prática, o que nos interessa é obter a resposta primária, sem múltiplas de superfície. Para isso, reescreve-se a equação (C.8), isolando  $X_0(f)$ :

$$X_0(f) = X(f)[1 - X(f)]^{-1} \quad (\text{C.9})$$

Expandindo em série geométrica a equação acima, obtém-se:

$$X_0(f) = X(f) [1 + X(f) + X(f)^2 + X(f)^3 + \dots] \quad (\text{C.10})$$

$$X_0(f) = X(f) + X(f)^2 + X(f)^3 + X(f)^4 + \dots \quad (\text{C.11})$$

No domínio do tempo, a equação (C.11) acima transforma-se em:

$$x_0(t) = x(t) + x(t) * x(t) + x(t) * x(t) * x(t) + \dots \quad (\text{C.12})$$

Essa equação mostra que o dado livre de múltiplas pode ser obtido através de sucessivas autoconvoluções do dado total registrado.

#### - Incluindo a assinatura da fonte:

Até agora, o SRME foi descrito para o caso 1D, considerando a fonte sísmica como uma função impulso  $\delta(t)$ . Entretanto, na prática, a fonte apresenta uma wavelet, jamais sendo um impulso perfeito. Para incluir as características da fonte no SRME, as respostas com múltiplas de superfície e sem múltiplas de superfície passam a ser escritas, respectivamente, do seguinte modo, nos domínios do tempo e da frequência:

$$p(t) = x(t) * s(t) \leftrightarrow P(f) = X(f)S(f) \quad (\text{C.13})$$

$$p_0(t) = x_0(t) * s(t) \leftrightarrow P_0(f) = X_0(f)S(f) \quad (\text{C.14})$$

Nas equações acima,  $s(t)$  e  $S(f)$  representam a assinatura da fonte. Pode-se, então, reescrever a equação (C.7) do seguinte modo:

$$p(t) = x_0(t) * [s(t) - p(t)] = p_0(t) - x_0(t) * p(t) \quad (\text{C.15})$$

No domínio da frequência, as múltiplas correspondem à multiplicação entre a resposta impulsiva  $X_0(f)$  e o dado total  $P(f)$ :

$$P(f) = X_0(f) [S(f) - P(f)] = P_0(f) - X_0(f)P(f) \quad (\text{C.16})$$

Observando que a resposta total  $p(t)$  é dada pela soma entre a resposta primária  $p_0(t)$  e a resposta das múltiplas de superfície  $m_0(t)$ , é fácil perceber que o termo  $-x_0(t) * p(t)$  corresponde às múltiplas de superfície:

$$m_0(t) = -x_0(t) * p(t) \leftrightarrow M_0(f) = -X_0(f)P(f) \quad (\text{C.17})$$

Introduzindo o operador:

$$a(t) * s(t) = -\delta(t) \leftrightarrow A(f) = -[S(f)]^{-1} \quad (\text{C.18})$$

Este operador age como um filtro de deconvolução da fonte e já inclui a reflexão na superfície através do sinal negativo. Utilizando esse operador, pode-se escrever as equações (C.15) e (C.16) do seguinte modo:

$$p(t) = p_0(t) + p_0(t) * a(t) * p(t) \quad (\text{C.19})$$

$$P(f) = P_0(f) + P_0(f)A(f)P(f) \quad (\text{C.20})$$

Isolando a resposta primária, sem múltiplas de superfície, e expandindo em série geométrica, tal qual foi feito anteriormente, obtém-se:

$$p_0(t) = p(t) - a(t) * p(t) * p(t) + a(t) * a(t) * p(t) * p(t) * p(t) - \dots \quad (\text{C.21})$$

$$P_0(f) = P(f) - A(f)P(f)^2 + A(f)^2P(f)^3 - A(f)^3P(f)^4 + \dots \quad (\text{C.22})$$

Novamente, percebe-se que o dado livre de múltiplas de superfície pode ser obtido por uma série de autoconvoluções do dado sísmico. Aqui, no entanto, cada termo precisa de um filtro de deconvolução, que é o operador  $A(f)$ , para retirar a wavelet da fonte.

### **-SRME 2D E 3D:**

Conforme observado na equação (C.17), as múltiplas de superfície podem ser obtidas pela convolução entre a resposta total  $p(t)$  e a resposta impulsiva do meio  $x_0(t)$ . Fisicamente, isso pode ser interpretado como se a resposta total  $p(t)$  voltasse novamente a interagir com a subsuperfície, descrita por sua resposta impulsiva  $x_0(t)$ . Fazendo um paralelo com a extrapolação de campo de onda, a resposta impulsiva  $x_0(t)$  (ou  $X_0(f)$ , no domínio da frequência) funciona como a função de Green que será convolvida com o dado registrado, nesse caso  $p(t)$ , para gerar as múltiplas de superfície.

Para a formulação do SRME para o caso 2D, então, retoma-se a equação (B.6) (que representa uma notação da integral de Rayleigh escrita como uma convolução espacial não-estacionária), reescrevendo-a para o caso da predição de múltiplas de superfície:

$$M_0(x_r, x_s, f) = \int_{x_k} X_0(x_r, x_k, f) P(x_k, x_s, f) dx_k \quad (\text{C.23})$$

$x_s$  é a coordenada lateral da fonte,  $x_r$  é a coordenada lateral do receptor e  $x_k$  é a coordenada lateral sobre a qual se realiza a integração.

Essa equação mostra que uma múltipla de superfície pode ser construída através da combinação entre uma família de fonte comum do dado total  $P$  e uma família de receptor comum da resposta impulsiva  $X_0$  (conforme será mostrado na Figura C.3). Essas duas famílias são convolidas e somadas ao longo de todas as coordenadas laterais  $x_k$ , o que significa que todas as possíveis combinações de traçado de raio são consideradas.

Na prática, o dado sísmico é discreto no espaço. A equação (C.23) torna-se, então uma soma discreta:

$$M_0(x_r, x_s, f) = - \sum_{x_k} X_0(x_r, x_k, f) P(x_k, x_s, f) \quad (\text{C.24})$$

Se essa soma for realizada para todas as combinações fonte-receptor, a equação acima pode ser escrita como uma multiplicação matricial:

$$\mathbf{M}_0 = -\mathbf{X}_0\mathbf{P} \quad (\text{C.25})$$

A matriz  $\mathbf{P}$  representa um componente de frequência do dado sísmico pré-stack 2D. Para construí-la, primeiramente aplica-se uma transformada de Fourier para levar um registro de tiro para o domínio da frequência. Em seguida, seleciona-se um componente de frequência para se obter um vetor-coluna de números complexos, onde cada número representa a medida registrada em um receptor para esse tiro. Realizando esse procedimento para todos os registros de tiro, esses vetores-coluna são organizados lado a lado, compondo a matriz  $\mathbf{P}$ . A rigor, essa matriz deve ser construída considerando as profundidades de fontes e receptores, ou seja,  $\mathbf{P}(z_r, z_s)$ , mas, para o caso das múltiplas de superfície, cujo levantamento foi realizado com arraste de cabo marinho, com fontes e receptores na superfície (ou com profundidades de fontes e receptores corrigidas para a superfície), tem-se  $\mathbf{P}(z_r = 0, z_s = 0)$ , tal que essas variáveis podem ser omitidas.

Cada coluna dessa matriz  $\mathbf{P}$ , portanto, contem um registro de tiro monocromático (apenas uma frequência) e cada linha contem uma família monocromática de receptor comum, como mostrado na Figura C.2. A previsão de múltiplas pode, então, ser feita através da multiplicação entre a matriz  $\mathbf{X}_0$  que representa a resposta impulsiva da Terra e a matriz  $\mathbf{P}$ , conforme a equação (C.25) e a Figura C.3. Um elemento da matriz  $\mathbf{M}_0$ , portanto (a exemplo do símbolo quadrado na Figura C.3) é obtido pela combinação de uma linha da matriz  $\mathbf{X}_0$  com uma coluna da matriz  $\mathbf{P}$ .

Figura C.2 : matriz  $P$ , que contém uma frequência do dado pré-empilhamento. Cada coluna (elementos em vermelho) representa um registro monocromático de tiro; cada linha (elementos em azul) representa a resposta de todas as fontes, medida em um geofone/hidrofone (ou seja, uma família de receptor comum). Cada elemento da matriz, portanto, é um número complexo que representa a resposta sísmica registrada para uma combinação fonte-receptor.

$$\begin{array}{c}
 x_r \downarrow \\
 P = \begin{bmatrix}
 & & & & p & & & \\
 & & & & p & & & \\
 & & & & p & & & \\
 & & & & p & & & \\
 p & p & p & p & p & p & p & p \\
 & & & & p & & & \\
 & & & & p & & & \\
 & & & & p & & & P
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$x_s \rightarrow$

Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

Figura C.3 : conforme a equação (C.25), a matriz  $M$ , que representa as múltiplas de superfície, pode ser obtida pela multiplicação entre a matriz  $X_0$ , que representa a resposta impulsiva do meio, e a matriz  $P$ , mostrada na figura C.2.

$$\begin{bmatrix}
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 m & m & m & m & \blacksquare & m & m & m \\
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 & m & & & & & & \\
 & & & & & & & M
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 x & x & x & x & x & x & x & x
 \end{bmatrix}
 *
 \begin{bmatrix}
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p \\
 p
 \end{bmatrix}$$

Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)

A matriz  $P$  foi descrita em maiores detalhes por Berkhout (1993b). Esse trabalho descreveu, para o problema direto, todo o processo de imageamento através de operações matriciais, as quais quantificam os processos de propagação, reflexão (tanto primária e múltipla), detecção. Berkhout e Wapenaar (1993) complementaram para o problema inverso.

**-SRME adaptativo:**

Para a remoção de múltiplas de superfície, Verschuur et al (1992) propuseram um método de implementação adaptativa que não exige nenhum conhecimento da subsuperfície, mas precisa de informações sobre a assinatura da fonte e a refletividade da superfície.

Para descrever esse método, algumas equações do SRME para o caso 1D podem ser reescritos em uma versão matricial (multidimensional). Assim, da equação (C.15), obtém-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{M}_0 = \mathbf{P}_0 - \mathbf{X}_0\mathbf{P} \quad (\text{C.26})$$

Da equação (C.14):

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{X}_0 S(f) \quad (\text{C.27})$$

A equação (C.20) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + A(f)\mathbf{P}_0\mathbf{P} \quad (\text{C.28})$$

E a equação (C.22), que fornece a expressão para o dado  $\mathbf{P}_0$ , livre de múltiplas de superfície, transforma-se em:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P} - A(f)\mathbf{P}^2 + A^2(f)\mathbf{P}^3 - A^3(f)\mathbf{P}^4 + \dots \quad (\text{C.29})$$

$A(f)$  é o operador de superfície, que, conforme a equação (C.30), já inclui a assinatura da fonte  $S(f)$  e o escalar que representa as propriedades refletivas da superfície, dado por  $r_0$ :

$$A(f) = r_0 S^{-1}(f) \quad (\text{C.30})$$

Para o caso de dados marinhos, a interface ar-água tem um alto contraste de impedância e  $r_0$ , satisfazendo as condições de fronteira relativas à interface, é igual a -1, resultando na equação (C.18).

O operador de superfície funciona como um filtro de deconvolução, devendo multiplicar os termos  $P^2, P^3$ , etc., de modo que as múltiplas previstas correspondam em fase e amplitude às múltiplas presentes no dado.

Verschuur et al (op.cit.), assim como Berkhout (1982) também sugerem incluir efeitos de diretividade de fontes e receptores no operador  $A(f)$ , que, nesse caso, torna-se uma matriz  $A$ . Esse processo, no entanto, é trabalhoso e torna mais complexa a implementação do SRME, tal que, geralmente, considera-se o operador  $A(f)$  escalar.

A remoção de múltiplas, então, para cada componente de frequência, é feita através de multiplicações de matrizes, com aplicação do operador para realizar uma soma ponderada, de acordo com a equação (C.29).

Na prática, porém, a assinatura da fonte não é conhecida e, conseqüentemente, o operador de superfície  $A(f)$  também não é. Um pequeno erro na assinatura da fonte pode alterar o resultado do imageamento e levar a graves erros de interpretação.

O SRME adaptativo (VERSCHUUR et al, 1992) consiste em parametrizar as partes real e imaginária de  $A(f)$  e buscar a otimização desses parâmetros, de modo que o dado, sem múltiplas, tenha a mínima energia. Esse processo se torna não-linear, já que o operador de superfície é usado ao quadrado, ao cubo, à quarta potência, etc. Para limitar o tamanho do operador de deconvolução  $A(f)$ , os autores propuseram defini-lo para alguns pontos ao longo do eixo da frequência e obter os outros pontos por interpolação.

Assim, o SRME adaptativo fornece, além do dado livre de múltiplas de superfície, uma estimativa da assinatura da fonte e do operador de superfície (VERSCHUUR et al, 1992). Outra característica interessante do método é que as primárias e as múltiplas podem ter exatamente o mesmo *moveout*. Os resultados obtidos através do SRME adaptativo pelos autores são muito bons.

A maior desvantagem desse método consiste justamente na determinação do operador de superfície  $A(f)$ , que, além do alto custo computacional, é inexata, visto que a assinatura da fonte, da qual depende o operador, sofre atenuação de

amplitude para grandes offsets e grandes profundidades, não sendo, portanto, a mesma para todos os pontos.

**- SRME iterativo:**

Como o SRME adaptativo é um processo não linear, que demanda grandes esforços computacionais, foi proposta uma implementação diferente para o SRME, (BERKHOUT e VERSCHUUR, 1997; VERSCHUUR e BERKHOUT, 1997) partindo da equação (C.28), explicitada para a resposta primária livre de múltiplas:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P} - A(f)\mathbf{P}_0\mathbf{P} \quad (\text{C.31})$$

Essa equação já exige o dado livre de múltiplas  $\mathbf{P}_0$  para gerar esse mesmo dado. Se estiver disponível, no entanto, uma estimativa desse dado, a expressão acima pode ser formulada de modo a representar uma implementação iterativa:

$$\mathbf{P}_0^{(i+1)} = \mathbf{P} - A(f)\mathbf{P}_0^{(i)}\mathbf{P} \quad (\text{C.32})$$

Uma estimativa inicial pode ser o próprio dado sísmico total  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P}_0^{(0)} = \mathbf{P} \quad (\text{C.33})$$

Para cada iteração, deve ser realizado um processo de otimização, tal qual realizado no SRME adaptativo. A diferença é que a otimização não-linear do SRME adaptativo é substituído, no SRME iterativo, por um número de otimizações lineares, o que torna o processo mais ágil. Assim, a cada iteração, o valor de  $\mathbf{P}_0$  é atualizado, necessitando apenas de uma otimização linear de  $A(f)$  que, a cada iteração, aproxima-se mais próximo de seu valor real.

Na prática, esse processo converge rapidamente e produz bons resultados, com um pequeno número de iterações (BERKHOUT e VERSCHUUR, 1997). Um aspecto interessante do método é que o erro cometido em uma interação desloca-se para tempos maiores na iteração seguinte.

Uma grande vantagem do SRME iterativo é que ele pode ser combinado com outros métodos de remoção de múltiplas. O resultado obtido com outros

métodos, como a transformada Radon (linear, parabólica ou hiperbólica) e a transformada F-K, pode ser usada como entrada inicial  $P_0^{(0)}$  para o processo iterativo.

De fato, Berkhout e Verschuur (1994a) propõem exatamente usar o resultado da eliminação de múltiplas pela transformada parabólica de Radon como estimativa inicial para o SRME iterativo, visto que esses autores consideram os dois métodos complementares: enquanto o SRME é bastante efetivo em pequenos offsets e grandes profundidades, o Radon parabólico é mais efetivo nas partes rasas do meio e em grandes offsets, áreas onde a separação de primárias e múltiplas por diferentes *moveouts* é mais evidente.

O SRME iterativo reduz significativamente o custo computacional do processo, mas não anula a desvantagem relativa ao fato do operador  $A(f)$  sofrer variações de acordo com a posição, em função da perda de amplitude.

**Fonte: Adaptado de Verschuur (2006)**

## APÊNDICE D

### EQUIVALÊNCIA ENTRE A MIGRAÇÃO POR PERFIS DE TIRO E FONTE-RECEPTOR

Embora a migração por perfis de tiro e a migração fonte-receptor pareçam métodos diferentes, já está devidamente provado que os dois métodos, sob determinadas condições, são equivalentes e produzem a mesma imagem da subsuperfície.

A migração por perfis de tiro trata cada disparo de fonte como um evento independente. O campo-fonte e o campo-receptor são extrapolados independentemente para o mesmo nível de profundidade, onde são correlacionados para produzir uma imagem. A migração fonte-receptor extrapola o dado inteiro para a subsuperfície, através da equação da Dupla Raiz Quadrada (DSR), e extrai a componente de tempo zero e offset zero para gerar uma imagem.

As equações utilizadas e a geometria sobre a qual são aplicadas, mas os dois métodos são, de fato, equivalentes. Wapenaar e Berkhout (1987) mostraram, utilizando notações matriciais, que a mesma imagem empilhada será obtida com os dois métodos. Biondi (2003) demonstra a equivalência dos dois métodos quando a migração por perfis de tiro satisfaz as seguintes condições: a fonte é uma função impulso; a condição de imagem é a correlação entre o campo-fonte e o campo-receptor; os campos de onda são continuados para baixo pela equação unidirecional da onda (ou seja, exclui-se a migração reversa em tempo). Além disso, o algoritmo numérico usado para a extrapolação (Diferenças Finitas de Fourier, Split-spread, etc.) deve ser o mesmo.

Shan e Zhang (2003) generalizam a demonstração de equivalência para fontes arbitrárias, o que inclui a migração de reflexões múltiplas, que utiliza o *dataset* inteiro como fonte. É a notação desse trabalho que será utilizada nesse apêndice.

Considerando  $D(x_D, z = 0, w, s)$  e  $U(x_U, z = 0, w, s)$  como, respectivamente, o campo-fonte (descendente) e o campo-receptor (ascendente) na superfície, para o

tiro  $s$ , a migração por perfis de tiro obtém o campo-fonte  $U(x_U, z, w, s)$  na profundidade  $z$  através da equação da onda descendente a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial z} D(x_D, z, w, s) = \frac{-iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} D(x_D, z = 0, w, s) \quad (\text{D.1})$$

Do mesmo modo, o campo-receptor  $U(x_U, z, w, s)$  na profundidade  $z$  pode ser obtido pela equação da onda ascendente a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial z} U(x_U, z, w, s) = \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} U(x_U, z = 0, w, s) \quad (\text{D.2})$$

O termo  $\sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}}$  é um operador pseudoparcial diferencial. Para mais detalhes sobre ele, bem como sobre as equações acima expostas, o leitor deve consultar Zhang (1993).

A migração fonte-receptor, por sua vez, obtém o dado  $P(x, h, z = 0, w)$  na subsuperfície, propagando o dado na superfície  $P(x, h, z = 0, w)$  através da equação DSR:

$$\frac{\partial}{\partial z} P(x, h, z, w) = \left( \frac{iw}{v(x_s, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_s, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_s^2}} + \frac{iw}{v(x_r, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_r, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_r^2}} \right) P(x, h, z = 0, w) \quad (\text{D.3})$$

No caso da migração fonte-receptor de reflexões múltiplas, o campo de onda  $P(x, h, z = 0, w)$  que deverá ser propagado para a subsuperfície é o resultado da correlação entre o campo-fonte e o campo-receptor na superfície, empilhado para todos os tiros:

$$P(x, h, z = 0, w) = \sum_s U(x_U = x + h, z = 0, w, s) D^*(x_D = x - h, z = 0, w, s) \quad (\text{D.4})$$

Para demonstrar a equivalência entre os dois métodos, define-se um novo campo de onda  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$ , resultante da correlação entre o campo-fonte  $D(x_D, z, w, s)$  e o campo-receptor  $U(x_U, z, w, s)$  para o tiro  $s$  na migração por perfis

de tiro (visto que a condição de imagem deste método é justamente a correlação entre campo-fonte e campo-receptor):

$$Q_s(x_U, x_D, z, w) = U(x_U, z, w, s) D^*(x_D, z, w, s) \quad (D.5)$$

Define-se também o campo de ondas  $Q(x_U, x_D, z, w)$ , resultante do empilhamento de  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$  para todos os tiros:

$$Q(x_U, x_D, z, w) = \sum_S Q_s(x_U, x_D, z, w) \quad (D.6)$$

Observando as equações (D.5), (D.4) e (D.3), vê-se que o campo  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$  corresponde ao dado  $P(x, h, z = 0, w)$  na superfície, que será propagado para a subsuperfície através da equação DSR na migração fonte-receptor. Como, por definição,  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$  é o resultado da correlação entre campo-fonte e campo-receptor na migração por perfis de tiro, basta provar que  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$ , satisfaz a equação DSR para mostrar que os dois métodos produzem o mesmo resultado. Se  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$  satisfaz a equação DSR, por consequência  $Q(x_U, x_D, z, w)$  também a satisfaz.

Por questões de simplicidade,  $Q_s(x_U, x_D, z, w)$ ,  $D(x_D, z, w, s)$  e  $U(x_U, z, w, s)$  serão representados por  $Q_s$ ,  $D$  e  $U$ , respectivamente. Portanto, quer-se provar que:

$$\frac{\partial}{\partial z} Q_s = \left( \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} + \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} \right) Q_s \quad (D.7)$$

Da equação (D.5), tem-se que:

$$Q_s = UD^* \quad (D.8)$$

Da regra da cadeia, tem-se que:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial z} = \frac{\partial U}{\partial z} D^* + U \frac{\partial D^*}{\partial z} \quad (D.9)$$

Da equação (D.9), partirá a demonstração da equivalência. Primeiramente, trabalhar-se-á o termo  $\frac{\partial U}{\partial z} D^*$ . Em seguida, trabalhar-se-á o termo  $U \frac{\partial D^*}{\partial z}$ , para provar que  $\frac{\partial Q_s}{\partial z}$  pode ser expresso pela equação DSR.

Primeiramente, portanto, trabalha-se o termo  $\frac{\partial U}{\partial z} D^*$ . Como  $U$  é um campo ascendente, ele atende à equação de onda ascendente (D.2) e, portanto:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} U \quad (\text{D.10})$$

Conseqüentemente:

$$\frac{\partial U}{\partial z} D^* = \left( \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} U \right) D^* \quad (\text{D.11})$$

Como  $D^*(x_D, z, w, s)$  não depende de  $x_U$ , ele é constante em relação ao operador  $\sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}}$ , tal que a equação anterior pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial U}{\partial z} D^* = \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} (UD^*) \quad (\text{D.12})$$

Logo:

$$\frac{\partial U}{\partial z} D^* = \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} Q_s \quad (\text{D.13})$$

Agora, trabalha-se o termo  $U \frac{\partial D^*}{\partial z}$ . É fácil provar que:

$$\frac{\partial D^*}{\partial z} = \left( \frac{\partial D}{\partial z} \right)^* \quad (\text{D.14})$$

Como  $D$  é um campo descendente, ele obedece à equação de onda descendente (D.1) e, portanto:

$$U \frac{\partial D^*}{\partial z} = U \left( \frac{\partial D}{\partial z} \right)^* = U \left( \frac{-iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} D \right)^* \quad (D.15)$$

$$U \frac{\partial D^*}{\partial z} = U \left( \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} D^* \right) \quad (D.16)$$

Como  $U(x_U, z, w, s)$  não depende de  $x_D$ , ele é constante em relação ao operador  $\sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}}$ , de modo que a equação anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$U \frac{\partial D^*}{\partial z} = \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} (UD^*) \quad (D.17)$$

Logo:

$$U \frac{\partial D^*}{\partial z} = \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} Q_s \quad (D.18)$$

Combinando as equações (D.13) e (D.18) e substituindo-as na equação (D.9), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_s}{\partial z} &= \frac{\partial U}{\partial z} D^* + U \frac{\partial D^*}{\partial z} \\ &= \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} Q_s + \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} Q_s \end{aligned} \quad (D.19)$$

Reescrevendo a equação acima:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial z} = \left( \frac{iw}{v(x_U, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_U, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_U^2}} + \frac{iw}{v(x_D, z)} \sqrt{1 + \frac{v^2(x_D, z)}{w^2} \frac{\partial^2}{\partial x_D^2}} \right) Q_s \quad (\text{D.20})$$

A equação (D.20) é idêntica à equação (D.7) e prova que o campo de ondas  $Q_s = Q_s(x_U, x_D, z, w)$ , assim como, por extensão, também o campo  $Q(x_U, x_D, z, w)$ , obedecem à equação DSR. Isso prova, conforme já explicado anteriormente, que a migração por perfis de tiro e a migração fonte-receptor são equivalentes, para qualquer fonte.

É possível provar também que a Família de Imagem Comum (“*Common Image Gather*”) dos dois métodos é a mesma (SHAN e ZHANG, 2003), confirmando a equivalência entre eles.

**Fonte: Adaptado de Biondi (2003) e Shan e Zhang (2003)**