



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**AVALIAÇÃO DA FADIGA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A
CARREGAMENTOS VARIÁVEIS EM AMBIENTES INDUSTRIAIS**

**Leonardo Santos Lima
Marco Antônio de Freitas Pinheiro**

**Belém - PA
Fevereiro/2026**

**LEONARDO SANTOS LIMA
MARCO ANTÔNIO DE FREITAS PINHEIRO**

**AVALIAÇÃO DA FADIGA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A
CARREGAMENTOS VARIÁVEIS EM AMBIENTES INDUSTRIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira

**Belém - PA
Fevereiro/2026**

**LEONARDO SANTOS LIMA
MARCO ANTÔNIO DE FREITAS PINHEIRO**

**AVALIAÇÃO DA FADIGA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS A
CARREGAMENTOS VARIÁVEIS EM AMBIENTES INDUSTRIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia
da Universidade Federal do Pará, como parte dos
requisitos para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Civil

Belém, ____ / ____ / ____

Examinadores

Professor Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira
Universidade Federal do Pará | UFPA
Orientador

Professor Dr. Sandoval José Rodrigues Júnior
Universidade Federal do Pará | UFPA
Membro da banca

Professor Dr. Ronaldson José de França Mendes Carneiro
Universidade Federal do Pará | UFPA
Membro da banca

RESUMO

LIMA, L. S.; PINHEIRO, M. A. de FREITAS. **Avaliação da Fadiga em Vigas de Concreto Armado Sujeitas a Carregamentos Variáveis em Ambientes Industriais**. 2025. 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém.

Este trabalho investiga o comportamento à fadiga de vigas de concreto armado submetidas a carregamentos cíclicos e variáveis, típicos de pontes rolantes em ambientes industriais. A metodologia adotada baseia-se nos critérios de verificação do *fib* Model Code (2010), combinando análises não lineares de seções transversais através do método de Newton-Raphson, o algoritmo Rainflow para contagem de ciclos e a hipótese de acumulação de dano de Palmgren-Miner. Foram analisadas seis seções transversais críticas de vigas longitudinais de suporte, considerando seis cenários operacionais distintos ao longo de um período de 83 anos (1959-2042). Os resultados identificaram as seções S1 e S3 como as mais vulneráveis à fadiga, apresentando coeficientes de segurança para vida infinita inferiores a 1.0 nos casos de carregamento mais severos, com aceleração significativa do dano acumulado a partir de 2015. As demais seções demonstraram comportamento compatível com vida infinita, mesmo considerando períodos superiores a 100 anos. A verificação do concreto comprimido foi satisfeita em todas as seções, indicando que a fadiga das armaduras tracionadas constitui o modo de falha preponderante. A análise de vida útil revelou notável dependência das estimativas em relação aos coeficientes parciais de segurança aplicados às ações acidentais, o que demonstra a importância de uma análise precisa das tensões solicitantes. A ferramenta computacional utilizada demonstrou eficiência na determinação das histórias de tensões, viabilizando a avaliação de carregamentos complexas. Os resultados fornecem subsídios técnicos para o planejamento de estratégias de manutenção preventiva e eventual reforço de estruturas industriais críticas sob ações de natureza cíclica.

Palavras-chave: fadiga, concreto armado, vida útil, curvas SN, ambientes industriais.

ABSTRACT

LIMA, L. S.; PINHEIRO, M. A. de FREITAS. **Fatigue Assessment of Reinforced Concrete Beams Subjected to Variable Loads in Industrial Environments**. 2025. 44 f. Undergraduate Thesis (Bachelor's Degree in Civil Engineering) – Faculty of Civil Engineering, Federal University of Pará, Belém, Brazil.

This work investigates the fatigue behavior of reinforced concrete beams subjected to cyclic and variable loading, typical of overhead cranes in industrial environments. The adopted methodology is based on the verification criteria of *fib* Model Code (2010), combining nonlinear analyses of cross-sections through Newton-Raphson method, Rainflow algorithm for cycle counting, and Palmgren-Miner damage accumulation hypothesis. Six critical cross-sections of longitudinal support beams were analyzed, considering six distinct operational scenarios over an 83-year period (1959-2042). The results identified sections S1 and S3 as the most vulnerable to fatigue, presenting infinite life safety coefficients lower than 1.0 in the most severe loading cases, with significant acceleration of accumulated damage from 2015 onwards. The remaining sections demonstrated behavior compatible with infinite life, even considering periods exceeding 100 years. Verification of compressed concrete was satisfied in all sections, indicating that fatigue of tensile reinforcement constitutes the predominant failure mode. The service life analysis revealed a marked dependence of the estimates on the partial safety factors applied to accidental actions, underscoring the importance of an accurate assessment of the acting stress demands. The computational tool employed proved effective in determining stress histories, enabling the evaluation of complex loading scenarios. The results provide technical support for the planning of preventive maintenance strategies and potential strengthening of critical industrial structures subjected to cyclic actions.

Keywords: fatigue, reinforced concrete, service life, S-N curves, industrial environments.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de curvas S-N: (a) formato típico; (b) modelos especificados por diferentes normas internacionais.	14
Figura 2 – Exemplo de histórias genéricas de carregamentos (a) sob regime CAF e (b) sob regime VAF; (b) Exemplo de um espectro de tensões extraído a partir de uma história complexa de carregamento.	15
Figura 3 – Extração e contagem de ciclos por meio do algoritmo <i>Rainflow</i>	16
Figura 4 – Distribuições de deformações e tensões em uma seção transversal em concreto armado.	18
Figura 5 – Esquema de <i>Newton-Raphson</i> para determinação do estado de deformação da seção.	21
Figura 6 – Formato da Curva S-N pelo <i>fib Model Code</i> (2010).....	22
Figura 7 – Definição das tensões σ_{c1} e σ_{c2}	26
Figura 8 – Efeito do gradiente de tensão para espécimes de tamanhos diferentes.	27
Figura 9 – Metodologia para obtenção das histórias de tensões no aço e no concreto.	29
Figura 10 – Metodologia para análise de fadiga da seção transversal.....	30
Figura 11 – Vista geral do modelo computacional em elementos finitos desenvolvido por Teixeira (2021) destacando as vigas de suporte da ponte rolante.	31
Figura 12 – Seções transversais selecionadas para análise e lançadas no código <i>RCFTTool</i> (dimensões em m).....	32
Figura 13 – Modelos constitutivos uniaxiais para o (a) concreto e para o (b) aço.....	34
Figura 14 – Momentos fletores na seção S1 obtidos a partir da simulação no programa SAP2000 TM (adaptado de TEIXEIRA, 2021).....	35
Figura 15 – Extração das tensões no aço e no concreto na seção S1 para o carregamento do Caso 1	36
Figura 16 – Ciclos de tensões na barra de aço investigada na seção S1 para o Caso 1 após a aplicação de um filtro de amplitudes de 20 MPa.....	36
Figura 17 – Espectros de gamas de tensões para a armadura mais vulnerável de cada seção.	37
Figura 18 – Dano no aço por caso de carga para as seções S1 e S2.....	39
Figura 19 – Dano no aço por caso de carga para as seções S3 e S4.....	40
Figura 20 – Dano no aço por caso de carga para as seções S5 e S6.....	40
Figura 21 – Histórias de dano acumulado nas seções avaliadas.....	41
Figura 22 – Histórias de dano acumulado para as seções S1 e S3 quando $\gamma_{sd} = 1.1$ e $\gamma_{sd} = 1.0$	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros para as curvas S-N de acordo com o <i>fib Model Code</i> (2010)	23
Tabela 2 – Identificação dos casos de carga da ponte rolante e frequências de ocorrências por período (adaptado de TEIXEIRA, 2021).....	33
Tabela 3 – Parâmetros dos materiais	34
Tabela 4 – Verificação das seções quanto à hipótese de vida infinita.....	38

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE TABELAS	7
1. INTRODUÇÃO	9
1.1 OBJETIVOS	11
2. FADIGA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	13
2.1 CURVAS S-N.....	13
2.2 FADIGA SOB GAMA DE TENSÕES VARIÁVEIS	14
2.2.1 Hipótese de acumulação de dano	16
2.3 OBTENÇÃO DAS HISTÓRIAS DE TENSÕES NO AÇO E NO CONCRETO	17
2.3.1 Análise não linear da seção transversal.....	18
2.4 PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO DA FADIGA NA ARMADURA.....	21
2.5 PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO FADIGA NO CONCRETO	25
3. METODOLOGIA DE ANÁLISE	28
3.1 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA	31
3.2 CASOS DE CARGA CONSIDERADOS	33
3.3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	33
4. RESULTADOS	35
4.1 ANÁLISE DAS TENSÕES NO AÇO E NO CONCRETO.....	35
4.2 AVALIAÇÃO DA VULNERABILIDADE COM RELAÇÃO À VIDA FINITA ...	38
4.3 AVALIAÇÃO DO DANO E DA VIDA À FADIGA	39
5. CONCLUSÕES	42
REFERÊNCIAS	43

1. INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto armado, amplamente empregadas em diferentes tipologias de obras, estão sujeitas não apenas às ações estáticas tradicionais, mas também a carregamentos dinâmicos e repetitivos que podem induzir degradação ao longo do tempo. Entre esses efeitos, a fadiga se destaca por resultar da aplicação sucessiva de ciclos de carregamento, capazes de gerar fissuração progressiva, perda de rigidez e, eventualmente, redução da capacidade resistente. Em muitos casos, como em ambientes industriais que utilizam pontes rolantes para a movimentação de cargas pesadas, essas solicitações cíclicas tornam-se particularmente relevantes, pois impõem variações significativas de amplitude e frequência aos elementos estruturais (NUSSBAUMER; BORGES; DAVAINÉ, 2018; SCHIJVE, 2008). Nesse contexto, este trabalho foca especificamente na avaliação da fadiga em vigas de apoio de pontes rolantes utilizadas em ambientes industriais, onde tais carregamentos dinâmicos são especialmente intensos e relevantes para o desempenho estrutural.

Pesquisas na área de avaliação da fadiga em pontes de concreto armado existentes, considerando a modelagem da interação veículo–estrutura, também são recorrentes na literatura e demonstram, entre outros aspectos, a importância da intensidade das cargas por eixo e dos efeitos dinâmicos induzidos pela passagem de veículos (WANG *et al.*, 2020).

Pesquisas recentes reforçam que o fenômeno da fadiga em estruturas de concreto armado envolve uma degradação progressiva das propriedades do material, especialmente da rigidez e da resistência à compressão, à medida que os ciclos de carregamento se acumulam. Modelos de dano cumulativo têm sido apontados como alternativas mais adequadas para descrever esse comportamento, uma vez que representam a evolução contínua das propriedades mecânicas do concreto sob fadiga. Guo *et al.* (2019) demonstram que tais modelos, quando calibrados com resultados experimentais, podem prever de forma satisfatória a vida útil de vigas de concreto submetidas a carregamentos repetitivos, destacando a relevância de abordagens baseadas na degradação progressiva.

Além das contribuições teóricas, estudos de campo no contexto brasileiro revelam que a vida útil à fadiga da armadura longitudinal de vigas de pontes de concreto

armado pode ser inferior a 30 anos sob tráfego intenso de veículos pesados (MASCARENHAS; CARVALHO, 2019), evidenciando a necessidade de métodos de previsão mais robustos. Freitas (2014) ressalta que a Metodologia de Acumulação de Danos por Fadiga apresenta rigor superior às abordagens baseadas em simplificações, reforçando sua relevância para estruturas sujeitas a espectros complexos de carregamento.

Resultados experimentais recentes também apontam que a vida à fadiga do concreto não depende apenas da razão de carga, mas também da frequência de

aplicação dos ciclos, da resistência à compressão e da variabilidade do carregamento. Felix et al. (2022) observaram que maiores frequências de carregamento tendem a aumentar a vida útil em ensaios de compressão cíclica, enquanto concretos de maior resistência podem apresentar desempenho inferior sob determinadas condições. Complementarmente, Liu et al. (2018) demonstraram que vigas de concreto armado submetidas a carregamento cíclico exibem redução contínua de rigidez e capacidade resistente ao longo da vida em fadiga, seguindo uma curva em “S”, com degradação mais acentuada no início e no final da vida útil.

O estudo numérico desenvolvido por Lima (2023) apresenta um modelo de zona coesiva capaz de simular o comportamento do concreto sob fadiga, incorporando formulações cíclicas irreversíveis em conjunto com o método dos elementos finitos. A pesquisa reproduz a evolução da fissuração e o acúmulo de dano em vigas submetidas à flexão sob carregamentos repetitivos, demonstrando que o modelo é capaz de capturar adequadamente o processo de propagação de trincas e prever a vida útil em fadiga.

Junges (2017) analisou a fadiga em pontes curtas de concreto armado no contexto brasileiro, considerando o efeito de cargas cíclicas e variáveis provenientes do tráfego de veículos pesados. Utilizando dados de sistemas B-WIM (*Bridge Weigh-In-Motion*), o autor propôs uma metodologia baseada em confiabilidade estrutural para estimar a vida útil, incorporando incertezas relacionadas à variabilidade das tensões e à corrosão das armaduras. Os resultados mostraram que métodos probabilísticos fornecem estimativas mais realistas e seguras da durabilidade, indicando que falhas

por fadiga tendem a não ocorrer quando as tensões equivalentes permanecem abaixo de 30% do limite normativo de fadiga.

As principais normas internacionais e nacionais, como a NBR 6118 e o *fib Model Code* (FIB, 2010), recomendam procedimentos de verificação que envolvem o uso de curvas S–N (ou curvas de Wohler) e hipóteses de acumulação de dano, como a lei linear proposta por Palmgren-Miner (MINER, 1945). Essas abordagens permitem estimar a vida útil de elementos estruturais e identificar seções críticas, constituindo ferramentas apropriadas para a manutenção da segurança e da funcionalidade das estruturas.

Apesar da crescente adoção de critérios normativos como o *fib* (2010) e a NBR 6118 (ABNT, 2014), a aplicação prática dos modelos de verificação e previsão da vida útil à fadiga ainda carece de validação em estudos de caso reais. As dificuldades aumentam quando se trata de carregamentos com espectros variáveis, dadas as incertezas na modelagem precisa das tensões atuantes e a escassez de dados sobre operações reais de carga e descarga. Estruturas como vigas de apoio de pontes rolantes estão expostas a milhares de ciclos anuais, com variações de amplitude e frequência, e avaliações simplificadas baseadas apenas em carga estática podem subestimar riscos importantes.

Diante desse cenário, o presente trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento de vigas de concreto armado sujeitas a carregamentos variáveis, utilizando como exemplo genérico ações provenientes de pontes rolantes em ambientes industriais. A avaliação é realizada com base em procedimentos normativos e em resultados de análises numéricas para caracterização do espectro de tensões no aço e no concreto. Busca-se, com isso, contribuir para a compreensão do fenômeno da fadiga em estruturas industriais e fornecer subsídios técnicos para o planejamento de reforços e estratégias de monitoramento, de modo a prolongar a durabilidade e a segurança estrutural.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo geral investigar os efeitos da fadiga em vigas de concreto armado, típicas de pontes rolantes, submetidas a carregamentos

cíclicos e variáveis em ambiente industrial. Para isso, empregam-se simulações numéricas capazes de representar o comportamento sob fadiga das vigas e fornecer subsídios técnicos para a avaliação de sua vida útil em serviço.

Para o alcance do objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Simular numericamente os espectros de tensões no aço e no concreto em seções transversais críticas selecionadas, considerando análises não lineares desenvolvidas a partir de esforços internos previamente conhecidos e associados a operações de cargas reais em pontes rolantes;
- Aplicar o método *Rainflow* (ASTM E 1049, 2010) como ferramenta de contagem de ciclos de tensões, em conjunto com a hipótese linear de acumulação de dano de *Palmgren-Miner* (MINER, 1945), a fim de estimar a progressão da fadiga ao longo da vida útil da estrutura;
- Avaliar o dano à fadiga em armaduras e no concreto comprimido de vigas longarinas que suportam pontes rolantes, com base nos critérios de verificação preconizados pelo *fib Model Code* (FIB, 2010);
- Elaborar previsões determinísticas da vida útil à fadiga das seções críticas avaliadas, contemplando diferentes cenários operacionais, de modo a identificar os pontos mais suscetíveis ao processo de degradação.

2. FADIGA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

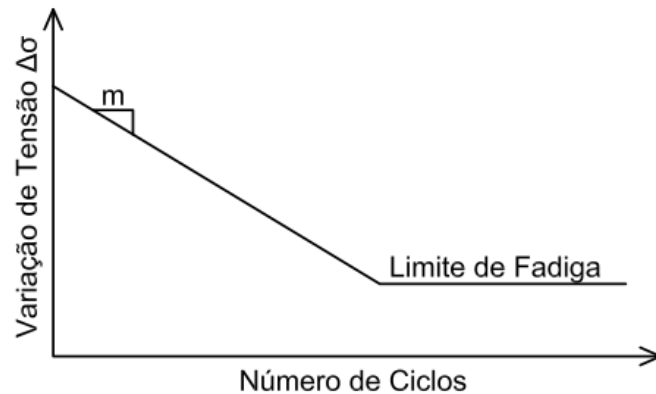
2.1 CURVAS S-N

A previsão do dano por fadiga em seções de concreto armado é, geralmente, realizada por meio do método clássico das curvas S-N, também conhecidas como curvas de *Wohler* ou curvas de tensão-vida. Essas curvas estabelecem a relação, em escala logarítmica, entre as gamas de tensões nominais ($\Delta\sigma$) e o número de ciclos (N) necessários para a ocorrência de falha no concreto ou no aço, em pontos críticos da seção transversal. Nessa abordagem, admite-se que as tensões aplicadas estão primariamente dentro da faixa elástica do material e as vidas resultantes são suficientemente longas, o que caracteriza o denominado regime de fadiga de alto ciclo. As curvas S-N de projeto geralmente não abordam o regime de fadiga de baixo ciclo (fadiga oligocíclica, com altas deformações plásticas cíclicas), caracterizado pela existência de ciclos de tensão de alta intensidade em pequeno número, em geral inferior a 10^4 ciclos.

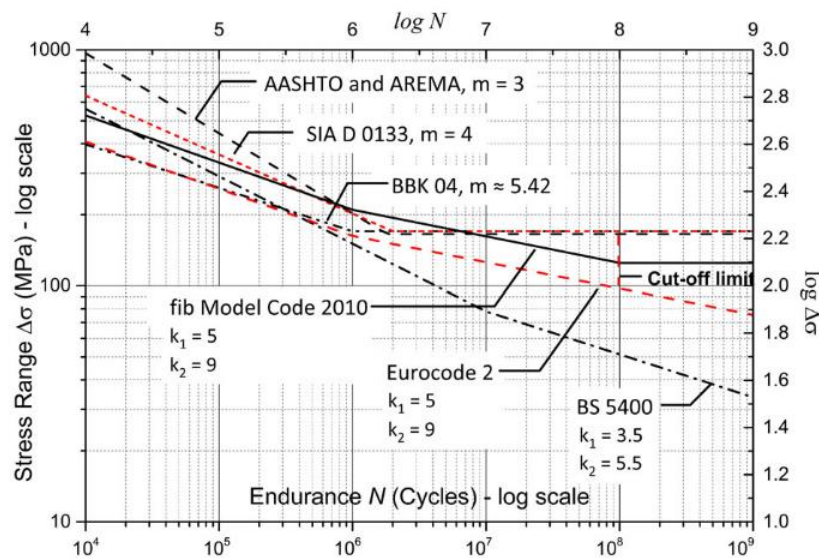
As curvas S-N do aço são tipicamente determinadas por regressão dos dados de testes experimentais com barras ao ar (não incorporadas ao concreto), submetidas a gamas de tensões axiais constantes, considerando um limite inferior de resistência, normalmente associado a um percentil de 5% de probabilidade de falha e um nível de confiança de 95% (NUSSBAUMER et al., 2018). Essa abordagem permite representar adequadamente a resistência à fadiga das barras de aço utilizadas nas armaduras, contemplando os efeitos das nervuras das barras e as tensões médias preexistentes no momento da instalação.

A Figura 1a mostra simplificadamente a forma típica de uma curva S-N, destacando o limite de resistência à fadiga, que representa a maior gama de tensão sem a capacidade de nuclear micro-trincas (SCHIJVE, 2008). Diferentes curvas S-N recomendadas por algumas normas internacionais para barras de aço são ilustradas na Figura 1b. As definições dos parâmetros específicos desses modelos (i.e., k_1 , k_2 , m) são apresentadas mais adiante, na subseção 2.4.

Figura 1 – Exemplos de curvas S-N: (a) formato típico; (b) modelos especificados por diferentes normas internacionais.



(a) Fonte: Kichel (2019)



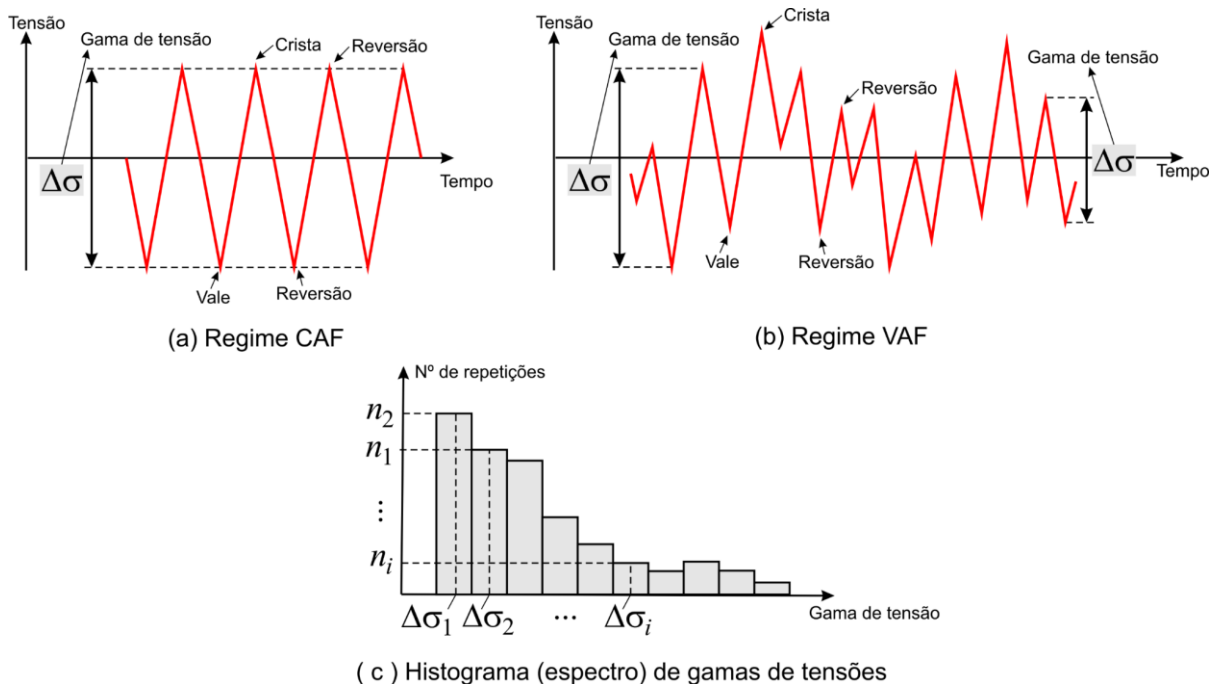
(b) Fonte: Wang et al. (2020)

2.2 FADIGA SOB GAMA DE TENSÕES VARIÁVEIS

As curvas S-N de projeto são tipicamente determinadas com base em testes sob gamas de tensões constantes (CAF – *Constant Amplitude Fatigue*). No entanto, os carregamentos reais em membros estruturais consistem em uma composição de inúmeras e diferentes gamas de tensões ao longo da vida útil, o que caracteriza o regime de gamas de tensões variáveis (VAF – *Variable Amplitude Fatigue*). A decomposição das histórias de tensões em diferentes ciclos, com gamas de tensões específicas, é frequentemente referida na literatura como espectro de tensões. As Figuras 2a e 2b mostram exemplos de histórias genéricas de tensões em regime CAF

e VAF, respectivamente, destacando as gamas de tensões, cristas, depressões e reversões da carga. Já a Figura 2b mostra um espectro genérico de gamas tensões, após a extração e contagem dos ciclos a partir da história aleatória de carregamento. Dessa forma, o espectro de tensões representa um agrupamento de dados que simplifica o carregamento em um histograma, onde cada gama de tensões ($\Delta\sigma_i$) e o seu respectivo número de repetições (n_i) são convenientemente armazenados.

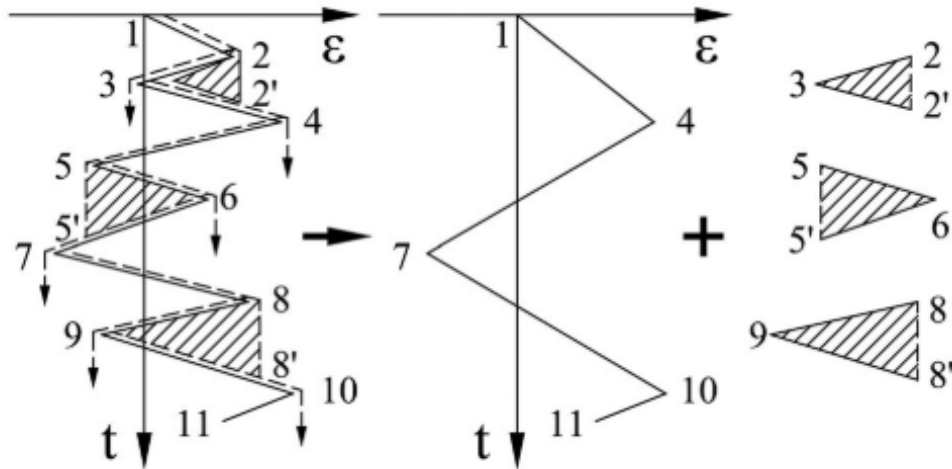
Figura 2 – Exemplo de histórias genéricas de carregamentos (a) sob regime CAF e (b) sob regime VAF; (b) Exemplo de um espectro de tensões extraído a partir de uma história complexa de carregamento.



Fonte: Teixeira (2025).

Há vários métodos na literatura para a extração e contagem dos ciclos de tensões que estão implícitos na história do carregamento. O método *Rainflow* (ASTM E 1049, 2010) tem sido largamente aplicado neste tipo de análise, com extensa validação experimental, e também é usado no âmbito das análises realizadas neste trabalho. A Figura 3 ilustra simplificadaamente o princípio de contagem do algoritmo *Rainflow*. Para detalhes específicos do algoritmo, consultar a norma ASTM E 1049 (2010).

Figura 3 – Extração e contagem de ciclos por meio do algoritmo *Rainflow*.



Fonte: Wang et al. (2020)

2.2.1 Hipótese de acumulação de dano

A fim de estimar impacto sobre a vida à fadiga gerado por cada gama de tensão $\Delta\sigma_i$ que compõe uma história complexa de carregamento, é necessário aplicar uma hipótese de acumulação de dano que estenda a abordagem S-N para o regime de gamas de tensões variáveis (VAF), o qual constitui, em geral, a real condição experimentada pela maioria dos carregamentos em serviço. Em situações práticas, a hipótese linear de *Palmgren-Miner* (MINER, 1945) é a mais utilizada e tem sido largamente empregada em conjunto com as curvas S-N. O índice de acumulação de dano de *Palmgren-Miner* é definido conforme a equação (1), onde n_i representa o número de repetições da i -ésima gama de tensões, $\Delta\sigma_i$, existente em um dado espectro de tensões. Para o evento i , o número de ciclos até a falha, N_i , pode ser estimado diretamente a partir da curva S-N para um nível de tensão $\Delta\sigma_i$ previamente conhecido.

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \int \frac{dn}{N} \leq D_{\lim} = 1.0 \quad (1)$$

É importante destacar que a soma expressa na equação (1) é uma forma simplificada de acumulação de dano que ignora a ordem de ocorrência dos ciclos de tensões. Embora tal hipótese gere uma imprecisão, o seu uso em projeto, combinado com fatores de segurança adequados, demonstrou ser suficientemente confiável para

ser adotado como o critério no dimensionamento clássico à fadiga de estruturas típicas, sob condições de carregamento em serviço. No entanto, deve-se ter cautela ao aplicá-la a outros tipos de estruturas, especialmente àquelas que possam estar sujeitas a sobrecargas ocasionais, isto é, a esforços consideravelmente superiores aos de serviço (NUSSBAUMER et al., 2018).

2.3 OBTENÇÃO DAS HISTÓRIAS DE TENSÕES NO AÇO E NO CONCRETO

A análise de tensões é a etapa mais crítica para a aplicação bem sucedida do método das curvas S-N. Uma previsão confiável do dano e da vida útil à fadiga depende fortemente de uma determinação precisa de tensões nos pontos críticos do elemento estrutural, uma vez que as curvas S-N são altamente não lineares e muito sensíveis às gamas de tensões. Para o caso de estruturas existentes, uma abordagem comumente utilizada é baseada no monitoramento experimental das deformações no concreto e no aço, por meio de instrumentação específica. As histórias de tensões são, nestes casos, determinadas a partir dos modelos constitutivos (relações tensões vs. deformações) dos materiais.

No entanto, nos casos onde o monitoramento experimental da estrutura real não é possível (por exemplo, para análises na fase de projeto), a determinação das histórias de tensões deve ser feita a partir de uma análise estrutural, por meio de modelos numéricos e/ou analíticos. Uma forma robusta de fazer isso é através de uma análise não linear das seções transversais, partindo-se de esforços internos conhecidos, determinados em regime linear/elástico. De fato, é prática comum na análise estrutural desenvolver modelos lineares para avaliar os esforços solicitantes nos componentes estruturais e, em uma próxima etapa, usar estes esforços como entradas nas equações de dimensionamento/verificação, onde as não linearidades dos materiais são devidamente incorporadas.

Para as situações onde as histórias dos esforços solicitantes nas seções transversais são previamente conhecidas, determinadas a partir de uma análise estrutural linear elástica que considera todos os carregamentos cíclicos operacionais relevantes em serviço, as histórias de deformações podem ser obtidas por meio de

uma análise da seção transversal, onde o sistema de equações não lineares de equilíbrio é solucionado com base em métodos numéricos, a exemplo do método de *Newton-Raphson* (SPACONE; FILIPPOU; TAUCER, 1996). Esse é o método usado no presente trabalho e descrito sumariamente a seguir.

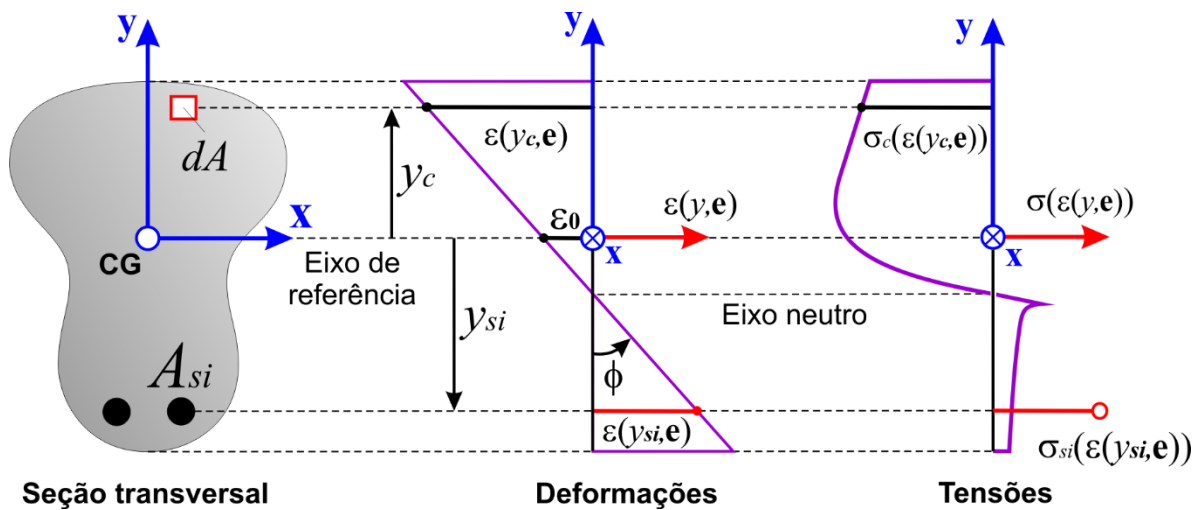
2.3.1 Análise não linear da seção transversal

O método de *Newton-Raphson* pode ser usado para encontrar a distribuição de deformações necessária para satisfazer o equilíbrio entre os esforços externos e os esforços internos resistentes na seção transversal. Tomando como referência um sistema de coordenadas com origem no centroide da seção de concreto e admitindo que a distribuição de deformações ao longo de y segue a hipótese de *Euler-Bernoulli* (ver Figura 4), para uma seção transversal sob flexão composta reta, a distribuição de deformações, $\varepsilon(y, \mathbf{e})$, pode ser estabelecida a partir da deformação do eixo de referência, ε_0 , e da curvatura da seção, ϕ , como segue:

$$\varepsilon(y, \mathbf{e}) = \varepsilon_0 - \phi \cdot y = \begin{bmatrix} 1 & -y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -y \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e} \quad (2)$$

onde $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \phi \end{bmatrix}$ é o vetor de deformações generalizadas da seção;

Figura 4 – Distribuições de deformações e tensões em uma seção transversal em concreto armado.



Fonte: Teixeira (2025)

Assim, os esforços internos resistentes sob flexão composta reta podem ser determinados conforme a equação (3), em função do estado de deformação ($\mathbf{e}$) da seção (TEIXEIRA, 2025):

$$\mathbf{S}_{\text{int}}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} N_{\text{int}}(\mathbf{e}) \\ M_{\text{int}}(\mathbf{e}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_A \sigma_c(\varepsilon(y_c, \mathbf{e})) \cdot dA + \sum_{i=1}^{n_b} \sigma_{si}(\varepsilon(y_{si}, \mathbf{e})) \cdot A_{si} \\ - \int_A y_c \cdot \sigma_c(\varepsilon(y_c, \mathbf{e})) \cdot dA - \sum_{i=1}^{n_b} \sigma_{si}(\varepsilon(y_{si}, \mathbf{e})) \cdot y_{si} \cdot A_{si} \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde,

$\mathbf{S}_{\text{int}}(\mathbf{e})$ é o vetor de esforços internos resistentes da seção, sendo $N_{\text{int}}(\mathbf{e})$ o esforço axial e $M_{\text{int}}(\mathbf{e})$ o momento fletor calculados para um dado estado de deformação $\mathbf{e}$;

$\sigma_c(\varepsilon(y_c, \mathbf{e}))$ é a tensão normal em uma fibra de concreto posicionada em y_c . Esta tensão é calculada a partir do modelo constitutivo de tração ou compressão, para um dado estado de deformação $\mathbf{e}$;

$\sigma_{si}(\varepsilon(y_{si}, \mathbf{e}))$ é a tensão normal da i -ésima barra de aço posicionada em y_{si} . Esta tensão é calculada a partir do modelo constitutivo de tração ou compressão do aço, para um dado estado de deformação $\mathbf{e}$;

n_b é o número total de barras de aço da seção transversal;

$A_{si} = \pi d_i^2 / 4$ é a área da i -ésima barra de aço de diâmetro d_i .

Dessa forma, deve-se encontrar o estado de deformações ($\mathbf{e}$) capaz de gerar os esforços internos $\mathbf{S}_{\text{int}}(\mathbf{e})$ necessários para equilibrar os esforços externos $\mathbf{S}_{\text{ext}}$, conforme o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\mathbf{S}_{\text{ext}} - \mathbf{S}_{\text{int}}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} N_{\text{ext}} \\ M_{\text{ext}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{\text{int}}(\mathbf{e}) \\ M_{\text{int}}(\mathbf{e}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde N_{ext} e M_{ext} representam, respectivamente, o esforço axial e o momento fletor externos, os quais podem ser determinados de forma simplificada com base em uma análise estrutural linear. Admitindo que $\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S}_{\text{ext}} - \mathbf{S}_{\text{int}}(\mathbf{e})$ é o vetor de forças residuais,

o método de *Newton-Raphson* consiste em aplicar a seguinte equação para resolver o sistema:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_s \cdot \Delta \mathbf{e} &= \Delta \mathbf{S} \\ \Delta \mathbf{e} &= (\mathbf{K}_s)^{-1} \cdot \Delta \mathbf{S}\end{aligned}\quad (5)$$

onde $\mathbf{K}_s$ é a matriz de rigidez tangente da seção (matriz jacobiana), a qual pode ser determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_s = \frac{\partial \mathbf{S}_{int}(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{int}(\mathbf{e})}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N_{int}(\mathbf{e})}{\partial \phi} \\ \frac{\partial M_{int}(\mathbf{e})}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{int}(\mathbf{e})}{\partial \phi} \end{pmatrix} \quad (6)$$

A dedução da matriz de rigidez tangente $\mathbf{K}_s$ da seção pode ser feita substituindo a equação (3) na equação (6) e aplicando, em seguida, a regra da cadeia para cada elemento da matriz. Uma vez que o objetivo aqui é apenas mostrar o método de forma sumária, esse passo foi omitido. No entanto, recomenda-se a consulta do trabalho de Rodrigues (2020) para compreensão da dedução detalhada da matriz de rigidez tangente da seção.

Colocando a equação (5) na forma iterativa, onde j é uma iteração qualquer do processo de *Newton-Raphson*, tem-se:

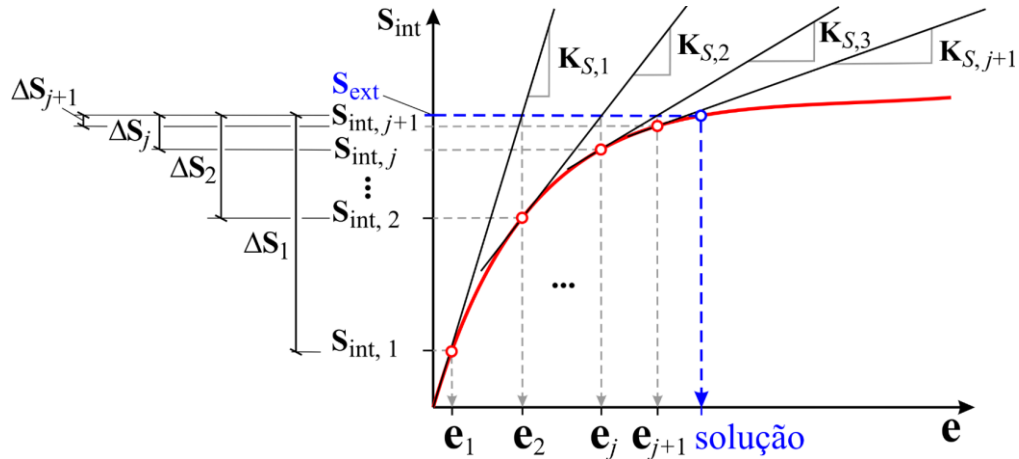
$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{j+1} - \mathbf{e}_j &= (\mathbf{K}_{s,j})^{-1} \cdot \Delta \mathbf{S}_j \\ \mathbf{e}_{j+1} &= \mathbf{e}_j + (\mathbf{K}_{s,j})^{-1} \cdot \Delta \mathbf{S}_j\end{aligned}\quad (7)$$

As iterações são iniciadas pela atribuição arbitrária (chute inicial) do vetor de deformações generalizadas $\mathbf{e}_1$. O processo continua iterando até que o vetor resíduo possua módulo (norma euclidiana) próximo de zero (ou de uma tolerância aceitável). Dessa forma, o módulo de $\Delta \mathbf{S}_j$ é uma medida do erro absoluto da iteração j :

$$erro_j = \|\Delta \mathbf{S}_j\| = \sqrt{(\Delta \mathbf{S}_j)^T \cdot \Delta \mathbf{S}_j} \quad (8)$$

A Figura 5 ilustra de forma esquemática o processo de *Newton-Raphson* para as funções vetoriais da equação (7).

Figura 5 – Esquema de *Newton-Raphson* para determinação do estado de deformação da seção.



Fonte: Teixeira (2025).

A obtenção das histórias de tensões em pontos específicos da seção transversal, no concreto ou no aço, é feita de forma independente para cada instante de tempo da história do carregamento. Assim, o processo de *Newton-Raphson* é aplicado em cada instante de tempo fixo, desprezando eventuais deformações plásticas cíclicas e mudanças de rigidez que ocorreram nos passos de instantes de tempo anteriores. No entanto, tal simplificação não tende a gerar erros relevantes para carregamentos operacionais em serviço, onde as sobrecargas de elevadas intensidades são ausentes.

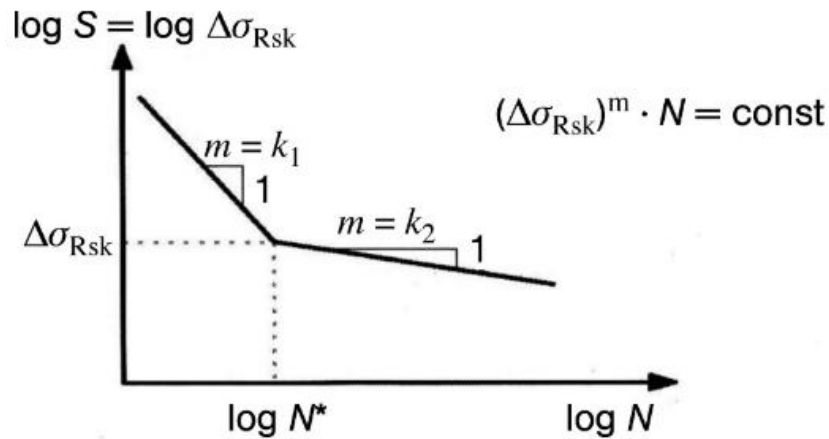
Uma vez conhecida a história de tensões, o algoritmo *Rainflow* pode ser aplicado para condensar a informação na forma de um espectro de gamas de tensões que deverá ser usado em conjunto com as curvas S-N para estimar o dano e a vida útil à fadiga. Nas subseções a seguir, são apresentados os procedimentos utilizados para a avaliação da fadiga tanto no aço quanto no concreto, fundamentados também nos conceitos já apresentados.

2.4 PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO DA FADIGA NA ARMADURA

Os procedimentos de verificação à fadiga recomendados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e pelo *fib* (2010) apresentam grande similaridade, diferenciando-se

essencialmente pelos coeficientes de ponderação adotados e pelo número de ciclos de referência para a estimativa da resistência à fadiga das armaduras. A curva S-N bi-linear em domínio logaritmo, recomendada pelo *fib* (2010), é mostrada na Figura 6, onde N representa o número de ciclos até a falha, k_1 e k_2 são coeficientes angulares (expoentes de tensão) das retas cuja interseção ocorre em N^* ciclos, $\Delta\sigma_{Rsk}$ é a gama de tensão característica resistente. Para fadiga de baixo ciclo, quando a gama de tensão $\Delta\sigma_{Rsk}$ calculada a partir da reta de inclinação k_1 exceder $f_y - \Delta\sigma_{min}$, sendo f_y a tensão de escoamento do aço e $\Delta\sigma_{min}$ a tensão mínima do ciclo, a resistência à fadiga pode ser adotada como $\Delta\sigma_{Rsk} = f_y - \Delta\sigma_{min}$. Valores para parametrização da curva SN recomendada pelo *fib* (2010) para diferentes configurações de barras de aço estão apresentados na Tabela 1. Nos exemplos abordados neste trabalho, os parâmetros das curvas S-N foram definidos para barras retas, com interpolação das propriedades da Tabela 1 para diâmetros entre 16 mm e 40 mm.

Figura 6 – Formato da Curva S-N pelo *fib Model Code* (2010).



Fonte: adaptado de *fib* (2010).

Cada segmento da curva S-N é uma função de potência expressa na seguinte forma:

$$(\Delta\sigma_{Rsk})^m N = C \rightarrow \log(N) + m \log(\Delta\sigma_{Rsk}) = \log(C) \quad (9)$$

onde C é uma constante cujo logaritmo representa a interseção da curva S-N com o eixo de N . Assim, as retas em escala em escala logarítmica mostradas na Figura 6 podem ser equacionadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} (\Delta\sigma_{Rsk})^{k_1} N = C_1 & \rightarrow \log(N) + k_1 \log(\Delta\sigma_{Rsk}) = \log(C_1) \quad \text{se } N \leq N^* \\ (\Delta\sigma_{Rsk})^{k_2} N = C_2 & \rightarrow \log(N) + k_2 \log(\Delta\sigma_{Rsk}) = \log(C_2) \quad \text{se } N > N^* \end{cases} \quad (10)$$

As constantes C_1 e C_2 podem ser obtidas fazendo-se $C_1 = [\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)]^{k_1} N^*$ e $C_2 = [\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)]^{k_2} N^*$, respectivamente, onde $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ é a gama de tensão resistente avaliada em N^* . Valores de $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ e N^* podem ser determinados diretamente a partir da Tabela 1, para as diferentes configurações de barras de aço.

Tabela 1 – Parâmetros para as curvas S-N de acordo com o *fib Model Code* (2010)

Descrição	N^*	Expoente de tensão		$\Delta\sigma_{Rsk}$ [MPa] ^(e)	
		k_1	k_2	em N^* ciclos	em 10^8 ciclos
Barras retas e barras dobradas com diâmetro da curva $D \geq 25\phi$	10^6	5	9	210	125
$\phi \leq 16$ mm	10^6	5	9	160	95
$\phi \geq 16$ mm ^(a)	10^6	5	9	160	95
Barras dobradas com diâmetro da curva $D < 25\phi$ ^(b)	10^6	5	9	- (c)	- (c)
Barras soldadas ^(b) incluindo soldagem por pontos e juntas de topo e conectores mecânicos	10^7	3	5	50	30
Ambiente marinho ^{(b), (d)}	10^7	3	5	65	40
(a) Os valores dados nesta linha representam a curva S-N de uma barra de 40 mm; para diâmetros entre 16 e 40 mm, é permitida a interpolação entre os valores desta linha e os da linha acima. (b) A maioria dessas curvas S-N cruza a curva da barra reta correspondente. Nestes casos, a resistência à fadiga da barra reta é válida para números de ciclo inferiores ao do ponto de intersecção. (c) Os valores são aqueles da barra reta correspondente multiplicados por um fator de redução ξ dependendo da razão entre o diâmetro do mandril D e o diâmetro da barra ϕ: $\xi = 0,35 + 0,026D/\phi$. (d) Válido para todas as relações D/ϕ e todos os diâmetros ϕ. (e) Nos casos em que os valores de $\Delta\sigma_{Rsk}$ calculados a partir da curva SN excedem a faixa de tensão $f_{yd} - \sigma_{min}$, o valor $f_{yd} - \sigma_{min}$ é válido					

Fonte: adaptado de *fib* (2010).

Nem toda gama de tensões contribui para o processo de fadiga. Nas curvas S-N padronizadas, existe um limiar identificado por CAFL (*Constant Amplitude Fatigue Limit*), o qual representa o valor da gama de tensão abaixo do qual o dano pode ser considerado desprezível para o caso de fadiga sob o regime CAF. Na curva da Figura 6, o CAFL é a tensão $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ definida em N^* ciclos. No entanto, vários estudos

mostram que a fissura de fadiga continua a crescer mesmo quando uma parte do espectro de tensões se situa abaixo do CAFL, no caso de fadiga em regime VAF (FISHER; KULAK; SMITH, 1998). A fim de considerar tal efeito, os códigos normativos recomendam a continuação da curva SN para valores abaixo do CAFL. O *fib* (2010) sugere a extensão da curva S-N mudando a inclinação para k_2 e uma gama de tensões resistentes definida em 10^8 ciclos ($\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$) pode ser adotada como limite de fadiga (*cut-off limit*). Tal procedimento funciona como um filtro, necessário para evitar a contribuição de pequenos, porém numerosos, ciclos de tensões existentes no espectro.

Substituindo a equação (10) na equação (1) e considerando que a máxima gama de tensão do espectro, $\max(\Delta\sigma_i)$, é maior que o limite de fadiga $\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$, pode-se escrever a seguinte expressão para determinar o dano acumulado na armadura:

$$D = \begin{cases} \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{C_1} \cdot (\Delta\sigma_i)^{k_1} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N^*} \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)} \right)^{k_1} & \text{se } \Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_{Rsk}(N^*) \\ \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{C_2} \cdot (\Delta\sigma_i)^{k_2} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N^*} \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)} \right)^{k_2} & \text{se } \Delta\sigma_{Rsk}(10^8) \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_{Rsk}(N^*) \\ 0 & \text{se } \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_{Rsk}(10^8) \end{cases} \quad (11)$$

A segurança à fadiga é garantida quando $D \leq D_{lim}$, onde $D_{lim} = 1$. Ressalta-se que o dano associado à cada gama de tensão $\Delta\sigma_i$ pode ser determinado multiplicando-a pelo coeficiente parcial de segurança γ_{Sd} . Já a tensão resistente $\Delta\sigma_{Rsk}(N^*)$ deve ser dividida pelo coeficiente $\gamma_{s, fat}$. Os valores de γ_{Sd} e $\gamma_{s, fat}$ recomendados pelo *fib Model Code* são, respectivamente, 1.10 e 1.15.

Uma medida preliminar do fator de dano equivalente para vida à fadiga infinita pode ser obtida com base no coeficiente $\mu_{s, fat}$, conforme equação (12)., onde $\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$ é a gama de tensão resistente avaliada em 10^8 ciclos (consultar Tabela 1). Valores de $\mu_{s, fat} < 1.0$ indicam que há uma grande probabilidade da armadura ter uma experiência de vida infinita, onde nenhum dano é esperado ao longo de toda vida útil da estrutura.

$$\mu_{s, fat} = \frac{\gamma_{Sd} \cdot \gamma_{s, fat} \cdot \max(\Delta\sigma_i)}{\Delta\sigma_{Rsk}(N = 10^8)} \quad (12)$$

A aceitação dos níveis de $\mu_{s, fat}$ deve ser determinada baseada na consideração de vários outros fatores, como a ausência de registros relativos a carregamentos críticos, erros nas estimativas das tensões devido a efeitos locais, condições físicas da armadura devido à corrosão e qualidade de fabricação, redundância e importância do membro em estudo.

2.5 PROCEDIMENTO PARA VERIFICAÇÃO FADIGA NO CONCRETO

Um dos procedimentos para verificação do concreto comprimido, recomendado pelo *fib* (2010) e aplicável até 10^8 ciclos, tenta levar em consideração o gradiente de tensão na zona comprimida de uma seção fissurada multiplicando a máxima tensão de compressão por um fator de escala, η_c . O método consiste em respeitar a seguinte equação:

$$\mu_{c, fat} = \frac{\gamma_{Sd} \cdot \max(\sigma_c) \cdot \eta_c}{0,45 \cdot f_{cd, fat}} \leq 1 \quad (13)$$

onde,

$\mu_{c, fat}$ é o fator de dano equivalente para o concreto ($\mu_{c, fat} \geq 1.0$ implica em uma experiência de vida à fadiga finita);

$\max(\sigma_c)$ é a máxima tensão solicitante de compressão;

$\eta_c = \frac{1}{1.5 - 0.5 \cdot \frac{|\sigma_{c1}|}{|\sigma_{c2}|}}$ é o fator para considerar o efeito do gradiente de tensões;

$|\sigma_{c1}|$ é o menor valor absoluto da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a combinação relevante de carregamento (ver Figura 7);

$|\sigma_{c2}|$ é o maior valor absoluto da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a mesma combinação de carregamento utilizada na determinação de $|\sigma_{c1}|$ (ver Figura 7);

$f_{cd, fat} = 0.85 \cdot \beta_{cc}(t) \cdot \left[f_{ck} \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right) \right] \cdot \frac{1}{\gamma_c}$ é uma tensão resistente (à fadiga) de referência;

$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{28}{t/t_1} \right)} \right] \right\}$ é um coeficiente que depende da idade t do concreto, em dias, referente à resistência do concreto no primeiro ciclo de carregamento. Recomenda-se $t_1 = 1$ dia.

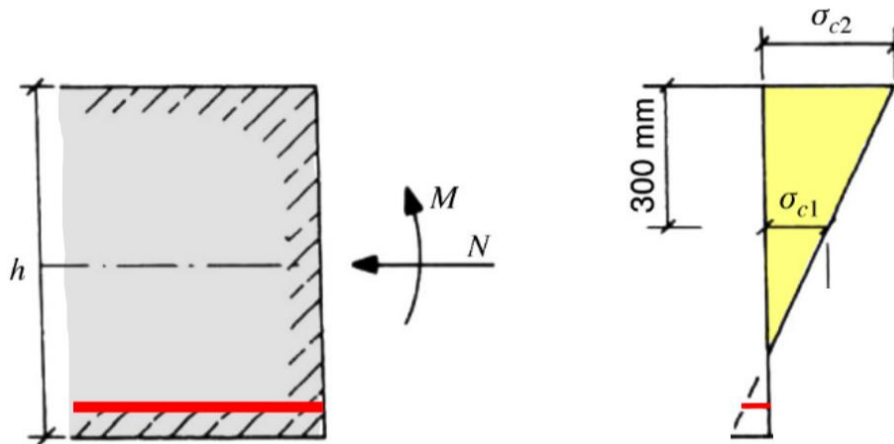
s é um coeficiente que depende do tipo de cimento (igual a 0.20 para cimento de endurecimento normal e/ou rápido);

$f_{c0} = 10 \text{ MPa}$ (valor de referência);

f_c é a resistência à compressão do concreto;

γ_c é um coeficiente parcial de segurança para o concreto e igual a 1.50 para situações com carregamentos persistentes ou transientes.

Figura 7 – Definição das tensões σ_{c1} e σ_{c2} .

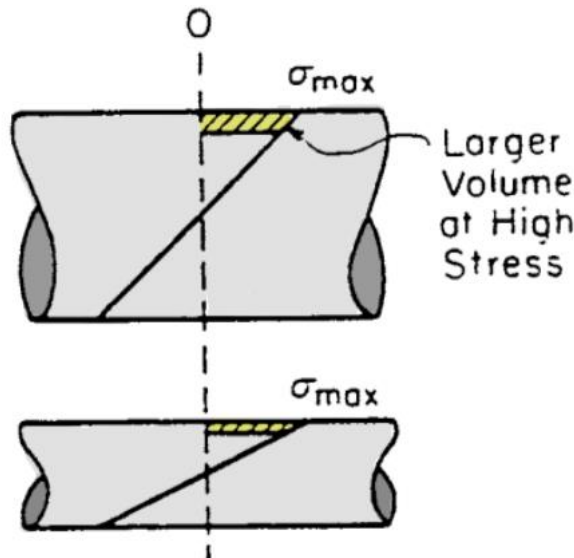


Fonte: adaptado de *fib* (2010).

Para a presente investigação, adotou-se $\beta_{cc}(t) = 1.0$, uma vez que a resistência do concreto nos exemplos estudados foi tomada com base em testes experimentais de uma estrutura existente, conforme resultados documentados no relatório desenvolvido por Teixeira (2021). Dessa forma, os efeitos de acréscimo de resistência devido ao envelhecimento do concreto já estão sendo considerados na resistência à compressão dos corpos-de-prova extraídos, sendo que, na idade da estrutura quando da realização dos testes, tal efeito pode ser considerado estabilizado.

O procedimento de verificação da fadiga no concreto com base nas tensões σ_{c1} e σ_{c2} está associado à influência do efeito de escala (*size effect*), o qual depende das dimensões do elemento de concreto. Um componente maior tem um gradiente menos íngreme e, portanto, um maior volume de material submetido às maiores tensões (BANNANTINE et al., 1990). Conforme a equação (13), quando σ_{c1} tende para 0, o valor de η_c tende para 0.67 e quando σ_{c1} tende para σ_{c2} , o valor de η_c tende para 1.0. Portanto, quanto menor é a diferença entre σ_{c1} e σ_{c2} , maior é o fator η_c e menor é a resistência à fadiga do componente estrutural. Esse comportamento também explica os valores menores de resistência à fadiga $\Delta\sigma_{Rsk}$ apresentados na Tabela 1 para barras de maiores diâmetros. A Figura 8 ilustra o efeito do gradiente de tensões em espécimes de tamanhos diferentes.

Figura 8 – Efeito do gradiente de tensão para espécimes de tamanhos diferentes.



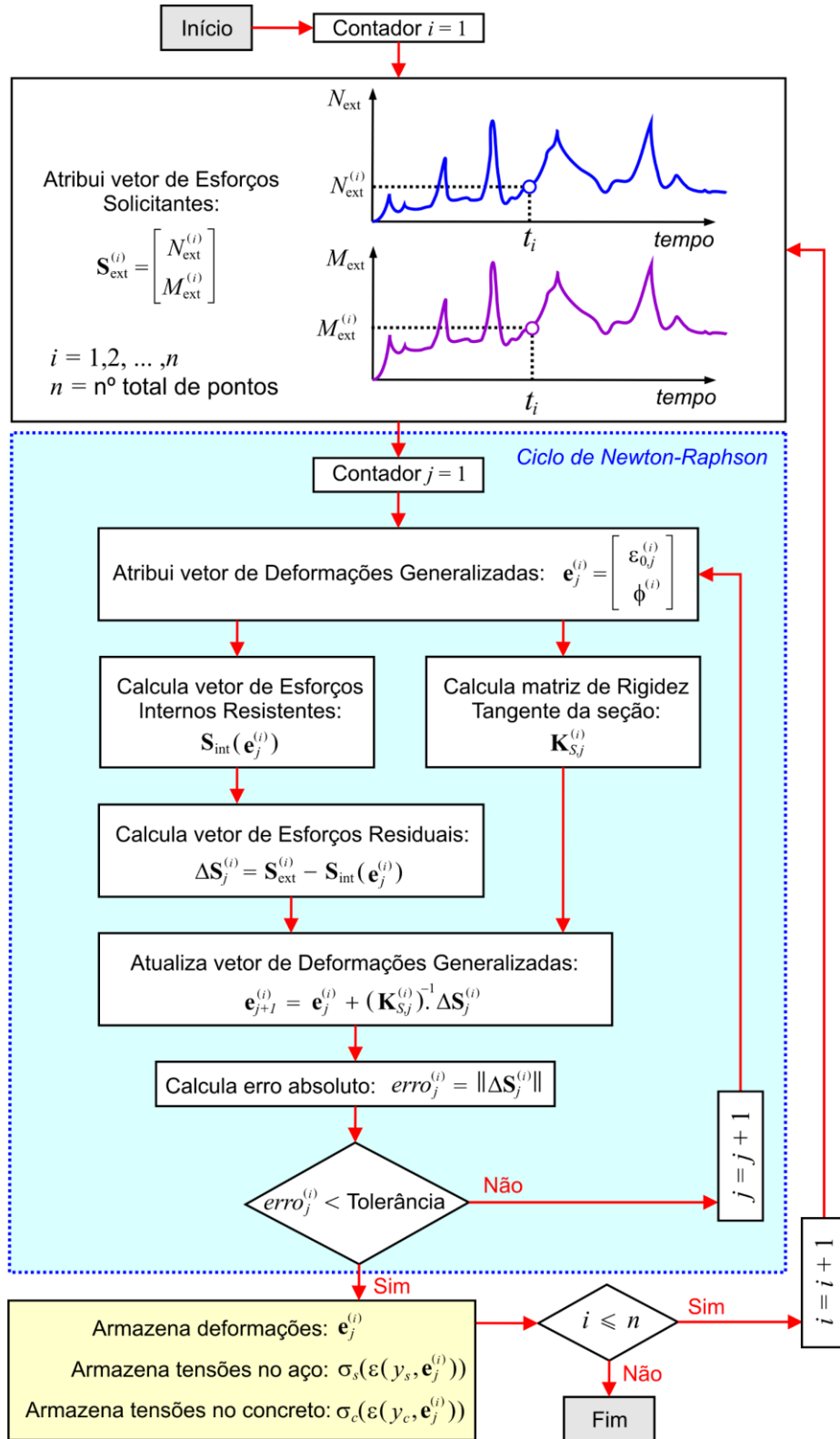
Fonte: adaptado de Bannantine et al. (1990).

3. METODOLOGIA DE ANÁLISE

As análises de fadiga apresentadas no presente trabalho foram realizadas com auxílio da ferramenta numérica **RCFTool** (**R**einforced **C**oncrete **F**atigue **T**ool) escrita em linguagem MATLAB™ e desenvolvida por Teixeira (2019). O programa possui um módulo dedicado ao cálculo de tensões no aço e no concreto e pode incorporar resultados de modelos numéricos em elementos finitos, onde as histórias dos esforços internos nas seções são conhecidas previamente. O programa calcula as deformações e tensões em pontos definidos pelo usuário, tanto no concreto quanto no aço, a partir de uma análise não-linear com base no método de *Newton-Raphson* para equilíbrio das seções transversais. O código *RCFTool* resolve numericamente as integrais de área da seção por meio de soma finita de *Riemann*, tomando como base um modelo de discretização por fibras triangulares, utilizando o *Método de Triangulação de Delaunay* (DE BERG *et al.*, 2008).

As tensões são determinadas tanto nas armaduras mais solicitadas (σ_s) de cada seção quanto em dois pontos do concreto comprimido (σ_{c1} e σ_{c2}), conforme procedimento descrito no Capítulo 2. A verificação admite que as seções trabalham sob flexão simples ou flexão composta reta. É importante destacar que, nas análises realizadas no presente estudo, os históricos dos esforços solicitantes nas seções transversais investigadas são conhecidos previamente com base nos resultados reportados por Teixeira (2021). Tais históricos foram obtidos a partir de análises estáticas de múltiplos passos (*multi-step static*) realizadas no programa SAP2000™. Dessa forma, não faz parte dos objetivos do presente trabalho apresentar os detalhes dos modelos computacionais e das análises estruturais que geraram tais esforços. Uma vez que os esforços nas seções já são conhecidos a priori, a metodologia parte da análise de tensões no aço e no concreto, conforme esquema mostrado na Figura 9. A região em azul na figura destaca o ciclo de *Newton-Raphson* para resolução das equações de equilíbrio da seção. A tolerância adotada para interrupção do processo iterativo foi 10^{-6} em todas as análises.

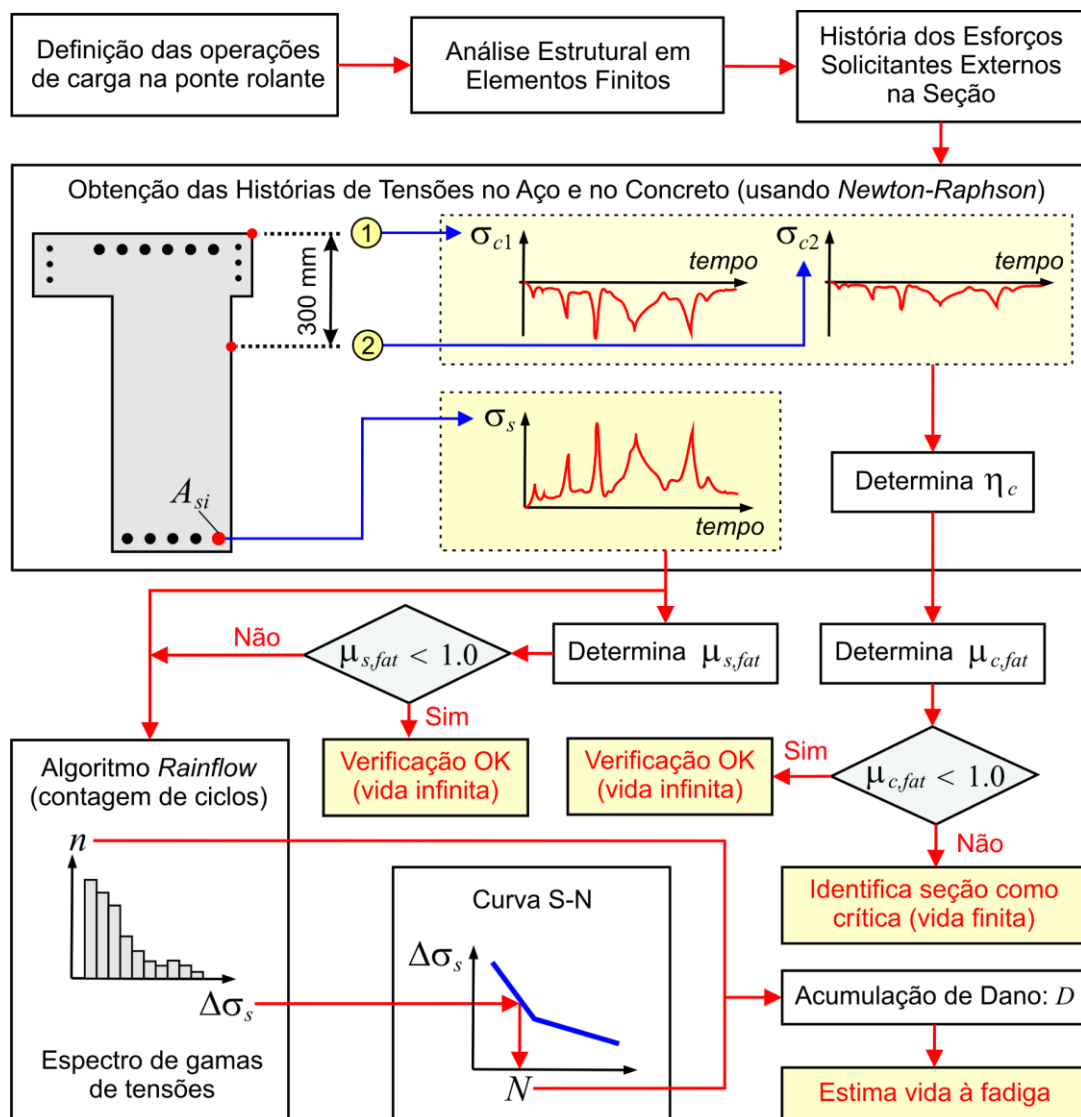
Figura 9 – Metodologia para obtenção das histórias de tensões no aço e no concreto.



Após a obtenção das tensões, o código *RCFTool* verifica os coeficientes $\mu_{s, fat}$ e $\mu_{c, fat}$ a fim de ranquear as seções de acordo com a vulnerabilidade com relação à vida

finita, conforme o fluxo de trabalho de trabalho mostrado na Figura 10. A seguir, em caso de vida finita para as armaduras, a ferramenta aciona o algoritmo *Rainflow*, que se encarrega de fazer a contagem de ciclos. Ao final da contagem, as gamas $\Delta\sigma_i$ são obtidas e usadas como dados de entrada para estimar o dano à fadiga utilizando a curva S-N recomendada pelo Model Code (2010). É possível estimar, em um único processamento, a vida à fadiga para várias seções, considerando todos os casos de carga (operações de carregamentos) admitidos na análise estrutural em elementos finitos.

Figura 10 – Metodologia para análise de fadiga da seção transversal.

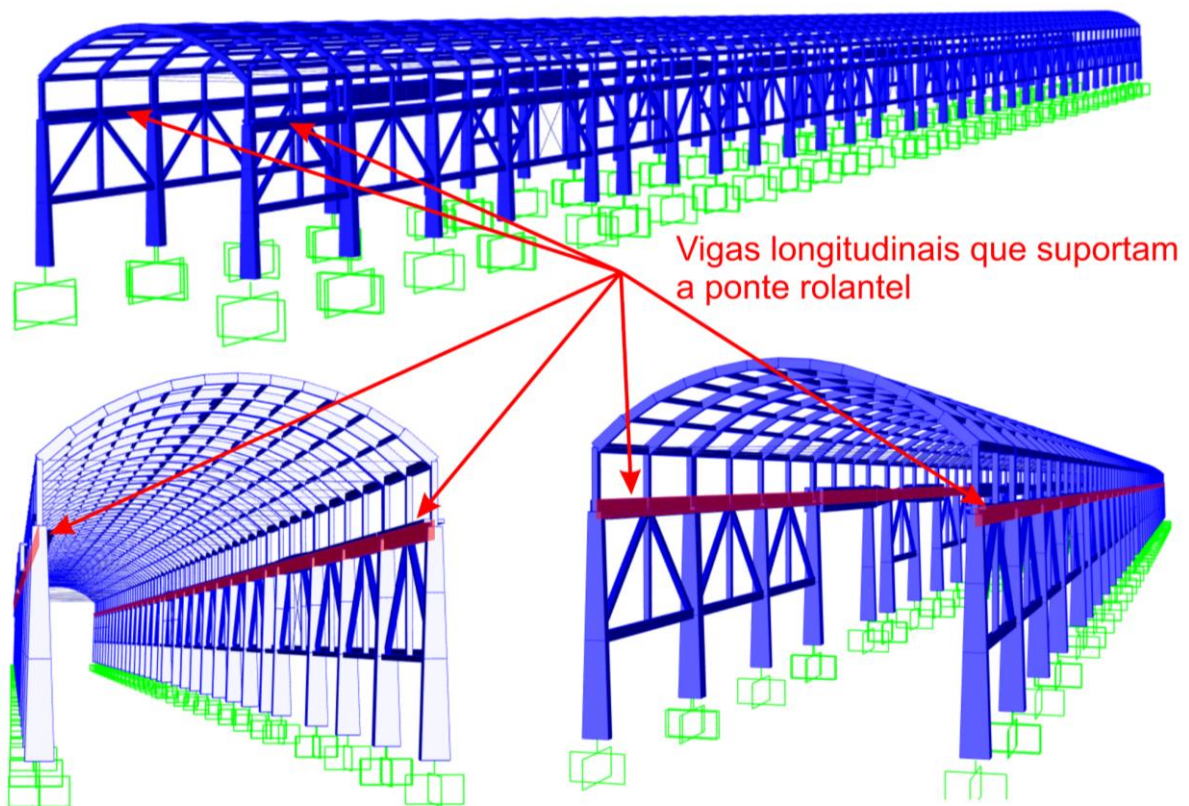


Fonte: Teixeira (2025)

3.1 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA

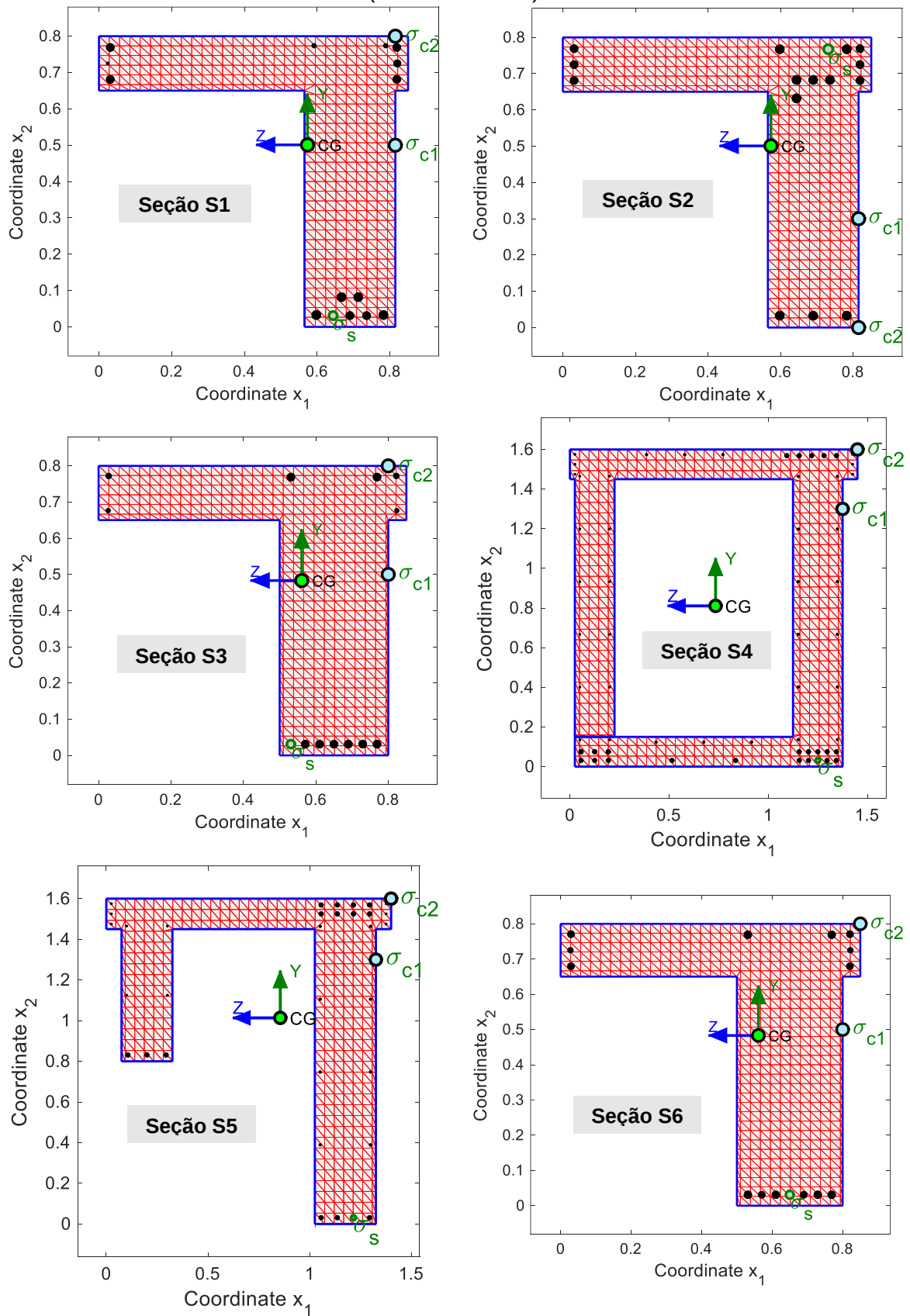
Para demonstração do procedimento de verificação das armaduras e do concreto comprimido, foram selecionadas 6 (seis) seções transversais das 33 (trinta e três) originalmente reportadas em Teixeira (2021). As seções transversais pertencem às vigas longitudinais de sustentação de uma ponte rolante de um pavilhão de aciaria. O critério de seleção baseou-se na análise dos esforços solicitantes, incluindo tanto seções críticas para o momento fletor positivo, na zona central dos vãos, quanto seções próximo aos pilares de apoio, onde predomina momentos fletores negativos. A Figura 11 mostra uma vista geral do modelo computacional desenvolvido por Teixeira (2021), destacando as vigas longitudinais em concreto armado que suportam a ponte rolante. A Figura 12 mostra as seções transversais selecionadas e lançadas no código *RCFTool*, destacando os pontos de extração das tensões no concreto e no aço, bem como a discretização em fibras triangulares adotada.

Figura 11 – Vista geral do modelo computacional em elementos finitos desenvolvido por Teixeira (2021) destacando as vigas de suporte da ponte rolante.



Fonte: adaptado de Teixeira (2021)

Figura 12 – Seções transversais selecionadas para análise e lançadas no código *RCFTTool* (dimensões em m).



Fonte: Autores (2025)

3.2 CASOS DE CARGA CONSIDERADOS

Conforme descrito no relatório de Teixeira (2021), foram simulados, em cada seção, 6 (seis) casos de cargas móveis, referentes a diferentes operações da ponte rolante nos intervalos de anos de 1959 à 1980 (Caso 1), 1981 à 1990 (Caso 2), 1991 à 2005 (Caso 3), 2006 à 2014 (Caso 4), 2015 à 2021 (Caso 5) e 2022 à 2042 (Caso 6). As frequências de repetições anuais de cada caso de carga, documentadas em detalhes no relatório supracitado, são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Identificação dos casos de carga da ponte rolante e frequências de ocorrências por período (adaptado de TEIXEIRA, 2021)

Caso de Carga	Ano de início	Ano de fim	Repetições no período
Caso 1	1959	1980	96360
Caso 2	1981	1990	76650
Caso 3	1991	2005	142350
Caso 4	2006	2014	121545
Caso 5	2015	2021	94535
Caso 6	2022	2042	270100

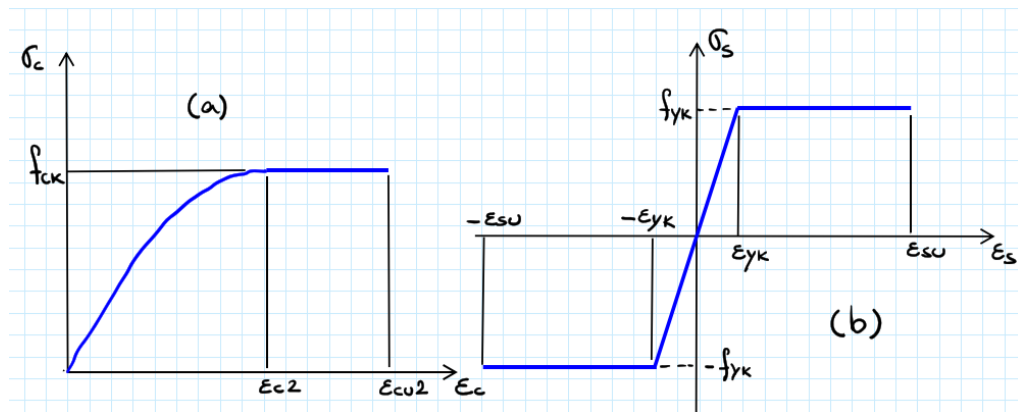
Deve-se ressaltar que, de acordo com Teixeira (2021), a determinação do histórico de ocorrências anuais dos carregamentos móveis é a etapa de maior incerteza durante a avaliação para previsão da vida à fadiga, uma vez que depende fortemente de informações detalhadas relativas às operações da ponte rolante ao longo de toda a vida em serviço da estrutura. Estes dados geralmente são escassos e difíceis de reunir, pois envolvem a obtenção de informações cedidas pela administração e controle operacional. Devido ao caráter sigiloso dessa informação, os detalhes sobre as operações de carga (manobras e aparato de carregamentos) e sobre a estrutura em si foram omitidos no presente trabalho. No entanto, é importante frisar que, para uma demonstração de aplicação do procedimento de avaliação, são necessários como dados de entrada somente os históricos dos esforços solicitantes, o projeto estrutural e as propriedades dos materiais das seções transversais.

3.3 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

As propriedades do concreto também foram adotadas com base nos resultados documentados no relatório de Teixeira (2021), obtidos a partir de ensaios laboratoriais de resistência à compressão uniaxial e módulo de elasticidade com amostras

extraídas de diferentes regiões das vigas longitudinais de suporte. Para o aço, adotou-se os valores de referência preconizados pela NBR 6118 para o tipo CA50. A fim de viabilizar as análises não-lineares das seções transversais, adotou-se o modelo constitutivo parábola-retângulo para a relação tensão-deformação do concreto comprimido e o modelo elasto-plástico perfeito para o aço, conforme ilustrado na Figura 13. Um resumo dos parâmetros para definição dos modelos constitutivos é apresentado na Tabela 3.

Figura 13 – Modelos constitutivos uniaxiais para o (a) concreto e para o (b) aço



Fonte: Teixeira (2021)

Tabela 3 – Parâmetros dos materiais

Material	Parâmetro	Valor
Concreto	f_{ck} (MPa)	29.9
	f_{tk} (MPa)	0
	E_{cs} (GPa)	22.3
	ϵ_{c2} (-)	0.0020
	ϵ_{cu2} (-)	0.00350
Aço	f_{yk} (MPa)	500
	E_s (GPa)	210
	ϵ_{yk} (-)	0.00238
	ϵ_{su} (-)	0.010

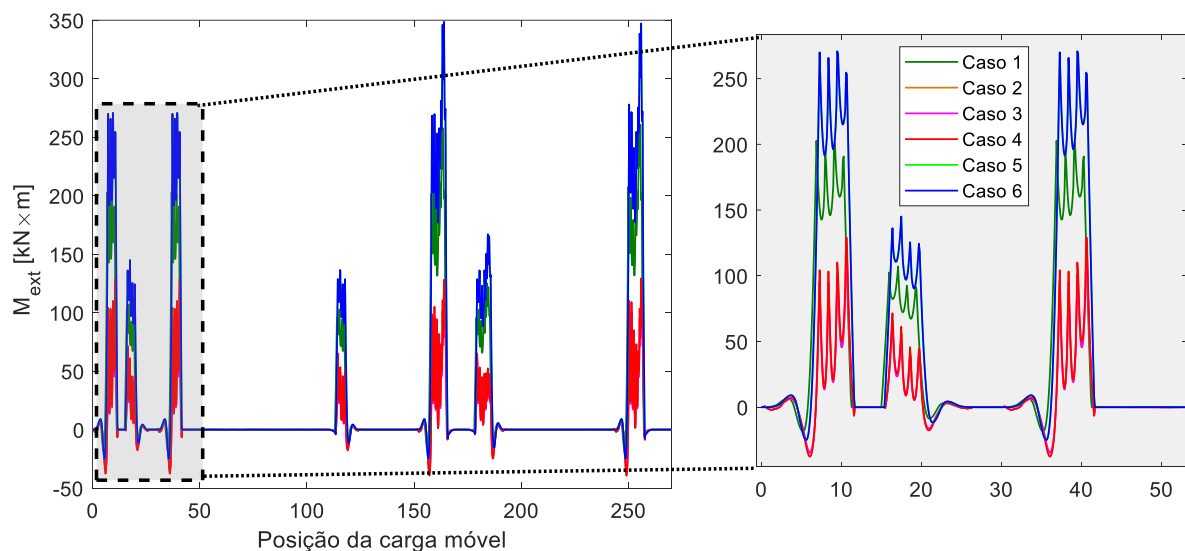
Conforme preconiza o *fib* Model Code (2010) (seção 7.4.1.2), o concreto armado em tração pode ser considerado fissurado, de modo que a resistência à tração correspondente pode ser tomada como igual a 0. O valor de E_{cs} apresentado na Tabela 3 refere-se ao módulo de elasticidade secante.

4. RESULTADOS

4.1 ANÁLISE DAS TENSÕES NO AÇO E NO CONCRETO

Os esforços solicitantes em cada seção transversal foram usados no código *RCFTool* como dados de entrada para obtenção das tensões no aço e no concreto. Como exemplo de aplicação, a Figura 14 mostra os momentos fletores obtidos para cada caso de carga móvel na seção S1 e oriundos das simulações elementos finitos.

Figura 14 – Momentos fletores na seção S1 obtidos a partir da simulação no programa SAP2000™ (adaptado de TEIXEIRA, 2021)

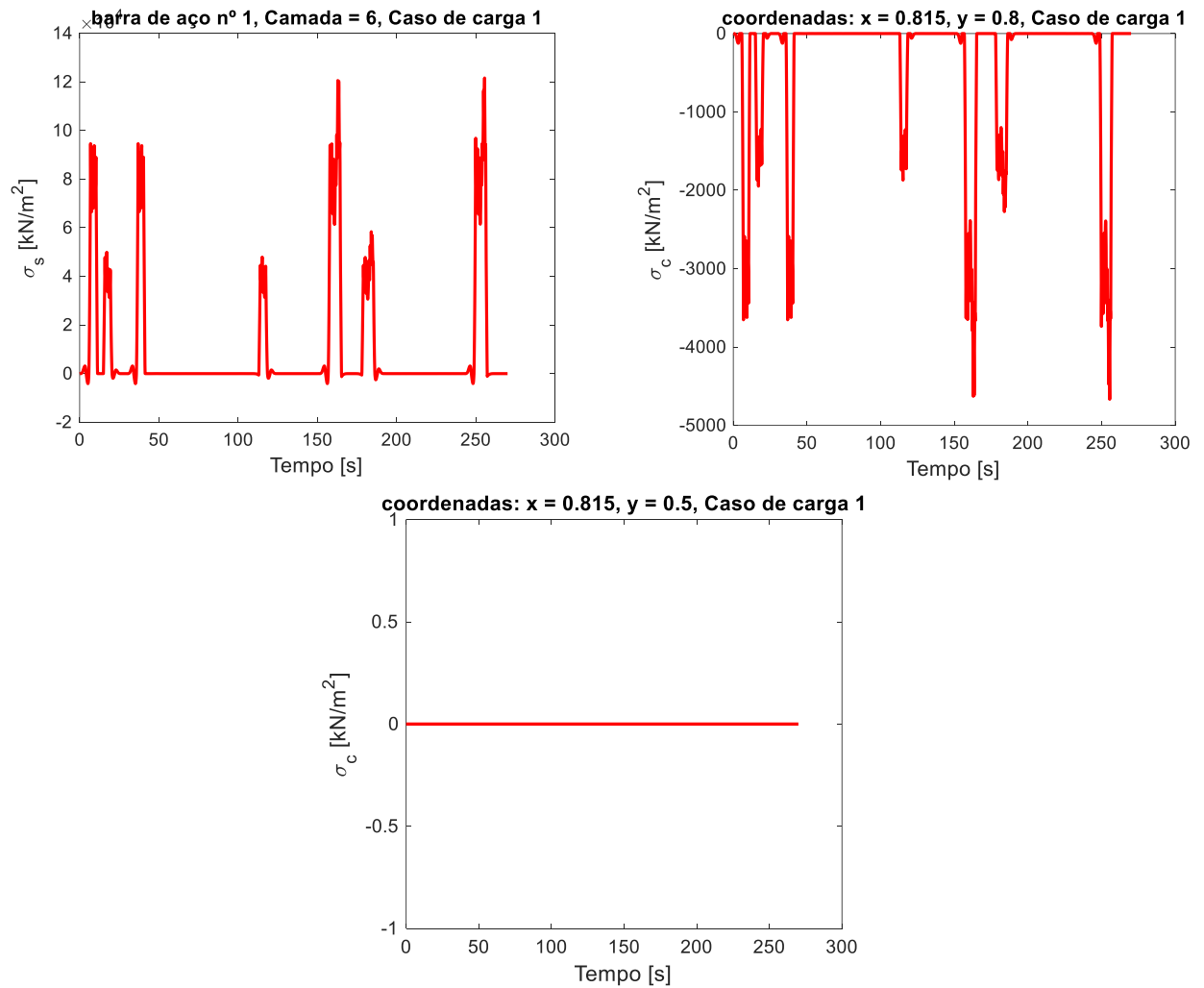


Fonte: adaptado de Teixeira (2021)

Também como exemplo de ilustração, a Figura 15 mostra as tensões extraídas na barra de aço positiva mais solicitada e nos pontos de interesse no concreto da seção S1 para o Caso de carga 1. As tensões nulas no ponto interior do concreto indicam deformações de tração, uma vez que a resistência à tração do concreto não foi considerada.

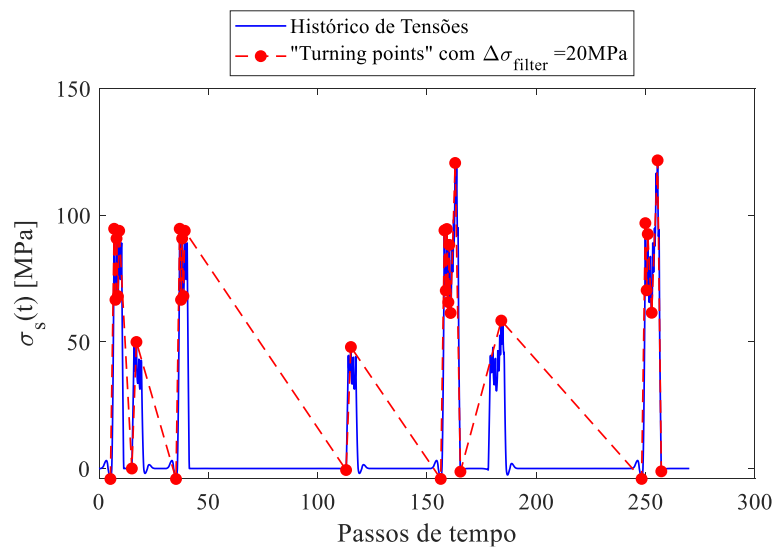
As histórias de tensões nominais foram condensadas pelo algoritmo *Rainflow* de modo a remover os numerosos ciclos de tensões de baixa amplitude, os quais não contribuem para o dano à fadiga e aumentam o custo de processamento. A Figura 16 mostra tal procedimento, onde é aplicado um filtro de amplitude de 20 MPa na história de tensões nominais na barra de aço investigada na seção S1 para o Caso 1.

Figura 15 – Extração das tensões no aço e no concreto na seção S1 para o carregamento do Caso 1



Fonte: Autores (2025)

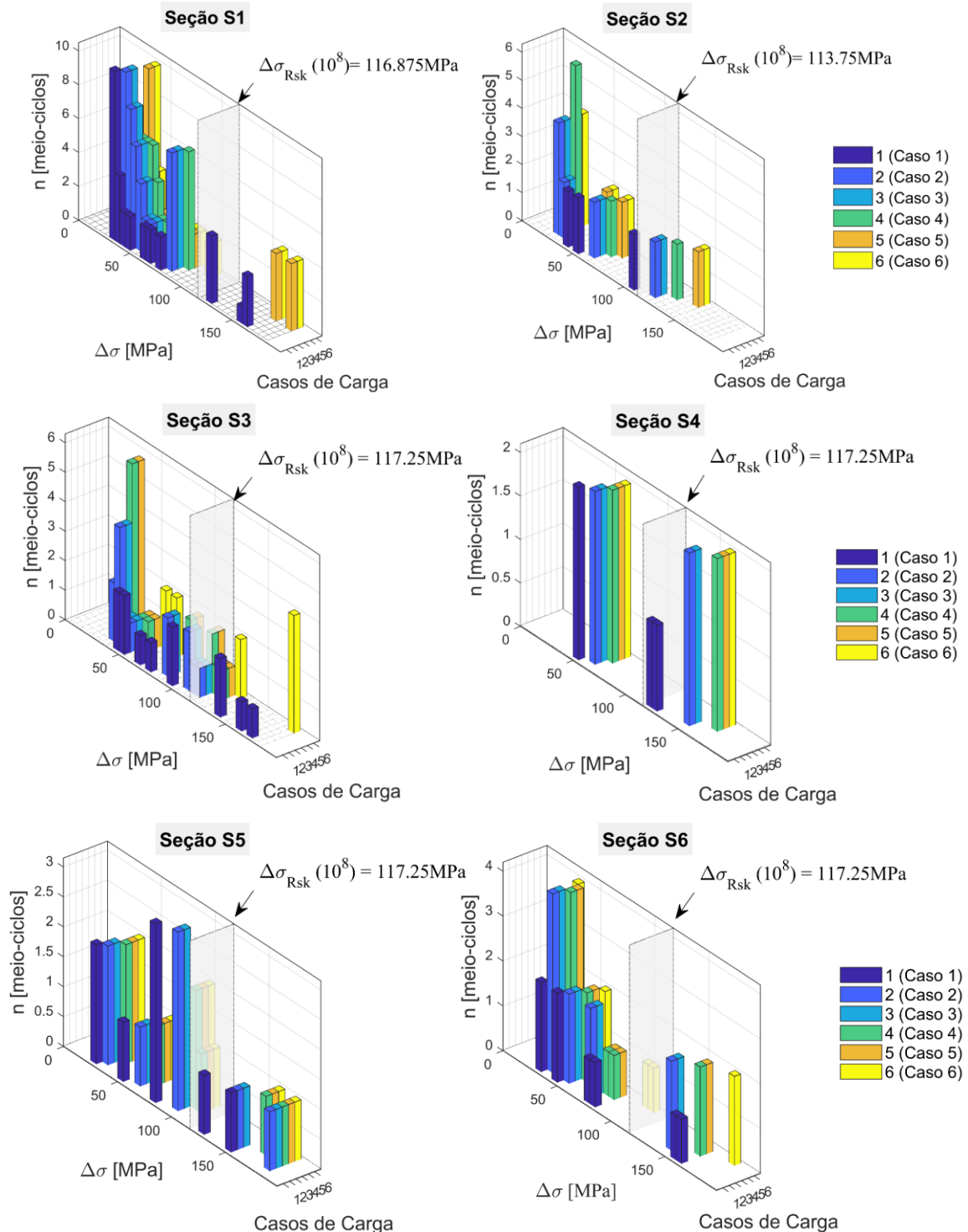
Figura 16 – Ciclos de tensões na barra de aço investigada na seção S1 para o Caso 1 após a aplicação de um filtro de amplitudes de 20 MPa.



Fonte: Autores (2025)

A Figura 17 mostra os espectros de gamas de tensões gerados pela ferramenta *RCFTool* para cada seção e para cada caso de carregamento, destacando o valor do limite de fadiga, $\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$, acima do qual as gamas de tensão geram danos não desprezíveis nas armaduras.

Figura 17 – Espectros de gamas de tensões para a armadura mais vulnerável de cada seção.



Fonte: Autores (2025)

4.2 AVALIAÇÃO DA VULNERABILIDADE COM RELAÇÃO À VIDA FINITA

Os valores do limite de fadiga sob amplitudes variáveis de gamas de tensões, $\Delta\sigma_{Rsk}(10^8)$, são calculados automaticamente pelo código *RCFTool* conforme o diâmetro das barras de aço. Tais valores são utilizados para determinação do coeficiente de segurança para vida à fadiga infinita, $\mu_{s, fat}$ (para o aço) e $\mu_{c, fat}$ (para o concreto comprimido). A Tabela 4 apresenta os resultados das estimativas de $\mu_{s, fat}$ e $\mu_{c, fat}$, para cada seção, determinados para os diferentes casos de carga estudados. Os valores de $\mu_{s, fat} > 1$ e $\mu_{c, fat} > 1$ são destacados em amarelo e representam a expectativa de vida finita. As tensões máximas no concreto, $\max(\sigma_c)$, foram determinadas para uma combinação que considera o efeito das tensões devido ao peso próprio adicionado ao efeito da carga móvel, com a utilização de coeficientes de ponderação das ações acidentais. O coeficiente de ponderação de resistência também foi aplicado, conforme metodologia descrita no Capítulo 2, para definição dos valores de $f_{cd, fat}$. Já para o aço, as tensões geradas pela carga permanente não foram consideradas, uma vez que a curva S-N já incorpora esse efeito, sendo necessária somente a gama máxima de tensão, $\max(\Delta\sigma_i)$, gerada pela carga móvel.

Tabela 4 – Verificação das seções quanto à hipótese de vida infinita

Seção	$\mu_{s, fat}$ (aço)						$\mu_{c, fat}$ (concreto)					
	Caso de carga						Caso de carga					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
S1	1.36	0.69	0.69	0.75	1.82	1.82	0.51	0.24	0.24	0.26	0.68	0.68
S2	0.94	1.07	1.07	1.16	1.28	1.28	0.92	1.02	1.02	1.10	1.21	1.21
S3	1.61	1.07	1.07	1.16	1.16	2.20	0.54	0.36	0.36	0.39	0.39	0.73
S4	1.05	1.30	1.30	1.41	1.41	1.41	0.44	0.54	0.54	0.59	0.59	0.59
S5	1.29	1.58	1.58	1.72	1.72	1.72	0.19	0.23	0.23	0.25	0.25	0.25
S6	1.35	1.25	1.25	1.36	1.36	1.80	0.45	0.43	0.43	0.47	0.47	0.60

A análise da Tabelas 4 permite identificar as seções que não atendem a verificação quanto à hipótese de vida infinita. As demais seções se enquadram nos requisitos mínimos recomendados para que o elemento estrutural exiba comportamento de acordo com a filosofia de projeto "Safe Life" (vida segura, em

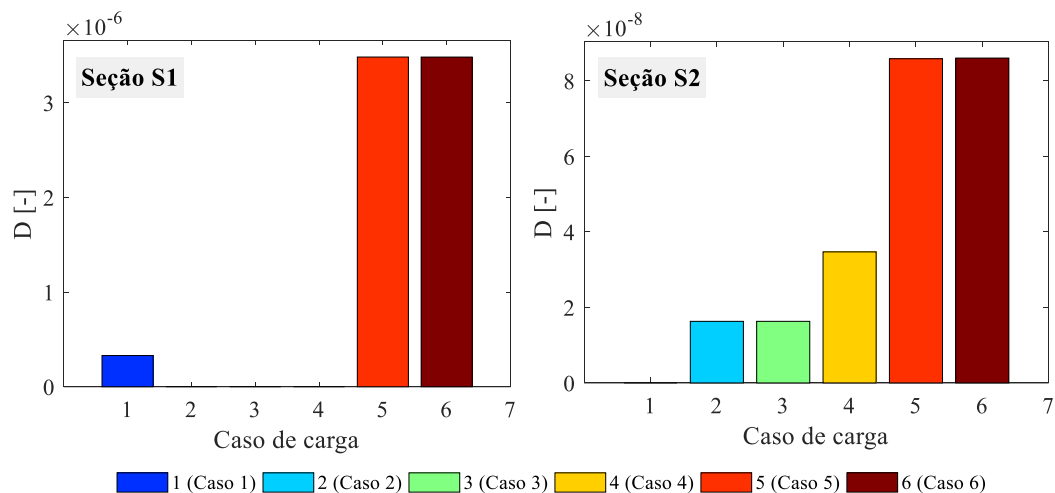
tradução livre), onde a segurança é garantida durante um certo período de uso da estrutura (vida útil).

É oportuno destacar que os fatores $\mu_{s, fat}$ e $\mu_{c, fat}$, são apenas um indicativo da margem que separa as máximas gamas de tensões da resistência à fadiga da seção e não reflete o número de ciclos experimentados, podendo ser usado somente como um parâmetro, com razoável incerteza, que aponta se o membro terá uma experiência de vida finita ou infinita. Observa-se que o critério para verificação do concreto comprimido nas seções analisadas é satisfeito, praticamente, em todos os casos de carregamento, com exceção da seção S2, onde $\mu_{c, fat} > 1$. No entanto, devido às hipóteses conservadoras adotadas no cálculo das tensões solicitantes e resistentes do concreto, considera-se a verificação é atendida nas seções analisadas, dadas as baixas probabilidades de ocorrências dos valores ponderados de ações e resistências.

4.3 AVALIAÇÃO DO DANO E DA VIDA À FADIGA

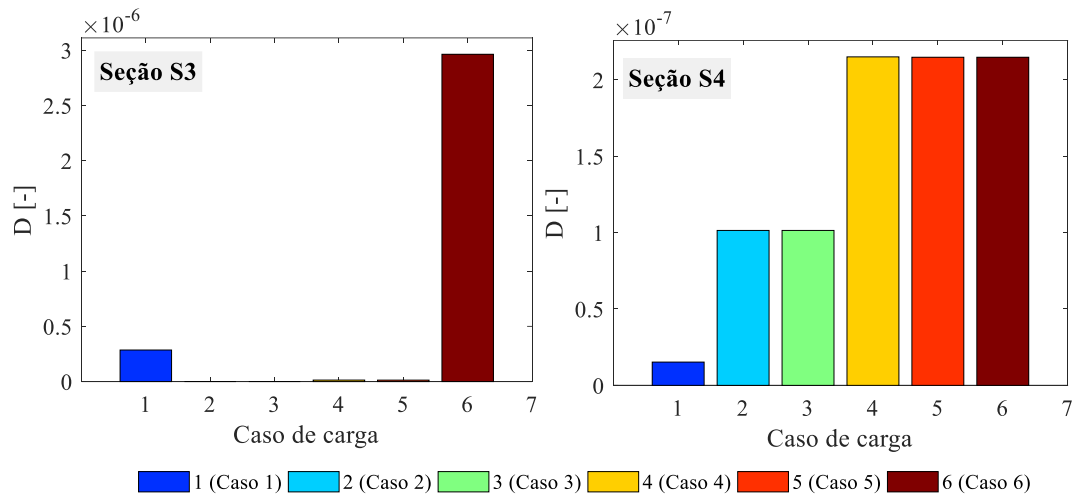
A estimativa do dano à fadiga nas barras de aço foi obtida nos pontos críticos de cada seção com expectativa de vida finita, as quais foram consideradas críticas no ranqueamento de vulnerabilidade. Para cada caso de carga, o dano foi determinado aplicando-se a hipótese de acumulação de *Palmgren-Miner* após a extração dos ciclos de *Rainflow*. Os resultados dessa análise encontram-se apresentados nas Figuras 18 a 20.

Figura 18 – Dano no aço por caso de carga para as seções S1 e S2.



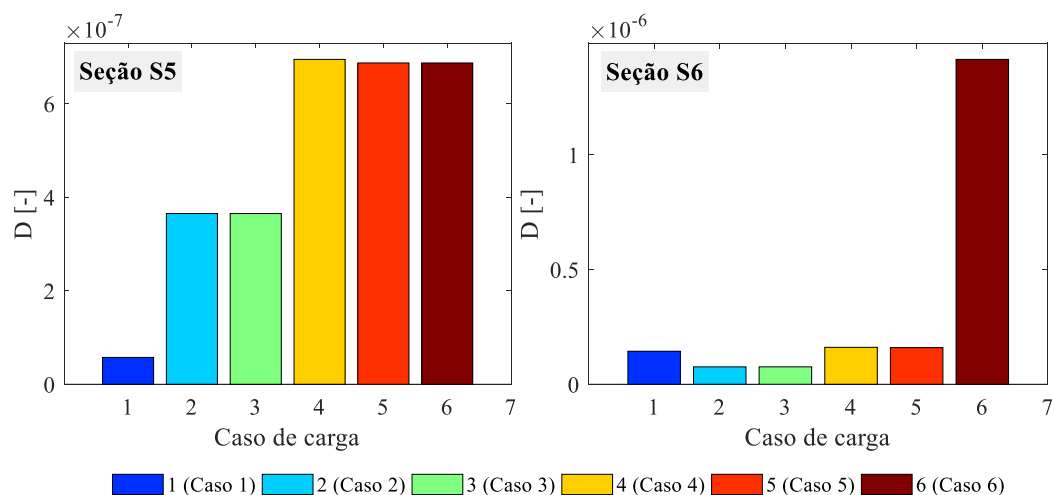
Fonte: Autores (2025)

Figura 19 – Dano no aço por caso de carga para as seções S3 e S4.



Fonte: Autores (2025)

Figura 20 – Dano no aço por caso de carga para as seções S5 e S6.

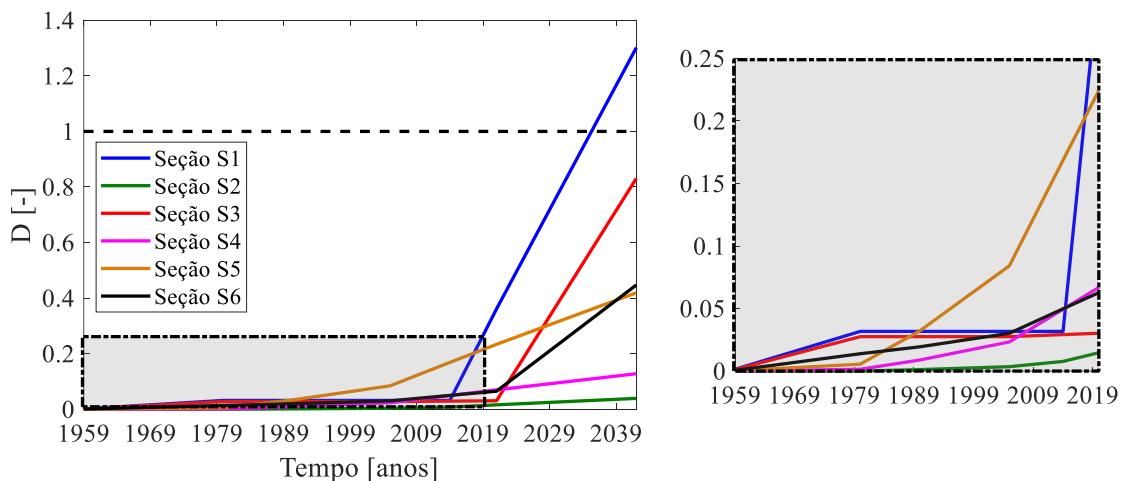


Fonte: Autores (2025)

As histórias do dano à fadiga acumulado pela Lei de *Palmgren-Miner* ao longo da vida útil da estrutura foram determinadas para os cenários idealizados e os resultados das análises são mostrados nos gráficos da Figura 21. Os resultados indicam que há uma taxa de crescimento de dano relativamente alta a partir de 2015. A principal razão para este aumento está relacionada à redução do tempo entre corridas (*tap-to-tape*) das operações da ponte rolante descrita em Teixeira et al. (2021). Os resultados apontam as seções S1 e S3 como as mais críticas na condição futura da estrutura. Também indicam que o processo de fadiga é improvável nas Seções S2, S4, S5 e S6 para uma vida útil inferior a 100 anos, caso o cenário de carregamento adotado seja, de fato,

conservador. Nestas seções, a verificação da fadiga na armadura tracionada é satisfeita, uma vez que, mesmo para um número elevado de repetições, bem superior ao esperado para toda vida útil da estrutura, os valores de dano acumulado são inferiores ao dano limite ($D_{lim} = 1$) usualmente recomendado. Ressalta-se que tais verificações foram realizadas com a consideração dos coeficientes parciais de segurança tanto no lado da resistência quanto do lado da solicitação.

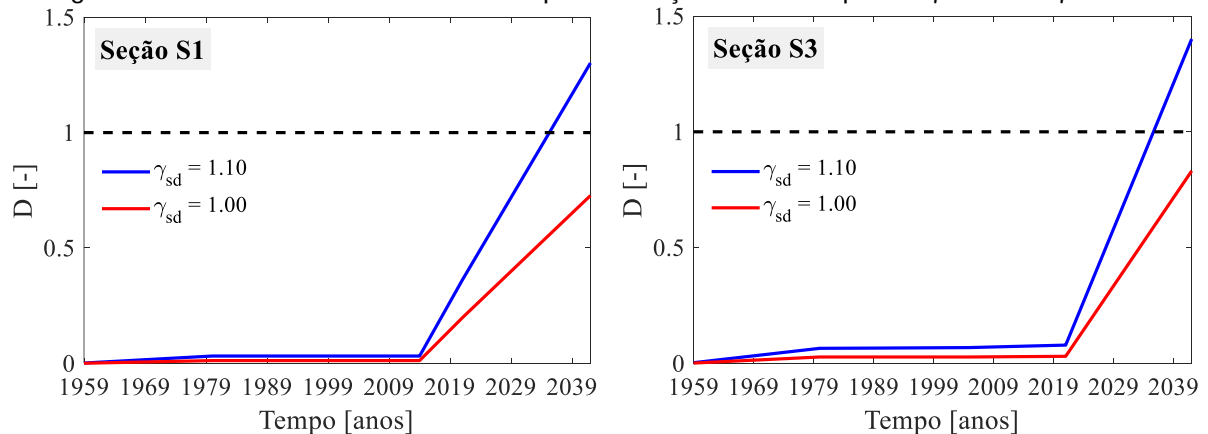
Figura 21 – Histórias de dano acumulado nas seções avaliadas.



Fonte: Autores (2025)

Para fins de comparação, a fim de avaliar a sensibilidade da previsão ao coeficiente de majoração das ações acidentais, a Figura 22 mostra as curvas de dano das seções mais críticas (S1 e S3), obtidas quando $\gamma_{sd} = 1.0$, o que é permitido para os casos onde a análise de tensões é considerada suficientemente precisa e acurada. Os resultados mostram a elevada sensibilidade da vida à fadiga quando o coeficiente de ponderação acrescenta 10% nas gamas de tensões.

Figura 22 – Histórias de dano acumulado para as seções S1 e S3 quando $\gamma_{sd} = 1.1$ e $\gamma_{sd} = 1.0$.



Fonte: Autores (2025)

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou e aplicou uma metodologia para avaliação de fadiga em estruturas industriais de concreto armado, demonstrando a viabilidade técnica da abordagem em casos reais com carregamentos complexos. As seguintes conclusões podem ser destacadas:

- A ferramenta numérica *RCFTool* mostrou-se eficiente na determinação de histórias de tensões arbitrárias através de análises não-lineares, onde as tensões são obtidas com maior precisão frente aos métodos convencionais, que normalmente adotam premissas simplificadas para o comportamento do concreto;
- Os resultados das previsões de vida útil e dano fornecem subsídios técnicos para otimizar estratégias de manutenção preventiva e priorizar intervenções em seções vulneráveis em estruturas industriais com grande demanda de ações cíclicas;
- As principais limitações residem na caracterização dos históricos de carregamento, cuja escassez de dados detalhados ao longo das décadas introduz incertezas nas estimativas de dano. A abordagem adotada não quantifica explicitamente risco de falha, e efeitos de combinados com a corrosão das armaduras não foram considerados.
- A ausência de validação experimental e a análise de seções isoladas, sem considerar redistribuições de esforços na estrutura global, também configuram limitações importantes que devem ser reconhecidas na interpretação dos resultados.
- Nos casos de carregamento mais severos, as seções investigadas apresentaram aceleração significativa do dano acumulado nas armaduras críticas a partir de 2015. A verificação do concreto comprimido foi satisfeita em todas as seções, indicando que a fadiga das armaduras tracionadas constitui o modo de falha preponderante
- Por fim, recomenda-se sempre a implementação de monitoramento experimental nas seções críticas para validação dos modelos numéricos. O desenvolvimento de estratégias otimizadas de reforço estrutural e análises de viabilidade técnico-econômica de intervenções representam caminhos promissores para complementar este tipo de estudo.

REFERÊNCIAS

- ABNT. **NBR 6118: Design of concrete structures - Procedure**. Rio de Janeiro: Brazilian Association of Technical Standards, 2014.
- ASTM E 1049. Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis 1. **Annual Book of ASTM Standards**, v. 85, n. Reapproved 2005, p. 1–10, 2010.
- BANNANTINE, J. A.; COMER, J.; HANDROCK, J. **Fundamentals of metal fatigue analysis**. 1. ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1990. 1–271 p.
- DE BERG, M.; CHEONG, O.; VAN KREVELD, M.; OVERMARS, M. **Computational Geometry**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. 191–218 p.
- FIB. **Model Code for concrete structures**. Lausanne, Switzerland: Ernst & Sohn, 2010. v. 6
- FISHER, J. W.; KULAK, G. L.; SMITH, I. **A fatigue primer for structural engineers**. [s.l.] National Steel Bridge Alliance, 1998. 1–139 p.
- FELIX, E. F.; CARRAZEDO, R.; POSSAN, E. **Análise experimental da vida útil à fadiga de concretos submetidos à compressão cíclica de baixa frequência**. Revista Matéria, v. 27, n. 1, e-202145017, 2022. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/journal/4276/427669771001/html/>>.
- FREITAS, J. **Aplicação da metodologia de acumulação de danos por fadiga em estruturas de concreto armado**. 2014. Tese (Doutorado) — Universidade X, 2014. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/journal/4276/427659112007/html/>>.
- GUO, X. et al. **Fatigue behavior and cumulative damage modeling of reinforced concrete beams under repeated loading**. Journal of Structural Engineering, v. 145, n. 12, p. 1–13, 2019. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002367
- JUNGES, T. **Análise probabilística da vida útil à fadiga de pontes curtas de concreto armado considerando variabilidade de tensões e corrosão**. 2017. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/188512>>.
- KICHEL, L. D. E. S. **Previsão Da Vida À Fadiga Das Barras De Aço Por Meio Do Modelo De Tanaka E Mura E Da Teoria Da Distância Crítica**. 2019. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2019.
- LIMA, F. **Modelagem numérica de dano por fadiga em vigas de concreto armado com formulações cíclicas irreversíveis**. 2023. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2023. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/271101>>.
- LIU, Y. et al. **Degradation characteristics of reinforced concrete beams under cyclic flexural loading**. PLoS ONE, v. 13, n. 6, e0192797, 2018. Disponível em: <<https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0192797>>.

MASCARENHAS, A.; CARVALHO, M. **Vida útil à fadiga da armadura longitudinal em vigas de pontes de concreto armado sob tráfego intenso**. Revista Brasileira de Engenharia, v. 12, n. 4, p. 243–255, 2019. Disponível em: <<https://www.redalyc.org/journal/4276/427659112007/html/>>.

MINER, M. A. **Cumulative damage in fatigue**. Journal of Applied Mechanics, v. 12, n. 3, p. 159–164, 1945.

NUSSBAUMER, A.; BORGES, L.; DAVAINÉ, L. **Fatigue design of steel and composite structures**. [s.l.] ECCS - European Convention for Constructional Steelwork, 2018.

RODRIGUES, F. V. B. **Desenvolvimento de ferramenta computacional para análise de seções em concreto armado sob flexão composta oblíqua**. 2020. Universidade Federal do Pará, 2020.

SCHIJVE, J. **Fatigue of structures and materials**. Delft, The Netherlands: Springer, 2008.

SPACONE, E.; FILIPPOU, F. C.; TAUCER, F. F. **Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: Part I. Formulation**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 25, n. 7, p. 711–725, 1996.

TEIXEIRA, R. M. **RCFTool: Reinforced Concrete Fatigue Tool (Version 1.0)**. Belém-PA, Brasil. Universidade Federal do Pará, 2019.

TEIXEIRA, R. M. **Relatório de verificação de fadiga nas vigas de suporte de pontes rolantes de um pavilhão de aciaria**. Belém-PA, Brasil: Universidade Federal do Pará, 2021. 32 p.

TEIXEIRA, R. M. **Verificação de Fadiga em Estruturas de Concreto Armado (apostila)**. Belém-PA, Brasil: Universidade Federal do Pará, 2025.

WANG, C.; ZHANG, J.; TU, Y.; SABOUROVA, N.; GRIP, N.; BLANKSVÄRD, T.; ELFGREN, L. **Fatigue assessment of a reinforced concrete railway bridge based on a coupled dynamic system**. Structure and Infrastructure Engineering, v. 16, n. 6, p. 861–879, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/15732479.2019.1671467>>.