



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

HEVERLYN DYANNE TELES DE MIRANDA

**Modelagem 2.5D do método eletromagnético
marinho de fonte controlada utilizando
COMSOL Multiphysics®**

Belém

2017

HEVERLYN DYANNE TELES DE MIRANDA

**Modelagem 2.5D do método eletromagnético marinho
de fonte controlada utilizando COMSOL Multiphysics®**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará – UFPA, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

Orientador: Prof. Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza

Belém

2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPa

Miranda, Heverlyn Dyanne Teles de, 1994 -

Modelagem 2.5D do método eletromagnético marinho de fonte controlada utilizando COMSOL Multiphysics® / Heverlyn Dyanne Teles de Miranda. – 2017.

50 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: Victor César Tocantins de Sousa

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Faculdade de Geofísica, Belém, 2017.

1. Método dos elementos finitos. 2. Prospecção – Métodos geofísicos. 3. Geofísica. 3. I. Título.

CDD 22. ed.: 620.00151535

HEVERLYN DYANNE TELES DE MIRANDA

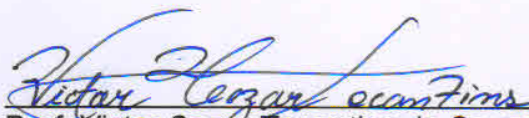
MODELAGEM 2.5D DO MÉTODO ELETROMAGNÉTICO MARINHO DE FONTE
CONTROLADA USANDO O COMSOL MULTIPHYSICS

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Faculdade de Geofísica do
Instituto de Geociências da Universidade
Federal do Pará, como requisito parcial à
obtenção de grau de Bacharel em
Geofísica.

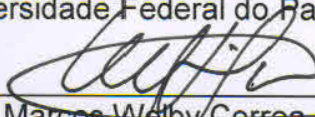
Data da defesa: 17 de março de 2017.

Conceito: EXC

Banca Examinadora:



Prof. Victor Cezar Tocantins de Souza - Orientador
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará



Prof. Marcos Welby Correa Silva - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará



Prof. Diego da Costa Miranda
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

Dedico este trabalho à minha avó
Maria Antônia Sardinha de Miranda.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Victor Cezar Tocantins, pelo suporte, por sua confiança e incentivo e, principalmente, pelos conselhos e ensinamentos transmitidos dentro e fora da sala de aula.

A esta universidade, seu corpo docente, direção e administração pelo bom convívio, pelos ensinamentos e por abrir as portas para um futuro promissor.

A Petrobras pela oportunidade de participação no Projeto de Inversão Tridimensional de dados MT e MCSEM In-line e Broadside de iniciação científica.

A minha Avó Maria Antônia Sardinha de Miranda por desde que nasci ter me criado, educado e me ensinado que a melhor forma de se obter o que almejamos é através dos estudos.

A todas minhas tias que também contribuíram imensamente para que hoje eu possa estar concluindo o ensino superior.

Aos amigos do curso de geofísica, por terem me ajudado a chegar até o fim do curso e pelos ótimos momentos em sala e fora dela.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

*“Tudo deveria se tornar o mais simples possível,
mas não simplificado ”.*
(Albert Einstein)

RESUMO

Neste Trabalho de Conclusão de Curso apresentamos a implementação de modelos 2.5D usando o software COMSOL Multiphysics[®] para simular a propagação do campo eletromagnético relacionado ao método eletromagnético marinho de fonte controlada (mCSEM). Para validar esta abordagem, comparamos a amplitude e a fase do campo elétrico *in-line* E_x com outros três modelos. O primeiro modelo é 1D e seus resultados mostraram-se satisfatórios quando comparados com a solução analítica unidimensional conhecida na literatura pela implementação de códigos abertos, como DIPOLE1D.f90. O segundo e o terceiro modelos são 2D e foram comparados com resultados de outros programas bidimensionais usando técnicas numéricas diferentes, como o código MARE2D, baseado no método dos elementos finitos e um baseado no método de diferenças finitas. Após a validação do método, foram feitos alguns estudos a cerca da influência que a batimetria gera nos sinais em levantamentos mCSEM.

Palavra-chaves: Modelagem eletromagnética. Elementos finitos. COMSOL Multiphysics[®]. Métodos eletromagnéticos. MCSEM. Batimetria.

ABSTRACT

In this work, we present the implementation of 2.5D models using the software COMSOL Multiphysics® to simulate the propagation of the electromagnetic field related to marine controlled source electromagnetic (mCSEM). To validate this approach we compare the amplitude and phase of electric field in-line E_x against two models. The first model is 1D and its results proved to be satisfactory when compared to the one-dimensional analytical solution known in the literature by the implementation of open codes, such as DIPOLE1D.f90. The second and third models are 2D and were compared with results from other two-dimensional programs using different numerical techniques, such as the MARE2D code, based on the finite element method and one based on the finite difference method. After the validation of the method, some studies were made about the influence that bathymetry generates on the signals in mCSEM surveys.

keywords: Electromagnetic method. Finite elements. COMSOL Multiphysics®. Electromagnetic method. MCSEM. Bathymetry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Representação ilustrativa do mCSEM. | 15 |
| Figura 2 – Possíveis geometrias de um levantamento mCSEM, <i>in line</i> e <i>broadside</i> | 15 |
| Figura 3 – Geometria 2D para as estruturas geo-elétricas usadas neste trabalho. | 19 |
| Figura 4 – Amplitudes do campo E_x para os 81 valores de k_y | 21 |
| Figura 5 – Modelo unidimensional. | 21 |
| Figura 6 – Malha gerada pelo COMSOL Multiphysics® para o modelo de aproximação 1D. A barra de cores representa o tamanho dos elementos dispostos na malha. | 22 |
| Figura 7 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 0.25$ Hz. | 23 |
| Figura 8 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 0.5$ Hz. | 23 |
| Figura 9 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 1.0$ Hz. | 24 |
| Figura 10 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 0.25$ Hz. | 24 |
| Figura 11 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 0.5$ Hz. | 25 |
| Figura 12 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 1.0$ Hz. | 25 |
| Figura 13 – Modelo 2D baseado em (ABUBAKAR et al., 2006). | 26 |
| Figura 14 – Amplitudes do campo E_x para o COMSOL, MARE2D e (ABUBAKAR et al., 2006), com a frequência do transmissor de $f = 0.635$ Hz. | 27 |
| Figura 15 – Fases do campo E_x para o COMSOL, MARE2D e (ABUBAKAR et al., 2006), com a frequência do transmissor de $f = 0.635$ Hz. | 27 |
| Figura 16 – Modelo ilustrativo dos diferentes níveis batimétricos. | 28 |
| Figura 17 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.1 Hz. | 30 |
| Figura 18 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.25 Hz. | 31 |
| Figura 19 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.5 Hz. | 32 |
| Figura 20 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 1.0 Hz. | 33 |

| | |
|---|----|
| Figura 21 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.1 Hz. | 35 |
| Figura 22 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.25 Hz. | 36 |
| Figura 23 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.5 Hz. | 37 |
| Figura 24 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, para frequência de 1.0 Hz. | 38 |
| Figura 25 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes frequências, na batimetria de 600 m. | 40 |
| Figura 26 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes frequências, para batimetria de 600 m. | 41 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 12 |
| 2 | METODOLOGIA | 14 |
| 2.1 | O método de fonte controlada marinho (mCSEM) | 14 |
| 2.2 | O método de fonte controlada marinho (mCSEM) 2.5D | 16 |
| 2.3 | COMSOL Multiphysics® | 17 |
| 2.3.1 | Equação do módulo RF do software COMSOL Multiphysics® | 17 |
| 2.3.2 | Construindo modelos 2.5D no COMSOL Multiphysics® | 18 |
| 3 | RESULTADOS | 20 |
| 3.1 | Validação do Método | 20 |
| 3.1.1 | Modelo 1D | 21 |
| 3.1.2 | Modelos 2D | 24 |
| 3.2 | Modelos com Batimetria | 28 |
| 4 | CONCLUSÃO | 42 |
| | REFERÊNCIAS | 43 |
| | APÊNDICES | 46 |
| | APÊNDICE A – EQUAÇÃO FORNECIDA PELO MÓDULO RF | 47 |
| | APÊNDICE B – ABCISSAS E PESOS PARA OS FILTROS COS- SENO E SENOS DE 81 PONTOS | 48 |

1 INTRODUÇÃO

A sísmica de reflexão é o principal método de prospecção de hidrocarbonetos para obtermos informação das estruturas em subsuperfície, já que esta produz imagens de melhor resolução dentre os métodos geofísicos (SICKLE; VALUSEK, 1990). Apesar de todo o conhecimento que a sísmica de reflexão oferece à prospecção de hidrocarbonetos, em muitos cenários geológicos esta informação ainda não é suficiente para distinguir reservatórios economicamente viáveis, uma vez que o conteúdo dos fluídos nos poros das rochas pode representar pequenas variações nos dados interpretativos, como por exemplo anomalias de AVO (BUONORA et al., 2014). Visto que podem existir ambiguidades nas análises de AVO e que perfuração de poços exploratórios em águas profundas apresentam custos elevados, então é razoável que sejam adquiridas informações adicionais para que os riscos de se perfurar um poço não-economicamente viável diminuam consideravelmente (CONSTABLE; SRNKA, 2007). É nesta etapa da prospecção de hidrocarbonetos que o método eletromagnético marinho de fonte controlada (*marine Controlled-Source Electromagnetic* - mCSEM) entra em cena, visto que ele possui a capacidade de identificar anomalias resistivas em profundidade, podendo desta maneira, indicar possível presença de petróleo ou gás natural.

O método mCSEM está estabelecido desde dos anos 80 na academia através da modelagem do perfil de condutividade da crosta e litosfera oceânica (CHAVE; COX, 1982), mas esta técnica só se tornou conhecida na indústria do petróleo a partir de 2002 com o aperfeiçoamento computacional e instrumental (EIDESMO. et al., 2002). Durante essa última década a modelagem numérica do método mCSEM apresenta-se bem desenvolvida tanto em técnicas numéricas quanto computacionais, como mostra a sessão especial deste tema introduzida por Tompkins e Srnka (2007) da revista *Geophysics*.

Apesar do avanço na tecnologia da modelagem numérica do método mCSEM, ainda temos que levar em consideração algumas aspectos críticos em relação a sua implementação, podemos citar por exemplo entre muitos dois pontos:

1. Estabilidade de algoritmos numéricos, principalmente em relação as derivadas dos campos e/ou potenciais eletromagnéticos e convergência de métodos iterativos na solução de sistemas lineares complexos de grande porte.
2. Facilidade na construção de modelos geológicos complexos ao usuário - *model builder*.

Uma das tentativas de contornar essas dificuldades e outras mais é aplicar softwares dedicados a modelagem numérica em geral, como por exemplo o COMSOL Multiphysics[®], que é um pacote de simulação e análise de inúmeros problemas físicos e de aplicações no ramo da engenharia, que utiliza o método dos elementos finitos para solucioná-los. Ele inclui um ambiente gráfico completo para modelar qualquer fenômeno físico que possa ser descrito usando equações diferenciais ordinárias ou parciais. Assim, neste trabalho usaremos o COMSOL Multiphysics[®] para modelar dados mCSEM 2.5D. O termo 2.5D vem do fato de que a fonte do método mCSEM é tridimensional e o meio investigado bidimensional, assim o problema não é puramente 3D e nem puramente 2D, então na comunidade acadêmica adotou-se a terminologia 2.5D, devido o problema poder ser tratado matematicamente como uma sequência de problemas bidimensionais ao longo do *strike* (RIJO, 2005; STOYER; GREENFIELD, 1976).

Para realizar a modelagem no COMSOL Multiphysics[®] fazemos uma decomposição da resposta da fonte tridimensional no domínio espectral de número de onda ky e depois aplicamos a teoria dos filtros digitais (KONG, 2007; LI; KEY, 2007) para finalmente alcançarmos a solução no domínio espacial como mostraremos em detalhes no capítulo 2.

No capítulo 3 apresentamos resultados para validar a abordagem usando o COMSOL Multiphysics[®] através da comparação da solução analítica unidimensional (CHAVE; COX, 1982). Também comparamos a solução do COMSOL Multiphysics[®] com resultados de outros programas bidimensionais usando técnicas numéricas diferentes. No fim deste capítulo implementamos modelos com batimetria para diferentes níveis batimétricos e diversos valores de frequências. No capítulo final apresentamos as conclusões do nosso trabalho e sugestões para o aprofundamento do uso do COMSOL Multiphysics[®] na modelagem numérica dos métodos eletromagnéticos em geral.

2 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos uma breve introdução ao método eletromagnético marinho de fonte controlada, ou em inglês *marine controlled-source electromagnetic* (mCSEM) e porquê fazer modelagem 2.5D. A seguir mostraremos a equação diferencial governante do problema e explicaremos como usar o COMSOL Multiphysics® na solução do problema.

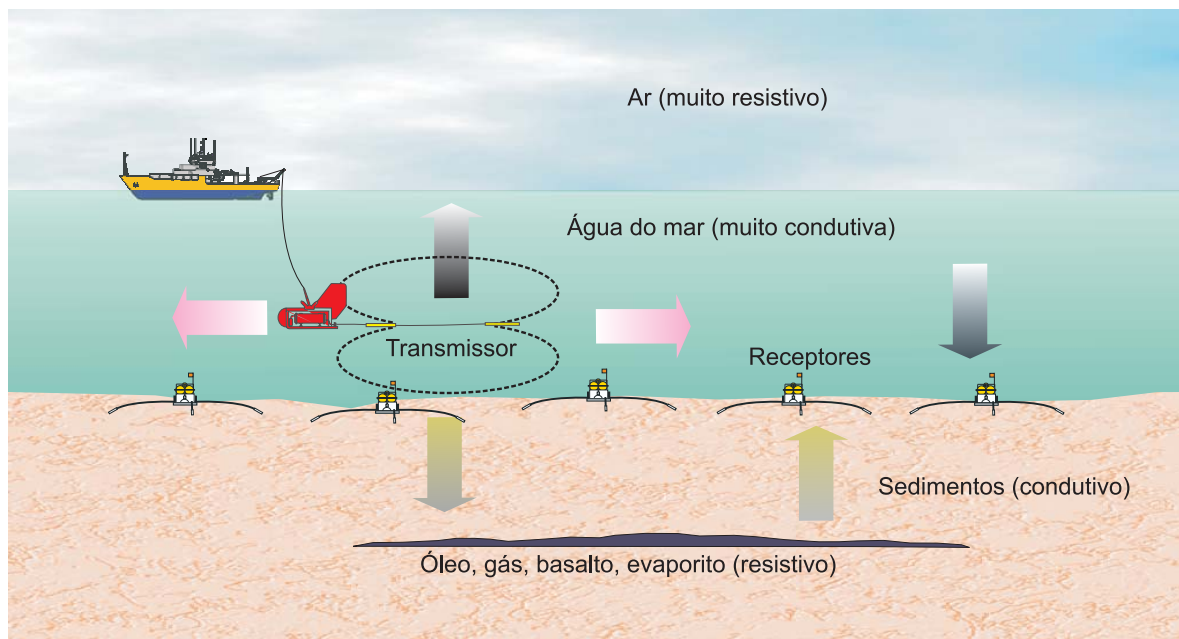
2.1 O MÉTODO DE FONTE CONTROLADA MARINHO (MCSEM)

O método mCSEM consiste de um método eletromagnético de fonte controlada constituído por um transmissor do tipo dipolo elétrico horizontal operando em baixa frequência (entre 0,1 e 10 Hz), este transmissor é rebocado próximo ao fundo do mar energizando todo o meio. Além da fonte do tipo dipolo elétrico horizontal, o levantamento possui uma série de receptores arrançados no assoalho oceânico geralmente espaçados de forma regular.

O campo eletromagnético registrado pelos receptores é composto pelo campo primário gerado devido a circulação de um sinal de corrente retangular dentro do transmissor, pelo campo secundário oriundo da resposta eletromagnética de estruturas geológicas em subsuperfície quando excitadas pelo campo primário, e por ondas refletidas na interface água-ar, chamadas *air-waves*. Os receptores além de sensores elétricos possuem também sensores magnéticos, permitindo desta maneira, recuperar a resposta da fonte natural do método magnetotelúrico (MT). As respostas dos campos primários e secundários medidos pelos receptores em amplitude e fase são sensíveis as propriedades elétricas dos fluídos das rochas (resistividade elétrica) revelando importantes características a respeito de possíveis corpos resistivos que estão dispostos em subsuperfície, tais como, suas dimensões e geometria (ZHDANOV, 2009). A espessura da lâmina d'água e fatores geométricos, tais como afastamento fonte-receptor, também influenciam na variação da amplitude e da fase dos campos elétrico e magnético (CONSTABLE, 2007). Na Figura 1 observamos uma representação ilustrativa de um levantamento mCSEM, observamos que devido o dipolo elétrico horizontal ser uma fonte tridimensional ele emite energia eletromagnética em todas as direções, a proximidade da fonte ao assoalho oceânico maximiza o acoplamento entre possíveis alvos, assim melhorando a resposta dos dados do método.

Em levantamentos do método mCSEM normalmente realizam-se duas configurações geométricas entre fonte e receptores, a geometria radial ou *inline* e a geometria *broadside*. Na geometria *inline*, as fontes e os receptores são alinhados na mesma

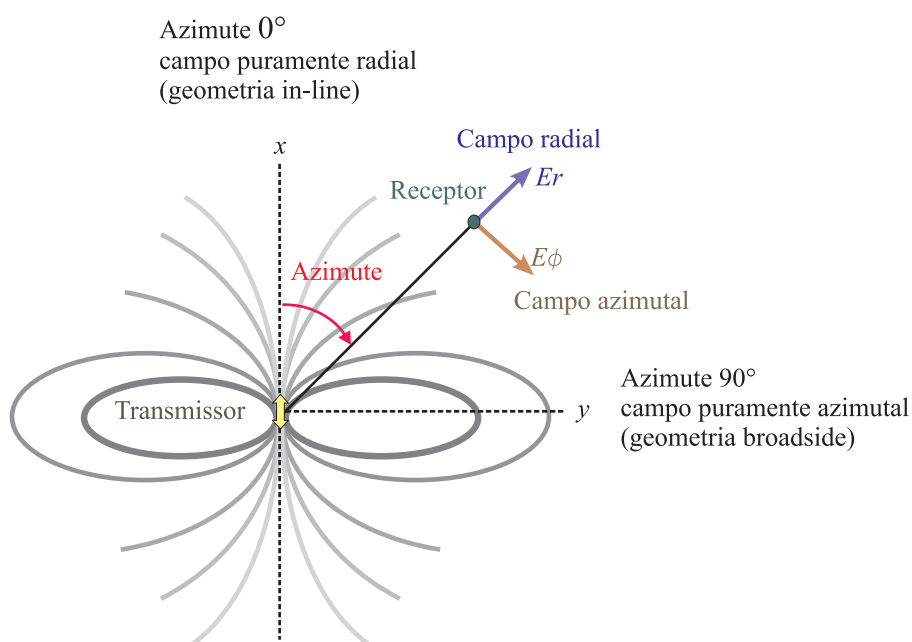
Figura 1 – Representação ilustrativa do mCSEM.



Fonte: (SOUZA, 2007)

direção do levantamento. Já na geometria *broadside* os receptores são alinhados perpendicularmente a direção do transmissor, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Possíveis geometrias de um levantamento mCSEM, *in line* e *broadside*



Fonte: (CONSTABLE; WEISS, 2006)

Dependendo da resistividade do meio e da frequência em que o campo ele-

tromagnético se propaga, a profundidade de penetração do campo também varia. A medida em que o campo se propaga em subsuperfície ele é atenuado e sua amplitude decai exponencialmente com a profundidade (BROOKS; KEAREY; HILL, 2009). O fator de atenuação de uma onda eletromagnética em um meio condutivo é comumente descrito em termos do *skin depth*, dado por:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (2.1)$$

este fator é determinante no uso do método mCSEM, que é caracterizado para exploração de alvos de média profundidade, ou seja, o método mCSEM não é empregado na investigação de reservatório profundos.

2.2 O MÉTODO DE FONTE CONTROLADA MARINHO (MCSEM) 2.5D

Muitas vezes torna-se necessário simplificar modelos complexos interpretativos, pois a modelagem eletromagnética (EM) 3D exige um custo computacional muito elevado, e via de regra não é válido realizá-la em estágios iniciais de estudo de viabilidade, pois ao analisarmos modelos complexos devemos levar em consideração que a resolução eletromagnética tem limitações, assim como todos os métodos geofísicos, e pode-se concluir que em geral, não há a necessidade do modelo ter uma grande quantidade de camadas que deve-se levar em consideração para uma análise mais precisa, ou ainda, do estabelecimento de fronteiras bem definidas entre os corpos resistivos. Assim, é possível simplificar o modelo de tal maneira que haja correspondência com os limites físicos da resolução geofísica e obter respostas satisfatórias para a interpretação dos dados. Uma possível simplificação de modelos complexos tridimensionais é considerá-los modelos bidimensionais, quando não existem variações nas propriedades elétricas em uma determinada direção (*strike*), ou que as heterogeneidades se estendam longamente nessa direção em relação a uma fonte tridimensional. O resultado desta simplificação leva a uma redução significativa do custo computacional comparado a modelos puramente 3D (TABAROVSKY et al., 1996).

Do ponto de vista da teoria de campo eletromagnético, o mCSEM é um método essencialmente tridimensional, devido ao transmissor emitir um sinal que se propaga nas três direções do espaço (x, y, z) . No caso do mCSEM 2.5D a modelagem do problema se caracteriza pela simplificação geométrica bidimensional dos alvos investigados, ou seja, considera-se que as propriedades físicas variam apenas em duas direções, tornando o problema 3D em uma sequência de problemas bidimensionais mais simples com uma fonte 3D (SILVA, 2012; RIJO, 2005; STOYER; GREENFIELD, 1976), o que eleva a demanda computacional em comparação com uma transmissão de fonte puramente 2D (CHEN et al., 2016).

A resposta eletromagnética (EM) de estruturas condutivas 2D quando excitadas por uma fonte 3D é determinada como uma sequência de respostas no domínio espectral do número de onda (PETHO; FICSÓR, 2016). Para se obter tal resposta aplicamos a Transformada de Fourier na direção (*strike*) em que as propriedades elétricas do modelo sejam constantes, neste caso a direção y . Deste modo, a resposta do campo eletromagnético passará para o domínio espectral (x, ky, z) , sendo este solucionado por via do método dos elementos finitos. Após encontradas as soluções desejadas no domínio do número de onda, finalmente podemos voltar para o domínio espacial, aplicando a Transformada Inversa de Fourier.

2.3 COMSOL MULTIPHYSICS®

O COMSOL Multiphysics® é um software de simulação e análise de inúmeros problemas físicos e de aplicações no ramo da engenharia, que utiliza o método dos elementos finitos para solucioná-los. Ele inclui um ambiente completo para modelar diversos fenômenos físicos que possa ser descrito usando equações diferenciais ordinárias ou parciais (PDEs). As principais vantagens deste software são a interface amigável e a implementação de *solvers* otimizados para equações lineares. Há muitas aplicações do COMSOL Multiphysics® na modelagem numérica, nas quais podem ser acessadas na página da web do software. Podemos mencionar exemplos em geociências, como modelagem de água subterrânea (LI et al., 2009) e também na modelagem de métodos de geofísica aplicada (BUTLER; SINHA, 2012). Nos últimos anos, o COMSOL Multiphysics® tem sido utilizado para a modelagem de problemas eletromagnéticos, por exemplo (ARIF; ASIRVADAM; KARSITI, 2010), (LUZ, 2014), (LEITE; TOCANTINS, 2015), (BUTLER; ZHANG, 2016) implementados pelo Módulo RF, que simula campos eletromagnéticos 3D, 2D e 2D assimétricos.

A formulação 3D é baseada na forma de onda completa das equações de Maxwell usando elementos finitos vetoriais e inclui relações das propriedades dos materiais dielétricos, metálicos, dispersivos, com perdas, anisotrópicos, girotrópicos e mistos. Neste trabalho a geometria dos modelos é bidimensional e os materiais considerados são isotrópicos e homogêneos por partes.

2.3.1 Equação do módulo RF do software COMSOL Multiphysics®

Para obtermos a equação fornecida pelo módulo RF do software COMSOL Multiphysics® partimos das equações de Maxwell no domínio da frequência:

$$\nabla \cdot \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{J}_{ext}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}, \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \quad (2.5)$$

Dividindo a equação (2.4) referente a Lei de Faraday por μ e depois aplicando o rotacional temos:

$$\nabla \times (\mu^{-1}\nabla \times \mathbf{E}) = -i\omega (\nabla \times \mathbf{H}). \quad (2.6)$$

Substituindo a Lei de Ampere na equação (2.6):

$$\nabla \times (\mu^{-1}\nabla \times \mathbf{E}) - \omega^2 \left(\epsilon - \frac{i\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega\mathbf{J}_{ext}. \quad (2.7)$$

Após fazermos algumas manipulações algébricas que serão mostradas no apêndice B deste trabalho, chegamos finalmente na equação (2.8), que é fornecida pelo módulo RF que o COMSOL Multiphysics® soluciona por meio de elementos finitos vetoriais:

$$\nabla \times \mu_r^{-1} (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \left(\epsilon_r - \frac{i\sigma}{\epsilon_0\omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega\mu_0\mathbf{J}_{ext}. \quad (2.8)$$

Onde \mathbf{E} é o campo elétrico em [V/m], σ é a condutividade do meio em [S/m]. As propriedades constitutivas são definidas como habituais. $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ e $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ f/m são respectivamente a permissividade elétrica relativa e do espaço livre. $\mu_r = \mu/\mu_0$ e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ são respectivamente a permeabilidade magnética relativa e do vácuo. O $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular em radianos por segundo. O termo k_0 representa o número de onda do espaço livre.

O termo da fonte $-i\omega\mu_0\mathbf{J}$ representa a densidade de corrente gerada por um dipolo elétrico horizontal na direção x . A equação (2.8) é uma equação vetorial complexa, sua solução é o campo elétrico vetorial \mathbf{E} com suas três componentes E_x, E_y, E_z .

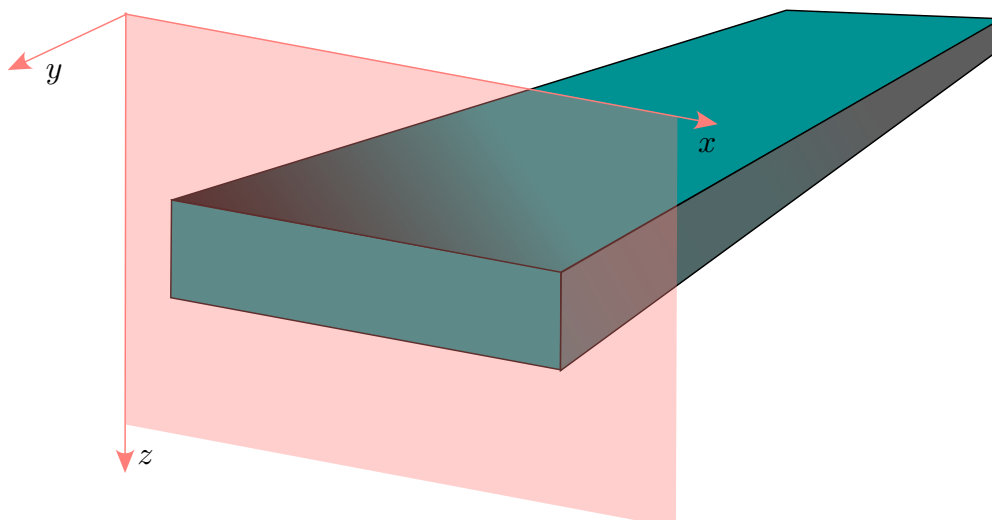
2.3.2 Construindo modelos 2.5D no COMSOL Multiphysics®

O estudo da modelagem direta do método mCSEM no software COMSOL Multiphysics® é avaliado no domínio da frequência, o que simplifica o problema de forma eficiente, assumindo que todas as variações temporais do sinal ocorrem de forma senoidal. Desta forma, obtemos soluções complexas que representam a fase e a amplitude do campo, onde a frequência é especificada como um parâmetro de entrada escalar fornecido pelo usuário. Para tirar vantagem da estrutura 2D, como ilustra a Figura 3, utilizamos o par de transformada de Fourier espacial 1D na direção do *strike* (y).

$$\tilde{u} = \mathcal{F} [u(x, y, z)] = \int_{y=-\infty}^{\infty} u(x, y, z) e^{-ik_y y} dy, \quad (2.9a)$$

$$u = \mathcal{F}^{-1} [\tilde{u}(x, k_y, z)] = \frac{1}{2\pi} \int_{k_y=-\infty}^{\infty} \tilde{u}(x, k_y, z) e^{ik_y y} dk_y. \quad (2.9b)$$

Figura 3 – Geometria 2D para as estruturas geo-elétricas usadas neste trabalho.



Fonte: Elaborada pela autora.

Quando aplicamos a transformada de Fourier, equação (2.9a), na equação (2.8) obtemos:

$$\tilde{\nabla} \times \mu_r^{-1} (\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{E}}) - k_0^2 \left(\epsilon_r - \frac{\sigma^i}{\epsilon_0 \omega} \right) \tilde{\mathbf{E}} = -i\omega \mu_0 \tilde{\mathbf{J}}. \quad (2.10)$$

Onde $\tilde{\nabla} = (\partial_x, k_y, \partial_z)$. Após a resolução da equação diferencial parcial (2.10), o campo elétrico pode ser obtido aplicando a equação (2.9b) em $\tilde{\mathbf{E}}$. A transformada de Fourier inversa é realizada por aplicação de filtros digitais (LI; KEY, 2007; KONG, 2007), mas poderíamos usar outros métodos de obtenção como por exemplo a FFT.

3 RESULTADOS

Neste capítulo apresentaremos os resultados obtidos da modelagem mCSEM 2.5D utilizando o COMSOL Multiphysics[®]. Para validarmos a nossa metodologia faremos comparações dos nossos resultados com diferentes abordagens e técnicas numéricas. A primeira comparação será com a solução do problema unidimensional, que possui uma expressão semi analítica para o cálculo dos campos eletromagnéticos. A segunda comparação será com modelos bidimensionais gerados no código de elementos finitos nodais MARE2D (LI; KEY, 2007). E por último compararemos as nossas soluções com resultados obtidos pela técnica numérica de diferenças finitas. Após a validação dos modelos faremos alguns estudos a cerca da influência que a batimetria gera em dados do método mCSEM.

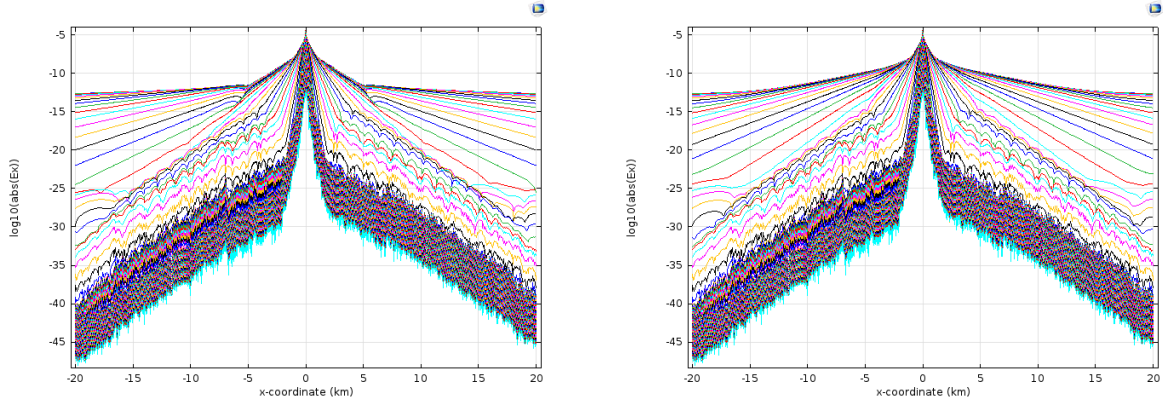
3.1 VALIDAÇÃO DO MÉTODO

Para validar a metodologia empregada neste trabalho comparamos os modelos produzidos no COMSOL Multiphysics[®] com três diferentes tipos de abordagem. Primeiramente comparamos modelos 1D com a solução analítica unidimensional (CHAVE; COX, 1982) utilizando o código DIPOLE1D implementado em FORTRAN 90 (KEY, 2009). Posteriormente comparamos modelos 2D com as respostas do código MARE2D (LI; KEY, 2007) desenvolvido em elementos finitos nodais. Por último validamos a nossa abordagem com uma técnica totalmente diferente de aproximação da solução da equação diferencial parcial que governa o mCSEM, esta técnica é a de diferenças finitas (ABUBAKAR et al., 2006).

As respostas do COMSOL Multiphysics[®] são funções do número de onda k_y . Por *default*, o COMSOL geraria apenas uma resposta para $k_y = 0$. Portanto, os valores de k_y têm que ser determinados a partir do usuário, que deve ter em mente valores consistentes de k_y para posteriormente executar a transformada de Fourier inversa. A execução da transformada de Fourier inversa que utilizamos é a técnica dos filtros digitais, que é amplamente empregada na modelagem dos campos eletromagnéticos na geofísica (GUPTASARMA; SINGH, 1997; KONG, 2007; KEY, 2012). Ao empregarmos essa técnica programamos o COMSOL Multiphysics[®] para todos os valores de k_y de um determinado filtro e após obtermos os resultados para cada número de onda devemos somar as respostas de acordo com os pesos do filtro para então obter a solução final no domínio espacial. Devido à simetria par do campo E_x (componente *in line*), escolhemos o filtro cosseno de 81 pontos (LI; KEY, 2007) para calcular a transformada de Fourier inversa. As Figuras 4a e 4b mostram as amplitudes de E_x obtidas no COM-

SOL Multiphysics® para os 81 k_y para o modelo 1D descrito na próxima subseção.

Figura 4 – Amplitudes do campo E_x para os 81 valores de k_y .



(a) Amplitudes do campo E_x para o modelo 1D sem reservatório.

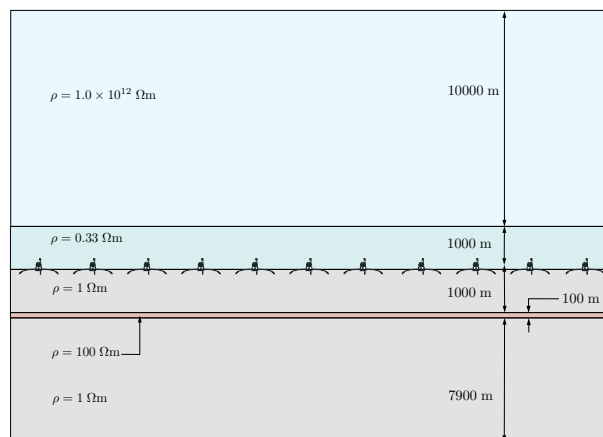
(b) Amplitudes do campo E_x para o modelo 1D com reservatório.

Fonte: Elaborada pela autora.

3.1.1 Modelo 1D

O modelo 1D ilustrado pela Figura 5, é constituído por cinco camadas horizontalmente estratificadas, que representam o ar, o mar, o sedimento, o reservatório e embasamento, suas resistividades e espessuras são iguais a ($10^{12} \Omega\text{m} - 10 \text{ km}$), ($0.33 \Omega\text{m} - 1 \text{ km}$), ($1 \Omega\text{m} - 1 \text{ km}$), ($100 \Omega\text{m} - 100 \text{ m}$) e $1 \Omega\text{m} - 7900\text{m}$, respectivamente.

Figura 5 – Modelo unidimensional.

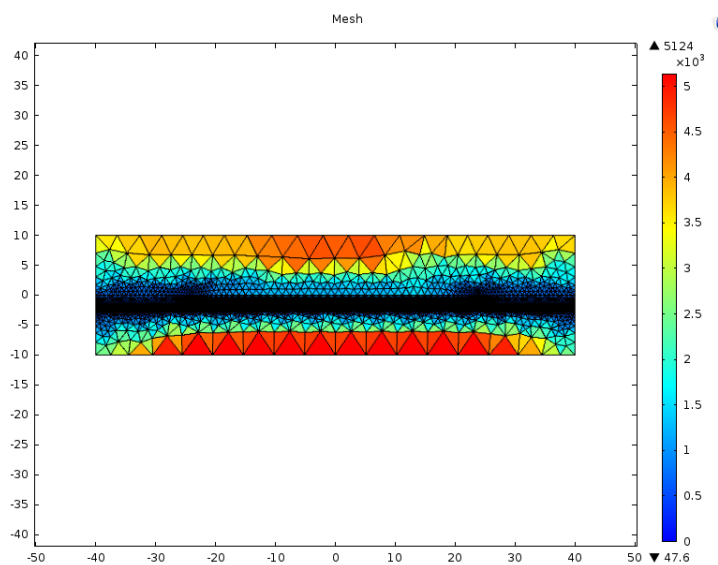


Fonte: Eladorado pela autora.

Uma das inúmeras vantagens da modelagem no software COMSOL Multiphysics® é a praticidade em obter as soluções para o campo primário (sem reservatório)

e para campo total (com reservatório) rodando apenas um modelo. Fazemos isso definindo uma variável do tipo *parametric sweep*. Esta variável permite-nos alterar valores de diferentes parâmetros (neste caso os parâmetros são os materiais das camadas) através de um intervalo especificado. Assim, para obtermos os campos EM "rodamos" apenas um modelo, especificando os valores de resistividades das camadas ao mesmo tempo através do *parametric sweep*. Quando a camada reservatório tiver o valor de $1 \Omega\text{m}$, teremos o mesmo material da camada de sedimento, então o COMSOL Multiphysics® gerará em um de seus resultados - o campo primário. Quando o valor for de $100 \Omega\text{m}$ teremos o material referente a camada reservatório gerando, neste caso, o segundo resultado que corresponde ao campo total (o intervalo neste caso é 99). Para a simulação desses modelos utilizamos como fonte eletromagnética um dipolo elétrico horizontal (HED) a 50 m do fundo do oceano com frequências de 0.25 Hz, 0.5 Hz e 1 Hz. O gerador de malha do COMSOL Multiphysics® é automático e segue os parâmetros de qualidade para a forma dos elementos finitos, pode-se refinar determinadas regiões de interesse a partir do modelo atual ou onde são feitas as medidas dos campos eletromagnéticos. A Figura 6 exemplifica a malha para o modelo de aproximação 1D.

Figura 6 – Malha gerada pelo COMSOL Multiphysics® para o modelo de aproximação 1D. A barra de cores representa o tamanho dos elementos dispostos na malha.

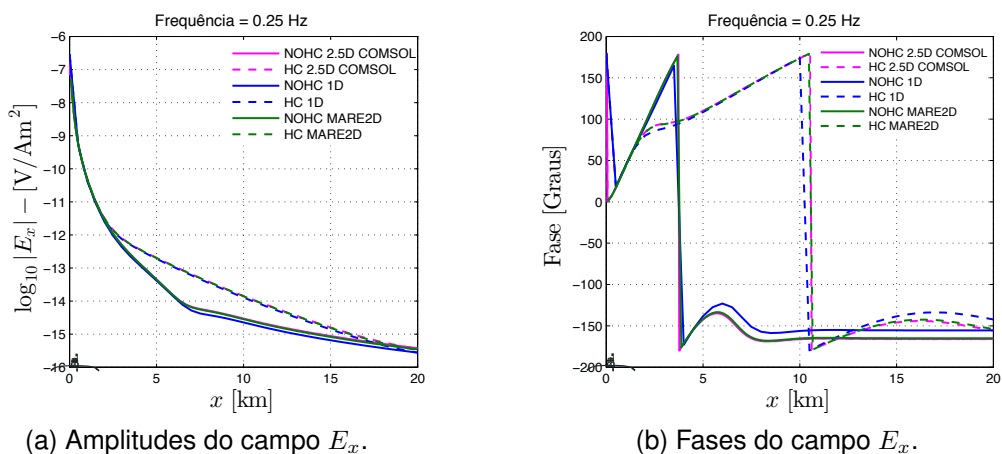


Fonte: Elaborada pela autora.

As curvas da amplitude e da fase versus o *off-set* para o campo elétrico *in line* E_x são apresentadas para três frequências, 0.25 Hz (Figura 7), 0.5 Hz (Figura 8) e 1.0 Hz (Figura 9). Os resultados são comparados com as respostas dos códigos DIPOLE1D (KEY, 2009) e MARE2D (LI; KEY, 2007). As três figuras mostram que as curvas de ambos os modelos com reservatório de hidrocarboneto (HC 2.5D COMSOL)

e sem reservatório de hidrocarbonetos (NOHC 2.5D COMSOL) são muito próximos as obtidas pelos códigos DIPOLE1D e MARE2D. Deve-se ressaltar que o DIPOLE1D é uma solução de expressão semi analítica e a solução do COMSOL é numérica com imposição de condição de fronteiras em um domínio limitado. Além da aproximação ao domínio ilimitado, a nossa abordagem usa uma implementação numérica do calculo da transformada de Fourier inversa. Assim, ressaltamos que modelo 1D obtido no COMSOL é na verdade uma aproximação de um modelo 2D lateralmente estendido para garantir a variação apenas com a profundidade. Esta aproximação também é semelhante quando usamos o código MARE2D, daí observamos que as curvas do COMSOL e do MARE2D são praticamente idênticas. Assim, a diferença entre as metodologias influenciam as respostas do modelo analítico pro modelo numérico.

Figura 7 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 0.25$ Hz.

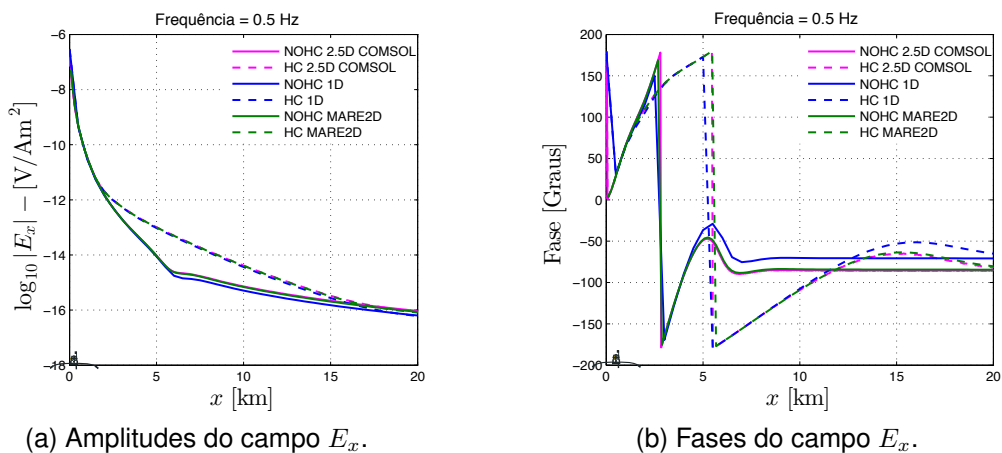


(a) Amplitudes do campo E_x .

(b) Fases do campo E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 8 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 0.5$ Hz.

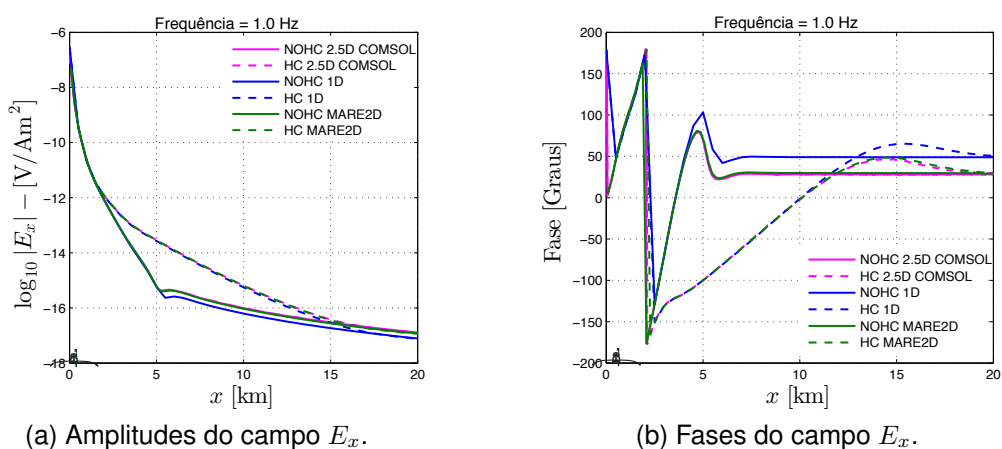


(a) Amplitudes do campo E_x .

(b) Fases do campo E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 9 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o DIPOLE1D, com a frequência do transmissor de $f = 1.0$ Hz.

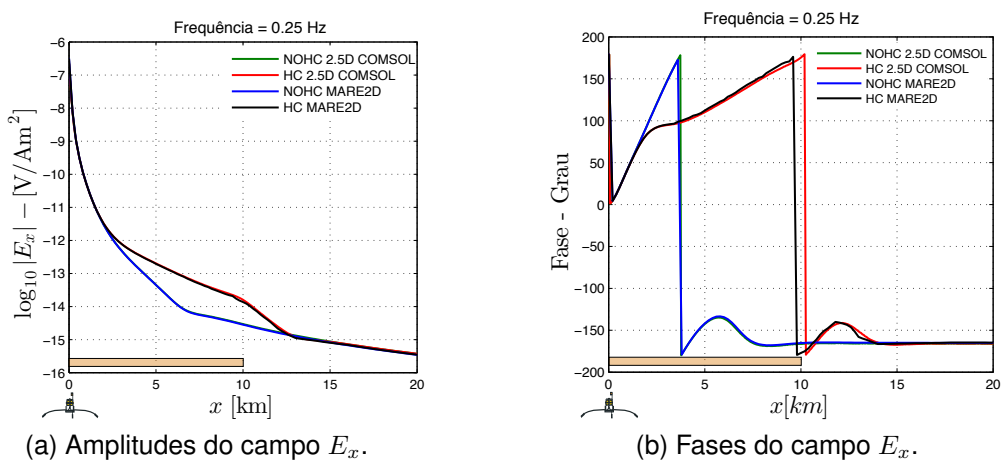


Fonte: Elaborada pela autora.

3.1.2 Modelos 2D

O primeiro modelo 2D é semelhante ao 1D mostrado na Figura 5, a diferença entre eles é que a largura do reservatório do modelo 2D é de 20km, e estende-se simetricamente de -10 km a 10 km, enquanto que o do modelo 1D estendia-se até as fronteiras. As Figuras 10, 11 e 12 mostram as respostas das curvas da amplitude e da fase versus o *off-set* para campo elétrico E_x para as mesmas três frequências citadas anteriormente, 0.25 Hz, 0.5 Hz e 1.0 Hz, respectivamente.

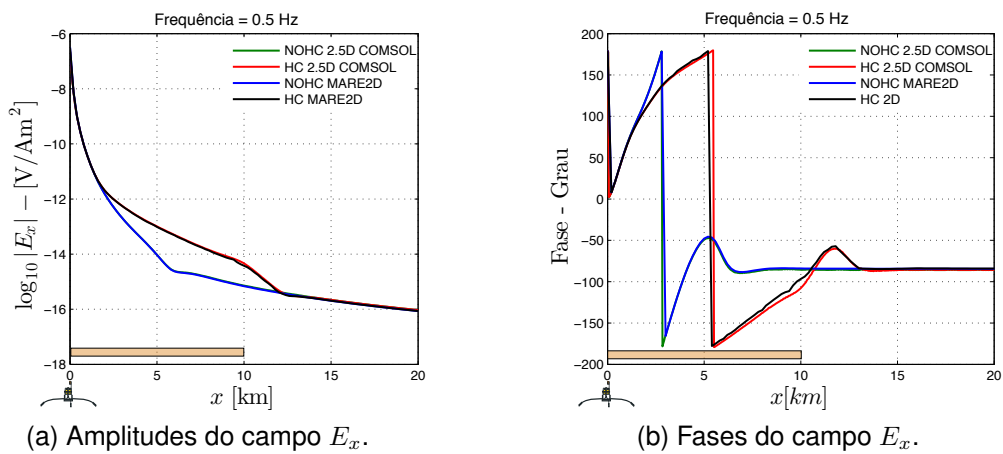
Figura 10 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 0.25$ Hz.



Fonte: Elaborada pela autora.

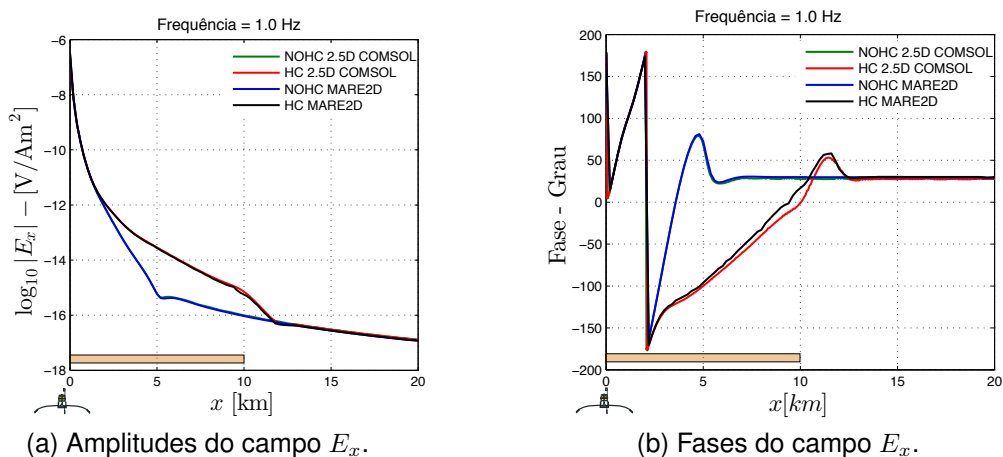
Todos os resultados são comparados com as respostas do código MARE2D (LI; KEY, 2007). As três figuras mostram que ambos os modelos com reservatório

Figura 11 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 0.5$ Hz.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 12 – Amplitudes e fases do campo E_x para o COMSOL e o MARE2D, com a frequência do transmissor de $f = 1.0$ Hz.



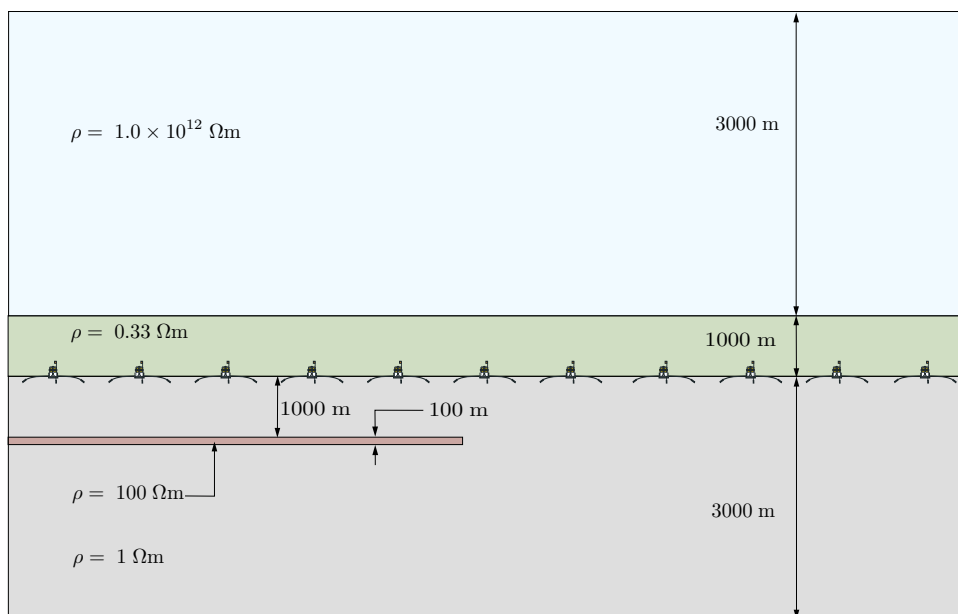
Fonte: Elaborada pela autora.

de hidrocarboneto (HC 2.5D COMSOL) e sem reservatório de hidrocarboneto (NOHC 2.5D COMSOL) são bastante semelhantes com as curvas obtidas a partir do código MARE2D. Isto valida numericamente a nossa abordagem.

O segundo modelo 2D é composto por cinco camadas baseado em (ABUBA-KAR et al., 2006). A camada de ar tem 3 km de espessura, a do mar e do sedimento têm 1 km, com resistividades de $10^{10} \Omega\text{m}$, $0,33 \Omega\text{m}$ e $1 \Omega\text{m}$, respectivamente. Neste modelo o reservatório tem 8 km de largura, 100 m de espessura e não está disposto simetricamente no centro do modelo e sim deslocado para a esquerda tocando uma das bordas estendendo-se de -4 km a 4 km, como ilustrado na Figura 13. A camada referente ao substrato tem $1 \Omega\text{m}$ com espessura de 2.9 km. Para a simulação deste

modelo utilizamos como fonte eletromagnética um dipolo elétrico horizontal (HED) a 50 m do assoalho oceânico e frequência de 0.635 Hz. Além de comparar as respostas do COMSOL Multiphysics® com as obtidas por [Abubakar et al. \(2006\)](#) comparamos também a resposta do modelo utilizando o código MARE2D.

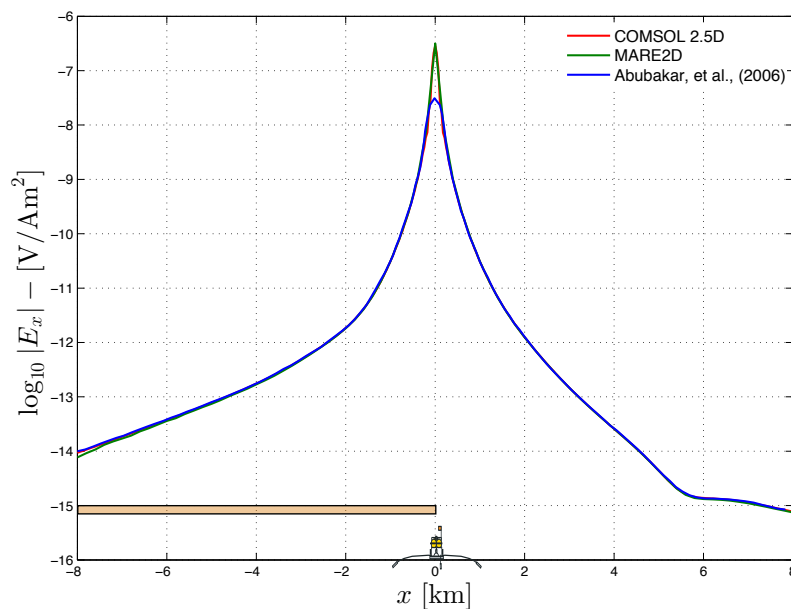
Figura 13 – Modelo 2D baseado em ([ABUBAKAR et al., 2006](#)).



Fonte: Elaborada pela autora.

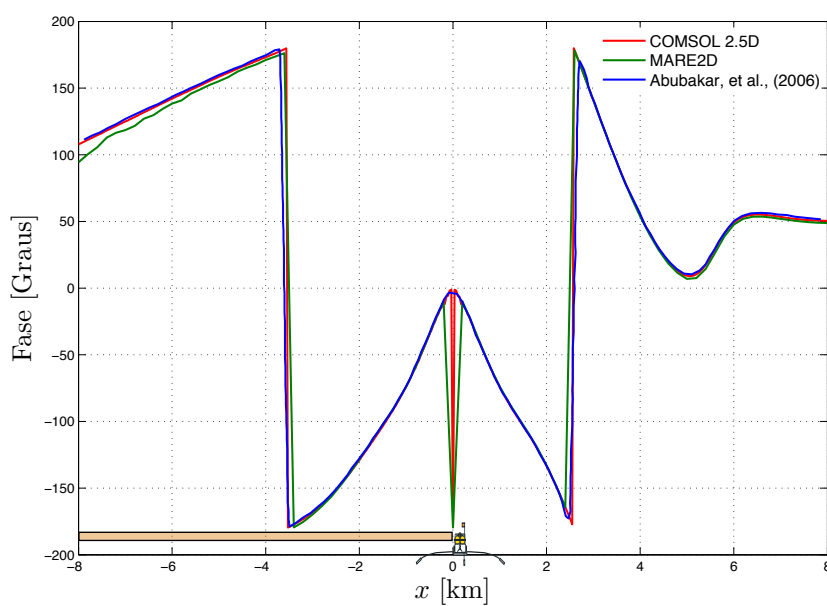
Como podemos observar nas Figuras 14 e 15, há uma ótima concordância entre as curvas das amplitudes e das fases do campo E_x obtidas pelo modelo realizado no COMSOL e no MARE2D, com uma pequena diferença no pico da curva da amplitude de ([ABUBAKAR et al., 2006](#)). Isso se deve ao fato de que os dois primeiros modelos foram desenvolvidos com base nos métodos dos elementos finitos e o terceiro com base nos métodos de diferenças finitas, essas técnicas lidam diferentemente com singularidades, no caso a posição do dipolo elétrico. Devemos enfatizar que para a simulação feita no COMSOL Multiphysics® as fronteiras são impostas de modo semelhante ao modelo, não extrapolando-as a fim de garantir as condições de Dirichlet como no caso da abordagem feita por campos secundários ([LI; KEY, 2007](#)), isto reduz o tamanho da malha e por conseguinte o tempo e memória computacional. Uma outra vantagem do uso do COMSOL Multiphysics® é como os campos eletromagnéticos são obtidos. Para o COMSOL Multiphysics® não há necessidade de derivadas numéricas a partir de potenciais EM e/ou outros campos EM, esse fato é uma consequência que o COMSOL Multiphysics® usa elementos finitos vetoriais na solução da equação governante (2.10). Assim, as três componentes E_x , E_y e E_z são calculadas diretamente.

Figura 14 – Amplitudes do campo E_x para o COMSOL, MARE2D e (ABUBAKAR et al., 2006), com a frequência do transmissor de $f = 0.635\text{Hz}$.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 15 – Fases do campo E_x para o COMSOL, MARE2D e (ABUBAKAR et al., 2006), com a frequência do transmissor de $f = 0.635\text{Hz}$.



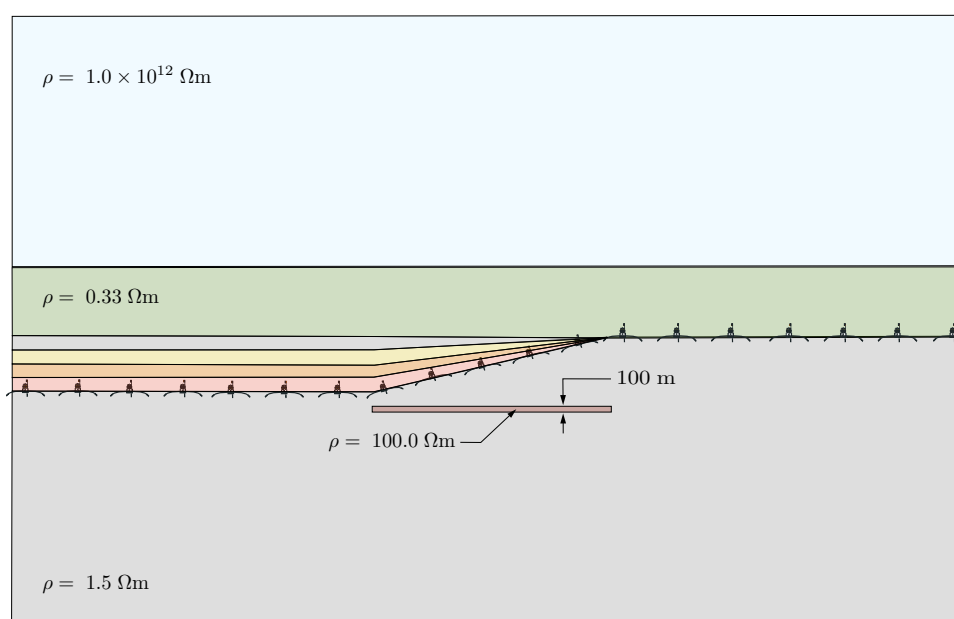
Fonte: Elaborada pela autora.

3.2 MODELOS COM BATIMETRIA

Como inicialmente os alvos de detecção de hidrocarbonetos eram grandes reservatórios e a resposta do mCSEM era dominante, não havia a necessidade de realizar estudos mais detalhados das áreas de prospecção, porém com o amadurecimento comercial da técnica, os alvos de pesquisa tornaram-se mais complexos, tornando as respostas dos alvos muito menor do que era esperado em relação ao início do uso da técnica. Nestes casos, o efeito da batimetria pode causar uma interpretação errônea da estrutura do fundo do mar, resultando em oportunidades perdidas ou poços mal alocados. Os efeitos da batimetria em dados de mCSEM são mais evidentes quanto maior a inclinação da mesma e para pontos afastados seus efeitos tornam-se imperceptível (LI; CONSTABLE, 2007). Dessa forma, após validarmos os modelos 2.5D obtidos no COMSOL Multiphysics® de inúmeras maneiras, realizamos alguns estudos a cerca dos efeitos da batimetria do fundo oceânico em levantamentos de mCSEM.

Afim de avaliar os efeitos da batimetria, consideramos que esta apresenta uma geometria similar a de um talude e analisamos a resposta do método mCSEM para várias inclinações da rampa e várias frequências, comparando com um modelo onde o assoalho oceânico é plano. O primeiro modelo com batimetria difere do modelo com assoalho plano a uma altura de 200 m, o segundo de 400 m, o terceiro de 600 m e o quarto a uma altura de 800 m. Em todos os modelos o talude estende-se de -5 km a 5 km. Para todos os diferentes níveis batimétricos, o reservatório é fixo estendendo-se de -5 km a 5 km com uma espessura de 100 m, como observamos na Figura 16.

Figura 16 – Modelo ilustrativo dos diferentes níveis batimétricos.



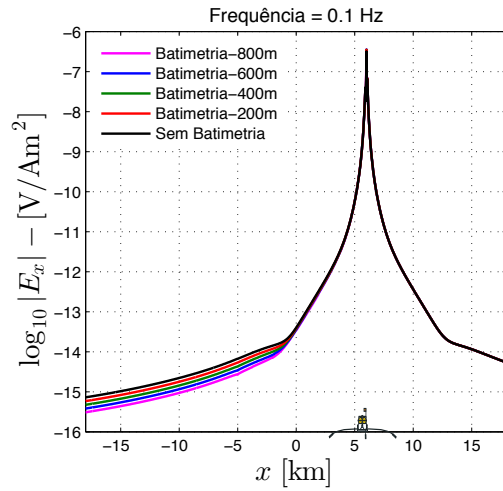
Fonte: Elaborada pela autora.

Os primeiros resultados dos efeitos da batimetria no sinal do método mCSEM estarão dispostos a seguir organizados em amplitudes e fases do campo *in-line* E_x para modelos sem e com reservatório e para todos os níveis batimétricos mencionados anteriormente com o transmissor fixo localizado a 50 m do fundo do mar no ponto (6, 0, 950) m. As frequências a serem analisadas serão de 0.1 Hz, 0.25 Hz, 0.5 Hz e 1.0 Hz.

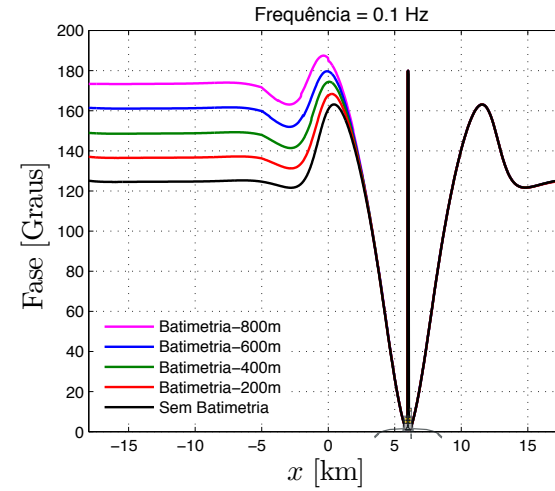
A primeira observação que podemos fazer acerca da comparação entre os modelos sem reservatório com o assoalho plano e com o talude é em relação a simetria dos sinais referente a posição da fonte, enquanto a resposta dos modelos sem batimetria são simétricas em relação a posição do dipolo, curva preta nas Figuras 17 a 18, as com batimetria são assimétricas, e quanto maior a diferença batimétrica, maior a assimetria se torna. Outro ponto importante agora em relação aos modelos com reservatório é que mesmo com os diferentes níveis batimétricos nota-se uma ótima delimitação do reservatório, e quanto maior a batimetria, maior a delimitação, pois a camada de sedimento diminui quando a batimetria aumenta tornando a influência do sinal do reservatório maior que a do sedimento, já em relação a assimetria dos sinais torna-se evidente quando não há mais influência deste. As duas primeiras análises podem ser observadas em relação a cada uma das frequências utilizadas, mas em níveis diferentes. Por exemplo, para as menores frequências, como a 0.1 Hz e a 0.25 Hz as curvas dos sinais com batimetria apresentam uma assimetria menor e um menor espaçamentos entre elas. Já para as maiores frequências, de 0.5 Hz e a 1.0 Hz a assimetria torna-se maior e os espaçamentos entre as curvas maiores. Isso se deve ao fato de que para menores frequências maior o comprimento de onda, e menor o nível de detalhes que a onda consegue "enxergar" durante a sua passagem entre as camadas e quanto maior a frequência menor será o comprimento de onda e maior o nível de detalhes. Por isso a influência da batimetria no sinal das respostas dos modelos sem reservatório é maior. O mesmo acontece nos modelos onde temos o reservatório, com o diferencial de que os reservatórios são melhor delimitados não só graças ao aumento da frequência, mas também devido a maior proximidade do reservatório da linha de medida, como já citado anteriormente.

De acordo com os modelos propostos podemos deduzir que teremos maior resolução das respostas dos modelos com batimetria quanto maior as frequências utilizadas e que apesar da batimetria o reservatório não será mascarado pelas irregularidades da topografia do assoalho oceânico o que no máximo poderia acontecer devido a uma modelagem de um lugar sem batimetria seria o mal alocamento do poço.

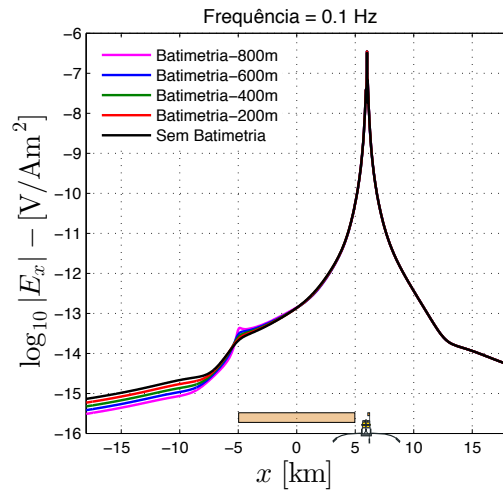
Figura 17 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.1 Hz.



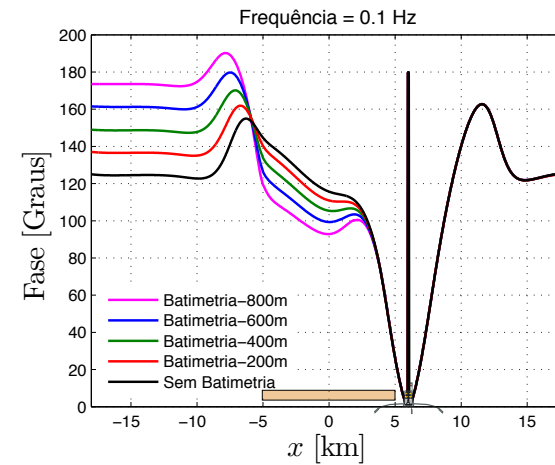
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



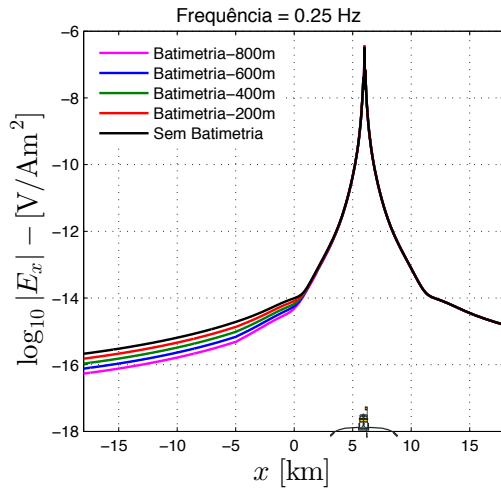
(c) Amplitude de E_x .



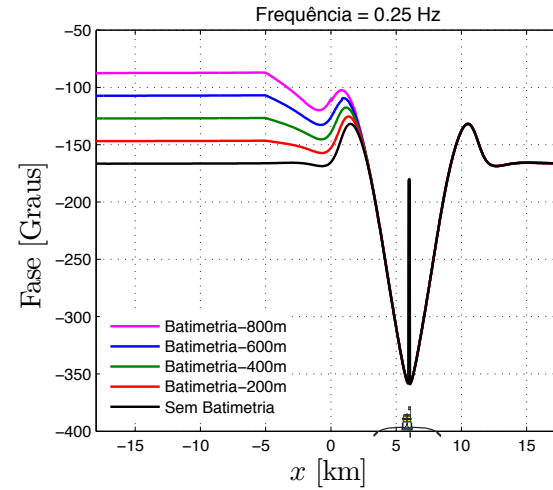
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

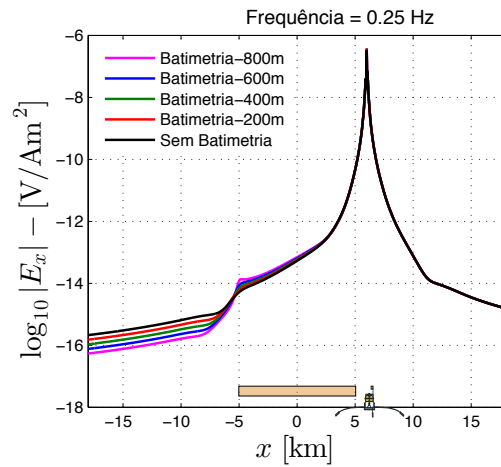
Figura 18 – Amplitudes e fases dos campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.25 Hz.



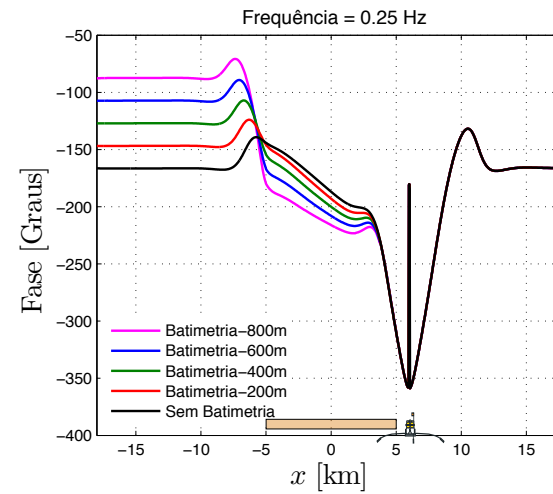
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



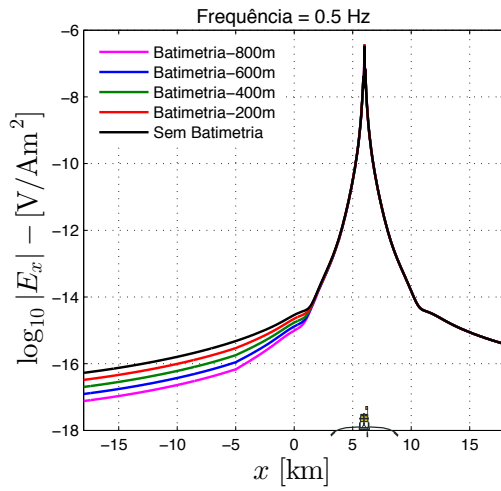
(c) Amplitude de E_x .



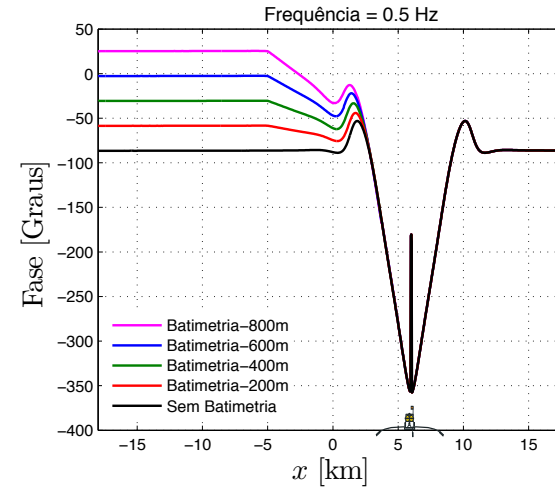
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

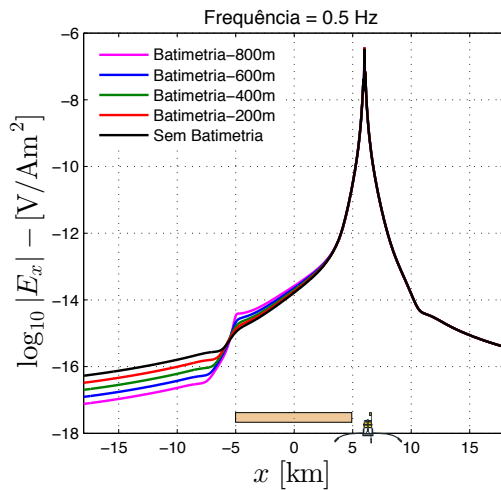
Figura 19 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.5 Hz.



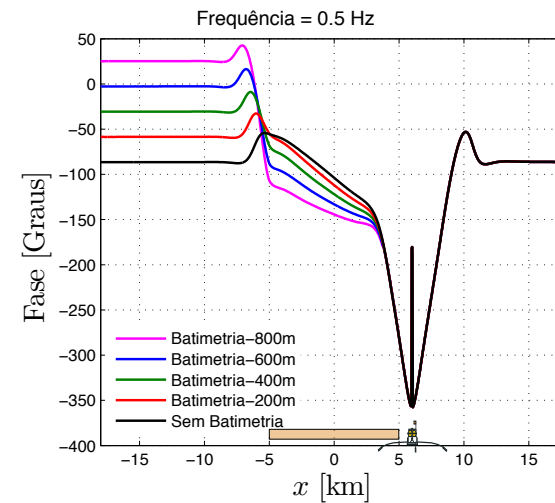
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



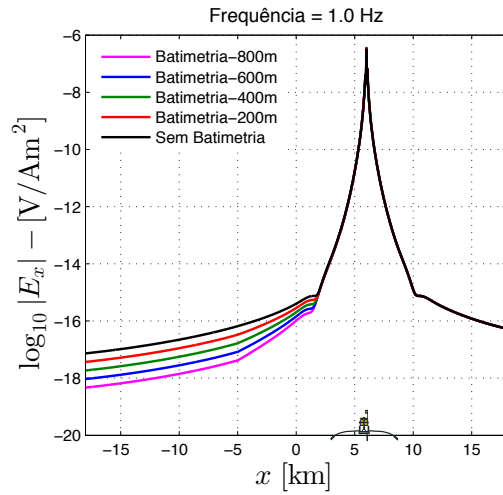
(c) Amplitude de E_x .



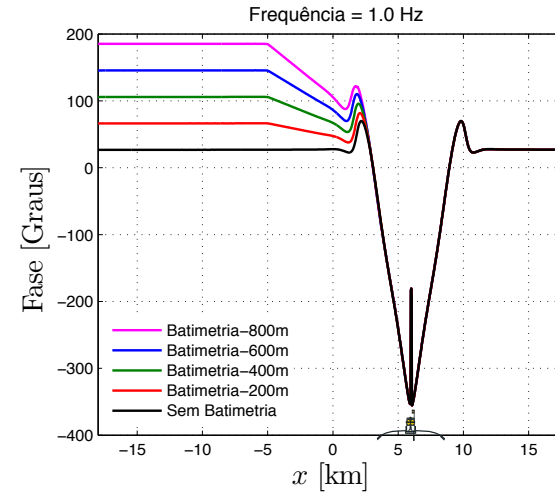
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

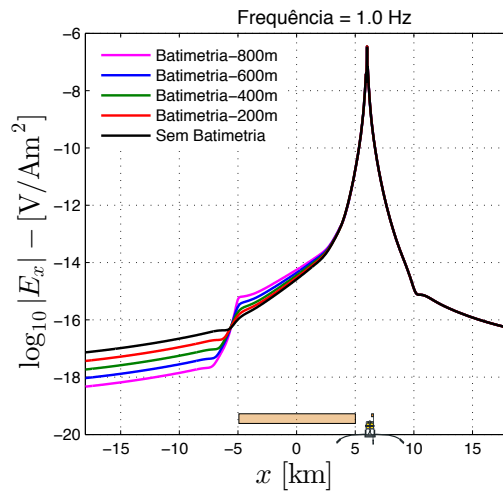
Figura 20 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 1.0 Hz.



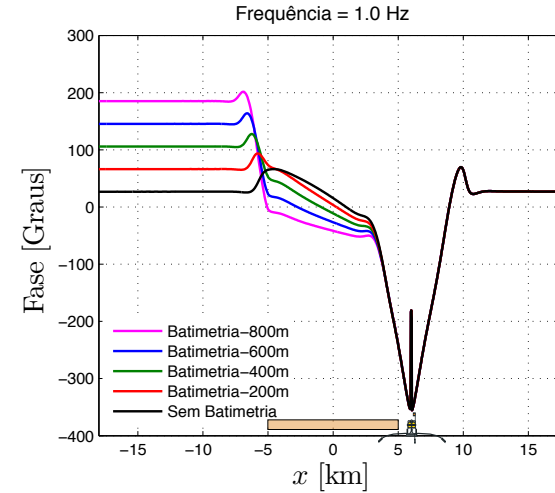
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



(c) Amplitude de E_x .



(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

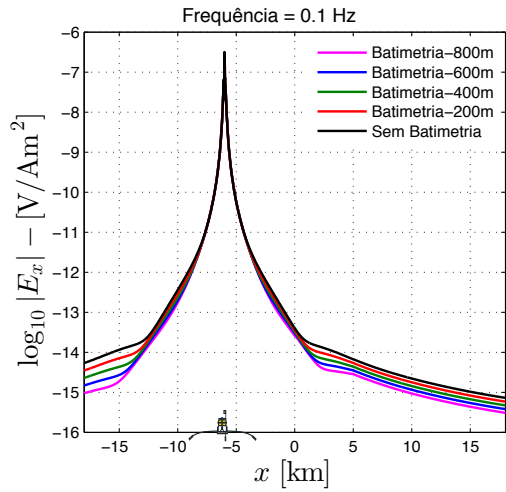
Os próximos resultados dos efeitos da batimetria no sinal do método mCSEM também estarão dispostos em amplitudes e fases do campo *in-line* E_x para modelos sem e com reservatório e para todos os níveis batimétricos, com o diferencial de que o transmissor não estará mais fixo em um só ponto, como anteriormente. Para esses modelos o dipolo encontra-se na base da rampa que representa o talude, para que o dipolo esteja sempre a 50 m do assoalho oceânico, sua posição em z irá variar conforme a batimetria. Por exemplo, para o caso em que o assoalho for plano, o ponto em que ele estará localizado será $(-6, 0, 950)$ m, já para o caso em que a altura do talude for de 200 m, tomando como referência o assoalho plano, ele estará localizado no ponto $(-6, 0, 1150)$ m, ou seja 200 m abaixo do primeiro nível batimétrico, e assim ocorre sucessivamente para as outras batimetrias: para a de 400 m o dipolo estará no ponto $(-6, 0, 1350)$ m, para a de 600 m estará no ponto $(-6, 0, 1550)$ m e para a de 800 m no ponto $(-6, 0, 1750)$ m.

Ao analisarmos esses modelos, chegamos as mesmas conclusões feitas anteriormente. A assimetria das respostas dos modelos com batimetria continuam visíveis, quanto maior a batimetria, maior a assimetria. A delimitação do reservatório continua bastante evidente apesar dos diferentes níveis batimétricos, com a pequena diferença de que nesses modelos onde o dipolo está localizado na base de cada talude, as respostas dos sinais aos modelos com reservatório começam a aparecer antes do que aos modelos anteriores, comparemos por exemplo as curvas em amplitudes no intervalo entre a fonte e o reservatório das Figuras 21c e 17c, observamos que nessa região a influência do reservatório é mais evidente nas curvas apresentadas na Figura 21c) o que é esperado, uma vez que nesse caso o dipolo se encontra mais próximo do reservatório.

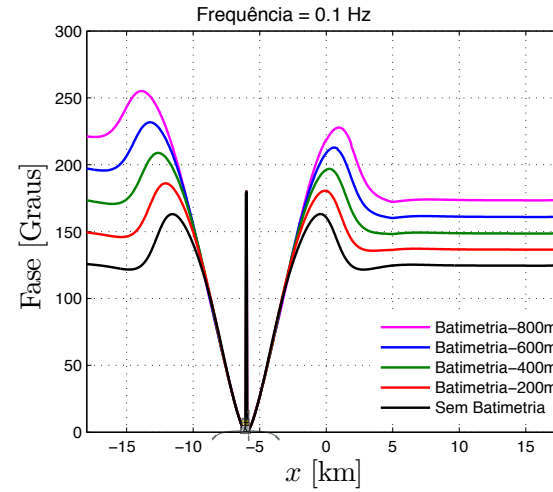
As análises em relação as diferentes frequências usadas em cada um dos modelos também é válida, para as menores frequências a assimetria do sinal é menor e os espaçamentos entre as curvas também, já para as maiores frequências a assimetria torna-se gradualmente maior e os espaçamentos entre as curvas também. O mesmo ocorre nos modelos com reservatório, com a diferença de que são melhor delimitados não graças apenas ao aumento da frequência que torna a resolução melhor, mas também devido a maior proximidade que a linha de medida se encontra do reservatório, fazendo com que a influência deste no sinal aumente.

De acordo com esses novos modelos propostos, observamos que teremos maior influência do reservatório nas respostas quanto maior for a frequências utilizada e quanto mais próximo da fonte ele estiver. Também, vemos que a influência do reservatório não será mascarado pelas irregularidades da topografia do assoalho oceânico.

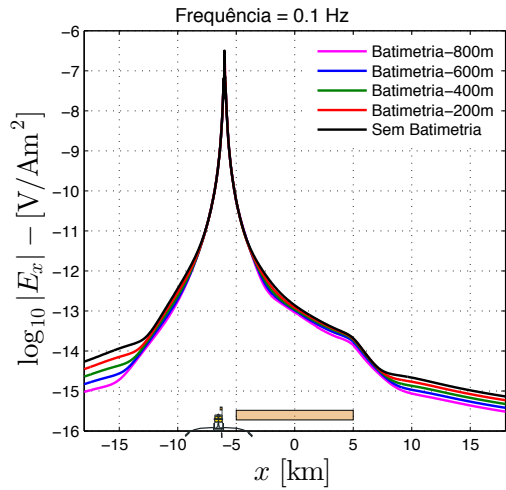
Figura 21 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.1 Hz.



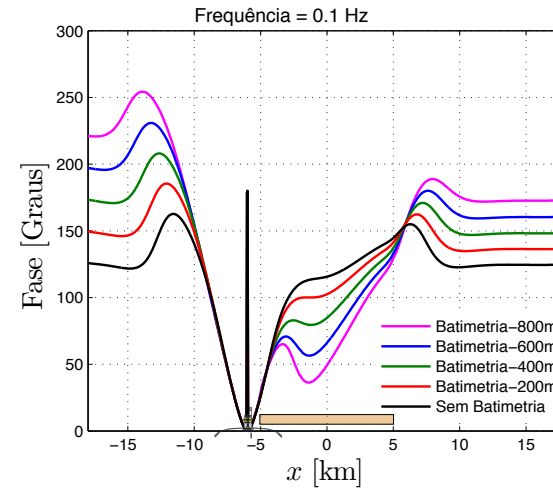
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



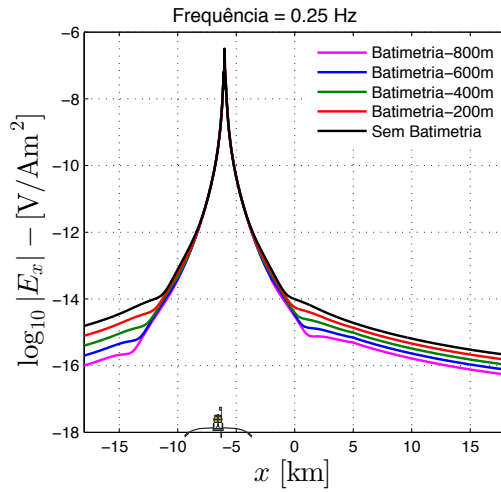
(c) Amplitude de E_x .



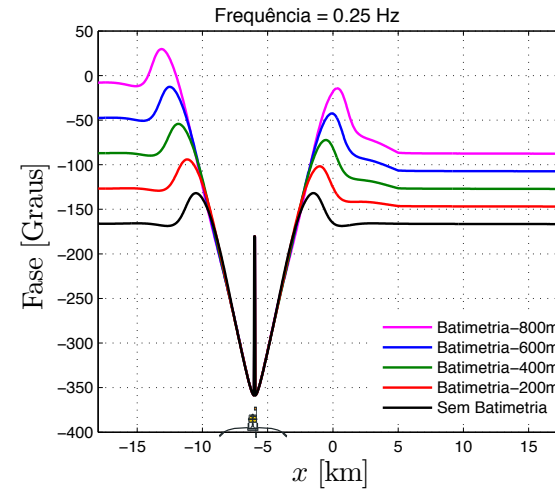
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

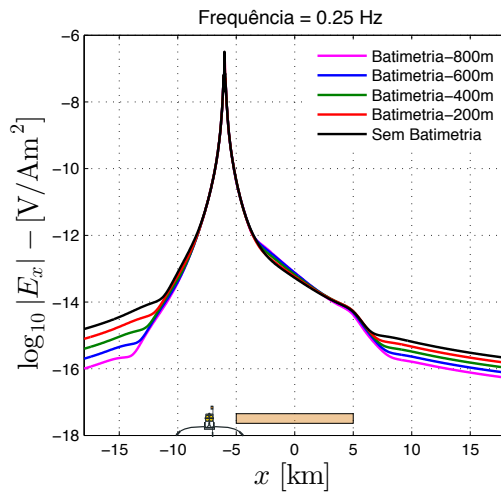
Figura 22 – Amplitudes e fases dos campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.25 Hz.



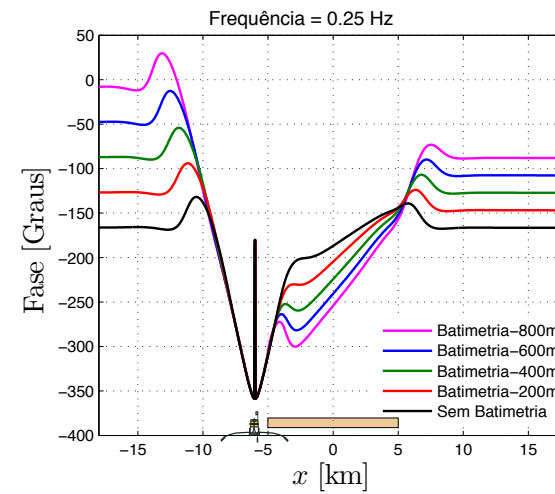
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



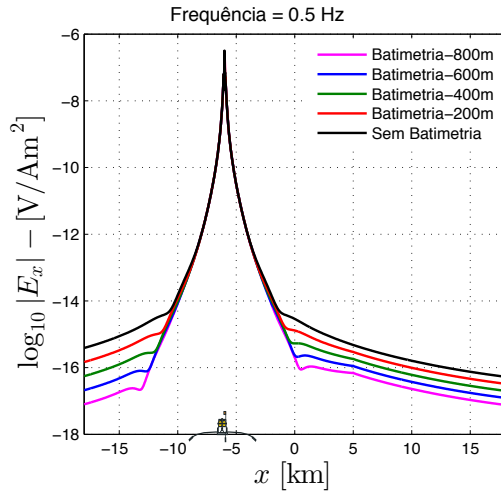
(c) Amplitude de E_x .



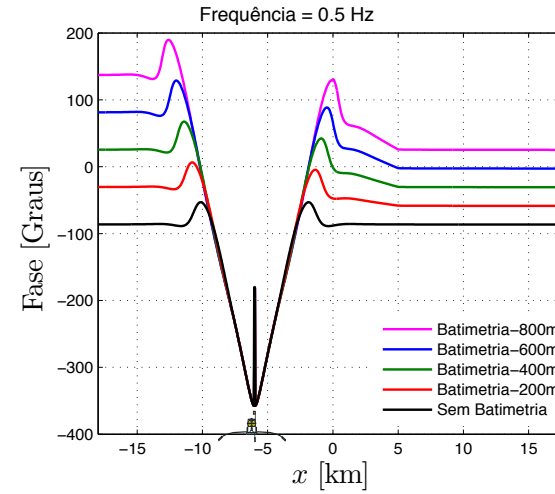
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

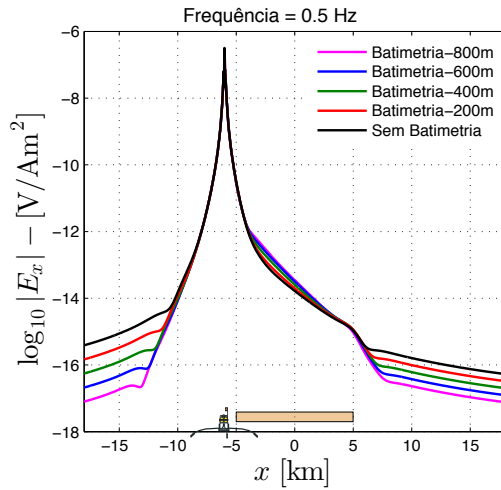
Figura 23 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, na frequência de 0.5 Hz.



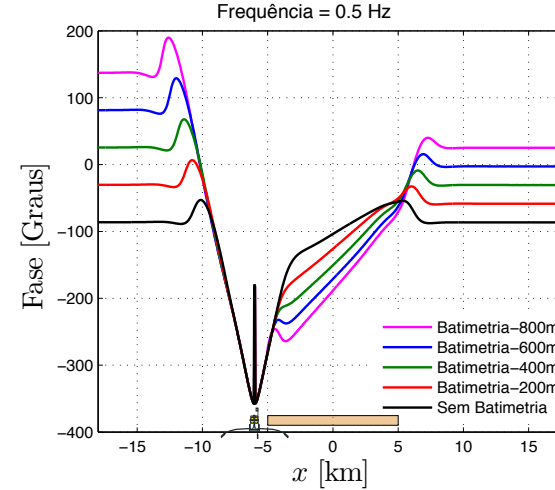
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



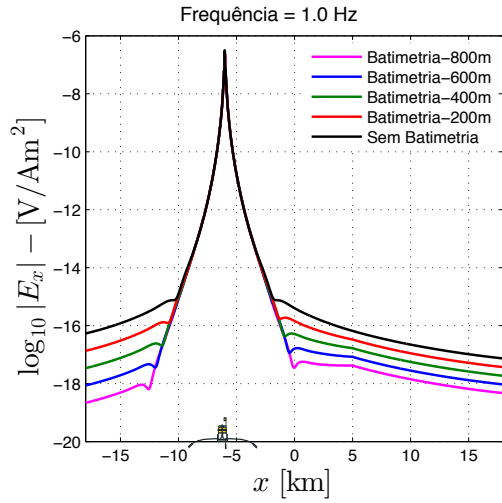
(c) Amplitude de E_x .



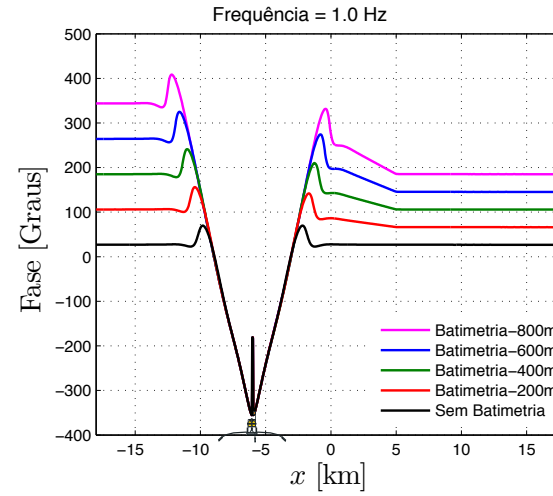
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

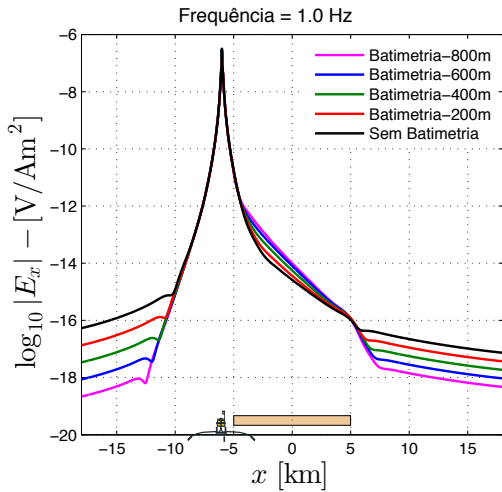
Figura 24 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes batimetrias, para frequência de 1.0 Hz.



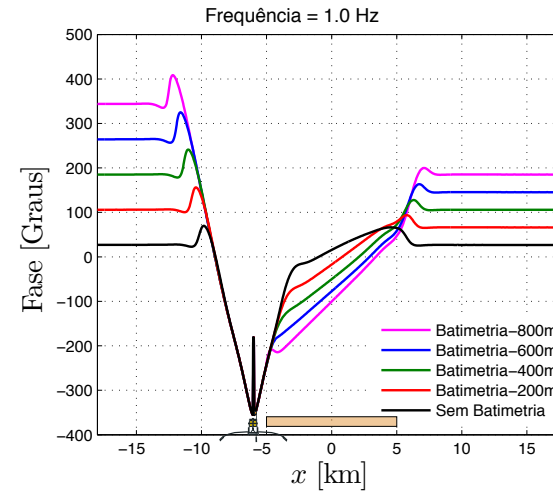
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



(c) Amplitude de E_x .



(d) Fase de E_x .

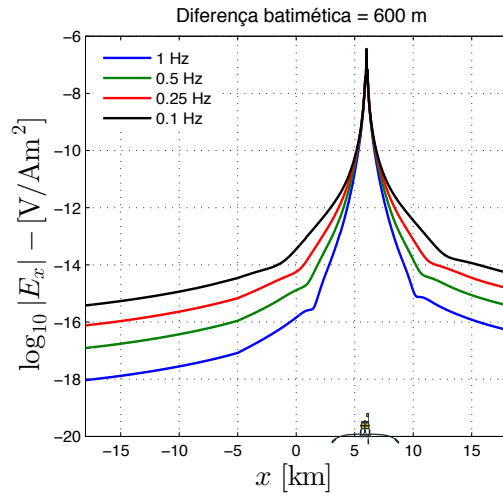
Fonte: Elaborada pela autora.

Para uma melhor visualização do efeito que a variação da frequência causa nos dados dos modelos com batimetria, fixamos o desnível batimétrico em 600 m, o reservatório se estende de -5 km até 5 km com espessura de 100 m. Neste experimento, plotamos os campos em amplitude e fase de E_x para diferentes frequências. Os resultados estão dispostos a seguir da seguinte maneira: curvas em amplitude e fase do campo *in-line* E_x para modelos sem e com reservatório para as frequências de 0.1 Hz, 0.25 Hz, 0.5 Hz e 1.0 Hz. A Figura 25, mostra o resultado dessas frequências para o dipolo elétrico localizado no ponto $(+6, 0, 950)$ m ou seja no nível superior da batimetria, já na Figura 26 vemos as curvas para o mesmo modelo, mas o dipolo elétrico horizontal está localizado no nível inferior da batimetria no ponto $(-6, 0, 1550)$ m.

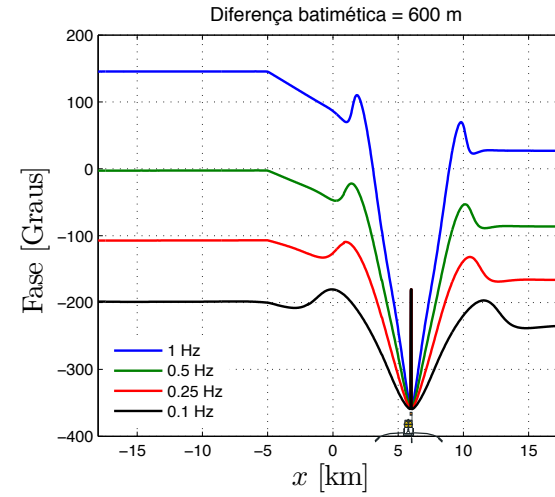
De um modo geral a forma assimétrica das curvas em amplitude e fase estão presentes em todos os gráficos das Figuras 25 e 26, uma vez que o assoalho oceânico não é plano. Porém, observamos a influência da batimetria nas curvas em amplitude e fase, vemos que quando a fonte está no nível batimétrico superior, $(+6, 0, 950)$ m, as curvas em amplitudes na região inferior da batimetria sempre apresentam valores absolutos menores do que as curvas na região da batimetria superior, independentemente da frequência, Figuras 25a e 25c. Para esta mesma configuração da fonte, as curvas de fases para o modelo sem reservatório, 25b apresentam valores mais positivos na região da batimetria superior do que inferior e esta diferença é mais acentuada tanto quanto for maior a frequência de operação. Porém a presença do reservatório, Figura 25d, provoca uma distorção nessas curvas evidenciando sua presença através de um atraso na fase na região em que se encontra o reservatório.

A configuração final apresenta a fonte elétrica dipolar na base da batimetria no $(-6, 0, 950)$ m. Observamos que apesar da batimetria as curvas tanto em amplitude (Figura 26a,) quanto em fase (Figura 26b) apresentam assimetrias menores do que no experimento anterior e menos perceptíveis em baixas frequências. A presença do reservatório distorce fortemente o campo elétrico na região da extensão do corpo resistivo, como ilustra a Figura 26c. As curvas de fases, ilustradas na Figura 26b sofrem atrasos na presença do reservatório.

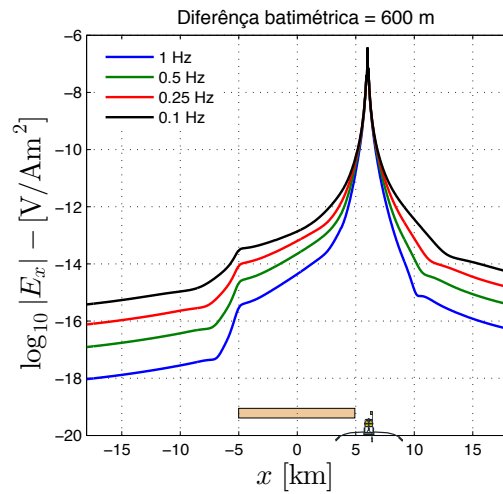
Figura 25 – Amplitudes e fases do campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes frequências, na batimetria de 600 m.



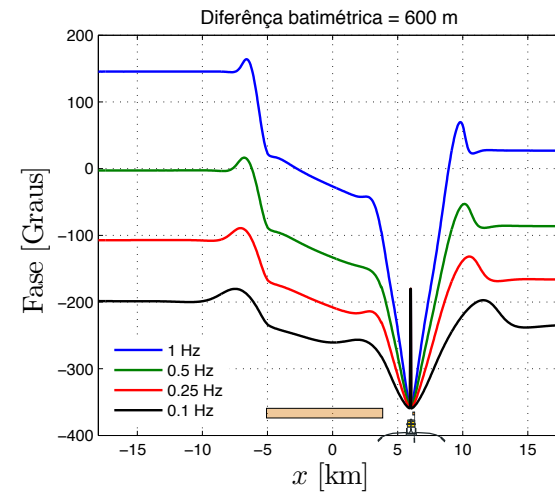
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



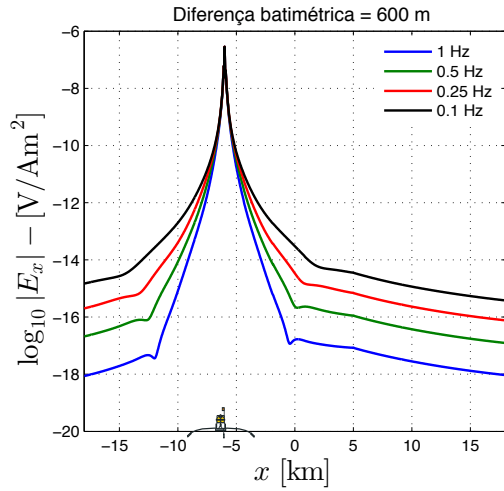
(c) Amplitude de E_x .



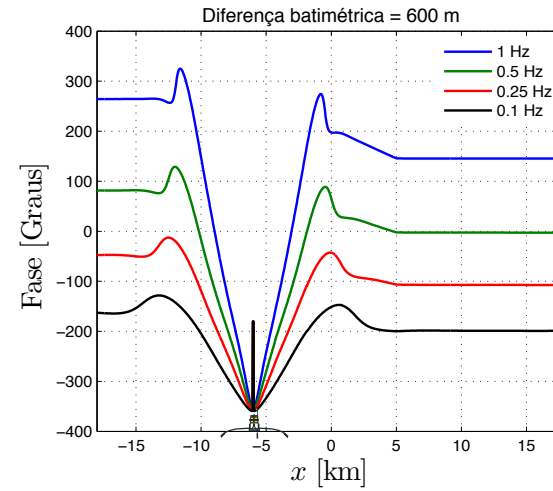
(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

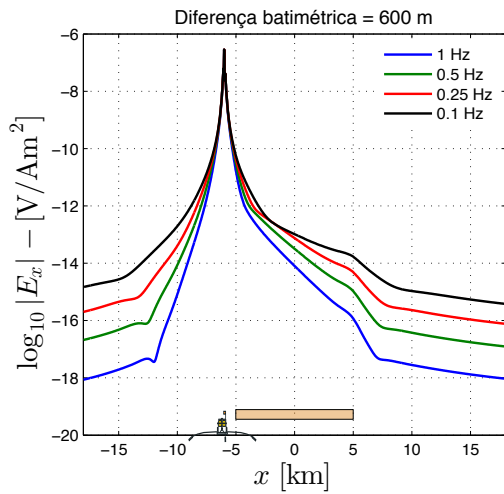
Figura 26 – Amplitudes e fases dos campos elétricos E_x sem e com reservatório para diferentes frequências, para batimetria de 600 m.



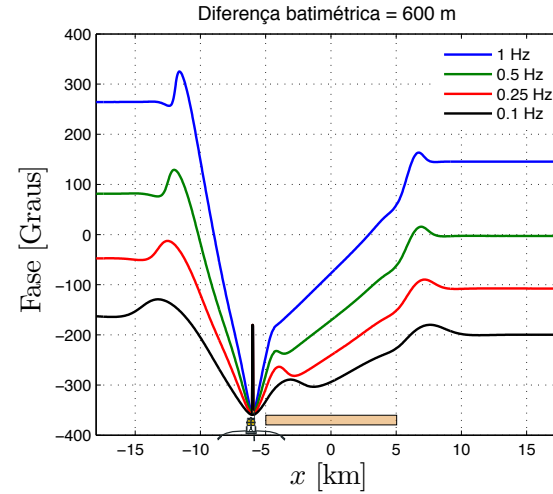
(a) Amplitude de E_x .



(b) Fase de E_x .



(c) Amplitude de E_x .



(d) Fase de E_x .

Fonte: Elaborada pela autora.

4 CONCLUSÃO

A metodologia empregada neste trabalho para implementar modelos 2.5D utiliza o software COMSOL Multiphysics® para simular a propagação do campo eletromagnético relacionado ao método mCSEM.

Para validar os modelos feitos neste trabalho comparamos modelos aproximados a 1D construídos no COMSOL Multiphysics® com a solução analítica unidimensional (CHAVE; COX, 1982); modelos 2D utilizando diferentes técnicas numéricas como o código MARE2D baseado em (LI; KEY, 2007) que utiliza o método de elementos finitos e (ABUBAKAR et al., 2006) que por sua vez utiliza o método de diferenças finitas. E todas as comparações mostraram-se satisfatórias com ótimas concordâncias entre as curvas dos modelos em questão.

Após termos validado a implementação do método mCSEM no COMSOL Multiphysics®, fizemos alguns estudos a cerca da influência que a batimetria gera nos sinais de mCSEM. Os modelos com batimetria propostos neste trabalho foram com o assoalho oceânico simulando um talude. Pudemos concluir então, que a batimetria igual a de um talude gera uma assimetria no sinal em relação a posição do dipolo quando comparado com o assoalho plano (*flat*), e quando a fonte estiver na parte inferior do relevo observamos que quanto menor a frequência, menor a influência da batimetria nas respostas da amplitude e fase do campo *in-line* E_x . Mostramos por sua vez que quando a fonte está posicionada na parte superior do talude vemos uma forte assimetria nas curvas em amplitude e fase da componente *in-line* independente da frequência.

Outra informação muito importante que tiramos destes modelos com batimetria é que a presença de um assoalho parecido com a de um talude não mascara a presença de um reservatório, pelo contrário, sua delimitação continua muito boa quando comparada a de um assoalho plano e por certas vezes melhor, pois quanto maior a altura do talude, mais próximo da linha de medida o reservatório se encontra, portanto maior a sua influência no sinal. Portanto, os modelos propostos neste trabalho mostraram que o uso do software COMSOL Multiphysics® representa uma ferramenta adequada na construção de estruturas geo-elétricas 2.5D com geometrias complexas, inclusive com batimetrias irregulares. O COMSOL Multiphysics® apresenta respostas de grande precisão com menor custo computacional, fornecendo estudos rápidos de estudos de viabilidade, inversões rápidas, além de apresentar interfaces amigáveis e solucionadores otimizados na solução de sistemas lineares.

REFERÊNCIAS

- ABUBAKAR, A. et al. Two-and-half-dimensional forward and inverse modeling for marine csem problems. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2006*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2006. p. 750–754.
- ARIF, A.; ASIRVADAM, V. S.; KARSITI, M. N. Forward modeling of seabed logging with controlled source electromagnetic method using multilayer perceptron. In: *2010 IEEE Asia-Pacific Conference on Applied Electromagnetics (APACE)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–5.
- BROOKS, M.; KEAREY, P.; HILL, I. *Geofísica de Exploração*. [S.l.]: OFICINA DE TEXTOS, 2009.
- BUONORA, M. P. P. et al. mcsem data interpretation for hydrocarbon exploration: A fast interpretation workflow for drilling decision. *Interpretation*, v. 2, n. 3, p. SH1–SH11, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/INT-2013-0154.1>>. Acesso em: 24 fev 2017.
- BUTLER, S.; SINHA, G. Forward modeling of applied geophysics methods using comsol and comparison with analytical and laboratory analog models. *Computers & Geosciences*, v. 42, p. 168 – 176, 2012. ISSN 0098-3004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098300411002901>>. Acesso em: 24 fev 2017.
- BUTLER, S.; ZHANG, Z. Forward modeling of geophysical electromagnetic methods using comsol. *Computers & Geosciences*, v. 87, p. 1 – 10, 2016. ISSN 0098-3004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098300415300819>>. Acesso em: 24 fev 2017.
- CHAVE, A. D.; COX, C. S. Controlled electromagnetic sources for measuring electrical conductivity beneath the oceans: 1. forward problem and model study. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 87, n. B7, p. 5327–5338, 1982. ISSN 2156-2202. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/JB087iB07p05327>>. Acesso em: 24 fev 2017.
- CHEN, G. et al. 2.5 d marine csem inversion using nonlinear conjugate gradients algorithm. *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, v. 21, 2016. Disponível em: <<http://www.ejge.com/2016/Ppr2016.0040ma.pdf>>. Acesso em: 24 fev 2017.
- CONSTABLE, L. J. S. S. 2d marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 1 — an adaptive finite-element algorithm. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 72, n. 2, p. WA51–WA62, 2007. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/72/2/WA51>>.
- CONSTABLE, S.; SRNKA, L. J. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 72, n. 2, p. WA3–WA12, 2007.

CONSTABLE, S.; WEISS, C. J. Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine em methods: Insights from 1d modeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 71, n. 2, p. G43–G51, 2006.

EIDSMO., T. et al. Sea bed logging (sbl), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. *First Break*, v. 20, p. 144–152, 2002.

GUPTASARMA, D.; SINGH, B. New digital linear filters for hankel j0 and j1 transforms. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Science Ltd, v. 45, n. 5, p. 745–762, 1997. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-2478.1997.500292.x>>. Acesso em: 24 fev 2017.

KEY, K. 1d inversion of multicomponent, multifrequency marine csem data: Methodology and synthetic studies for resolving thin resistive layers. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 74, n. 2, p. F9–F20, 2009.

KEY, K. Is the fast hankel transform faster than quadrature? *GEOPHYSICS*, v. 77, n. 3, p. F21–F30, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/geo2011-0237.1>>. Acesso em: 24 fev 2017.

KONG, F. Hankel transform filters for dipole antenna radiation in a conductive medium. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 55, n. 1, p. 83 – 89, 2007. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.2006.00585.x>>. Acesso em: 24 fev 2017.

LEITE, M. de. F. L.; TOCANTINS, V. C. Modelagem tridimensional do método mcsem usando comsol multiphysics. In: _____. *14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 3-6 August 2015*. [s.n.], 2015. p. 197–199. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/sbgf2015-039>>. Acesso em: 24 fev 2017.

LI, Q. et al. Comsol multiphysics: A novel approach to ground water modeling. *Ground Water*, Blackwell Publishing Ltd, v. 47, n. 4, p. 480 – 487, 2009. ISSN 1745-6584. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6584.2009.00584.x>>. Acesso em: 24 fev 2017.

LI, Y.; CONSTABLE, S. 2d marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 2—the effect of bathymetry. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 72, n. 2, p. WA63–WA71, 2007.

LI, Y.; KEY, K. 2D marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 1 — an adaptive finite-element algorithm. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 72, n. 2, p. WA51–WA62, 2007. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/72/2/WA51>>. Acesso em: 24 fev 2017.

LUZ, E. C. Analysis of 1D, 2D, and 3D marine csem in comsol multiphysics software. In: *Proceedings of the 2014 COMSOL Conference in Curitiba*. [s.n.], 2014. Disponível em: <<https://br.comsol.com/paper/analysis-of-1d-2d-and-3d-marine-csem-in-comsol-multiphysics-software-19795>>. Acesso em: 24 fev 2017.

PETHO, G.; FICSÓR, L. Some applications of frequency domain 2.5-dem numerical modelling using hed sources. *Oil and Gas Business*, 2016. Disponível em: <<http://ogbus.ru/eng/authors/Petho/someapplic.pdf>>. Acesso em: 24 fev 2017.

RIJO, L. 2.5 – d finite element algorithm for mcsem modeling. In: _____. *9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Salvador, Bahia, Brazil, 11-14 September 2005*. [s.n.], 2005. p. 863–868. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/sbgf2005-173>>. Acesso em: 24 fev 2017.

SICKLE, K. V.; VALUSEK, J. E. AVO analysis of 3-d seismic data identifies untested reservoirs in old gas field. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 9, n. 7, p. 18–22, 1990.

SILVA, H. F. da. *Modelagem Numérica de Dados MCSEM 2.5-D*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Pará - CPGF, Belém-PA, 2012. Disponível em: <<http://www.cpgf.ufpa.br>>. Acesso em: 24 fev 2017.

SOUZA, V. C. T. de. *Modelagem Numérica de Dados MCSEM 3D Usando Computação Paralela*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Pará - CPGF, Belém-PA, 2007. Disponível em: <<http://www.cpgf.ufpa.br>>. Acesso em: 24 fev 2017.

STOYER, C. H.; GREENFIELD, R. J. Numerical solutions of the response of a two-dimensional earth to an oscillating magnetic dipole source. *GEOPHYSICS*, v. 41, n. 3, p. 519–530, 1976. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1440630>>. Acesso em: 24 fev 2017.

TABAROVSKY, L. et al. 2.5-d modeling in electromagnetic methods of geophysics. *Journal of Applied Geophysics*, Elsevier, v. 35, n. 4, p. 261–284, 1996.

TOMPKINS, M. J.; SRNKA, L. J. Marine controlled-source electromagnetic methods — introduction. *GEOPHYSICS*, v. 72, n. 2, p. WA1–WA2, 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.2557289>>. Acesso em: 24 fev 2017.

ZHDANOV, M. S. *Geophysical Electromagnetic Theory and Methods*. [S.l.]: Elsevier, 2009.

Apêndices

APÊNDICE A – Equação fornecida pelo módulo RF

Para poder chegarmos a equação geral que o módulo RF do COMSOL disponibiliza partimos da equação (2.7) fazendo algumas manipulações algébricas.

Sabendo que:

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}. \quad (\text{A.1})$$

Dividimos e multiplicamos a segunda parcela da equação (2.7) pela velocidade da luz no vácuo ao quadrado:

$$\nabla \times \mu^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{c^2}{c^2} \omega^2 \left(\varepsilon - \frac{i\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J}_{ext}, \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \times \mu^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} \left(c^2 \varepsilon - \frac{c^2 i\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J}_{ext}, \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \times \mu^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} \left(\frac{\varepsilon}{\mu_0 \varepsilon_0} - \frac{i\sigma}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J}_{ext}. \quad (\text{A.4})$$

Onde $\frac{\omega}{c}$ é o número de onda K_0 e $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ é ε_r .

$$\nabla \mu^{-1} \times (\nabla \times \mathbf{E}) - K_0^2 \left(\frac{\varepsilon_r}{\mu_0} - \frac{i\sigma}{\mu_0 \varepsilon_0 \omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J}_{ext}. \quad (\text{A.5})$$

Multiplicando toda a equação (A.5) por μ_0 e sabendo que $\frac{\mu}{\mu_0}$ é μ_r , finalmente chegamos a equação que o COMSOL Multiphysics resolve por elementos finitos vetorial:

$$\nabla \times \mu_r^{-1}(\nabla \times \mathbf{E}) - K_0^2 \left(\varepsilon_r - \frac{\sigma i}{\varepsilon_0 \omega} \right) \mathbf{E} = -i\omega \mu_0 \mathbf{J}_{ext}. \quad (\text{A.6})$$

APÊNDICE B – Abcissas e pesos para os filtros cosseno e seno de 81 pontos

Tabela 1 – Abcissas para os filtros cosseno e seno de 81 pontos.

| | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 3.354626279025119D-04 | 4.097349789797864D-04 | 5.004514334406104D-04 |
| 6.112527611295723D-04 | 7.465858083766792D-04 | 9.118819655545162D-04 |
| 1.113775147844802D-03 | 1.360368037547893D-03 | 1.661557273173934D-03 |
| 2.029430636295734D-03 | 2.478752176666358D-03 | 3.027554745375813D-03 |
| 3.697863716482929D-03 | 4.516580942612666D-03 | 5.516564420760772D-03 |
| 6.737946999085467D-03 | 8.229747049020023D-03 | 1.005183574463358D-02 |
| 1.227733990306844D-02 | 1.499557682047770D-02 | 1.831563888873418D-02 |
| 2.237077185616559D-02 | 2.732372244729256D-02 | 3.337326996032607D-02 |
| 4.076220397836620D-02 | 4.978706836786394D-02 | 6.081006262521795D-02 |
| 7.427357821433388D-02 | 9.071795328941247D-02 | 1.108031583623339D-01 |
| 1.353352832366127D-01 | 1.652988882215865D-01 | 2.018965179946554D-01 |
| 2.465969639416064D-01 | 3.011942119122020D-01 | 3.678794411714423D-01 |
| 4.493289641172216D-01 | 5.488116360940264D-01 | 6.703200460356393D-01 |
| 8.187307530779818D-01 | 1.000000000000000D+00 | 1.221402758160170D+00 |
| 1.491824697641270D+00 | 1.822118800390509D+00 | 2.225540928492468D+00 |
| 2.718281828459046D+00 | 3.320116922736548D+00 | 4.055199966844675D+00 |
| 4.953032424395115D+00 | 6.049647464412947D+00 | 7.389056098930650D+00 |
| 9.025013499434122D+00 | 1.102317638064160D+01 | 1.346373803500169D+01 |
| 1.644464677109706D+01 | 2.008553692318767D+01 | 2.453253019710935D+01 |
| 2.996410004739703D+01 | 3.659823444367799D+01 | 4.470118449330084D+01 |
| 5.459815003314424D+01 | 6.668633104092515D+01 | 8.145086866496814D+01 |
| 9.948431564193386D+01 | 1.215104175187350D+02 | 1.484131591025766D+02 |
| 1.812722418751512D+02 | 2.214064162041872D+02 | 2.704264074261528D+02 |
| 3.302995599096489D+02 | 4.034287934927351D+02 | 4.927490410932563D+02 |
| 6.018450378720822D+02 | 7.350951892419732D+02 | 8.978472916504184D+02 |
| 1.096633158428459D+03 | 1.339430764394418D+03 | 1.635984429995927D+03 |
| 1.998195895104119D+03 | 2.440601977624501D+03 | 2.980957987041728D+03 |

Fonte: (LI; KEY, 2007)

Tabela 2 – Pesos para o filtro cosseno de 81 pontos.

| | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1.746412733678043D-02 | -7.658725022064888D-02 | 1.761673907472465D-01 |
| -2.840940679113589D-01 | 3.680388960144733D-01 | -4.115498161707958D-01 |
| 4.181209762362728D-01 | -3.967204599348831D-01 | 3.608829691008270D-01 |
| -3.171870084102961D-01 | 2.744932842186247D-01 | -2.324673650676961D-01 |
| 1.971144816936984D-01 | -1.634915360178986D-01 | 1.381406405905393D-01 |
| -1.125728533897677D-01 | 9.619580319372194D-02 | -7.640431432353632D-02 |
| 6.748891657821673D-02 | -5.097864570224415D-02 | 4.853609305288441D-02 |
| -3.293272689265632D-02 | 3.677175984620380D-02 | -1.969323595300588D-02 |
| 3.053726798991684D-02 | -9.301135480582538D-03 | 2.895215492109734D-02 |
| -1.875526095801418D-04 | 3.181452657662026D-02 | 9.025726238227111D-03 |
| 3.955376604096631D-02 | 1.966766645672513D-02 | 5.318782805621459D-02 |
| 3.300575875620110D-02 | 7.409212944640006D-02 | 4.972863917303501D-02 |
| 1.029344264288086D-01 | 6.776855697600163D-02 | 1.357865756912759D-01 |
| 7.511614666518443D-02 | 1.522218287240260D-01 | 3.034571997381229D-02 |
| 8.802563675323094D-02 | -1.689255322598353D-01 | -1.756581788680092D-01 |
| -6.123863775740898D-01 | -5.098359641153184D-01 | -6.736869803920745D-01 |
| 4.599561125225532D-01 | 8.907010262082216D-01 | 1.039153770711999D+00 |
| -2.178135931072732D+00 | 8.040971159674268D-01 | 5.659848584656202D-01 |
| -9.349050336534268D-01 | 8.006099486213468D-01 | -5.944960111930493D-01 |
| 4.369614304892440D-01 | -3.292566347310282D-01 | 2.547426420681868D-01 |
| -2.010899026277397D-01 | 1.609467208423519D-01 | -1.299975550484158D-01 |
| 1.056082501090365D-01 | -8.608337452556068D-02 | 7.027252107999236D-02 |
| -5.735742622053085D-02 | 4.673270108060494D-02 | -3.793635725863799D-02 |
| 3.060786160620013D-02 | -2.446220554726340D-02 | 1.927399223200865D-02 |
| -1.486843016804444D-02 | 1.111747692371507D-02 | -7.939442960305236D-03 |
| 5.298852472637883D-03 | -3.200104589830043D-03 | 1.665382777953919D-03 |
| -6.913074254614758D-04 | 1.999065225130592D-04 | -2.955159288961187D-05 |

Fonte: (LI; KEY, 2007)

Tabela 3 – Pesos para o filtro seno de 81 pontos.

| | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 7.478326513505658D-07 | -2.572850425065560D-06 | 5.225955618519281D-06 |
| -7.352539610140040D-06 | 8.768819961093828D-06 | -8.560004370841340D-06 |
| 8.101932279460349D-06 | -5.983552716117552D-06 | 5.036792825138655D-06 |
| -1.584355068233649D-06 | 1.426050228179462D-06 | 3.972863429067356D-06 |
| -1.903788077376088D-06 | 1.144652944379527D-05 | -4.327773998196030D-06 |
| 2.297298998355334D-05 | -4.391227697686659D-06 | 4.291202395830839D-05 |
| 1.760279032167125D-06 | 8.017887907026914D-05 | 2.364651853689879D-05 |
| 1.535031685829202D-04 | 8.375427119939347D-05 | 3.030115685600468D-04 |
| 2.339455351760637D-04 | 6.157392107422657D-04 | 5.921808556382737D-04 |
| 1.281873037121434D-03 | 1.424276189020714D-03 | 2.718506171172064D-03 |
| 3.324504626808429D-03 | 5.839859904586436D-03 | 7.608663600764702D-03 |
| 1.263571470998938D-02 | 1.714199295539484D-02 | 2.735013970005427D-02 |
| 3.794840483226463D-02 | 5.858519896601026D-02 | 8.166914231915734D-02 |
| 1.215508018998907D-01 | 1.658946642767184D-01 | 2.324389477118542D-01 |
| 2.938956625118840D-01 | 3.572525844816433D-01 | 3.479235360502319D-01 |
| 2.294314115090992D-01 | -1.250412450354792D-01 | -6.340986743027450D-01 |
| -9.703404081656508D-01 | -2.734109755210948D-01 | 1.321852608494946D+00 |
| 6.762199721133603D-01 | -2.093257651144232D+00 | 1.707842350925794D+00 |
| -8.844618831465598D-01 | 3.720792781726873D-01 | -1.481509947473694D-01 |
| 6.124339615448667D-02 | -2.726194382687923D-02 | 1.307668436907975D-02 |
| -6.682101544475918D-03 | 3.599101395415812D-03 | -2.030735143712865D-03 |
| 1.197624324158372D-03 | -7.382202519234128D-04 | 4.756906961407787D-04 |
| -3.199977708080284D-04 | 2.238628518300115D-04 | -1.618377502708346D-04 |
| 1.199233854156409D-04 | -9.025345928219504D-05 | 6.830860296946832D-05 |
| -5.143409372298764D-05 | 3.804574823200909D-05 | -2.720604959632104D-05 |
| 1.839913059679674D-05 | -1.140157702141663D-05 | 6.172802138985788D-06 |
| -2.706562852604888D-06 | 8.403636781016683D-07 | -1.356300450956746D-07 |

Fonte: (LI; KEY, 2007)