UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

FELIPE MACEDO SAGICA

O SOFTWARE GEOGEBRA EM CONCEITOS BÁSICOS DA GEOMETRIA PLANA: UMA METODOLOGIA DE ENSINO PARA O FUNDAMENTAL MAIOR

ABAETETUBA–PARÁ
2022

FELIPE MACEDO SAGICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará.
Orientador: Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa.

ABAETETUBA–PARÁ

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S129s Sagica, Felipe Macedo.
O software GeoGebra em conceitos básicos da geometria plana:uma metodologia de ensino para o fundamental maior / Felipe Macedo Sagica. — 2022.
53 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de Matemática, Abaetetuba, 2022.

1. Software GeoGebra. 2. Geometria Plana. 3. Figurasplanas. 4. Aplicações para o fundamental maior. I. Título.

CDD 001.6425

FELIPE MACEDO SAGICA

O SOFTWARE GEOGEBRA EM CONCEITOS BÁSICOS DA GEOMETRIA PLANA: UMA METODOLOGIA DE ENSINO PARA O FUNDAMENTAL MAIOR

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus universitário de Abaetetuba da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção de grau de licenciada em Matemática.

Aprovado em: 25 / 02 / 2022.

BANCA EXAMINADORA

José Francisco da S. Costa

Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Presidente/Orientador

Rômulo Correa Lima

Prof. Dr. Rômulo Correa Lima
Membro Interno – FACET/CUBT

Manoel de Jesus dos S. Costa.

Prof. Dr. Manoel de Jesus dos Santos Costa
Membro Interno – FACET/CUBT

José Maria dos Santos L. Júnior

Prof. Ms. José Maria dos Santos Lobato Júnior
Membro Externo – IFPA-Tucuruí-PA

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela vida, oportunidade, sabedoria e dedicação para enfrentar os desafios cotidianos no decorrer da caminhada.

Aos meus pais Marilza Correa Macedo e Nicolau Quaresma Sagica, e namorada Larissa Pantoja Rodrigues, que não mediram esforços para fazer prosseguir ao término do curso. A vocês meu eterno respeito, amor e satisfação em todos os momentos da vida.

Ao orientador Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, pela contribuição, compreensão para o desenvolvimento da pesquisa, direcionando-me à conclusão e avaliação final do trabalho de conclusão de curso.

A Universidade Federal do Pará - UFPA, em especial aos professores do campus de Abaetetuba, por todos os conhecimentos transmitidos. Aos meus familiares e amigos que sempre me apoiaram ao longo do curso. A todos que de forma direta ou indiretamente contribuíram com esse trabalho.

RESUMO

O presente estudo tem como foco principal abordar como a utilização do *software GeoGebra* pode impactar positivamente na aprendizagem de conceitos básicos da geometria plana para o fundamental maior. O objetivo geral é analisar quais os principais impactos positivos da utilização do *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior. Para tanto, definiram-se os seguintes objetivos específicos, que serão apresentar os conceitos básicos da geometria plana, conceituar o aplicativo *GeoGebra*, relacionar conceitos básicos da geometria plana junto ao utilitário *GeoGebra* e assim promover a construção das principais figuras geométricas de maneira didática, analisar os principias benefícios da utilização do programa *GeoGebra* no ensino da geometria plana para o fundamental maior. Abordar a temática dessa pesquisa justifica-se pela necessidade de mostrar como a tecnologia pode facilitar no processo de ensino-aprendizagem geométrico, e que se torna notório a importância do utilitário *GeoGebra* na formação do discente, pela forma em que esse mecanismo computacional pode ser empregado para o ensino de noções básicas da geometria plana. O presente estudo consiste em uma pesquisa de caráter descritivo, com resultados tratados de maneira qualitativa, a partir da coleta de dados de fontes secundárias, incluindo revisão bibliográfica. Como fontes de busca serão utilizadas livros, artigos e sítios *web*, junto a autores que tratam da importância de conciliar tecnologia e a educação no mundo contemporâneo. Com o levantamento de informações ao longo da pesquisa e da análise das informações, foi possível concluir que as aplicações da geometria plana junto ao *software GeoGebra*, e dita de forma positiva por uma série de autores que foram referenciados nessa pesquisa, pois, o programa proporciona ao usuário uma experiência visual dos conceitos teóricos vistos em classe, e isso e um dos fatores significativos para o ensino da geometria.

Palavras-Chaves: *Software GeoGebra*; Geometria Plana; Figuras planas e aplicações para o fundamental maior.

Felipe Macedo Sagica
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia– FACET
Felipesagica11@gmail.com
José Francisco da Silva Costa
Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo– FADECAM
jfsc@ufpa.br

ABSTRACT

The main focus of this study is to address how the use of GeoGebra software can positively impact the learning of basic concepts of plane geometry for the greater fundamental. The general objective is to analyze the main positive impacts of the use of GeoGebra software in basic concepts of plane geometry: a teaching methodology for the higher fundamental. Therefore, the following specific objectives were defined, which will be to present the basic concepts of plane geometry, conceptualize the GeoGebra application, relate basic concepts of plane geometry with the GeoGebra utility and thus promote the construction of the main geometric figures in a didactic way, analyze the main benefits of using the GeoGebra program in the teaching of plane geometry to the higher fundamental. Addressing the theme of this research is justified by the need to show how technology can facilitate the geometric teaching-learning process, and that the importance of the GeoGebra utility in the formation of the student becomes notorious, due to the way in which this computational mechanism can be used. for teaching the basics of plane geometry. The present study consists of a descriptive research, with results treated in a qualitative way, from the collection of data from secondary sources, including a literature review. Books, articles and websites will be used as search sources, along with authors who deal with the importance of reconciling technology and education in the contemporary world. With the collection of information during the research and the analysis of the information, it was possible to conclude that the applications of plane geometry with the GeoGebra software, and said in a positive way by a series of authors who were referenced in this research, because the program provides the user a visual experience of the theoretical concepts seen in class, and this is one of the significant factors for the teaching of geometry.

Keywords: GeoGebra software; Flat geometry; Flat figures and applications for the larger fundamental.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem como foco principal mostrar como utilização do *software GeoGebra* pode impactar positivamente na aprendizagem de conceitos básicos da geometria plana no ensino fundamental maior. No momento presente vivencia-se a era da globalização, e a tecnologia está presente em todas as áreas da sociedade e tem um papel fundamental em várias funções humanas, dentre elas no que se refere ao ensino-aprendizagem. Assim, a tecnologia junto a educação passa a se tornar integrante ativo e indispensável na produção de conhecimentos e tecnologias notáveis, na nova sociedade da informação, como veículos de desenvolvimento econômico e social (Brennand, 2002).

Segundo Ribas (2008), o professor deve ser criativo e elaborar estratégias para o aprimoramento do ensino. Logo, o educador deve estar comprometido em inserir a tecnologia como objeto de ensino e aprendizagem, pois a mesma pode ser empregada de maneira didática, e isso implica na formação intelectual e social dos discentes, proporcionando a sociedade um indivíduo critico, e criativo em encontrar soluções para problemas do cotidiano.

Atualmente o ensino da matemática se encontra em meio de vários obstáculos, que dificultam processo de ensino-aprendizagem, como por exemplo: A falta de políticas públicas que priorizam a melhoria do sistema de ensino, ausência de recursos didáticos e tecnológicos nas escolas, além da ausência ou a forma equivocada de ensinar utilizando de práticas pedagógicas, assim como afirma D' Ambrósio (2008, pág. 80): "A escola não se justifica pela apresentação de conhecimentos obsoletos e ultrapassados e muitas vezes mortos, sobretudo ao se falar em ciência e tecnologia". Diante disso, e notório que o ensino da matemática nas instituições de ensino deve ser repensado, isto é, de maneira a incluir novas metodologias de ensino (D' Ambrósio, 2008). Sendo assim, a modernização das instituições seria uma solução para tal feito, pois a inclusão da tecnologia junto ao ensino-aprendizagem, é uma ferramenta didática considerável nos dias atuais.

Diante disso, segundo Ferrão (2013) é essencial utilizar de novas maneiras de ensinar, e a tecnologia, são uma dessas ferramentas que podem contribuir de maneira significativa na formação do estudante. Sendo assim, programas de cunho educativo vêm sendo desenvolvidos nesses últimos anos, visando à unificação entre tecnologia e ensino. O utilitário *GeoGebra* tem uma importância visível no ensino da geometria, sendo ela: plana, geométrica ou analítica. No caso da geometria plana, o programa pode ser utilizado na aprendizagem de figuras geométricas e de conceitos básicos da geometria euclidiana.

Discutir sobre o *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior justifica-se pela necessidade de mostrar como a tecnologia pode facilitar no ensino e aprendizagem, pois, segundo Ferreira (2001, p.643) software é "qualquer programa ou conjunto de programas de computador", no entanto, "o que o caracteriza como educacional é a sua inserção em contextos de ensino-aprendizagem" (OLIVEIRA; COSTA e MOREIRA, 2001). Dessa forma, torna-se notório a importância do programa *GeoGebra* na formação do discente, isto e, pela forma em que esse mecanismo de ensino pode ser aplicado para o ensino de noções básicas da geometria plana.

Assim, é possível notar que a importância do aplicativo *GeoGebra* como instrumento pedagógico de ensino pode impactar direta ou indiretamente instituições de ensino juntos aos professores da área da matemática em propor essa metodologia de ensino aos discentes, e dessa forma aprimorem sua compreensão sobre o conteúdo. Ademais, pontuar a facilidade de obter o aplicativo *GeoGebra*, por ser grátis e ter suporte para computadores, tabletes, celulares e outros, o que facilita o seu acesso por meio dos alunos.

O educador deve apresentar para seus discentes como utilizar este recurso tecnológico, e no que esta ferramenta de ensino pode proporcionar para o ensino e a compreensão do assunto dos conceitos básicos da geometria plana, de modo que *software GeoGebra* seria um material para o aluno de fato pudesse absorver o assunto teórico e aplicar na pratica pelo discente por meio de auxilio digital (celular ou computador). Para tanto, deve-se reconhecer que é notório os impactos positivos no desenvolvimento dos alunos do ensino fundamental que gozam do sistema operacional *GeoGebra* como metodologia didática de ensino dos conceitos básicos da geometria plana. Sendo assim, o presente trabalho estabeleceu como problema de pesquisa quais os principais impactos positivos da utilização do *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior?

E como objetivo geral e analisar quais os principais impactos positivos da utilização do *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior. Para alcançar o objetivo geral, os objetivos específicos serão apresentar conceitos básicos da geometria plana, conceituar o *software GeoGebra*, relacionar conceitos básicos da geometria plana junto ao utilitário *GeoGebra* e assim promover a construção das principais figuras geométricas planas por meio do sistema operacional de maneira didática, analisar os principias benefícios da utilização do *software GeoGebra* no ensino da geometria plana para o fundamental maior.

O presente estudo consiste em uma pesquisa aplicada de caráter descritivo no qual segundo Hymann (1967) observa um determinado fenômeno, é com isso, passa a registrar o que está ocorrendo. Logo, o tema visa analisar quais os principais impactos positivos da utilização do *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior. Nesse sentido, os resultados serão apresentados de forma qualitativa, a partir da coleta de informações de fontes secundárias, incluindo revisão bibliográfica. Como fontes de busca serão utilizados livros, artigos e sites que dizem a respeito do assunto trabalhado, junto a autores que tratam da importância de conciliar tecnologia e a educação nos dias atuais.

O desenvolvimento será dividido em tópicos de acordo com os objetivos específicos, tendo que no primeiro momento serão apresentados os conceitos da geometria plana contando uma breve história de como surgiu, assim como as definições dos elementos e figuras que fazem parte da geometria plana. Em seguida, será conceituado o *software GeoGebra*, pontuando um pouco da história por traz do programa, assim como as ferramentas geométricas que serão utilizadas nessa pesquisa. Ademais, será feito as construções de figuras planas através do programa *GeoGebra*, dando ênfase à ferramenta de *controle deslizante*, que terá o intuito de animar as construções geométricas. Outrossim, será feito uma breve analise sobre os pontos positivos sobre a utilização do utilitário *GeoGebra* no ensino da geometria plana, e se essa ferramenta pode de fato ser um recurso inovador para o ensino da geometria plana no fundamental maior.

2 BREVE HISTÓRIA SOBRE A GEOMETRIA PLANA

A geometria surgiu por volta do séc. XX a.C. visto nas civilizações egípcias e babilônicas. A palavra geometria vem do grego *Geometrin*, que significa medir a terra. A geometria nesta época era utilizada em afazeres do cotidiano para medir determinadas situações como, por exemplo: construção de casas, delimitação de terrenos e plantações, e até mesmo na observação de astros, que contribuíam para o sucesso das colheitas (BRAZ, 2009).

No antigo Egito, o rio Nilo ultrapassava as margens e inundava seu delta (Zona de acumulação de terras de forma triangular nas embocaduras dos rios), e isso ocorria todos os anos. Deste modo, os agricultores e administradores de templos, palácios e outras unidades produtivas que tinha vínculo com a agricultura no Egito, notaram que essas enchentes não lhes davam uma noção devida de como estes terrenos deveriam ser divididos, para que haja uma melhor plantação.

Ademais, na cobrança de impostos, que eram cobrados de acordo com a disponibilidade do terreno. Diante disso, os antigos faraós contrataram funcionários de confiança, e os mesmo, tiveram o trabalho de dividir com mais precisão estes lotes de terras, isto e, de maneira retangular ou triangular, aprimorando os métodos de agricultura, além dos agricultores e administradores de pagar seus devidos impostos sobre o terreno. Assim, por conta desta problemática e outras, surgiu à geometria no antigo Egito (BRAZ, 2009).

Na Grécia antiga o primeiro relato sobre o estudo da geometria plana se deu por volta do séc. (360 a.C. – 295 a.C.), onde Euclides de Alexandria foi um matemático muito influente na época, o mesmo, contribuiu significante para o estudo da geometria plana, sendo até dita como geometria Euclidiana, em homenagem ao matemático (CONTADOR, 2006).

A obra *Os elementos* de Euclides foi uma das mais significativas na história da matemática, pois esta obra serviu como base para toda a geometria que conhecemos até os dias atuais. A geometria euclidiana ou plana, e baseada nos elementos primitivos como: o ponto, reta e plano. Dessa forma, “As proposições primitivas ou postulados ou axiomas são aceitos sem demonstração” (DULCE et al., 2013, pág. 9).

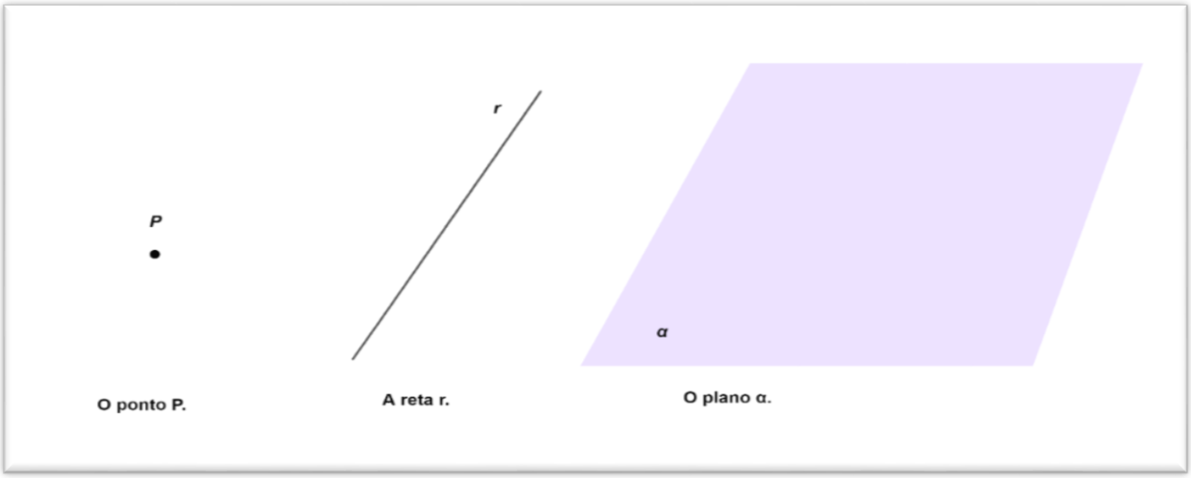
2.1 Elementos, definições e principais figuras planas

Segundo Dulce (2013) as notações para ponto, reta e plano (**Figura 1**) está descrita da seguinte forma

- Ponto: letras latinas maiúsculas – A, B, C, ...
- Reta: letras latinas minúsculas – a, b, c, ...
- Plano: letras gregas minúsculas – α, β, γ, ...

Onde, graficamente temos o seguinte:

Figura 1 - Elementos intuitivos da geometria plana



Fonte: Autoria própria.

Noé (2013) afirma que diante dos princípios básicos de geometria Euclidiana, que seria o ponto, reto e plano, temos os seguintes conteúdos programáticos que servem de base para a geometria plana, que são

- Ponto, reto e plano;
- Posições relativas entre retas;
- Ângulos;
- Triângulos;
- Quadriláteros;
- Polígonos;

2.1.1 Reta – definição

"Dois pontos distintos determinam uma única (uma, e uma só) reta (**Figura 2**) que passa por eles" (DULCE, et al 2013, pág.3).

Figura 2 - Dois pontos determinam uma reta.

Fonte: Autoria própria.

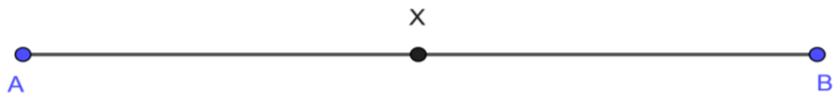
Então, $r = \overleftrightarrow{AB}$.

2.1.2 Segmento de reta – definição

"Dado dois pontos distintos, a reunião do conjunto desses dois pontos com o conjunto dos pontos que estão entre eles é um segmento de reta (**Figura 3**) " (DULCE, et al 2013, pág.8).

"Assim, dados A e B distintos, $A \neq B$, o segmento de reta AB (indicado por $\overline{AB}$) é o que segue: (DULCE, et al 2013, pág.8)."

Figura 3 - A e B são pontos internos do segmento AB.



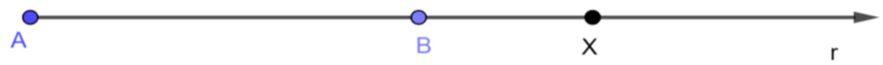
Fonte: Autoria própria.

Portanto, $\overline{AB} = \{A, B\} \cup \{X | X$ está entre A e $B\}$

2.1.3 Semirreta – definição

"Dado dois pontos distintos A e B, a reunião dos segmentos de reta $\overline{AB}$ com o conjunto dos pontos X tais que B está entre A e X e a semirreta AB (**Figura** 4) indicada por $\overrightarrow{AB}$" (DULCE, et al 2013, pág.8).

Figura 4 - O ponto A e a origem da semirreta $\overrightarrow{AB}$.



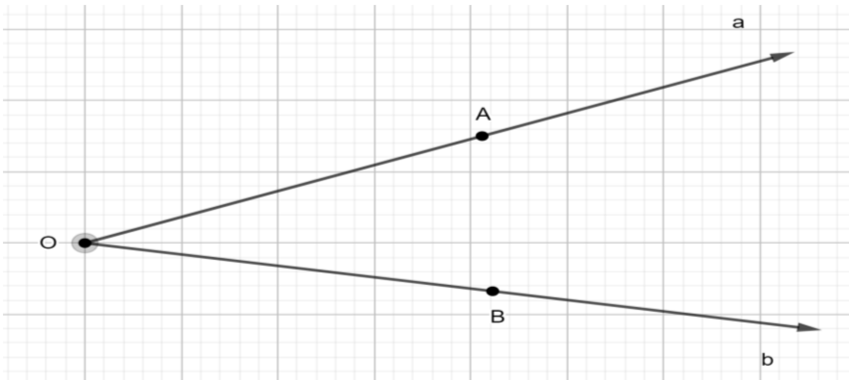
Fonte: Autoria própria.

Assim, $\overrightarrow{AB} = \overline{AB} \cup \{X|B$ está entre A e $X\}$

2.1.4 Ângulo – definição

“Chama-se ângulo (**Figura 5**) à reunião de duas semirretas de mesma origem, não contidas numa mesma reta (não colineares) ” (DULCE, et al 2013, pág.20).

Figura 5 - Medida da inclinação relativa de duas semirretas que partem do mesmo ponto.



Fonte: Autoria própria.

Então, $A\hat{O}B = a\hat{O}b = \widehat{ab}$.

2.1.5 Triângulo – definição

“Dado 3 pontos A, B, e C, não colineares a reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triângulo ABC (**Figura 6**) ” (DULCE, et al 2013, pág.35).

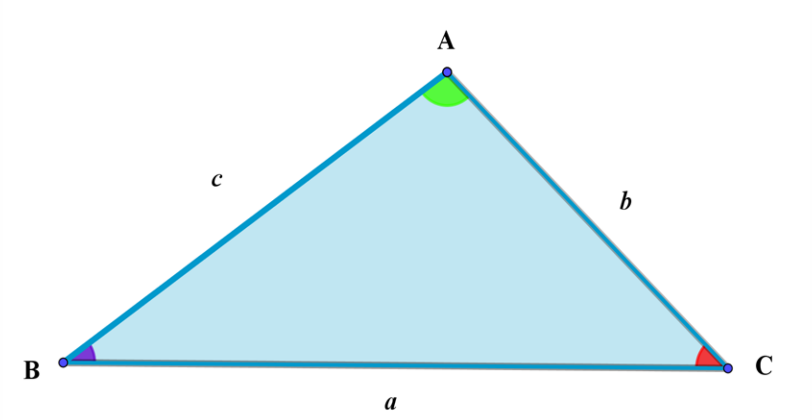
Elementos que compõem um triângulo, segundo Dulce et al (2013) são:

Vértices: Os pontos$A$, B, e Csão os vértices do triângulo ABC;

Lados: Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, são os lados do triângulo ABC;

Ângulos: O triângulo ABC tem como ângulos internos $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$.

Figura 6 - Triângulo é um polígono formado por três lados e três ângulos internos.

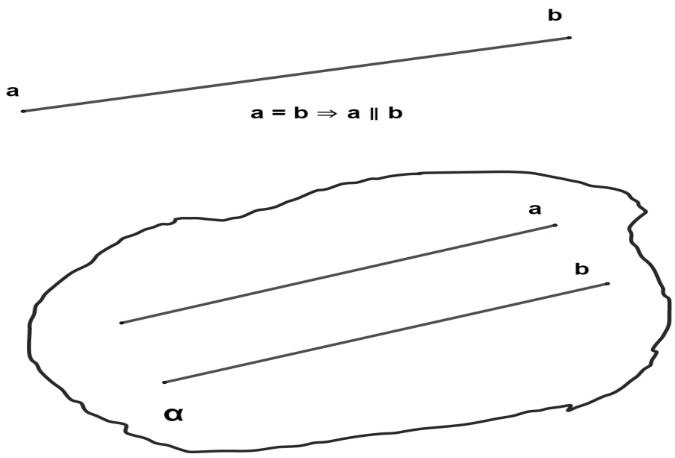


Fonte: Autoria própria.

2.1.6 Retas paralelas – definição

"Duas retas são paralelas (símbolo: ∥) (**Figura7**) se, e somente se, são coincidentes (iguais) ou são coplanares e não tem nenhum ponto comum: $(a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = \emptyset) \Rightarrow a \parallel b$" (DULCE, et al 2013, pág.60).

Figura 7 - São duas retas distintas como mesmo coeficiente angular.

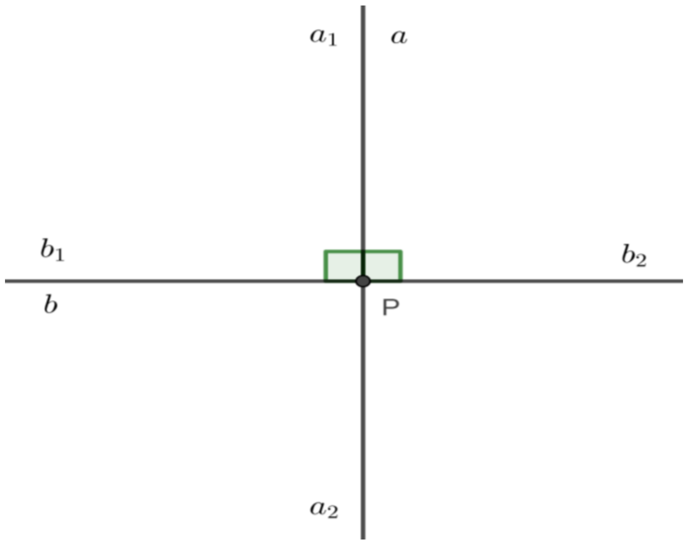


Fonte: Autoria própria.

2.1.7 Retas perpendiculares – definição

"Duas retas são perpendiculares (símbolo: ⊥) (**Figura 8**) se, e somente se, são concorrentes e formam ângulos adjacentes suplementares congruentes$a \perp b \Leftrightarrow (a \cap b = \{P\}$ e $a_1\hat{P}b_1 = a_1\hat{P}b_1)$" (DULCE, et al 2013, pág.78).

Figura 8 - Duas retas concorrentes que formam um ângulo de 90°.



Fonte: Autoria própria.

2.1.8 Polígonos – definição

"Dada uma sequência de pontos de um plano $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ com $n \geq 3$, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1, assim como A_n, A_1 e A_2, chama-se polígono a reunião dos segmentos $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, ..., $\overline{A_{n-1}A_n}$, $\overline{A_nA_1}$" (DULCE, et al 2013, pág.129).

Ademais, para um melhor entendimento de polígonos, temos que segundo Luiz (2022, online):

> Os polígonos são figuras geométricas planas e fechadas formadas por segmentos de reta. Os polígonos dividem-se em dois grupos, os convexos e os não convexos. Quando um polígono possui todos os seus lados iguais e, consequentemente, todos os ângulos internos iguais, trata-se de um polígono regular. Os polígonos regulares podem ser nomeados de acordo com a quantidade de seus lados.

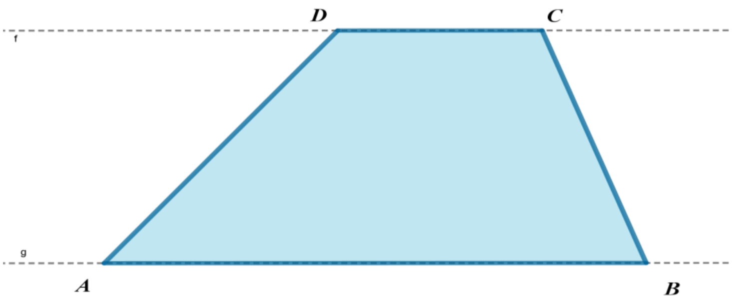
2.1.9 Quadriláteros notáveis

Definição: "Os quadriláteros notáveis são os trapézios, os paralelogramos, os retângulos, os losangos e os quadrados" (DULCE, et al. 2013, pág. 97).

2.1.10 Trapézio

Definição: “Um quadrilátero plano convexo é um trapézio (**Figura 9**) se, e somente se, possui dois lados paralelos” (DULCE, et al. 2013, pág. 97).

Figura 9 - Trapézio



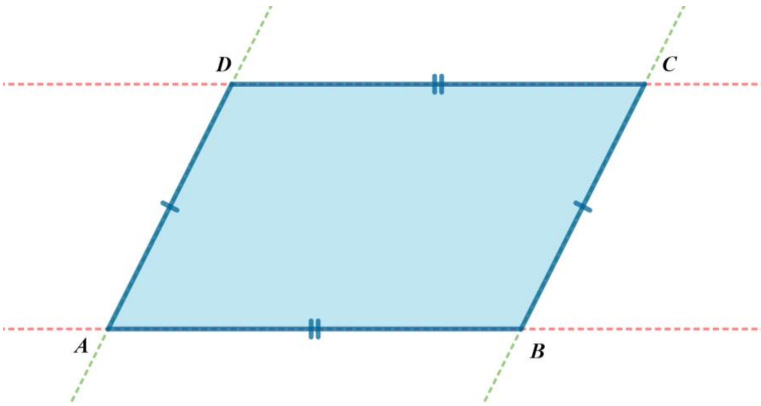
Fonte: Autoria própria.

ABCD é um trapézio $\Leftrightarrow \overline{AB}//\overline{CD}$

2.1.11 Paralelogramo

Definição: “Um quadrilátero plano convexo é um paralelogramo (**Figura 10**) se, e somente se, possui os lados opostos paralelos” (DULCE, et al. 2013, pág. 97).

Figura 10 - Paralelogramo



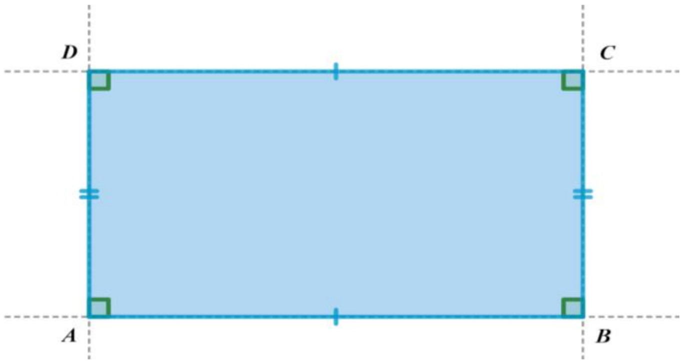
Fonte: Autoria própria.

ABCD é paralelogramo $\Leftrightarrow \overline{AB}\ //\overline{BC}\ //\ \overline{CD}//\ \overline{DA}$

2.1.12 Retângulo

Definição: “Um quadrilátero plano convexo é um retângulo (**Figura 11**) se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes” (DULCE, et al. 2013, pág. 98).

Figura 11 - Retângulo



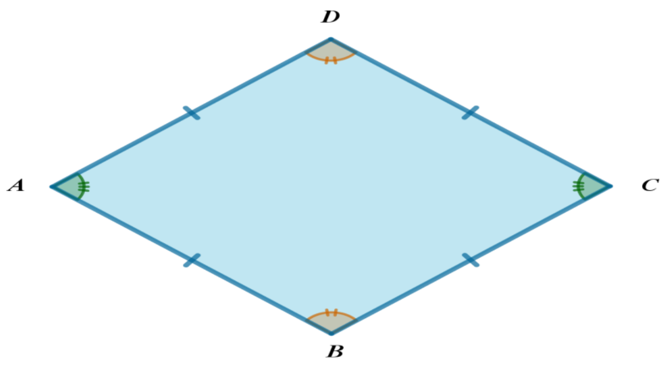
Fonte: Autoria própria.

ABCD é um retângulo $\Leftrightarrow \hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$

2.1.13 Losango

Definição: “Um quadrilátero plano convexo é um losango (**Figura 12**) se, e somente se possui os quatro lados congruentes” (DULCE, et al. 2013, pág. 98).

Figura 12 - Losango



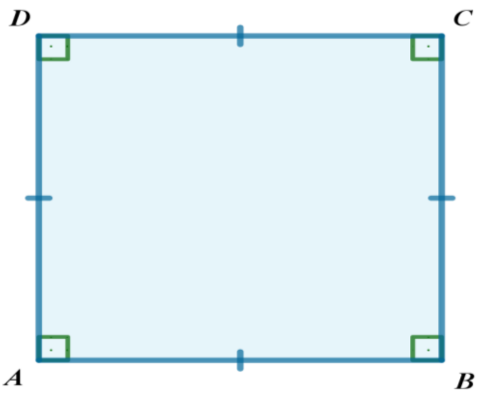
Fonte: Autoria própria.

ABCD é um losango $\Leftrightarrow \overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DA}$

2.1.14 Quadrado

Definição: "Um quadrilátero plano convexo é um quadrado (**Figura 13**) se, e somente se, possui os quatro ângulos congruentes e os quatro lados congruentes" (DULCE, et al. 2013, pág. 98).

Figura 13 - Quadrado



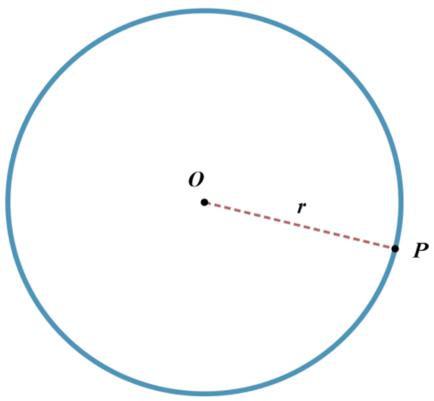
Fonte: Autoria própria.

$ABCD$ é um quadrado $\Leftrightarrow$ ($\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$ e $\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{DA}$

2.1.15 Circunferência e círculo

Definição: "Circunferência (**Figura 14**) é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o *centro*, e as distâncias dadas é o *raio* da circunferência" (DULCE, et al 2013, pág. 143).

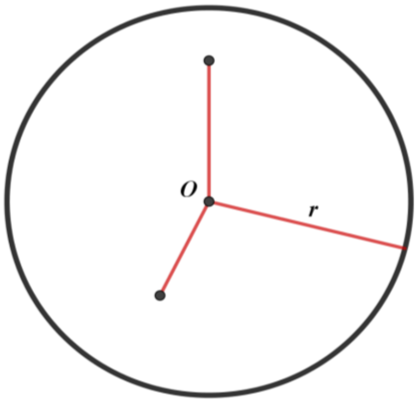
Figura 14 - Circunferência



Fonte: Autoria própria.

Definição: "Círculo (ou disco) (**Figura 15**) é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é menor ou igual a uma distância (não nula) dada" (DULCE, et al. 2013, pág. 145).

Figura 15 - Círculo



Fonte: Autoria própria.

3 SOFTWARE GEOGEBRA

Segundo os autores Basniak e Estevam (2014) o *software* GeoGebra foi criado no ano de 2001 pelo desenvolvedor Markus Hohenwarter, onde o mesmo disponibilizou o *software* livre e gratuito, de modo a atingir o maior número de pessoas possíveis, o aplicativo está disponível na internet através do site www.geogebra.org. Ademais, o programa está disponível na maior parte dos sistemas operacionais, tanto para *desktop/servidores*, como para dispositivos móveis (*tabletes* e *smartphones*).

O Instituto São Paulo *GeoGebra* ratifica que atualmente o utilitário é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 3.000.00 *downloads* mensais, 62 Institutos *GeoGebra* em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de *laptops* em vários países ao redor do mundo.

Segundo a própria plataforma do *GeoGebra* na *internet*, o mesmo afirma o seguinte

> GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (GEOGEBRA, 2021, Online)

Algumas características importantes sobre o *software*, disponibilizadas na própria página do *GeoGebra* na *WEB*

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas;
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas *WEB*;
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- *Software* gratuito e de código aberto;

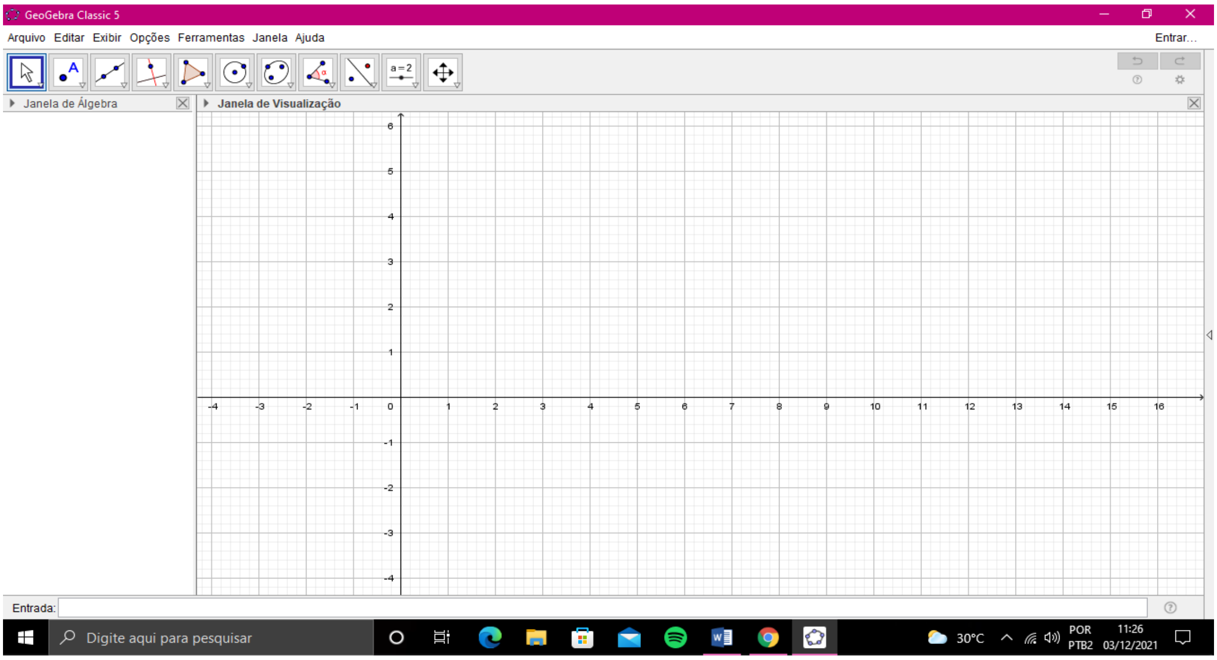
3.1 Ferramentas do utilitário *GeoGebra* que serão utilizadas na pesquisa

O *software* a ser utilizado nessa pesquisa será o *GeoGebra Classic* versão 6.0.688.0–*off-line* do dia 15 de fevereiro de 2022, que está disponível para *download* no site www.geogebra.org.

3.1.1 Interface do programa

O programa *GeoGebra* conta com uma interface (**Figura 16**) bem simples que busca mostrar o plano cartesiano em 2*D* e as malhas, assim como, a barra que identifica as ferramentas que pode ser utilizada de acordo com a necessidade do usuário.

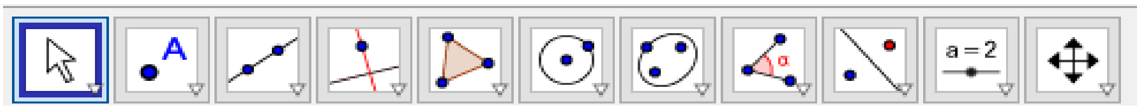
Figura 16 - Interfase do *software GeoGebra*



Fonte: Autoria própria.

Os principais instrumentos utilizados na construção das figuras geométricas se encontram disponível na *Barra de ferramentas* do programa *GeoGebra*, como mostra a figura 17

Figura 17 - Barra de ferramentas



Fonte: Autoria própria.

3.1.2 Ferramentas

Desta forma podemos citar os seguintes componentes a serem utilizados na barra de ferramentas do *software GeoGebra*, considerando que cada elemento desse possui uma breve explicação segundo o programa sobre como utilizar a ferramenta escolhida, assim temos o seguinte:

Ponto: **“**Selecione uma posição ou reta, função ou curva”
Reta: “Selecione dois pontos ou duas posições”
Segmento com comprimento fixo: **“**Selecione um ponto, depois entre com um comprimento”. Dado um ponto na área de visualização, em seguida clicar sobre o ponto com a função de segmento com comprimento fixo, abre-se uma janela para fixa a medida desejada.
Reta perpendicular: “Selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta ou vetor) ”
Reta paralela: “Selecione primeiro o ponto e, depois, a reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor) ”
Polígono: “Selecione todos os vértices e, então, o vértice inicial novamente”
Círculo: Centro & Raio: “Selecione o centro e, depois, digite a medida do raio”
Círculo dados Centro e Um de seus Pontos: “ Selecione o centro e, depois, um ponto do círculo”
Ângulo: “Selecione três pontos ou duas retas”
Ângulo com amplitude fixa: “Selecione um ponto, um vértice e uma amplitude para o ângulo”. Tendo um dois pontos na *janela de visualização* e possível usar esta ferramenta. Com o comando já selecionado, clique em um ponto, e logo em seguida em outro, assim o segundo ponto será o vértice para o *Ângulo com amplitude fixa*. Assim, abre-se uma caixa de configurações pedido qual o ângulo a ser fixado, assim como o seu sentido (horário e anti-horário).
Controle deslizante: “Selecione uma posição”. Com a função de *controle deslizante* selecionada, clicar em qualquer lugar na *janela de visualização* abre-se uma caixa com algumas configurações sobre o *controle deslizante*, como o nome do ponto, intervalo (mínimo e máximo), incremento, controle horizontal ou vertical, assim como a animação que possui velocidade e oscilação de acordo com a preferência do usuário.

4 CONSTRUÇÃO DE FIGURAS PLANAS COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

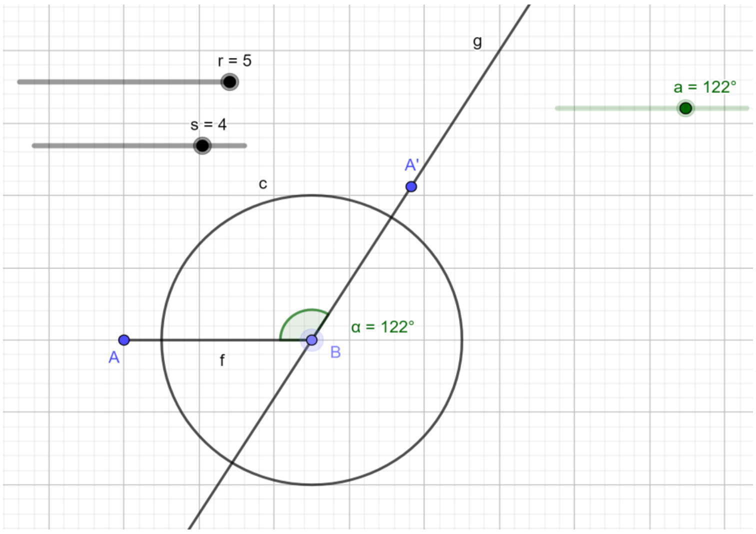
As figuras que serão demonstradas em construção são as quais foram apresentadas até agora na pesquisa como: triângulo, os quadriláteros notáveis, circunferência e círculo. Ademais, apresentar a função de *controle deslizante* que esta disponibilizada no *software GeoGebra*, e que tem a função de animar as figuras geométricas que forem construídas, tornado a experiência de ensino da geometria plana através de auxílio computacional ainda mais interessante.

Outrossim, e com relação à organização da produção das figuras geométricas que será em ordem, há começar pelo triangulo, e após pelos quadriláteros, e por última circunferência e círculo. Ademais, vale ressaltar que os procedimentos para cada figura geométrica serão divididos em objetivo e os modos de construção em passos.

4.1 Triângulo – Procedimentos

Objetivo: Construir um triângulo de lados r e s variáveis e ângulos α variável.
Passo 1: A Priori, deve-se selecionar na *barra de ferramentas* do *GeoGebra* a opção de *controle deslizante*, e desse modo inserir os lados r e s com os valores de mínimo 0 e máximo 5 com incremento $0,2$. Ademais, para o ângulo α variável o *controle deslizante* deve conter mínimo 0° e máximo $180°$com incremento de $1°$.
Passo 2: Continuando a construção, selecionar a opção de *segmento com comprimento fixo* e clicar sobre a área da *janela de visualização*, e com isso, fixa a letra r, obtendo $\overline{AB} = f$. Ademais, priorizando construir o ângulo de α usa-se a ferramenta de *ângulo com amplitude fixa* clicando primeiramente no ponto A, e em seguida no ponto B respectivamente, e com isso, basta inserir o nome do ângulo que será α e com o sentido horário. Dessa forma, surge o ângulo α_1 e o ponto A'. O próximo passo e construir o segundo lado do triângulo, para isso faz-se uma reta que passa pelos pontos B e A', e a partir dessa reta e possível usar a opção de *Círculo: Centro & Raio*, isto e, centro no ponto B e raio s. Seguindo os passos 1 e 2 temos o seguinte como mostra a figura 18.

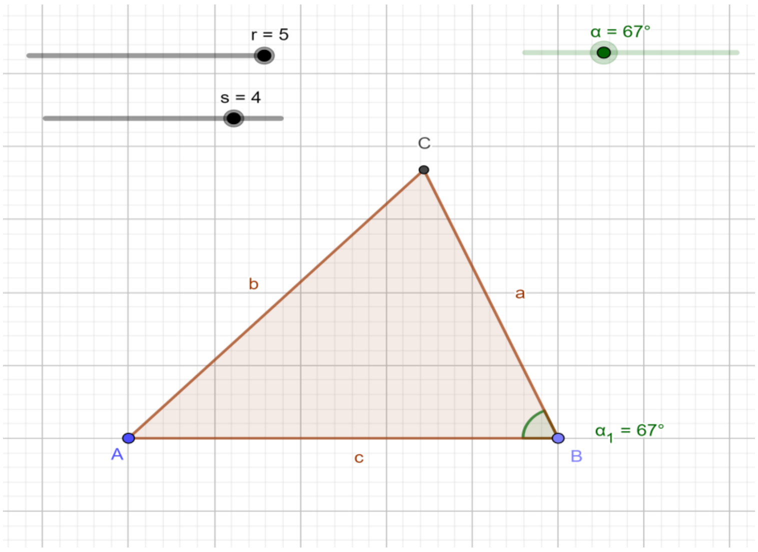
Figura 18 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Feito isso, agora faz-se a interseção da circunferência$c$ com a reta g, obtendo o ponto C. Diante disso, para que o desenho geométrico fique mais visível devem-se tirar os rascunhos como $\overline{AB} = f$, a reta g, o ponto A', e a circunferência c. Para e isso e necessário clicar com o botão direito do mouse sobre o que se quer ocultar e selecionar a opção *exibir objetos*. Assim, o que sobra é somente os pontos A, B, e C e a partir desses pontos formarem um triângulo usando a opção *polígono* e interligando os mesmos, assim como mostrada na figura 19.

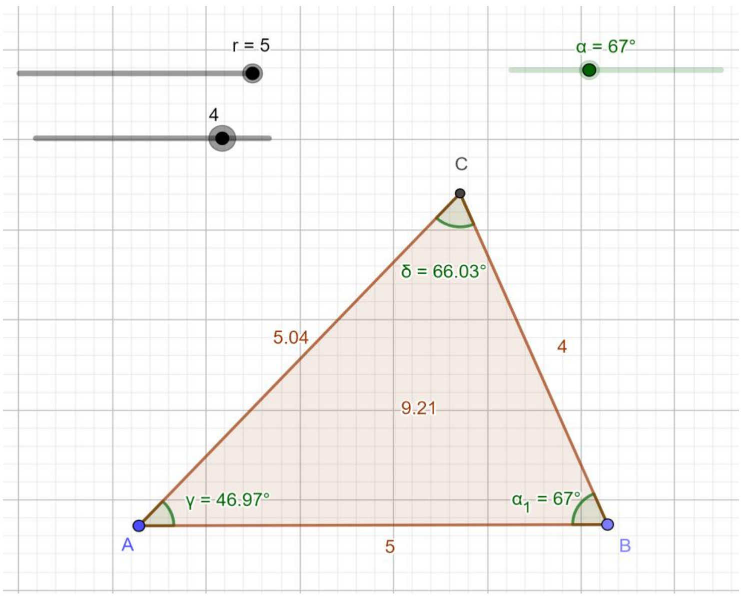
Figura 19 - Triângulo a partir dos pontos ABC



Fonte: Autoria própria.

Passo 4: Para que haja uma melhor visualização dos ângulos e lados, será inserido os outros dois ângulos e seus respectivos valores selecionando a opção na barra de ferramenta *ângulo* e em seguida clicar nos pontos B, A e C, em seguida fazer o mesmo para o vértice C, só que agora selecionado os pontos A, C e B. Logo, temos os ângulos γ e δ. Por fim, para que haja uma melhor compreensão sobre os lados do triângulo, tem-se que selecionar os três lados pressionando a tecla$Ctrl$ do teclado e selecionado os segmentos clicando com botão esquerdo do *mouse*, ainda com o a tecla $Ctrl$ pressionada clicar com o botão direito de o mouse e ir até a opção de configurações, na janela básico ir a *exibir rótulo* e sobre esta opção selecionar *valor*. Dessa forma, os lados do triângulo não mais apareceram sendo representados por letras, mas sim o valor numérico de cada lado. Diante do que foi exposto acima temos a seguinte figura 20 sobre a construção geométrica do triângulo realizada.

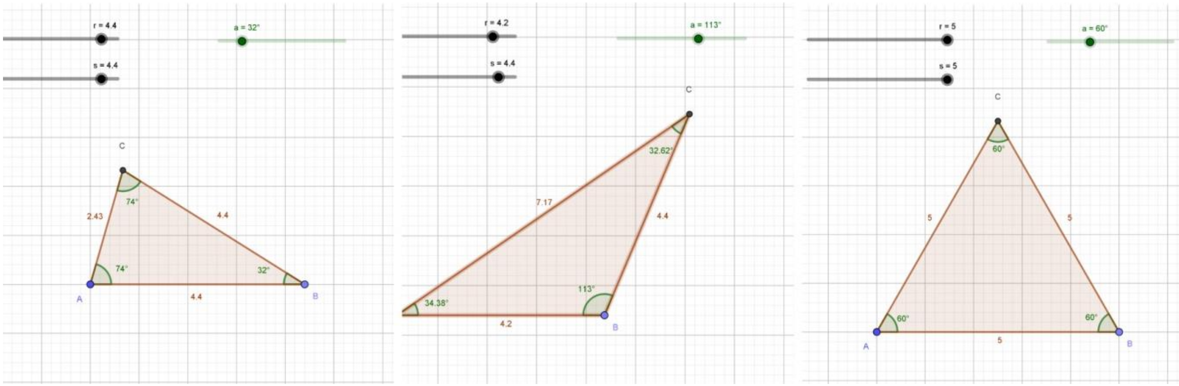
Figura 20 - Construção do triângulo finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 21, às três imagens representam triângulos com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 21 - Animação do triângulo pelo controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

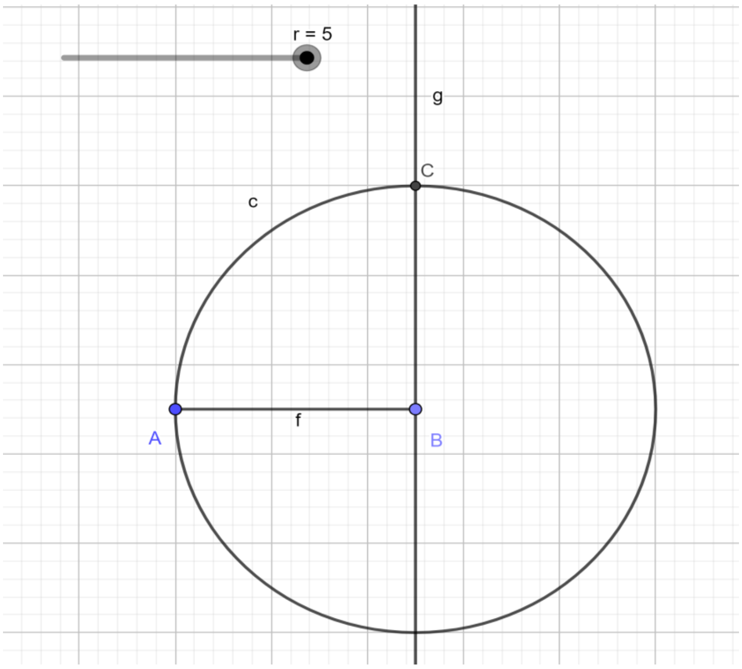
4.2 Quadrado - Procedimentos

Objetivo: Construir um quadrado de lado r variável.

Passo 1: Primeiramente na barra de ferramentas encontra-se a opção de controle deslizante que irá ser fixando na janela de visualização, logo em seguida fez-se a configuração do mesmo, dando o nome$r$ pois é a variável em questão, e em seguida configurar os intervalos com mínimo 0 e máximo 5 com incremento de $0{,}2$.

Passo 2: Ademais, nas opções de *retas*, clicar sobre a opção *segmento com comprimento fixo*, e após clicar sobre a *janela de visualização*, é com isso abre-se uma caixa para inserir qual o valor do comprimento fixo, que para o exemplo será a variável r, e assim temos $\overleftrightarrow{AB} = f$. Além disso, a próxima construção será uma reta perpendicular no ponto B, para isso seleciona-se a opção de *reta perpendicular* e com isso clicar sobre o segmento AB e o ponto B respectivamente, assim surge a reta g. Em seguida, ir até em ferramenta de *círculos* e selecionar a opção de *Circulo: Centro & Raio*, e com isso, clicar sobre o ponto B e informa que o raio seja igual a r, onde a interseção c dá circunferência e a reta g deve-se colocar um ponto C. Dessa forma, temos o seguinte após os passos 1e 2 conforme a figura 22.

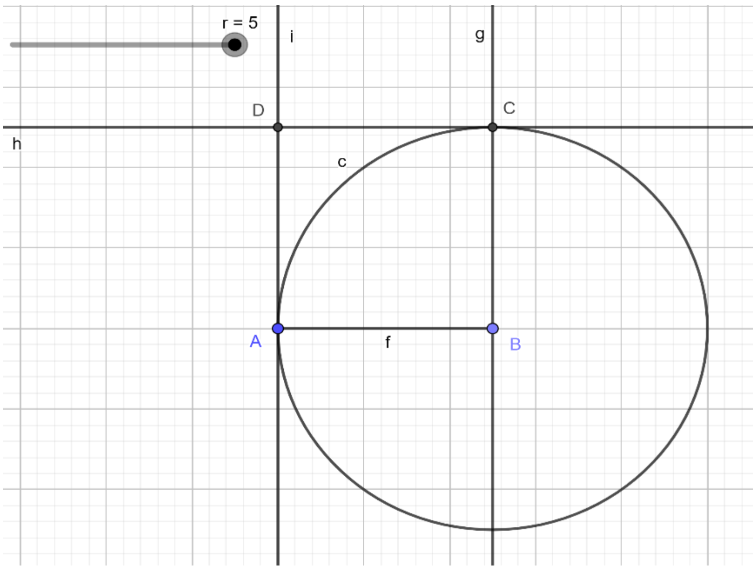
Figura 22 - Construção dos passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Adiante, indo até as opções de *retas* selecionar *reta perpendicular*, clicar sobre $\overline{BC}$ e em seguida no ponto C, obtendo a reta h. Em seguida fazer outra reta perpendicular, clicando sobre a ferramenta e selecionado a reta h e o ponto A, obtendo a reta i, e a partir da intersecção das retas h e i fixar um ponto D. Contudo, temos o seguinte na figura 23.

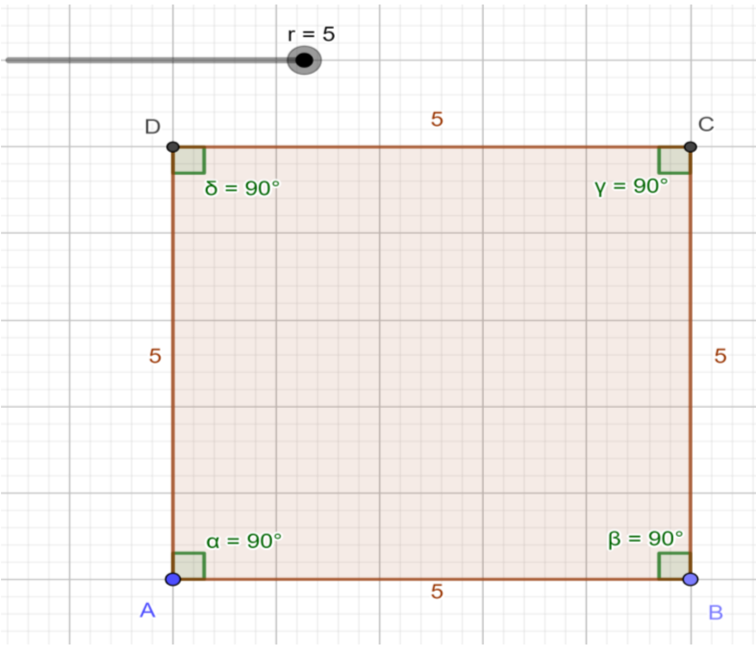
Figura 23 - Construção após o passo 3



Fonte: Autoria própria.

Passo 4: Antes de utilizar a opção de polígonos pode-se "limpar" o esboço do quadrado, retirando as retas, o segmento AB e a circunferência$c$, afim de deixar somente os pontos A , B , C e D como sendo os vértices do quadrado, para isso, e só clicar com o botão direito do *mouse* sobre e selecionar a opção de *exibir objeto*. Desse modo, pode-se utilizar a ferramenta de *polígono* interligando os pontos (vértices) do quadrado. Desta forma, o quadrado está pronto. No entanto, para que haja uma melhor experiência de animação ao utilizar o *controle deslizante*, antes se pode selecionar os lados a, b , $c1$ e d do quadrado pressionado a teclaCtrl e selecionado cada lado, ainda com o Ctrl pressionado clicar com o botão direito do mouse e ir até a opção de configurações, e logo em seguida na janela básico clicar sobre opção *exibir rotulo* e selecione a opção (valor). Dessa forma, os lados não mais apareceram representados por letras, e sim a medida numérica de cada lado. E por último, para mostrar o valor dos ângulos internos de cada vértice do quadrado, deve-se selecionar a ferramenta de *ângulo* e clicar sobre três pontos no sentido horário. Diante dos passos 1 a 4 temos o seguinte conforme a figura 24.

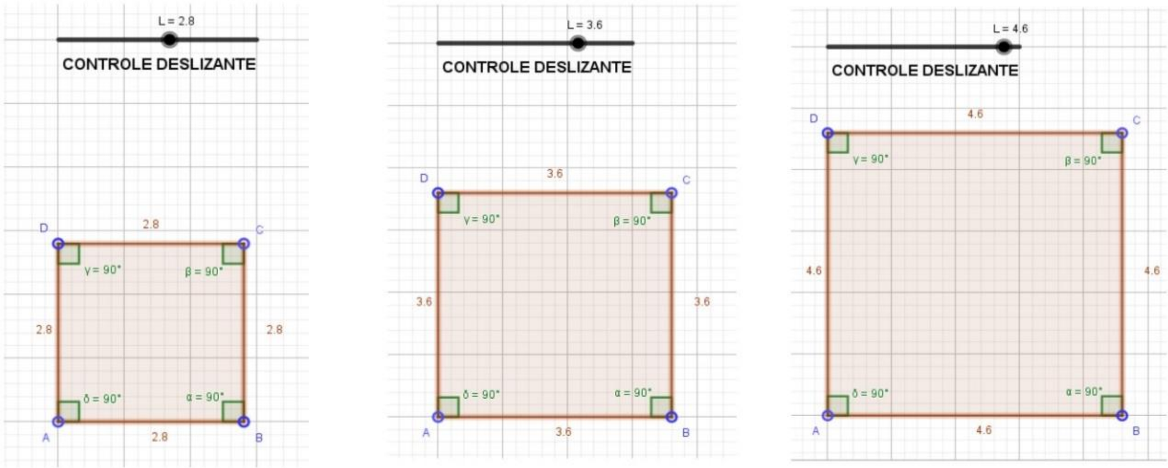
Figura 24 - Construção decorrente dos passos 1 a 4



Fonte: Autoria própria.

Clicando com o botão direito do mouse sobre o *controle deslizanter* e selecionado a opção *animação*, os lados do quadrado irão variar de acordo com as numerações estipuladas no controle deslizante. Desse modo, a figura geométrica fica variando em vários tamanhos (áreas) de maneira que os lados variam, conforme a figura 25.

Figura 25 - Animação do quadrado pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 25, às três imagens representam quadrados com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

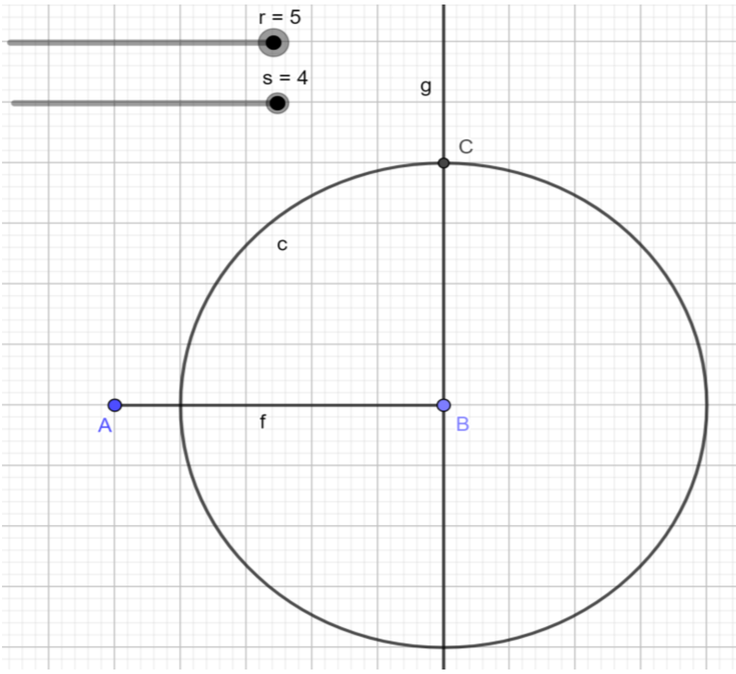
4.3 Retângulo – Procedimentos

Objetivo: Construir um retângulo com lados r e s variáveis.

Passo 1: Para a construção geométrica do retângulo alguns passos serão parecidos a construção do quadrado. Dito isso, primeiramente deve-se fixar o *controle deslizante* para os lados r e s, no entanto, por se tratar de um retângulo r e s terão o valor de máximo 5 e 4 respectivamente, e para ambos mínimo 0 e incremento de 0,2.

Passo 2: Em seguida, selecionar a opção de *segmento com comprimento fixo* e clicando sobre a sobre a *janela de visualização* e indicar o valor r, obtendo $\overleftrightarrow{AB} = f$. Ademais, traçar uma *reta perpendicular* passando pelo ponto B, para isso seleciona-se a ferramenta disponível em *retas*, e em seguida clicar sobre o segmento f e o ponto B respectivamente, obtendo a reta g. Ademais , para traçar o outro lado do retângulo cria-se uma circunferência a partir da opção *Circulo: Centro & raio* e com isso, clica-se no ponto B e se insere o raio igual a s, obtendo a circunferência c, onde a intersecção da circunferência com a reta g será colocando um ponto C. Dessa forma, e seguindo os passos anteriores temos os seguintes resultados como mostra a figura 26.

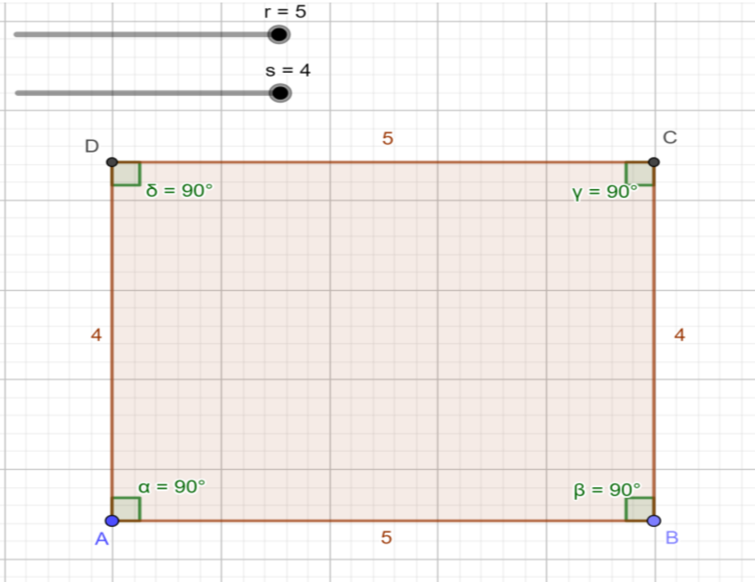
Figura 26 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Outrossim, será feito outras duas *retas perpendiculares*, para isso com a ferramenta selecionada clicar sobre a reta g e o ponto C, obtendo a reta h, logo após clicar sobre a reta h e o ponto A, obtendo a reta i, onde a intersecção das retas h e i e colocado um ponto D. Antes de utilizar a opção de *polígono* pode-se "limpar" o esboço do quadrado, retirando as retas, segmento AB e a circunferência, a fim de deixar somente os pontos A , B , C e D como sendo os vértices do quadrado, para isso, e só clicar com o botão direito do mouse sobre e selecionar a opção de *exibir objeto*. Desse modo, pode-se utilizar a ferramenta *polígono*, interligando os pontos (vértices) do quadrado. Desta forma, o retângulo está pronto. No entanto, para que haja uma melhor experiência de animação ao utilizar o *controle deslizante*, antes se pode selecionar os lados a , b , $c1$ e d do quadrado pressionado a tecla Ctrl e selecionado cada lado, ainda com o Ctrl pressionado clicar com o botão direito do mouse e ir até a opção de *configurações*, e logo em seguida na janela básico clicar sobre opção *exibir rotulo* e selecione a opção *valor*. Dessa forma, os lados não mais apareceram representados por letras, e sim a medida numérica de cada lado. E por último, para mostrar o valor dos ângulos internos de cada vértice do retângulo, deve-se selecionar a ferramenta de *ângulo* e clicar sobre três pontos no sentido horário. Diante dos passos 1 a 3 temos o seguinte conforme a figura 27.

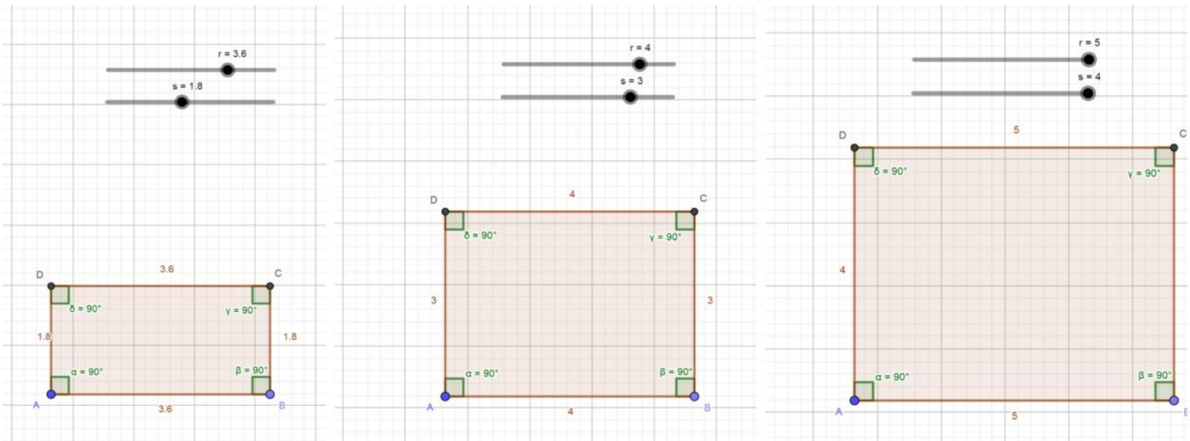
Figura 27 - Construção do retângulo finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 28, às três imagens representam retângulos com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 28 - Animação do retângulo pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

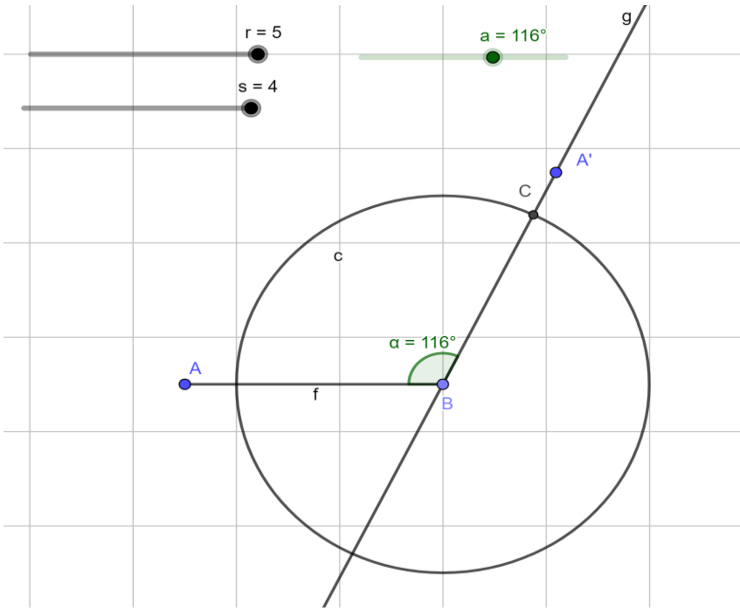
4.4 Paralelogramo – Procedimentos

Objetivo: construir um paralelogramo de lados r e s variáveis e ângulos α e β variáveis.

Passo 1: Para construir o paralelogramo primeiramente deve-se inserir o controle deslizante referente aos lados, a construção será feita tendo r com o valor mínimo 0 e máximo 5, já s terá mínimo 0 e máximo 4 e ambos com incremento de 0,2. Ademais, para o controle deslizante relacionado ao ângulo, o nome dado será de a com mínimo 0° e máximo 180° e incremento de 1°.

Passo 2: Continuando com a construção do paralelogramo, deve-se adicionar um *segmento de comprimento fixo* através da *barra de ferramentas* com o tamanho r, obtendo $\overleftrightarrow{AB} = f$. Ademias, clicar sobre a ferramenta de *ângulo com amplitude fixa* e inserir a letra a, obtendo o ângulo α, assim como o ponto A'. Em seguida, selecionar a opção *Circulo: Ponto & Raio,* e clicando sobre o ponto B e informa como sendo raio igual a s, obtendo a circunferência renomeada c, onde a intersecção da circunferência com a reta g deve-se fixa um ponto C. Dessa forma, temos o seguinte após os passos 1 e 2 como mostra a figura 29.

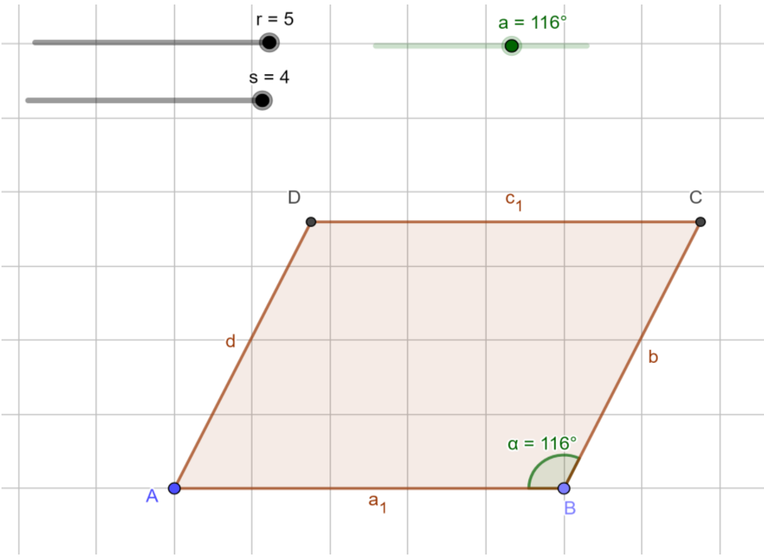
Figura 29 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Outrossim, e traçar duas *retas paralelas*, para isso seleciona-se a opção que está localizada em *retas*, e assim, clicando sobre o segmento AB e ponto C temos a reta h. Para a obter a outra *reta paralela* clica-se na reta g e no ponto A, assim temos a reta i. Contudo, a interseção das retas paralelas h e i colocam-se um ponto denominado de D. Assim, pode-se "limpar" o esboço da figura retirando $\overleftrightarrow{AB}$, as retas g, h e i, assim como o ponto A'. Dessa forma, com os pontos A, B, C e D pode-se usar a ferramenta *polígono* e a partir disso interligar os pontos clicando sobre, assim temos o que está esboçado na figura 30.

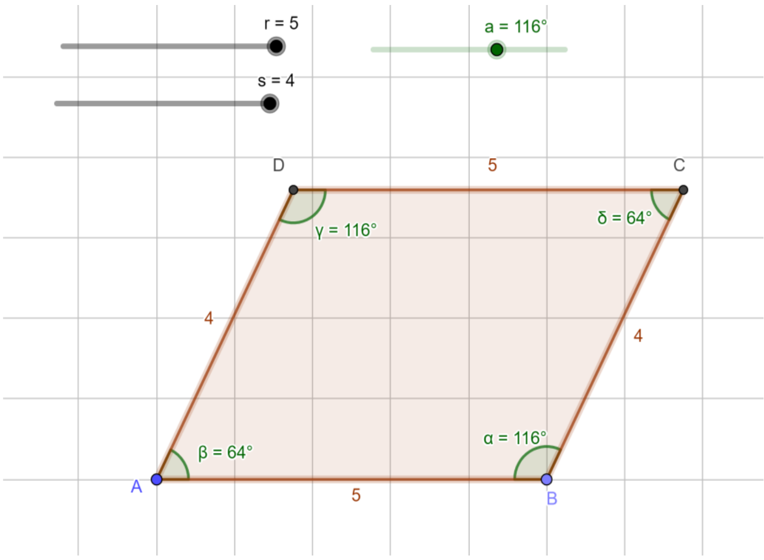
Figura 30 - Construção após o passo 3



Fonte: Autoria própria.

Passo 4: Contudo, para que haja uma melhor compreensão da figura geométrica deve-se inserir os ângulos internos do paralelogramo, para tal feito utiliza-se a ferramenta de *ângulo*, e com esta selecionada clicar sobre os pontos B, A e D respectivamente, obtendo o ângulo β. Dessa forma, será feito para os outros vértices C e D, obtendo os ângulos δ e γ na devida ordem. Ademais, para os lados obterem valores e não letras pressionam-se a tecla $Ctrl$ do teclado e selecionar todos os lados do paralelogramo, ainda com a tecla $Ctrl$ pressionada clicar com o botão direito do *mouse* e ir até configurações, e após ir até a opção *exibir rotulo* e selecionar *valor*. Diante disso, com os passos anteriores temos a figura 31 do paralelogramo.

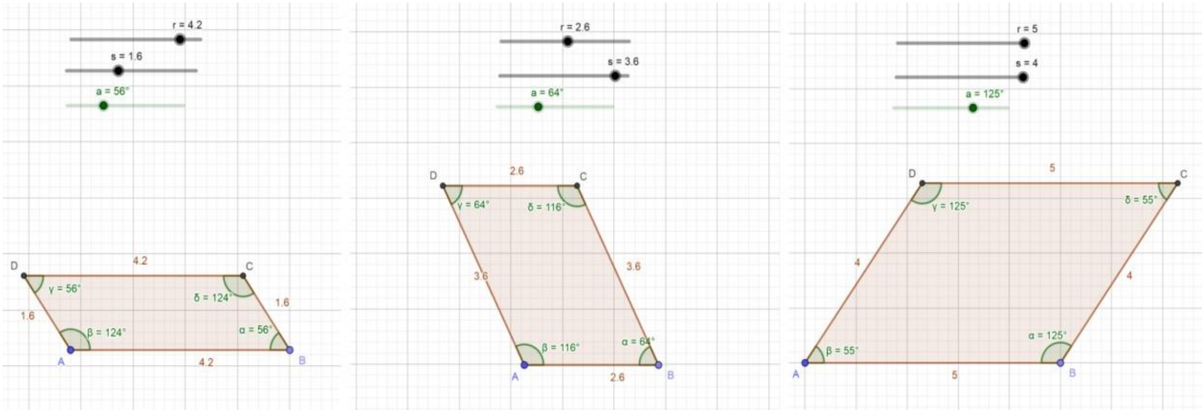
Figura 31 - Construção do paralelogramo finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 32, às três imagens representam paralelogramo com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 32 - Animação do paralelogramo pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

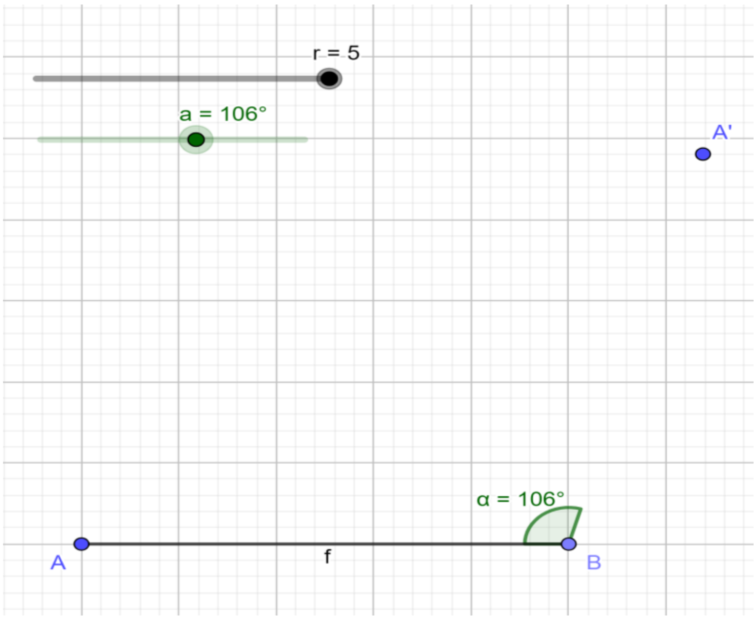
4.5 Losango – Procedimentos

Objetivo: Construir um losango com lados r e ângulos α e β variáveis.

Passo 1: Fixar o *controle deslizante* para os lados do losango renomeado r, com mínimo 0 e máximo 5 e incremento de 0,2. Ademais, fixar outro *controle deslizante* em relação ao ânguloα, onde α será denotado pela letra a, sendo que o mínimo seja 0° e máximo 180° com incremento de 1°.

Passo 2: Selecionar a opção de *segmento com comprimento fixo* e digitar em comprimento a letra r, com isso surge $\overleftrightarrow{AB} = f$. Em seguida, utilizar a opção de *ângulo com amplitude fixa* e clicar sobre os pontos A eB respectivamente, já na caixa de ângulo digitar a letra a no sentido horário, obtendo o ângulo α, assim como o ponto A', tal que a distância entre $\overleftrightarrow{BA'} = \overleftrightarrow{AB}$, pois o *GeoGebra* configura com que esse ponto A' que surgiu tenha a mesma medida do segmento anterior construído. Então, BA' e um dos lados do losango. Diante dos passos 1 e 2 temos os seguintes resultados de acordo com a figura 33.

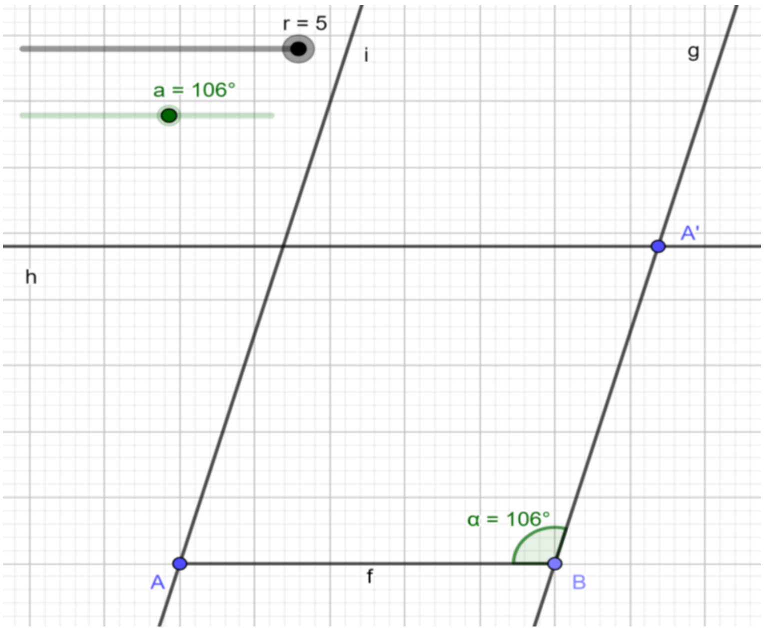
Figura 33 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Construir uma reta g que passe pelos pontos BA', e a partir disso traçar *retas paralelas* selecionando a ferramenta e clicando primeiramente no segmento AB e em seguida no ponto A' respectivamente, assim temos uma reta h paralela ao segmento f. Adamais, fazer outra *reta paralela*, selecionado a ferramenta e clicando sobre a reta g e o ponto A respectivamente, obtendo a reta $i \parallel g$. Contudo, temos a seguinte construção geométrica conforma a figura 34.

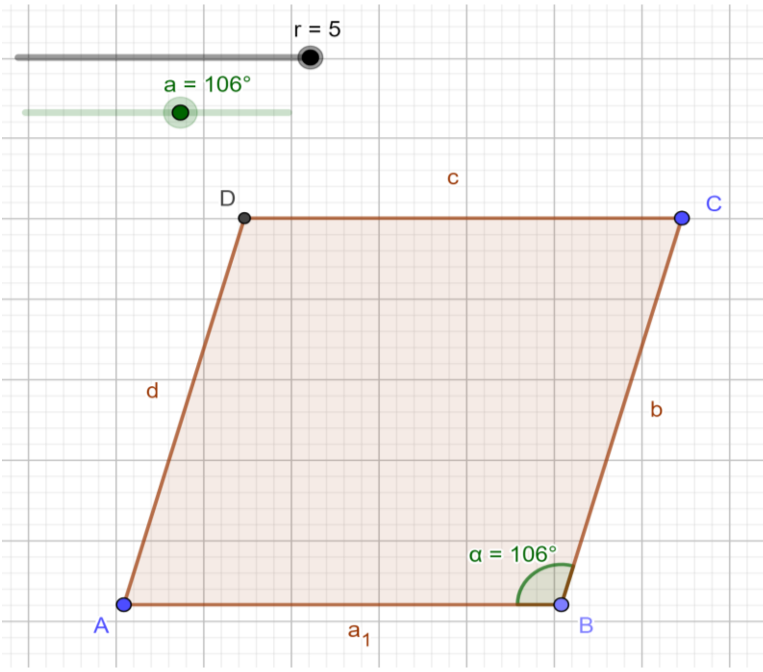
Figura 34 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 4: Antes de seguir utilizado a ferramenta de *polígono*, por uma questão de estética o ponto A' será renomeado para C, isso faz-se possível clicando com o botão direito do *mouse*, é indo até a opção *renomear*. Além disso, colocar um ponto D na interseção das retas h e i, e após ocultar o esboço da construção tirando as retas e segmentos clicando com o botão direito do *mouse* sobre e selecionar *exibir objeto*, com isso permanece somente os pontos A , B , C e D. Desse modo, usa-se a opção de *polígono* e clicando sobre os pontos interligando até formar a figura geométrica como mostra a figura 35.

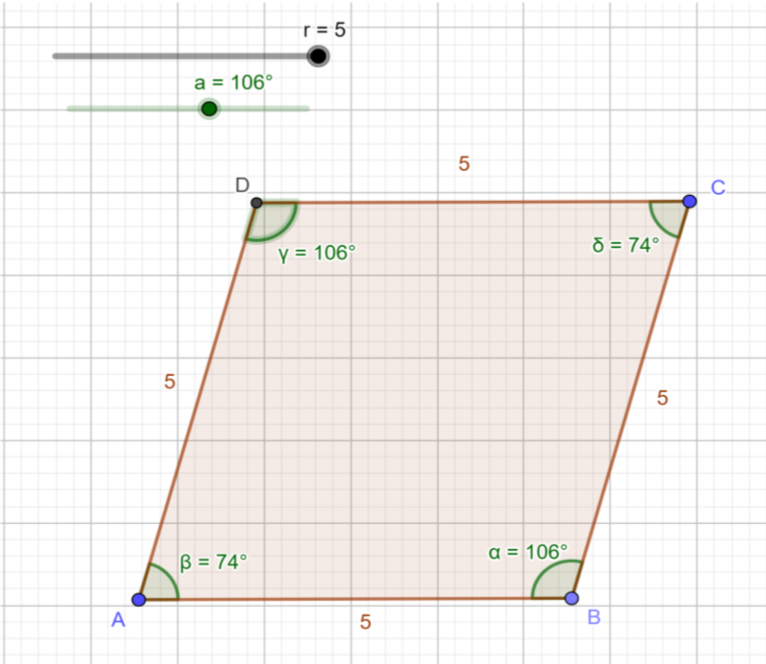
Figura 35 - Construção do losango após o passo 4



Fonte: Autoria própria.

Passo 5: Para um melhor entendimento da figura geométrica construída pode-se propor em fazer os outros ângulos internos, isso pode ser feito selecionado a opção *ângulo* e clicando nos pontos B, A e D resultando no ângulo β, para os outros ângulos faz-se os mesmos procedimentos levando em consideração que o sentido para que se construa ângulos internos e o sentido horário. Ademais, com a tecla $Ctrl$ pressionada selecionar os lados a_1, b, c e d e ainda com a tecla $Ctrl$ pressionada clicar com o botão direito do *mouse*, e na janela que se abre ir até a opção de *exibir rotulo* e selecionar *valor*, e assim os lados do losango passaram a mostra a informações numéricas e não mais em letras. Diante disso, a construção final seguindo os passos 1 até o 5 e o seguinte de acordo a com a figura 36.

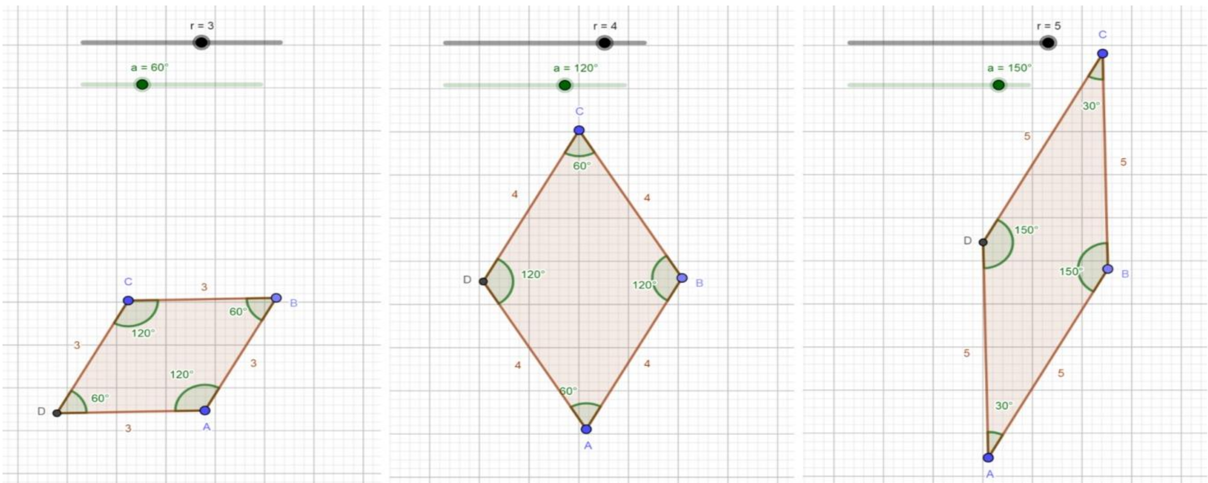
Figura 36 - Construção do losango finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 37, às três imagens representam losangos com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 37 - Animação do losango pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

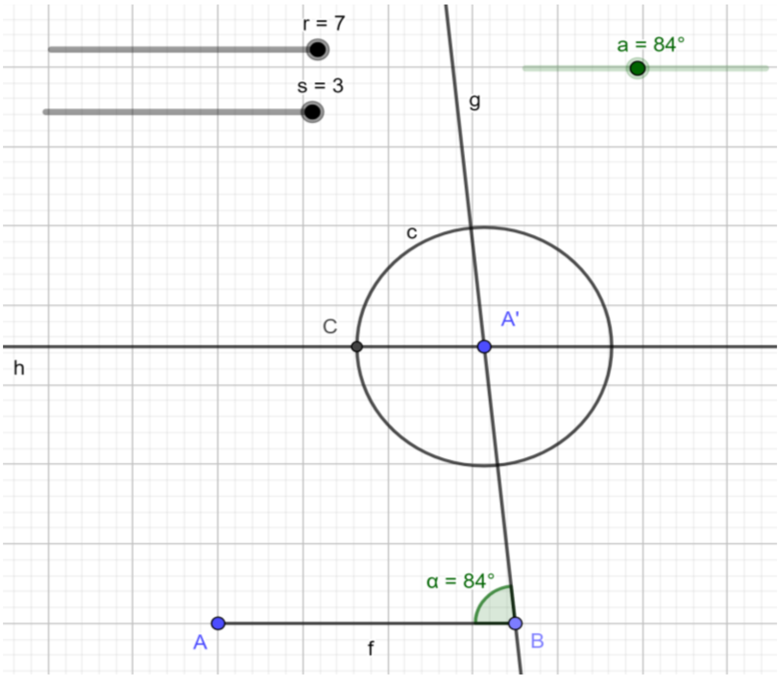
4.6 Trapézio – Procedimentos

Objetivo: Construir um trapézio com lados $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$ paralelos e ângulo α variável.

Passo 1: Construir dois controles deslizantes destinado aos lados as bases do trapézio que por consequência são $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Dessa forma, o 1º controle deslizante terá nome r com tamanho máximo de 7 e incremento de 0,2, já o 2º controle deslizante será nomeado de s e terátamanho máximo de 3 com incremento de 0,2. Esses valores foram estipulados diferentemente para que haja uma melhor visualização em relação à base maior e menor do trapézio por parte do observador. Ademais, outro controle deslizante destinado ao ângulo, com nome a, mínimo de 0° e máximo 180° e incremento de 1°.

Passo 2: Agora com a opção de segmento com comprimento fixo selecionada clicar sobre a *janela de visualização* e renomear como sendo r, obtendo $\overleftrightarrow{AB}$. Ademais, selecionar a ferramenta de *ângulo com amplitude fixa*, e clicando nos pontos A e B respectivamente inserir o ângulo a no sentido horário, obtendo a partir disso o ângulo α e o ponto A', que será renomeado para C. Além do mais, construir uma circunferência, para isso usa-se a ferramenta *Circulo: centro & Raio*, e a partir disso clicar sobre o ponto C e inserir raio r, dispondo agora da circunferência c. Com isso, construir uma *reta paralela* ao segmento AB, então com a opção selecionada clicar sobre $\overleftrightarrow{AB}$ e em seguida no ponto C, dessa maneira obtendo a reta c, com interseção com a reta h, onde será colocando um ponto D. Diante dos passos 1 e 2 construídos, temos o seguinte expresso pela figura 38.

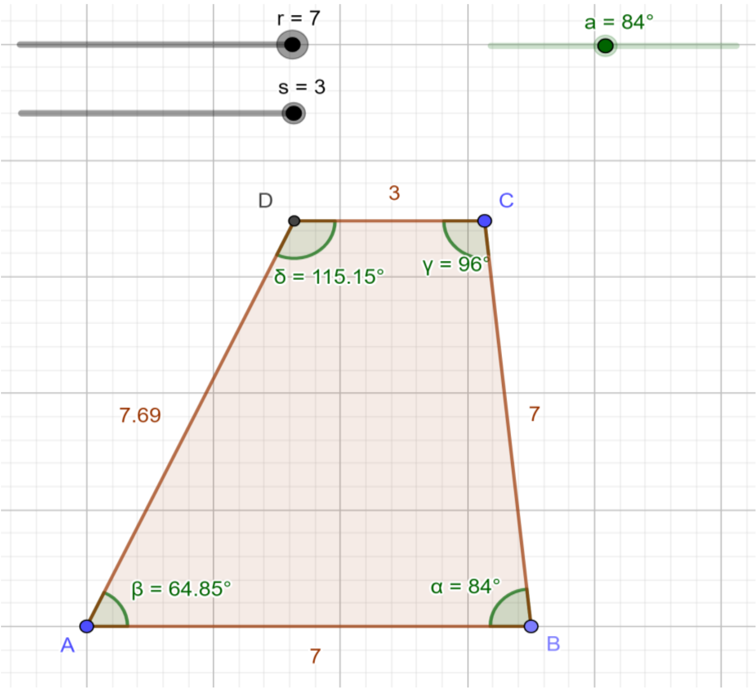
Figura 38 - Construção após os passos 1 e 2



Fonte: Autoria própria.

Passo 3: Antes de usar a opção de polígono, deve-se tira os traçados que não se deseja mais na construção, e ficando somente com os pontos (vértices) do trapézio. Para isso, e preciso clicar com o botão direito do *mouse* sobre, e selecionar a opção *exibir objeto*. Dessa forma, pode-se traçar o *polígono* a partir da ferramenta selecionada. Aliás, antes de finalizar a construção do trapézio podem-se inserir os ângulos internos através da ferramenta *ângulo*, assim como atribuir valor aos lados e não letras, e isso selecionado os lados com a tecla *Ctrl* pressionada e clicar com o botão direito do *mouse* e selecionar a opção *valor* em *exibir rotulo*. Contudo, a figura geométrica estará finalizada segundo a figura 39.

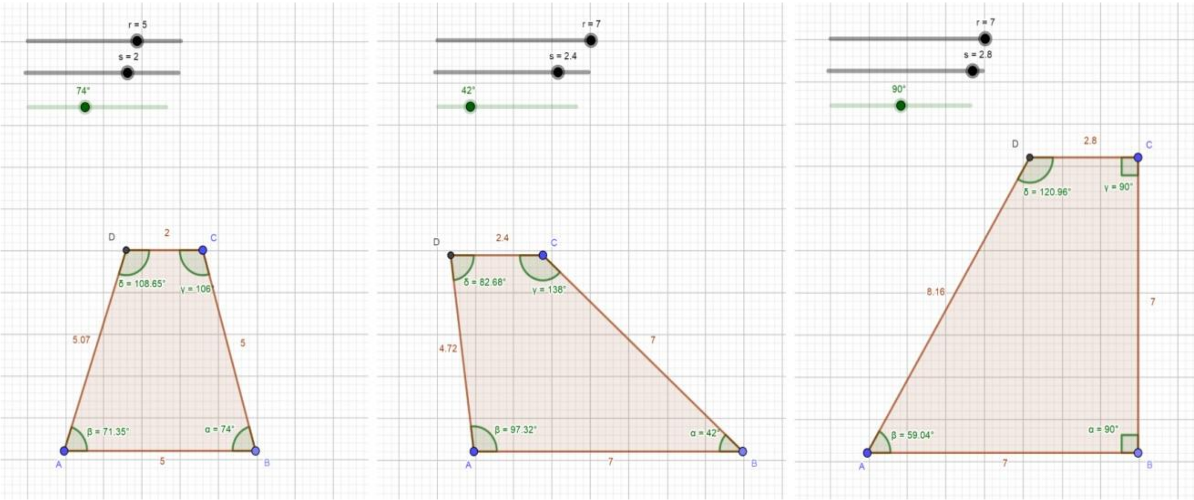
Figura 39 - Construção do trapézio finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 40, às três imagens representam trapézios com lados diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 40 - Animação do trapézio pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

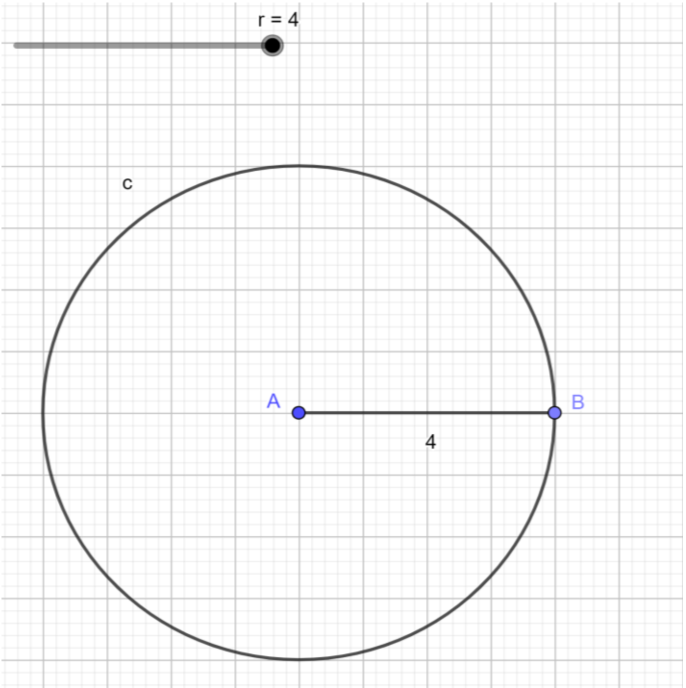
4.7 Circunferência – Procedimentos

Objetivo: Construir uma circunferência com raio r variável.

Passo 1: Fixar sobre a janela de visualização um *controle deslizante* renomeado de r que será o raio da circunferência, com mínimo 0 e máximo 4 com incremento de 0,2.

Passo 2: Com a ferramenta de *segmento com comprimento fixo* selecionada clicar em qualquer área da *janela de visualização* e a partir disso inserir a letras r como valor ao tamanho do segmento, obtendo assim o segmento $\overleftrightarrow{AB} = f$. Ademais, ir até a opção de *raio*, e selecionar a opção de *Circulo dados Centro e Um de seus Pontos*, e como isso clicar sobre o ponto A, e em seguida no ponto B respectivamente, obtendo assim a circunferência c. Além do mais, para uma melhor visualização do valor do ângulo durante a apresentação animada do *controle deslizante* faz-se necessário clicar com o botão direito do *mouse* sobre $\overleftrightarrow{AB}$, e com isso ir até configurações e selecionar a opção *exibir rótulo* e escolher *valor*. Assim, o raio passara à mostra a medida numérica ao decorrer do processo de animação do *controle deslizante*. Com tudo, temos o seguinte após todas as construções da circunferência como exibe a figura 41.

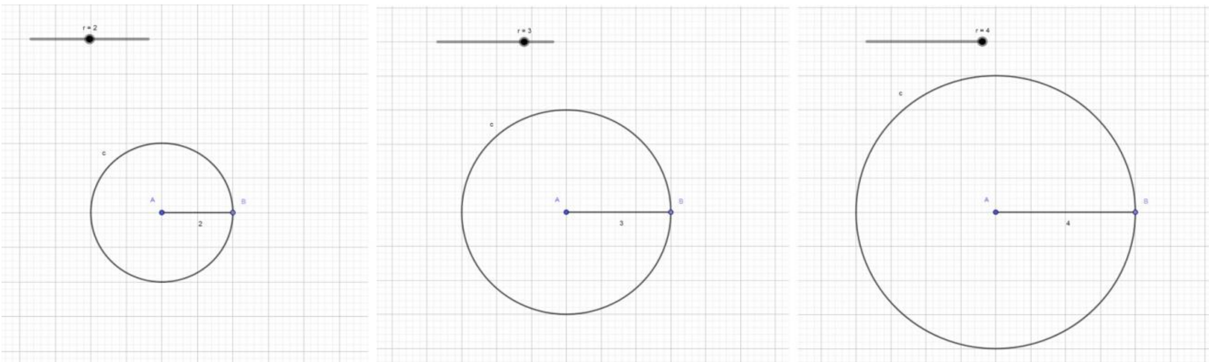
Figura 41 - Construção da circunferência finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 42, às três imagens representam circunferências com raios que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 42 - Animação da circunferência pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

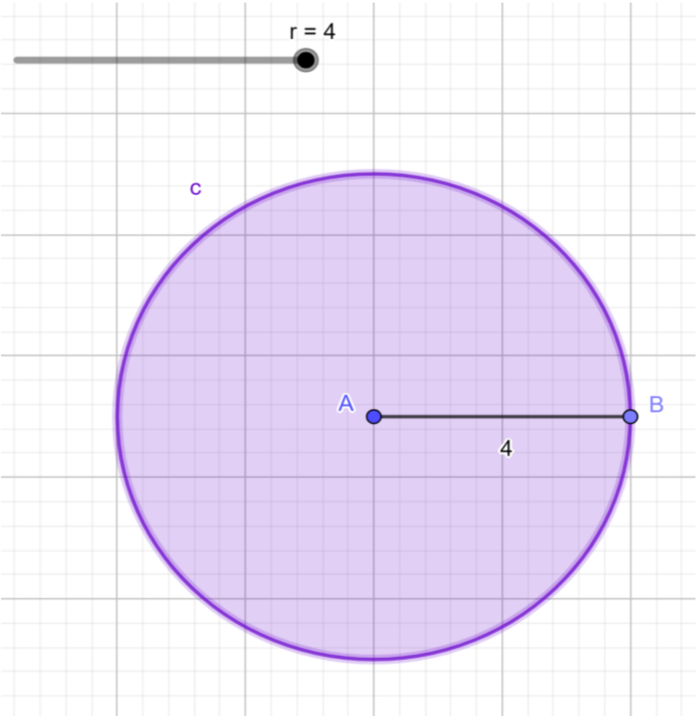
4.8 Círculo – Procedimentos

Objetivo: Construir um círculo com raio r variável.

Procedimentos (passos)

Passo 1: A construção do círculo será utilizando os mesmos procedimentos para montar a *circunferência* e adicionado somente uma cor de escolha ao interior do círculo para que possa representar uma figura que possui área. Sendo assim, para incorporar uma cor de forma interna a circunferência deve-se que clicar com o botão direito sobre a *circunferência c* e dessa forma ir até *configurações*, ir até a janela *cor* e selecionar uma coloração de escolha, e aumentar a *transparência* até que seja possível identificar uma cor interna a circunferência *c*. Fazendo as alterações necessárias agora temos o círculo *c*, conforme a figura 43.

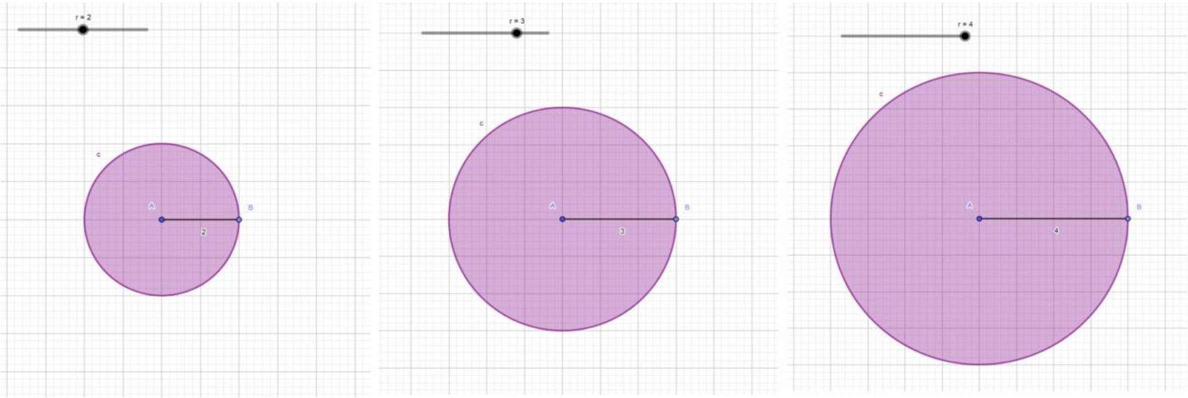
Figura 43 - Construção do círculo finalizada



Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 44, às três imagens representam círculos com raios diferentes e por consequência, tamanhos (áreas) que as diferem. Tal feito foi devido à animação proporcionada pela ferramenta de *controle deslizante* disponível pelo *software GeoGebra*.

Figura 44 - Animação do círculo pela ferramenta de controle deslizante



Fonte: Autoria própria.

5 BENEFÍCIOS NA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DA GEOMETRIA PLANA

Os *softwares* educacionais são ferramentas que colaboram com o ensino e aprendizagem nos dias atuais, sua facilidade de acesso é gratuidade em alguns programas, torna esse auxílio tecnológico acessível à boa parte dos alunos, sendo os mesmos de escolas públicas ou privadas. Diante disso, segundo (Costa 2017, Pág. 19) afirma que

> A potencialidade do computador, através dos softwares como ferramenta educacional, é incontestável, mas devem ser usados com discernimento, sendo necessário que o professor observe a qualidade do material que está se dispondo a utilizar, se este se adequa à faixa etária dos alunos, se favorece a construção do conhecimento e se é de fácil uso.

Portanto, o professor contemporâneo deve se atentar a essas novas metodologias de ensino, a fim de conciliar o ensino da matemática em conjunto com os aparatos tecnológicos da atualidade, e assim proporcionar ao aluno uma alternativa didática de ensino através de auxílios informáticos.

O processo de aprendizado pelo aluno não ocorre somente deixando o mesmo sem qualquer orientação de um profissional que conhece tanto o ponto de vista computacional, assim como o pedagógico e psicológico. Além disso, através do computador o aluno está inserido em um meio social, vivenciado a experiência de aprender com outros ao seu redor. Dessa forma, o aluno e levado a experimentar elementos sociais, de conhecimento e de problemas a serem resolvidos por meio do uso computacional (Valente, 1993).

O uso computacional requer do usuário praticas bastantes pertinentes diante do processo de construção do conhecimento. Com isso, a aluno está interagido com aquele meio tecnológico, a fim de manipular conceitos que o leve a resolver problemas do cotidiano, e isso tem impacto direto no desenvolvimento mental, pois ao mesmo tempo em que adquire conceitos, interage com objetos do mundo (Papert, 1980). Dessa forma, torna-se evidente que o auxílio computacional impacta de forma positiva em relação a absorção dos conteúdos, independentemente quais forem.

Idem tem-se que a informática no ramo da educação escolar pode auxiliar de maneira mais eficaz e compreensiva (fixa) de determinado conteúdo, tendo em vista as possibilidades que esse mecanismo tecnológico pode proporcionar através dos softwares educativos. Com isso, e notório que com esses meios computacionais de ensino a aprendizagem dos discentes se torna mais interessante, além de agilizar o processo de ensino-aprendizagem. Assim, Nascimento (2007, p. 44) afirma que:

> A informática pode ser um excelente recurso pedagógico a ser explorado por professores e alunos quando utilizada de forma adequada e planejada. Reitera-se, assim, a importância da definição de objetivos e a elaboração do projeto pedagógico da escola, que deve levar em consideração as características, os interesses e as necessidades locais, para que a integração do computador ao processo educacional possa ser efetivada de forma positiva e eficaz.

Diante disso, é lógico pensar que essa nova tendência em utilizar tecnologia de cunho educacional, ajudar positivamente tanto ao aluno em compreender o assunto, assim como o professor ao ensinar os conteúdos programáticos de maneira didática.

Cientes da discussão traçada até aqui neste tópico e considerando a importância da escola junto aos avanços tecnológicos (computadores, softwares e outros) presentes para a formação do indivíduo, assim como ao profissional ao propor aos seus discentes essa metodologia aplicada de ensino. Sendo assim, pode-se cita o software *GeoGebra* no ensino aplicado da matemática, sendo que o programa proporciona ao usuário várias possibilidades no que diz respeito ensino matemático, tendo em vista que o aplicativo e de uso e fácil e prático. Neste sentido, Hohenwarter (2007, p. 1) que afirma:

> Por um lado, o GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Por outro lado, equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do GeoGebra. Assim, o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos; permite achar derivadas e integrais de funções e oferece comandos, como raízes e extremos. Essas duas visões são características do GeoGebra: uma expressão em álgebra corresponde a um objeto concreto na geometria e vice-versa.

Ademais, segundo o próprio site *GeoGebra* diz o seguinte a respeito: os estudantes o adoram porque: "ele torna a matemática dinâmica, interativa e divertida. O GeoGebra oferece aos estudantes uma maneira nova e excitante de se aprender Matemática que vai além do quadro e giz"; os professores o adoram porque: "ele dá aos professores liberdade e autonomia para criarem aulas que eles sabem que os alunos acharão interessantes" e as escolas adoram porque: "estudantes que usam o GeoGebra são estudantes mais motivados e que obtêm melhores resultados."

Dessa forma, tem-se que a partir dos resultados positivos sobre o software *GeoGebra* e possível abordar uma variedade de assuntos matemáticos. Dessa forma, a geometria plana em especifico, figuras planas notáveis se encaixam nesse quesito.

Em suma, se faz lógico pensar que atualmente e indispensável o uso do *software GeoGebra* no ensino da geometria plana e em outros conteúdos matemáticos, isso e afirmado por uma série de autores referenciados nesse tópico, que defendem a ideia de conciliar a tecnologia junto a educação, e que esse fato se faz essencial para um melhor desenvolvimento social e intelectual do discente, de modo a forma um indivíduo crítico, que saiba resolver por meio da tecnologia, problemas do cotidiano.

6 CONCLUSÃO

Conforme apresentado ao longo da pesquisa, é possível reforçar a importância do assunto abordado, visto que o mesmo pode impactar fortemente no aprendizado do aluno de maneira didática e metodológica, tendo em vista que o processo de construção de figuras geométricas através do auxílio computacional estimula o intelecto do discente, lhe proporcionado uma melhor assimilação do conteúdo visto teoricamente em sala de aula.

As informações e dados apresentados neste trabalho contribuem de forma significativa no campo de estudo matemático, pois, as aplicações da geometria plana junto ao utilitário *GeoGebra*, e dita de forma positiva por uma série de autores que foram referenciados nessa pesquisa, pois, o programa proporciona ao usuário uma experiência visual dos conceitos teóricos vistos em classe, e isso e um fator importante para o ensino da geometria. Sendo assim, a construção de figuras geométricas planas no software GeoGebra se mostra uma ferramenta relevante para o ensino fundamental maior nos dias atuais, de modo a forma um discente mais preparado as séries futuras.

Os conteúdos aqui apresentados demonstram que muitas outras pesquisas ainda podem ser realizadas sobre o *software GeoGebra* em conceitos básicos da geometria plana: uma metodologia de ensino para o fundamental maior, devido à importância do tema e inúmeras contribuições para o meio acadêmico, com a finalidade de propor uma pesquisa de campo, visando aplicar a metodologia de construção de figuras geométricas, de modo a coletar resultados próprios sobre a investigação, e a partir disso discutir novamente sobre a relevância e benefícios do utilitário *GeoGebra* para o ensino-aprendizagem dos discentes.

REFERÊNCIAS

BASNIAK, Maria Ivete. ESTEVAM, Everton José Goldoni. **O GeoGebra e a matemática da educação básica: frações, estatística, círculo e circunferência**. Curitiba: Ithala, 2014.

BASNIAK, Maria Ivete. ESTEVAM, Everton José Goldoni. **O GeoGebra e a matemática da educação básica: frações, estatística, círculo e circunferência**. Curitiba: Ithala, 2014.

BRAZ, F. M. **História da geometria hiperbólica**. 2009. 34 p. Monografia Brennand, E. G.de Góes (2002). Admirável Mundo Virtual. João Pessoa: UFPB. CD-ROM. Acesso em 18 de fevereiro de 2022.

CONTADOR, P.R **Matemática uma breve história,** 2ª Ed. vol. 1, São Paulo: 2006.

COSTA, Ivana Paula Lira da. **A utilização do software GeoGebra como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem: uma aplicação para alunos e professores da rede pública de ensino**. 2017. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Oeste do Pará.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática da teoria à prática**. 16.ed. Campinas/SP: Papirus, 2008.

FERRÃO, R. G. **Metodologia cientifica para iniciantes em pesquisas.** Linhares, ES: Unilinhares / Incaper, 2013.

FERREIRA, A. B. D. H. Mini Aurélio século XXI: o minidicionário da língua portuguesa. 5. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: IV CONGRESSO RIBIE. Brasília, 1998.Disponível em: <http://www.academia.edu/8369213/A_APRENDIZAGEM_DA_MATEM%C3%81TICA_EM_AMBIENTES_INFORMATIZADOS>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2022.

GRESSLER, L. A. **Introdução à pesquisa:** projetos e relatórios. 2. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2004.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. www.geogebra.org.br, 2007. Acesso em: 21 fevereiro 2022.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. **www.geogebra.org.br**, 2007. Acesso em: 5 de fevereiro de 2022.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. GeoGebra. **www.geogebra.org**, 24 mar. 2009. ISSN Ajuda GeoGebra Manual Oficial da Versão 3.2. Disponível em: <https://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 7 de fevereiro de 2022.

HYMANN, Hebert. **Planejamento e análise da pesquisa:** princípios, casos e processos. Rio de Janeiro: Lidador, 1967.

KUETHE, J. **O processo ensino-aprendizagem**. Tradução de Leonel Vallandro. 2ª. ed. Porto Alegre: Globo, 1977.

LEAL, F. Brasil Escola. **Monografias Brasil Escola**. Disponível em: <http://monografias.brasilescola.uol.com.br/pedagogia/as-dificuldades-ensino-aprendizagem-no-ensino-fundamental-i.htm>. Acesso em: 12 de fevereiro de 2022.

LIMA, M. R. D. et al. O impacto do uso das tecnologias no aprendizado dos alunos do ensino fundamental I. Disponível em: <https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/o%20impacto%20do%20uso%20das%20tecnologias%20no%20aprendizado%20dos%20alunos%20do%20ensino%20fundamental%20i.pdf>. Acesso em: 14 fevereiro 2022.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 2ª. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

LUIZ, Robson. "Polígonos"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm. Acesso em 16 de fevereiro de 2022.

LUIZ, Robson. "Polígonos"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm. Acesso em 21 de fevereiro de 2022 Maio 2021.

MELO, C. B. D. S.;LEIVAS, J. C. P. **O software GeoGebra e a construção do ciclo trigonométrico: uma contribuição para o ensino de trigonometria**. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria. 2014.

NASCIMENTO, J. K. F. D. **Informática aplicada à educação**. 2. ed. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

NOÉ, M. Geometria Plana. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/geometria-plana.htm. > Acesso em> 11 dezembro 2021.

OLIVEIRA, C. C. D.; COSTA, J. W. D.; MOREIRA, M. Ambientes informatizados de aprendizagem: produção e avaliação de software educativo. São Paulo: Papirus, 2001.

OSVALDO DOLCE, JOSÉ DE ALENCAR POMPEO, "**fundamentos de matemática elementar - geometria plana**" 2013.

RIBAS, D. A docência no Ensino Superior e as novas tecnologias. **Revista Eletrônica Latu Sensu**, ano 3, n. 1, mar. 2008. Disponível em: <http://web03.unicentro.br/ especialização/ Revista Pôs/P%C3%A1ginas/3%20Edi%C3%A7%C3%A3o/ Humanas/PDF/3-Ed3_CH-DocenciaEns.pdf>. Acesso em: 02 de novembro de 2021.

Site: <www.geogebra.org> acesso em 27 de novembro de 2021

Site: https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html> acesso em 12 de dezembro de 2021

VALENTE, José Armando. Por que o computador na educação. **Computadores e conhecimento: repensando a educação. Campinas: Unicamp/Nied**, p. 24-44, 199Papert, S. (1980) *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. Basic Books, New York.

Traduzido para o Português em 1985, como *Logo: Computadores e Educação*, Editora Brasiliense, São Paulo.3.