



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO MARAJÓ – BREVES
FACULDADE DE MATEMÁTICA - FAMAT

IVANEY FERREIRA BAIA

O LETRAMENTO MATEMATICO: um olhar sobre um livro didático do 9º ano do ensino fundamental.

BREVES/PA
2022

IVANEY FERREIRA BAIA

O LETRAMENTO MATEMATICO: um olhar sobre um livro didático do 9º ano do ensino fundamental.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
para obtenção do título de Licenciatura em
Matemática, da Faculdade de Matemática,
Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. Robson dos Santos Ferreira

BREVES/PA
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B152l Baia, Ivaney Ferreira.
O letramento matematico: um olhar sobre um livro
didático do 9º ano do ensino fundamental. / Ivaney Ferreira
Baia. — 2022.
43 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Robson dos Santos Ferreira
Trabalho de Conclusão (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, Campus Universitário de Breves, Faculdade
de Matemática, Breves, 2022.

1. Letramento matematico; Livro didático; Educação.
I. Título.

CDD 510.7

IVANEY FERREIRA BAIA

O LETRAMENTO MATEMATICO: um olhar sobre um livro didático do 9º ano do ensino fundamental.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Banca Examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará, como exigência para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em ____/____/____.

Prof. Dr. Robson dos Santos Ferreira
Orientador (MAT/CUMB/UFPA)

Prof. Dr. Alan Gonçalves Lacerda
Examinador (MAT/CUMB/UFPA)

Dedico este trabalho aos meus pais e irmãos,
pois é graças aos seus esforços que hoje posso
concluir o meu curso.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha vida, e por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo do curso.

Aos meus pais que apesar de não estarem mais aqui comigo, sempre me incentivaram a estudar. Aos meus irmãos que sempre me ajudaram em todos os momentos de minha vida.

Aos professores, pelas correções e ensinamentos que me permitiram apresentar um melhor desempenho no meu processo de formação profissional.

“A matemática é o alfabeto no qual Deus escreveu o
Universo”. (GALILEU GALILEI)

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo a abordagem do letramento matemático e suas aplicações no contexto educacional do ensino de matemática partindo de uma análise específica do capítulo 1 – Números reais. Este livro didático de Matemática do 9º ano, designado como: “matemática Bianchini do 9º ano” – 9ª edição, da editora Moderna, disponibilizado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), utilizado em uma escola da região urbana da cidade de Breves - PA, será nosso objeto de estudo para a produção desta pesquisa. Sobre o que se refere a motivação para este trabalho, se deu a partir da reflexão da funcionalidade do livro didático o qual muitas vezes é visto como condutor do processo de ensino aprendizagem, apresentando uma organização onde sistematiza e ainda qualificar a aprendizagem, um material que o aluno tem acesso dentro e fora da escola.

Palavras-chave: Letramento matematico. Livro didático, Educação

ABSTRACT

The objective of this work is to approach mathematical literacy and its applications in the educational context of teaching mathematics, starting from a specific analysis of chapter 1 – Real numbers. This 9th grade Mathematics textbook, designated as: “Bianchini math of the 9th grade” – 9th edition, by Moderna, made available by the National Book and Didactic Material Program (PNLD), used in a school in the urban region of the city de Breves - PA, will be our object of study for the production of this research. Regarding the motivation for this work, it was based on the reflection of the functionality of the textbook, which is often seen as a driver of the teaching-learning process, presenting an organization where it systematizes and still qualifies learning, a material that the student has access inside and outside the school.

Keywords: Mathematical literacy. Textbook. Education

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 1 -	Capa do livro.....	20
Figura 2 -	Sumário do livro.....	21
Figura 3 -	Apresentação do capítulo 1.....	22
Figura 4 -	Figuras interativas.....	23
Figura 5 -	História dos números.....	24
Figura 6 -	Pense mais um pouco.....	25
Figura 7 -	Saiba mais.....	26
Figura 8 -	Representação dos números racionais.....	27
Figura 9 -	Representação dos quadrados.....	28
Figura 10 -	Gráficos em porcentagem.....	28
Figura 11 -	Teorema de pitágoras.....	29
Figura 12 -	O problema dos coelhos de Fibonacci e o número áureo.....	30
Figura 13 -	Trabalhando a informação.....	32
Figura 14 -	Trabalhando a informação.....	33
Figura 15 -	Trabalhando a informação.....	33
Figura 16 -	Números naturais.....	35
Figura 17 -	Conjunto dos números inteiros.....	36
Figura 18 -	Raiz quadrada de números racionais não negativos.....	37
Figura 19 -	Exercícios propostos.....	38
Figura 20 -	Agora é com você.....	38
Figura 21 -	Exercícios propostos.....	39
Figura 22 -	Exercícios complementares.....	40

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	O LETRAMENTO E A MATEMÁTICA.....	15
3	O LIVRO DIDÁTICO E O LETRAMENTO MATEMÁTICO.....	18
4	ANÁLISES/REFLEXÕES DO LIVRO DIDÁTICO E SUA RELAÇÃO COM O LETRAMENTO MATEMÁTICO.....	21
4.1	Comunicação.....	22
4.2	Matematizar.....	24
4.3	Representação.....	26
4.4	Raciocínio e argumentação.....	30
4.5	Delinear estratégia para Resolução de Problemas.....	31
4.6	Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações.....	35
4.7	Utilizar Ferramentas Matemáticas.....	37
5	AS CARACTERÍSTICAS ENCONTRADAS NOS EXERCÍCIOS.....	40
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	41
	REFERÊNCIAS.....	43

1 INTRODUÇÃO

A motivação em desenvolver este trabalho tem relação com o interesse em compreender melhor a funcionalidade do livro didático, o qual muitas vezes é visto como condutor do processo de ensino aprendizagem, apresentando uma organização onde sistematiza e ainda qualifica a aprendizagem, um material que o aluno tem acesso dentro e fora da escola, e como consequência, visto como recurso principal do professor, não apenas como apoio, mas como um material norteador de seu trabalho docente.

Pensando no professor é mais perceptível a sua utilidade, mas quando se refere ao aluno, o que o livro poderá representar para ele, nos faz refletir como está se dando essa visão, se o aluno reconhece seu contexto aplicado neste objeto de estudo aqui abordado. O que leva ao desenrolar do letramento matemático, um fator que poderá nos trazer respostas através dessa análise.

O livro didático é um recurso bastante utilizado pelos docentes, e é um direito do estudante, previsto em diversas políticas públicas educacionais, a exemplo da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9.394/96), decretos, portarias e resoluções do Ministério da Educação. De acordo com a o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, entre 2019 e 2020 foram distribuídos mais de 170 milhões de exemplares.

É fundamental refletir ainda se tal recurso atende a proposta de letramento matemático. Sendo assim, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) considera que:

A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e interacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BNCC, 2017, p. 263.)

A BNCC, traz em sua descrição, o que poderíamos / podemos encontrar neste contato com a disciplina de matemática, seus fundamentos e modelações, o leque de possibilidades que ela pode oportunizar ao aluno argumentar e construir em todo e qualquer contexto, e é justamente o letramento matemático que sustenta isto, uma vez que o mesmo se define como o fator de competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. O que resulta na criação de pressupostos a premissas da formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos. Como diz a frase da Malala Yousafzai “Um livro, uma caneta, uma criança e um professor podem mudar o mundo”.

Além disso, o letramento matemático consiste em desenvolver a capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática. Tendo ainda como premissa atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel na construção da cidadania. Segundo a OECD (2012), que considera a perspectiva do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – o PISA, trata-se da capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos”.

Nessa perspectiva nos questionamos: Quais características do Letramento Matemático podem ser observadas no livro didático matemática Bianchini do 9º ano” – 9ª edição, da editora Moderna. Temos como objetivo discutir como o Letramento matemático é contemplado no livro didático em análise e seus impactos no processo de ensino de Matemática.

Este trabalho tem como objetivo a análise de um capítulo do livro didático de Matemática do 9ª ano, disponibilizado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), utilizado em uma escola da região urbana da cidade de Breves- PA, é por isso, o material que servirá para a análise será o referido capítulo 1, designado “Números Reais”. A metodologia adotada é pautada em métodos que buscaram investigar a prática e comportamento do letramento a ser abordado, como afirma Bogdan e Biklen (1994): “O objetivo dos investigadores qualitativos é o de melhor compreender o comportamento e experiência humanos” (p.70)

Sedo assim, em primeiro momento apresentaremos, o objeto de estudo, e as bases que consolidam sua existência e importância, bem como seu papel no plano nacional do livro didático, após entraremos no capítulo o qual irá se embasar as verificações, partindo das propostas submetidas pela BNCC e o letramento matemático, onde destacaremos a características do letramento matemático estabelecidos, segundo o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – o PISA, pelos seguintes eixos:

- Comunicação: O Letramento Matemático envolve comunicação. O indivíduo percebe a existência de algum desafio e é estimulado a reconhecer e compreender uma situação-problema. A leitura, decodificação e interpretação de declarações, perguntas, tarefas ou objetos habilita o indivíduo a formar um modelo mental da situação, o que é um passo importante na compreensão, esclarecimento e formulação de um problema. Durante o processo de resolução, os resultados intermediários podem precisar ser resumidos e apresentados. Mais tarde, uma vez que uma solução tenha sido encontrada, o estudante pode precisar apresentar a solução de um problema, e talvez, uma explicação ou justificativa para outros.

- **Matematizar:** O Letramento Matemático pode envolver a transformação de um problema definido no mundo real para uma forma estritamente matemática (que pode incluir estruturação, conceituação, fazer suposições, e/ ou formulação de um modelo), ou interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao problema original. O termo "matematizar" é utilizado para descrever as atividades matemáticas fundamentais envolvidas.

- **Representação:** O Letramento Matemático envolve muito frequentemente representações de objetos matemáticos e situações. Isto pode implicar na seleção, interpretação, tradução entre e usando uma variedade de representações para capturar uma situação, interagir com um problema, ou para apresentar o seu próprio trabalho. As representações podem incluir gráficos, tabelas, diagramas, figuras, equações, fórmulas, e materiais concretos.

- **Raciocínio e argumentação:** Uma habilidade matemática que é chamada em todas as diferentes fases (estágios) e atividades associadas com Letramento Matemático é conhecida como raciocínio e argumentação. Essa capacidade envolve processos de pensamentos logicamente enraizados que exploram e vinculam elementos de problemas, de modo a fazer inferências, analisar justificativas, ou formular justificativas sobre uma afirmação ou na solução de problemas.

- **Delinear estratégia para Resolução de Problemas:** O Letramento Matemático frequentemente requer o delineamento de estratégias para resolução de problemas matemáticos. Isso envolve um conjunto de processos críticos de controle que norteiam um indivíduo para efetivamente reconhecer, formular e resolver problemas. Esta habilidade é caracterizada como seleção ou delineamento de um plano ou estratégia de usar a Matemática para resolver problemas decorrentes de uma tarefa ou contexto, bem como orientar a sua execução. Essa capacidade matemática pode ser exigida em qualquer das etapas do processo de resolução de problemas.

- **Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações:** O Letramento Matemático requer o uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações. Isso envolve compreensão, interpretação, manipulação e fazer uso de expressões simbólicas dentro de um contexto matemático (incluindo expressões aritméticas e operações) regido por convenções e regras matemáticas. Isto também envolve compreensão e utilização de constructos formais baseados em definição, regras e sistemas formais, bem como utilizar algoritmos com estes conceitos. Os símbolos, regras e sistemas utilizados variam de acordo com qual conteúdo particular da Matemática será necessário para uma específica tarefa de formular, resolver ou

interpretar matemática.

- Utilizar Ferramentas Matemáticas: As Ferramentas Matemáticas compreendem instrumentos como os de medida, ou calculadoras e computadores. Esta habilidade envolve conhecer e estar apto para lidar com várias ferramentas que podem auxiliar na atividade matemática, bem como saber das limitações desses instrumentos. Ferramentas matemáticas também possuem um importante papel na comunicação dos resultados. A prova em computador amplia as possibilidades para os estudantes utilizarem ferramentas matemáticas.

A análise será qualitativa, pois serão observados os objetivos das atividades propostas e as práticas de letramento, onde buscaremos a verificação do letramento matemático presentes ou ausentes no livro selecionado, a fim de através de um capítulo verificar se os objetivos educacionais propostos pela perspectiva do letramento matemático estão presentes.

Em segundo momento, após a abordagem, iremos para a análise de informações e validações de perspectivas de correlação entre o meio inserido, dados de identificação do livro, identificação dos campos da matemática e a seleção do conteúdo, observando a maneira como foi elaborado, bem como em especial o capítulo 1, o qual foi selecionado para a averiguação dos exercícios propostos e se estão relacionados a outros conteúdos com ênfase no que propõem o letramento matemático, logo, apresentaremos o resultado desta pesquisa.

Em terceiro momento apresentaremos a conclusão contendo, pontos positivos e negativos, seus desafios e pertinências das questões que resultarem desta abordagem referente ao objetivo da pesquisa. Para isso iremos categorizar os eixos norteadores do letramento matemático proposto pelo PISA, de maneira a se identificar o quão efetivo esta sua manifestação no livro selecionado.

Por fim, explanaremos as considerações finais, bem como a validação deste trabalho para o meio da educação matemática pela óptica da prática e efetivação do letramento matemático.

Os resultados da pesquisa são expostos em três capítulos, os quais estabelecem relação entre si, sendo apresentados de maneira macro e micro. O capítulo 1 o Letramento e a Matemática Já o capítulo 2 o livro didático e o Letramento Matemático. No capítulo 3 análises/reflexões do livro didático e sua relação com o Letramento Matemático. Além das considerações finais, onde são retomadas as abordagens anteriores, com certo teor de síntese do estudo e sugestões de futuras discussões.

2 O LETRAMENTO E A MATEMÁTICA

Para início desta abordagem sobre o letramento matemático, podemos levantar o questionamento sobre o entendimento das pessoas em relação a diferença de alfabetização para letramento. Há quem pense que são apenas sinônimos, porém cada nomenclatura tem seu conceito próprio, onde de certa forma se entrelaçam, estabelecendo um meio crucial para a aprendizagem do aluno e sua construção como cidadão. Logo a alfabetização está ligada ao conhecimento físico das palavras, da escrita e combinações simbólicas, já em relação ao letramento, destacamos que ele seja a prática desses conhecimentos adquiridos na alfabetização, de modo que venha criar e recriar o meio que vive de maneira organizada e expressiva.

Dissociar alfabetização e letramento é um equívoco porque, no quadro das atuais concepções psicológicas, linguísticas e psicolinguísticas de leitura e escrita, a entrada da criança (e também do adulto analfabeto) no mundo da escrita ocorre simultaneamente por esses dois processos: pela aquisição do sistema convencional de escrita – a alfabetização – e pelo desenvolvimento de habilidades de uso desse sistema em atividades de leitura e de escrita, nas práticas sociais que envolvem a língua escrita – o letramento. (SOARES, 2017, p. 44).

Saber apenas o processo de criação não é mais o suficiente para a dinâmica da comunicação, é necessário através do letramento cuja tem suas caracterizas literal da complexidade, onde a perspectiva da professora Magda Soares, diz que letramento é o estado onde se usa as técnicas junto aos instrumentos e recursos que ultrapassa a limitação que a escola oferece, como por exemplo uma cartilha, ou seja, o letramento amplia o cotidiano da aprendizagem, a sociedade em que estamos, e emanada de registros, seja documentais ou processos proporcionais ao indivíduo identificar e interpretar aquela dimensão em que está inserido.

Tendo o que foi visto até aqui, iremos adentrar ao letramento matemático também conhecido como numeramento que significa a utilização de números em diferentes contextos, a definição de letramento em si, tem várias interpretações de acordo com a perspectivas das pesquisas já realizadas sobre essa temática, sendo assim, trago de forma geral a seguinte citação de Machado, para que assim possa nortear a intenção desta pesquisa, de maneira que abrange o universo das pesquisas já realizadas.

podemos explicitar nosso entendimento para "letramento matemático" como expressão da categoria que estamos a interpretar, como: um processo do sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos

conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática na escrita convencionada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com a aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita. (MACHADO, 2003, p.135)

Deixa-se de ver a matemática apenas como uma linguagem científica, mas como uma vivência para uma prática natural, que englobam conceitos e experiências de maneira convencionada, com a possibilidade de o aluno desenvolver sua leitura significativa, assim, possa vir a estabelecer habilidades de ordenar e exemplificar sua ação.

O letramento se relaciona com a identidade dos sujeitos na medida em que abrange comportamentos, papéis sociais e práticas cotidianas, pois os sujeitos, dotados de personalidade e atravessadas por identidade, articulam ideologias dominantes e subordinadas, ressignificando elementos presentes em sua realidade. Da mesma forma, os letramentos expressam estruturas dominantes/vernaculares visíveis, influentes no que significa ser um sujeito em dado contexto. Assim, relacionar-se com práticas de letramento significa relacionar-se com as identidades a elas associadas (STREET, 2006, p. 469-470).

Podemos assim evidenciar na palavras de Street, a importância de se permitir tal letramento na vida do ser humano, neste momento pensa-se em estratégias para a efetivação desta meta, entrando em cena a BNCC, onde as relações do conceito de letramento matemático com a diretrizes descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destaca o letramento matemático onde é definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

À vista disto, compreendemos que a BNCC se constitui como um importante instrumento para a formação de alunos Letrados em Matemática a partir de um ensino mais crítico e reflexivo. Buscamos com este trabalho elucidar compreensões acerca do letramento e enquanto práticas sociais desempenhadas por sujeitos e instituições em um contexto específico que é na educação Matemática.

O conceito de ‘estado ou condição’ de letramento pressupõe saberes, atitudes e comportamentos de uma pessoa (ou de um grupo) que, por ter-se apropriado da escrita, consegue oferecer determinadas respostas a certas demandas. Essa definição se adequa bem à concepção de letramento escolar como algo que pode ser mensurado por parâmetros predefinidos para cada série, nível ou grau de escolaridade. Já ao focalizar as ‘práticas sociais’ ou, em outras palavras, ‘o processo de letramento’, alarga-se o raio de ação do letramento em tempo e espaço. Passasse a vislumbrá-lo como um fenômeno que nos acompanha por toda a vida e nas mais diferentes esferas de atividade (não apenas na escola) com os mais diferentes propósitos e formas de inserção e de participação em eventos de todos os níveis sociais e/ou de escolaridade (TINOCO, 2008, p. 106).

Sendo assim, o letramento é uma abordagem ampla com suas particularidades, como no caso do ensino infantil onde acontece pouco a pouco de maneira sutis, conhecendo o sistema de numeração, no que se refere ao ensino Médio busca analisar e espelhar as fórmulas e modelos de fenômenos e ações, no ensino técnico e superior onde a matemática se encontra mais pura e o aluno precisa constantemente validar o conceito a prática, na formação social onde constitucionalmente se estabelece o direito do indivíduo em ter acesso à educação formadora e emancipadora para sua vivência e leitura de mundo que é de extrema importância, principalmente, no cenário educacional que estamos vivendo, tendo em vista os retrocessos e rupturas dos direitos preconizados de socializar todos os conhecimentos organizados pela humanidade.

Compreendendo assim sua amplitude no que diz respeito ao letramento matemático, se faz necessário pensar em estratégias de sua aplicação, de acordo com o nível de desenvolvimento do indivíduo, mesmo antes de entrar na escola as crianças, no seu dia a dia, estão envolvidas com aspectos quantitativos da realidade, classificando, ordenando, quantificando, medindo, mantendo uma boa relação com a matemática isso é um dos pontos positivos de início de trabalhos para a efetivação do letramento, o que tange ao lado negativo neste caso, é observado ao momento que esta criança ingressa na escola, onde os saberes matemáticos são deixados em segundo plano, uma vez que se concentra na alfabetização da linguagem falada, não sendo acompanhada com a linguagem descritivas.

O papel principal da Matemática está em organizar o pensamento e desenvolver habilidades relacionadas ao raciocínio lógico; em ajudar a estabelecer relações entre objetos, conceitos e fatos, ao mesmo tempo em que desenvolve habilidades de previsão, explicação, antecipação e interpretação de situações reais para depois interferir nesta realidade. O conhecimento matemático não apenas representa e analisa o real, mas também intervém nele, o que traz como necessidade saber que tipo de intervenção é necessária.

No Ciclo de Alfabetização, o importante é que em vários e diferentes momentos, a criança se sinta parte dessa história, ao experimentar situações em que é solicitada, por exemplo, a classificar, a comparar, a medir, a quantificar e a prever, que são formas de pensar, características da espécie humana.

(...) podemos explicitar nosso entendimento para "letramento matemático" como expressão da categoria que estamos a interpretar, como: um processo do sujeito que chega ao estudo da Matemática, visando aos conhecimentos e habilidades acerca dos sistemas notacionais da sua língua natural e da Matemática, aos conhecimentos conceituais e das operações, a adaptar-se ao raciocínio lógico abstrativo e dedutivo, com o auxílio e por meio das práticas notacionais, como de perceber a Matemática

na escrita convencionada com notabilidade para ser estudada, compreendida e construída com a aptidão desenvolvida para a sua leitura e para a sua escrita. (MACHADO, 2003, p.135)

O que é preciso saber para desenvolver um trabalho na perspectiva do letramento, levando em consideração a matemática na escrita tradicional e estudada, buscando compreender e construir a matemática na capacidade de ler e escrever. Assim temos destacados através do **Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa)**, alguns eixos norteadores para a execução da efetivação do letramento no sistema educacional que são: comunicação, matematizar, representação, raciocínio e argumentação, delinear estratégia para resolução de problemas, uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações e pôr fim a utilizar ferramentas matemáticas.

a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a Matemática desempenha no mundo real, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades de sua vida, enquanto cidadão consciente, construtivo e reflexivo. (OCDE, 2000, p.21)

Logo temos o conteúdo de matemática, onde é o processo da Matemática e seus contextos estabelecidos pelos eixos anteriormente citados. Na comunicação é preciso incentivá-los a estar em ação durante a aula, a interagir com colegas e a elaborar conjecturas e hipóteses, lançando mão de números e do raciocínio lógico, matematizar as questões propostas de maneira interpretativa, chegando a uma representação ao qual possa expressar para os outros as ideias analisadas, gerando justificativas inerentes ao processo de resolução do problemas, possibilitando outras propostas de tarefas com o mesmo sentido crítico, deste modo, explorando o máximo possível das ferramentas matemáticas para reforçar ou comprovar suas observações.

3 O LIVRO DIDÁTICO E O LETRAMENTO MATEMÁTICO

A partir de agora iremos apresentar o nosso objeto de análise, o livro didático, mas antes de adentrá-lo em específico, queremos aqui explicar o que vem a ser um livro didático.

Ressaltamos a princípio, que geralmente os ferramentais disponíveis em sala de aula não são suficientes para suprir todos os componentes necessários ao trabalho do professor e à aprendizagem do aluno. Assim sendo, o livro didático efetua um papel de grande valia, colaborando nesse processo de desenvolvimento de conhecimento e aprendizagem, como forma de organização e norteadores das teorias e propostas de atividades e exercícios, deste modo, o livro didático auxilia para o processo de ensino aprendizagem e opera como mais um

meio na comunicação entre educador e educando. Mas é preciso ponderar que o livro didático, mesmo que inteiro, deve ser utilizado intercalado com outros recursos que enriqueçam o trabalho do professor e o aprendizado do aluno.

Sua origem está na cultura escolar, mesmo antes da invenção da imprensa no final do século XV. Na época em que os livros eram raros, os próprios estudantes universitários europeus produziam seus cadernos de textos. Com a imprensa, os livros tornaram-se os primeiros produtos feitos em série e, ao longo do tempo a concepção do livro como “fiel depositário das verdades científicas universais” foi se solidificando (GATTI JÚNIOR, 2004, p.36).

O Livro didático emana histórias em relação ao seu processo de implantação, ele vem inserido lado a lado em todas as fases de revoluções na educação, traz consigo a visão do mundo das comprovações, por nascer no ceio das escolas por mãos e organização de acadêmicos é válido velo como um escrito de verdades científicas, mas também em um dado momento da história foi censurado durante o regime militar resultando na falta de liberdade nos temas abordados nos livros didáticos.

Possuindo entendimento desse processo de implantação e permanência do livro didático, podemos pontuar do que até aqui foi explanado sobre o letramento, uma ponte de sentidos e metas a serem alcançadas seja de saberes, atitudes e comportamentos de através da posse da escrita, consegue oferecer determinadas respostas a certas demandas, e consequentemente reagir a elas.

O livro didático destina-se a dois leitores: o professor e o aluno, em que o professor é o transmissor e/ou o mediador dos conteúdos que estão nesses livros, e o aluno é o receptor de tais conteúdo.

o livro didático, de um modo geral, poucas vezes consegue escapar da apresentação convencional, que distingue com nitidez o momento da teoria do momento dos exercícios de aplicação, este por sua vez, quase sempre limita-se a problemas estereotipados, onde também se distingue com nitidez os dados (sempre necessários e suficientes para a resolução) dos pedidos, a serem destinados com a utilização dos dados. (MACHADO, 1997, p.120).

Infelizmente a matemática por si só vem enfrentando essa resistência de apresentação convencional, com visão estereotipadas, e encontramos essa resistência nos livros didáticos, isso também, devido a imagem tecnicista que muitos tendem a ter essa visão. Inclusive trazendo a primeiro momento as famosas frases de efeito: façam o exército de tal página ou até mesmo estudem o capítulo tal para prova, as vezes levando o próprio professor a tender para o pensamento de que o livro é autossuficiente para o aluno aprender.

Agora como podemos ver na figura 1, temos a capa do livro a ser estudado, onde contem suas informações, o livro didático de Matemática do 9^a ano, disponibilizado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

Figura 1 capa do livro



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

4 ANÁLISES/REFLEXÕES DO LIVRO DIDÁTICO E SUA RELAÇÃO COM O LETRAMENTO MATEMÁTICO

Tendo conhecimento deste processo histórico pontuado anteriormente, vamos agora conhecer o livro didático de matemática ao qual iremos analisar a luz do letramento matemático, suas características classificadas, segundo o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – o PISA, como comunicação, matematizar, representação, raciocínio e argumentação, delinear estratégia para resolução de problemas, uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações e pôr fim a utilizar ferramentas matemáticas, que será nossa referência para averiguar o comportamento do letramento matemático contido no livro didático. Veja no sumário (figura 2) do capítulo a se analisar os conteúdos abordados por estes.

Figura 2 - Sumário

SUMÁRIO	
CAPÍTULO 1	Números reais
1. A história dos números	11
Números naturais	12
Números inteiros	13
Números racionais	14
Representações dos números racionais	16
Da forma decimal para a forma de fração	18
Para saber mais – O problema dos coelhos de Fibonacci e o número áureo	21
Trabalhando a informação – Analisando uma reportagem com porcentagens múltiplas	22
2. Números quadrados perfeitos	24
3. Raiz quadrada de números racionais não negativos	26
Cálculo da raiz quadrada pela decomposição em fatores primos	27
Raiz quadrada aproximada	29
Raiz quadrada com aproximação decimal	30
4. Números irracionais e números reais	32
5. Reta real	33
Localização exata de alguns números irracionais na reta real	34
Para saber mais – Espiral de Teodoro, Pitágoras ou Einstein	37
Diversificando – Jogo do enfileirando	39

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

Assim temos, como visto na figura 2, os conteúdos a serem abordados sobre os números reais, com isto, este capítulo encontra-se dividido em 5 subcapítulos, onde podemos perceber sua estrutura geral e possíveis propostas de trabalho, como por exemplo ao iniciar com a história dos números, após a abordagem sobre os números quadrados perfeitos, em seguida reais quadrada de números racionais e não racionais, números irracionais e números reais, e pôr fim a reta real.

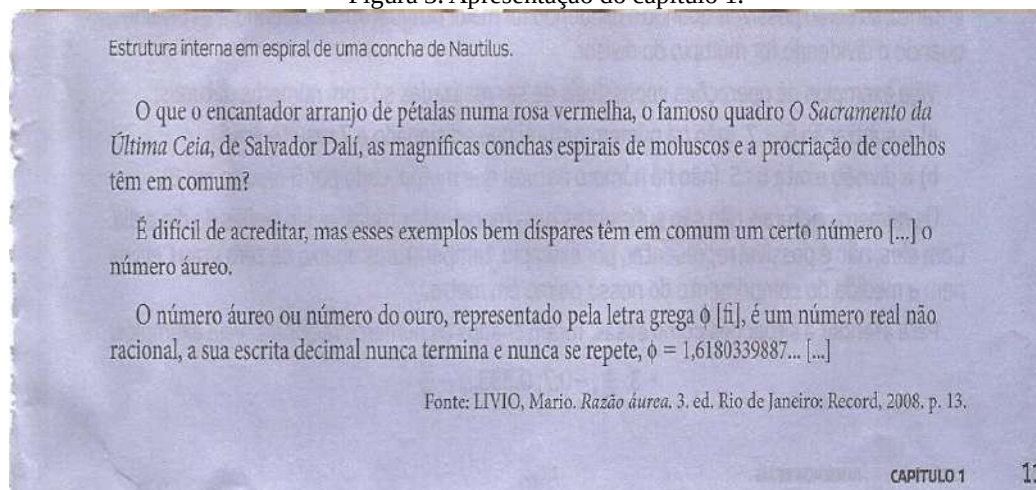
Agora passaremos a análise por características do letramento matemático, segundo o PISA, dessa forma enfatizar onde estas características se encontram, no corpo do livro didático.

4.1 Comunicação

Iniciaremos analisando a comunicação do letramento matemático, como visto anteriormente essa comunicação é caracterizada quando o indivíduo percebe a existência de algum desafio e é estimulado a reconhecer e compreender uma situação-problema. Assim quando os alunos são conduzidos a refletir e dialogar sobre os conceitos matemáticos, são colocados em situações constantes de conflitos e mobilizados a levantar novas hipóteses e conjecturas.

A abertura do capítulo vem trazer essa sugestão de um diálogo reflexivo sobre os números reais em sua visão macro. Veja a figura 3, onde neste podemos identificar, a existência de compreensão sobre os números naturais, através do exemplo do número áureo, de modo que vem trazer ao aluno um questionamento embasado em exemplos distintos, mas que pode ser avaliada em comum a resposta final, para o mesmo.

Figura 3. Apresentação do capítulo 1.

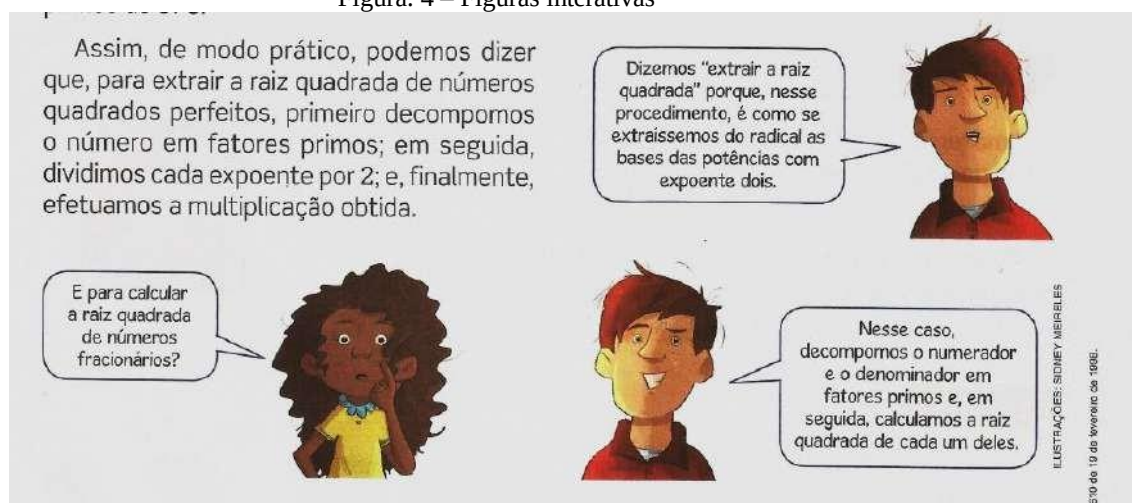


Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

Percebemos uma comunicação direta com o objetivo de maneira a explicar sobre o número áureo, de forma que o aluno perceba através dos exemplos sua familiaridade com situações do seu dia a dia, estingando nele um olhar mais atento e desafiador na construção de sua representação numérica, e como surgiu tal número que hoje representa uma característica única e ao mesmo tempo comum.

Outra manifestação da característica da comunicação encontramos na página 28(Figura 4).

Figura. 4 – Figuras interativas



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

Nesta imagem (Figura 4) podemos verificar um texto que remete a uma justificativa do como se dá a extração da raiz quadrada, uma forma utilizada para explicar algo que já foi dito anteriormente ou para dar uma explicação adicional em relação ao assunto em questão, no caso conclusivo e objetivo do processo realizado, observamos também as figuras interativas que estabelecem um diálogo com o aluno de forma que se faz presente um aprendizado utilizadas basicamente como ferramenta que proporciona interatividade, curiosidade e prende a atenção dos alunos proporcionando assim o aprendizado de forma mais descontraída. No caso da figura 4, há dois personagens, uma menina que o aluno pode se identificar, uma vez que ela está no lugar de uma pessoa com dúvidas, que possivelmente seria a mesma dúvida do aluno leitor, e o menino que por sua vez responde as dúvidas e em suas falas, utiliza-se de uma linguagem na primeira pessoa, de maneira que o aluno se faz pertencer aquele diálogo.

Apesar de termos esses dois exemplos descritos nestas características, e válido lembrar que a comunicação está presente a todo o momento no livro, uma vez que ela é a responsável por instigar o aluno, bem como poderemos observar tanto nestes exemplos como nos

posteriores a serem abordados, que ela faz parte de maneira explícita ou não do letramento que há no decorrer do capítulo.

4.2 Matematizar

Envolver a transformação de um problema definido no mundo real para uma forma estritamente matemática (que pode incluir estruturação, conceituação, fazer suposições, e/ ou formulação de um modelo), ou interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao problema original.

Esta característica é muito presente, uma vez que a proposta contida na formulação do livro é trazer a realidade do aluno e suas experiências de mundo para aplicação matemática. Vejamos na figura 5, onde se aborda o contexto histórico dos números, e que por fim se resume especificamente na linguagem matemática. O problema original segue uma linha de pensamento e estruturas que justificam o estabelecimento de um modelo matemático, que no caso é nosso sistema de numeração.

Figura 5. História dos números.

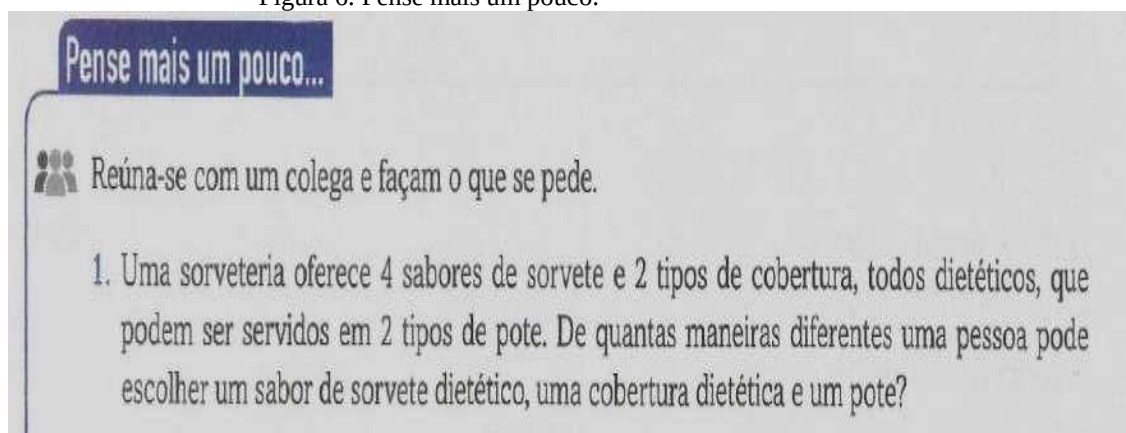


Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

Nesta se encontra também uma imagem da tábua de argila da civilização babilônica do período entre 1800 a. C a 1600 a. C, uma representação que iremos abordar futuramente, e que serve de respaldo para comprovação da matematização explanada.

Alguns exercícios propostos ou atividades complementares no livro, apresentam essas características para que o aluno possa interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao problema original, como mostra a figura 6. Nela está uma tarefa proposta ao qual convida o aluno a realizá-la, de preferência junto aos colegas.

Figura 6. Pense mais um pouco.



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

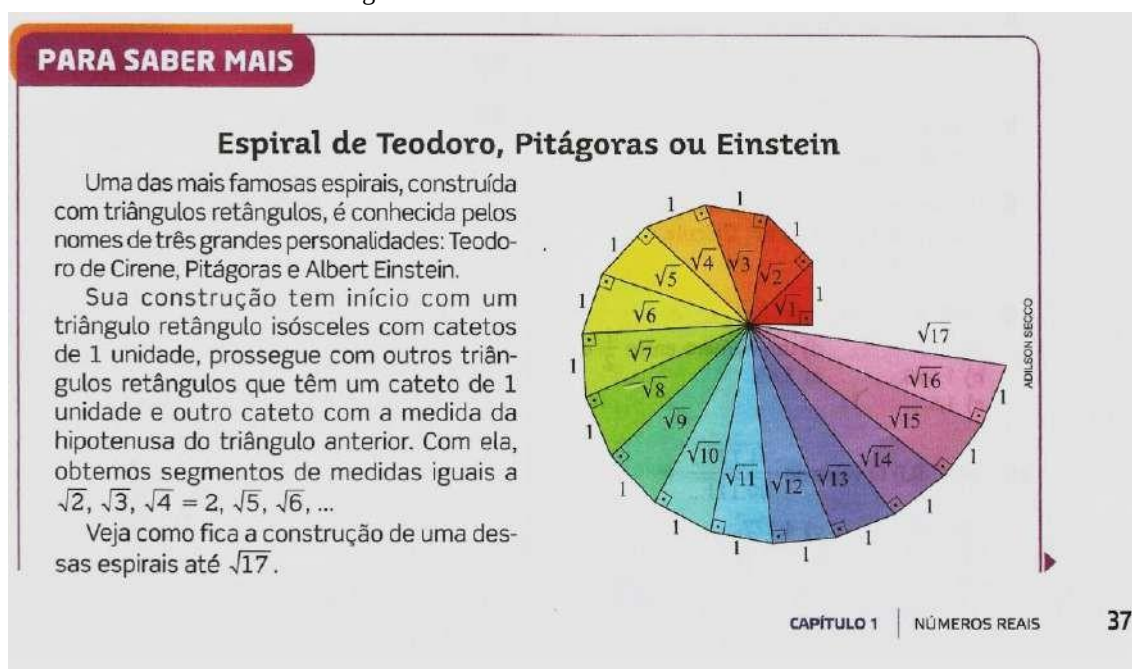
Assim, para se resolver temos que uma sorveteria oferece 4 sabores de sorvetes e 2 tipos de coberturas, todos dietéticos. Que podem ser servidos em 2 tipos de patê. De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode escolher um sabor de sorvete dietético, uma cobertura dietética e um pote?

Então neste caso pegaríamos os 4 sabores de sorvete e multiplicamos por dois tipos de cobertura que seriam a maneiras de fazer a permutação dos sabores com o tipo de cobertura, e ainda tem o tipo de pote, então bateria acrescentar esse fator 2 na multiplicação, seria $4 \times 2 \times 2$, que resultara em 16 possibilidades de escolher essa maneira de fazer um sorvete dietético com uma cobertura em um pote.

Na figura 7, podemos ver de maneira geral o que é essa matematização e seus passos, que é o processo de se traduzir coisas e fenômenos que nos cercam para uma linguagem matemática, onde, primeiramente encontramos o contexto que é uma curiosidade sobre uma das famosas espirais, construída com triângulos e retângulos e sua representação, como demonstrado na figura, após observamos o cenário que é voltado para as construções desse espiral, busca-se assim justificar como ele se forma, e em seguida construímos hipóteses, ao qual neste caso é uma construção que tem início com um triângulo retângulo isósceles com

catetos de 1 unidade, prossegue com outros triângulos retângulos que tem um cateto de uma unidade e outro cateto com a medida da hipotenusa do triângulo anterior. Por fim temos a resposta a partir da aplicação dos conhecimentos matemáticos que é a conclusão de que obtivemos segmento de medidas iguais a $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4} = 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots$ e a proposta de construção de uma dessa espirais até $\sqrt{17}$ que se demonstra através da figura.

Figura 7. Para saber mais



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

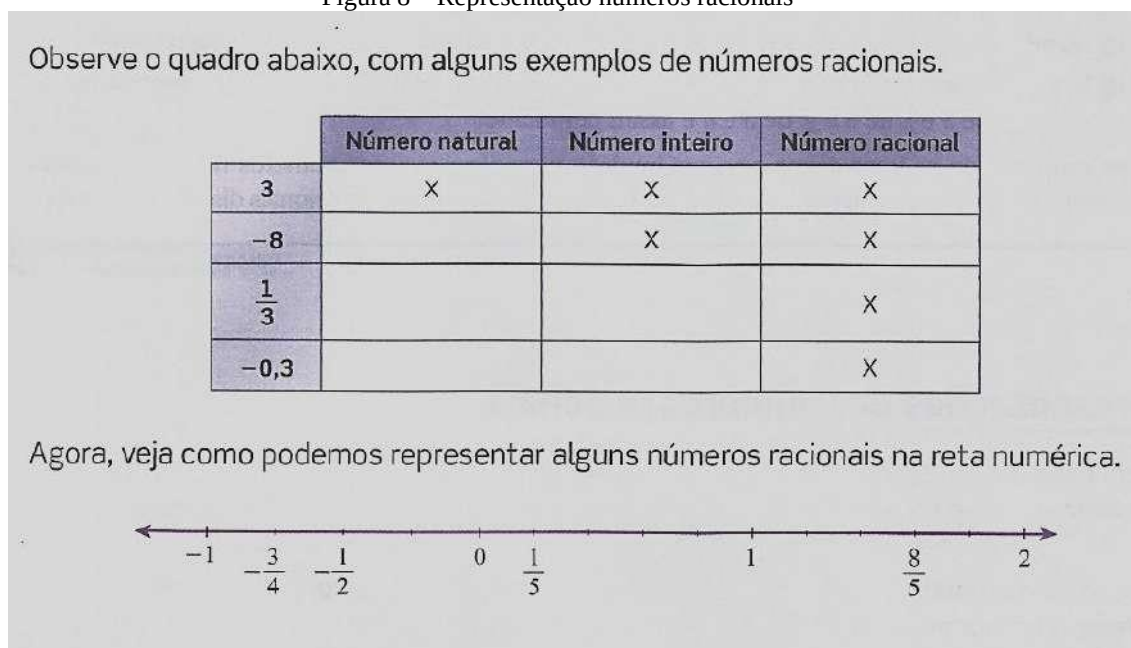
A matematização é peça chave do processo de construção do conhecimento, e está presente na relação de interdisciplinaridade que há entre as disciplinas como de ciências, artes e Matemática em si.

4.3 Representação

Representações de objetos matemáticos e situações, podem incluir gráficos, tabelas, diagramas, figuras, equações, fórmulas, e materiais concretos. As ilustrações se mantem presente no decorrer do livro desde a apresentação da capa, como visto na figura 1, onde busca naquele momento apresentar as diversas representações matemática, seja na pista de corrida utilizando a numeração, linhas, e contexto inserido no caso dos esportes, e conceitos como ordem numérica.

Após esse primeiro contato, adentramos ao capítulo e percebemos diversas imagens, gráficos e tabelas, que pensaríamos a primeiro momento que seria obrigatoriamente utilizado no sub capítulo do conteúdo das retas. O autor Bianchini usa desse recurso tanto para despertar curiosidade como entendimento de alguma ideia ou conceito, vejamos a figura 8:

Figura 8 – Representação números racionais



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Na figura 8, temos uma representação de uma tabela que tem como objetivo resumir através de alguns exemplos os números racionais,

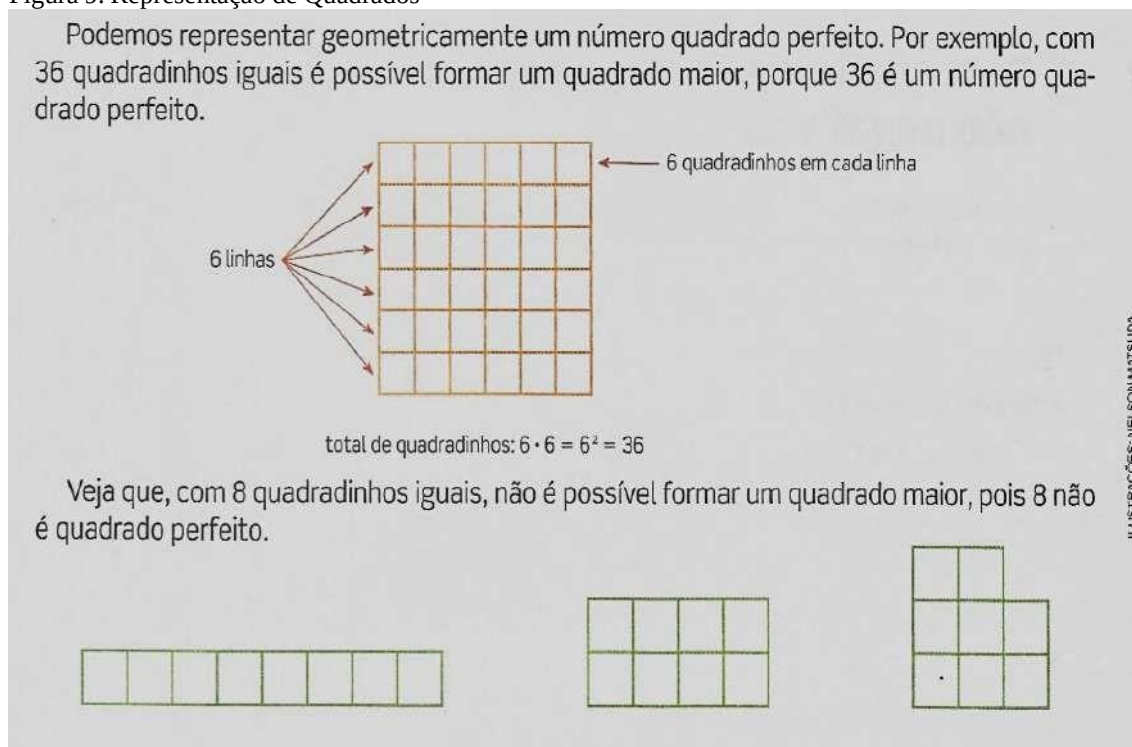
onde utilizou os números: 3, -8, $\frac{1}{3}$, e - 0,3. Para caracteriza-los em cada coluna estabeleceu uma característica que é o conjunto a qual pertencem: Número Natural, Número inteiro, Número racional. Logo, para determinar se pertencia tal número aquele conjunto se utilizou a marcação com um X na linha da coluna ao qual pertencia.

Logo abaixo desta tabela outra representação foi utilizada, no caso a reta numérica onde podemos representar alguns números racionais, os

quais são: -1, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $0, \frac{1}{5}$, $1, \frac{8}{5}$, 2.

Agora na figura 9, temos um recorte da página 25, nela temos a representação geométrica de um numero quadrado perfeito, no caso utilizando 36 quadrados iguais, formando um quadrado maior, onde se justifica que 36 é um quadrado perfeito. Em seguida demonstra outro exemplo que não seria possível, utilizando 8 quadrados, onde de nenhuma forma organizada consegue formar um quadrado maior.

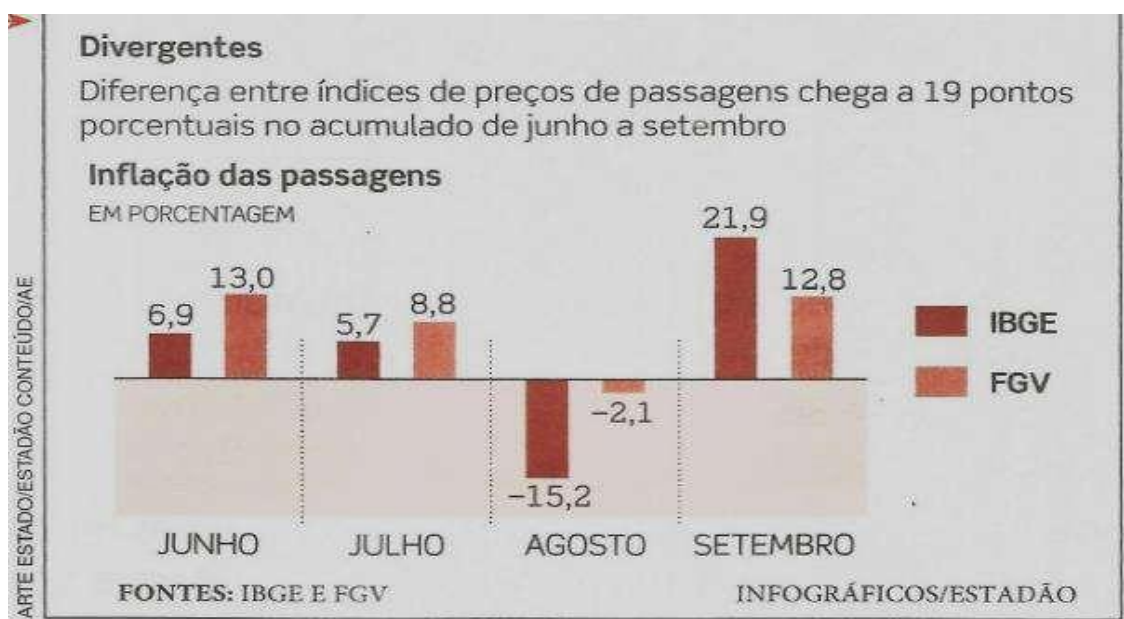
Figura 9. Representação de Quadrados



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Outra representação encontra e bastante explícita, é o gráfico encontrado na página 23, o mesmo representa e faz parte de uma análise de dados, no caso, diferenças de preços sobre a inflação de passagens.

Figura 10 - Gráficos em porcentagem



Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020.

Vejamos agora um exemplo geral desta característica do letramento, encontrada na página 35 do livro, vista na figura 11.

Figura 11 – Teorema de Pitágoras

Na primeira figura a seguir, temos um quadrado (pintado de roxo) sobre um cateto e outro (pintado de verde) sobre outro cateto. Vamos decompô-los de modo conveniente para formar um quadrado sobre a hipotenusa. Observe.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 8.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: FERNANDO JOSÉ FERREIRA

Note que a área do quadrado formado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

Então, ao indicar por c e b as medidas dos catetos e por a a medida da hipotenusa, podemos escrever:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Área do quadrado construído sobre a hipotenusa. Área de cada quadrado construído sobre os catetos.

Essa relação, chamada de **teorema de Pitágoras**, vale para qualquer triângulo retângulo e será usada para determinar a posição de alguns números irracionais na reta real.

CAPÍTULO 1 | NÚMEROS REAIS 35

Perceba que na figura 11, a representação através de desenhos geométricos interativos que acompanha a explanação sobre a relação de triângulos e como eles se comportam, propicia ao aluno uma visão maior sobre conceito da área de quadrados e suas construções, como observar a descrição estabelecida na formula de $a^2=b^2+c^2$, que nada mais é que a o conhecido Teorema de Pitágoras.

4.4 Raciocínio e argumentação

Envolve processos de pensamento logicamente enraizados, que exploram e vinculam elementos de problemas, de modo a fazer inferências, analisar justificativas ou formular justificativas sobre uma afirmação ou na solução de problemas. Para verificar essa característica do letramento no livro didático, temos a página 21, onde se busca de modo geral abordar essa característica.

Figura 12 – O problema dos coelhos de Fibonacci e o número áureo

O problema dos coelhos de Fibonacci e o número áureo

Leonardo de Pisa (c. 1170-1240), conhecido como Fibonacci, publicou em 1202 o famoso livro *Liber Abaci* (*Livro do ábaco*), em que explicou a notação indo-arábica que usamos hoje. No capítulo XII, ele propôs o seguinte problema, que originou a sequência de Fibonacci:

Um homem pôs um par de coelhos em um lugar cercado por todos os lados por um muro. Quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir deste par em um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês?

O que nos interessa apresentar aqui é a sequência de Fibonacci. Por isso, vamos apenas iniciar a resolução dos primeiros passos do problema.

Observe a figura na qual um coelho grande representa um par de coelhos maduros (férteis) e um coelho pequeno representa um par de coelhos jovens (que não procriam).

- Vamos começar com um par de coelhos jovens.
- Esse par amadurece durante o 1º mês.
- Após o 1º mês, o 1º par dá à luz outro par, assim ficamos com 2 pares.
- Após o 2º mês, o par maduro dá à luz outro par jovem, enquanto o par de filhotes amadurece. Assim ficam 3 pares.
- Após o 3º mês, cada um dos 2 pares maduros dá à luz outro par, e o par de filhotes amadurece. Temos agora 5 pares.
- Após o 4º mês, cada um dos 3 pares maduros dá à luz outro par, e os 2 pares de filhotes crescem. Agora temos 8 pares.
- Após o 5º mês, temos 1 par de filhotes de cada um dos 5 pares adultos, mais 3 pares crescendo. Total: 13 pares.

Já podemos observar a sequência de números de Fibonacci: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...**

Dados obtidos em: LIVIO, Mario. *Razão áurea*. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. p. 116.

ILUSTRAÇÕES NELSON MATSUDA

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Trazemos a página 21, o exemplo de como o raciocínio e a argumentação se comporta no livro, geralmente Bianchini recorre ao mesmo esquema de raciocínio, que é um contexto, cenário, hipótese e a resolução do problema.

A atividade proposta é referente ao problema dos coelhos de Fibonacci e o número Áureo. Onde se utiliza um contexto histórico a primeiro momento e em segundo momento esse contexto histórico aplicado no contexto da reprodução de coelhos. O cenário diz respeito a um homem que pôs um par de coelhos em um lugar cercado por todos os lados por um muro, quantos pares de coelhos podem ser gerados a partir desse par durante um ano se, supostamente, todo mês cada par dá à luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês.

Tendo em vista o que foi disposto, foi formulada uma hipótese ao qual foi auxiliada por uma figura esquematiza do passo a passo que viria a ocorrer, lembrando que o objetivo é apresentar a sequência de Fibonacci. Para isso iniciou a resolução dos primeiros passos do problema. Pontuou-se assim o raciocínio, onde:

- Iniciou com um par de coelhos jovens.
- Esse par amadurece durante o 1^a mês.
- Após o primeiro mês, o 1^a par dá a luz outro par, assim fica-mos com 2 pares.
- Após dois meses, o par maduro dá à luz a outro par ovem, enquanto o ar de filhotes amadurece. Assim fica 3 pares.
- Após o 3^a mês, cada um dos dois pares maduros dá à luz outro par, e o par de filhotes amadurece, temos agora 5 pares.
- Após o 4^a mês, cada um dos três pares maduros dá a luz ou-tro par, e os dois pares de filhotes cresceram, afora temos 8 pares.
- Após o 5^a mês, temos 1 par de filhotes de cada um dos 3 pa-res adultos, mas três pares crescendo.

Total: 13 pares.

Seguindo essa linha de raciocínio, resolvemos estabelecer a resolução que já podemos observar a sequência de número de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13..., como demonstrado na construção da hipótese demonstrada na figura esquema de reprodução desses coelhos.

4.5 Delinear estratégia para Resolução de Problemas

Envolve um conjunto de processos críticos de controle que norteiam um indivíduo para efetivamente reconhecer, formular e resolver problemas. Na página 22, podemos averiguar de maneira ativa essa característica, uma vez que a mesma engloba cada ponto que

descreve essa característica.

Figura 13 - Trabalhando informação

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Analisando uma reportagem com porcentagens múltiplas

A imprensa independente e livre é muito importante para a construção de uma sociedade democrática e justa. Porém, esse papel vai além da elaboração e divulgação de matérias jornalísticas. Ele só se completa quando o receptor compreende a informação.

Essa compreensão se dá com uma leitura atenta de todas as formas que um jornalista usa para veicular a notícia (texto, foto, ilustração, tabela, gráfico etc.). Além de compará-la com outras fontes sobre o mesmo tema, é preciso analisar a sua coerência interna, se uma das formas citadas não contradiz outra.

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MERELES

E a Matemática ajuda a compreender uma notícia de jornal?



Sim. A seguir, vamos analisar uma matéria veiculada em um *site* da internet.



Título

➔ Após cobrança por bagagem, preço das passagens aéreas sobe no País

Subtítulo

➔ De acordo com índice de preços da FGV, tarifas aumentaram 35,9% entre junho e setembro; dados do IBGE indicam alta de 16,9%; Ministério da Justiça vai averiguar pesquisa da Abear que mostra queda nos valores

WERTHER SANTANA/ESTÁDIO CONTELDONAE



Aeroporto Internacional de Guarulhos (São Paulo). (Foto de 2017.)

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Figura 14 – Trabalhando a informação

Texto

→ Ao contrário do que se esperava quando a Agência Nacional de Aviação Civil (Anac) permitiu que as companhias aéreas passassem a vender passagens que não dão direito a despachar bagagem, o preço das tarifas tem subido desde que as empresas começaram a adotar a prática. Entre junho e setembro, essa alta chegou a 35,9%, segundo dados da FGV. De acordo com levantamento do IBGE, entretanto, a elevação foi mais moderada, de 16,9%. [...]

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Figura 15 – Trabalhando a informação.

Gráfico**Texto**

→ Os números da FGV e do IBGE, porém, mostram queda apenas em agosto, de 2,07% e 15,16%, respectivamente. A divergência de 13 pontos percentuais entre os índices de agosto revela a complexidade que as entidades enfrentam para calcular o preço médio das passagens e as diferentes metodologias adotadas por cada uma – é também sobre a metodologia adotada que o Ministério da Justiça questionou a Abear. [...]

Fonte: DYNIEWICZ, Luciana. Após cobrança por bagagem, preço das passagens aéreas sobe no País. *Estadão*, 12 out. 2017. Disponível em: <<http://economia.estadao.com.br/noticias/geral.apos-cobranca-por-bagagem-preco-das-passagens-aereas-sobe-no-pais,70002041735>>. Acesso em: 05 maio 2018.

Como vemos, o próprio texto se encarrega de explicar que há divergência por conta de diferentes metodologias adotadas pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) e pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Afora essa questão, podemos analisar se, para cada uma dessas instituições, a porcentagem total é coerente com as porcentagens parciais.

Por exemplo, o IBGE diz que entre junho e setembro houve uma alta de 16,9%, para as variações percentuais mensais e sucessivas de +6,9%, +5,7%, -15,2% e +21,9%.

Sabemos que um aumento de 6,9% sobre um valor x leva a um novo valor (montante) igual a

$$(100\% + 6,9\%)x = (106,9\%)x = 1,069x$$

E que um decréscimo de 15,2% sobre um valor y leva a um novo valor (montante) igual a

$$(100\% - 15,2\%)y = (84,8\%)y = 0,848y$$

Para saber a variação referente aos dois primeiros meses, basta multiplicar 1,069 por 1,057 e temos aproximadamente

$$1,13 = 1 + 0,13 = 100\% + 13\%,$$

ou seja, as altas sucessivas de 6,9% e 5,7% representam uma alta de 13%.

Logo, para os quatro meses, calculamos:

$$1,069 \cdot 1,057 \cdot 0,848 \cdot 1,219 = 1,168 = 100\% + 16,8\%$$

Comparando o nosso resultado aproximado 16,8% com o total 16,9% dado no subtítulo, podemos considerar a matéria como sendo coerente.

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Nas figuras 13, 14 e 15, temos a proposta de trabalho, onde busca-se responder ao questionamento realizado pela menina, se a matemática ajuda a compreender um gênero textual notícia? E para justificar a resposta dada pelo menino que ao qual diz que: sim, analisaremos uma reportagem em um site de internet.

Para isso essa proposta de trabalho destaca seus padrões e finalidades de seus aspectos, como título, subtítulo, texto e gráfico, que servirão de dados para a resolução de problema desenvolvido na figura

15. Nela podemos verificar as estratégias utilizadas para a resolução do questionamento realizado pela menina.

Sendo assim no que tange a estratégia foi utilizado a análise de uma reportagem através de porcentagem múltiplas, sabemos que às rápidas mudanças na sociedade, como desigualdade de acesso, diferentes oportunidades econômicas, sociais e culturais, faz-se necessária a inserção e articulação da resolução de problemas de porcentagem neste caso partindo das mídias, onde este aluno levanta contradições, hipóteses e testa as mesmas. Assim sua estratégia está delineada como visto na imagem 13, é utilizar o conhecimento de porcentagem para se resolver o problema utilizando, com os dados disponibilizados.

Com isto, no que se refere a resolução do problema: podemos verificar na imagem 15 seu processo que se enquadra em (busca que o aluno compreenda o problema, elabore e execute um plano fazendo retrospecto ou verificação.

Logo:

Como vemos o próprio texto se encarrega de explicar que há divergências por contato de diferentes metodologias adotadas, podemos analisar se a porcentagem total é coerente com a parcial.

Neste raciocínio temos como estratégia a comparação desses dados, onde o IBGE diz que entre junho e setembro houve uma alta de 16,9%, para as variações percentuais mensais e sucessivas de +6,9%,

+5,7%, -15,2% e + 21,9%.

Sabemos que um aumento de 6,9% sobre um valor x leva a um valor (montante) igual a $(100\% + 6,9\%)x = (106,9\%)x = 1,069x$

E que um decréscimo de 15,2% sobre o valor y leva a um novo valor (montante) igual a $(100\% - 15,2\%)y = (84,8\%)y = 0,848y$.

Para saber a variação referente aos dois primeiros meses, basta multiplicar 1,069 por 0,848 e temos aproximadamente: $1,069 \times 0,848 = 0,906$, ou seja, as altas sucessivas de 6,9% e 5,7% representam uma alta de 13%, logo para os quatro meses

calculamos: $1,069 \cdot 1,057 \cdot 0,848 \cdot 1,219 = 1,168 = 100\% + 16,8\%$. Comparando o nosso resultado aproximado 16,8% com o total 16,9% dado no subtítulo, podemos considerar a matéria como sendo coerente.

4.6 Uso de linguagem simbólica, formal e técnica, e operações:

Envolve compreensão, interpretação, manipulação e fazer uso de expressões simbólicas dentro de um contexto matemático (incluindo expressões aritméticas e operações) regido por convenções e regras matemáticas. Se o problema é dentro de um contexto próximo do aluno, existem dificuldades de interpretação dos enunciados, de tradução do mesmo para a linguagem simbólica da Matemática, de limitação das regras básicas de uso das operações fundamentais e/ou estratégias de abstração.

Figura 16 – Numeros Naturais

Números naturais são números que expressam o resultado de uma contagem. O conjunto dos números naturais, representado por $\mathbb{N}$, pode ser indicado por:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Com os números naturais, efetuamos qualquer adição ou multiplicação. As subtrações, no entanto, só serão possíveis quando o minuendo for maior ou igual ao subtraendo, e as divisões, quando o dividendo for múltiplo do divisor.

Veja exemplos de operações impossíveis de ser realizadas só com números naturais:

- a) a subtração $6 - 7$ (não há número natural que adicionado a 7 resulte em 6);
- b) a divisão exata $8 : 5$ (não há número natural que multiplicado por 5 resulte em 8).

Os números naturais não são suficientes para representar todas as situações do dia a dia. Com eles, não é possível representar, por exemplo, temperaturas abaixo de zero grau Celsius nem a medida do comprimento do nosso palmo em metro.

Para atender a situações como essas, foram criados os números racionais. Veja exemplos.

$$-3; \frac{1}{5}; -0,7; 0,333\dots; -\frac{9}{2}$$

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Sendo assim, no livro encontramos várias notações científicas, uma vez que contextualizada ou não, ela se faz presente, isto porque, a matemática tem sua própria linguagem, recai sobre o aluno a dificuldade de não fazer ligação com nenhuma situação da sua realidade, de não o traduzir para a linguagem convencional e de não dominar as propriedades básicas. Veja na figura 16 como, o livro tenta superar essa limitação onde na figura 5 se tem um contexto que fica antes de adentrar essa parte técnica da matemática

verificada na figura 16.

Verifique que na figura 16, que a característica que identifica os números naturais e a possibilidade de contagem, efetuando qualquer adição e multiplicação. Porém as subtrações só serão possíveis quando o minuendo for igual ou maior ao subtraendo, e as divisões quando o dividendo for múltiplo do divisor, não sendo possível, surge então o conjunto dos números racionais. Perceba que o uso da linguagem simbólica é um fator determinante para se expressar aquele conjunto, sua formalidade e técnica se intercalam com o limite de cada notação. Veja a figura 17 que temos os números naturais contidos nos números inteiros, porém não é possível os números inteiros estarem contidos no conjunto dos números naturais, isso devido a regra que os caracteriza.

Figura 17 - Números inteiros

O conjunto dos números inteiros, representado por $\mathbb{Z}$, pode ser indicado por:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$$

Os sinais $+$ e $-$ à esquerda dos números passam a indicar a posição que eles ocupam em relação ao zero, quando organizados em ordem crescente ou decrescente: os números menores do que zero são negativos e os maiores do que zero, positivos.

Como os números inteiros não negativos $(0, +1, +2, +3, ...)$ comportam-se como os números naturais, tanto na ordenação como nas operações, esses números passarão a ser indicados simplesmente por $0, 1, 2, 3, 4, ...$

Por esse motivo, podemos dizer que qualquer número natural é um número inteiro:

$$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

números naturais

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Compreendemos que ao aluno consegue fazer essa leitura e identificar as diferenças reforçadas pelos exemplos que acompanha a formalidade evidenciada, não apenas na notação como no texto interpretativo, o mesmo tem cuidado em deixar as regras e conceitos os mais nitidamente possíveis ao aluno, inclusive a descrever o processo de operações como visto na figura 18.

Figura 18 – Raiz quadrada de números racionais não negativos

3 Raiz quadrada de números racionais não negativos

Quando calculamos o quadrado de um número natural, estamos determinando um número quadrado perfeito. Por exemplo:

$$15^2 = 225$$

Nesse caso, podemos dizer:

- 225 é o quadrado de 15;
- 15 é a raiz quadrada de 225, que indicamos da seguinte maneira: $15 = \sqrt{225}$

Isso ocorre com qualquer número racional não negativo. Observe alguns exemplos.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

$\frac{4}{25}$ é o quadrado de $\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ é a raiz quadrada de $\frac{4}{25}$, isto é, $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$

b) $\sqrt{1,44} = 1,2$, pois $(1,2)^2 = 1,44$

c) $13^2 = 169$; então, $13 = \sqrt{169}$

Da mesma maneira que representamos os números quadrados perfeitos pela quantidade de quadradinhos que formam um quadrado maior, também podemos relacionar o quadrado de um número racional não negativo à área de uma região quadrada cujo lado tem a medida representada por esse número (em determinada unidade de medida).

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

4.7 Utilizar Ferramentas Matemáticas

Envolve conhecer e estar apto para lidar com várias ferramentas que podem auxiliar na atividade matemática, bem como saber das limitações desses instrumentos. Como ferramenta podemos destacar o próprio livro didático, uma vez que ele contém informações necessárias para uma visão matemática, seja no conteúdo ou através de propostas de atividades como vistos anteriormente.

Nos exercícios como podemos observar na figura 19, o livro sugere a utilização de uma calculadora como ferramenta de apoio e resolução, sendo que em algumas questões a mesma é limitada com orientação do comando da questão, como é o caso da questão 41. A calculadora vem abrir novas dimensões às atividades, aliviando o peso dos cálculos que a resolução de um problema geralmente causa, permitindo ao aluno ter foco em seu processo de resolução.

Figura 19 – Exercícios propostos

EXERCÍCIOS PROPOSTOS
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

40 Com uma calculadora, encontre a raiz quadrada aproximada com duas casas decimais de:

a) $\sqrt{88}$ b) $\sqrt{8.800}$

c) $\sqrt{6.000.000}$ e) $\sqrt{1.000}$
d) $\sqrt{6}$ f) $\sqrt{100.000}$

41 Com uma calculadora, mas sem usar a tecla $\sqrt{}$, encontre a raiz quadrada aproximada com duas casas decimais:

a) $\sqrt{410}$
b) $\sqrt{1.715}$
c) $\sqrt{1.999}$
d) $\sqrt{3.500}$

42 Agora, usando a tecla $\sqrt{}$ da calculadora, determine as raízes quadradas do exercício anterior e verifique se os resultados obtidos nele estão de acordo com os novos resultados.

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Mas outras ferramentas podem ser sugeridas através da indicação do próprio livro, ou para desenvolvimento de uma atividade, vejamos a seguir na figura 20, onde a atividade tem como proposta a utilização de régua e quadrados para a resolução do que se pede.

Figura 20 – Agora é com você

Agora é com você!

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Com régua e esquadro, construa uma espiral como essa até obter $\sqrt{9}$. Depois, confira se essa medida se iguala de fato a 3 unidades usadas por você.

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Esta atividade nos remete ao que foi realizado na figura 7, utilizando seu próprio caderno, e consultando o mesmo processo realizado na figura 7, atividade proposta no livro, possibilita uma autonomia do aluno em relação a sua aprendizagem. Lembrando que em outras atividades se solicita para realizar as atividades com régua e compasso, porém trazemos na figura 21 representando de maneira geral essa característica encontrada, uma vez que as atividades são análogas como vemos na figura 21.

Figura 21 – Exercícios propostos.

44 Construa, com auxílio de régua e compasso, um triângulo retângulo com um cateto de 2 unidades de comprimento sobre uma reta numérica e outro cateto de 1 unidade de comprimento. Determine a medida da hipotenusa desse triângulo e localize na reta numérica o número que expressa a medida da hipotenusa desse triângulo.

48 Com régua e compasso, trace um segmento de $\sqrt{20}u$ e outro de $\sqrt{27}u$, sendo $u = 2$ cm. Construa um retângulo que tenha essas medidas. Construa outro retângulo que tenha por medidas $2\sqrt{5}u$ e $3\sqrt{3}u$. Por sobreposição, compare as áreas dos retângulos encontrados e compare os produtos $\sqrt{20} \cdot \sqrt{27}$ e $2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{3}$.

Fonte: BIANCHINI, Edwaldo. Matemática Bianchini 9º ano. São Paulo: Moderna, 2020

Sabemos que além da régua e compasso físico, podemos contar com o C.a.R (Régua e Compasso) que é um programa computacional que tem a mesma funcionalidade do recurso físico, assim como outros softwares como Euler Math Toolbox, GeoGebra, Maxima, Modellus, Torus Games, entre outros que podem auxiliar nos estudos de diversos conteúdos matemáticos. Porém essas ferramentas ficam a cargo do planejamento e metodologia do professor da turma. Não podemos deixar de explicitar que o professor pode utilizar-se desse livro didático como instrumento e proporcionar aos alunos atividades que envolvam situações problemas nas quais os alunos sejam convidados a expressar seus pensamentos através da escrita, oralmente ou por meio dos desenhos.

5 AS CARACTERÍSTICAS ENCONTRADAS NOS EXERCÍCIOS.

Para uma visão geral das características abordadas iremos verificar como elas se transmite para o aluno através da atividade, já observamos nas figuras 19 e 20, que utilizar ferramentas matemáticas se foi atin-gida, mas e as demais? Apensar de está presente no enredo do livro, não abordamos estritamente como atividade em si, apenas como exemplos a serem seguidos para desenvolvimento de realização de propostas contidas no mesmo.

Selecionamos o exercício da página 38, para ter essa visão geral, onde a mesma e a última página do Capítulo estudado, observamos a figura 22.

Figura 22 – Exercícios complementares

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Identifique as sentenças falsas e dê um exemplo para justificá-las.

- Todo número inteiro é natural.
- Todo número racional é inteiro.
- Todo número racional é real.
- Todo número irracional é real.

2 Considere $A = \frac{2}{3} - 1,4$ e $B = 0,7 - 0,777...$. Determine $A : B$.

3 Dadas as dízimas periódicas $2,555...$ e $0,222...$, determine:

- a soma delas, escrevendo o resultado na forma abreviada;
- o produto delas, escrevendo o resultado na forma de fração.

4 Justifique por que $\sqrt{4,84} = 2,2$.

5 Sendo $x = 2^8 \cdot 5^2$, calcule a raiz quadrada de x .

6 Qual é o menor número pelo qual devemos multiplicar $2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7$ para obter um número natural que seja quadrado perfeito?

7 Sendo $A = 3^3 \cdot 5 \cdot 7$ e $B = 3 \cdot 5 \cdot 7$, calcule a raiz quadrada de $A \cdot B$.

8 Um terreno tem a forma de um quadrado, e sua área é igual a $231,04 \text{ m}^2$. Calcule o perímetro desse terreno.

9 (PUC-RJ) O valor de $\sqrt{2,777...}$ é:

- 1,2.
- 1,666...
- 1,5.
- um número entre $\frac{1}{2}$ e 1.
- 3,49.

10 (PUC-RJ) O valor de $\frac{\sqrt{1,777...}}{\sqrt{0,111...}}$ é:

- 4,444...
- 4.
- 4,777...
- 3.
- $\frac{4}{3}$.

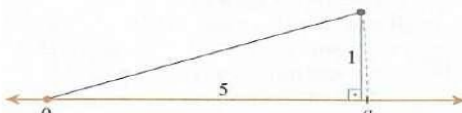
11 Os catetos de um triângulo retângulo medem 12 cm e 5 cm.

- Calcule a medida da hipotenusa.
- Essa medida é um número racional ou irracional?

12 Os catetos de um triângulo retângulo medem 6 cm e 2 cm.

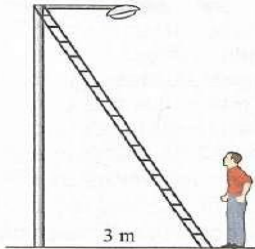
- Calcule a medida da hipotenusa.
- Essa medida é um número racional ou irracional?
- Determine a medida da hipotenusa com uma casa decimal.

13 Qual número irracional está representado na reta pela letra a ?



14 Represente na reta real os números $\sqrt{29}$ e $-\sqrt{5}$.

15 Para saber a altura de um poste, Alexandre encostou nele uma escada de 15 m de comprimento, de modo que ela ficou apoiada no chão a 3 m do poste. Qual a altura aproximada desse poste?



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

Evidenciamos através da figura 22 que nos exercícios estabelecidos no livro, encontra-se predominantemente o uso da linguagem simbólica, formal e técnica na questão de número 1 a questão número 10, na questão 11 e 12 o raciocínio e matematizar, uma vez que já se espera que o aluno domine os conceitos e reproduza na resolução, nas questões 13 e 14 o aluno pode atuar com a representação, utilizando imagens, gráficos e construção de retas e temos a questão 15 que resulta no matematizar, traz uma situação problema ao qual também se utiliza de imagem para a representação bem como o contexto a ser analisado. Constatamos também, que os exercícios de fixação estão divididos em questões objetivas (retiradas de concursos e vestibulares nacionais) e questões discursivas, estas, normalmente, não incentivam o aluno a buscar respostas em outros capítulos ou relacionar conteúdos e, até mesmo, disciplinas diferentes. O que consequentemente resulta em uma aprendizagem predominantemente autônoma.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa análise deve servir para a utilização do livro didático em sala de aula, de forma a ser usado como uma ferramenta de ensino, e não para a simples reprodução. O Letramento matemático se fez presente em todas as suas características, porém predominantemente na abordagem do conteúdo e nos exercícios propostos, houve pouca força na comunicação, contudo nas demais características se fez presente, vale evidenciar que o uso da linguagem simbólica, formal e técnica é fortemente usada no decorrer do capítulo, mesmo sendo acompanhada de texto e representações que venha servir de apoio, neste momento a presença do professor como mediador da aprendizagem se faz indispensável.

De maneira ampla as estratégias utilizadas no livro através de atividade, curiosidades e trabalhos interativos ajudam no momento do aluno raciocinar e matematizar tal propostas, convida o aluno a uma comunicação mais intimas, através de suas figuras interativas ou pelo modo de ligar o aluno ao conteúdo, cuja esse modo pode se evidenciar na contextualização, na presença constante do Espiral tanto na apresentação, como quanto ele foi sendo citado e abordado de diferentes situações no capítulo, resultando em uma memória ativa, ao qual penso e logo me remeto a tal lembrança/assunto, é importante destacar que o aluno pode refletir sobre a matemática envolvida em nossa sociedade, fazendo com que ele veja que tudo que se estuda em sala de aula pode ter uma aplicação prática e dessa forma o aluno passa a ter um pensamento crítico sobre diversos conteúdo do cotidiano, o livro traz ainda o uso da tecnologia no ensino de matemática que é apresentado quando o aluno é incentivado a utilizar

a calculadora, mas que também abre espaço para o professor por iniciativa, utilizar softwares matemáticos para a resolução de problema.

Sobre os pontos negativos encontrados se percebe que na resolução de problemas especialmente nos exercícios, falta o estabelecimento da comunicação, dando a impressão que estes não passam de uma ordem a ser cumprida, ou ainda, da velha maneira de se ver a matemática como algo desafiador, provavelmente um aluno escolheria realizar as atividades que encontramos como sugestão do que aquelas listadas no exercício, então a comunicação seria a base para um bom letramento.

Na explanação do conteúdo, vemos nitidamente a preocupação do autor em sugestões de leituras complementares para o aluno, além de atividades para o desenvolvimento científico, reflexões, textos que envolvem também a história da matemática, resolução de exercícios passo a passo, bem como a manipulação de dados e informações.

Talvez seja esse o motivo dos alunos encontrarem dificuldades nas atividades, visto que a maneira encontrada para ligar o aluno ao conteúdo, dificilmente é identificada nos exercícios, pois onde se compara objetos e valores, se estabelece relações. Dessa forma o livro didático apenas terá seu potencial efetivado, se estiver nas mãos de um bom professor, o qual esteja disposto a uma formação continuada, neste livro como podemos averiguar ele traz propostas, mas só o aluno e o livro não irão explorá-las.

REFERÊNCIAS

- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994
- GUIAR, G da S; ORTIGÃO, M. I. R. Letramento em Matemática: um estudo a partir dos dados do PISA 2003. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP, v. 26, n. 42a, 2012, p. 1-22
- MACHADO, N. J. **Ensaio transversais: cidadania e educação**. São Paulo: Escrituras Editora, 1997
- MACHADO, A. P. **Do significado da escrita da matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores**. Rio Claro, 2003. 291 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. 2008.
- OCDE. PISA 2003. Technical Report. OCDE. Disponível em: <http://www.pisa.oecd.org/>
- TINOCO, G. M. A. de M. **Projetos de letramento: ação e formação de professores de língua materna**. 2008. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada) – DLA, IEL, UNICAMP, Campinas, SP, 2008.
- SOARES, Magda. **Alfabetização e letramento**. 7. ed. São Paulo. Contexto, 2017. E-book.
- STREET, Brian V. **Social Literacies: critical approaches to literacy in development, ethnography and education**. Harlow: Longman, 1995.