



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BRAGANÇA  
FACULDADE DE MATEMÁTICA**

**WELLISON COSTA NASCIMENTO**

**CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS: Uma Introdução à Geometria Plana**

**BRAGANÇA-PA  
2023**

WELLISON COSTA NASCIMENTO

**CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS: Uma Introdução à Geometria Plana**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Licenciado Pleno em Matemática.

Orientador: Prof. MSc. Nelson Ned Nascimento Lacerda.

**BRAGANÇA-PA  
2023**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará**  
**Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

N244c Nascimento, Wellison Costa.  
Construções geométricas; uma introdução à geometria plana. /  
Wellison Costa Nascimento. — 2023.  
40 f. : il.

Orientador(a): Prof. Me. Nelson Lacerda, Nnn.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade  
Federal do Pará, Campus Universitário de Bragança, Faculdade de  
Matemática, Bragança, 2023.

1. Construções geométricas; Geometria plana; Modelo de  
Van Hiele. I. Título.

CDD 001

---

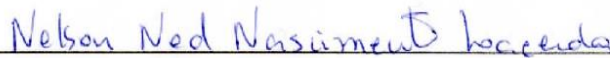
WELLISON COSTA NASCIMENTO

**CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS: Uma Introdução à Geometria Plana**

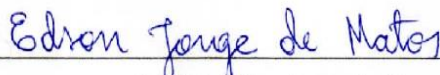
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a  
Universidade Federal do Pará, como parte dos  
requisitos necessários para obtenção do título  
de Licenciado Pleno em Matemática.

Bragança, 14 de abril de 2023.

BANCA EXAMINADORA



Prof. MSc. Nelson Ned Nascimento Lacerda  
Orientador- UFPA



Prof. Dr. Edson Jorge de Matos  
Examinador Interno- UFPA



Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena  
Examinador Interno- UFPA

Dedico esse trabalho em memória de meu pai **Francisco Xavier do Nascimento**. Pai, amigo, incentivador e parceiro.

## AGRADECIMENTOS

Seguindo minha Fé, agradeço a Deus pelo dom da vida, pois sem Ele nada disso seria possível, foi Ele quem me concedeu fé, força e dedicação, para não desistir em meio às intempéries da vida.

Aos meus pais Francisco Xavier do Nascimento (*in memoriam*) e Maria de Fatima do Remédios Costa, que me educaram desde a infância, e que nesses quatro anos de curso me deram apoio emocional e financeiro, como também aos meus avós Martinho Ferreira costa e Maria dos Remédios Costa que sempre acreditaram na minha capacidade. Além disso, quero ressaltar a minha imensa gratidão e amor a minha mãe Maria de Fátima, que todos os dias faça (chuva ou faça sol), me incentivava de sua maneira peculiar, a nunca desistir.

Aos meus queridos amigos de Faculdade, Diego da Silva, Bruno Leonardo, Alana Carolina, que são como minha segunda família, agradeço de coração pelo vínculo e irmandade vivenciados durante esses mais de 1460 dias de graduação.

Ao meu amigo e irmão Paulean Ramos da Silva, que foi meu companheiro antes e durante a jornada de faculdade, uma história de superação e motivação em nossas vidas, pois foi através de nossos esforços que alcançamos a tão sonhada graduação na maior do Norte (UFPA).

Agradeço ao meu tutor, Mestre Nelson Ned Nascimento Lacerda que com sua gama de conhecimento me instruiu na implementação do meu tema, como também na sua conclusão.

Agradeço ao grande homem e amigo, Jamyson Gabriel Tavares da Silva que me auxiliou na digitação deste trabalho, contribuindo de diversas maneiras do início ao fim.

Ao final, agradeço a mim por não desistir durante esses quatro anos de faculdade, como no dito popular: “É fácil entrar, o difícil é conseguir sair”, foram dias e noites sem dormir, mas ao final consegui vencer.

*“A matemática é a mais simples, a mais perfeita  
e a mais antiga de todas as ciências.”*

*Jacques Hadamard*

## RESUMO

O presente trabalho é uma produção acadêmica, de caráter investigativo de cunho bibliográfico, baseado em percepções durante a realização dos estágios supervisionado III e IV. Foi desenvolvido com a turma um plano de aula que se propôs trabalhar conhecimentos em geometria plana, através da régua e do compasso. O baixo rendimento percebido na turma e o pouco conhecimento apresentado, nos instigou a buscar à luz da literatura meios para trabalhar a geometria com uso dessas ferramentas, buscando perceber os tipos de construções possíveis e as metodologias para aplicá-las. Os resultados apontam para uma diversidade de possibilidades para se trabalhar retas e circunferências, exemplificando seus tipos e funcionalidades. Os resultados ressaltam ainda para um modelo de ensino da geometria baseado em cinco níveis de ensino e aprendizagem que buscam dinamizar esse processo, a saber: Modelo de Van Hiele.

**Palavras-chaves:** Construções geométricas; Geometria plana; Modelo de Van Hiele.

## **ABSTRACT**

The present work is an academic production, of an investigative and bibliographical nature, based on perceptions during the supervised internships III and IV. It was developed with the class a lesson plan that proposed working knowledge in plane geometry, through ruler and compass. The low performance perceived in the class and the little knowledge presented led us to search in the light of the literature for ways to work geometry with the use of these tools, trying to understand the types of possible constructions and the methodologies to apply them. The results point to a diversity of possibilities to work with lines and circles, exemplifying their types and functionality. The results also point to a geometry teaching model based on five levels of teaching and learning that seek to make this process more dynamic, namely: Van Hiele's Model.

**Keywords: Geometric Constructions; Plane Geometry; Van Hiele Model.**

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1 ENSINO DE CONTRUÇÕES GEOMÉTRICAS .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 Euclides e suas contribuições ao tópico de construções geométricas.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Ferramentas em construções geométricas.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2.1. Esquadro .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2.2. Transferidor .....</b>	<b>14</b>
<b>1.2.3. Régua.....</b>	<b>15</b>
<b>1.2.4. Compasso .....</b>	<b>15</b>
<b>2 AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO. ....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Algumas construções geométricas: reta e circunferência.....</b>	<b>19</b>
<b>3 A TEORIA DE VAN HIELE .....</b>	<b>24</b>
<b>4 METODOLOGIA .....</b>	<b>27</b>
<b>5 APLICAÇÃO DE ATIVIDADE .....</b>	<b>28</b>
<b>5.1 Caracterização da escola e da comunidade.....</b>	<b>28</b>
<b>5.2 Descrição da tarefa.....</b>	<b>30</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>34</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>36</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>38</b>

## INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da Matemática no mundo antigo deve-se a gregos, pensadores, filósofos, cientistas que colocaram o raciocínio, a lógica e a razão como ferramentas para descobrir coisas novas e tentar explicar o mundo em que viviam. “Tudo é número” disse Pitágoras sintetizando o pensamento de que tudo na natureza pode ser explicado pelos números, ou seja, pela Matemática. As construções geométricas estavam no centro desse desenvolvimento da Matemática.

A régua e compasso são instrumentos utilizados no estudo de geometria plana e que integram o material escolar dos alunos da educação básica, principalmente a partir dos anos finais do ensino fundamental até o ensino médio. No entanto, o uso desses instrumentos é, notadamente, muito tímido e pontual, sem que o aluno seja devidamente estimulado a perceber as inúmeras possibilidades de seu uso e dos problemas que podem ser resolvidos com o auxílio deles.

Putnoki (2013), expõe sobre o abandono do ensino das construções geométricas no ensino fundamental e médio nas escolas brasileiras, apontando algumas consequências que isso tem gerado para o aprendizado da geometria plana. Segundo o autor, considerando os problemas que o esquecimento do ensino das construções geométricas tem trazido para o aprendizado matemático, faz-se necessário buscar metodologias que facilitem e contribuam para o processo de ensino e aprendizagem de professores e alunos.

Este trabalho tem por objetivo realizar uma introdução à geometria plana, por meio das construções geométricas com ferramentas como régua e compasso, analisando as possibilidades de se trabalhar essas construções no ensino fundamental, de modo a promover um aprendizado prático e significativo da geometria plana e contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

A produção é resultado das experiências, inquietações e questionamentos advindos do estágio supervisionado III e IV que são disciplinas obrigatórias para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Pará, Campus Bragança, onde nos propusemos a lecionar em uma escola na comunidade de Araí, Augusto Corrêa-PA, para uma turma do 8º ano/9 do ensino fundamental.

Além disso, entendemos que o trabalho com régua e compasso é algo acessível aos alunos considerando que são ferramentas simples, de baixo custo e de fácil manuseio, mesmo sabendo que nem todas as escolas dispõem desse material para o trabalho em sala de aula, como o caso da escola onde desenvolvemos a atividade.

Nessa perspectiva, para alcançar nossos objetivos dividimos este trabalho em seis capítulos:

Capítulo 1: trazemos um breve histórico da trajetória de Euclides de Alexandria apontando suas principais contribuições para a geometria plana, a exemplo das construções geométricas. Além de discorrer acerca de algumas ferramentas, como esquadro, transferidor, régua e compasso, utilizadas na construção de figuras geométricas.

Capítulo 2: são apontadas as contribuições de autores sobre a importância de se trabalhar as construções geométricas em sala de aula e trazemos os métodos para construção das principais figuras utilizando régua e compasso.

Capítulo 3: discorreremos sobre a teoria de Van Hiele que é utilizada como base para análise do nível de conhecimento em geometria plana dos alunos da turma onde atuamos.

Capítulo 4: apontamos a metodologia de trabalho e o processo de construção deste trabalho.

Capítulo 5: descrevemos brevemente acerca da comunidade e da escola onde realizamos o estágio supervisionado, apontando seus principais indicadores e afluindo resultados do trabalho desenvolvido em sala de aula.

Capítulo 6: apresentamos nossas considerações finais acerca da pesquisa analisando a aplicabilidade do conteúdo de construções geométricas no ensino fundamental anos finais.

## 1 ENSINO DE CONTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

### 1.1 Euclides e suas contribuições ao tópico de construções geométricas.

Não podemos começar esse trabalho sobre geometria, se não falar sobre Euclides. De acordo com Flower (2019), Euclides foi um grande matemático de Alexandria, no Egito. Ele escreveu a obra “Elementos de Euclides”, considerada um pilar para estudos da geometria plana. Euclides de Alexandria nasceu provavelmente por volta do ano 300 a.c. Muito antes de Euclides, a geometria já era um assunto bastante debatido por estudiosos no antigo Egito.

Embora sejam escassos os dados sobre a vida de Euclides, sabe-se que ele fundou a Escola Real de Alexandria, no reinado de Ptolomeu I. Foi com Euclides que a geometria do Egito cresceu e se tornou algo de suma importância para todos.

Seus trabalhos foram tão importantes para a matemática que muitos dos princípios básicos da geometria moderna são atribuídos a ele. Seus trabalhos marcaram, de alguma forma, o início do que hoje conhecemos como “Matemática Moderna”.

Flower (2019), ressalta que Euclides foi o primeiro a apresentar os postulados da geometria, um conjunto de princípios básicos que servem como base para os estudos geométricos. Em Elementos de Euclides detalha as geometrias plana e espacial, abordando princípios básicos como paralelismo, congruência, similaridade, divisão de ângulos, circunferência, círculo, áreas e volumes.

Vamos exemplificar com apenas cinco axiomas e princípios básicos da geometria euclidiana.

- 1- Dois pontos distintos determinam uma reta única.
- 2- Qualquer segmento de reta pode ser estendido infinitamente em uma reta.
- 3- Dado um ponto e um raio, existe apenas uma circunferência com ponto nesse raio igual a esse
- 4- Todos os ângulos são congruentes.
- 5- Se uma reta corta duas outras retas de tal forma que a soma dos ângulos internos de um lado é menor que dois ângulos retos, então essas duas retas, prolongadas indefinidamente encontrar-se-ão do lado menor em que se encontram os ângulos menores. (SANTOS; VIGLIONI, 2011.)

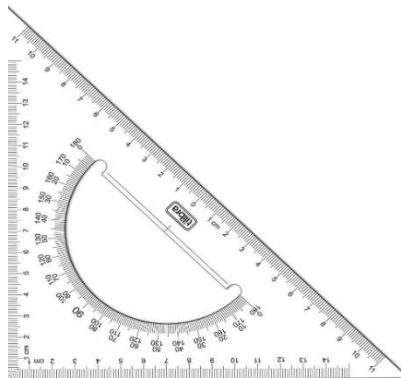
### 1.2 Ferramentas em construções geométricas.

Quando pensamos em geometria e estruturas geométricas sempre nos vem à mente régua e compasso, mas existem outras ferramentas utilizadas, a seguir alguns desses instrumentos.

### 1.2.1. Esquadro

Etimologicamente, a palavra esquadro vem da palavra italiana "squadro", que se origina da palavra latina "squatus", que está associada a um quadrado. O esquadro pode ter várias formas, sendo as mais comuns no formato de "L", de "T" ou a forma de triângulo retângulo. O esquadro utilizado pelos gregos antigos ficou conhecido como "corda de 12 nós". O ângulo entre os lados é de 3 para 4, como mostra a figura 1.

Figura 1: Esquadro escolar.



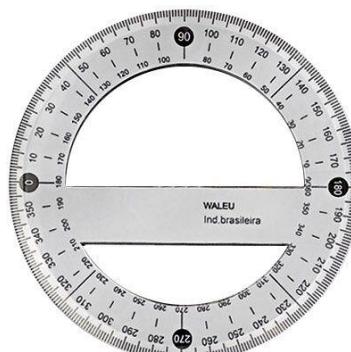
Fonte: [www.tilibra.com.br](http://www.tilibra.com.br)

### 1.2.2. Transferidor

O uso do transferidor tem origem no século XIII, os europeus fabricavam ferramentas que se assemelhavam a um transferidor para observação astronômica. No século XIX, outros ramos da atividade matemática desenvolveram outros tipos de transferidores de acordo com as suas características de negócio, surgindo os transferidores numa grande variedade de modelos.

O transferidor, que pode ter 180 graus ou 360 graus, possui duas escalas que correspondem a dois ângulos complementares, pois a soma de cada parte é igual a 180 graus. Podemos dizer que um quadrante é a metade de um transferidor de 180 graus, com um fio de prumo preso ao seu centro. Observe na figura 2.

Figura 2: Transferidor escolar.



Fonte: <https://nandysbazar.loja2.com.br>

### 1.2.3. Régua

Régua é um instrumento utilizado na geometria, com intuito de traçar segmentos de reta e medir distâncias pequenas. A palavra régua é de origem francesa (*règle*) cujo significado é “lei ou regra” e sua utilização como instrumento de medida comparativa, é usada desde a idade do bronze quando evidências apontam o uso do símbolo circular indicando o valor zero em réguas graduadas na Civilização do Vale do Indo. As réguas modernas para uso de medição, foram desenvolvidas a partir do final do século XVIII com a criação do Sistema Internacional de Unidades, que definiu um padrão a ser adotado. É composta por uma lâmina de madeira, plástico ou metal e pode conter uma escala, geralmente centimétrica e milimétrica, a figura 3 apresenta um exemplar.

Figura 3: Régua escolar



Fonte: <https://www.papelariamatriz.com.br/>

### 1.2.4. Compasso

O compasso é um instrumento de desenho geométrico que consiste em duas pernas articuladas, ele é utilizado para desenhar círculos, arcos e outras formas circulares ou elípticas com precisão e medir distâncias. O compasso é uma ferramenta muito antiga, há evidências de seu uso datando de há cerca de 2000 anos atrás.

Para usar-se o compasso, a ponta de uma de suas pernas é fixada em um ponto qualquer e a outra perna é girada ao redor desse ponto para desenhar um círculo ou arco. O tamanho do círculo ou arco é determinado pela distância entre as duas pontas das pernas, essa distância determinará o tamanho do raio do círculo/arco. Observe na figura 4 a representação de um compasso.

Figura 4: compasso geométrico



Fonte: <https://pt.dreamstime.com>

## 2 AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO.

Para Carneiro (2007), as construções com régua e compasso é uma técnica antiga da geometria que teve início na Grécia Antiga, por volta do século VI a.C. Através dessa técnica, é possível desenhar formas precisas e complexas apenas utilizando duas ferramentas simples: uma régua e compasso não graduado. O surgimento dessa técnica foi de extrema importância para a matemática e para a arquitetura, já que permitiu a criação de estruturas cada vez mais elaboradas e simétricas. Além disso, as construções com régua e compasso possibilitaram a descoberta de novas propriedades geométricas, o desenvolvimento de teoremas importantes, e a solução de problemas existentes.

As construções geométricas, até hoje tem grande importância na compreensão da Matemática elementar. Os problemas geométricos desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento de geometria plana e suas propriedades, e nada melhor para desenvolver o conhecimento geométrico, do que praticar e estudar as construções geométricas.

Para abordar o problema de quais construções são possíveis com régua e compasso, a princípio vamos denotar sobre os axiomas de Euclides: traçar uma reta, conhecendo dois de seus pontos quaisquer; traçar um círculo, conhecendo o seu centro e o raio; determinar as interseções entre retas e círculos, é algo que a geometria faz com maestria, mas tudo através dos seus axiomas. Não são permitidos: traçar um círculo de raio ou centro “arbitrários”; logo, usar uma graduação previamente preparada da régua ou do compasso; inferir sobre uma reta um ponto “arbitrário”; deslizar a régua até uma certa posição. (CARNEIRO, apud WAGNER, 2007, p. 105).

Nesse sentido, a régua serve para desenhar uma reta passando por dois pontos dados e o compasso serve para desenhar uma circunferência cujo raio é dado por um segmento e cujo centro é um ponto qualquer dado. A pureza das construções com régua e compasso é a mesma da geometria analítica que também resolve, de forma equivalente, problemas de geometria usando as coordenadas (pontos dados), a equação da reta (régua) e a equação da circunferência (compasso).

De acordo com Roque (2012), podemos entender o enfoque que os antigos deram à régua e ao compasso, baseados na perfeição dos traços que estes instrumentos proporcionam. Segundo a autora:

A régua e o compasso, apesar de serem instrumentos de construção, podem ser representados, respectivamente, pela linha reta e pelo círculo, figuras geométricas com alto grau de perfeição. Na realidade, nos Elementos, as construções realizáveis com régua e compasso são executadas por meio de retas e círculos definidos de modo

abstrato [...] Euclides não afirma explicitamente, em lugar nenhum de sua obra, que as construções tenham de ser efetuadas com retas e círculos. Simplesmente elas são, de fato, realizadas desse modo. (ROQUE, 2012, p. 127).

A autora nos diz ainda que, ao discorrer em torno do uso da régua e do compasso por Euclides, e o cunho pedagógico dessas ferramentas, há uma facilidade no uso desses instrumentos e havia a necessidade de ordenação do conhecimento matemático da época. Para ela:

[...] uma das explicações para o uso da régua e do compasso nessa obra pode ter sido de ordem pedagógica. As construções feitas desse modo são mais simples e não exigem nenhuma teoria adicional (como seria o caso das construções por meio de cônicas). Desse ponto de vista, a restrição não seria consequência de uma proibição, mas de uma otimização: deve-se usar a régua e o compasso sempre que possível para simplificar a solução dos problemas de construção [...] uma segunda explicação para o uso exclusivo da régua e do compasso seria a necessidade de uma ordenação e de uma sistematização da geometria com vistas a uma melhor arquitetura da matemática. Na época de Euclides, o conjunto dos conhecimentos dos geômetras já estava bastante desenvolvido e era necessário ordená-lo. (ROQUE, 2012, p. 128-129).

Atualmente podemos inferir que a manipulação e o uso desses materiais, como régua e compasso, são fundamentais para proporcionar aquilo que o autor Gonçalves (2012) chama de “aprendizagem significativa”. Em suas palavras:

No passado, dizia-se que os materiais facilitariam a aprendizagem por estarem próximos da realidade da criança. Atualmente, uma das justificativas comumente usadas para o trabalho com materiais didáticos nas aulas de matemática é a de que tal recurso torna o processo da aprendizagem significativo. (GONÇALVES et al., 2012, p. 11).

Quanto ao que podemos chamar de aprendizado real na geometria, Itzcovich, (2012), comenta que o processo de aprendizagem compreende idas e vindas sendo necessário eventualmente rever, junto com o aluno, conceitos já adquiridos a fim de construir um conhecimento capaz de levar o aluno a identificar os elementos geométricos bem como as propriedades que podem ser utilizadas para resolução dos problemas. Nas palavras do autor:

[...] não basta apresentar aos alunos os nomes, as particularidades ou os elementos e as propriedades que caracterizam as figuras. Deve fazer parte do processo ir identificando estas questões no conjunto de problemas que será proposto aos alunos para ser resolvido. É esta trama não é linear, nem está determinada completamente por tais problemas. Apela-se constantemente a relações entre os conhecimentos que os alunos dispõem, as atividades de construção propostas, os palpites, os ensaios, os erros, os acertos apresentados, os aportes do docente, as discussões entre os alunos etc. (ITZCOVICH, 2012, p. 11).

Seguindo o mesmo pensamento de Itzcovich (2012) para trabalhar as construções geométricas com régua e compasso em sala de aula é fundamental promover um ambiente de interação e troca de conhecimentos, entre os alunos, decidindo o tipo de construção que será utilizada e o instrumento necessário para trabalhar aquela construção. Outro ponto fundamental

apresentado por ele é, a importância de justificar que a construção apresentada é verdadeiramente a solução do problema proposto. Seguindo o pensamento do autor:

Em geral, o problema principal não é o de se desenhar o que se solicita, mas de demonstrar que, mediante o uso da régua e do compasso, a solução pode ser encontrada. E é neste ponto que o recurso à álgebra pode mostrar sua fertilidade. Efetivamente, é apelando a determinadas expressões algébricas – que identificam as relações que são colocadas em jogo - que se podem apresentar as condições de possibilidade da construção, da validade do construído, da quantidade de soluções. (ITZCOVICH, 2012, p. 55).

Nessa perspectiva, compreendemos que o simples ato de desenhar formas geométricas com o auxílio da régua e do compasso, proporcionam uma infinidade de possibilidades no desenvolvimento da aprendizagem tanto no campo da geometria como também nos conhecimentos matemáticos, como a álgebra por exemplo.

A fim de elucidar com mais precisão a necessidade de se trabalhar os conhecimentos em geometria plana através das construções de formas e figuras geométricas, Putnoki (1991), traz dois questionamentos, respondidos pelo mesmo:

“Para que serve o desenho geométrico?” Desenho Geométrico é classificado como desenho resolutivo, pois possibilitam respostas exatas para problemas de natureza prática ou teórica.

“Para quem serve o desenho geométrico?” A resolução de um problema de construção geométrica, de um modo geral, compreende duas etapas: na primeira etapa lidamos, de forma teórica, com os elementos da Geometria, exigindo-se do estudante muito empenho. O estudo do desenho, nesta fase, dará oportunidade de desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo, além de despertar a criatividade. Independentemente da área a qual vai se dedicar futuramente como profissional, o estudante terá um elemento fundamental na sua formação. Na segunda etapa, quando se manuseiam os instrumentos, desenvolve-se gradativamente o sentido de organização; com frequência, o estudante então experimenta a sensação de realização, ao ver a concretização, no papel, das ideias que possibilitaram a construção.

Na próxima seção dedicaremos para discorrer em torno de construções da reta e da circunferência com o uso da régua e o compasso, mostrando dessa forma, o auxílio na resolução de problemas que envolvam conhecimentos em geometria plana.

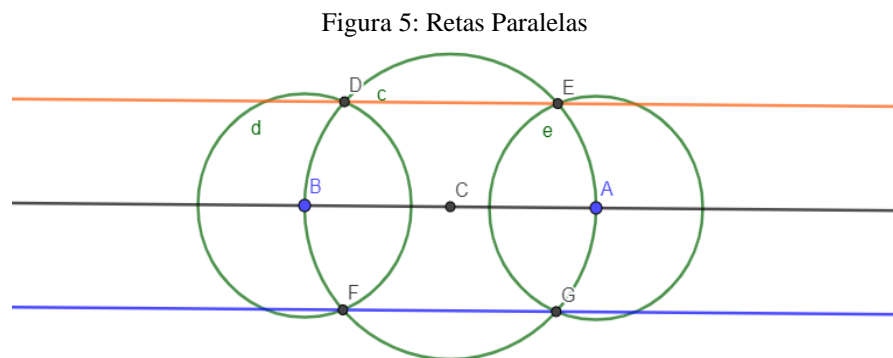
## 2.1 Algumas construções geométricas: Reta e circunferência

Na Geometria Plana, as retas são definidas apenas como conjuntos de pontos e, além disso, as retas são linhas que não fazem curvas e são infinitas, representando uma construção básica da geometria que podemos construir com o auxílio da régua.

As retas possuem diferentes tipos e obedecem a alguns critérios para sua existência e criação. Silva (2013), aponta alguns passos necessários para se construir retas paralelas tomando o auxílio da régua e do compasso.

1. Sobre uma reta suporte, construa uma circunferência de raio qualquer; 2. Tome os pontos de intersecção da circunferência com a reta suporte, e sobre eles, centre duas novas circunferências de raio qualquer, porém iguais entre si; 3. Os pontos de intersecção dessas duas novas circunferências e a primeira que foi construída, pertencem a duas retas paralelas em relação à primeira; 4. Basta então construir as retas, passando por esses pontos. (SILVA, 2013, p. 31)

Seguindo os procedimentos, gera a figura 5:



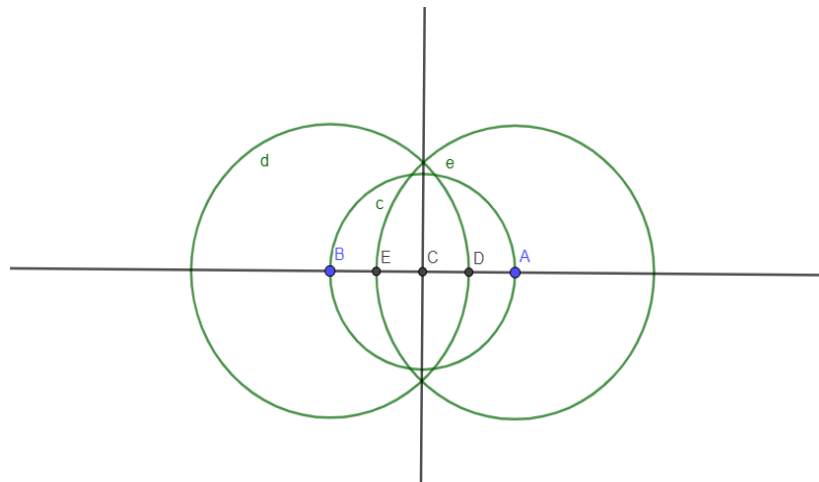
Fonte: Adaptado Silva, 2013

No que tange as retas perpendiculares, na geometria plana, estas podem ser definidas como retas que formam ângulos de  $90^\circ$  ao se cruzarem. Silva, 2013, também aponta alguns passos para a construção das retas perpendiculares, na concepção desse autor,

1. Construa uma reta e sobre um ponto da mesma, uma circunferência de raio qualquer; 2. Tomando uma abertura fixa do compasso, construa duas novas circunferências, de mesmo raio, com centros, cada uma delas em um dos pontos de intersecção da reta e da circunferência dada anteriormente; 3. A reta perpendicular à primeira é a que é construída tomando os pontos de intersecção das duas novas circunferências. (SILVA, 2013, p. 32)

Os passos determinados pelo autor resultam na figura 6:

Figura 6: Retas Perpendiculares



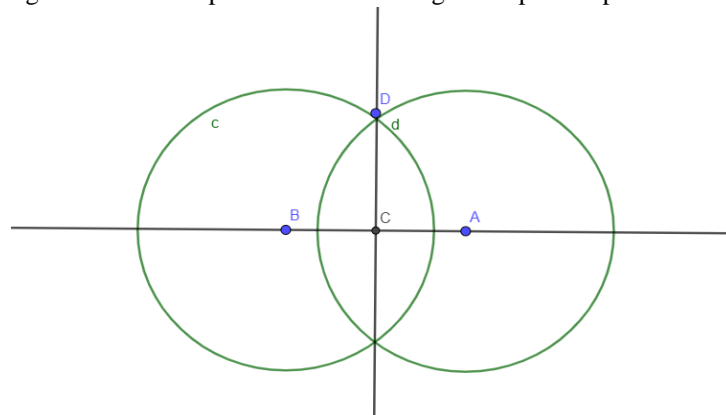
Fonte: Adaptado Silva, 2013.

Silva (2013) demonstra ainda as retas perpendiculares a um segmento por seu ponto médio. Na visão do autor, “tanto acharemos a reta perpendicular a esse segmento, como também saberemos qual é o ponto do médio do segmento”. Os passos para a construção desse tipo de reta seguem os seguintes critérios:

1. Construa uma reta suporte o seguimento dado; 2. Em cada um dos extremos do seguimento construa uma circunferência de raio qualquer, desde que o raio de ambas seja o mesmo; 3. A reta desejada é a que passa pelos pontos de intersecção das duas circunferências. (SILVA, 2013, p. 33)

A construção apontada pelo autor resulta na figura 7:

Figura 7: Retas Perpendiculares a um segmento por seu ponto médio.



Fonte: Adaptado Silva, 2013.

Outro elemento possível de se trabalhar utilizando reta e circunferência é a mediatriz de um segmento. Wagner (2007), aponta que “A mediatriz de um segmento AB é uma reta perpendicular a AB que contém o seu ponto médio”.

Rizzo (2015), fornece alguns passos para que se encontre a mediatriz de um segmento, utilizando a régua e o compasso, cujas figuras são 8, 9, 10 e 11 respectivamente:

Passo 1: Dado um segmento AB, abra o compasso com um comprimento maior que a metade do segmento. Dica: uma possibilidade é utilizar o próprio comprimento do segmento."

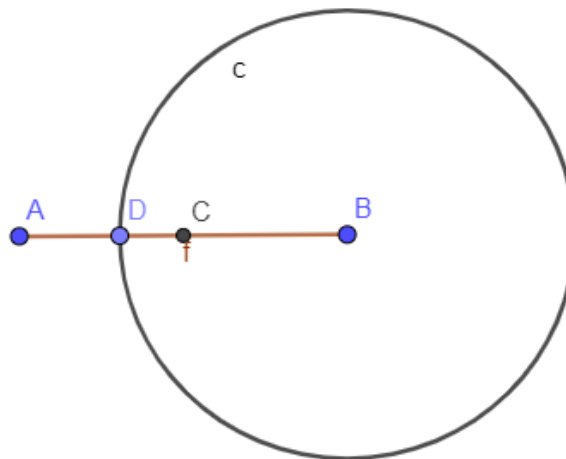
Figura 8: Mediatriz



Fonte: Rizzo, Maria Luiza Alves. Brasil Escola 2015.

Passo 2: Desenhe uma circunferência com centro em uma das extremidades do segmento e raio com a medida escolhida no passo 1.

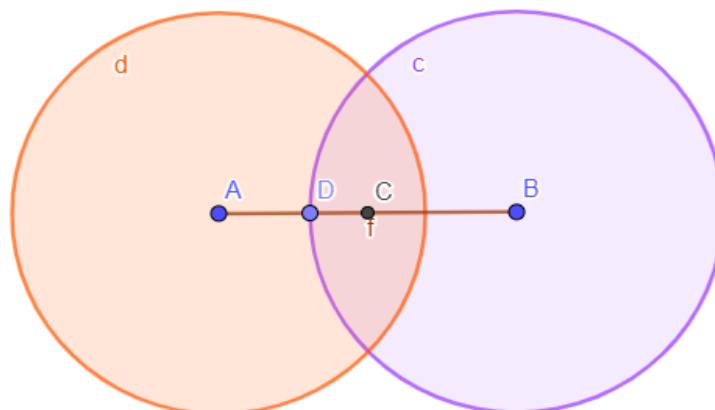
Figura 9: Mediatriz



Fonte: Rizzo, Maria Luiza Alves. Brasil Escola 2015.

"Passo 3: Repita o passo 2 para a outra extremidade do segmento."

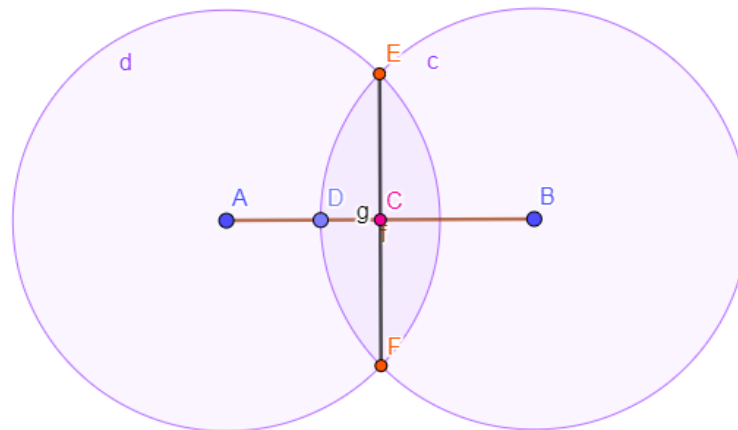
Figura 10: Mediatriz



Fonte: Rizzo, Maria Luiza Alves. Brasil Escola 2015.

Passo 4: Una com a régua os pontos de interseção das circunferências

Figura 11: Mediatriz



Fonte: Rizzo, Maria Luiza Alves. Brasil Escola 2015.

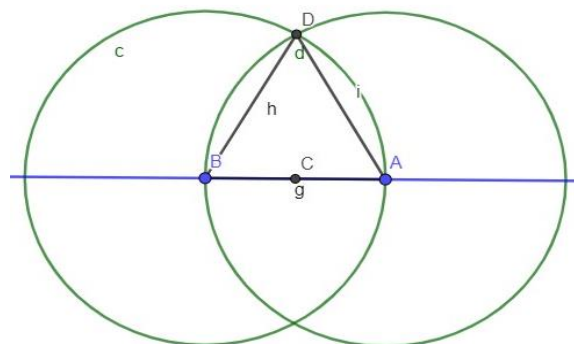
Seguindo basicamente os mesmos procedimentos para encontrar a mediatriz, podemos também construir diferentes tipos de triângulos. Abaixo exemplificaremos a construção de um triângulo equilátero e um triângulo escaleno.

Segundo Silva, 2013, a construção de um triângulo equilátero segue a seguinte ordem:

- 1 sobre uma reta suporte, transfira um segmento congruente com o lado do triângulo desejado;
- 2 Centre duas circunferências, uma em cada um dos extremos do segmento, e com o raio igual ao do segmento;
- 3 marque um dos pontos de interseção das circunferências;
- 4 trace segmentos unindo esse ponto aos extremos do segmento dado inicialmente.

Seguindo os passos enunciados, o triângulo equilátero é formado conforme a figura 12:

Figura 12: Construção do triângulo equilátero.



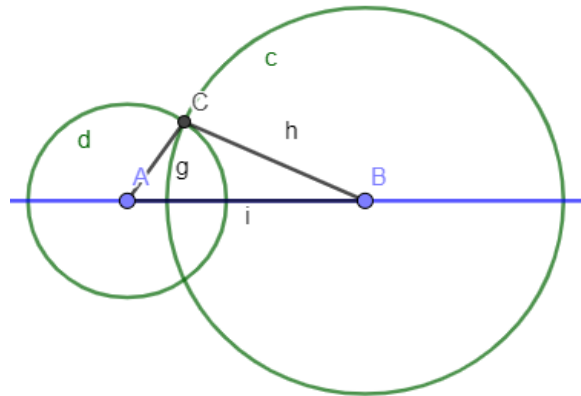
Fonte: reconstruído de Silva, 2013.

Ainda de acordo com o autor, para produzir um triângulo escaleno, seguimos os seguintes passos:

1 transfira um dos lados do triângulo dado, para uma reta suporte; 2 nos extremos desse lado transposto, centre duas circunferências, cada uma delas, com um raio igual a um dos outros lados do triângulo; 3 a intersecção das circunferências é o terceiro vértice do triângulo; 4 basta então liga-los aos outros dois extremos, formando o triângulo desejado.

A sequência dos passos enunciados culmina na figura 13:

Figura 13: Triângulo escaleno



Fonte: reconstruído de Silva, 2013.

### 3 A TEORIA DE VAN HIELE

Para complementar a pesquisa em questão, iremos discorrer acerca do modelo ou teoria de Van Hiele, a fim de buscar entendimento em torno do aprendizado da geometria plana e suas vertentes, tendo como foco de exemplo, as construções geométricas, logo, a teoria torna-se peça fundamental para que tenhamos bases para mensurar o nível de entendimento e aprendizado dos alunos da turma no qual atuamos.

Considerando ainda que, de acordo com as observações que realizamos ao executar nossa intervenção em sala de aula, os alunos da turma analisada apresentaram grandes dificuldades na compreensão, assimilação e apropriação de conceitos básicos de geometria plana, os quais nessa etapa já deveriam ter adquirido, utilizaremos o modelo de Van Hiele a fim de propor uma forma mais sistematizada e eficiente no ensino desses conteúdos no âmbito da escola, colocando como centro de análise a escola e turma usada para esse estudo dirigido.

Segundo os Parâmetros Nacionais Curriculares (BRASIL, 1997, p. 55), é preconizado que:

[...] os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1997, p. 55).

De acordo com o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, 2014, p. 7),

Estar no mundo nos coloca em interação com as pessoas e objetos também presentes nele e, ao mesmo tempo, nossos movimentos provocam a necessidade de que desenvolvamos uma linguagem associada à localização, visualização, representação e construção de imagens mentais e gráficas sobre as quais falamos e escrevemos para nos comunicar uns com os outros. (BRASIL, 2014, p. 7)

Nessa perspectiva, o ensino da linguagem e conceitos da geometria plana apresentam-se como um pilar essencial, uma vez que possibilita essa resignação no olhar do aluno impulsionando-os a compreender, descrever e representar o meio em que vivem e auxiliando-os na resolução de problemas.

A teoria de Van Hiele, que também pode ser considerada como um modelo de ensino e aprendizagem de geometria, e tem como finalidade o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, o qual descreve a evolução que os alunos podem obter, passando de uma simples visualização e reconhecimento de figuras geométricas, até a compreensão e demonstrações e teoremas geométricos.

Ao se referir à teoria Nasser e Sant'anna (2010, p. 6) afirmam que:

A teoria de van Hiele estabelece cinco níveis hierárquicos, no sentido de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores. Esta pode

ser uma explicação para as dificuldades apresentadas pelos alunos, quando são engajados num curso sistemático de geometria, sem a necessária vivência prévia de experiências nos níveis anteriores. NASSER E SANT'ANNA (2010, P. 6)

Na compreensão dos Van Hiele, um aluno que está passando pelo processo de ensino aprendizagem de geometria plana necessita dominar cada um dos níveis estabelecidos estando a sua progressão de nível ligado diretamente ao domínio total do nível em que se encontra.

Nesse modelo, os alunos passariam por um processo de cinco níveis de aprendizagem onde desenvolveriam o pensamento geométrico. Nasser e Sant'Anna 2010, apresentam os níveis de aprendizagem dos conhecimentos da geometria de acordo com a teoria de Van Hiele:

Quadro 1: Níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em geometria

Nível de van Hiele	Características	Exemplo
<b>1º Nível (Básico) Reconhecimento</b>	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
<b>2º Nível Análise</b>	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
<b>3º Nível Abstração</b>	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
<b>4º Nível Dedução</b>	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
<b>5º Nível Rigor</b>	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria fina.

Fonte: Adaptado de Nasser e Sant'anna (2009, p. 07).

É necessário ressaltar que o papel do professor nesse processo é muito importante, uma vez que ele é responsável pela identificação do nível em que cada aluno se encontra compreendendo que o fato de seus alunos estarem no mesmo nível escolar não significa que estão no mesmo nível de conhecimento, ou seja, em uma mesma turma pode ocorrer facilmente de existirem alunos em diferentes níveis do raciocínio geométrico.

Segundo os Van Hiele, para ocorrer um progresso de nível é necessário que o aluno passe por cinco fases de aprendizagem. O quadro a seguir indica as fases de aprendizagem do modelo de Van Hiele e suas características:

Quadro 2: Fases de aprendizagem de acordo com Van Hiele.

<b>Fases de Aprendizagem</b>	<b>Características</b>
<b>Fase 1 Questionamento ou informação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo;</li> <li>• Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido;</li> <li>• O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.</li> </ul>
<b>Fase 2 Orientação Direta</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor;</li> <li>• As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.</li> </ul>
<b>Fase 3 Explicitação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O papel do professor é o de observador;</li> <li>• Os alunos trocam experiências, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas ideias.</li> </ul>
<b>Fase 4 Orientação Livre</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.</li> </ul>
<b>Fase 5 Integração</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes ideias.</li> </ul>

Fonte: Adaptado de (ALVES; SAMPAIO, 2010, p. 71)

Nessa perspectiva, percebemos que para haver o progresso do aluno no aprendizado da geometria, é necessário o amadurecimento das estratégias de ensino, bem como, das linguagens utilizadas no processo e do objeto de estudo em si. A qualidade da relação que o professor fornece ao aluno com o campo da geometria, é crucial para definir a qualidade e o grau de aprendizado que esse aluno terá configurando-se como elemento essencial para uma aprendizagem significativa.

Para cada um dos níveis propostos por Van Hiele os alunos devem passar pelas cinco fases de aprendizagem próprias de cada nível. Nisto, novamente o professor deve atentar-se para, através de testes, exercícios e diálogos com a turma, perceber em que nível cada aluno se encontra e identificar aqueles que desenvolvem habilidades para progredir de nível.

#### 4 METODOLOGIA

O trabalho foi construído a partir de levantamentos bibliográficos, em livros, *sites* e trabalhos acadêmicos sobre o uso de régua e compasso no ensino da geometria plana no ensino fundamental.

A pesquisa se caracteriza como de natureza qualitativa, considerando seu cunho bibliográfico e que os dados coletados para análise partem da observação realizadas durante o trabalho em sala de aula e das livres opiniões e entendimentos expressados pelos alunos durante a aula e no questionário aplicado.

A abordagem do tema vem das inquietações do estágio supervisionado III e IV do curso de Licenciatura plena em Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Bragança-PA.

Para Godoy, 1995, uma pesquisa qualitativa possui como característica seu caráter descritivo, considerando:

O ambiente como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento chave; o processo é o foco principal de abordagem e não o resultado ou o produto; a análise dos dados é realizada de forma intuitiva e indutivamente pelo pesquisador; não requer o uso de técnicas e métodos estatísticos; e, por fim, tem como preocupação maior a interpretação de fenômenos e a atribuição de resultados (GODOY, 1995, p. 59).

Para Godoy (1995), a pesquisa qualitativa não procura a mensuração dos eventos estudados e também não utiliza instrumental estatístico na análise dos dados, mas envolve a aquisição de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos através do contato direto do pesquisador com a situação estudada, buscando a compreensão dos fenômenos segundo a perspectiva dos participantes da situação em estudo.

Para a produção desse trabalho são consideradas as etapas: I) a observação em sala de aula, proporcionada pelo estágio supervisionado; II) a elaboração e aplicação do plano de aula para a turma do 8º e 9º ano do ensino fundamental com o tema “Construções Geométricas; III) aplicação de questionário semiaberto contendo 4 questões, no qual pretende mostrar o nível de entendimento sobre geometria; IV) com o auxílio de uma régua e compasso não graduados, realizou-se alguns exercícios introdutórios sobre geometria plana. Após essas etapas realizamos as considerações finais sobre este trabalho.

## **5 APLICAÇÃO DE ATIVIDADE**

### **5.1 Caracterização da Escola e da Comunidade**

A Escola Municipal de Ensino Fundamental, na qual realizamos nosso estágio supervisionado III e IV, no segundo semestre de 2022, é uma instituição localizada na comunidade de Araí, que possui uma população aproximada de cinco mil habitantes e dista cerca de 60 km da sede do Município de Augusto Corrêa-PA.

A escola atende aos filhos e filhas de agricultores, pescadores e marisqueiros da comunidade e da região circunvizinha com ensino que vai do 6º ano/9 até o 9º ano/9 do ensino fundamental, na modalidade regular e Educação de Jovens e Adultos.

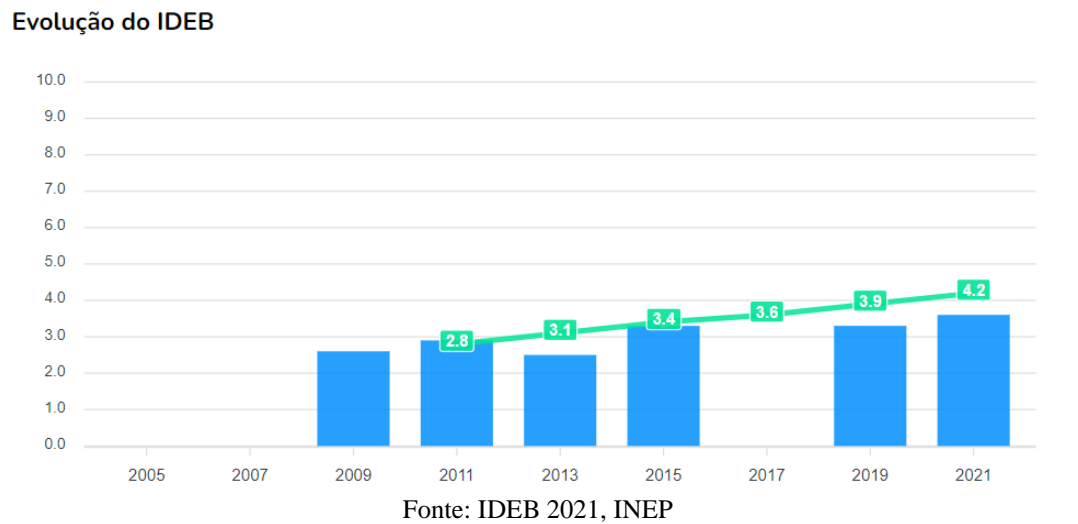
A escola funciona em prédio próprio dispondo de 6 salas de aula funcionando nos turnos, manhã, tarde e noite atendendo atualmente um total de 472 alunos somente nos anos finais do ensino fundamental regular e EJA. A escola não dispõe de laboratório de informática, que entendemos como um espaço fundamental para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem principalmente no ensino da geometria, por exemplo o uso do Geogebra.

Outra dificuldade encontrada durante a pesquisa sobre o ensino de construções geométricas, foi que a escola não possuía material geométrico nem para o professor e nem para empréstimo aos alunos. E o comércio local não dispunha de kit básico de construções geométricas (compasso, transferidor, esquadro) para a comercialização durante o período de pesquisa.

O corpo funcional da escola conta com um total de 40 servidores distribuídos da seguinte forma: 17 professores, 2 cuidadores, 2 coordenadores pedagógicos, 1 diretor, 1 vice diretor, 1 secretário, 3 auxiliares de secretaria, 9 auxiliares de serviços gerais, 2 porteiros e 2 vigias patrimoniais. O IDEB, Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, da escola foi de 3,6 em 2021, INEP (2021), ressaltando que a meta para o referido ano era de 4,2.

De acordo com o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas), 2021, a evolução do IDEB da escola baseado nas avaliações nacionais para os anos finais do ensino fundamental apresenta o seguinte resultado na figura 14:

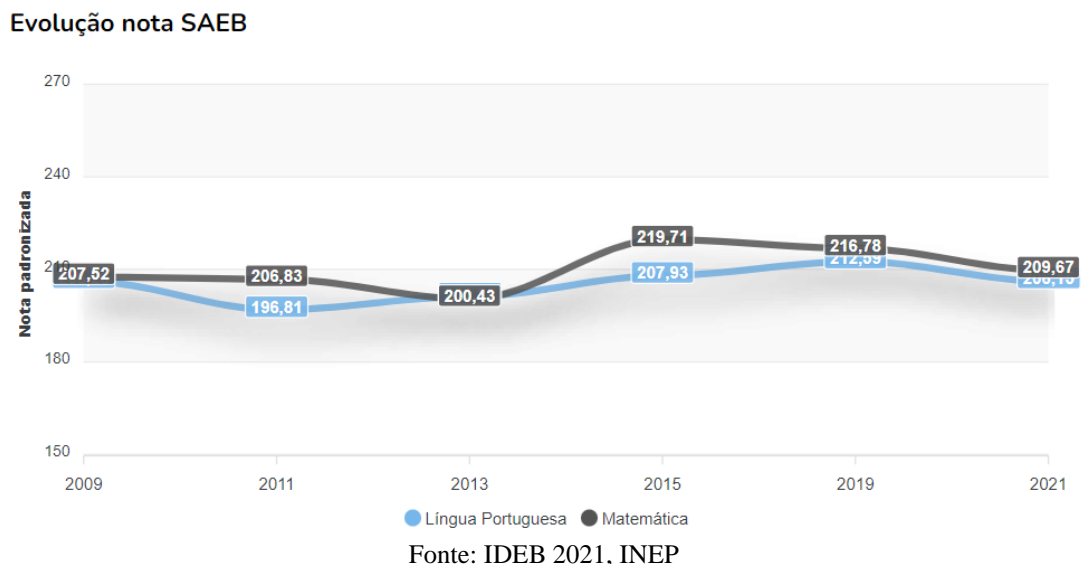
Figura 14: Desenvolvimento do IDEB da escola.



O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) foi criado em 2007 e reúne, em um só indicador, os resultados de dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações. O Ideb é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e das médias de desempenho no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). Nota-se que a escola vem apresentando uma crescente em seus resultados nos últimos anos, ainda que esteja permanecendo abaixo das metas programadas.

No que tange o indicador da prova SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) tem evoluído com os seguintes resultados figura 15:

Figura 15: Evolução das notas na prova SAEB



Quanto aos materiais didáticos disponíveis na escola para o ensino de matemática, especificamente para o ensino da geometria, apontamos a escassez desses materiais na instituição faltando materiais básicos como réguas, triângulos, compasso e outros. Na ocasião de nossa aula os materiais utilizados para o desenvolvimento da mesma foram pessoais.

## 5.2 Descrição da tarefa

As observações em sala de aula seguiram padrões de neutralidade a fim de perceber ao máximo o nível de conhecimento matemático dos alunos, considerando que os alunos chegam aos anos finais do ensino fundamental com uma grande defasagem no que tange aos conhecimentos em geometria, isso ficou mais presente após o período de ensino à distância por causa da pandemia de Covid-19.

A atividades foi realizada basicamente em 4 momentos:

**1º Momento:** Elaboração de plano de aula com o tema “Construções Geométricas com Régua e Compasso” no qual contém as diretrizes da aula, e com tempo estimado em 2 (duas) horas/aula.

**2º Momento:** Aplicação de questionário semiaberto contendo 4 questões, no qual pretendiam mostrar o nível de entendimento, familiaridade e compreensão dos alunos com os conhecimentos geométricos.

Quadro 3: Análise das respostas do questionário aplicado

Perguntas	Número de alunos	Respostas
1. Pra você o que é um triângulo?	20	25% deram uma resposta lógica; 75% deram respostas aleatórias.
2. Você já viu o assunto construção geométrica?	20	20% não sabiam sobre construções geométricas; 80% já ouviram sobre o assunto.
3. Desenhe um triângulo de exemplo.	20	25% não conseguiu desenhar; 75% conseguiu desenhar.
4. Qual desses triângulos possui um ângulo de 90°? ( ) Triângulo equilátero. ( ) Triângulo escaleno. ( ) Triângulo retângulo. ( ) Triângulo isósceles.	20	35% Acertos 65% Erros

Fonte: Autor, 2023

A análise das respostas apresentadas para a primeira indagação do questionário: “para você o que é um triângulo?” 45% dos alunos deram uma resposta lógica e sensata, outrora, 75% dos alunos divergiram com respostas aleatórias, a turma possuía um entendimento divergente em torno do que seria um triângulo, indicando um conhecimento bem superficial sobre a questão. Cerca de 45% da turma afirmou em sua resposta que “o Triângulo é uma figura geométrica de três lados”. As figuras 16 e 17 mostram as respostas de dois alunos sobre esse questionamento.

Figura 16: resposta de um aluno do 8º ano/9

1. Pra você o que é um triângulo?  
Pra mim é uma fórmula geométrica  
que também é uma parte de uma casa

Fonte: Autor, 2023

Figura 17: resposta de um aluno do 8º ano/9

1. Pra você o que é um triângulo?  
O triângulo é o formato  
de uma pirâmide.

Fonte: Autor, 2023

Considerando esse entendimento nos níveis de Van Hiele, entendemos que a turma em geral ainda estava no primeiro nível de aprendizagem no qual se afirmam segundo Nasser e Sant’ Anna 2010, “reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global”.

Outra resposta que nos chamou atenção refere-se à terceira questão do questionário aplicado, nela cinco alunos apresentam uma fórmula, no qual pretende ser o cálculo da área do triângulo.

Figura 18: Respostas do questionário da aluna Joane 8º ano/9.

3 – Desenhe um exemplo de triângulo.



Fonte: Autor, 2023

Acreditamos que a fórmula “(A.H.B)/2”, apresentada pelos alunos em algumas respostas, refere-se à fórmula para o cálculo da área de um triângulo que é  $A=(B.H)/2$ . Nessa perspectiva, podemos entender que os problemas envolvendo conhecimentos em geometria ainda são pouco explorados com esses alunos.

Ainda na análise dos questionários respondidos pelos alunos, perguntamos na quarta questão entre os triângulos equilátero, escaleno, retângulo e isósceles, qual possuía um ângulo reto de 90°. Entre os 20 alunos presentes em sala de aula, 8 acreditavam que o triângulo escaleno possui um ângulo reto de 90°, 5 que seria o triângulo isósceles e 7 seria o triângulo retângulo. Dessa forma, percebemos que mais de 50% da turma presente não detinham o conhecimento do que seria um ângulo de 90° ou desconheciam a forma de um triângulo escaleno e um triângulo isósceles.

Figura 19: Respostas do questionário do aluno João, 8º ano/9

4 – Qual desses triângulos possui um ângulo de 90°?

- Triângulo equilátero
- Triângulo escaleno
- Triângulo retângulo
- Triângulo isóscele

Fonte: Autor, 2023

Figura 20: Respostas do questionário de um aluno do 8º ano/9

4 – Qual desses triângulos possui um ângulo de 90°?

- Triângulo equilátero
- Triângulo escaleno
- Triângulo retângulo
- Triângulo isóscele

Fonte: Autor, 2023

As respostas padrão apresentadas pela turma nos levou a entender que a relação desses alunos com os conhecimentos geométricos tem-se dado de forma rasa e considerando o básico sobre o assunto, o que, por sua vez, pode justificar nossa percepção de os alunos demonstrarem pouca compreensão sobre o tema trabalhado na aula.

**3º Momento:** Na sequência, após a entrega dos questionários respondidos pelos alunos, e com o auxílio de uma régua e compasso não graduados, mostramos no quadro da sala de aula as condições necessárias para a existência de um triângulo. Fixamos os pontos e com auxílio da régua traçamos as retas para definir os lados AB, BC, AC. A partir disto, demonstramos que para existência real de um triângulo a soma de dois dos seus lados deve possuir um valor maior que o valor do terceiro lado.

Frente as explicações que apresentamos em sala de aula em torno dos triângulos, notamos que a turma eventualmente apresentava olhares “perdidos” dispersos e que pouco participavam da aula. Entendemos que isto deu-se devido ao raso conhecimento dos alunos que pouco compreendiam quando tentávamos enunciar questões sobre os ângulos.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) os alunos nesse nível de ensino devem ser estimulados a desenvolver conhecimentos em geometria que os favoreça:

[...] Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Nessa perspectiva, dedicamos nossa aula a resgatar conceitos básicos sobre os triângulos, suas propriedades e características a fim de construir uma base para os novos conhecimentos que necessitam ser desenvolvidos pelos alunos.

Vale ressaltar que pelo fato de nossa aula ter sido desenvolvida em apenas um dia com duas horas aula, não tivemos tempo suficiente para desenvolver grandes questões com a turma nem mensurar com mais precisão sua aprendizagem e apropriação em torno do assunto.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos dizer com um amplo grau de certeza que dentre todas as ciências trabalhadas em sala de aula, a geometria é a que mais aparece ao nosso redor. Ela está presente na natureza, na arte, nas profissões, nas construções em geral e até mesmo, de forma mais abstrata, na observação das paisagens.

Compreendemos ainda que a geometria é uma das partes mais antigas da matemática, tendo, o domínio de seus conhecimentos, contribuído de forma significativa para o sucesso e ascensão de muitas civilizações no mundo antigo. Na atualidade, os conhecimentos provenientes da geometria estão presentes nas mais diversas atividades humanas desde a forma de organização e estruturação das cidades até as construções de magníficos arranha céus.

Fazer com que os alunos reflitam, analisem e se apropriem desses conhecimentos é parte fundamental para a promoção de uma educação significativa baseada em fornecer ao aluno conhecimentos e habilidades que serão fundamentais para sua vida em sociedade.

Nossa experiência em sala de aula, ainda que como estagiário, demonstrou que o conhecimento dos alunos a respeito da geometria e suas construções ainda é muito pequeno e restringindo-se a gravar a nomenclatura das figuras. O ensino descontextualizado da geometria faz com que muitos alunos entendam a processo de ensino e aprendizagem desta disciplina como insípida, tendo pouco impacto na percepção e compreensão de mundo desses alunos e conseqüentemente, pouca influência em suas tomadas de decisões.

Esta produção se propôs a identificar e analisar caminhos que contribuam para um ensino da geometria, a partir do uso da régua e do compasso, baseado em um ensino dinâmico, sistematizado, significativo e acessível a todos os alunos. O uso de atividades e recursos adequados, favorecem o desenvolvimento de várias habilidades em geometria, deixando assim um incentivo para que professores e alunos utilizem a régua e o compasso, pois são instrumentos de fácil acesso e tornam as aulas mais atrativas.

Apontamos ainda que, como proposto no modelo de Van Hiele, a uma necessidade crucial na sensibilização do olhar e na percepção do professor quanto ao nível de conhecimento de seus alunos, uma vez que em uma mesma turma os próprios alunos encontram-se em níveis de conhecimento diferentes, cabendo ao professor dinamizar o ensino e adapta-lo segundo o nível e a necessidade de cada um. Nessa perspectiva, podemos conjecturar que proporcionar momentos de interação entre os próprios alunos e o conteúdo trabalhado em sala, contribuem para que a turma desenvolva uma rede de apoio solidário onde os próprios alunos tornam-se autores do conhecimento.

Nisto, percebemos que o ensino da matemática está intrinsecamente conectado à linguagem gráfica fornecida pela geometria e, assim sendo, um aluno que é bem introduzido às construções geométricas tendo sanada suas dúvidas a respeito de pontos, retas, semirretas e segmentos de retas, amplia também sua compreensão sobre outros conhecimentos da matemática.

Assim, acreditamos que os alunos devam ser introduzidos no universo das construções geométricas desde cedo, ainda a partir do ensino fundamental, a fim de sistematizar o ensino e familiarizar gradativamente o aluno com a linguagem, a dinâmica e a essência da geometria para que este não chegue ao ensino médio, ou até mesmo na graduação, desconhecendo elementos essenciais para sua compreensão das diferentes situações.

Finalmente, não podemos pensar em ensinar construções geométricas sem ter o material básico numa escola para o professor e para os alunos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, G. S; SAMPAIO, F. F. O Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de van Hiele e possíveis contribuições da Geometria Dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, Macaé, n.5, p.69-76, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria**. Brasília: MEC/SEB, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – anos finais Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1997.

FLOWER, D. A. **Biblioteca de Alexandria: as histórias da maior biblioteca da antiguidade**. Editora nova Alexandria. 2019.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 35, n. 2, p. 57 – 63, Março/Abril 1995.

GONÇALVES, F. A.; GOMES, L. B.; VIDIGAL, S. M. P. **Materiais Manipulativos Para o Ensino de Figuras Planas**. São Paulo: Mathema, 2012.

IDEB\_ Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, 2021. Disponível em: <https://qedu.org.br/escola/15549763.htm>. Acesso em 05 de fevereiro de 2023.

ITZCOVICH, H. **Iniciação ao Estudo Didático da Geometria: das construções às demonstrações**. São Paulo: Anglo, 2012.

MARCA, Aline; BIESDORF, J.; BENNEMANN, M. Construções geométricas como recurso pedagógico nas aulas de Matemática do Ensino Médio. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele**. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

PUTNOKI, J. C. Que se devolvam a euclides a régua e o compasso. **Revista do Professor de Matemática**, n. 13, p. 368 – 374, 2013.

PUTNOKI, José Carlos (Jota). **Elementos de geometria e desenho geométrico**. v. 1. 2. ed. São Paulo: Editora Scipione, 1991a.

RIZZO, Maria Luiza Alves. **Mediatrix; Brasil Escola**. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/mediatriz.htm>. Acesso em 05 de janeiro de 2023.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, Almir Rogério Silva; VIGLIONI, Humberto Henrique de Barros. **Geometria Euclidiana plana**. UFS. 237 P. 2011.

SILVA, Alex Gomes da. Construções geométricas com régua e compasso. **Dissertação (Mestrado)** – UFA, Instituto de Matemática. Maceió, 2013

SOARES, E. **Metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2002.

WAGNER, E. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

Wagner, E., & Carneiro, J.P.Q. (2007). Construções Geométricas. (2ª ed., Coleção do Professor de Matemática, pp.18-29). Rio de Janeiro: SBM.

ZUIN, E. de S. L. Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. **Dissertação (Mestrado)** — UFMG, Faculdade de Educação, 2001.

**ANEXO I**  
**Plano de Aula**

<b>Regente:</b> Wellison Costa Nascimento		<b>Data:</b>
<b>Turma:</b> 8ºano	<b>Disciplina:</b> Matemática	<b>CH:</b> 2 hora-aulas.
<b>Conteúdo:</b> Construção Geométrica com Régua e Compasso.		

**Justificativa:**

‘**Geometria**’ é uma palavra de origem grega que significa: “geo”, terra, e “metria”, que vem da palavra “métron” e significa medir. Essa ciência que se dedica a estudar as medidas das formas de figuras planas ou espaciais, isto é, sobre a posição relativa das figuras no espaço e suas propriedades. Na Grécia antiga, a geometria era estudada através de construções geométricas, no entanto, com o advento da Álgebra, o uso de instrumentos geométricos como réguas e compassos foram esquecidos. Proporcionar ao aluno a construção de conhecimentos acerca da geometria a partir desses instrumentos básicos é essencial para que este possa ressignificar sua visão de mundo e de espaço, ampliando sua percepção e entendimento sobre tudo que o cerca.

**Objetivo geral:**

- Construir figuras geométricas planas

**Objetivo específico:**

- Construir figuras geométricas com auxílio de instrumentos de desenho.
- Definir e construir conceitos básicos de geometria: ponto, reta, ângulos.
- Definir e construir triângulos.
- formas de figuras planas ou espaciais, isto é, sobre a posição relativa das figuras no espaço e suas propriedades.

**Metodologia:**

Iniciaremos nossa aula com uma pergunta de base direcionada aos alunos: Para você o que é um triângulo e para que este serve? A resposta para essa pergunta será individual e entregue, dentro do tempo máximo de 5 minutos, em uma folha de papel. Após, faremos a exposição de conceitos básicos da geometria; tais como: pontos, retas e ângulos, a partir do entendimento de Penteadó (1980) a fim de instigar a percepção e ressignificar o conhecimento de mundo e espaço do aluno. Após a exposição e definição desses conceitos, serão utilizados

instrumentos geométricos tais como régua, compasso e transferidor a fim de produzir figuras geométricas no quadro branco ou até mesmo no chão da sala de aula onde exemplificaremos e resolveremos problemas básicos relacionados a essas figuras relacionando-os com o cotidiano dos alunos. Ao final entregaremos um questionário semi-estruturado para cada aluno com intuito de analisar os conhecimentos construídos e adquiridos durante a aula e compara-los aos conhecimentos inicialmente apresentados.

**Recursos didáticos:**

- Régua
- compasso
- quadro magnético
- pincel
- transferidor

**Avaliação:**

Avaliação acontecerá de modo processual imediato, onde será observado o empenho e envolvimento do aluno com o tema, bem como, a partir dos resultados coletados dos questionários individuais que serão entregues aos alunos no início e no fim da aula.

**Referências bibliográficas:**

PENTEADO, Jose de Arruda. **Comunicação Visual e Expressão: Artes Plásticas e Desenho.** 1º e 2º grau. Companhia Editora Nacional, São Paulo, SP, 1980.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini 8º ano.** 9. Ed. Editora Moderna. São Paulo, 2018.

**ANEXO II****Questionário aplicado aos alunos do 8º e 9º ano**

1. Pra você o que é um triangulo?
2. Você já viu o assunto construção geométrica?
3. Desenhe um triangulo de exemplo.
4. Qual desses triângulos possui um ângulo de  $90^\circ$ ?
  - ( ) Triângulo equilátero.
  - ( ) Triângulo escaleno.
  - ( ) Triângulo retângulo.
  - ( ) Triângulo isósceles.