



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



ARTHUR VINICIUS MACEDO FREITAS

**ESTUDO DE ANÁLISE MODAL DE UM PÓRTICO ESPACIAL PELA FUNÇÃO
RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)**

Belém - PA
2023

ARTHUR VINICIUS MACEDO FREITAS

**ESTUDO DE ANÁLISE MODAL DE UM PÓRTICO ESPACIAL PELA FUNÇÃO
RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Edilson Morais Lima e Silva

ARTHUR VINICIUS MACEDO FREITAS

**ESTUDO DE ANÁLISE MODAL DE UM PÓRTICO ESPACIAL PELA FUNÇÃO
RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Belém, ____ / ____ / ____

Examinadores:

Professor Dr. Edilson Morais Lima e Silva
Universidade Federal do Pará UFPA
Orientador

Professor Dr. Carlos Magluta
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ
Membro da banca

Professor Dr. Remo Magalhães de Souza
Universidade Federal do Pará- UFPA
Membro da banca

Professor Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira
Universidade Federal do Pará - UFPA
Membro da banca

Dedico esta monografia ao meu avô Simão Da Cruz Freitas (in memoriam), por todo o carinho e dedicação, sem ele não estaria hoje aqui.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me proporcionado a vida, à minha mãe (Inês Cristina), minha irmã (Ana Tharcylla), a minha avó (Ana Maria), a minha madrinha (Mônica Lima), a meu tio (Marcelo Freitas) e todos que estiveram comigo nessa caminhada. Principalmente, ao meu orientador, Edilson Moraes, por toda paciência e carinho, aos meus professores, Remo Magalhães de Souza, Ritermayer Monteiro Teixeira, Maurilio Pimentel, por todo apoio.

*Quanto mais aumenta nosso conhecimento,
mais evidente fica nossa ignorância.*

John F. Kennedy

RESUMO

Muitas estruturas de Engenharia Civil apresentam problemas de vibrações excessivas originadas por ações dinâmicas de característica periódica ou transitória. Como exemplos citam-se as pontes, viadutos, edifícios esbeltos, torres e linhas de transmissão. Essas estruturas, ao serem excitadas, estão sujeitas a falhas por fadiga, amplificação dos esforços e pelo fenômeno de ressonância. Nesse caso, isto ocorre quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural da estrutura.

Este trabalho tem como objetivo investigar o uso de técnicas de análise modal experimental computacional na identificação dos parâmetros modais de um pórtico excitado por um ruído branco Gaussiano. Os parâmetros modais refletem o comportamento da estrutura quando excitada, mensurando suas frequências naturais, fatores de amortecimento e suas formas modais. Foi analisado um pórtico tridimensional que foi modelado no programa SAP2000 e excitado computacionalmente por um sinal do tipo ruído branco. A identificação estrutural simulada foi baseada na Função Resposta em Frequência (FRF) em conjunto com a técnica dos Método dos Mínimos Quadrados Complexos Exponenciais (LSCE). Os parâmetros modais (Frequência e amortecimento) da estrutura foram, então, determinados fazendo o uso do diagrama de estabilidade. Por fim, para avaliar a influência da presença de ruído nos sinais medidos usados na estimação dos parâmetros modais, aplicaram-se níveis de ruído nas ordens de 5, 10, 15, 20, 25 e 30 por cento da máxima amplitude de cada aquisição.

Palavras-chave: Análise modal, vibração, ruído branco, função resposta em frequência, parâmetros modais.

ABSTRACT

Many Civil Engineering structures exhibit excessive vibration issues caused by dynamic actions with periodic or transient characteristics. Examples of such structures include bridges, viaducts, slender buildings, towers, and transmission lines. When excited, these structures are subject to fatigue failures, amplification of forces, and the phenomenon of resonance, which occurs when the excitation frequency approaches the natural frequency of the structure.

This study aims to investigate the use of computational experimental modal analysis techniques for identifying the modal parameters of a portal frame excited by Gaussian white noise. The modal parameters reflect the behavior of the structure when excited, measuring its natural frequencies, damping factors, and mode shapes. A three-dimensional portal frame was modeled in the SAP2000 software and computationally excited using a white noise signal. The simulated structural identification was based on the Frequency Response Function (FRF) in conjunction with the Least Squares Complex Exponential (LSCE) method. The modal parameters (frequency and damping) of the structure were determined using the stability diagram. Finally, to evaluate the influence of noise presence in the measured signals used for modal parameter estimation, noise levels of 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, and 30% of the maximum amplitude of each acquisition were applied.

Keywords: Modal analysis, vibration, white noise, frequency response function, modal parameters.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Desastre na ponte Tacoma Narrows	15
Figura 2 - Análise modal experimental	17
Figura 3 - Transformação de sinal analógico para digital	21
Figura 4 - Amostragem do sinal	23
Figura 5 - Função sem vazamento espectral com componente de frequência igual a 32Hz	24
Figura 6 - Função com vazamento espectral com componente de frequência ímpar no valor de 31Hz	25
Figura 7 - Tipos de janelamento	31
Figura 8 - Dimensões da função Janela	32
Figura 9 - Sistema massa, mola e amortecedor de 1 GDL	33
Figura 10 - Gráfico tridimensional da receptância	35
Figura 11 - Parte real da Receptância da FRF	36
Figura 12 - Parte Imaginária da Receptância da FRF	36
Figura 13 - Função Resposta em Frequência com ruído na saída	37
Figura 14 - Função Resposta em Frequência com ruído na entrada	38
Figura 15 - Função Resposta em Frequência com ruído na entrada e saída	39
Figura 16 - Simulação de um teste estrutural com um martelo de impacto	40
Figura 17 - Função decaimento devido ao amortecimento da estrutura	41
Figura 18 - Sistema experimental realizado, com um pórtico posicionado a 45° em relação ao eixo de excitação	49
Figura 19 - Ilustração esquemática do sistema experimental realizado	50
Figura 20 - Posicionamento dos transdutores no Pórtico	51
Figura 21 - Seleção dos acelerômetros	52
Figura 22 - Fluxograma dos comandos utilizados	54
Figura 23 - Excitação simulada do tipo Ruído branco com média nula gerada no Matlab	55
Figura 24 - Formas modais do Modelo Estrutural do Pórtico tridimensional	57
Figura 25 - Função Resposta em Frequência	59
Figura 26 - Função Resposta em Frequência	60
Figura 27 - Função Resposta em Frequência	61
Figura 28 - Função Resposta em Frequência com 5% de ruído	63
Figura 29 - Função Resposta em Frequência com 10% de ruído	64
Figura 30 - Função Resposta em Frequência com 15% de ruído	64
Figura 31 - Função Resposta em Frequência com 20% de ruído	65
Figura 32 - Função Resposta em Frequência com 25% de ruído	65
Figura 33 - Função Resposta em Frequência com 30% de ruído	66
Figura 34 - Diagrama de estabilidade com 5% de ruído	68
Figura 35 - Diagrama de estabilidade com 10% de ruído	68
Figura 36 - Diagrama de estabilidade com 15% de ruído	69
Figura 37 - Diagrama de estabilidade com 20% de ruído	69

Figura 38 - Diagrama de estabilidade com 25% de ruído	70
Figura 39 - Diagrama de estabilidade com 30% de ruído	71
Figura 40 - 1 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	71
Figura 41 - 2 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	72
Figura 42 - 3 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	73
Figura 43 - 4 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	74
Figura 44 - 5 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	75
Figura 45 - 6 ^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características dos elementos	50
Tabela 2 - Parâmetros modais de referência.....	56
Tabela 3 - Frequências Naturais do sinal	59
Tabela 4 - Frequências Naturais (Hz)	61
Tabela 5 - Fatores de Amortecimento (%).....	61
Tabela 6 - Frequências Naturais	66
Tabela 7 - Erro de frequência.....	77
Tabela 8 - Erro de amortecimento.....	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADC - Conversor Analógico Digital

IRF - Função Resposta ao impulso

IFT - Transformada Inversa de Fourier

FFT - Transformada Rápida de Fourier

FRF - Função de Resposta em Frequência

DFT - Transformada Discreta de Fourier

FTD - Transformada Discreta de Fourier

PDS - Densidade espectral de potência

SMH - Monitoração da saúde estrutural

SHM - Monitoramento de Integridade Estrutural

AME - Análise Modal Experimental

AMO - Análise Modal Operacional

ω - Frequência natural de oscilação

GL - Grau de Liberdade

$\gamma^2(\omega)$ – Coeficiente de coerência ordinária

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1 IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DE ESTRUTURAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL	15
1.2 ANÁLISE MODAL OPERACIONAL E EXPERIMENTAL	16
1.3 USO DA FRF ASSOCIADA A TÉCNICAS DETERMINÍSTICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE ESTRUTURAS	18
2. OBJETIVO.....	19
2.1 OBJETIVO GERAL.....	19
2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO	19
3. METODOLOGIA.....	20
3.1 MONITORAÇÃO E AQUISIÇÃO DE SINAIS.....	20
3.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS	22
3.2.1 TRANSFORMADA DE FOURIER.....	25
3.2.2 JANELAMENTO	30
3.2.3 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA FRF	32
3.2.4 ALGORITMO DE AJUSTE PARA A FRF	39
3.2.5 MÉTODO DA EXPONENCIAL COMPLEXA POR MÍNIMOS QUADRADOS (LSCE).....	39
3.2.6 DEMONSTRAÇÃO DO MÉTODO DE PRONY	40
3.3 DIAGRAMA DE ESTABILIDADE	46
3.4 ABORDAGEM COMPUTACIONAL PARA REPRESENTAR EM ENSAIOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS	48
3.4.1 MODELAGEM COMPUTACIONAL	51
3.5 IDENTIFICAÇÃO DA ESTRUTURA USANDO FUNÇÕES NATIVAS DO MATLAB	52
4. RESULTADOS E DISCURSÕES.....	55
4.1 ENSAIO EXPERIMENTAL SIMULADO.....	55
4.1.1 RUÍDO BRANCO.....	55
4.1.2 PARÂMETROS MODAIS DO MODELO.....	55
4.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS	58
5. CONCLUSÃO.....	79
6. REFERÊNCIAS	81
APÊNDICE A	86
APÊNDICE B	88
APÊNDICE C	89

1. INTRODUÇÃO

1.1 IDENTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DE ESTRUTURAS NA CONSTRUÇÃO CIVIL

O comportamento dinâmico estrutural de obras de artes vem recebendo destaque nas últimas décadas. Sendo que as grandes estruturas são as mais sujeitas as vibrações. A maior preocupação dos projetistas nessas obras está no fenômeno chamado frequência de ressonância, pois quando a estrutura alcança essa frequência de oscilação pode ocasionar a sua ruína devido a imposição de grandes deslocamentos. Essa ressonância ocorre quando as frequências das forças atuantes no modelo estrutural coincidem com as suas frequências naturais.

O desastre mais conhecido no mundo provocado por ressonância ocorreu nos Estados Unidos no dia 7 de novembro de 1940. Quando a interação da ação vento com a estrutura gerou oscilações na ponte, que coincidentemente, essa vibração se assemelhou com a sua frequência natural, ocasionando o desastre na ponte Tacoma Narrows, conforme observa-se na figura 01 (PRAZZO, 2011).

Figura 1 - Desastre na ponte Tacoma Narrows



Fonte: RAO, (2008).

As construções civis, com o passar dos tempos, se tornaram maiores e mais esbeltas em virtude do desenvolvimento tecnológico, acrescentando assim, a necessidade de incorporar as considerações do efeito dinâmico nos projetos estruturais. Visto que essas construções devem possuir suas frequências de vibrações atendidas por critérios de segurança e conforto, bem como a obediência nos seus limites máximos de velocidade, aceleração e deslocamento (BORGES, 2020). Neste contexto, faz-se necessário o desenvolvimento de técnicas de identificação dos parâmetros modais da estrutura, as quais podem ser medidas em diferentes etapas, como na concepção, na validação e durante a operação construtiva (MAGALHES, 2004).

Em todas essas definições, os parâmetros permitem avaliar o bom funcionamento de um determinado sistema estrutural. A identificação estrutural está sendo amplamente utilizada para solucionar problema de engenharia civil, como o monitoramento da saúde estrutural (SHM) pela detecção de danos e comportamento mecânico da estrutura, mediante a ação dos carregamentos dinâmicos. A identificação baseia-se, primordialmente, nos parâmetros modais da estrutura, que são: as frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração (BARROS, 2016).

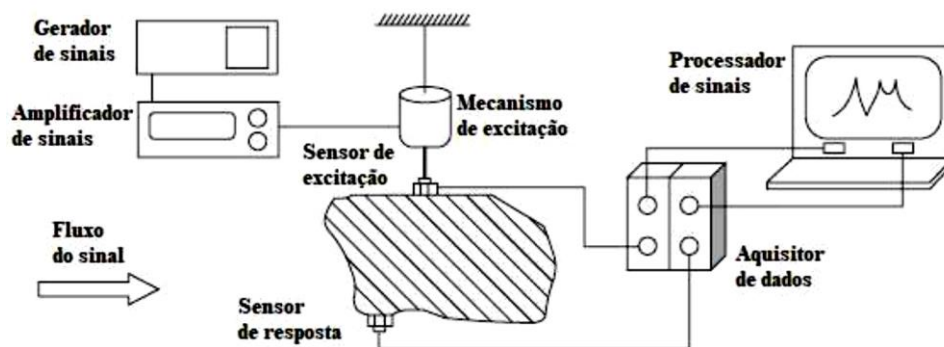
1.2 ANÁLISE MODAL OPERACIONAL E EXPERIMENTAL

A análise modal vem sendo aplicada para identificação de sistemas estruturais formalmente desde a década de 70, fornecendo os parâmetros globais do comportamento estrutural. Inicialmente sendo desenvolvido no domínio do tempo e partindo sempre da suposição de se dispor de sinais de vibração livre dos sistemas (ARAGÃO, 2008).

Há dois tipos de análise modal para a obtenção dos parâmetros modais, as quais são a análise modal experimental (AME) e a análise modal operacional (AMO), sendo que a última é a mais utilizada para obtenção dos parâmetros em grandes obras. A AMO identifica a resposta de um sistema a partir dos dados de saída (Output-Only) sem o conhecimento ou sem o controle de uma força de entrada. Esse tipo de excitação possui uma natureza aleatória, e precisa então ser analisada em um modelo computacional ou analítico na forma de um processo estocástico ou probabilístico (STORTI, 2020).

A AME obtêm as respostas de um sistema com a introdução de uma excitação conhecida (input-output), como observado na Figura 02. O gerador de sinais aplica uma força através de um mecanismo de excitação. Essas excitações são inseridas à estrutura por meio de vibrador mecânico ou martelos de impactos (BORGES,2006). Esses instrumentos são utilizados para permitir um pré estabelecimento de uma excitação de entrada. Posteriormente, essa resposta é medida por um transdutor, sendo a entrada e saída aquisitados por um condicionador de sinais com um conversor analógico digital, podendo assim ser analisado/interpretado em um microcomputador (CRUZ, 2006).

Figura 2 - Análise modal experimental



Fonte: CRUZ, (2006).

Na identificação de um sistema pela AMO, a força aplicada no processo estocástico deve ter uma magnitude de espectro diferente de zero para toda a banda de frequência analisada, ou a excitação deve ser do tipo ruído branco. Dessa forma, a excitação poderá abranger todos os modos existentes nessa banda. O ruído branco demonstrou ser o mais recomendado como uma excitação de entrada, pois apresentou ter uma semelhança com as excitações naturais, como o vento e as ondas do mar, que são excitações aleatórias (WAGNER, 2017). O processo de identificação modal é feito a partir de medições obtidas por acelerômetros (ou qualquer transdutor capaz de medir vibrações) os quais são colocados em pontos estratégicos da estrutura.

1.3 USO DA FRF ASSOCIADA A TÉCNICAS DETERMINÍSTICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE ESTRUTURAS

A análise modal é uma das técnicas que permite avaliar o comportamento dinâmico estrutural de um modelo, e a partir de umas formulações matriciais os parâmetros modais poderão ser mensurados, usando uma abordagem analítica ou experimental (BORGES, 2006). A Função resposta em frequência (FRF) é um estimador de análise modal utilizado como base para técnicas de identificação de frequências naturais, taxas de amortecimento e formas modais de um sistema.

A FRF é obtida a partir da relação de um sinal de entrada por um sinal de saída (output-input), visto que os dois sinais devem ser transformados do domínio do tempo para o domínio da frequência (CRUZ, 2006).

A função de transferência de um sistema linear que relaciona uma entrada com uma saída diretamente no domínio do tempo, pode ser considerada como um operador algébrico que atua na transformada da excitação, para originar a partir disso a transformada da resposta. A função de transferência, também, pode ser considerada como a generalização do conceito de resposta em frequência de um sistema discreto, permitindo assim a caracterização mais hábil de um filtro. Esse filtro pode ser visto como uma caracterização das particularidades de um sistema estrutural através dos seus parâmetros modais (ARAGÃO, 2008).

Esse sistema discreto é dito linearmente independente, sendo assim, o princípio da superposição de efeito é válido. Portanto, a resposta total de um sistema dinâmico pode ser obtida através do somatório de todas as suas respostas individuais (RAO, 2008). Logo, o uso da função de transferência deve alterar o oscilador de forma a correspondê-lo a várias funções impulsivas no domínio do tempo.

A solução dessa equação no domínio do tempo pode ser obtida pela aplicação de uma integral de convolução ou integral de Duhamel. A resolução desse problema é feita pela subdivisão da excitação por uma sequência de funções impulsivas. Calcula-se essa resposta atuante, por meio, de uma somatória ou por uma integração das respostas, a partir da discretização de vários impulsos (MAGALHAES, 2004).

Uma alternativa para facilitar computacionalmente a resolução desse problema, pode ser pela alteração do domínio dessa função, a partir da aplicação da Transformada de Fourier. A transformada tem a capacidade de alterar os domínios de uma função no tempo para a frequência.

Há uma grande vantagem de se escrever essa equação no domínio da frequência, reside do fato de se obter de forma explícita a resposta da excitação por meio de um simples produto de equações algébricas. Portanto, a aquisição dos parâmetros modais pode ser obtida tanto no domínio do tempo como no da frequência, entretanto, demonstrou-se que no domínio da frequência será mais fácil computacionalmente e mais interessante a sua resolução (RODRIGUES, 2004).

2. OBJETIVO

2.1 Objetivo Geral

O trabalho tem como objetivo identificar os parâmetros modais de um pórtico de 4 andares modelado computacionalmente, a partir de um pórtico original que consiste em um protótipo em escala reduzida, o qual já foi testado experimentalmente. A modelagem computacional foi feita no programa SAP2000, em seguida, foi simulado um ruído branco com um código nativo do MATLAB, e aplicado como uma função temporal de amplitude de forças (*Time History Function*) no SAP2000. As respostas foram obtidas a partir da aceleração de pontos pré-determinados simulando os transdutores de aceleração. Com base nessas medições, usou-se técnicas de identificação para obtenção dos parâmetros modais.

2.2 Objetivo Específico

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Modelagem e análise de um pórtico usando o método dos elementos finitos no programa SAP2000;
- Criação de um código na linguagem MATLAB para simular uma excitação do tipo ruído branco gaussiano com média nula.
- Aplicação dessa excitação na estrutura pelo comando TIME HISTORY do SAP2000.

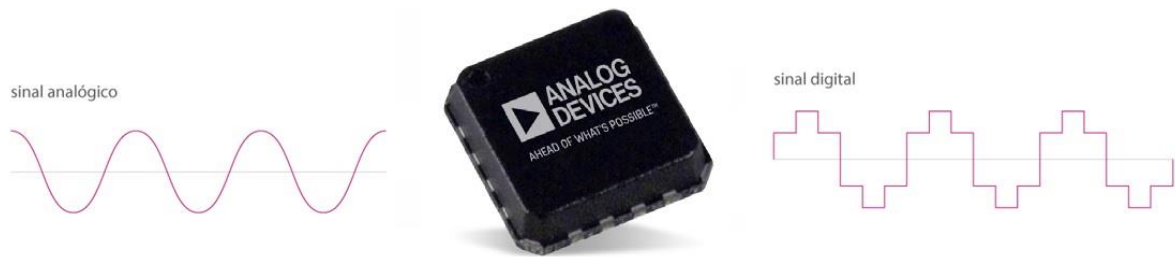
- Obtenção das respostas de aceleração nos pontos simulados/instrumentados da estrutura.
- Uso da relação entre entrada e saída para obtenção da Função resposta em frequência (FRF), usando códigos do MATLAB.
- Identificação dos parâmetros modais pelo Método Exponencial da Mínimos Quadrados (LSCE) que utiliza o método de Prony para estimar a frequência natural e o fator de amortecimento.
- Identificar a estrutura para cenários de níveis de aplicação de ruído nos sinais adquiridos estimando os erros e desvios dos parâmetros modais reais simulados.

3. METODOLOGIA

3.1 MONITORAÇÃO E AQUISIÇÃO DE SINAIS

O transdutor é um sensor que converte sinais do corpo vibratório (força dinâmica) em um sinal elétrico. É um dispositivo que transforma a quantidade mecânica (deslocamento, velocidade, aceleração ou força) em uma quantidade elétrica (corrente ou tensão). Dando sequência a aquisição de dados o sinal medido passar por um amplificador de instrumentação e um microcontrolado do tipo conversor (A/D) (condicionador de sinais) que é o responsável por fazer essa conversão de sinais analógicos ou contínuos no tempo para sinais digitais ou discretos no tempo, como pode ser visualizado na Figura 03. Entre os principais transdutores utilizados em engenharia de estruturas, tem-se os extensômetros, acelerômetros, deflectômetros etc. Cada um desses equipamentos possuindo a sua grandeza física de medição (RAO, 2008).

Figura 3 - Transformação de sinal analógico para digital



Fonte: Autor, 2022.

A resposta dos sistemas estruturais pode ser medida em qualquer uma das grandezas cinemáticas, pois o que é importante, nesse caso, é somente a descrição do movimento dos pontos ao longo do tempo. Em princípio, é indiferente medir qualquer uma das grandezas cinemáticas (deslocamento, velocidade e aceleração), entretanto, a resposta ao deslocamento demonstrou possuir uma maior evidência nas suas componentes de baixa frequência, enquanto na resposta em aceleração sobressaíram as componentes com a frequência mais elevada. Portanto, para sistemas estruturais que apresentam baixa frequência de vibração seria o mais adequado a utilização de resposta ao deslocamento (ASSIS, 2007).

No entanto, quando a medição é feita em função dos deslocamentos, essa mensuração deve ser feita com base em termos relativos. Em razão disso, os deslocamentos de uma estrutura têm que ser medidos em relação a algum ponto de referência, em princípio, pode ser feito no exterior da estrutura, mas também pode ser num ponto da própria estrutura, desde que tenha movimentos muito pequenos em relação aos pontos onde a resposta é analisada. Essa exigência dificulta a medição da resposta em termos dos deslocamentos (RODRIGUES, 2004).

No caso das estruturas civis, esses equipamentos têm a função de adquirir vibrações provocadas pelas ações ambientais e operacionais. Após esse processo, como as oscilações induzidas são extremamente pequenas, tem-se a necessidade de se usar equipamentos com melhor sensibilidade, visto que, nos casos de estruturas civis por apresentarem uma elevada rigidez, a qual causa uma baixa frequência de oscilação, ver-se então com isso, a necessidade de se utilizar sensores com uma sensibilidade adequada para a faixa de frequência onde se encontram os modos de vibração da estrutura (RODRIGUES, 2004).

3.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS

Pode-se definir um sinal como sendo uma função de uma ou mais variáveis independentes que carregam informações. A aquisição desses sinais consiste em analisar matematicamente os dados obtidos por meio de aplicação de algoritmos para extrair as informações desejadas. Como por exemplo, em muitos casos deseja-se desenvolver técnicas que separe dois sinais combinados previamente para se obter uma certa ênfase a um determinado parâmetro específico desse sinal, ou pela necessidade de se estimar um ou mais parâmetros (ESQUINCALHA et. al, 2017).

A compreensão desse sinal serve para reduzir as componentes redundantes e irrelevantes de informação, transmitindo assim apenas o que é imprescindível para o receptor. O acompanhamento do sinal deve ser feito de forma a avaliar as variações de performance ao longo do tempo, buscando verificar um padrão específico nesse processo de transformação da amostragem de um sinal contínuo para um sinal discreto no tempo.

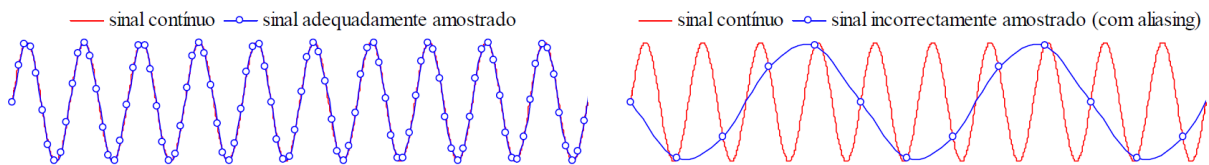
A precisão dessas representações discretas em termos de frequência é apenas influenciada pela amostragem, enquanto a precisão em termos da amplitude e fase é afetada diretamente pelo incremento de amostragem. Há uma redução dessas possíveis perdas por uma mudança no valor do seu incremento de frequência ou tempo (MEDEIROS et. al, 2011).

Nessa conversão analógica - digital a frequência de amostragem do sinal tem um papel importante para a caracterização e interpretação dos fenômenos monitorados em uma estrutura. Logo, sendo essa frequência mal dimensionada pode ocasionar alguns erros de medição. Um dos erros que mais ocorre nessa mudança de sinal analógico para digital é o erro de *“aliasing”* que ocorre devido a uma baixa taxa de aquisição de sinais ou por uma má representação de um do tipo analógico para o digital, como se pode ver na Figura 04. Para minimizar o erro *“aliasing”* procedesse uma divisão da série temporal disponível em segmentos mais curtos em um intervalo de tempo menor, reduzindo assim, o incremento de tempo nessa aquisição do sinal (VASCONCELLOS, 2012).

A precisão da representação discreta em termos de frequência depende somente da taxa de amostragem do sinal. Quando essa amostragem é muito baixa, a sua representação fica incompleta, sendo que de acordo com o Teorema de Nyquist a frequência de amostragem deve ser pelo menos igual ao dobro da máxima frequência

das componentes do sinal (BORGES, 2010). Uma forma de evitar esse tipo de erro é aumentando a taxa de amostragem.

Figura 4 - Amostragem do sinal

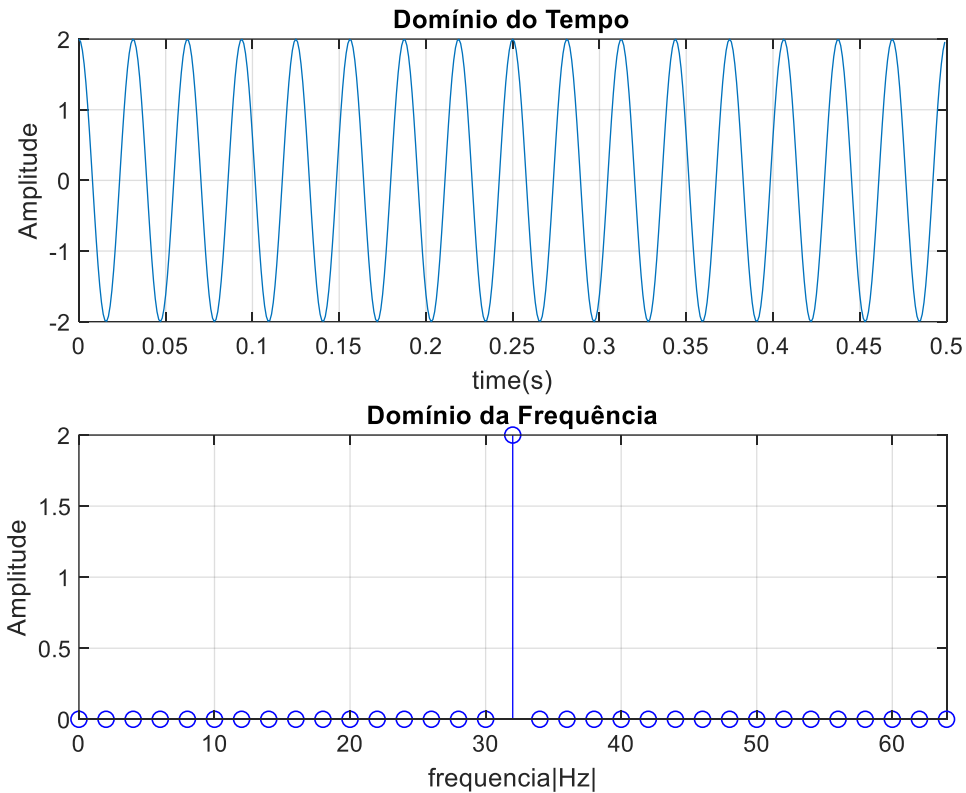


Fonte: RODRIGUES, (2004).

Outro erro observado é o vazamento espectral "*leakage spectral*" o qual é um fenômeno em que o espectro de frequência contém componentes de frequência desconhecidos. Esse erro pode aparecer a partir da DFT (Transformada discreta de Fourier) que reduz ou espalha a energia de uma componente de Fourier que causa uma descontinuidade no sinal (ROCHA, 2016).

O vazamento pode ser observado no exemplo apresentado nas Figuras 05 e 06. Adotando uma frequência de amostragem de 1000Hz com o comprimento do sinal com 500 pontos, tem-se um incremento de frequência de 2Hz. Com este incremento, as componentes de frequências pares não sofrem o espalhamento espectral, porém caso as componentes sejam ímpares o "*leakage spectral*" irá existir. Isso ocorre, porque o comprimento do sinal não é múltiplo do período da onda analisada, de modo que no segundo caso, tem-se um sinal truncado, gerando assim a descontinuidade.

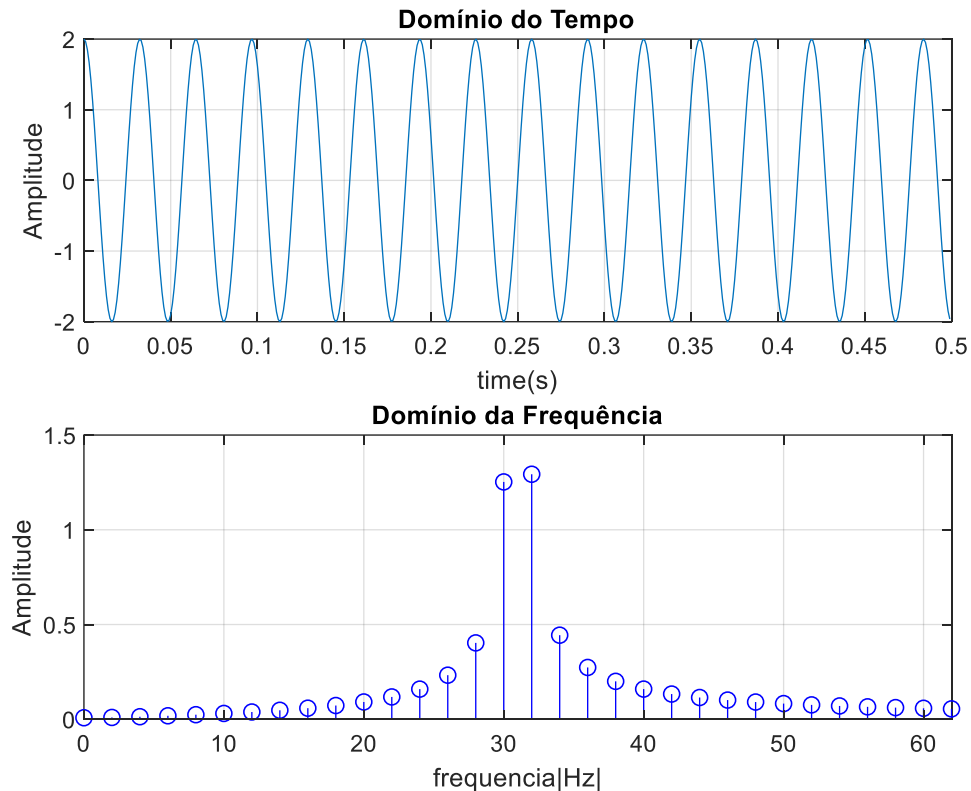
Figura 5 - Função sem vazamento espectral com componente de frequência igual a 32Hz



Fonte: Autor, (2022).

Em contrapartida, quando a componente de frequência adotada no sinal é de 31Hz, a razão desse valor pelo incremento de frequência dar uma dizima periódica, surgindo assim o vazamento espectral. No apêndice B deste trabalho, foi disponibilizado o código na linguagem MATLAB usado para apresentar os efeitos do “leakage spectral”.

Figura 6 - Função com vazamento espectral com componente de frequência ímpar no valor de 31Hz



Fonte: Autor, (2022).

Esse problema citado acima, pode aparecer devido ao mal dimensionamento no número de pontos dessa resposta, pois, na prática, a resposta quando adquirida é representada por infinito pontos, entretanto, é necessário fazer uma amostragem dessa resposta em um número finitos de pontos que tem como finalidade facilitar computacionalmente a análise.

O resultado disso é uma redução das várias informações físicas da resposta. Com o intuito de minimizar essas perdas, deve-se aumentar o tamanho da amostra, que pode ser obtida através da redução de incremento de tempo ou aumento do tempo de aquisição desse sinal, aumentando assim o número de pontos em relação ao tempo (ECARD, 2017).

3.2.1 TRANSFORMADA DE FOURIER

Uma das contribuições de Fourier foi comprovar matematicamente que qualquer função periódica pode ser expressa pela soma de infinitos termos de seno e cosseno, ficando conhecida como Série de Fourier. Porém, quando se tem função não

periódica, utiliza-se a Transformada de Fourier que expressa a integração dos senos e cossenos multiplicados por uma função peso, para assim obter os parâmetros dessa função (RAO, 2008).

Uma das características fundamentais da Transformada de Fourier é a capacidade de se trabalhar no domínio da frequência para qualquer tipo de função, seja periódica ou não. Além de ter a possibilidade de voltar para o domínio de origem, sem causar nenhuma perda de informação, pela transformada Inversa de Fourier (KREYSZIG,1993).

A demonstração da série de Fourier começa, primeiramente, admitindo que a equação deva ser uma função periódica $x(t)$ e a sua frequência fundamental seja $\omega_o/2\pi$.

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_o t) + b_n \sin(n\omega_o t)) \quad (1)$$

Onde os coeficientes de Fourier são demonstrados:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^t x(t) \cos(n\omega_o t) dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^t x(t) \sin(n\omega_o t) dt \quad (3)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^t x(t) dt \quad (4)$$

Utilizando a relação de Euler aplicada nas equações (5) e (6), que correlaciona funções trigonométricas com funções exponenciais complexas, é possível alterar a série da equação (1).

$$e^{in\omega_o t} = \cos(n\omega_o t) + isin(n\omega_o t) \quad (5)$$

$$e^{-in\omega_o t} = \cos(n\omega_o t) - isin(n\omega_o t) \quad (6)$$

Mudando de relação trigonométrica para exponencial, tem-se;

$$\cos(n\omega_0 t) = [e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t}] \quad (7)$$

$$\sin(n\omega_0 t) = \frac{1}{2i} [e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t}] \quad (8)$$

Fazendo as substituições das equações trigonométrica para exponencial, tem-se:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2} [e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t}] + b_n \frac{1}{2i} [e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t}] \right) \quad (9)$$

Multiplicando o último termo por i e ordenando os termos da equação (9), tem-se a equação (10)

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{a_n - ib_n}{2} \right) e^{in\omega_0 t} + \left(\frac{a_n + ib_n}{2} \right) e^{-in\omega_0 t} \right] \quad (10)$$

Agora, definindo C_n , sendo que é a primeira parte da equação (10)

$$C_n = \frac{1}{2} (a_n - ib_n) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Substituindo as relações conhecidas para a_n e b_n da equação (2) e (3).

$$C_n = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{T} \right) \int_0^t x(t) \cos(n\omega_0 t) dt - i \left(\frac{2}{T} \right) \int_0^t x(t) \sin(n\omega_0 t) dt \right\} \quad (12)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^t x(t) [\cos(n\omega_0 t) - i \sin(n\omega_0 t)] dt \right\} \quad (13)$$

$$C_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^t x(t) e^{-in\omega_0 t} dt \right\} \quad (14)$$

Agora conseguido definir o valor da primeira parte da equação (10), deve ser encontrada a sua segunda parte dessa equação.

Definindo C_n' como a segunda parte da equação (10):

$$C_n' = \frac{1}{2} (a_n + ib_n) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

$$C_n' = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{2}{T} \right) \int_0^t x(t) \cos(n\omega_0 t) dt + i \left(\frac{2}{T} \right) \int_0^t x(t) \sin(n\omega_0 t) dt \right\} \quad (16)$$

$$C_n' = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^t x(t) [\cos(n\omega_0 t) + i \sin(n\omega_0 t)] dt \right\} \quad (17)$$

$$C_n' = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^t x(t) e^{in\omega_0 t} dt \right\} \quad (18)$$

Devemos observar que C_n e C_n' são complexos conjugados.

$$C_n' = \frac{1}{2}(a_n + jb_n) = C_n^* \quad (19)$$

Substituindo os valores de C_n na equação (10).

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [C_n e^{in\omega_0 t} + C_n' e^{-in\omega_0 t}] \quad (20)$$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n' e^{-in\omega_0 t} \quad (21)$$

A seguinte relação é válida para um n positivo, relacionado com um n negativo simétrico:

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n' e^{-in\omega_0 t} = \sum_{n=-1}^{-\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \quad (22)$$

A série de Fourier na forma exponencial assume então a seguinte forma:

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \quad (23)$$

Onde C_n :

$$C_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^T x(t) e^{-in\omega_0 t} dt \right\} \quad (24)$$

Para transformar uma função aperiódica em periódica deve se assumir que essa função terá periodicidade no infinito, portanto seu $T \rightarrow \infty$.

Outra relação observada é na alteração da frequência, que deixará de ser uma variável discreta para se tornar uma variável contínua em todo o domínio dos Reais.

$$n\omega_o \rightarrow \omega \quad (25)$$

Para assumir que a série de Fourier se transformará em uma integral, os componentes devem ser harmônicos para se construir uma base ortogonal infinita. A partir disso, a equação 23 poderá ser alterada para uma integral de Fourier. A aplicação da Integral de Fourier está na resolução de Equações diferenciais ordinárias (EDOs) e na Equações diferenciais Parciais (EDPs). (KREYSZIG,1993).

A relação de C_n com o T produz a Transformada contínua de Fourier expressa na equação (27).

$$C_n T = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{in\omega_o t} dt \quad (26)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (27)$$

A Transformada contínua inversa de Fourier:

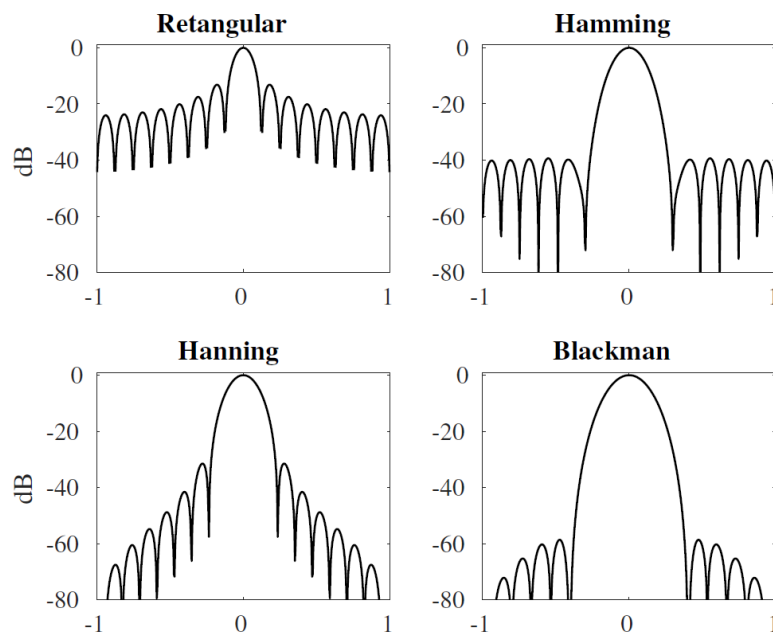
$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \quad (28)$$

3.2.2 JANELAMENTO

O janelamento, também, denominado de função de ponderação é uma ferramenta que reduz ao máximo o vazamento espectral (*"leakage spectral"*). A redução desse

problema pode ser minimizada pela multiplicação do sinal original por uma função janela. Há vários tipos de janelas, como observamos na Figura (07). Visto que esse produto irá forçar os extremos do segmento tenderem a zero, visualizando então somente as máximas amplitudes espectrais. Essa relação levará uma resposta do sinal com aspecto suavizado. (MACHADO,2011).

Figura 7 - Tipos de janelamento

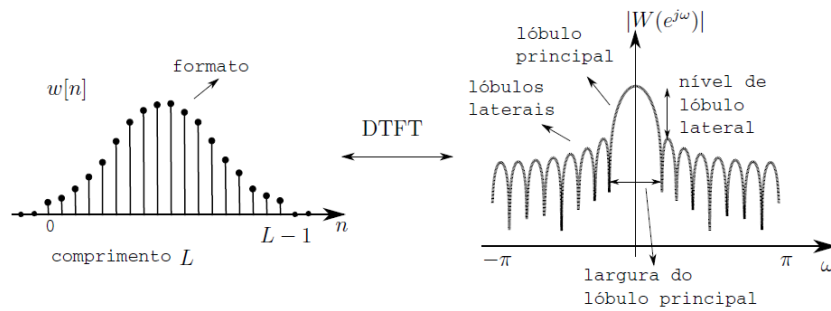


Fonte: HIGUTI, (2018).

Quando se aplica uma janela a um sinal no domínio do tempo, essa correlação se dá pela convolução do sinal pela função que representa essa janela. No caso do domínio da frequência essa relação é um simples produto, sendo que a multiplicação da função janela com o sinal produz o espectro do sinal janelado. Dessa maneira, podemos dizer que a janela modifica o sinal tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência (PEREIRA, 2017).

Existem diversos tipos de janelas com diferentes tamanhos de lóbulo principal, lóbulo lateral, largura de lóbulo principal e lateral. As nomenclaturas que são denominadas para cada região da janela, como mostrado na figura (08) (HIGUTI,2018).

Figura 8 - Dimensões da função Janela



Fonte: HIGUTI, (2018).

3.2.3 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA FRF

O método da resposta em frequência observa a resposta do sistema através de um sinal de entrada, cuja frequência é variada dentro de uma faixa preestabelecida. A vantagem do uso desse método consiste pelo fato de poder se obter experimentalmente os parâmetros modais, sem a necessidade de se conhecer a Função de Transferência. Essa Função de Transferência relaciona uma entrada com a resposta dessa entrada no domínio de Laplace ou do tempo, já a FRF usa essa mesma relação, mas no domínio da frequência, onde os termos $\ddot{x}_1(\omega)$ corresponde ao sinal de saída e $\ddot{x}_2(\omega)$ representa o sinal de entrada no domínio da frequência, como demonstrado na equação (29) (RODRIGUES, 2004).

$$H(\omega) = \frac{\ddot{x}_1(\omega)}{\ddot{x}_2(\omega)} \quad (29)$$

Os estimadores dos parâmetros modais da estrutura são obtidos nesse caso pela relação de entrada e saída em uma faixa de frequência de amostragem. Sendo que os picos destacados na relação da FRF representam, em muitos casos, as frequências ressonantes (frequência naturais).

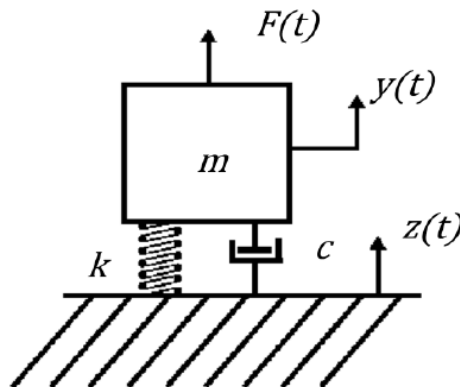
A partir desses dados, é possível obter os fatores de amortecimentos e formas modais da estrutura. Há diversos métodos auxiliares para se determinar experimentalmente esses amortecimentos da estrutura com base na FRF, dois métodos são amplamente usados como os métodos da largura de banda e banda de

meia potência. A FRF pode ser utilizada na forma de excitação do tipo deslocamento, velocidade e aceleração, sendo denominadas em análise modal como receptância, mobilidade e aceleração, respectivamente (SOEIRO, 2001).

Para a representação matemática da FRF, demonstrada a seguir, adotou-se nesse caso um sistema com um grau de liberdade e uma função harmônica como a excitação. Para o caso de múltiplos graus de liberdade (GL), a linha de raciocínio é a mesma, entretanto, usa-se matrizes para organizar a disposição dos valores.

Assumindo que esse sistema esteja sujeito a uma força $F(t)$, um deslocamento prescrito por $z(t)$ como detalhado na Figura 09, a equação diferencial do movimento no domínio do tempo é:

Figura 9 - Sistema massa, mola e amortecedor de 1 GDL



Fonte: REIS, (2013).

$$x(t) = y(t) - z(t) \quad (30)$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{d^1x}{dt^1} + Kx = F(t) \quad (31)$$

Onde:

m é a massa do sistema,

c é o amortecimento do sistema,

k é a rigidez da mola do sistema,

F é a excitação do sistema

A Função Resposta em Frequência pode ser obtida pela relação entre a equação 32 aplicada em 31, em seguida a FFT nessa relação. Dando como resposta a equação 33.

$$F(t) = F(k)e^{i2\pi kt} \quad (32)$$

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)X(\omega)e^{i\omega t} = F(\omega)e^{i\omega t} \quad (33)$$

A função adquirida por essa relação, depende somente das características físicas de massa, amortecimento e rigidez da estrutura. Para um sistema com 1 GDL fica:

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{-\omega^2 M + i\omega C + K} = H(\omega) \quad (34)$$

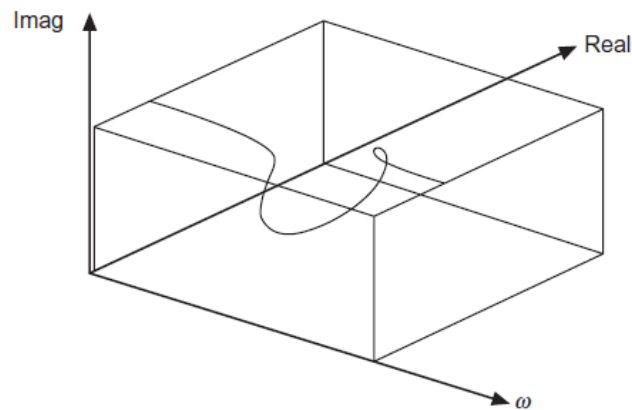
A equação (34) corresponde a FRF expressa na forma de receptância. A derivada dela, dará como resposta a equação (35), sendo denominada de velocidade (ou mobilidade) e a derivada da equação (35) produz a equação aceleração que é a equação (36).

$$\frac{d X(\omega)}{d F(\omega)} = \frac{i\omega}{-\omega^2 M + i\omega C + K} \quad (35)$$

$$\frac{d^2 X(\omega)}{(dF(\omega))^2} = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 M + i\omega C + K} \quad (36)$$

A análise gráfica é fundamental para o entendimento da FRF, pois deixa mais evidente as formas das funções. Uma vez que a resposta é uma função de variáveis complexas com valores reais e imaginários, sendo mais conveniente plotar a função no espaço tridimensional (Real x imaginário), conforme observa-se na Figura (10).

Figura 10 - Gráfico tridimensional da receptância

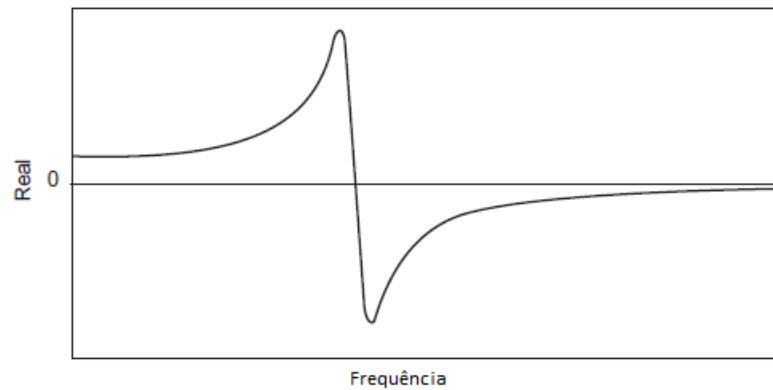


Fonte: ZON, 2015.

O gráfico de uma FRF de receptância mostra as informações completa de uma função complexa. Entretanto, não ficará tão evidente quanto se compara com o gráfico no plano de Frequência - Real, Frequência-Imaginário ou Imaginário-Real.

A relação Frequência – Real, conforme nota-se na Figura (11), dará a resposta de mudança de fase nas regiões de pico que representam o amortecimento e as regiões posteriores a esse pico são regiões de elevada rigidez. A fase corresponde a ao arco tangente da razão entre a parte imaginária com a parte real da FRF. Sabe-se, também, que essa região de pico é quando a frequência de excitação é igual ou próxima a frequência natural da estrutura (NETO, 2015).

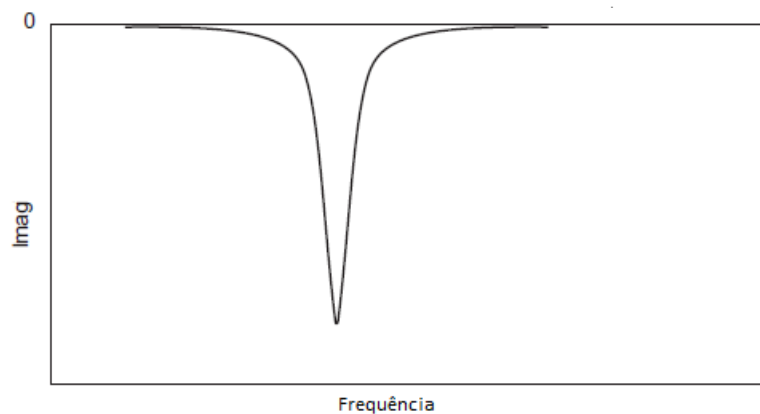
Figura 11 - Parte real da Receptância da FRF



Fonte: NETO, 2015.

A relação Frequência – Imaginária, conforme observa na Figura (12), ocorre um pico na região provável de ressonância com amplitude máxima. Um conjunto de excitações irá produzir várias respostas, sendo que cada resposta terá um ângulo de fase e uma amplitude específica a cada frequência de ressonância (NETO, 2015).

Figura 12 - Parte Imaginária da Receptância da FRF



Fonte: NETO, 2015.

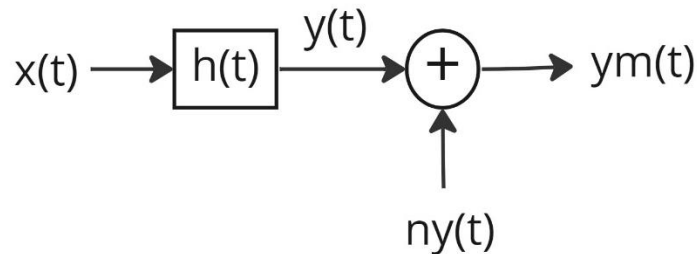
Em aplicações reais os sinais aqusitados apresentam perda de qualidade devido a presença de ruídos o que gera incertezas na identificação estrutural. Dessa forma, a obtenção da FRF com o intuito de minimizar a presença de ruídos nos sinais, utiliza-se de estimadores estatísticos. O estimador mais convencional utilizado para obtenção da FRF é calculado pela razão entre o espectro cruzado do sinal de entrada

(x) com o espectro de saída (y), dividido pelo auto espectro de entrada (x), conforme pode se ver na equação (37).

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega) + S_{nx}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} \quad (37)$$

Esse estimador é denominado de $H_1(\omega)$ e é utilizado principalmente quando o ruído ($ny(t)$) se apresenta apenas no sinal de saída (reposta – $y_m(t)$). (ver Figura 13). O programa MATLAB utilizada esse estimador como padrão na sua análise de sinais.

Figura 13 - Função Resposta em Frequência com ruído na saída



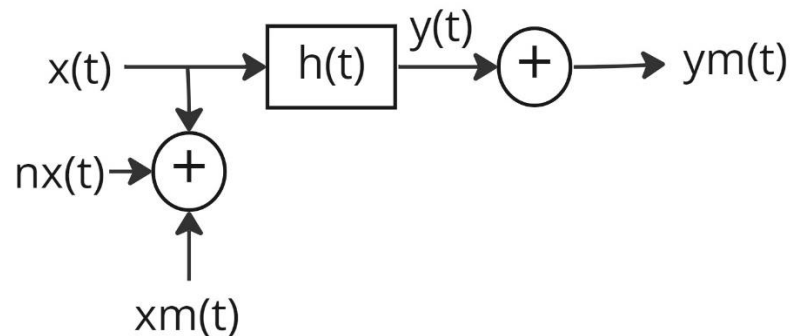
Fonte: Autor, 2022.

Uma outra normalização do estimador é o $H_2(\omega)$ dado pela relação do auto espectro de saída dividido pelo espectro cruzado da saída com a entrada. Nesse caso, o estimador é utilizado quando se tem ruído somente na entrada do sinal. Conforme observado na equação (38) e a Figura 14.

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{xy}(\omega) + S_{nx}(\omega)} = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{xy}(\omega)} \quad (38)$$

A aplicação de um estimador é de acordo com o que é esperado do sinal, caso o sinal tenha ruído na entrada, utiliza-se o estimador $H_2(\omega)$, caso tenha ruído na saída, aplica-se o estimador $H_1(\omega)$ de FRF.

Figura 14 - Função Resposta em Frequência com ruído na entrada



Fonte: Autor, 2022.

O $H_1(\omega)$ e $H_2(\omega)$ são indicadores utilizados para quantificar a qualidade da análise do sinal, definidos por meio da divisão entre os dois indicadores $H_1(\omega)$ e $H_2(\omega)$. Conforme observado na equação (39).

$$\frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{S_{fx}(\omega) S_{xf}(\omega)}{S_{ff}(\omega) S_{xx}(\omega)} = \frac{|S_{xf}(\omega)|^2}{S_{ff}(\omega) S_{xx}(\omega)}$$

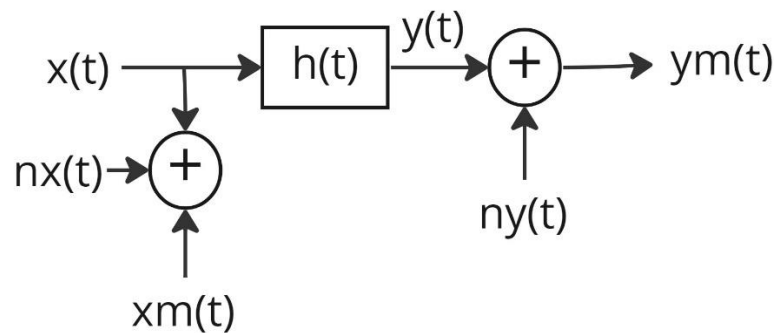
$$\frac{|S_{xf}(\omega)|^2}{S_{ff}(\omega) S_{xx}(\omega)} = \gamma^2(\omega) \quad (39)$$

Onde o $\gamma^2(\omega)$ recebe o nome de coeficiente de coerência ordinária. Refere-se a um coeficiente normalizador de correlação entre a mensuração da força de entrada com a resposta da estrutura no domínio da frequência, com um intervalo de resposta parcialmente lineares dessa relação entre $0 \leq \gamma^2(\omega) \leq 1$. A função de coerência é sempre maior que zero ou maior que a unidade relacionada, entretanto, às vezes, essa correlação pode ser menor que a unidade calculada, indicando nesse caso, que há ruídos estranhos no sinal medido, ou algum erro no viés de resolução espectral dos estimadores. Além disso, o coeficiente tem a função de medir o grau de

associação linear entre as respostas de entrada e saída do sinal (MAIA & SILVA, 1997).

Outro estimador denominado de Resposta Frequência Instrumentada $H_3(\omega)$ tem a função de calibrar o sinal, por meio de um gerador de fonte, com um sinal de entrada conhecido como ruído branco. A resposta desse ruído é assumida como linear. Conhecida então a entrada, a saída é obtida através da deformação de um transdutor, é assim possível mensurar a força interna através do deslocamento ocasionado pelo ruído. O estimador utiliza a técnica de minimização do erro médio quadrático para calcular o $H_3(\omega)$ com ruído na entrada e na saída do sinal. Conforme observa-se na Figura 15.

Figura 15 - Função Resposta em Frequência com ruído na entrada e saída



Fonte: Autor, 2022.

3.2.4 ALGORITMO DE AJUSTE PARA A FRF

3.2.5 MÉTODO DA EXPONENCIAL COMPLEXA POR MÍNIMOS QUADRADOS (LSCE)

O método da Exponencial Complexa por mínimos Quadrados (LSCE) consiste em uma extensão do método exponencial complexo para um procedimento global de estimação. O LSCE calcula a Função Resposta ao Impulso (IRF), a partir da aplicação da Transformada Inversa de Fourier (IFT) na Função Resposta em Frequência (FRF). A IRF precisa passar por ajustes na sua resposta por meio de um conjunto de coeficientes polinomiais usando o método de Prony (LEME, 2014).

3.2.6 DEMONSTRAÇÃO DO MÉTODO DE PRONY

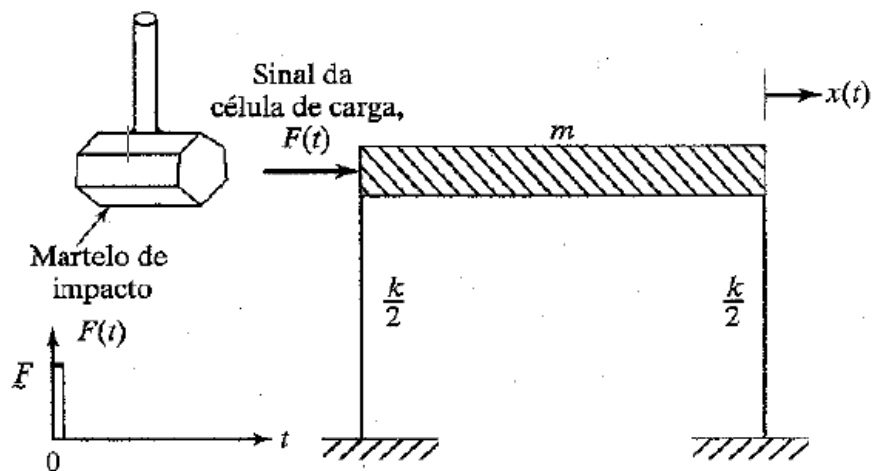
A expressão de resposta no tempo, demonstrada na equação (40), possui um vetor de entrada x (força) e uma função resposta a impulso h , sendo que o sistema está em repouso em $t = 0$, e um sistema com vários graus de liberdade usando como coordenada de referência q .

A função resposta ao impulso (h_{pq}) que relaciona uma entrada em q com a resposta em p , é apresentada na equação (40).

$$y_p(t) = \int_0^t h_{pq}(\tau)x_q(t - \tau)d\tau \quad (40)$$

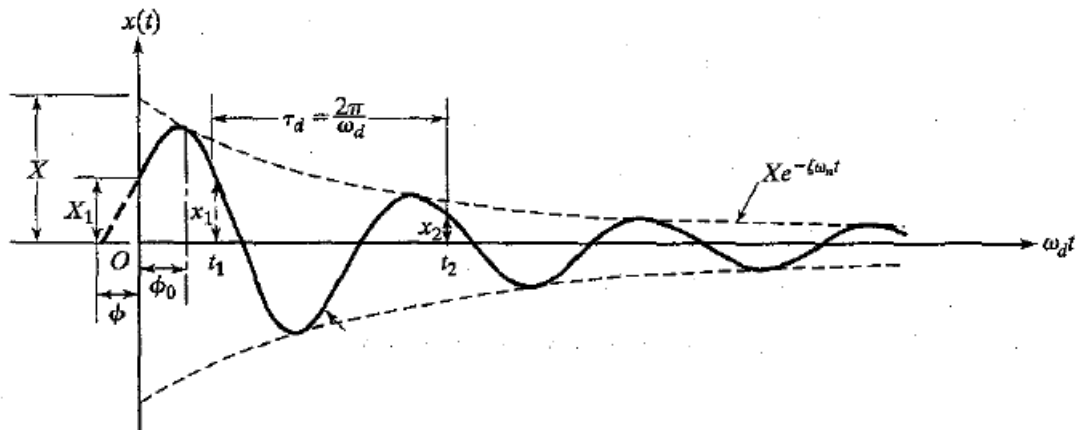
Esse sistema deve ser linear estacionário e a força aplicada é expressa como um impulso unitário. A resposta ao impulso (IRF) corresponde a um impacto com elevada magnitude por um curto tempo de atuação, semelhante a um impacto de um martelo aplicado em uma área, como pode-se observar na Figura (16) e a resposta em função do tempo para uma estrutura amortecida conforme mostra a Figura (17).

Figura 16 - Simulação de um teste estrutural com um martelo de impacto



Fonte: RAO, 2008.

Figura 17 - Função decaimento devido ao amortecimento da estrutura



Fonte: RAO, 2008.

A partir da aplicação da Transformada de Laplace no modelo da IRF com múltiplos GL, a IRF será representada por uma equação por pares complexos conjugados de amplitude semelhante, podendo ser modelada como:

$$h_{pq}(t) = \sum_{r=0}^N [A_{pqr} \cdot e^{\lambda_r t} + A_{pqr}^* \cdot e^{\lambda_r^* t}]$$

Alterando a equação IRF de N para 2N, tem-se:

$$\Rightarrow h_{pq}(t_k) = \sum_{r=1}^{2N} [A_{pqr} \cdot (e^{\lambda_r t})^k]$$

A IRF pode ser representada pela amplitude (resíduo) ou também pelo fator de participação modal vezes a escala da forma modal. Vista na equação 41.

$$h_{pq}(t_k) = \sum_{r=1}^{2N} [\psi_{pr} L_{qr} (e^{\lambda_r t})^k] \quad \text{Ou} \quad h_{pq}(t_k) = \sum_{r=1}^{2N} [A_{pqr} \cdot (e^{\lambda_r t})^k] \quad (41)$$

$$(x_r)^k = (e^{\lambda_r t})^k \quad (41.a)$$

Onde:

L_{qr} é o fator de participação modal da referência q no modo r;

ψ_{pr} é a escala da forma modal r no GL p

N é o número de graus de liberdade do sistema;

p, q são respectivamente o GL da resposta e o GL da entrada;

A_{pqr} é o resíduo no modo r de $h_{pq}(t)$;

$\lambda_r t = \sigma_r + i\omega_r$ são os pólos do sistema.

$\sigma_r = -\xi_r \omega_n$ é o fator (coeficiente) de amortecimento (rad/s);

$\omega_r = \sqrt{(1 - \xi_r^2)} \cdot \omega_{n,r}$ é frequência natural amortecida do modo r

$\omega_{n,r}$ é a frequência natural do modo r;

ξ_r é a taxa de amortecimento do modo r.

A amplitude pode ser classificada como a deformação modal no grau de liberdade p em referência a uma excitação no grau de liberdade q. Além disso, os resíduos são entendidos como os numeradores dos termos da Função de Transferência de um sistema e possuem relação com a amplitude do modo r, sendo que a sua parte imaginária é anulada pelos polos do sistema.

O fator de participação modal L_{qr} está relacionado o quanto um modo r pode ser excitado através da referência de excitação q. Do ponto de vista analítico, o fator modal tem relação entre a forma modal normalizada e a ortonormalização da matriz de massa de cada modo que está participando da vibração (ARAGÃO, 2008).

A equação (41) pode ser obtida, também, a partir da Transformada Inversa de Fourier de uma FRF, mantendo-se as definições de polos, que são os expoentes da função exponencial, e de resíduos, que são as amplitudes da IRF. Todos esses termos citados, devem estar definidos em função de um determinado modo r de vibração.

O método de Prony consiste em uma sequência de 4N observações realizadas em intervalos de tempo iguais, por uma combinação linear de 2N x 2N equações exponenciais. Os primeiros valores obtidos são os coeficientes da equação de Prony.

Com os coeficientes mensurados, a próxima etapa é a aplicação desses coeficientes na equação de Prony (42).

A partir desse preceito, pode-se estimar as raízes ou polos com base nessa equação. A explicação a seguir, detalhará as etapas que são feitas para a obtenção dessas incógnitas.

O primeiro passo é montar a equação, a partir da Transformada de Laplace aplicada na IRF. Em seguida, demonstrar a equação de Prony (42) que representa uma expressão polinomial de $2N$. Como essa relação de Prony é formada por pares de complexo conjugados, o somatório desses pares com os coeficientes dará uma resultante igual a zero. Isso demonstrou ser uma forma mais eficiente na determinação dos polos das raízes.

$$a_0x_r^0 + a_1x_r^1 + a_2x_r^2 + \dots + a_{2N-1}x_r^{2N-1} + a_{2N}x_r^{2N} = 0 \quad (42)$$

$$\sum_{k=1}^{2N} a_k(x_r)^k = 0 \quad (43)$$

A segunda etapa, multiplica-se ambos os lados da equação (41) pelos coeficientes, a relação fica com o aspecto detalhado na equação (44). Há outras formas de se organizar o lado direito dessa relação, como mostram as equações (45) e (46).

$$\sum_{k=0}^{2N} (a_k)h_{pq}(t_k) = \sum_{r=1}^{2N} [A_{pqr} \cdot (e^{\lambda_r t})^k] a_k \quad (44)$$

$$\sum_{k=0}^{2N} (a_k)h_{pq}(t_k) = \sum_{k=0}^{2N} a_k \sum_{k=1}^{2N} A_{pqr}(x_r)^k \quad (45)$$

Ou

$$\sum_{k=0}^{2N} (a_k)h_{pq}(t_k) = \sum_{k=1}^{2N} A_{pqr} \sum_{k=0}^{2N} a_k(x_r)^k \quad (46)$$

A terceira etapa, é dizer que o lado direito da equação (44) se torna zero quando o termo da exponencial é uma raiz do polinômio, e a sua função de transferência tem um valor nulo. Isso leva a formulação de uma relação simples entre os coeficientes e as amostras da IRF, mostrado na equação (47).

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k h_{pq}(t_{m+k}) = 0 \quad (47)$$

A etapa final é encontrar os valores para os coeficientes. Isso pode ser feito por meio da atribuição de um conjunto de 2N coeficientes para obtenção de N. Os coeficientes podem então ser estimados com base nas equações lineares simultâneas. Imagine um caso que tivesse uma amostragem de 2N de IRF vezes os coeficientes, tem-se como resposta uma equação linear N, caso aumente para 4N de IRF, tem-se 2N equações lineares.

A formação de uma matriz de Toeplitz, com a diagonal principal com elementos idênticos, é usada na matriz principal da equação (47), a matriz tem dimensão 2N conjuntos com 2N amostras formando uma resolução de 4N (ARAGÃO, 2008).

Essa matriz tem como finalidade facilitar a resolução dessa equação para encontrar os coeficientes de Prony. Esses coeficientes devem estar igualmente espaçados na amostragem e organizados sequencialmente. Também, na matriz resposta do produto matricial não deve existir duas linhas com elementos (h) idênticos.

É adotado que a equação (48) possua somente valores lineares independentes na resposta ao impulso. Além disso, normalizando o coeficiente no valor máximo em 2N igual a 1, tem-se:

$$\sum_{k=0}^{2N-1} a_k h_{pq}(t_{m+k}) = -h_{pq}(t_{m+2N}) \quad (48)$$

Na forma matricial a equação (48):

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} h_{pq}(t_{2N-1}) & h_{pq}(t_{2N}) & \cdots & h_{pq}(t_{4N-2}) \\ h_{pq}(t_{2N-2}) & h_{pq}(t_{2N-1}) & \cdots & h_{pq}(t_{4N-3}) \\ h_{pq}(t_{2N-3}) & h_{pq}(t_{2N-2}) & \cdots & h_{pq}(t_{4N-4}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{pq}(t_0) & h_{pq}(t_1) & \cdots & h_{pq}(t_{2N-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} h_{pq}(t_{4N-1}) \\ h_{pq}(t_{4N-2}) \\ h_{pq}(t_{4N-3}) \\ \vdots \\ h_{pq}(t_{2N}) \end{bmatrix}$$

Com o conhecimento dos coeficientes, a partir da resolução da matriz, pode-se aplicá-los na equação de Prony, para assim, encontrar os valores das raízes do polinômio. A resolução dessas raízes polinomiais por uma solução de autovalor é geralmente denominada de *Complex Exponential Method* (CE) ou Método Exponencial Complexa. Um dos piores problemas em relação a essa técnica consiste na determinação do número de modos de vibração existente, por isso é necessário fazer uma estimativa dos possíveis modos. Além disso, o algoritmo demonstrou ser muito sensível na presença de ruído, sendo assim necessário a aplicação de vários GL a mais para compensar a distorção dos dados.

A extensão da técnica CE para o LSCE está na relação entre o número de coeficientes do polinômio com o número de equações da IRF. Dessa forma, quando maior o número de IRF em relação aos coeficientes, o sistema passar a ser sobredeterminado e a sua solução precisa ser feita pelo cálculo do mínimos quadrados (LSCE), sendo esse método uma alternativa para minimizar o erro quadrático médio dessa diferença de incógnitas (ARAGÃO, 2008).

$$\lambda_r t = -\xi_r \omega_n + i\omega_r \quad \Rightarrow \quad \lambda_r t = -\xi_r \omega_n \pm i\sqrt{(1 - \xi_r^2)} \cdot \omega_{n,r} \quad (49)$$

Com a mensuração dos polos, obtém-se as frequências naturais do complexo sistema (ω_r) e o amortecimento da estrutura (λ_r).

$$\lambda_r = \frac{\ln(x_r)}{\Delta t}$$

$$\omega_r = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{\text{Im}(\ln(x_r))}{\text{Re}(\ln(x_r))}\right)}{2\pi\Delta t}$$

3.3 DIAGRAMA DE ESTABILIDADE

A solução de um sistema dinâmico usando a Transformada de Laplace, recai-se em uma resposta formada por pares de complexos conjugados e resíduos. Essa equação, também, pode ser obtida por meio da Transformada inversa de Fourier, mantendo-se os conceitos de polos e resíduos. Cada um desses polos corresponde a um modo calculado.

A partir disso, com a formação desses polos, explanado acima, surgem problemas na identificação de frequências reais da estrutura. Para estimar as verdadeiras respostas da estrutura, utiliza-se o diagrama de estabilidade que busca separar os modos físicos dos não físicos. Esse diagrama de estabilidade é formado por uma abcissa que representa a frequência e uma ordenada que demonstra a matriz de estado do sistema ou ordem do modelo (RODRIGUES, 2004).

No processo de aquisição de um sinal, não tem como saber, ao certo, o número de modos físicos e não físicos que a estrutura possa apresentar somente pela observação (CARDOSO, 2015). Sendo nesse caso, devido a necessidade da experiência prática na análise modal, uma forma de auxiliar na mensuração dessa predeterminação de polos para o modelo. Essa determinação deve ser aplicada com um número de polos superior ao número de modos de vibração que são esperados, porque alguns desses pares de polos formados não possuem um significado físico. Portanto, eles não estão associados as características dinâmicas reais da estrutura.

No entanto, esses polos são importantes para que sejam feitos os ajustes no modelo paramétrico, a partir dos dados obtidos experimentalmente (CASTILHO, 2016).

Na prática, no diagrama de estabilidade aumenta-se os graus de liberdade do modelo experimental (que possuem os graus de liberdades em que as respostas foram medidas) adicionando IRF's ao sistema sobredeterminado. Isso eleva o número de polos e por consequência o número de modos de vibração a serem identificados, apresentando dessa forma modos com e sem significado físicos.

Portanto, uma boa estimativa deve ser feita para que os cálculos forneçam resultados coerentes com a realidade, pois é necessário adotar um termo de ordem do modelo com um número adequado para encontrar os polos reais (MIGUEL, 2007). Para descartar os modos não físicos (espúrios) diversas ações podem ser tomadas.

Um dos procedimentos mais formais, são os que modelos de diferentes ordens são calculados e comparados, tendo como base critérios de qualidade como: critério informativo de Akaike (AIC); ou o erro de predição final (FPE); ou o comprimento descritivo mínimo (MDL) de Rissanen. Todos esses critérios, em sua essência, demonstram que a medida em que se aumenta a ordem do modelo, o erro decresce até um certo ponto que se torna assintótico, ou seja, com o aumento da ordem os parâmetros modais convergem a se estabilizar identificando os modos físicos (CARDOSO, 2015).

Há uma forma de distinguir os polos físico dos não físicos (espúrios) que corresponderão aos modos de vibração, por meio dos valores de amortecimento e da frequência. Quando a vibração da estrutura estiver com seus valores de coeficiente de amortecimento na faixa de subamortecida, esses valores devem estar numa pequena taxa de amortecimento, então esse polo é denominado de estável ou físico. No caso de aparecimento de um coeficiente de amortecimento na faixa de crítico ou supercrítico as quais são valores elevados na taxa de amortecimento, o surgimento desse valor está nas ações de ruídos, ações externas ou numéricas no sinal, esses polos instáveis são denominados de espúrios (RODRIGUES, 2004).

Um dos critérios para definir essas faixas de amortecimento e frequência é o método da similaridade, pois é sabido que os valores de polos instáveis representam valores espúrios. A partir disso, é possível montar o diagrama de estabilidade convencional baseado na comparação dos polos correspondentes a modelos de ordens adjacentes. Sendo que o f_n e $f_{(n+1)}$ são a frequência dos modos para ordens

medida e a sua ordem subjacente, e ξ_n e $\xi_{(n+1)}$ são amortecimentos dos modos medidos para ordem subjacente. Os valores de f_c e ξ_c são as tolerâncias ou critérios de estabilidade máximas para frequência e amortecimento, respectivamente (PASSOS, 2020).

A partir disso, é possível montar uma relação, como mostrada abaixo, entre as frequências em cada polo, por meio da subtração de frequência ou amortecimento de um polo com o seu subjacente, após isso, divide-se essa diferença pela frequência do polo. Essa relação produzida deve ser menor ou igual a máxima tolerância de frequência ou amortecimento estimada (MRABET et. al, 2014).

$$\left| \frac{f_n - f_{(n+1)}}{f_n} \right| \leq f_c$$

$$\left| \frac{\xi_n - \xi_{(n+1)}}{\xi_n} \right| \leq \xi_c$$

3.4 ABORDAGEM COMPUTACIONAL PARA REPRESENTAR EM ENSAIOS EXPERIMENTAIS EM ESTRUTURAS

A estruturada analisada na forma computacional no trabalho foi de um pórtico construído no laboratório de dinâmica e processamento de sinais da COPPE/UFRJ. O pórtico é composto por 4 andares, constituído por lajes em chapas de alumínio de 4mm de espessura apoiadas em pilares de material polimérico de dimensão retangular de 20 mm de base por 2,94 mm de altura, fixados por chapas de alumínio que são os conectores das seções (SILVA,2019). Esse pórtico e os equipamentos de vibração podem ser vistos na Figura (18).

Figura 18 - Sistema experimental realizado, com um pórtico posicionado a 45° em relação ao eixo de excitação

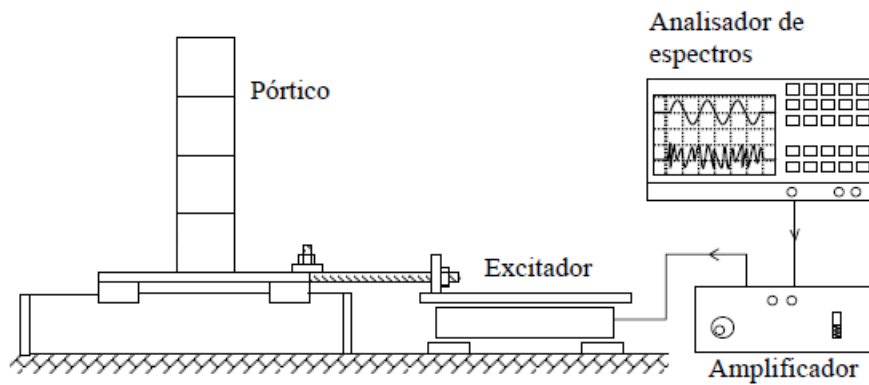


Fonte: MORAIS, (2019).

Um ensaio experimental foi realizado em um pórtico no Laboratório de Dinâmica e Processamento de Imagens e Sinais (LADEPIS) da COPPE-UFRJ, para a tese de doutorado de CANO (2013) e a dissertação de mestrado de PEREIRA (2016). Para a realização do ensaio do pórtico foram colocados 16 acelerômetros, 4 acelerômetros por andar, posicionados nas direções x e y. Sendo que foram dispostos nas direções de menor inércia e maior inércia, com o intuito de identificar os modos de flexão e torção. A forma da disposição desses equipamentos pode ser visualizada na figura (20.a) e (20.b).

A excitação da estrutura foi feita a partir de um excitador eletromagnético, conforme esquema mostrado na Figura (19). O sinal enviado ao excitador foi do tipo ruído branco, sendo que o pórtico foi posicionado nas placas do excitador a um ângulo de 45° em relação ao eixo plano x-y da estrutura, de forma que pudessem ser identificados os modos de vibração de interesse (SILVA, 2019).

Figura 19 - Ilustração esquemática do sistema experimental realizado



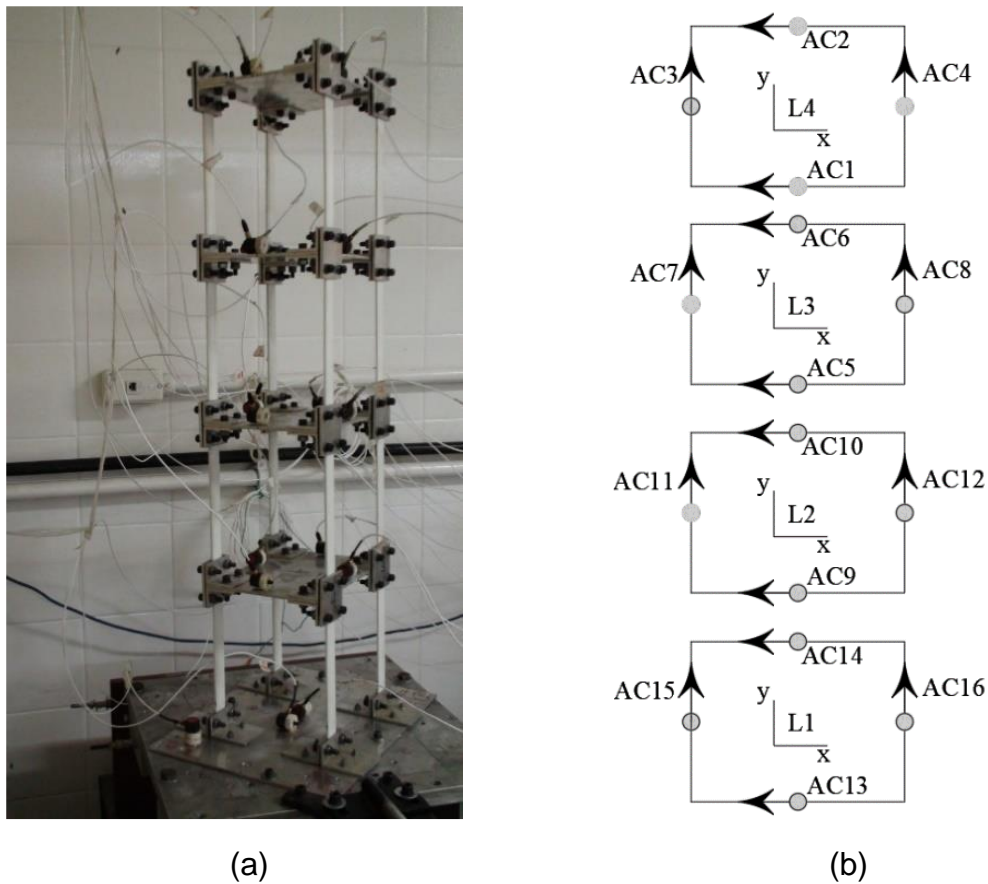
Fonte: SILVA, (2019).

Tabela 01 – Características dos elementos

Elemento de Barra Espacial								
Seções	Módulo de elasticidade (GPa)	Área (m ²)	Momento de Inércia y (m ⁴)	Momento de Inércia z (m ⁴)	Momento de Inércia polar (m ⁴)	Coefici. De Poisson	Coefic. Área de cisalhamento Ky=Kz	Massa Específica
Pilares	31	5.88E-05	4.235E-11	1.96E-09	1.537E-10	0.33	0.833	1.8
Ligação	70	5.88E-05	4.235E-11	1.96E-09	1.537E-10	0.33	0.833	2.7
Elemento de Casca								
Seções	Módulo de elasticidade (GPa)	Espessura da laje em (m)		Coeficiente de Poisson		Massa Específica		
Laje	70	0.004		0.33		2.7		

Fonte: SILVA, (2019).

Figura 20 - Posicionamento dos transdutores no Pórtico



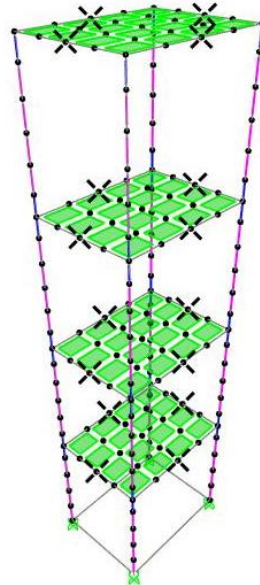
Fonte: SILVA, 2019.

O modelo computacional foi desenvolvido no programa SAP2000TM., usando as propriedades mostradas na Tabela 01. O sinal de excitação aplicado no pórtico foi do tipo ruído branco, produzido computacionalmente a partir de um código nativo do MATLABTM. Após a produção dessa função, ela foi importada pelo comando Time History no software SAP2000. Sendo assim realizada uma análise dinâmica utilizando um algoritmo de superposição modal. As respostas foram medidas nos graus de liberdade correspondentes as localizações dos transdutores de aceleração do modelo experimental (ver Figura 20). É importante salientar a correta direção e sentido dos pontos para obtenção das acelerações, verificando a disposição dos graus de liberdade do nó nos eixos x e y.

3.4.1 MODELAGEM COMPUTACIONAL

A modelagem computacional foi feita com parâmetros da Tabela 01. O detalhe da posição e direção dos acelerômetros usado no ensaio experimental foram permanecidos também na análise computacional, conforme mostra a Figura 21.

Figura 21 - Seleção dos acelerômetros



Fonte: Autor, (2022).

3.5 IDENTIFICAÇÃO DA ESTRUTURA USANDO FUNÇÕES NATIVAS DO MATLAB

Para a identificação estrutural utilizou-se funções nativas do software de computação científica MATLAB. A estimação da Função de Resposta em Frequência (FRF) é obtida a partir da relação entre uma excitação de entrada “ $x(t)$ ” e uma saída “ $y(t)$ ”. No Matlab a sintaxe para a obtenção da FRF é apresentada pelos comandos a seguir.

$$[frf, f, coh] = modalfrf(x,y,fs>window)$$

em que;

x é o sinal de entrada em função do tempo;

y é o sinal de saída em função do tempo;

fs é a frequência de amostragem;

$window$ é o tipo de janelamento adotado

O diagrama de estabilidade das frequências naturais e das razões de amortecimento são geradas pelo comando *modalsd* a partir da FRF. A produção desse diagrama tem como base o algoritmo exponencial complexo de mínimo Quadrado. Os comandos de entrada são a frequência de amostragem (*fs*), a frequência (*f*) que é um vetor com o mesmo número de elementos da FRF e o valor da ordem modal de 1 a 50.

modalsd (frf, f, fs, 'MaxModes', 30, 'Criteria', [0.001 0.01])

em que;

frf é a função resposta em frequência;

f é o vetor de frequência;

fs é a frequência de amostragem;

MaxModes é a solicitação da máxima formas modais;

Criteria cria critérios de estabilidade para a frequência e o amortecimento;

Para a obtenção dos parâmetros modais que nesse trabalho são as frequências naturais e os fatores de amortecimento, foi aplicado o comando *ModalFit* que utiliza o algoritmo de ajuste pelo Método Exponencial Complexo de Mínimo Quadrado (LCSE). Uma especificação do comando "*PhysFreq*" que mapear os possíveis modos físicos, a partir de um vetor *phfr*, sendo que esse vetor deve estar dentro de um intervalo de frequências observadas pelo diagrama de estabilidade. Essas medições devem estar as mais próximas das frequências reais da estrutura.

[fn, dr, ms, ofrf] = modalfit (frf, f, fs, n, 'PhysFreq', phrf)

em que;

frf é a função resposta em frequência;

f é o vetor de frequência;

fs é a frequência de amostragem;

n é o número de modos esperados;

PhysFreq especifica um vetor de frequências dentro de uma faixa;

Phrf é o vetor com as frequências naturais;

De forma a ilustrar de forma resumida a rotina desenvolvida para a identificação de estruturas usando a FRF e a técnica LSCE é apresenta na Figura 22 um fluxograma do algoritmo.

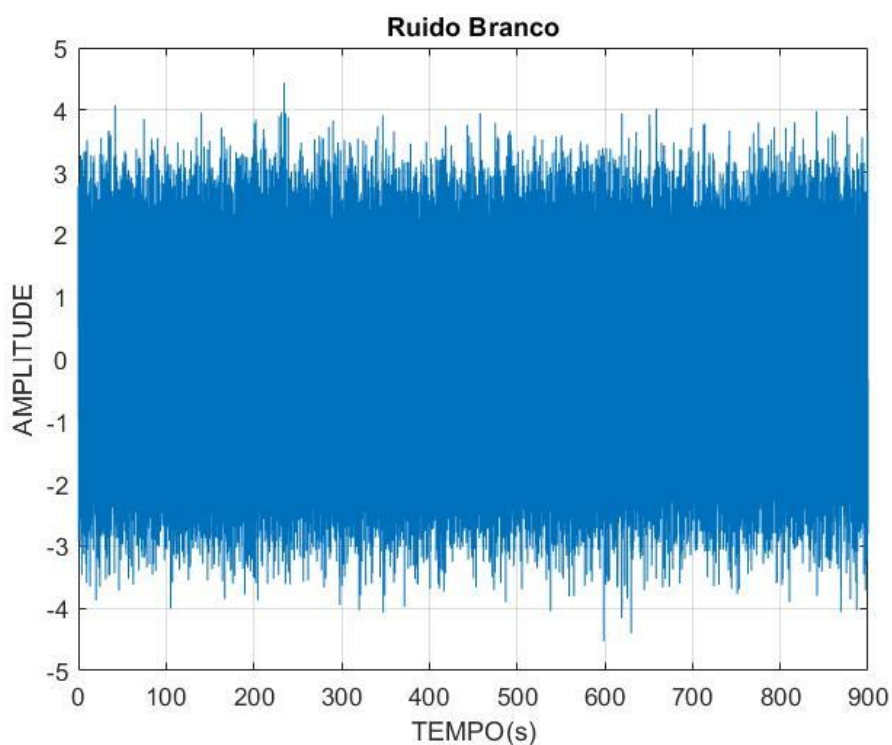
4. RESULTADOS E DISCURSÕES

4.1 ENSAIO EXPERIMENTAL SIMULADO

4.1.1 RUÍDO BRANCO

A excitação do tipo ruído branco simulada foi adicionada como uma função de aceleração no comando *Time History* do SAP2000 através de um arquivo texto (.txt) gerado no *Matlab*TM conforme mostra a Figura 23.

Figura 23 - Excitação simulada do tipo Ruído branco com média nula gerada no Matlab



Fonte: Autor, 2022.

4.1.2 PARÂMETROS MODAIS DO MODELO

As frequências naturais e taxas de amortecimento foram obtidas pelo programa SAP2000TM, sendo consideradas como os parâmetros modais de referência a serem

determinadas no processo de identificação do pórtico. Os parâmetros de referência obtidos são apresentados na Tabela (02).

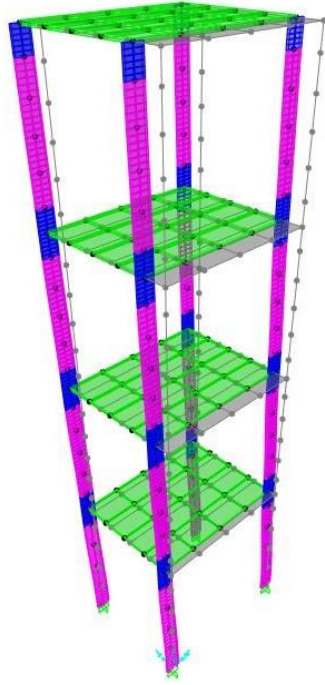
Tabela 02 - Parâmetros modais de referência

Modos de Vibrar	Frequência em Hz	Taxa de amortecimento (%)
1º	8,485	1,16%
2º	18,483	0,94%
3º	25,403	0,44%
4º	41,532	0,24%
5º	53,958	0,29%
6º	72,106	5,00%

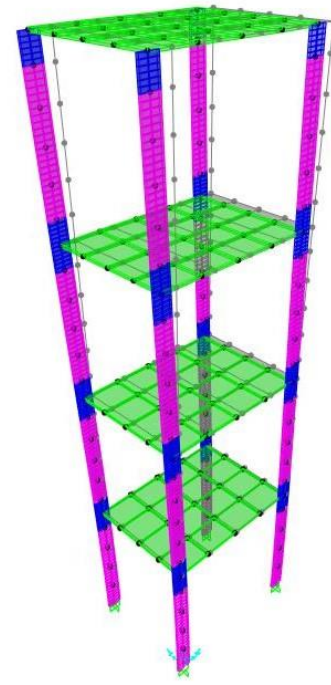
Fonte: Autor, (2022).

Neste trabalho, as formas modais não serão identificadas. Entretanto são apresentas na Figura 17, as deformadas modais obtidas computacionalmente no software SAP2000™. As Figuras 24 (a) à figura 24 (f) apresentam respectivamente as formas modais do primeiro ao sexto modos de vibrar.

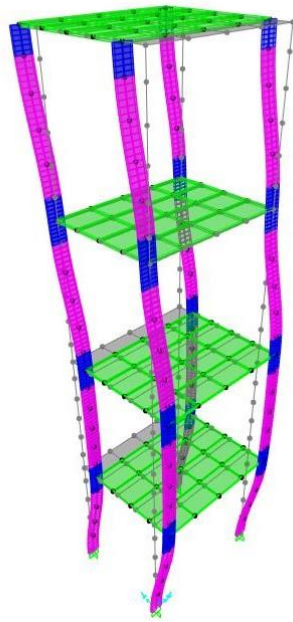
Figura 24 - Formas modais do Modelo Estrutural do Pórtico tridimensional



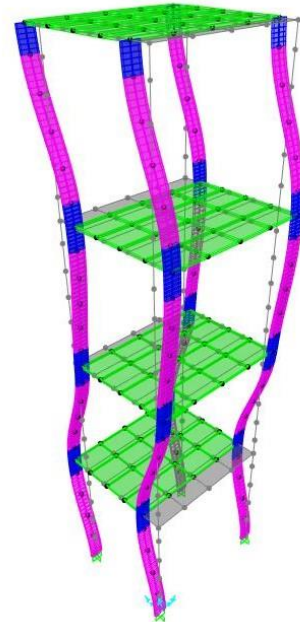
(a)



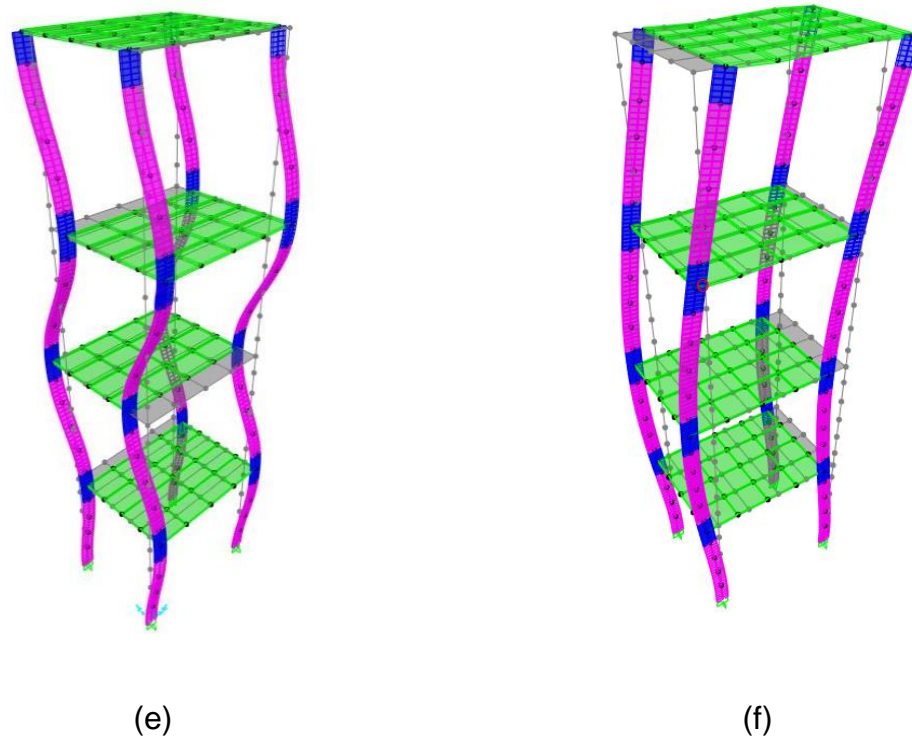
(b)



(c)



(d)



Fonte: Autor ,2022.

4.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS

O método determinístico que relaciona a excitação de entrada na estrutura pela resposta, que no caso deste trabalho foram, respectivamente, o ruído branco e as respostas dos acelerômetros. Com intuito de aplicar essa análise usou-se o comando *modalfrf* que relacionou por meio da função de resposta a frequência a excitação de entrada com a saída da resposta dos 16 acelerômetros, como pode ser observado na figura 25. A partir desse comando, estimou-se os parâmetros modais pelo código *modalfit* que foi explicado no apêndice A.

Uma outra forma de se tratar os dados, com somente a resposta de saída, sendo nesse caso, um dos métodos mais usuais na análise de grandes obras. O método não determinístico calcula a função resposta da estrutura pela Função de densidade espectral de potencial (PSD).

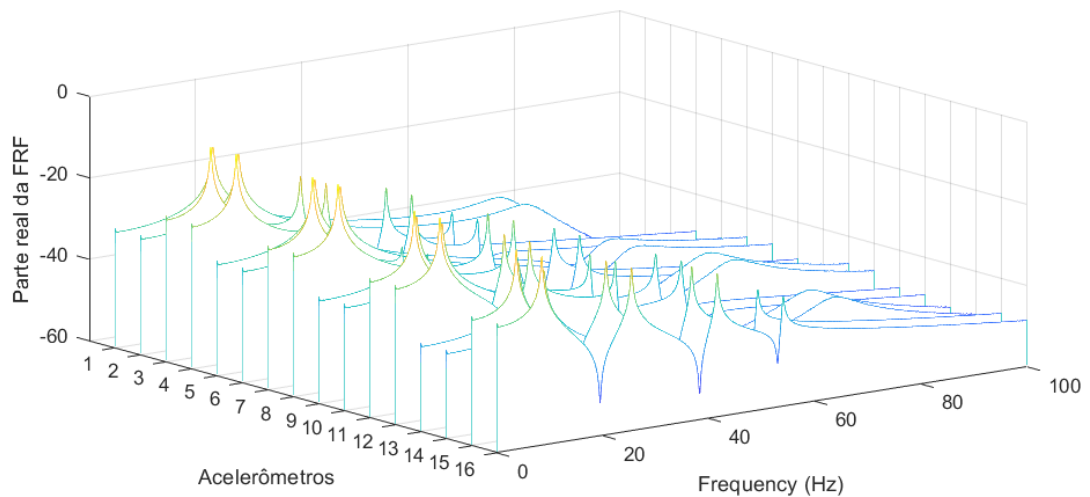
As Função Resposta em Frequência, observados nas figuras (26) e (27). Na etapa de produção desses gráficos utilizou-se a janela do tipo *Hanning*, uma das figuras permaneceu com o seu comprimento normal e a outra com uma redução na dimensão

da janela. Essa alteração teve como propósito deixar o sinal mais suavizado e visível. A mudança no tamanho da janela altera o comprimento da segmentação, quanto menor a dimensão da janela, menor será a variância entre as médias subseqüente do sinal.

Essa diferença entre os comprimentos da janela é perceptível nas figuras 26 e 27, sendo que o uso dessa janela deixa o sinal com picos mais explícito, facilitando assim, a observação das frequências. Entretanto, com uma menor dimensão da janela, maior será a perda de informações do sinal, dificultando assim estimar os parâmetros modais reais da estrutura.

Na tabela 03 são apresentadas as respostas frequências naturais e os fatores de amortecimento.

Figura 25 - Função Resposta em Frequência



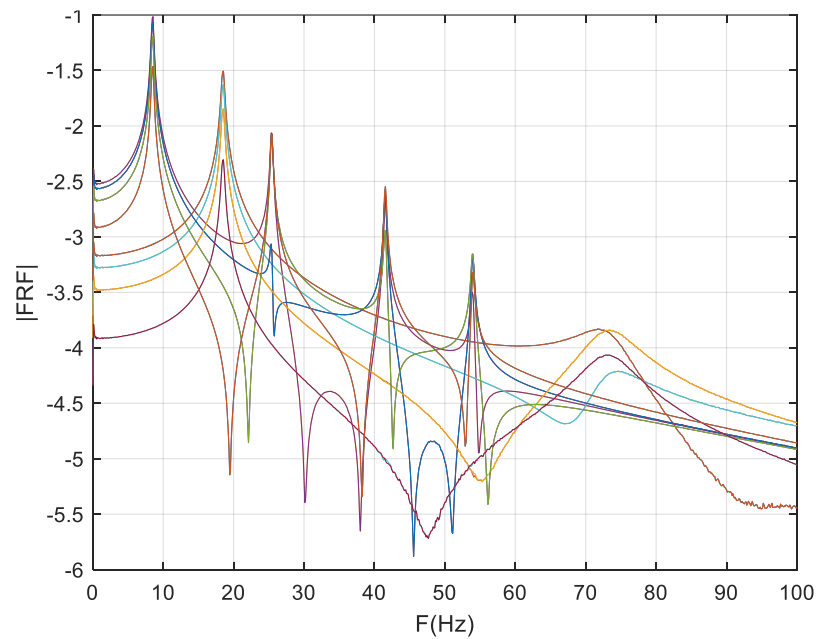
Fonte: Autor, (2022).

Tabela 3 - Frequências Naturais do sinal

Frequência natural	Modalfrf (Hz)	Amortecimento (%)
Primeira	8,485	1,16%
Segunda	18,483	0,94%
Terceira	25,403	0,44%
Quarta	41,532	0,24%
Quinta	53,959	0,29%
Sexta	73,170	5,16%

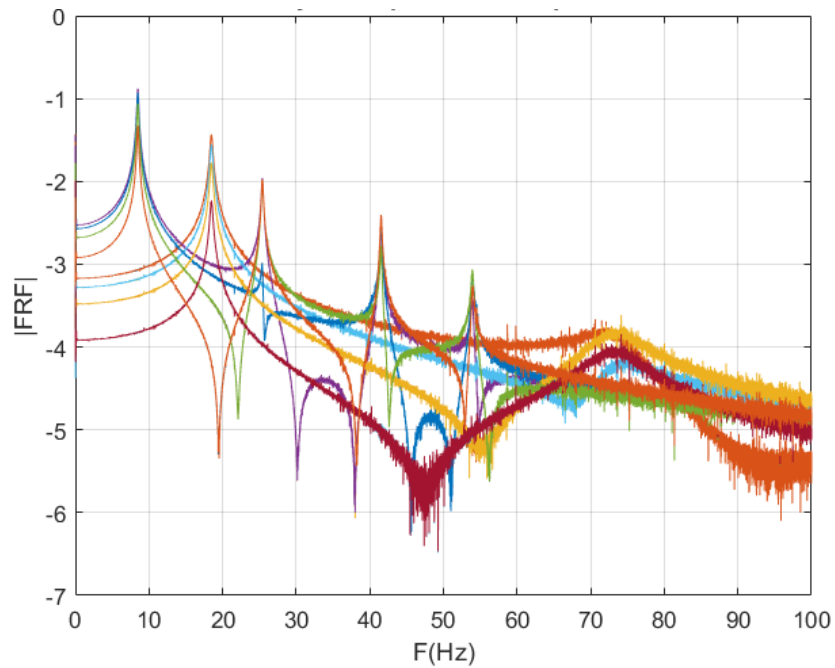
Fonte: Autor, (2022).

Figura 26 - Função Resposta em Frequência



Fonte: Autor, (2022).

Figura 27 - Função Resposta em Frequência



Fonte: Autor, (2022).

Após a aquisição das frequências naturais e dos fatores de amortecimento pelo método LSCE, houve a comparação com os valores mensurados pelo SAP2000. Essas medidas apresentaram pequenas diferenças nas respostas quando comparadas, conforme mostram as tabelas 04 e 05.

Tabela 04 - Frequências Naturais (Hz)

	MATLAB	SAP2000	ERRO %
PRIMEIRA	8,485	8,485	0,00189%
SEGUNDA	18,483	18,484	0,00364%
TERCEIRA	25,403	25,403	0,00244%
QUARTA	41,532	41,534	0,00301%
QUINTA	53,959	53,959	0,00095%
SEXTA	73,170	73,198	0,03773%

Fonte: Autor, 2022.

Tabela 05 - Fatores de Amortecimento (%)

	MATLAB	SAP2000	ERRO
PRIMEIRA	1,16%	1,16%	0,0000%
SEGUNDA	0,94%	0,94%	0,0000%
TERCEIRA	0,44%	0,44%	0,0000%
QUARTA	0,24%	0,24%	0,0000%
QUINTA	0,29%	0,29%	0,0000%
SEXTA	5,16%	5,00%	3,2000%

Fonte: Autor, 2022.

Após a comparação dos valores, notou-se que a semelhança teve relação direta pela forma da aquisição dos sinais, pois na análise experimental computacional não existe a presença de ruído ou ações externas, essas perturbações causam mudanças nas respostas dos sinais. Portanto, quando se aplicou o acréscimo de ruído branco na resposta de saída e entrada do sinal buscou simular uma análise experimental real feita em campo, pois esse tipo de análise modal as respostas estão sujeitas a erros pela presença de barulho ambiental, oscilação da estrutura por agentes externos, entre outros. Todos esses fatores dificultam a visualização real das frequências naturais e dos fatores de amortecimento.

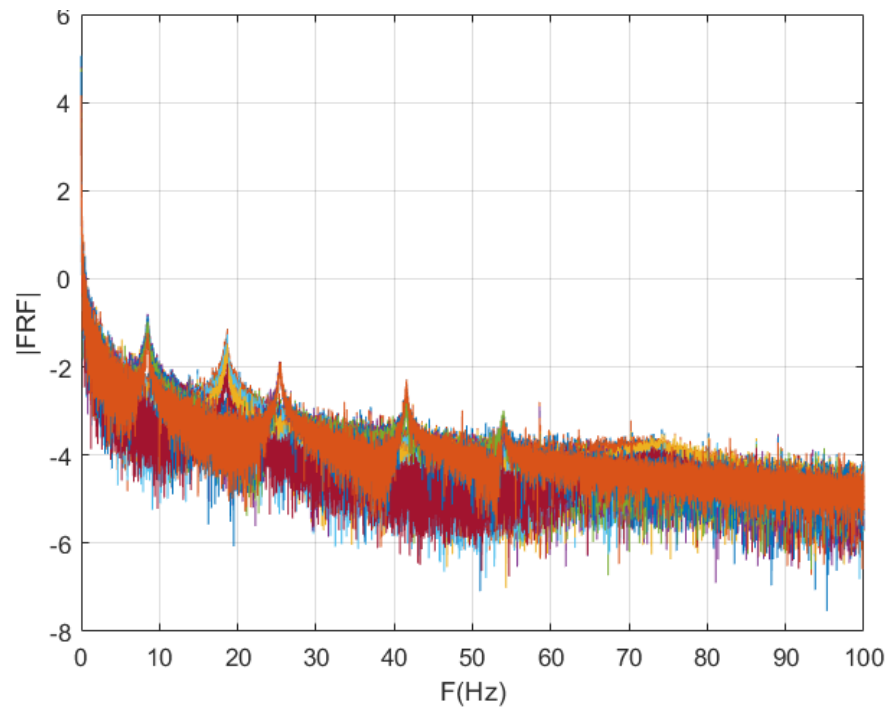
As taxas de acréscimo de ruído branco foram produzidas a partir do produto entre o valor da máxima amplitude de resposta e o ruído branco Gaussiano em função das porcentagens de 5, 10, 15, 20, 25 e 30%.

As respostas nas primeiras frequências modais são as que apresentaram maior concentração de energia mesmo após a aplicação do acréscimo de ruído. Notou-se, também, que essas respostas não apresentaram perdas notórias mesmo com a adição de até 30% de ruído. As adições não afetaram de forma significativa a visualização dos picos modais. A explicação disso está na maior participação modal nas primeiras formas modais, sendo aquelas que possuem maior energia de vibração, mesmo quando o sinal é corrompido por agentes externos, conforme pode ser observado nas figuras da Função Resposta em Frequência (CLOUGH, 1993).

O desaparecimento gradual desses picos após adição de ruído, é deduzido, a partir do aumento das frequências adjacentes a essas frequências naturais, dando a entender que houve uma certa redução da energia central do pico. Entretanto, sabe-se que essa percepção está incorreta. Porque, o que houve foi o aumento das energias periféricas em torno desse pico, conforme pode ser observado nas imagens

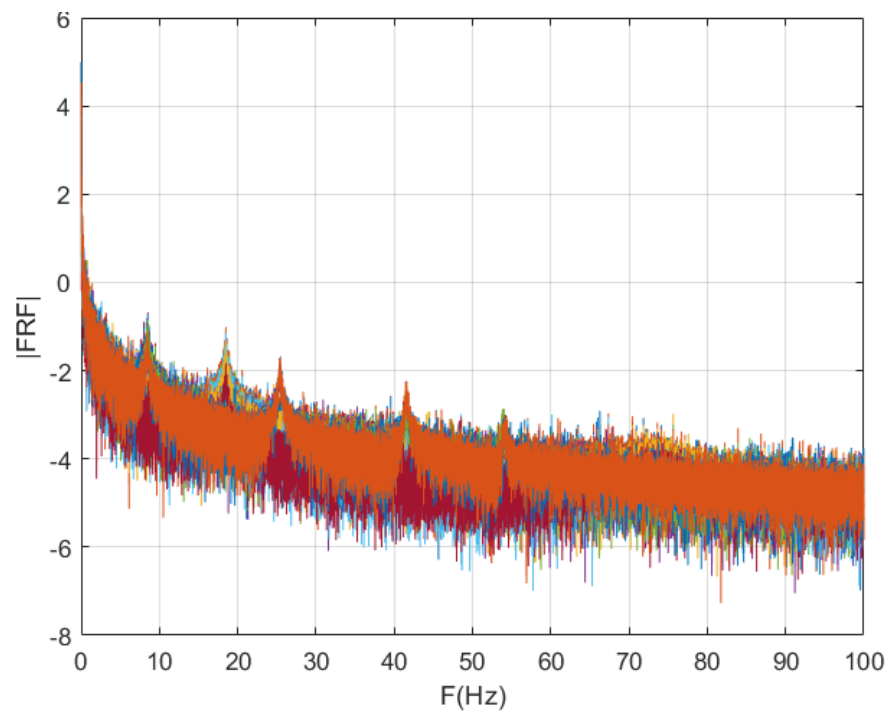
de 28 até 33. Isto teve um impacto direto nas alterações dos parâmetros modais que utilizam o método LSCE para calcular os valores de frequência natural e os fatores de amortecimento.

Figura 28 - Função Resposta em Frequência com 5% de ruído



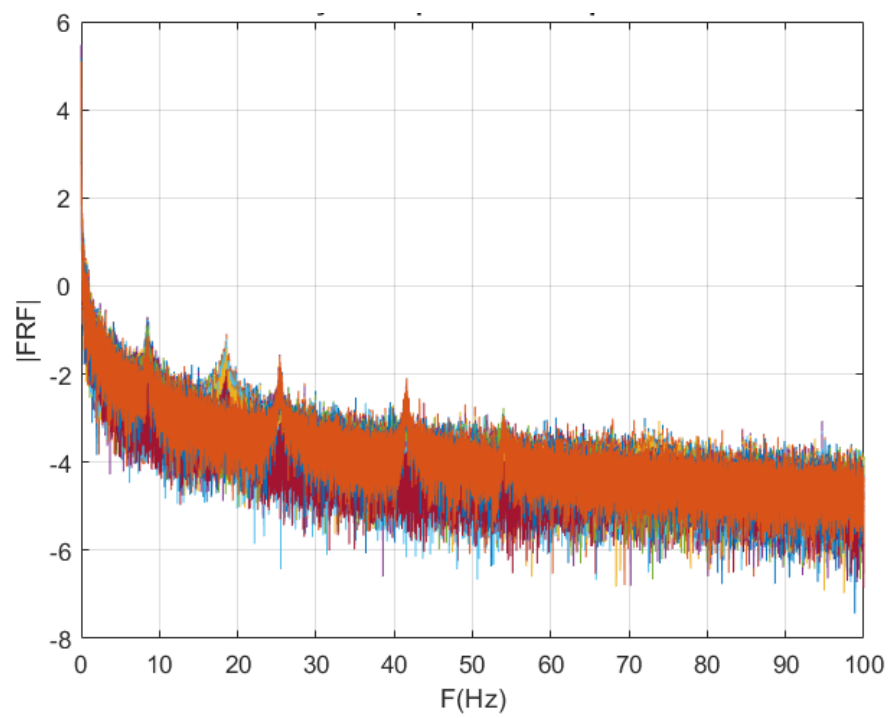
Fonte: Autor, 2022.

Figura 29 - Função Resposta em Frequência com 10% de ruído



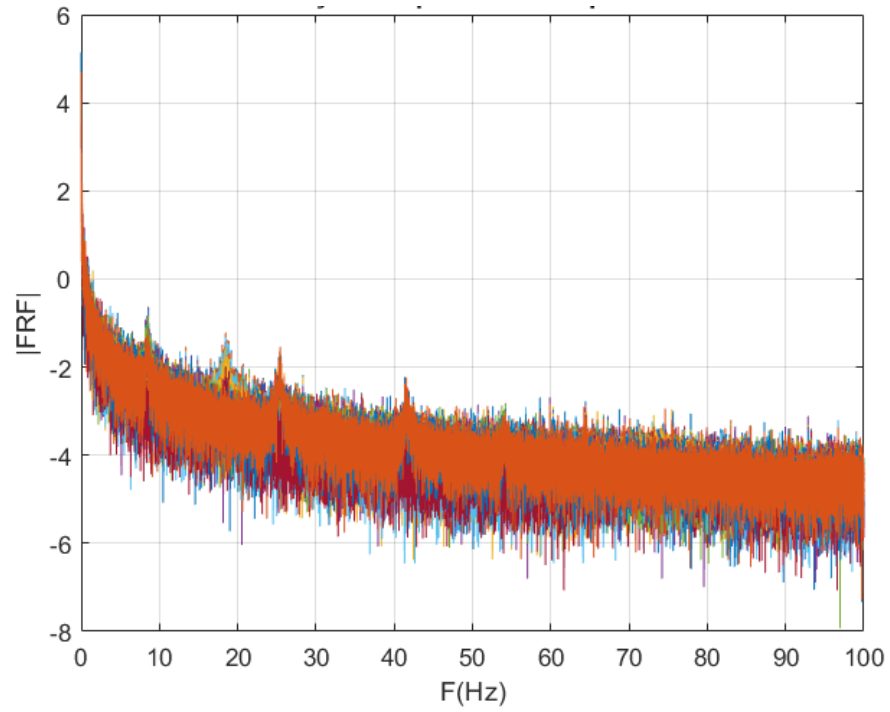
Fonte: Autor, 2022.

Figura 30 - Função Resposta em Frequência com 15% de ruído



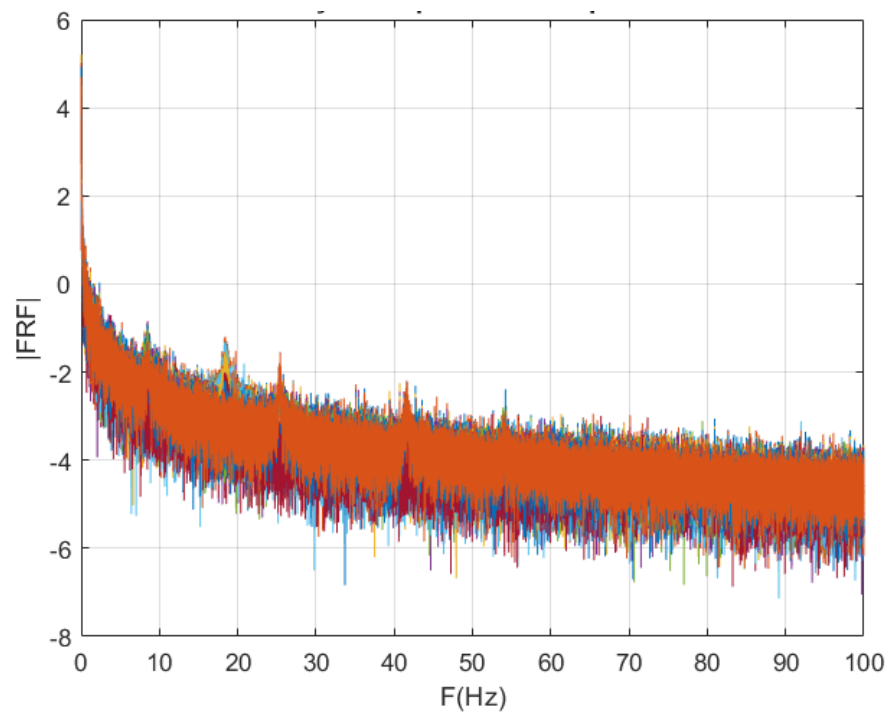
Fonte: Autor, 2022.

Figura 31 - Função Resposta em Frequência com 20% de ruído



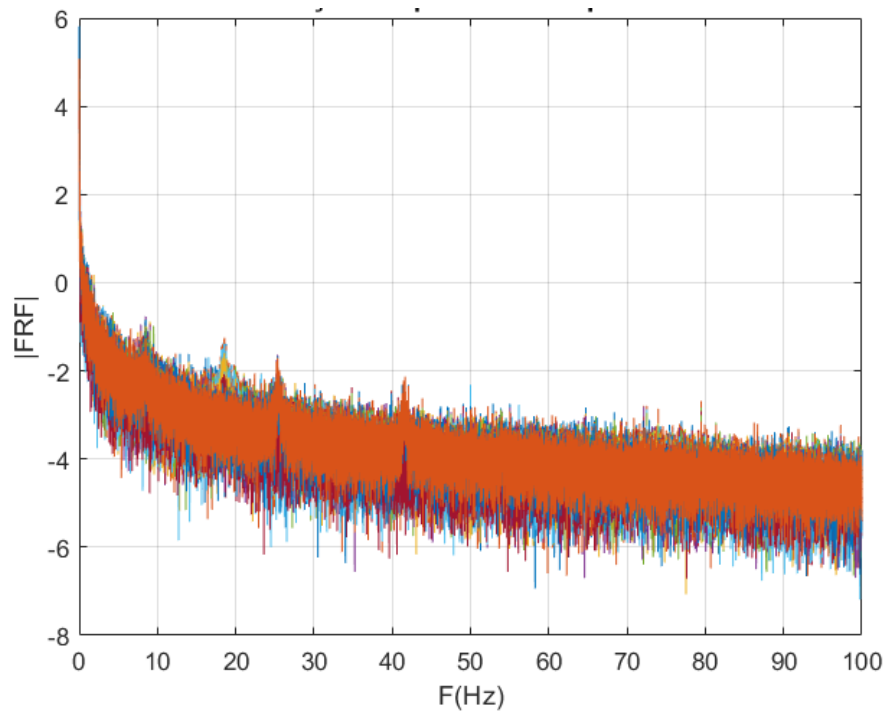
Fonte: Autor, 2022.

Figura 32 - Função Resposta em Frequência com 25% de ruído



Fonte: Autor, 2022.

Figura 33 - Função Resposta em Frequência com 30% de ruído



Fonte: Autor, 2022.

As frequências modais mais elevadas são as que obtiveram maior alterações na presença de ruído, apresentando instabilidades conforme mostram os diagramas de estabilidade, as Figuras 34 a 39. Essas mudanças possuem relação com as frequências naturais e amortecimento dessas formas modais, as quais possuem menor energia de excitação, por isso suas características são perdidas com facilidade pela contaminação do sinal. A explanação disso está na resposta de vibração da estrutura, pois, quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural da estrutura ocorre a formação de picos com elevada energia devido ao efeito da ressonância.

São nessas faixas de oscilação que ocorrem os aumentos das energias de vibração e causam deformações ou ruína na estrutura devido a ressonância. Nesse caso, as frequências modais mais elevadas necessitam de uma quantidade maior de energia para serem excitadas, ao ponto que mesmo na presença do acréscimo de ruído permaneça com estabilidade visual. Como nesse caso não ocorreu quantidade de energia suficiente, as formas modais mais elevadas são as mais perderam a sua ordem modal na presença do ruído, conforme se observa no diagrama de estabilidade nas figuras 34 até 39.

Quando analisado a segunda e sexta forma modal pelo programa SAP2000™. Essas formas modais com as frequências naturais de 20,012Hz e 72,1063Hz não obtiveram energia suficiente para excitar os acelerômetros, a partir do efeito de torção na estrutura. Essa excitação não apresentou energia suficiente para excitar os acelerômetros nas formas modais computacionais.

Tabela 06 - Frequências Naturais

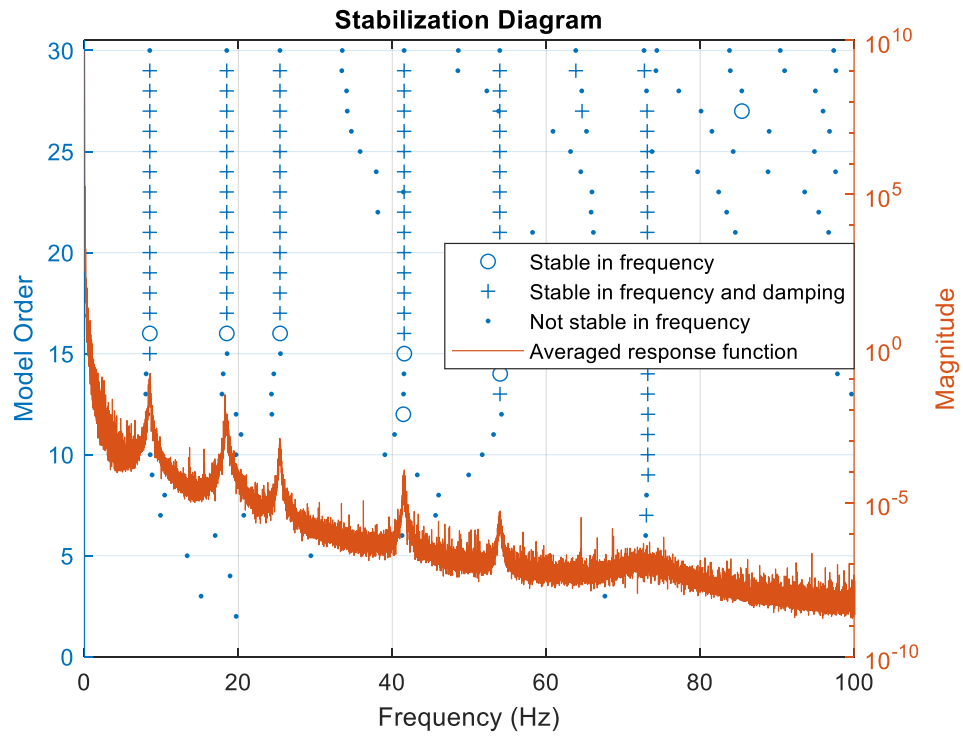
	ACELERÔMETRO	SAP2000
PRIMEIRA	8,49	8,49
SEGUNDA	18,48	18,48
TERCEIRA	25,40	20,01
QUARTA	41,53	25,40
QUINTA	53,96	41,53
SEXTA	72,11	53,96
SETÍMA	73,17	73,17

Fonte: Autor, 2022.

A utilização do comando *modalsd* explicado no apêndice A possibilitou a formação do diagrama de estabilidade que é uma ferramenta importante para auxiliar na separação de picos de diferentes origens. A relevância desse comando foi na identificação dos modos físicos e dos espúrios, pois pressupõe que nas formas de obtenção das frequências modais esteja presente também as formas modais hipotéticas.

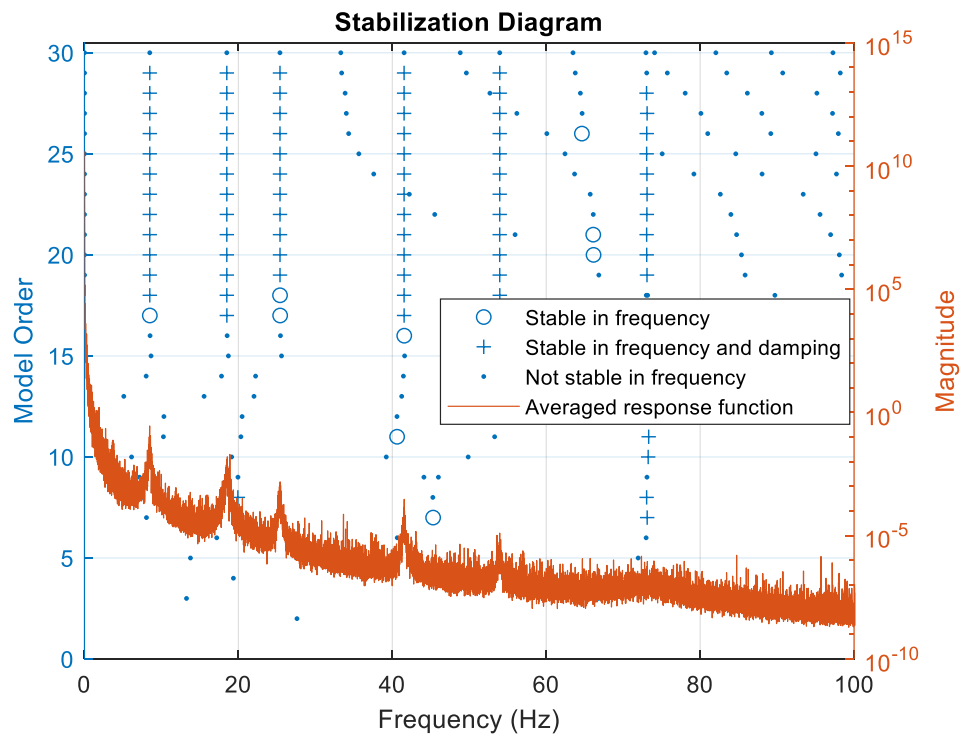
Essa técnica tem como premissa identificar os modos físicos presentes no sistema através de uma baixa variação de frequência e amortecimento, quando comparado com as outras frequências modais não físicas que possuem elevada variação (PASSOS, 2020). O acréscimo de ruído proporcionou a redução da estabilidade, principalmente, nas ordens modais mais baixas, perdendo assim a sua estabilidade das formas modais, conforme observado abaixo. Portanto, com o acréscimo de ruído a estabilização do modelo ocorreu somente nas ordens mais elevadas.

Figura 34 - Diagrama de estabilidade com 5% de ruído



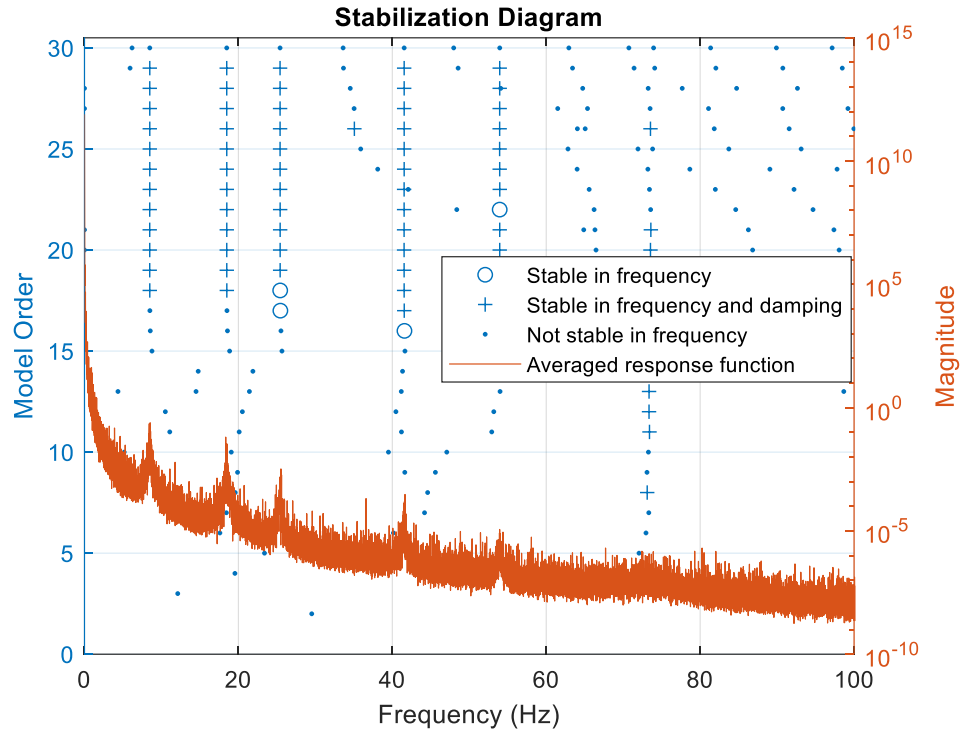
Fonte: Autor, 2022.

Figura 35 - Diagrama de estabilidade com 10% de ruído



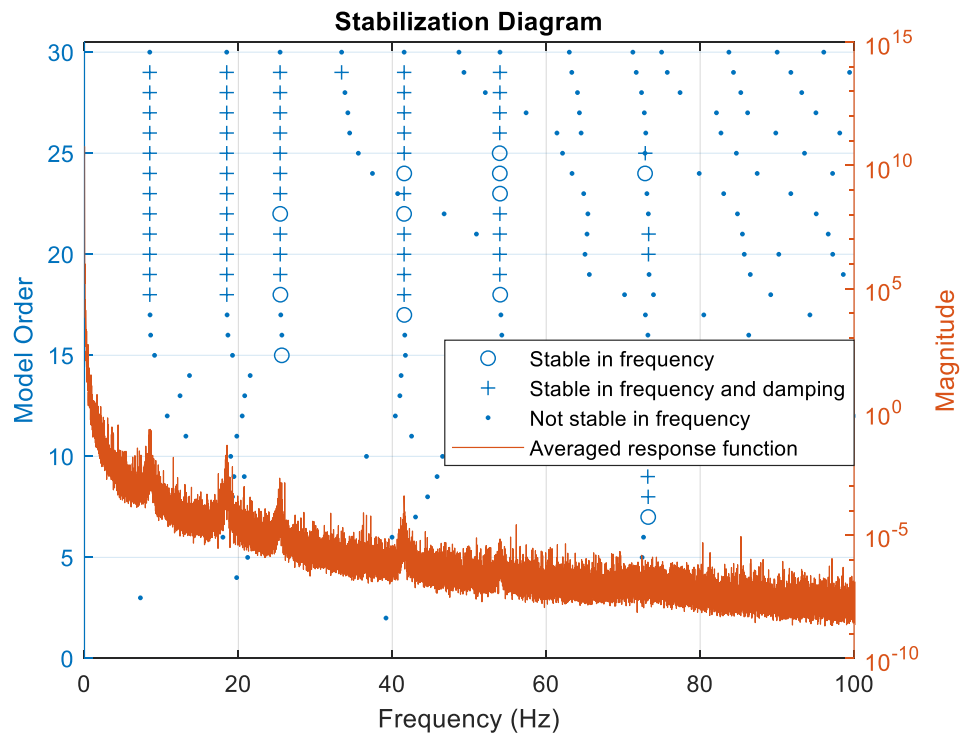
Fonte: Autor, 2022.

Figura 36 - Diagrama de estabilidade com 15% de ruído



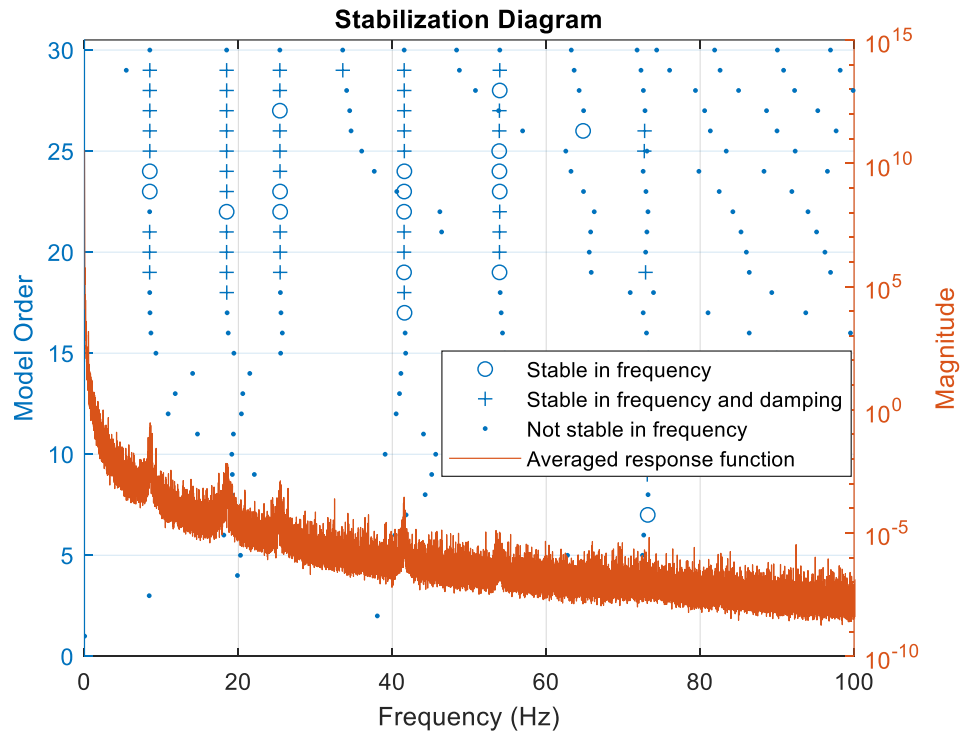
Fonte: Autor, 2022.

Figura 37 - Diagrama de estabilidade com 20% de ruído



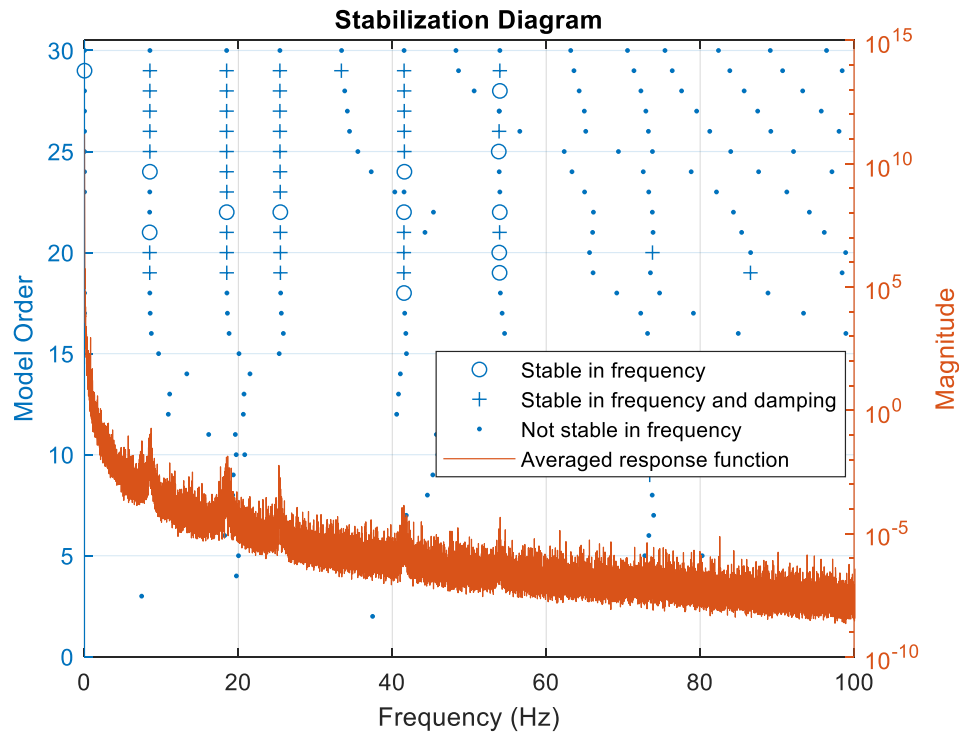
Fonte: Autor, 2022.

Figura 38 - Diagrama de estabilidade com 25% de ruído



Fonte: Autor, 2022.

Figura 39 - Diagrama de estabilidade com 30% de ruído

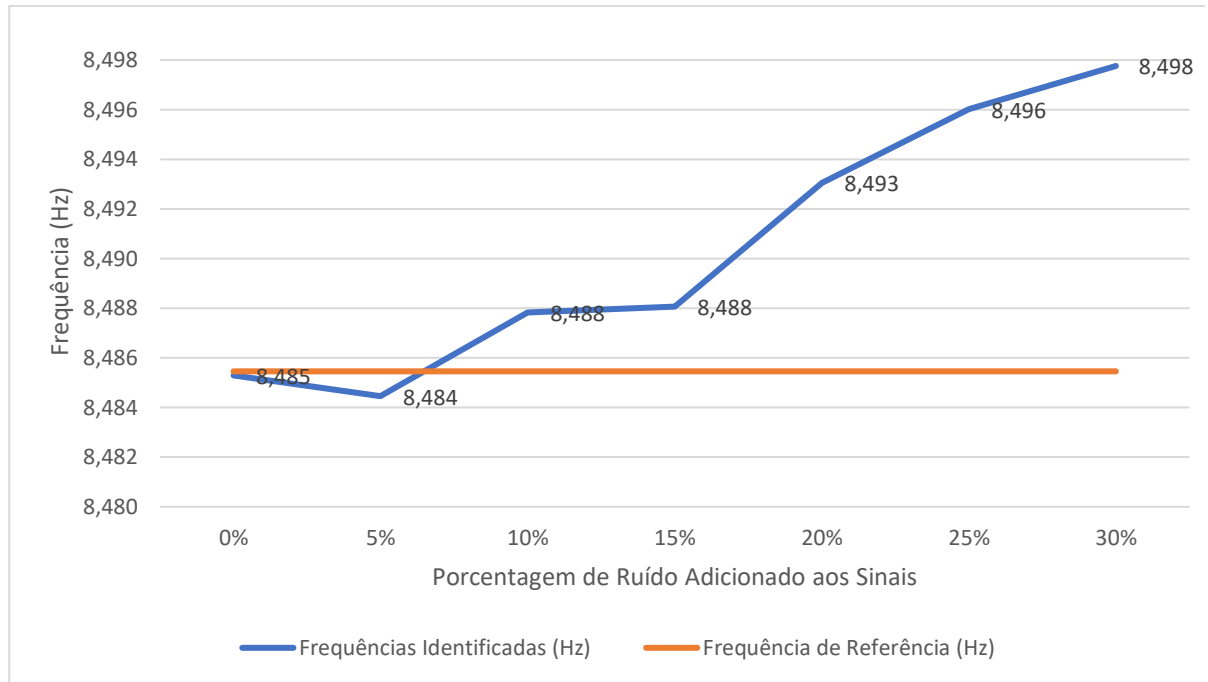


Fonte: Autor, 2022.

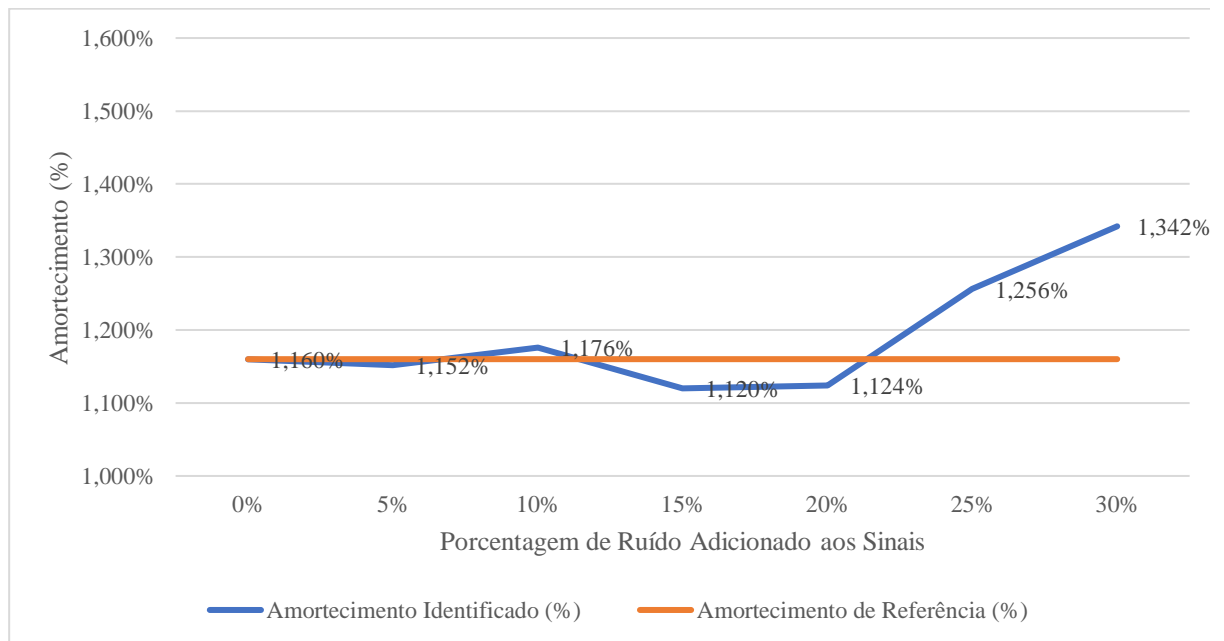
Após a construção dos diagramas de estabilidade, tentou-se analisar as alterações que as frequências naturais e os fatores de amortecimento apresentaram na aplicação de ruído. O comando modalfit que utiliza o método do LSCE para calcular as frequências e amortecimento, visto que as frequências naturais foram as que apresentaram a menor variação de valores na presença do ruído, quando comparado com o amortecimento. Isso tem a ver pelo fato do amortecimento ser muito sensível na presença do ruído. Os valores de amortecimento também apresentaram uma menor variação nas primeiras formas modais, enquanto as últimas formas modais apresentaram uma maior variação na taxa de amortecimento, pois essas formas são mais representativas e precisam de maiores excitações para sofrerem alterações.

A primeira, a segunda e a terceira formas modais foram as que apresentaram menor variação na presença do ruído, em comparação com as outras formas modais. Isso pode ser observado nas figuras de (40) até (45). Na apresentação das figuras se usou o valor obtido pelo SAP2000™ como a frequência de referência.

Figura 40 - 1º modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



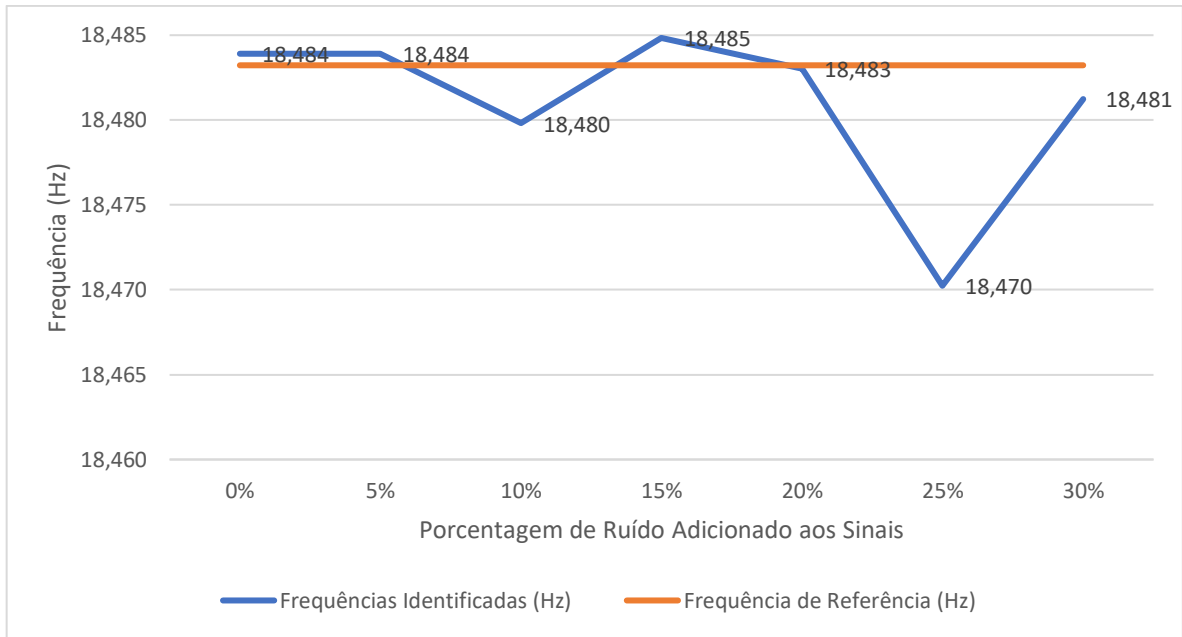
(a)



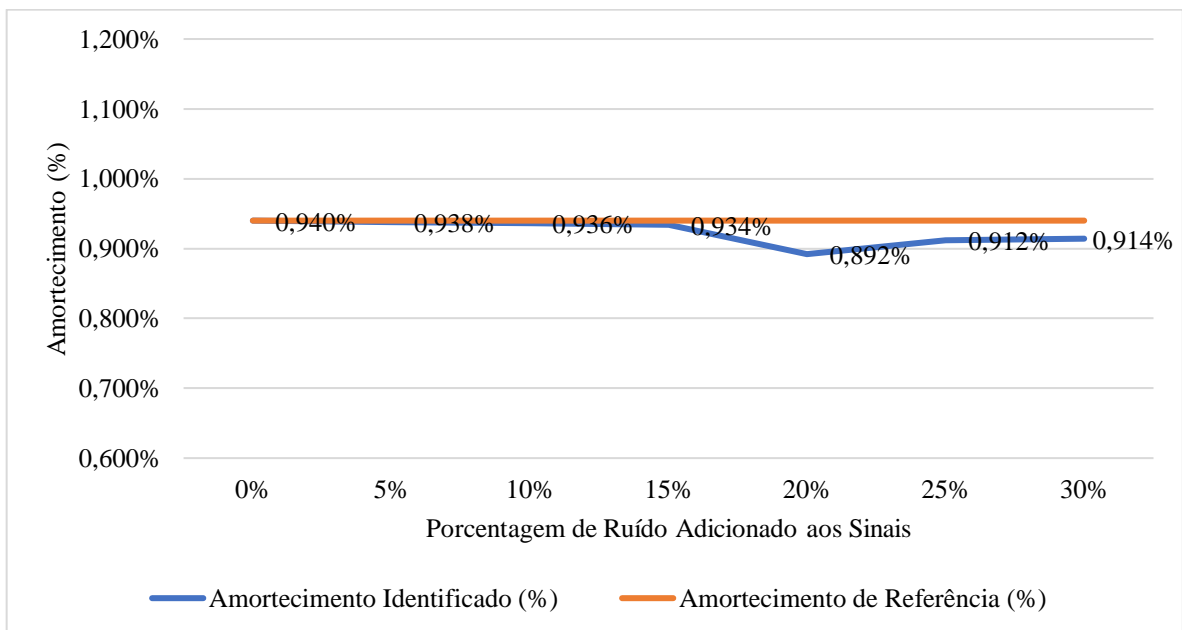
(b)

Fonte: Autor, 2022.

Figura 41 - 2^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



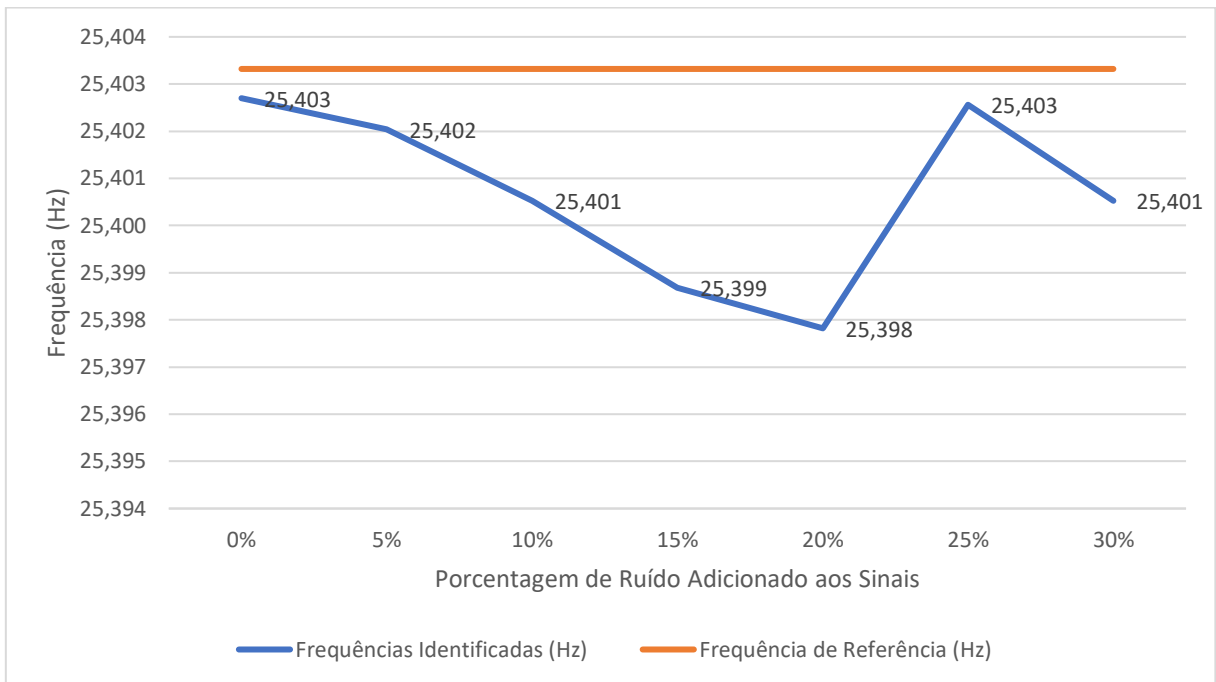
(a)



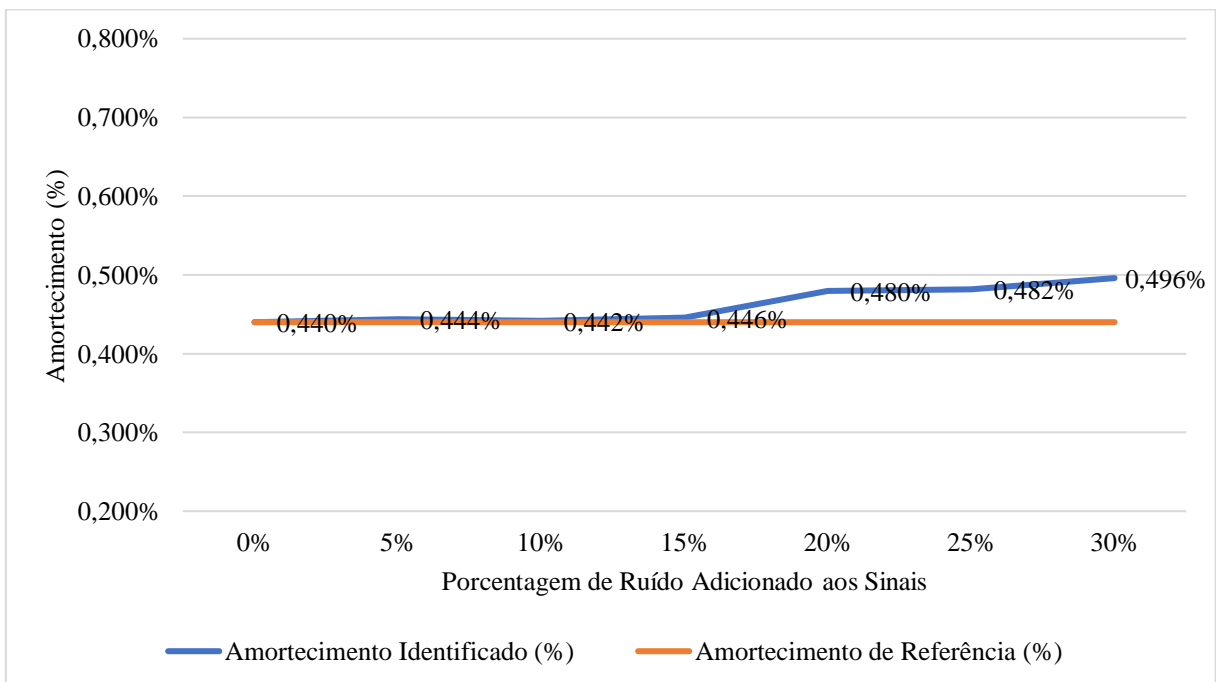
(b)

Fonte: Autor, 2022.

Figura 42 - 3^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



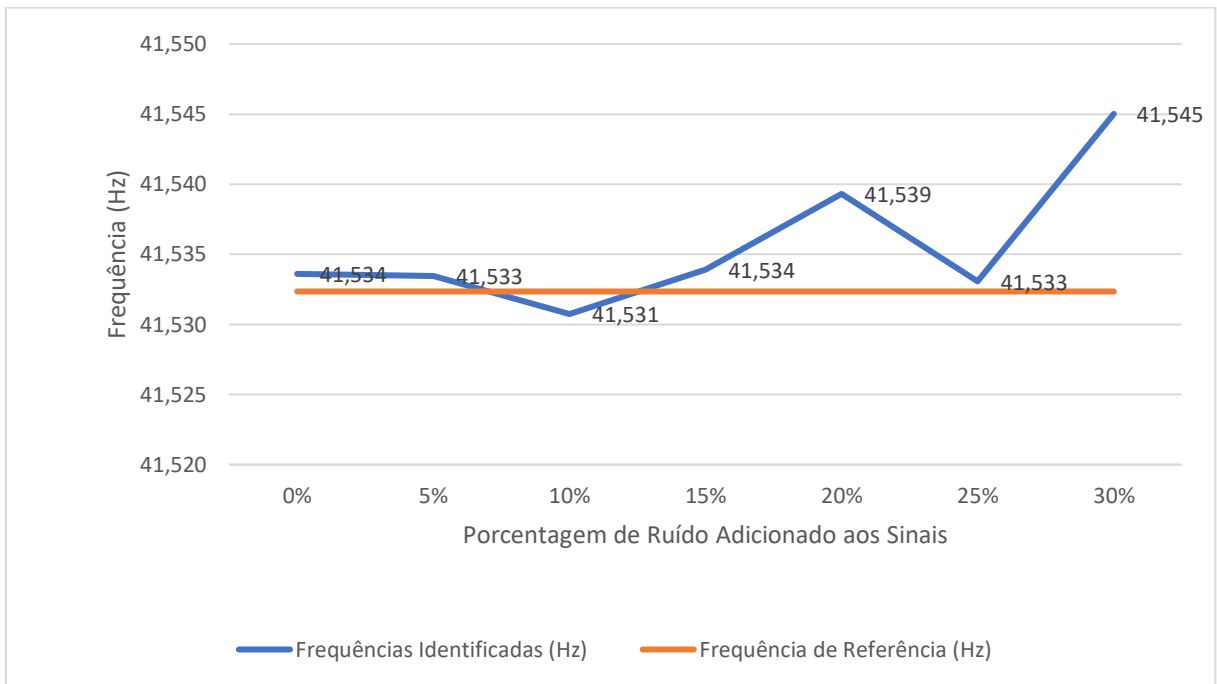
(a)



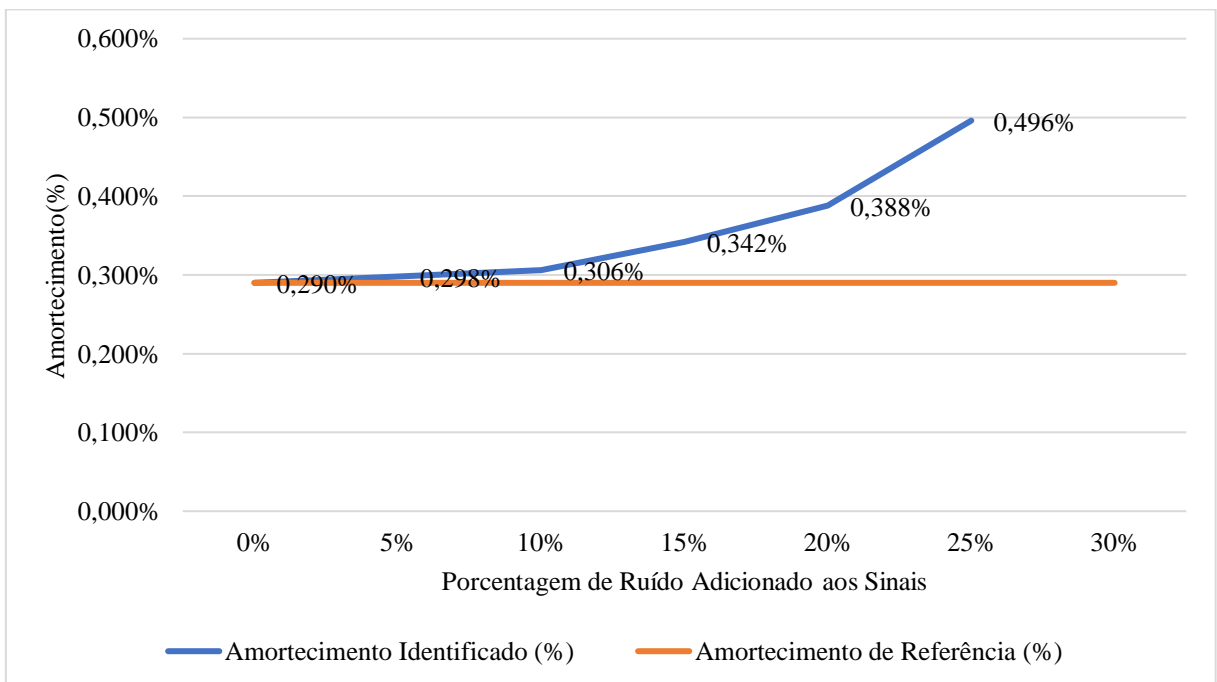
(b)

Fonte: Autor, 2022.

Figura 43 - 4^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



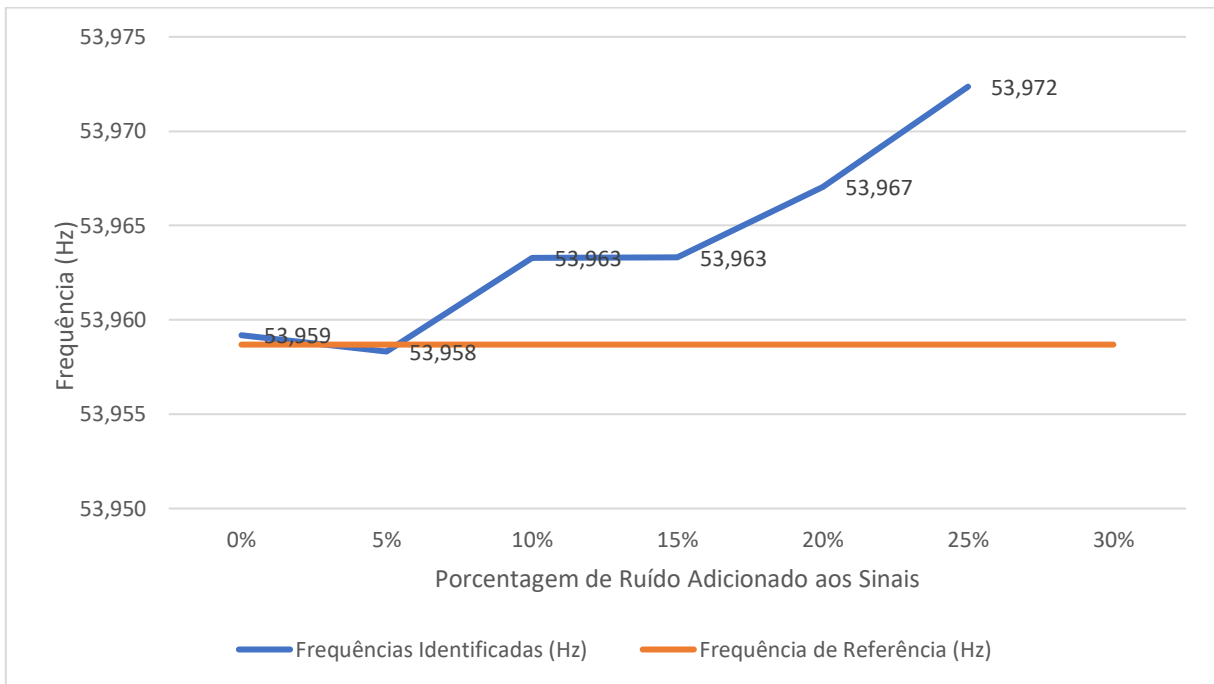
(a)



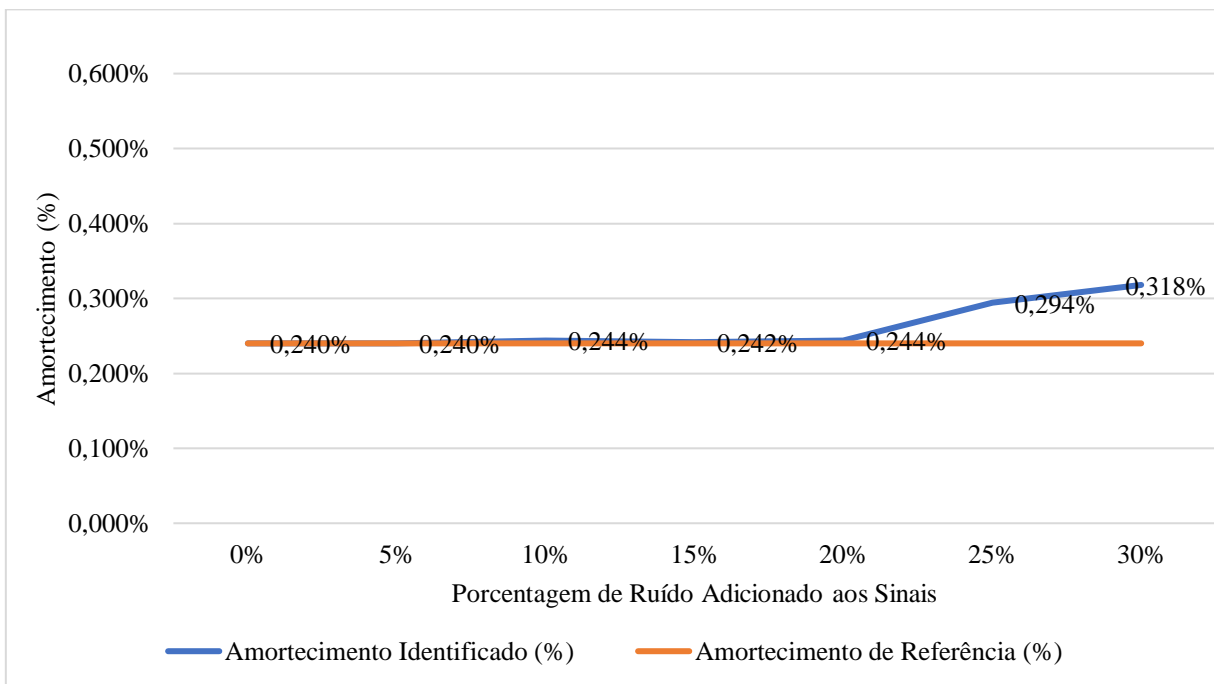
(b)

Fonte: Autor, 2022.

Figura 44 - 5^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



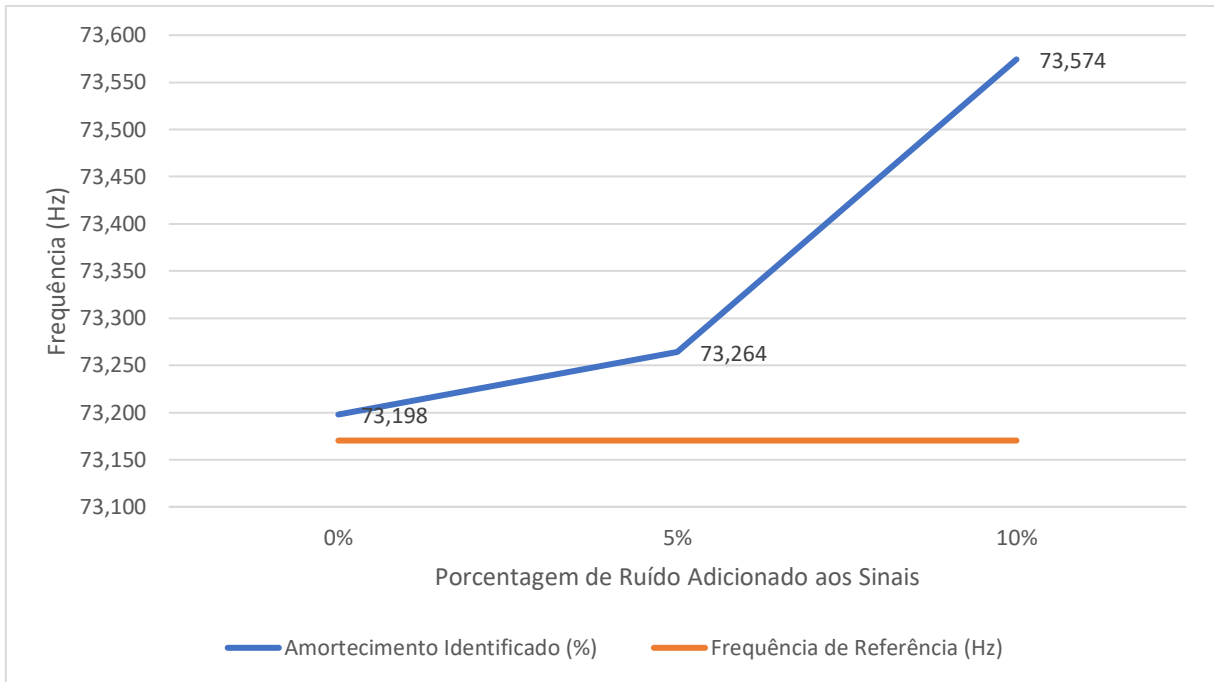
(a)



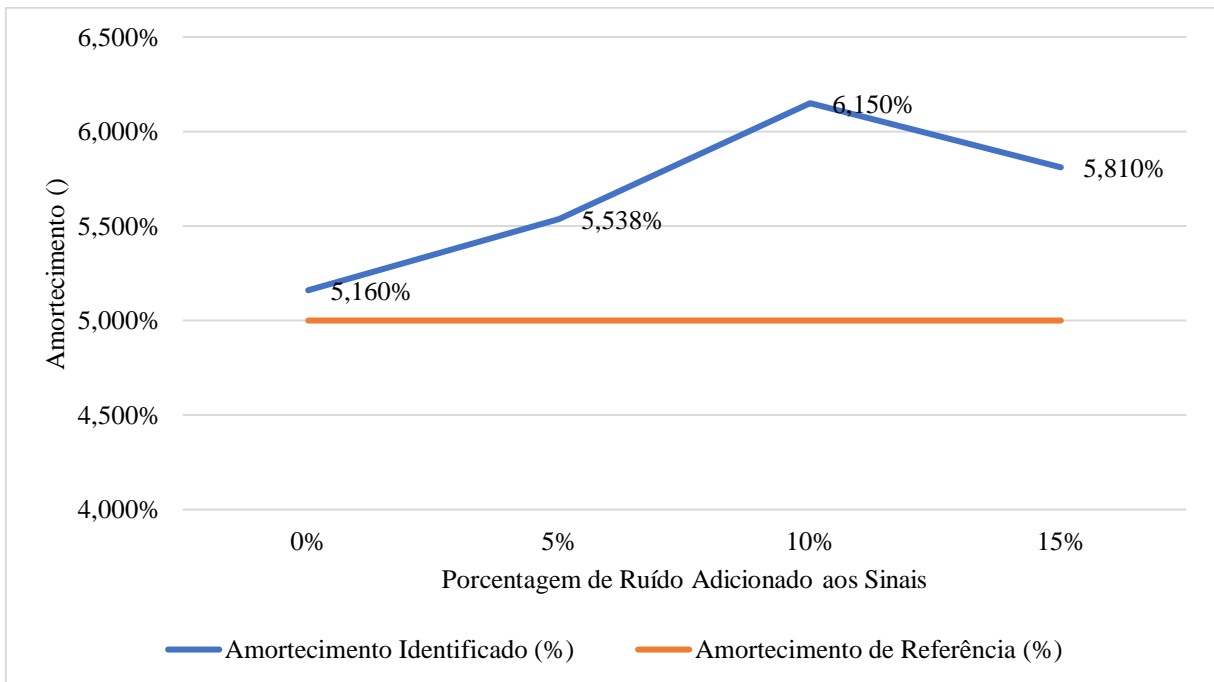
(b)

Fonte: Autor, 2022.

Figura 45 - 6^o modo de vibrar: (a) Frequência Natural (Hz), (b) taxa de amortecimento



(a)



(b)

Fonte: Autor, 2022.

A Tabela 07 apresenta o erro relativo em porcentagem entre os parâmetros de referência do modelo computacional contrapostos aos parâmetros identificados pelo ensaio simulado. Essa relação possibilita verificar uma maior variação nas formas modais mais elevadas, tanto para a frequência natural quanto para o amortecimento. Percebe-se que o segundo modo de vibração é o mais estável entre as três primeiras formas de vibrar. As frequências naturais apresentam maior erro relativo quando comparada com o fator de amortecimento, porque o amortecimento é um fator mais sensível na presença de ruído. Como esperado, os modos mais elevados vão se corrompendo com a aumento de ruído até apresentarem elevados erros relativos.

Tabela 07 – Erro relativo nas frequência

PORCENTAGEM DE RUÍDO	Frequências Identificadas (Hz) - ERRO					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
PRIMEIRA	0,012%	0,028%	0,031%	0,090%	0,124%	0,145%
SEGUNDA	0,004%	0,018%	0,009%	0,001%	0,070%	0,011%
TERCEIRA	0,005%	0,011%	0,018%	0,022%	0,003%	0,011%
QUARTA	0,003%	0,004%	0,004%	0,017%	0,002%	0,031%
QUINTA	0,001%	0,009%	0,009%	0,015%		
SEXTA	0,128%	0,552%				

Fonte: Autor, 2022.

Tabela 08 – Erro relativo nas razões de amortecimento

PORCENTAGEM DE RUÍDO	Amortecimento Identificado (%) - ERRO					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
PRIMEIRA	0,690%	1,379%	3,448%	3,103%	8,276%	15,690%
SEGUNDA	0,213%	0,426%	0,638%	5,106%	2,979%	2,766%
TERCEIRA	0,909%	0,455%	1,364%	9,091%	9,545%	12,727%
QUARTA	0,000%	1,667%	0,833%	1,667%	22,500%	32,500%
QUINTA	2,759%	5,517%	17,931%	33,793%		
SEXTA	10,760%	23,000%				

Fonte: 2022.

5. CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido no âmbito de graduação teve como objetivo principal a aquisição de conhecimento na área de identificação modal pelo método da Função Resposta em Frequência. Permitindo assim, o desenvolvimento e a aplicação de um conjunto de ferramentas destinadas à análise e processamento de dados decorrentes de um ensaio computacional.

De maneira mais específica dentro do escopo deste trabalho, no que tange a identificação estrutural, que é o passo precursor para caracterização desse modelo, foi produzido a partir da implementação de técnicas que tiveram como intuito quantificar os parâmetros modais. A técnica determinística utilizada correlaciona sinais de entrada com de saída buscando parametrizar essa relação com o propósito de se obter, em seguida, as características modais por métodos numéricos. Essa verificação foi feita por comandos nativos do programa MATLAB™.

A partir do cálculo da FRF foi possível solicitar, por comando nativo do MATLAB™, o diagrama de estabilidade para em seguida mensurar os parâmetros modais da estrutura. Que nesse estudo, foram as frequências naturais e os fatores de amortecimento. O código aplicado usou o Método Exponencial do Mínimo Quadrado (LSCE) para resolver essa relação entre os sinais.

A partir da obtenção desses parâmetros, buscou-se comparar os seus valores com outros parâmetros que tiveram um acréscimo de ruído na resposta de saída do sinal. A introdução desse ruído causou variação nas frequências naturais e nos fatores de amortecimento das várias formas modais.

Com adição de ruído, pôde-se avaliar a variabilidade dos parâmetros modais identificados, uma vez que as últimas formas modais são as que apresentaram maior erro percentual quando correlacionadas aos parâmetros de referência, além de se tornarem mais difíceis de serem estabilizadas. As formas modais 1, 2 e 3 foram as que apresentaram uma menor dispersão dos seus valores de frequências e amortecimento com a introdução do ruído.

O uso do diagrama de estabilidade possibilitou a confirmação da frequência natural e do fator de amortecimento real da estrutura, a partir da verificação de uma faixa de valores por meio de um critério de estabilidade. A formulação do diagrama tem como propósito identificar as frequências e amortecimentos que sofreram uma maior variação de seus valores. Em várias situações, os valores físicos apresentam uma

maior estabilidade, enquanto os valores espúrios possuem uma menor estabilidade. A partir disso, foi possível observar que mesmo com o acréscimo de ruído, o sinal não apresentou mudanças nas formas modais fundamentais tão abruptas.

6. REFERÊNCIAS

AMADOR, Sandro Diord Rescinho. **Programação computacional interface gráfica para identificação estocástica de parâmetros modais de estruturas civis - aplicação em pontes e torres de linha de transmissão**. Tese de mestrado – Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, 2007.

Andersen P., Brincker R., Peeters B., De Roeck G., Hermans, L., Kramer, C., **“Comparison of System Identification Methods Using Ambient Bridge Test Data”**, IMAC XVII, Kissimmee, USA, (1999).

ARAUJO, I. D. G. **Análise Modal Operacional: Métodos de Identificação Baseados em Transmissibilidade**, 2015. São Carlos: (Doutorado) Universidade de São Paulo.

ASSIS, Wayne Santos de. **Sistemas computacionais de apoio à monitoração de estruturas de engenharia civil**. Tese de Doutorado – Tese de D. Sc., Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, Brasil, 2007.

BARROS, Luma Caroline De. **Aplicação de Métodos no Domínio da Frequência para Identificação Modal de Estruturas**. 2016. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2016.

BORGES, A. S. **Análise modal baseada apenas na resposta: decomposição no domínio da frequência**. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2006.

BORGES, J. P. das C. **Análise modal operacional: um estudo de caso da influência da alvenaria no comportamento dinâmico de prédios altos**. Tese (Mestrado) — Tese de Ms.Sc., UFPA/Tucuruí, Pará, Brasil, 2020.

BORGES, Jair Goncalves de Oliveira. **Avaliação de métodos baseados na decomposição no domínio da frequência para identificação modal de estruturas** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Centro de ciências e tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, UENF. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2010.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 2nd.ed. New York: McGrawHill, 1993

ECARD, Vinicius de Castro. **Investigação das propriedades de sinais eletromiográfico de superfície utilizando baricentros estimados através do espectro de potência**. Tese de graduação – Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Juiz de Fora, 2017.

ESQUINCALHA, A. da C.; MORAES, K. L. **Estimação de parâmetros de sinais modelados por somas de exponenciais complexas**. REMAT: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 3, n. 1, p. 174–190, 2017. DOI: 10.35819/remat2017v3i1id2156. Disponível em: <https://www.periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/2156>. Acesso em: 1 ago. 2022.

ARAGÃO, L. F. C. M. de A. **Identificação de estruturas em operação através de análise modal híbrida**. Tese (Doutorado) — Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

FREITAS, T. C. d. **Identificação de parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura identificação estocástica de subespaço e decomposição no domínio da frequência**. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2008.

HE, Jimin; FU, Zhi-Fang. **Modal Analysis**. 7. ed. Oxford, MA: Butterworth-Heinemann, 2001

HIGUTI, Ricardo Tokio. **Análise Espectral Usando a DFT**. Nota de Aula. Departamento de Engenharia Elétrica, UNESP, FEIS. Link de acesso:< chrome-extension://efaidnbnmnnibpcajpcgclcfndmkaj/https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/ele1095_5_analiseespectral.pdf>

KREYSZIG, E. 1993. **Advanced Engineering Mathematics**. Willey, New York.

LAZANHA, Estevão Carcioffi. **Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sob excitação aleatória de vento**. Tese de mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo USP, São Paulo, 2003.

LEME, Leandro Marinho Marques. **Estudo comparativo de técnicas de análise modal experimental no domínio da frequência em uma barra na condição de contorno livre-livre.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, COEME. Universidade Tecnologia Federal do Paraná, Paraná, 2014.

Ljung L., "**System Identification – Theory for the User**". Second edition, Prentice Hall, USA, (1999).

MACHADO, P. A.; MOECKE, M. **Estudos Iniciais do Sistema didático para análise de sinais no domínio da frequência DSA-PC: tipos de janelas temporais.** Disponível em: < <http://wiki.sj.ifsc.edu.br/wiki/images/7/7f/Estudos-DSA.pdf> > 2011. Acesso em: 20 junho.2022.

MAIA, Nuno Manuel Mendes; SILVA, Júlio Martins Montalvão. **Theoretical and Experimental Modal Analysis.** ed., 1997.

MACHADO, Rafael Rodrigues Maia. **Identificação por Análise Modal Operacional: Algoritmo de Abordagem Clássica no Domínio da Frequência.**12 72 018. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Porto, Porto, 2018.

MAGALHÃES, F. M. R. L. **Identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos.** Dissertação de mestrado - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - FEUP, 234 p, Porto, 2004.

MEDEIROS et al, Fernando Vianna Brasil, Leandro dos Reis Lopes. **Identificação de falhas em estruturas por meio de análise modal experimental.** Dissertação (Graduação em Engenharia Fortificação e Construção) – Instituto Militar de Engenharia, IME., Rio de Janeiro, 2016.

MESQUITA, A. L. A. et al. **Estudo de técnicas de análise modal operacional em sistemas sujeitos a excitações aleatórias com a presença de componente harmônico.** 2006.

MINHALMA, António Pedro Santos Silva do Nascimento. **Análise Modal de um Edifício de Paredes de Alvenaria Resistente.** 2015. 89 f. Dissertação (Mestrado em

Engenharia Civil) - Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova Lisboa, Lisboa, 2015.

MRABET, E.; ABDELGHANI, M.; KAHLA, N. B. **A New Criterion for the Stabilization Diagram Used with Stochastic Subspace Identification Methods: An Application to na Aircraft Skeleton.** Shock and Vibration, 2014.

NETO, Wylson Zon, **Identificação de Parâmetros modais de uma viga engastada utilizando teste de impacto** (Graduação em Engenharia Naval e Oceânica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, 2015.

OLIVEIRA, Victor Ulysses Sousa Oliveira. **Análise Sísmica de Pórticos Planos Metálicos Utilizando o Método dos Elementos Finitos.** 2016. 67 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

PASSOS, Eduardo Zibetti dos, Roman Kuiava, Gustavo Henrique da Costa Oliveira, and André Pedretti. **"Aplicação de Diagramas de Estabilização para a Identificação de Dinâmicas Oscilatórias Eletromecânicas a partir da Estimação Modal em Sinais de μ PMU's."** In Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos – SBSE 2020. SBABRA, 2020. <http://dx.doi.org/10.48011/sbse.v1i1.2451>.

PASSOS, Eduardo Zibetti dos. **Proposta de diagrama de estabilização para identificação de dinâmicas oscilatórias eletromecânica em sistemas elétricos de potência.** Tese de mestre – Universidade Federal do Paraná, UFPR, Paraná, 2020.

PEREIRA, Maria Amélia, **Acionamento de dispositivos via decodificação de sons utilizando a transformada rápida de Fourier em um microcontrolador.** (Graduação em Engenharia de Controle e automação) – Universidade Federal de Ouro Preto, 2017.

PRAZZO, C. 2011. **Análise modal de uma estrutura do tipo viga utilizando materiais piezelétricos (PVDF) como sensores.** Dissertação, Universidade Estadual Paulista/Ilha Solteira.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas.** [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008.

REIS, Cesar Gonçalves dos R. **Estimativa da vida em fadiga de componentes submetidos a solicitações aleatórias**. Tese de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul UFRGS, Rio Grande do Sul, 2013.

ROCHA, Tiago Cavalcanti da. **Estudo e Aplicação da Transformada de Fourier na Regularização de dados sísmicos na exploração de petróleo**. Tese de mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Rio Grande do Norte, 2016.

RODRIGUES, J. **Identificação modal estocástica: métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil**. Tese de doutorado - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto - FEUP, 526 p, Porto, 2004.

RODRIGUES, Jorge. **Identificação Modal Estocástica Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil**. 2004. 484 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil), Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Universidade do Porto, Porto, 2004.

SOEIRO, N. S. **Análise modal experimental**. Apostila de aula. Belém - PA, 2001.

VASCONCELLOS, Renata Teixeira de Barros e. **Análise de erros em sistemas de amostragem aplicados a medições de alta exatidão**. Tese de Doutorado – Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

WAGNER, Gustavo Brattstroem. **Análise Modal Operacional no Domínio do tempo: Um estudo crítico dos métodos de identificação**. Tese de mestrado - Faculdade de Engenharia Mecânica do centro Técnico Científico da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2017.

APÊNDICE A

```

%% COMANDO TCC

clc;

clear all;

close all;

disp('-----')

disp('          Universidade Federal do Paraj          ')

%% COMANDO TCC
clc;
clear all;
close all;
disp('-----')
disp('          Universidade Federal do Paraj          ')
disp('          Instituto de Tecnologia - ITEC          ')
disp('          Faculdade de Engenharia Civil - FEC          ')
disp('          Autor: Arthur Fretias e Edilson Moraes          ')
disp('          Program Main - Para Identificacao Estrutural Deterministica          ')
disp('-----')

%Algoritmo para IdentificaÃ§Ã£o de Estruturas utilizando as funÃ§Ãµes de
%processamento de sinais do Matlab ModalFRF e Modalfit

%Dados de Entrada
    % ENTRADA
ENTRADA = dlmread('C:\Users\arthu\OneDrive\TCC\CÓDIGOS
MATLAB\códigosusadosTCC\SINAL\RuidoBrancoWgn.txt');
    % SAIDA
% SAIDA = dlmread('C:\Users\arthu\OneDrive\TCC\CÓDIGOS
MATLAB\códigosusadosTCC\SINAL\SINAIS.WGN.txt');
SAIDA = dlmread('C:\Users\arthu\OneDrive\TCC\CÓDIGOS MATLAB\códigosusadosTCC\SINAL\sinais.txt');
    % COMPRIMENTO DO SINAL
LA = size(ENTRADA,1); % ENTRADA
L = size(SAIDA,1); % SAIDA
    % TEMPO
tempE = ENTRADA(:,1); % ENTRADA
tempS = SAIDA(:,1); % SAIDA
    % FORÇA DOMINIO DO TEMPO
E = ENTRADA(:,2); % Resposta ENTRADA
S1 = SAIDA(:,2:17); % Resposta SAIDA SEM RUIDO
S = SAIDA(:,2:17); % Resposta SAIDA COM RUIDO
Fs = 400; % Frequencia de amostragem hz
T = 1/Fs; % Período da frequencia de amostragem.
df = Fs/L; % Incremento da frequencia
dt = T/L; % Incremento do tempo
% Pegando as acelerações da laje 4
%% FUNÇÃO RESPSOTA EM FREQUENCIA SEM RUIDO

% comp = length(S1);
% janela = floor((comp/100));
% [frf,f1,coh] = modalfrf(E,S1(1:360000,:),Fs,hann(janela));

```

```

%% coh retorna a matriz de coerencias multiplas.
%%Monta diagrama de Estabilidade para determinaÃ§Ã£o de Modos Físicos
figure(1)
modalsd(frf,f1,Fs,'MaxModes',30);
hold on
%% figure (2)
%% modalfrf(E,S1(1:360000,:),hann(janela)
%% %Insira os modos fÃ-sicos encontrados no diagrama de Estabilidade
phfr = [8.5556 18.5556 25.444 41.556 54 72.7778 ];
[fn,dr,ms,ofrf] = modalfit(frf,f1,Fs,12,'PhysFreq',phfr);
figure (2)
subplot(2,1,1)
sinal=abs(frf);
plot(f1,20*log10(sinal))
set(gca,'xlim')
set(gca,'ylim')
grid on
title('Função Resposta em Frequência','FontSize',20)
xlabel('F(Hz)','FontSize',14)
ylabel('|FRF|','FontSize',14)

%% FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUENCIA COM RUIDO
rui=0.15; % valor em porcentagem
r=rui*max(S);
A = length(S);
N = length(S(1,:));
rdn = wgn(A,1,0);
for Ac = 1:N
    result = r(:,Ac);

    S(:,Ac) = S(:,Ac) + result.*wgn(A,1,0);

end
S;
comp = length(S);
janela = floor((comp/100));
[frfr,f1r,cohr] = modalfrf(E,S(1:360000,:),Fs,hann(janela));
%% coh retorna a matriz de coerencias multiplas.
%%Monta diagrama de Estabilidade para determinaÃ§Ã£o de Modos Físicos
figure(1)
modalsd(frfr,f1r,Fs,'MaxModes',30,'FreqRange',[0 80]);

%Insira os modos físicos encontrados no diagrama de Estabilidade na phfr
phfr = [8.4827 18.4871 25.4444 41.6667 54 72.8889 174.1111 ];
[fnr,dr,msr,ofrfr] = modalfit(frfr,f1r,Fs,14,'PhysFreq',phfr);
subplot(2,1,2)
figure(2)
plot(f1r,log10(frfr))
set(gca,'xlim',[0 80])
set(gca,'ylim')
grid on
title(['Função Resposta em Frequência com sinais com ruido de ',num2str(rui*100),'%'],'FontSize',20)
xlabel('F(Hz)','FontSize',14)
ylabel('|FRF|','FontSize',14)

```

APÊNDICE B

```

%% Vaazamento espectral
% Nota de aula - Arthur Vinicius Macedo Freitas
clc;
close all;
clear;
% caso queira ter um sinal com 500 pontos
Fs = 1000; % Hz
n = 500;
time = (0:n-1)/Fs;
Ny = Fs/2; %Frequencia de Nyquist
df = Fs/n;
A = 31; % Vetor de frequencia de amostragem dentro da função que representa o sinal no
w = 2*pi*A; % representa a frequencia angular da função
% dominio da frequencia.
%criação do sinal
signal = zeros(size(time));
for fi = 1:length(A)
    signal = signal + 2*cos(w*time);
end

subplot(2,1,1);
plot(time,signal)
grid on
title(['y = 2cos(2\pi',num2str(A),'t)'],'FontSize',20);
xlabel('Tempo (s)','FontSize',20)
ylabel('Amplitude','FontSize',20);
legend('Sinal no dominio do tempo','FontSize',20)
%% Transformada de Fourier
y=fft(signal);
f = abs(y);
fre = (0:Fs-1)*df;
aux =floor(n/10)+1; %Limitação da plotagem
subplot(2,1,2);
stem(fre(1:aux),f(1:aux),'b')
grid on
title(['Sinal com vetor de frequência', ' ',num2str(A)],'FontSize',20)
xlabel('Frequência (Hz)','FontSize',20);
ylabel('Amplitude','FontSize',20);
legend('Sinal no dominio da frequência','FontSize',20);

```

APÊNDICE C

```

%% COMANDO TCC
clc;
clear all;
close all;
disp('-----')
disp('          Universidade Federal do Paraj          ')
disp('          Instituto de Tecnologia - ITEC          ')
disp('          Faculdade de Engenharia Civil - FEC      ')
disp('          Autor: Arthur Fretias e Edilson Moraes   ')
disp('          Program Main - Para Identificacao Estrutural Deterministica ')
disp('-----')

%Algoritmo para Identificac o de Estruturas utilizando as fun es de
%processamento de sinais do Matlab ModalFRF e Modalfit

%Dados de Entrada:
      % ENTRADA
ENTRADA          =          dlmread('C:\Users\arthu\OneDrive\TCC\C DIGOS
MATLAB\c digosusadosTCC\SINAL\RuidoBrancoWgn.txt');
      % SAIDA
SAIDA            =          dlmread('C:\Users\arthu\OneDrive\TCC\C DIGOS
MATLAB\c digosusadosTCC\SINAL\RuidoSAP\Amortecimento5.txt');

      % COMPRIMENTO DO SINAL
LA = size(ENTRADA,1); % ENTRADA
L = size(SAIDA,1); % SAIDA
      % TEMPO
tempE = ENTRADA(:,1); % ENTRADA
tempS = SAIDA(:,1); % SAIDA
      % FOR A DOMINIO DO TEMPO
E = ENTRADA(:,2); % Resposta ENTRADA
S1 = SAIDA(:,2:17); % Resposta SAIDA SEM RUIDO
S = SAIDA(:,2:17); % Resposta SAIDA COM RUIDO
Fs = 400; % Frequencia de amostragem hz
T = 1/Fs; % Per odo da frequencia de amostragem.
df = Fs/L; % Incremento da frequencia
dt = T/L; % Incremento do tempo

%% FUN O RESPOSTA EM FREQUENCIA COM RUIDO
rui=0.0; % valor em porcentagem
r=rui*max(S);
r1=rui*rms(S);
A = length(S); % comprimento da saida
B = length(E); % comprimento da entrada
N = length(S(1,:));
rdn = wgn(A,1,0);
for Ac = 1:N
    result = r(:,Ac);

    S(:,Ac) = S(:,Ac) + result*randn(1,A)';
end

```

```

E = E+rui*max(E)*randn(1,B);
S;
comp = length(S);
janela = floor((comp/50));
[frfr,f1r,cohr] = modalfrf(E,S(1:360000,:),Fs,hann(janela));

modalsd(frfr,f1r,Fs,'MaxModes',30,'SCriteria',[0.001 0.05],'FitMethod','lsce');

set(gca,'xlim',[0 100])

phfr= [8.48 18.48 25.40 41.53 53.95 73.30];

[fnr,drr,msr,ofrfr] = modalfit(frfr,f1r,Fs,30,'PhysFreq',phfr);
fnr
drr
%Imagem da FRF
figure(2)
plot(f1r,log10(frfr))
set(gca,'xlim',[0 100])
set(gca,'ylim')
grid on
title('Função Resposta em Frequência')
%title(['Função Resposta em Frequência com sinais com ruído de ',num2str(rui*100),'%'],'FontSize')
xlabel('F(Hz)')
ylabel('|FRF|')

figure (3)
N =(1:16);
fmax = 100;
FRF = real(10*log10(frfr));
f = f1r;
nodeids = N';
newplot;
waterfall(f(f<fmax),nodeids,(FRF(f<fmax,nodeids)));
yticks(nodeids);
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Acelerômetros')
zlabel('Parte real da FRF')
title('Função Resposta em Frequência')
ax = gca;
set(ax,'YDir','Reverse');
%
```