UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BRAGANÇA
FACULDADE DE MATEMÁTICA

ANA PAULA OLIVEIRA GOMES

IRLAN IVISSON MELO DE SOUSA

BRAGANÇA
2023

ANA PAULA OLIVEIRA GOMES

IRLAN IVISSON MELO DE SOUSA

FINANCIAMENTO IMOBILIÁRIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA PLANILHA ELETRONICA MICROSOFT EXCEL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Bragança, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena.

BRAGANÇA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48f Oliveira Gomes, Ana Paula.
Financiamento Imobiliário: uma abordagem por meio da planilha eletrônica Microsoft Excel / Ana Paula Oliveira Gomes, Irlan Ivison Melo de. — 2023.
56 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Bragança, Faculdade de Matemática, Bragança, 2023.

1. Matemática Financeira. 2. Microsoft Excel. 3. Financiamento Imobiliário . I. Título.

CDD 513.93

ANA PAULA OLIVEIRA GOMES

IRLAN IVISSON MELO DE SOUSA

FINANCIAMENTO IMOBILIÁRIO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA PLANILHA ELETRONICA MICROSOFT EXCEL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Bragança, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data da aprovação: 04/08/2023

Conceito: Excelente

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr Elizardo Fabricio Lima Lucena
Orientador – UFPA

Prof. Dr. Ronald Cardoso Barbosa
Examinador Interno – UFPA

Prof. Dr. Luiz Gutemberg Rosario Miranda
Examinador Interno - UFPA

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradecer a Deus, pois sem ele nada seria possível. Agradecemos um ao outro por ser um parceiro incansável nessa jornada. O comprometimento mútuo e a colaboração foram fundamentais para superar os desafios e alcançar nossos objetivos. Aprendemos juntos, crescemos juntos e compartilhamos momentos de dedicação e entusiasmo durante toda a elaboração deste TCC.

Expressamos nossa profunda gratidão ao nosso orientador Prof. Dr Elizardo Fabricio Lima Lucena, pela orientação sábia e pela paciência em nos guiar ao longo deste projeto. Suas contribuições foram inestimáveis e nos auxiliaram a encontrar o caminho certo para a condução desta pesquisa. Não podemos deixar de mencionar nossos amigos e familiares, que nos apoiaram incondicionalmente, seu incentivo e encorajamento foram valiosos para mantermos o foco e a espiritualidade.

Este trabalho é fruto de nossa parceria, comprometimento e esforços conjuntos. Acreditamos que o trabalho em equipe foi o ponto-chave para o sucesso desta empreitada. Muito obrigado a todos que nos aguardaram nesta jornada.

"

"Nada é particularmente difícil se você dividir em pequenas tarefas."

(HENRY FORD)

RESUMO

A Matemática Financeira encontra-se muito presente em nosso cotidiano, como por exemplo, quando realizamos uma compra com pagamento à vista ou parcelado, ou até mesmo quando efetuamos o financiamento de um automóvel ou imóvel. Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo apresentar um estudo sobre o Financiamento Imobiliário, nesse contexto, vamos discutir as opções viáveis para a convenção do pagamento.

Palavras-chave: Matemática financeira, Microsoft Excel, Financiamento Imobiliário.

ABSTRACT

Financial Mathematics is very present in our daily lives, such as when we make a purchase with cash or installment payment, or even when we finance a car or property. In this way, the present work aims to present a study on Real Estate Financing, in this context, we will discuss the viable options for the payment Convention.

Keywords: Financial mathematics, Microsoft Excel, Real Estate Financing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

Sumário

INTRODUÇÃO

A matemática financeira é uma área de estudos que utiliza conceitos matemáticos para resolver problemas financeiros cotidianos desde uma simples compra para se optar pelo pagamento à vista ou parcelado até investimentos, empréstimos e financiamentos. Em 2023 mais de 78,3% das famílias brasileiras estavam endividadas, e muito deste endividamento se deve ao desconhecimento por parte destas mesmas famílias de como gerir suas finanças, de acordo com a Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic), da Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC).

A aplicação desses conceitos é fundamental para o funcionamento do mercado financeiro, pois permite a análise e a tomada de decisões, seja ela em uma empresa ou na vida pessoal em relação a diversas modalidades de investimentos e créditos. E segundo o professor e consultor financeiro Assaf Neto "A matemática financeira é essencial para o gerenciamento financeiro e a tomada de decisões de investimentos, empréstimos e financiamentos"

Sair do aluguel e conquistar a casa própria é o sonho de muitos brasileiros. Mas a renda familiar precisa ser suficiente para arcar com o financiamento. O principal risco do financiamento imobiliário está no não pagamento das parcelas, que leva a uma série de inconvenientes, dependendo do grau de inadimplência, por isso analisar as opções é essencial ao adquirir um imóvel. Por isto, o financiamento destaca-se como a modalidade de crédito mais utilizada no mercado, pois permite o consumidor adquirir um bem de um valor alto sem precisar pagar o valor total à vista.

Seguindo o contexto, tem-se como objetivo aprofundar o estudo da matemática financeira aplicada ao financiamento. Onde abordaremos conceitos e fórmulas que são usados na matemática financeira, serão apresentados exemplos práticos de como utilizar esses conceitos para a análise e escolha de financiamentos em diferentes situações, como a compra de bem ou produto.

No Capítulo 1 apresentaremos os principais conceitos básicos da matemática financeira, necessários para o entendimento do problema. No capítulo 2. mostraremos a informática necessária para a resolução do problema. E no capítulo 3 apresentaremos o problema, que tem como foco o Financiamento Imobiliário e as suas possíveis opções de solução.

Sendo assim, o trabalho tem como objetivo principal contribuir para a compreensão da importância da matemática financeira na tomada de decisões em relação a financiamentos, através de ferramentas adequadas para a escolha da melhor opção de crédito, ou seja, é utilizada para que o consumidor tome as melhores decisões com a utilização do seu capital.

1 CONCEITOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

PRELIMINARES

Neste capítulo vamos apresentar a matemática necessária para entender o problema que vamos abordar nesse trabalho. Tudo será feito através de exemplos seguindo o modelo e metodologia adotada em [1]

1.1 Juros simples

Os juros são uma parte fundamental da Matemática Financeira e estão presentes em diversas transações realizadas diariamente. Segundo LIMA (2016), os juros simples são um tipo de juros calculados apenas sobre o valor principal inicial de um empréstimo ou investimento, sem levar em consideração os juros acumulados ao longo do tempo, ou seja, não consideram o efeito do tempo na emissão dos juros. A taxa de juros permanece constante ao longo do tempo, pois o cálculo é feito apenas sobre o valor inicial.

Começamos estabelecendo o conceito de taxa de juros. Considere o exemplo. Pedro emprestou R$ 3.000,00 a uma taxa de juros de 1% ao ano, durante 3 anos. qual valor dos juros será pago por Pedro?

Resolvendo o problema, temos que R$ 3.000,00 é o principal (ou capital) inicial, 1% é a taxa de juros, e 3 anos será o tempo, intuitivamente observamos que é necessário realizar a multiplicação entre o capital emprestado e a porcentagem para obtermos quanto será o valor de juros que irá ser pago. Assim obtemos a fórmula:(1)

$$J = C * i * n \tag{1}$$

Onde, J é o valor dos juros; C é o valor principal (ou capital) inicial; i é a taxa de juros aplicada (em forma decimal) e n é o período em que os juros são calculados (as variáveis e informações disponíveis precisam estar na mesma unidade de tempo para efetuar os cálculos).

Usando (1), temos:

$$J = 3.000 * 0{,}01 * 3$$

$$J = 90$$

Logo os juros pagos por Pedro serão de R$ 90,00.

Para definir o valor total que será pago é dado pela soma do capital com os juros obtido, que será chamado de montante M, logo o total pago será de R$ 3.090,00.

1.2 Juros Compostos

Agora vamos definir o importante conceito de juro composto. Paula pegou R$ 200,00 emprestado, a juros de 10% ao mês. Devido a fórmula (1) estabelecida para a taxa de juros temos $J = i.C$. Logo um mês após essa data, a dívida de Paula será aumentada de 0,10 x 100 reais = 10 reais de juros, passando a 110 reais. Supondo que Paula e seu credor concordem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantendo a taxa de juros, o empréstimo será liquidado, dois meses após o empréstimo por 121 reais, pois os juros devidos pelo segundo mês são de 10, 10 x 110 reais = 11 reais.

De acordo com ELON (2016), quando calculamos juros dessa forma, eles são chamados de juros compostos. No regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados, sobre a dívida do início desse período.

Teorema 1.

Em regime de juros compostos, um capital C, submetido a uma taxa de juros i, por n período de tempo, transforma-se em um montante

$$\mathrm{C_n} = \mathrm{C_0}(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{n}}. \qquad (2)$$

O leitor interessado pode encontrar a demonstração destes fatos em [1].

Vejamos um exemplo de aplicação do Teorema 1. Suponhamos que Rafael invista R$ 140,00 a juros de 13% ao mês durante três meses. O montante acumulado após esses três meses será de $C_3 = C_0\ (1 + i)^3 = 140\ (1 + 0{,}13)^3 = 202{,}00$.

1.3 Deslocando Capitais no Tempo

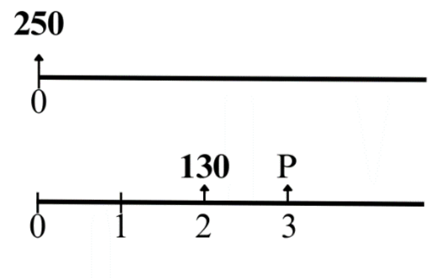
Uma questão central quando se trata de matemática Financeira é entender que o valor do dinheiro depende da época à qual ele se refere, depende de quanto se consegue fazer o dinheiro valorizar. Sendo mais específico, suponhamos que conseguíssemos fazer o dinheiro valorizar 10% ao mês. Isso quer dizer que podemos investir o dinheiro a 10% ao mês e obter R$ 110,00 daqui a 30 dias. Ora, os R$100,00 hoje são a mesma coisa que R$ 110,00 daqui a um mês. Neste caso, R$ 100,00 e R$ 110,00 representam a mesma quantia em datas diferentes. Neste contexto, tanto faz pagar uma dívida de R$ 100,00 hoje ou adiar e pagar R$ 110,00 daqui a um mês. Mais ainda, supondo que na negociação da dívida eu pudesse pagar R$ 105,00 daqui a um mês. Então prefere-se pagar daqui a um mês, porque poderíamos investir e ainda ter um lucro de R$ 5,00. Devido a essa questão, uma boa técnica para resolver problemas de financeira é estabelecer as linhas de tempo de evolução das situações em questão e comparar os valores na mesma data.

A fórmula (2) obtida no Teorema 1, nos ensina como deslocar capitais no tempo. Ela mostra que um valor C, após n períodos, se transforma em $C_0(1+i)^n$. Isso quer dizer que se você tem um valor C, no presente, isto equivale a $C_0(1+i)^n$. após n períodos. Ou ainda, que para deslocar um valor C, n períodos para o futuro basta fazer $C_0(1+i)^n$. De modo análogo, para deslocar um valor C, n períodos para o passado, basta dividir o valor C por $C_0(1+i)^n$.

A seguir, apresentaremos alguns exemplos,

Rafael emprestou R$ 250,00, a juros de 15% ao mês. Sabemos que ele pagou R$ 130,00 reais dois meses após a contração da dívida. Além disso, um mês após esse pagamento, ele liquidou seu débito. Gostaríamos de determinar o valor deste último pagamento. Para isso vamos estabelecer duas linhas de tempo: a primeira para a evolução da dívida, que vale R$ 250,00 no início, que vamos nos referir como data 0 e segunda para os pagamentos. Temos o seguinte

Figura 1 - Linhas de Tempo



Fonte: Própria do autor, (2023)

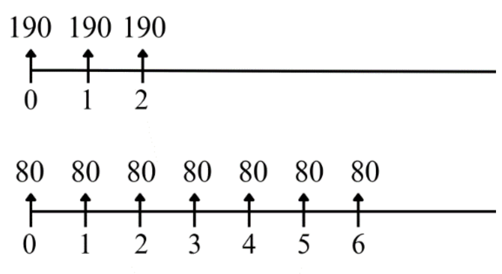
Lembramos que, devido aos juros, o dinheiro tem valores diferentes quando mudamos a data. Logo vamos deslocar todos os valores da segunda linha de tempo para a mesma data (que arbitrariamente escolhemos a data 0). Deste modo o valor de 250 reais que já está na data 0, é igual à soma dos valores 130 e P, deslocados para a data 0. Ou ainda, temos

$$250 = \frac{130}{(1+0{,}15)^2} + \frac{P}{(1+0{,}15)^3}$$

Fazendo essas contas obtemos o valor P = R$ 230,71. Este é o valor do último pagamento.

Agora suponhamos que Rafael queira comprar um televisor. Uma determinada loja de eletrodoméstico ofereceu-lhe duas opções de pagamento, a primeira opção é de três prestações mensais de R$ 190,00 cada e a segunda opção é de sete prestações mensais de R$ 80,00 cada. Em ambos os casos a primeira prestação é paga no ato da compra. O dinheiro para Rafael vale 3% ao mês. Gostaríamos de saber qual seria a melhor opção caso Rafael compre o televisor. Para isso vamos determinar dois conjuntos de pagamentos na época 2

Figura 2 - Linhas de tempo



Fonte: Próprio autor, (2023)

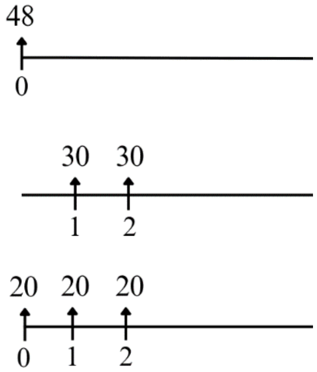
$a = 190(1 + 0{,}03)^2 + 190(1 + 0{,}03) + 190 = 587{,}27$

$$b = 80(1+0{,}03)^2 + 90(1+0{,}03) + 80 + \frac{80}{1+0{,}02} + \frac{80}{(1+0{,}02)^2} + \frac{80}{(1+0{,}02)^3} + \frac{80}{(1+0{,}02)^4} = 562{,}19$$

A melhor opção seria o pagamento em seis prestações, mas vale ressaltar que muitas pessoas razoavelmente instruídas optem pelo primeiro esquema pois acham que o valor será melhor.

Para comprar uma bolsa Paula tem três opções de pagamento; a primeira opção é a vista, com 20% de desconto; a segunda opção é dívida em duas prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra e a terceira opção é dividida em três prestações iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra. Gostaríamos de saber qual a melhor opção para Paula comprar a bolsa, sabendo que seu dinheiro vale 15% ao mês. De início fixando o preço da bolsa em 60, obtemos os seguintes esquemas:

Figura 3 – Linhas de tempo



Fonte: Própria do Autor, (2023)

Comparando os valores, temos

$$a = 48$$

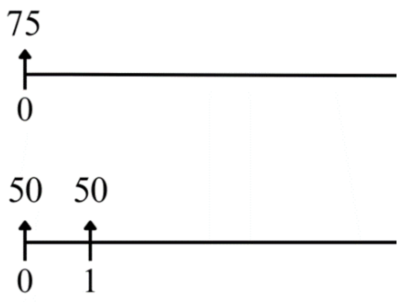
$$b = \frac{30}{1+0{,}15} + \frac{30}{(1+0{,}15)^2} = 48{,}77$$

$$c = 20 + \frac{20}{1+0{,}15} + \frac{20}{(1+0{,}15)^2} = 52{,}51$$

Portanto, a melhor opção é a primeira.

Na compra de um vestuário, uma loja oferece aos seus clientes duas opções de pagamento; à vista, com 25% de descontou ou duas prestações mensais iguais, sem desconto, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra. Gostaríamos de saber qual a taxa mensal de juros nas vendas a prazo. Fixando o valor do bem em 100 reais, temos os seguintes esquemas de pagamento

Figura 4 – Linhas de tempo



Fonte: Própria do Autor, (2023)

A data usada nessas comparações é chamada de data focal. Agora, igualando os valores, na época 0, obtemos

$$75 = 50 + \frac{50}{1+i}.$$

$$25 = \frac{50}{1+i}$$

$$1 + i = \frac{50}{25}$$

$$1 + i = 2$$

$$i = 1$$

Daí, $i = 100\ \%$

Os juros cobrados pela loja são de 100%.

Mariana investiu seu capital a juros mensais de 10%. Gostaríamos de saber quanto tempo Mariana levara para dobrar seu capital inicial. Substituindo os valores na fórmula (2), temos

$$C_0(1+i)^n$$

$$C_0(1+0{,}1)^n = 2C_0.$$

$$1{,}1^n = 2$$

$$n = \frac{\log 2}{\log 1{,}1} \cong 7\,.$$

Mariana dobrara seu capital em aproximadamente sete meses.

1.4 Taxas

Duas taxas i_1e i_2 são equivalentes e aplicadas ao mesmo Capital P durante o mesmo período, através de diferentes sistemas de capitalização, produzem o mesmo montante final.

De acordo com SAMANEZ (2002), a taxa nominal é aquela calculada com base no valor nominal; se for conhecida, é a que incide sobre o valor nominal da aplicação ou do empréstimo. Já a taxa efetiva é a taxa calculada com base no valor efetivamente aplicado ou tomado emprestado, ou seja, com base no valor colocado à disposição do banco ou do cliente na data da aplicação ou do contrato de financiamento

1.4.1 Taxas Equivalentes e Proporcionais

De acordo com SAMANEZ (2002), duas taxas são equivalentes quando aplicadas ao mesmo capital a um certo período produzem montantes iguais pelo regime composto

Já para LIMA (2016), se taxa de juros relativamente a um determinado período é igual a i, a taxa de juros. Relativamente a n períodos é igual a:

$$1 + I = (1 + i)^n \tag{3}$$

O leitor interessado pode encontrar a demonstração destes fatos em [1]

Representa a relação deve haver entre duas taxas para que sejam equivalentes no sistema de juros compostos. Qual será a taxa anual de juros equivalente a 3% ao mês?

Usando (3) tal que $1 + I = (1 + O,12)^{12}$. Logo, temos que $I = 0{,}4257$ = 42,57% ao ano.

Contudo, é comum achar que juros de 3% a.m equivalem a juros anuais de 12 x 3% = 36% a.a. Taxas como 3% ao mês e 36% a.a são chamadas de taxas proporcionais, pois a razão entre elas é igual à razão dos períodos aos quais elas se referem.

Segundo SAMANEZ (2002), a taxa proporcional é determinada pela relação simples entre a taxa que é considerada na operação (taxa nominal) e o número de vezes em que ocorrem a capitalização. A taxa proporcional ao mês para uma taxa nominal de 42% a.a., capitalizada mensalmente será de:

$$taxa\ proporcional = \frac{J}{n} = \frac{42}{12} = 3{,}5\%\ a.m,$$

logo a taxa será de 3,5% a.m.:

1.5 Serie de Pagamentos, Rendas ou Anuidades

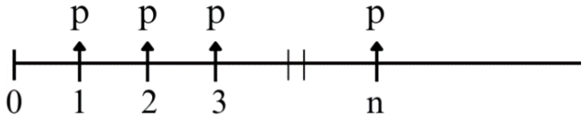
Um conjunto de quantias - recebimentos ou pagamentos - referidos a épocas diversas, é denominado série de pagamentos ou renda. Se esses pagamentos forem iguais e igualmente espaçados no tempo, a série é dita uniforme.

Teorema 2

O valor de uma série uniforme de n pagamentos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a

$$A = P\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}. \tag{4}$$

Figura 5 – Linhas de tempo



Fonte: Própria do Autor, (2023)

As anuidades ou rendas podem ser classificadas segundo vários critérios como: a duração da renda, variação dos elementos, valor dos termos, vencimento dos termos e início dos pagamentos.

Nesse trabalho abordaremos a duração das rendas ou anuidades, sendo ela a renda imediata que é uma série de pagamentos que começa imediatamente após a contratação e continua por um período determinado, como uma pensão ou uma anuidade de aposentadoria. Anuidade diferida onde uma série de pagamentos que começa em uma data futura e continua por um período determinado, como uma anuidade que começa a ser paga depois de um ano ou mais. Ou ainda, as rendas podem ser temporárias e perpétuas. São temporárias quando têm número finito de termos, como por exemplo a série de prestações que uma pessoa paga para adquirir uma casa própria. Já as perpétuas, quando têm número ilimitado de termos, rendas como estas são comuns em locações, a exemplo temos a série de aluguéis que uma pessoa paga para morra numa casa alugada sem intenção de adquirir uma casa própria

COROLÁRIO - O valor de uma perpetuidade de termos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a

$$\frac{P}{i}. \tag{5}$$

O leitor interessado pode encontrar a demonstração destes fatos em [1].

1.5.1 Rendas Perpetuas com Prestações Postecipadas

De acordo com SAMANEZ (2002), Rendas perpétuas com prestações postecipadas são aquelas em que os pagamentos ocorrem no final de cada período e não na origem; por exemplo, pagamentos de fatura de cartão de crédito, aposentadorias, pensões, dividendos de ações e outras formas de renda. É um tipo de série de pagamentos que não tem um prazo final determinado, e cujas prestações são pagas após o período de referência. Isso significa que o primeiro pagamento é feito após um período especificado e todos os pagamentos subsequentes são feitos no final de cada período subsequente, são utilizadas em diversos contextos já citados.

Em geral, são investimentos de longo prazo e que oferecem segurança e estabilidade financeira. O valor presente de uma renda perpétua com prestações postecipadas pode ser calculado usando a fórmula:

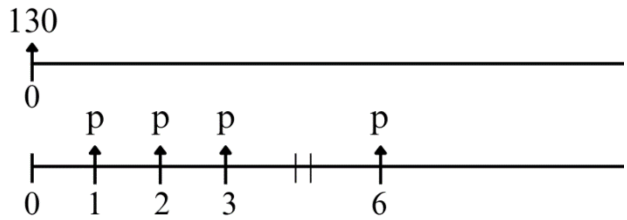
$$VP = \frac{P}{i} \tag{6}$$

Por exemplo, se uma pessoa quer receber uma renda perpétua de R$ 1.000 por mês com prestações postecipadas e a taxa de juros é de 5% ao ano, o valor presente da anuidade seria:

$$VP = \frac{1000}{0{,}05} = R\$\,20.000$$

Uma bolsa, cujo preço à vista é R$ 130,00, é vendida em 6 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, gostaríamos de determinar o valor das prestações. As prestações são postecipadas

Figura 6 – Linhas de tempo



Fonte: Própria do Autor, (2023)

Igualando os valores na data 0, obtemos

$$130 = P\frac{1-(1+0{,}08)^{-6}}{0{,}08}$$

$$130 = P\,\frac{1-0{,}6301}{0{,}08}$$

$$130 = P\,\frac{0{,}3699}{0{,}08}$$

$$130 = P\,4{,}6237$$

$$P = \frac{130}{4{,}6237}$$

$$P = 28{,}11$$

Assim, as prestações são de R$ 28,11.

1.5.2 Rendas Perpetuas com Prestações Antecipadas

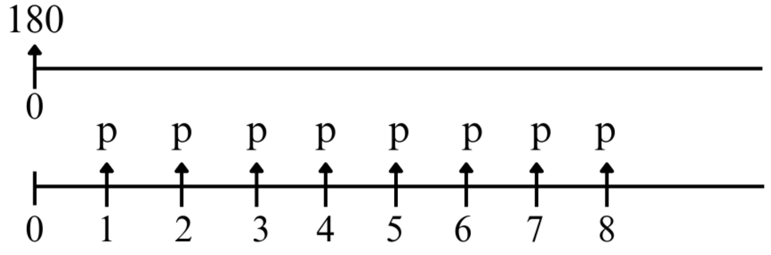
De acordo com SAMANEZ (2002) Rendas perpétuas com prestações antecipadas os pagamentos são feitos no início de cada período respectivo; por exemplo, financiamentos com pagamento à vista, são uma forma de renda ou anuidade em que os pagamentos são feitos em prestações iguais e o primeiro pagamento é feito no início do primeiro período. Essa anuidade continua por tempo indeterminado, ou seja, os pagamentos são feitos para sempre, logo. Segundo LIMA (2016), O valor presente de uma renda perpétua com prestações antecipadas pode ser calculado usando a fórmula:

$$VP = \frac{R}{i} * (1 + i) \tag{7}$$

Um bem, cujo preço à vista é R$ 180,00, é vendido em 8 prestações mensais iguais, antecipadas. Se os juros são de 13% ao mês, determine o valor das prestações.

Como as prestações são antecipadas a primeira é paga no ato da compra

Figura 7 - Linhas de tempo



Fonte: Própria do Autor, (2023)

Igualando os valores na época —1 (essa escolha, que pode parecer exótica, é muito conveniente pois dispomos de uma fórmula que calcula diretamente o valor da série nessa época), obtemos

:

$$\frac{180}{1+0{,}13} = P\frac{1-(1+0{,}13)^{-8}}{0{,}13}$$

$$P \cong 33{,}19$$

Gostaríamos de saber por quanto deve ser alugado um imóvel que vale 80 mil reais se o dinheiro vale 2% ao mês? Quando você aluga um imóvel, você cede a posse do imóvel em troca de uma renda perpétua cujos termos são iguais ao valor do aluguel. Então, o valor do imóvel deve ser igual ao valor do conjunto de aluguéis. Temos, de acordo com o corolário

$$80 = \frac{p}{i} = \frac{p}{0{,}02} = 80 \times 0{,}02 = 1{,}6\, mil\, reais$$

1.6 Sistemas de Amortização

Conforme SAMANEZ (2002), a amortização é um processo financeiro pelo qual uma dívida ou obrigação é paga progressivamente por meio de parcelas, de modo que ao término do prazo estipulado o débito seja liquidado. Essas parcelas ou prestações são a soma de duas partes: a amortização ou devolução do principal emprestado e os juros correspondentes aos saldos do empréstimo ainda não amortizado

Vamos definir e as técnicas de amortização, utilizando três tipos de tabelas: a SAC (Sistema de Amortização Constante) e a PRICE ou sistema francês (tabelas de juro composto pelo autor Richard Price). Sendo as anteriores mais usados em financiamentos.

Quando se paga parceladamente um débito, cada pagamento efetuado tem dupla finalidade. Uma parte do pagamento quita os juros e outra parte amortiza (abate) a dívida. Uma parcela de financiamento é composta por duas partes, amortização mais juros. A parte que corresponde à amortização é deduzida do saldo devedor, fazendo com que a dívida seja diminuída a cada período. Existem dois sistemas de amortização mais usados no sistema bancário e comercial: o PRICE ou FRANCÊS e o SAC

São exemplos de aplicação dos sistemas de amortização: compra da casa própria financiada pelo sistema financeiro de habitação, dívidas tributárias, empréstimos em bancos para pagamento em parcelas periódicas e outros.

Vamos representar a parcela de amortização por A_k, a parcela de juros por J_k, a prestação por P_k e o estado da dívida (o valor da dívida após o pagamento da prestação) por D_k na época k, abordado por LIMA (2016).

1.6.1 Sistema SAC

Este sistema é muito utilizado em créditos imobiliários. As principais características deste sistema são: Amortizações constantes; Juros decrescentes; Parcelas decrescentes. Como este sistema tem por característica as amortizações constantes, basta, para calcular as amortizações, dividir o valor da dívida pelo número de prestações.

Teorema 3

No SAC, sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros, temos

$$A_k = \frac{D_0}{n}, \tag{8}$$

$$D_k = \frac{n-k}{n} D_0 \tag{9}$$

$$J_K = iD_{k-1} \tag{10}$$

$$P_k = A_k + J_k \tag{11}$$

E se a dívida D_0 é amortizada em n cotas iguais, cada cota é igual a:

$$A_k = \frac{D_0}{n} \tag{12}$$

Logo o estado da dívida, após k amortizações é dada por:

$$D_k = D_0 - K\frac{D_0}{n} = \frac{n-k}{n}\ D_0 \tag{13}$$

No Sistema de Amortização Constante (SAC), o que é constante é a parcela de amortização. O juro é decrescente, levando, portanto, a prestações a diminuir ao longo do tempo. Vejamos um exemplo da aplicação do Teorema 3

K	J_k (juros)	A_k (parcela de amortizado)	P_k(Prestação)	D_k (Estado da dívida)
0	-	-	-	200,00
1	20,00	25,00	45,00	175,00
2	17,50	25,00	42,50	150,00
3	15,00	25,00	40,00	125,00
4	12,50	25,00	37,50	100,00
5	10,00	25,00	35,00	75,00
6	7,50	25,00	32,50	50,00
7	5,00	25,00	30,00	25,00
8	2,50	25,00	27,50	

Considere que uma dívida de 200 é paga, com juros de 10% ao mês, em 8 meses, pelo SAC. Organizando dados em uma planilha, obtemos:

$$A_k = \frac{D_0}{n} = \frac{200}{8} = 25$$

A medida que a dívida começa a ser amortizada, a parcela dos juros e consequentemente a prestação como um todo tendem a diminuir, uma vez que o próprio saldo devedor também diminui.

1.6.2 SISTEMA PRICE (Sistema de Amortização Francês)

Ao contrário do sistema SAC onde a amortização é igual, na Tabela Price todas as prestações são iguais. As principais características deste sistema são: Prestações constantes; Amortizações crescentes; Juros decrescentes. Para calcular as prestações, utilizaremos a seguinte fórmula:

$$D_k = P_k \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i} \tag{14}$$

Uma dívida de 250 é paga, em 5 meses, pelo sistema francês, com juros de 6% ao mês. faça a planilha de amortização.

No sistema francês, as prestações são constantes. Pelo teorema 3, cada prestação vale

$$P = D_0 \frac{i}{1-\ (1+i)^{-n}} = 250 \frac{0{,}06}{1-(1{,}06)^{-5}} = 59{,}35$$

Logo as parcelas serão de R$ 59,35

k	A_k	J_k	P_k	D_k
0	-	-	-	R$ 250,00
1	R$ 44,35	R$ 15,00	R$ 59,35	R$ 205,65
2	R$ 47,01	R$ 12,34	R$ 59,35	R$ 158,64
3	R$ 49,83	R$ 9,52	R$ 59,35	R$ 108,81
4	R$ 52,82	R$ 6,53	R$ 59,35	R$ 55,99
5	R$ 55,99	R$ 3,36	R$ 59,35	R$ 0,00

Uma outra situação, considere um empréstimo de R$ 80.000,00, a taxa de 5% a.m. em seis prestações iguais e consecutivas, temos que as parcelas serão de:

$$P = D_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} = 80000 \frac{0,05}{1-(1,05)^{-6}} = 15.761,40$$

k	A_k	J_k	P_k	D_k
0	-	-	-	R$ 80.000,00
1	R$ 11.761,40	R$ 4.000,00	R$ 15.761,40	R$ 68.238,60
2	R$ 12.349,47	R$ 3.411,93	R$ 15.761,40	R$ 55.889,14
3	R$ 12.966,94	R$ 2.794,46	R$ 15.761,40	R$ 42.922,19
4	R$ 13.615,29	R$ 2.146,11	R$ 15.761,40	R$ 29.306,91
5	R$ 14.296,05	R$ 1.465,35	R$ 15.761,40	R$ 15.010,85
6	R$ 15.010,85	R$ 750,54	R$ 15.761,40	R$ 0,00

2 NOÇÕES BÁSICAS SOBRE A PLANILHA ELETRONICA MICROSOFT EXCEL

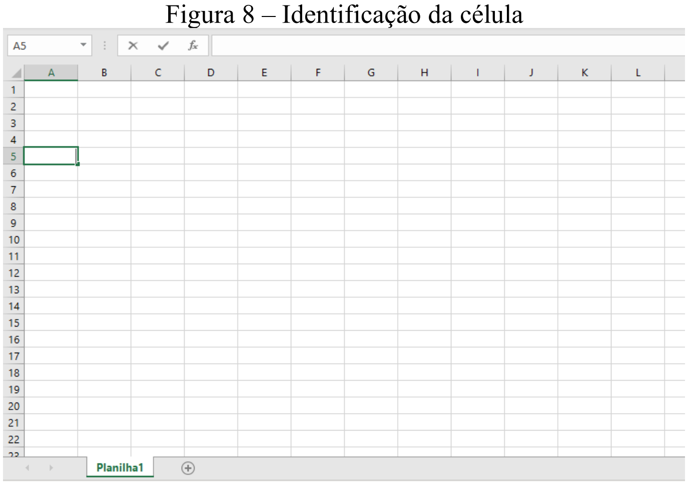
Neste capítulo vamos apresentar a informática necessária para entender o problema que vamos discutir no próximo capítulo. Tudo será feito através de exemplos seguindo o modelo e metodologia adotada em [2]

2.1 Noções básicas sobre a Planilha Eletrônica Microsoft Excel

O Microsoft Excel é um aplicativo de planilhas eletrônicas que podemos utilizar para as mais diversas finalidades. Nessas planilhas podemos elaborar tabelas simples, contendo apenas informações básicas como uma tabela de preços ou de produtos ou ainda tabelas complexas, com várias fórmulas para cálculo de porcentagem, gráficos, formatações especiais de acordo com os valores da tabela e filtro de dados.

Este programa comporta uma organização em pastas, planilhas e células. Uma pasta pode conter inúmeras planilhas e estas são compostas de células. Cada planilha suporta 1.048.576 linhas e 16.384 colunas. Observe que a folha é dividida em linhas e colunas, cuja interseção forma uma célula. As células são como campos, onde inserimos o conteúdo de nossa tabela.

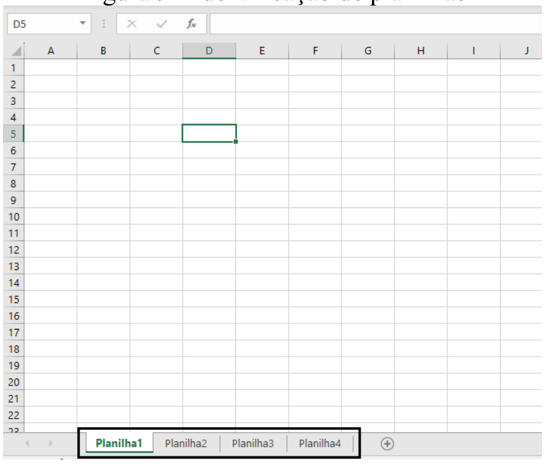
Figura 8 – Identificação da célula



Fonte: Microsoft Excel 2016

Para navegarmos entre as planilhas disponíveis é necessário usar as "abas" contidas na parte inferior do programa, conforme Figura 9.

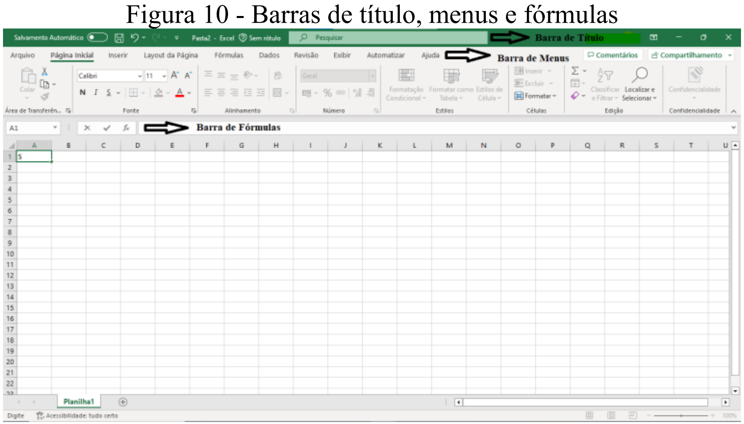
Figura 9 - Identificação de planilhas



Fonte: Microsoft Excel 2016

Na tela inicial do Microsoft Excel podem ser visualizados: a barra de título, onde é exibido o nome do documento que estamos trabalhando e o aplicativo que estamos utilizando; a barra de menus, que contém as opções de configurações que poderemos aplicar em nossa apresentação; e a barra de fórmulas, onde é possível visualizar e modificar o conteúdo das células e caso essa célula possua uma fórmula, essa será exibida em vez do resultado da mesma.

Figura 10 - Barras de título, menus e fórmulas

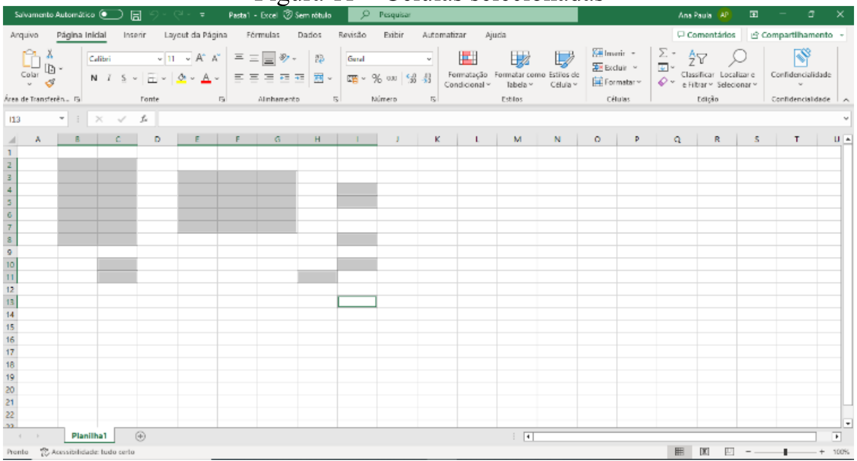


Fonte: Microsoft Excel 2016

2.1.1 Modos de seleção

No Excel podemos selecionar uma célula ou uma faixa de células horizontais, verticais ou em forma de retângulo. Para essa seleção utilizamos tanto o mouse quanto o teclado.

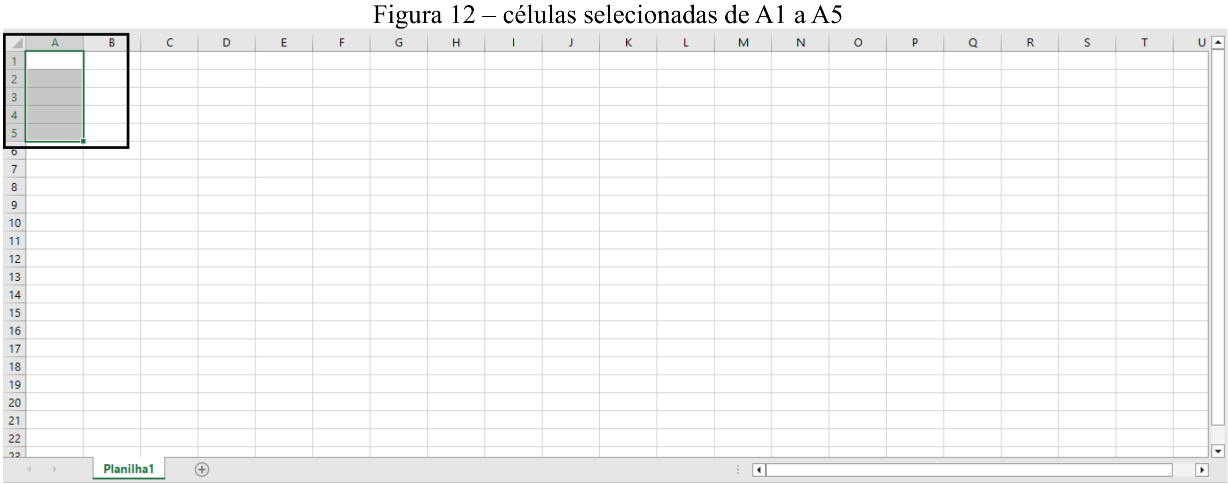
Figura 11 – Células selecionadas



Fonte: Microsoft Excel 2016

Para selecionar mais de uma célula, basta clicar com o mouse sobre a célula desejada, mantendo o mouse pressionado e arrastar até última célula a ser selecionada. Essas células ficarão destacadas, indicando que foram selecionadas. Na figura 12 observamos as células A1, A2, A3, A4 e A5 selecionadas

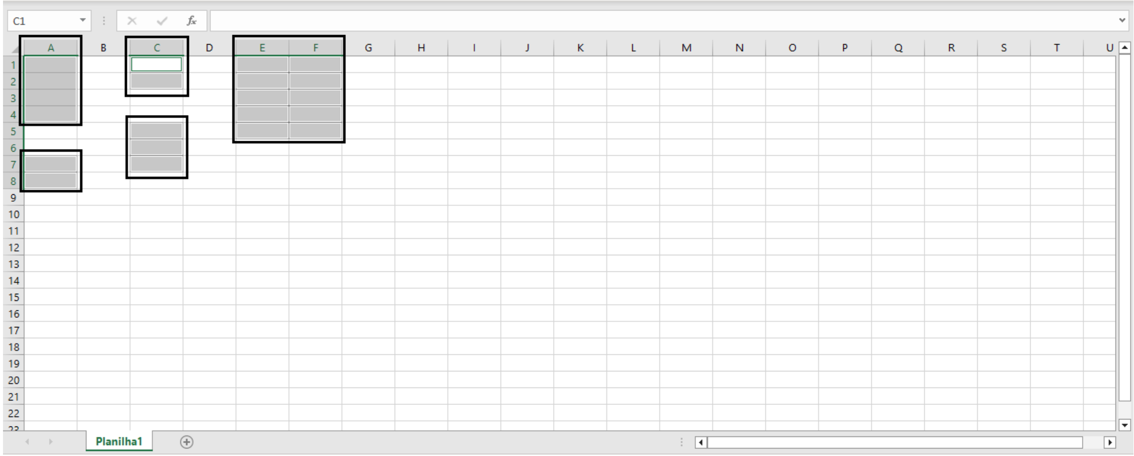
Figura 12 – células selecionadas de A1 a A5



Fonte: Microsoft Excel 2016

Na seleção utilizando o teclado, posicionamos o retângulo de seleção sobre a célula desejada e, então com a tecla "shitf" pressionada, utilizar as teclas de navegação correspondente para selecionar as demais células. Também podemos utilizar as teclas "shift" e "Ctrl" associadas ao mouse para opções avançadas de seleção, para, por exemplo, selecionarmos células não adjacentes conforme a figura 13:

Figura 13 – células não adjacentes selecionadas



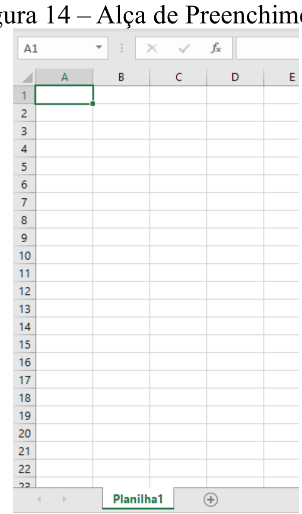
Fonte: Microsoft Excel 2016

Podemos selecionar linhas e colunas inteiras, para isto, basta posicionar o ponteiro do mouse na linha ou na coluna e clicar sobre a mesma.

2.1.2 Alças de preenchimento(autopreenchimento)

A alça de preenchimento é um recurso utilizado para copiar o conteúdo de uma célula para as células adjacentes. A alça de preenchimento é um pequeno quadrado na parte inferior esquerda que pode ser visto na figura 7

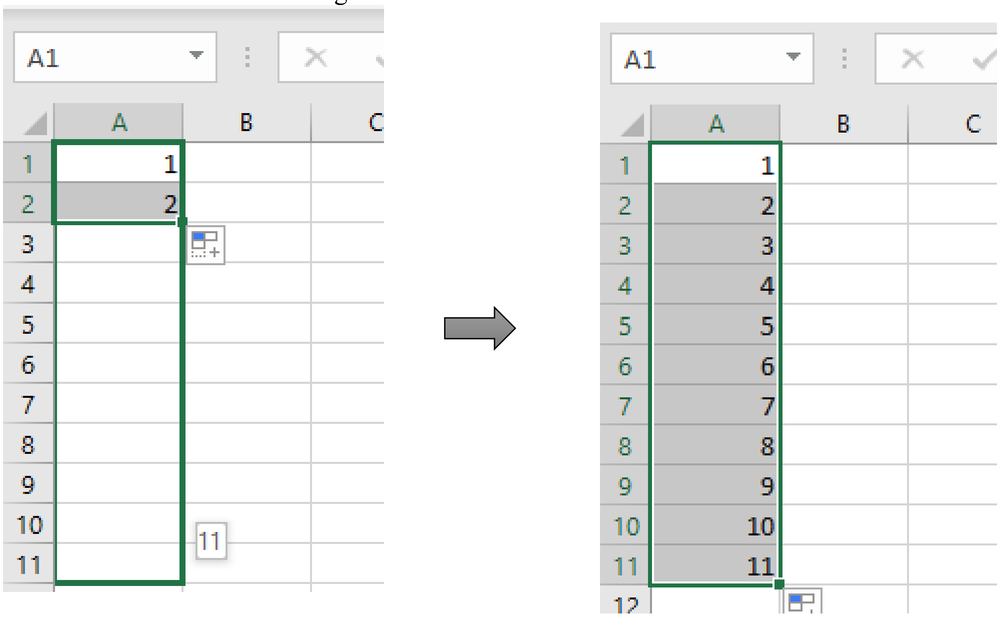
Figura 14 – Alça de Preenchimento



Fonte: Microsoft Excel 2016

Com alça, podemos copiar uma fórmula ou texto da célula e criar listas ou sequencias de dados. Para criar uma sequência automática de números, por exemplo, basta digitar na célula desejada “1”, clicar na Alça de Seleção e arrastar até a última célula desejada, como pode ser visto na figura 15

Figura 15- Preenchimento automático



Fonte: Microsoft Excel 2016

2.1.3 Fórmulas

O software Excel tem como proposito principal o cálculo de dados, como por exemplo folhas de pagamentos, projeção de vendas etc. para isso, são disponibilizados fórmulas e operadores matemáticos. Para indicarmos que o conteúdo de uma célula não é um texto, devemos utilizar o “=”, indicando, assim, o início da fórmula.

As fórmulas são compostas por operadores matemáticos. No Excel temos os seguintes operadores

Tabela 1 – Operadores matemáticos

OPERADOR	FUNÇÃO	EXEMPLO
+	Adição	= A1 + A2
-	Subtração Negação	= A1 - A2
*	Multiplicação	= A1 * A2
/	Divisão	= A1 / A2
%	Porcentagem	= A1 * 5%
^	Exponencial	= A1 ^ 2

Encontraremos também operadores com a função de comparar valores, que são:

Tabela 2 - Operadores lógicos

OPERADOR	FUNÇÃO	EXEMPLO
=	Igualdade	= A1 = A2
>	Maior que	= A1 > A2
<	Menor que	= A1 < A2
>=	Menor ou igual	= A1 >= A2
<=	Maior ou igual	= A1 <= A2
<>	Diferente	= A1 <> A2

Além disso, temos operadores utilizados quando desejamos incluir mais de uma fórmula na célula

OPERADOR	FUNÇÃO	EXEMPLO
:	Dois pontos – utiliza valores da referência e o intervalo entre eles	=SOMA (A1:A4) Neste exemplo, todo o conteúdo das células A1, A2, A3 e A4 será somado.
;	Ponto e vírgula – utiliza apenas os valores indicados e não os valores entre as referencias	=SOMA(A1;A4) Neste exemplo, apenas os conteúdos de A1 e A4 serão somados.
&	Utilizado para juntar valores em uma função	“criança” & “feliz” produz “criança feliz”

2.1.4 Valor Relativo e Valor Absoluto

No Excel quando usamos as fórmulas utilizamos referencias as células da planilha. As fórmulas utilizam essas referências para buscar o valor contido na célula e o utiliza para a realização de cálculos. No Valor Relativo, as referências das células são movidas quando são copiadas, se ajustando automaticamente para as demais células

Figura 16 – Tabelas de Preços para o 1° Semestre

F3 =C3*E3

	A	B	C	D	E	F
1	Tabela de Preços para o 1° Semestre					
2	Produto	Preço	Porcentagem	Estoque	Valor Estoque	Previsão de Lucro
3	Calça	R$ 45,00	10%	200	R$ 9.000,00	R$ 900,00
4	Saia	R$ 26,00	8%	230	R$ 5.980,00	R$ 478,40
5	Shorts	R$ 15,00	7%	220	R$ 3.300,00	R$ 231,00
6	Bermudas	R$ 18,00	10%	300	R$ 5.400,00	R$ 540,00
7	Camisetas	R$ 20,00	8%	325	R$ 6.500,00	R$ 520,00
8	Camisas	R$ 28,00	7%	180	R$ 5.040,00	R$ 352,80
9	Camisetes	R$ 30,00	8%	190	R$ 5.700,00	R$ 456,00
10	Ternos	R$ 120,00	12%	40	R$ 4.800,00	R$ 576,00
11	Cangas	R$ 32,00	6%	80	R$ 2.560,00	R$ 153,60
12					Lucro Total	R$ 4.207,80
13	Maior Preço	R$ 120,00				
14	Menor Preço	R$ 15,00				
15	Média de Preços	R$ 37,11				
16	Qtd de itens	R$ 9,00				

Fonte: PINOTTI (2007). (adaptada)

Conforme pode ser visto na barra de fórmulas, na célula F3 está inserida a seguinte fórmula: =C3*E3. E, ao “arrastar” a alça de preenchimento, a fórmula que será inserida em F4 será a seguinte: =C4*E4, em F5 será: =C5*E5 e esse processo se repetira até a célula F11.Neste caso, ao utilizarmos esse recurso, os valores das fórmulas para os demais itens se atualizaram automaticamente, pois o Excel considerou as referências de linhas e colunas como relativas.

Em alguns casos é necessário que determinados dados permaneçam inalterados. Assim, para fixarmos um determinado dado utilizamos o símbolo “$”, para fixarmos a coluna, utilizamos $ antes da referência da coluna e para fixarmos a linha utilizamos o $ antes do valor da linha, podendo utilizar ambos na mesma referência.

Figura 17- Tabelas de Preços para o 1° Semestre

E4 =$C$2*D4

	A	B	C	D	E
1	Tabela de Preços para o 1° Semestre				
2	Porcentagem de Lucro:		15%	Data:	
3	Produto	Preço	Estoque	Valor Estoque	Previsão de Lucro
4	Calça	R$ 45,00	200	R$ 9.000,00	R$ 1.350,00
5	Saia	R$ 26,00	230	R$ 5.980,00	R$ 897,00
6	Shorts	R$ 15,00	220	R$ 3.300,00	R$ 495,00
7	Bermudas	R$ 18,00	300	R$ 5.400,00	R$ 810,00
8	Camisetas	R$ 20,00	325	R$ 6.500,00	R$ 975,00
9	Camisas	R$ 28,00	180	R$ 5.040,00	R$ 756,00
10	Camisetes	R$ 30,00	190	R$ 5.700,00	R$ 855,00
11	Ternos	R$ 120,00	40	R$ 4.800,00	R$ 720,00
12	Cangas	R$ 32,00	80	R$ 2.560,00	R$ 384,00
13				Lucro Total	R$ 7.242,00

Fonte: PINOTTI (2007). (adaptada)

Conforme pode ser visto na barra de fórmulas da Figura 17, a célula C2 foi inserida da seguinte maneira $C$2, significando que está travada. Desta forma, ao utilizar a alça de preenchimento, em E5 aparecerá a seguinte fórmula: =$C$2*E5. Neste caso o valor a ser multiplicado com os valores da coluna E será sempre 15% (célula C2).

2.1.5 Funções

Funções consiste em uma série de cálculos que atuam sobre ou com valores fornecidos, que são chamados de argumentos. Esses argumentos podem ser números, textos, referencias e outros.

O Excel possui várias funções pré-elaboradas que simplificam a utilização da planilha. A sintaxe é a estrutura da função, que define como ela deve ser utilizada:

= NomeDaFunção(Valores)

Onde,

NomeDaFunção: identificação da função

(Valores): são os argumentos da função

Toda função utiliza parênteses para determinar que seus argumentos estão presente em todas as funções conhecidas.

Alguns exemplos de funções presentes no Microsoft Excel.

SOMA – realiza o processo de adição. Sua sintaxe é = soma (primeira célula selecionada: última célula selecionada);

MÉDIA – realiza a soma dos valores e dividira pela quantidade de valores, obtendo assim, a média. Sua sintaxe é = média (primeira célula selecionada: última célula selecionada);

MÁXIMO – indica o maior valor dentre um conjunto de valores indicados. Sua sintaxe é = máximo (primeira célula selecionada: última célula selecionada);

MÍNIMO – indica o menor valor dentre um conjunto de valores indicados. Sua sintaxe é = mínimo (primeira célula selecionada: última célula selecionada);

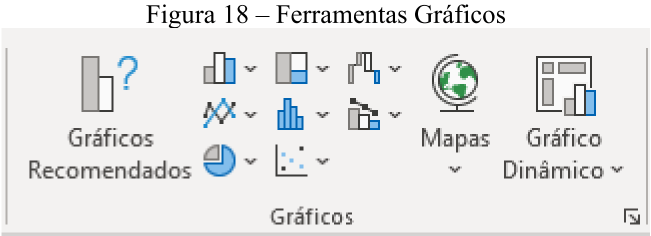
ARRED – arredonda o valor de acordo com os parâmetros especificados no argumento da função. Sua sintaxe é = arred (número; número de dígitos)

E além destes exemplos existem inúmeras outras funções.

2.1.6 Gráficos

Gráfico é uma forma ilustrativa de visualizar os valores calculados em uma planilha e dessa forma facilita a análise. O Excel permite a criação de gráficos e disponibiliza uma ampla variedade de gráficos com subtipos ou variações.

Figura 18 – Ferramentas Gráficos



Fonte: Microsoft Excel 2016

Os mais utilizados são os seguintes: Colunas, Linhas e Pizza. Existem também os de barras, área, rosca, radar, superfície, bolhas, ações e de Pareto, que são utilizados em casos mais específicos.

Para inserirmos um gráfico devemos selecionar os dados, em seguida ativar o menu "inserir-gráfico". Por exemplo considere a tabela a seguir

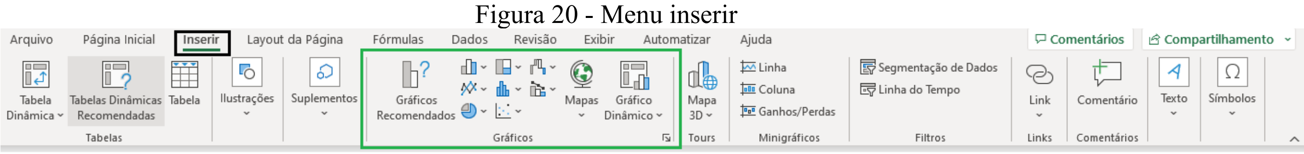
Figura 19 – Tabela de Produtos

PRODUTO	ESTOQUE
Blusa	121
Short	67
Vestido	37
Camiseta	131
Saia	98
Calça	108

Fonte: Microsoft Excel 2016

Após a inserção destes dados no Excel, para obter o gráfico é necessário, primeiramente selecioná-los, depois escolher a opção "Gráficos" na Barra de Menus "Inserir". Conforme a figura 20.

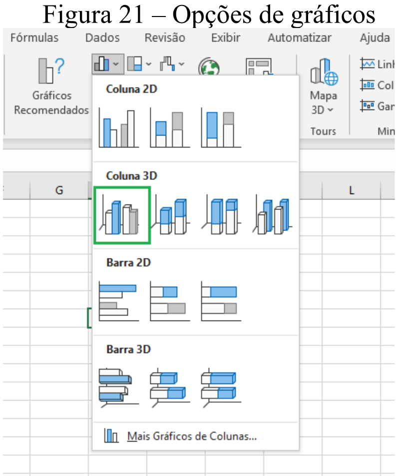
Figura 20 - Menu inserir



Fonte: Microsoft Excel 2016

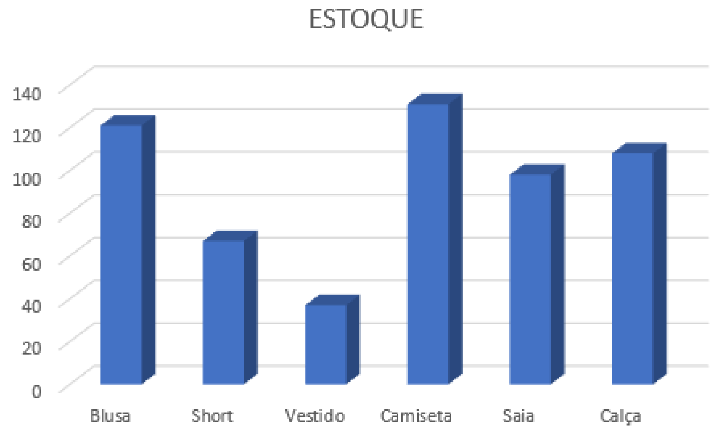
Dentre os tipos de gráfico existentes este é o "Coluna 3D agrupada"

Figura 21 – Opções de gráficos



Fonte: Microsoft Excel 2016

Figura 22 – Gráfico da Tabela de produtos



Fonte: Microsoft Excel 2016

Para formatar um gráfico utilizam-se dois menus na opção “Ferramentas de Gráfico”: Design do Gráfico e Formatar.

No menu Design do Gráfico é possível alterar a linha/coluna selecionada, inserir um layout automático; alterar a posição em que o gráfico foi inserido; inserir formas, imagens, caixas de texto, títulos, legenda e alterar o nome do gráfico. E no menu Formatar é possível alterar o formato externo do gráfico; alterar o formato das fontes (letras); ajustar a sua posição como objeto e a alteração de seu tamanho.

3 FINANCIAMENTO IMOBILIÁRIO

3.1 Problema

João e Maria se conheceram há três anos e, agora, que João passou em um concurso público, eles decidiram se casar. Considerando os empregos de Maria e João eles receberão juntos um salário de R$ 8.000,00, o qual vamos supor constante durante toda a simulação. Além disso, eles receberam uma herança no valor de R$ 56.000,00. Agora eles precisam decidir se devem comprar ou alugar um imóvel para morar. Pela previsão deles, os dois conseguem economizar, para esta finalidade, 30% do total que recebem por mês. Além disso, devido as suas habilidades em investimentos, conseguem valorizar o que guardam segundo uma taxa de 0,6561% ao mês. Após muita pesquisa eles escolheram uma casa no valor de R$ 280.000,00. Vamos desconsiderar a valorização anual do imóvel. Este mesmo imóvel pode ser alugado por R$ 1.500,00 por mês, valor que vamos supor constante durante esta simulação. Qual é a melhor opção para o casal?

1ª) Dar R$ 56.000,00 de entrada e financiar os 80% restantes do imóvel, pelo Sistema de Amortização Constante, durante 30 anos, segundo uma taxa de 8% ao ano;

2ª) Pagar aluguel até economizar o suficiente para pagar o imóvel a vista.

3.2 Objetivo do Problema

A apresentação deste problema tem como objetivo principal a conscientização sobre a importância de economizar, analisar cuidadosamente um empréstimo ou um financiamento antes de contratá-lo. Tendo em vista o aumento no número de endividados já mostrado no início deste trabalho. Além de aplicar os conhecimentos relacionados a Juros Compostos e Amortizações. Esses conceitos são fundamentais no âmbito financeiro e a utilização de programas amplamente comercializados e utilizados na maioria das empresas, com foco específico na planilha eletrônica Microsoft® Excel, que foi apresentada no Capítulo 3 deste trabalho.

Ao abordar esses objetivos, podemos compreender como as decisões financeiras podem influenciar em nossas vidas e, ao mesmo tempo, desenvolvendo-se habilidades no uso de ferramentas tecnológicas e conceitos matemáticos. Assim, estaremos mais preparados para enfrentar as situações do mundo real.

3.3 Análise da primeira opção

De acordo com SAMANEZ (2002), abordado no capítulo 2.6, a amortização é um processo financeiro pelo qual uma dívida ou obrigação é paga progressivamente por meio de parcelas, de modo que ao término do prazo estipulado o débito seja liquidado

Como visto no capítulo 2.6, para o financiamento de imóveis, os bancos atualmente utilizam o Sistema de Amortização Constante (SAC). Nesse sistema, o valor da amortização é constante. Portanto, para calcular o valor da parcela de amortização (A_k), deve-se dividir o valor financiado inicialmente (D_0) pelo número de períodos (n) envolvidos no financiamento:

$$A_k = \frac{D_0}{n}.$$

Portanto, o próximo passo consiste em dividir o valor a ser financiado pelo prazo do financiamento, a fim de determinar o valor das parcelas.

Tomando como referência as informações encontradas no site da Caixa Econômica Federal, a quota (percentual) de financiamento varia entre 60% e 90%, a depender da modalidade e do sistema de amortização, SAC ou PRICE. Neste caso específico, o valor máximo a ser financiado é de 80% do valor do imóvel, O prazo máximo de financiamento varia de acordo com o indexador escolhido ou taxa fixa, variando entre 120 a 420 meses. Quanto à taxa de juros, é cobrada uma porcentagem de 8% ao ano, mais T.R (taxa referencial). Para obter a taxa mensal, basta utilizar a (3): taxas equivalentes a juros compostos

$$1 + I = (1 + i)^n$$

$$(1 + 0{,}08) = (1 + i)^{12} \to 1 + i = \sqrt[12]{1{,}08} \to i = 1{,}00643 - 1 \to i = 0{,}{,}643\%\ a.m$$

Logo, a taxa mensal equivale a 0,643% a.m.

Vale ressaltar que no caso de financiamento o comprometimento não pode ultrapassar o valor de 30% da renda bruta mensal do casal. Segundo a Lei Nº 8.692 no âmbito do Sistema Financeiro da Habitação. No qual durante a simulação será usado 30% da renda.

Fins pedagógicos, considerando que a herança recebida pelo casal atinja 20% do imóvel. Sendo assim, o financiamento será de R$ 224.000,00 que correspondem a 80% do valor do imóvel, que custa R$ 280.000,00. Logo, a Amortização será dada quando se divide, então, R$ 220.000,00 por 360, que representa os meses do financiamento,

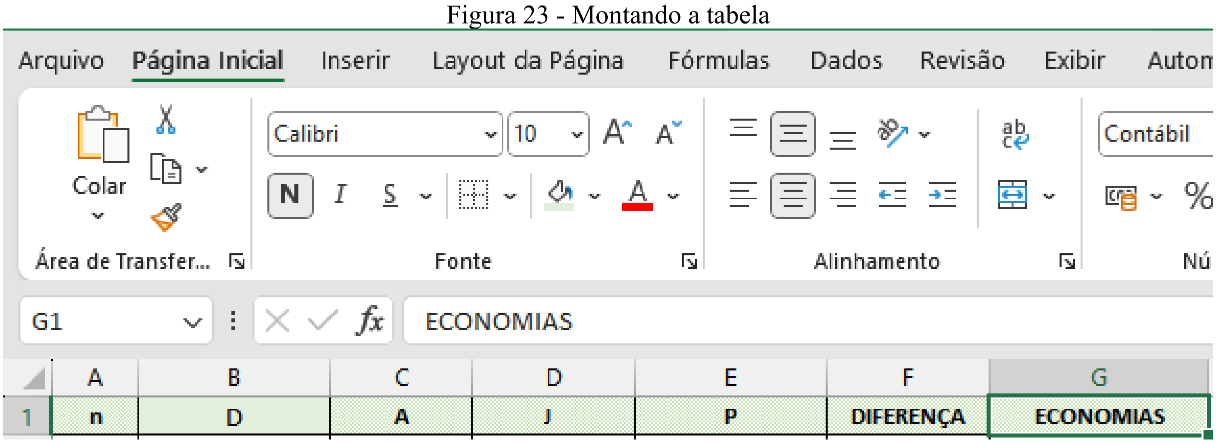
$$A_k = \frac{D_0}{n} = \frac{224.000,00}{360} = 622,22$$

Obtém-se o valor R$ 622,22 que corresponde ao valor da parcela de amortização.

Também com fins pedagógicos não será considerada a T.R. (taxa referencial) durante a montagem da tabela, e considera-se que as economias do casal permanecerão constantes mesmo após reajustes salariais.

Para montar a tabela no Excel é necessário que sejam digitados os títulos referentes às colunas nas células A1, B1, C1, D1, E1, F1 e G1, que correspondem à n (tempo), D (estado da dívida), A (Amortização), J (Juros), P (Prestações), diferença e Economias, respectivamente, o que é ilustrado através da figura 23

Figura 23 - Montando a tabela



Fonte: Microsoft Excel 2016

Depois é necessário que seja preenchida a coluna A com o tempo correspondente ao financiamento (de 0 a 360 meses) utilizando a alça de preenchimento explicada no item 2.1.2 do Capítulo 2 deste trabalho.

Também com fins pedagógicos, considera-se que o casal já possui economias suficientes para as despesas iniciais de cartório, prefeitura e taxas bancárias. E, além destas despesas, possui as economias para o mês 0 (zero). Desta maneira as células B2, C2, D2, E2, F2 e G2 serão preenchidas de acordo com a Figura 24

Figura 24 – Preenchendo as células

G1 fx ECONOMIAS

	A	B	C	D	E	F	G
1	n	D	A	J	P	DIFERENÇA	ECONOMIAS
2	0	R$ 224.000,00	_	_	_	R$ 2.400,00	R$ 2.400,00
3	1						
4	2						
5	3						
6	4						
7	5						
8	6						
9	7						

Fonte: : Própria do autor, (2023)

Como a Amortização é constante neste sistema e é obtida através da fórmula $A = \frac{D_k}{n}$, então neste caso: $A = \frac{224.000}{360} = 622{,}22$

Portanto, o valor a ser completado na coluna C será 622,22 a partir do tempo 1 (C3).

Para obter o Saldo Devedor ao longo dos períodos, basta subtrair o saldo devedor do período anterior do valor da amortização paga. Por exemplo, para obter o valor do Saldo Devedor no tempo 1, é necessário subtrair o Saldo Devedor no tempo 0 (B2) pela Amortização paga no tempo 1 (C3), conforme Figura 25.

Figura 25 - Saldo devedor

B3 =B2-C3

	A	B	C
2	0	R$ 224.000,00	_
3	1	R$ 223.377,78	R$ 622,22
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		

Fonte: Própria do autor, (2023)

E, utilizando a alça de preenchimento, observa-se que o saldo devedor no tempo 360 será 0. Para preenchimento da coluna referente aos Juros precisa-se da fórmula (10) apresentada no Teorema 3 do Capítulo 1. Portanto, na coluna D utilizar-se-á a seguinte fórmula =B3*(0,643%), completando as demais células através da Alça de Preenchimento, conforme Figura 26.

Figura 26 – Juros

D3 =B2*(0,643%)

	A	B	C	D
1	**n**	**D**	**A**	**J**
2	0	R$ 224.000,00	_	_
3	1	R$ 223.377,78	R$ 622,22	R$ 1.440,32
4	2	R$ 222.755,56	R$ 622,22	R$ 1.436,32
5	3	R$ 222.133,34	R$ 622,22	R$ 1.432,32
6	4	R$ 221.511,12	R$ 622,22	R$ 1.428,32
7	5	R$ 220.888,90	R$ 622,22	R$ 1.424,32
8	6	R$ 220.266,68	R$ 622,22	R$ 1.420,32
9	7	R$ 219.644,46	R$ 622,22	R$ 1.416,31

Fonte: : Própria do autor, (2023)

E, como as prestações são compostas de juros e amortização, conforme a equação (11) do item 1.6.1 do Capítulo 1, então, para encontrar os valores da coluna E, é necessário somar as células das colunas C e D, e utilizar a alça de preenchimento, como é feito na Figura 27.

Figura 27 - Prestação

E3 =C3+D3

	A	B	C	D	E
1	n	D	A	J	P
2	0	R$ 224.000,00	_	_	_
3	1	R$ 223.377,78	R$ 622,22	R$ 1.440,32	R$ 2.062,54
4	2	R$ 222.755,56	R$ 622,22	R$ 1.436,32	R$ 2.058,54
5	3	R$ 222.133,34	R$ 622,22	R$ 1.432,32	R$ 2.054,54
6	4	R$ 221.511,12	R$ 622,22	R$ 1.428,32	R$ 2.050,54
7	5	R$ 220.888,90	R$ 622,22	R$ 1.424,32	R$ 2.046,54
8	6	R$ 220.266,68	R$ 622,22	R$ 1.420,32	R$ 2.042,54
9	7	R$ 219.644,46	R$ 622,22	R$ 1.416,31	R$ 2.038,53
10	8	R$ 219.022,24	R$ 622,22	R$ 1.412,31	R$ 2.034,53

Fonte: Própria do autor, (2023)

Neste ponto, pode-se observar porque este prazo foi escolhido, já que a prestação não pode ultrapassar o valor de R$ 2.400,00 e a primeira prestação é de R$ 2.062,54. Também pode ser observado que as prestações são decrescentes e que, a última prestação terá o valor de R$ 626,23

Nota-se também que, até agora só foram efetuados cálculos referentes ao Sistema de Amortização Crescente (SAC). A solução do problema proposto começa a partir daqui. Na coluna F, referente às economias do casal, no período zero foi preenchido o valor total das economias feitas naquele mês. A partir do segundo mês as economias serão as mesmas, porém, este valor deverá ser separado em duas partes, sendo uma para o pagamento da prestação e outra correspondente ao valor a ser guardado para a quitação do financiamento.

Também com fins didáticos, considera-se que este valor a ser economizado efetivamente, ou seja, a diferença entre as economias do casal e o pagamento das prestações, não será aplicado em nenhum tipo de investimento, será depositado apenas em conta corrente que não gera nenhum juro. Portanto, o valor a ser guardado, para posterior quitação do financiamento, será a diferença entre o valor que eles economizam por mês, ou seja, R$ 2.400,00 e o valor a ser pago no financiamento.

Então, na célula F3 será preenchida a seguinte fórmula =$F$2-E3. Lembrando que foi fixada a célula F2 porque o valor a ser economizado pelo casal não muda ao longo dos períodos, o que não ocorre nas células da coluna E, que equivalem ao valor da prestação, que muda ao longo dos períodos. Após inserir esta fórmula na célula F3, deverá ser utilizada a alça de preenchimento para completar a coluna, conforme Figura 28.

Figura 28 - Diferença

F3 | =F$2-E3

	A	B	C	D	E	F
1	**n**	**D**	**A**	**J**	**P**	**DIFERENÇA**
2	0	R$ 224.000,00	_	_	_	R$ 2.400,00
3	1	R$ 223.377,78	R$ 622,22	R$ 1.440,32	R$ 2.062,54	R$ 337,46
4	2	R$ 222.755,56	R$ 622,22	R$ 1.436,32	R$ 2.058,54	R$ 341,46
5	3	R$ 222.133,34	R$ 622,22	R$ 1.432,32	R$ 2.054,54	R$ 345,46
6	4	R$ 221.511,12	R$ 622,22	R$ 1.428,32	R$ 2.050,54	R$ 349,46
7	5	R$ 220.888,90	R$ 622,22	R$ 1.424,32	R$ 2.046,54	R$ 353,46
8	6	R$ 220.266,68	R$ 622,22	R$ 1.420,32	R$ 2.042,54	R$ 357,46
9	7	R$ 219.644,46	R$ 622,22	R$ 1.416,31	R$ 2.038,53	R$ 361,47
10	8	R$ 219.022,24	R$ 622,22	R$ 1.412,31	R$ 2.034,53	R$ 365,47

Fonte: Própria do autor, (2023)

A última coluna desta tabela (coluna F) contém o resultado da primeira opção do problema proposto. Em quanto tempo o valor guardado pelo casal será suficiente para quitar o financiamento?

A figura 29 mostra que a coluna G contém os valores acumulados a cada mês das Economias do casal. Por exemplo, a célula G3 corresponde ao valor guardado no mês 0 mais o valor guardado no mês 1, o que representa a seguinte fórmula: =G2+F3.

Figura 29 - Economias do casal

G3 | =G2+F3

	A	B	C	D	E	F	G
1	**n**	**D**	**A**	**J**	**P**	**DIFERENÇA**	**ECONOMIAS**
2	0	R$ 224.000,00	_	_	_	R$ 2.400,00	R$ 2.400,00
3	1	R$ 223.377,78	R$ 622,22	R$ 1.440,32	R$ 2.062,54	R$ 337,46	R$ 2.737,46
4	2	R$ 222.755,56	R$ 622,22	R$ 1.436,32	R$ 2.058,54	R$ 341,46	R$ 3.078,92
5	3	R$ 222.133,34	R$ 622,22	R$ 1.432,32	R$ 2.054,54	R$ 345,46	R$ 3.424,38
6	4	R$ 221.511,12	R$ 622,22	R$ 1.428,32	R$ 2.050,54	R$ 349,46	R$ 3.773,85
7	5	R$ 220.888,90	R$ 622,22	R$ 1.424,32	R$ 2.046,54	R$ 353,46	R$ 4.127,31
8	6	R$ 220.266,68	R$ 622,22	R$ 1.420,32	R$ 2.042,54	R$ 357,46	R$ 4.484,77
9	7	R$ 219.644,46	R$ 622,22	R$ 1.416,31	R$ 2.038,53	R$ 361,47	R$ 4.846,24

Fonte: Própria do autor, (2023)

E, utilizando a alça de preenchimento, descobre-se que o valor guardado será suficiente para quitar o saldo devedor na prestação 171, conforme Figura 30.

Figura 30 - Prazo total de economias é suficiente para obter o imóvel.

C164 622,22

	A	B	C	D	E	F	G
163	161	R$ 123.822,58	R$ 622,22	R$ 800,18	R$ 1.422,40	R$ 977,60	R$ 108.262,32
164	162	R$ 123.200,36	R$ 622,22	R$ 796,18	R$ 1.418,40	R$ 981,60	R$ 109.243,93
165	163	R$ 122.578,14	R$ 622,22	R$ 792,18	R$ 1.414,40	R$ 985,60	R$ 110.229,53
166	164	R$ 121.955,92	R$ 622,22	R$ 788,18	R$ 1.410,40	R$ 989,60	R$ 111.219,13
167	165	R$ 121.333,70	R$ 622,22	R$ 784,18	R$ 1.406,40	R$ 993,60	R$ 112.212,73
168	166	R$ 120.711,48	R$ 622,22	R$ 780,18	R$ 1.402,40	R$ 997,60	R$ 113.210,34
169	167	R$ 120.089,26	R$ 622,22	R$ 776,17	R$ 1.398,39	R$ 1.001,61	R$ 114.211,94
170	168	R$ 119.467,04	R$ 622,22	R$ 772,17	R$ 1.394,39	R$ 1.005,61	R$ 115.217,55
171	169	R$ 118.844,82	R$ 622,22	R$ 768,17	R$ 1.390,39	R$ 1.009,61	R$ 116.227,16
172	170	R$ 118.222,60	R$ 622,22	R$ 764,17	R$ 1.386,39	R$ 1.013,61	R$ 117.240,76
173	171	R$ 117.600,38	R$ 622,22	R$ 760,17	R$ 1.382,39	R$ 1.017,61	R$ 118.258,37
174	172	R$ 116.978,16	R$ 622,22	R$ 756,17	R$ 1.378,39	R$ 1.021,61	R$ 119.279,98
175	173	R$ 116.355,94	R$ 622,22	R$ 752,17	R$ 1.374,39	R$ 1.025,61	R$ 120.305,59
176	174	R$ 115.733,72	R$ 622,22	R$ 748,17	R$ 1.370,39	R$ 1.029,61	R$ 121.335,20
177	175	R$ 115.111,50	R$ 622,22	R$ 744,17	R$ 1.366,39	R$ 1.033,61	R$ 122.368,82
178	176	R$ 114.489,28	R$ 622,22	R$ 740,17	R$ 1.362,39	R$ 1.037,61	R$ 123.406,43

Fonte: Própria do autor, (2023)

Portanto, temos que o casalconseguirá quitar seu imovel com aproximadamente com 14 anos e 2 meses, totalizando um gasto R$ 412.142,01.

3.4 Análise da segunda opção

A segunda opção consiste em pagar aluguel até economizar o suficiente para pagar o imóvel à vista. O valor do aluguel é de R$ 1.500,00 por mês. Neste caso precisa-se encontrar o mês em que o valor das economias será igual ao valor do imóvel, lembrando que eles conseguem fazer suas economias valorizarem 0,6561% ao mês. Para isso, sugere-se construir uma tabela no Excel com os títulos: Tempo (n), Aluguel, valorização e Economias. E preencher a coluna Tempo de 0 a 360, utilizando a alça de preenchimento, conforme Figura 31.

Figura 31- Preenchendo as células

D1 | ECONOMIAS

	A	B	C	D
1	TEMPO	ALUGUEL	VALORIZAÇÃO	ECONOMIAS
2	0			
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			
10	8			
11	9			
12	10			

Fonte: Própria do autor, (2023)

Em seguida, na coluna Aluguel, é necessário preencher o valor do aluguel pago em cada mês, ou seja, R$ 1.500,00. A coluna

A valorização na célula C3 será dada pelo valor do salário menos o aluguel naquele mês, mais as economias do casal multiplicado pela taxa de 0,6561 que é o máximo de rendimento que o casal consegue aplicar, sendo assim e o quanto de juros rendeu:

Figura 32 - Valorização

C3 | =(2400-B3+D2)*0,6561%

	A	B	C	D
1	TEMPO	ALUGUEL	VALORIZAÇÃO	ECONOMIAS
2	0	-	-	R$ 58.400,00
3	1	R$ 1.500,00	R$ 389,07	
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			

Fonte: Própria do autor, (2023)

Economias constitui-se do valor das economias do casal menos o aluguel a ser pago, portanto, na célula C2 deverá ser preenchido o valor de R$ 2.400,00 e na célula D3 a seguinte fórmula: =2400-B3+C3+D2. Onde 2400 representa o total de economias do casal, B3 o valor do aluguel, C3 o quanto valorizou suas economias e D2 o saldo anterior das Economias. Para completar a coluna, pode-se empregar a alça de preenchimento para facilitar o trabalho, conforme mostrado na Figura 33

Figura 33 - Economias

D3 =2400-B3+D2+C3

	A	B	C	D
1	TEMPO	ALUGUEL	VALORIZAÇÃO	ECONOMIAS
2	0	_	_	R$ 58.400,00
3	1	R$ 1.500,00	R$ 389,07	R$ 59.689,07
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			
8	6			
9	7			
10	8			

Fonte: Própria do autor, (2023)

Com isso, descobre-se que no mês 116 o valor das economias do casal será necessário para pagar o imóvel a vista, conforme pode ser verificado na Figura

Figura 34 - Prazo total de economias é suficiente para obter o imóvel.

D118 =2400-B118+D117+C118

	A	B	C	D
106	104	R$ 1.500,00	R$ 1.628,17	R$ 249.786,58
107	105	R$ 1.500,00	R$ 1.644,75	R$ 252.331,34
108	106	R$ 1.500,00	R$ 1.661,45	R$ 254.892,79
109	107	R$ 1.500,00	R$ 1.678,26	R$ 257.471,04
110	108	R$ 1.500,00	R$ 1.695,17	R$ 260.066,22
111	109	R$ 1.500,00	R$ 1.712,20	R$ 262.678,42
112	110	R$ 1.500,00	R$ 1.729,34	R$ 265.307,75
113	111	R$ 1.500,00	R$ 1.746,59	R$ 267.954,34
114	112	R$ 1.500,00	R$ 1.763,95	R$ 270.618,30
115	113	R$ 1.500,00	R$ 1.781,43	R$ 273.299,73
116	114	R$ 1.500,00	R$ 1.799,02	R$ 275.998,75
117	115	R$ 1.500,00	R$ 1.816,73	R$ 278.715,49
118	116	R$ 1.500,00	R$ 1.834,56	R$ 281.450,04
119	117	R$ 1.500,00	R$ 1.852,50	R$ 284.202,54
120	118	R$ 1.500,00	R$ 1.870,56	R$ 286.973,10
121	119	R$ 1.500,00	R$ 1.888,74	R$ 289.761,83
122	120	R$ 1.500,00	R$ 1.907,03	R$ 292.568,87
123	121	R$ 1.500,00	R$ 1.925,45	R$ 295.394,32
124	122	R$ 1.500,00	R$ 1.943,99	R$ 298.238,30
125	123	R$ 1.500,00	R$ 1.962,65	R$ 301.100,95

Fonte: Própria do autor, (2023)

Portanto, esta opção o casal o casal conseguirá comprar sua casa a vista em aproximadamente 9 anos e 6 meses, gastando um total de R$ 450.000,00.

Com essas análises, pode-se chegar à conclusão de que a opção mais adequada para o casal é a segunda opção, ou seja, o casal deverá continuar no aluguel e com uma boa educação financeira reservando o que sobra de aluguel ir guardando em uma poupança para realizar a compra à vista.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve origem em conceitos de juros simples e compostos, buscando oferecer uma atividade baseada na Resolução de Problemas. Essa abordagem consiste em utilizar situações reais nas quais o indivíduo pode aplicar o conhecimento adquirido, considerando sua própria realidade. O objetivo dessa metodologia é estimular a iniciativa, o espírito de exploração, a criatividade e a independência, habilidades valorizadas no mercado de trabalho atual. Um dos principais objetivos de muitos casais é adquirir a casa própria em algum momento de suas vidas. No entanto, o alto custo envolvido torna difícil comprá-la à vista. Por isso, foi desenvolvida uma atividade focada em financiamento imobiliário, com o propósito de despertar o interesse do leitor, já que esse tipo de financiamento geralmente suscita dúvidas. Durante o desenvolvimento do problema, foram abordados conceitos de juros simples e compostos, além do uso da informática, como o Excel. Além disso, novos elementos foram introduzidos, como taxas equivalentes, sequência de pagamentos uniformes e sistemas de amortização, abrangendo situações reais desde compras simples até empréstimos frequentes. Além de aplicar os conhecimentos adquiridos, a atividade também teve como objetivo conscientizar o indivíduo sobre a importância de analisar opções e planejar-se de acordo com sua realidade antes de contrair dívidas, além de estimular o hábito de economizar.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio**. Volume 2. 7. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. 322 p. (Coleção Professor de Matemática)

[2] PINOTTI, Evandro Assis. **Microsoft Excel**. São Paulo: Microlins Brasil, 2007. 160 p

[3] ASSAF NETO, Alexandre. **Matemática Financeira e Suas Aplicações**. 12. Ed. São Paulo: Atlas, 2012. 308 p.

[4] SAMANEZ, Carlos Patricio. **Matemática Financeira**. 5 Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 305 p.

[5] SAMANEZ, Carlos Patricio. **Matemática Financeira**: Aplicações á Análise de Investimentos. 3 Ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002. 380 p

[6] **ENDIVIDAMENTO ATINGE 78,3% DAS FAMÍLIAS BRASILEIRAS, DIZ CNC.** Agência Brasil. Disponível em: < https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2023-05/endividamento-atinge-783-das-familias-brasileiras-diz-cnc > Acesso em: 17 de julho de 2023