



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

MATEUS DA SILVA ANDRADE

**RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE BORDA SEM
ARMADURA DE CISALHAMENTO COM TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO: uma
avaliação da atualização da ABNT NBR 6118**

TUCURUÍ
2025

MATEUS DA SILVA ANDRADE

**RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE BORDA SEM
ARMADURA DE CISALHAMENTO COM TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO: uma
avaliação da atualização da ABNT NBR 6118**

Trabalho de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Civil, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Manoel José Mangabeira Pereira Filho

TUCURUÍ
2025

MATEUS DA SILVA ANDRADE

**RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR DE BORDA SEM
ARMADURA DE CISALHAMENTO COM TRANSFERÊNCIA DE MOMENTO: uma
avaliação da atualização da ABNT NBR 6118**

Trabalho de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Civil, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Data da aprovação: ____ / ____ / ____

Conceito: _____

BANCA EXAMINADORA

Manoel José Mangabeira Pereira Filho
Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Tucuruí

Davi Barbosa Costa da Silva
Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Tucuruí

João Paulo de Barros Santos
Mestre em Estruturas e Construção Civil

AGRADECIMENTOS

Concluir este trabalho representa mais do que o encerramento de uma etapa acadêmica; é o reflexo de uma caminhada marcada por desafios, escolhas difíceis, aprendizados e superação.

Agradeço primeiramente a Deus, pela força, saúde e resiliência nos momentos em que tudo parecia convergir contra o tempo e a disposição.

Aos meus pais, Marlene e José, meu alicerce, agradeço não apenas pelo apoio material, mas principalmente pelos exemplos de trabalho, honestidade, persistência e amor incondicional. Cada conquista minha carrega um pouco do esforço de vocês. Estendo ainda minha gratidão a toda a família Andrade, pelo carinho e confiança ao longo da minha trajetória.

Aos meus irmãos, Bruno e Lucas, e à minha irmã Gabriely, agradeço pela parceria e por compartilharem alegrias, desafios e aprendizados durante toda a caminhada. A presença de vocês sempre foi um apoio essencial.

Às minhas amigas e colegas de turma, Ana Luiza e Ana Gabriely, agradeço pelo constante suporte — compartilhamos conteúdos, conversas, risadas e uma convivência sincera que suavizou os dias mais intensos da graduação.

Aos amigos Caio, Karoline, Evanilson e Breno, pela parceria, apoio e amizade que certamente permanecerá mesmo após esta etapa.

Sou especialmente grato à minha prima Reura e ao Heliomar pelo acolhimento, apoio e compreensão em um momento decisivo — gestos que fizeram grande diferença.

Ao meu orientador, professor Dr. Manoel Mangabeira, agradeço a orientação técnica e pelas sugestões que deram direção ao desenvolvimento deste trabalho. Sua paciência e disponibilidade foram fundamentais nas etapas mais críticas.

Registro também minha gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para minha trajetória acadêmica — seja por meio de ensinamentos, convivência, silêncios ou até pelas situações difíceis que se tornaram parte importante do meu aprendizado.

A todos, o meu sincero obrigado!

“Se enxerguei mais longe, foi por estar sobre os ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

A verificação da resistência à punção de ligações laje-pilar é um ponto crítico de lajes lisas. A norma brasileira ABNT NBR 6118:2023, que apresenta uma recente atualização, estabelece disposições de projeto para avaliação da resistência à punção. Neste trabalho, comparam-se os resultados de ensaios experimentais com as estimativas obtidas pelas versões de 2014 e 2023 da norma, utilizando bancos de dados com resultados experimentais. Os bancos de dados foram compostos por 67 resultados de ensaios em ligações laje-pilar de borda, sem armadura de cisalhamento e com momento desbalanceado, selecionados em 32 programas experimentais independentes. Todas as lajes romperam por punção com altura útil (d) variando entre 97 mm e 209 mm, taxa de armadura de flexão (ρ) entre 0,45% e 2,14%, resistência à compressão do concreto (f_c) entre 20,7 MPa e 84,1 MPa, e excentricidade (e) entre 29,27 mm e 1221,14 mm. O desempenho das normas foi avaliado através da razão da carga última obtida no ensaio e a carga teórica calculada pelas versões da norma (V_u/V_{teo}). A dispersão e tendência de V_u/V_{teo} foram observadas em função dos parâmetros d , ρ , f_c , e/d . A análise estatística da razão entre carga última experimental e teórica (V_u/V_{teo}) revelou que ambas as versões normativas apresentam comportamento conservador, com médias de 1,51 (2014) e 1,73 (2023), respectivamente. A versão atualizada mostrou maior dispersão ($CV = 76,3\%$ contra $70,3\%$), mas melhorou o limite inferior de segurança (5%-quantil de 0,90 contra 0,82). Os resultados destacam avanços na NBR 6118:2023, particularmente no tratamento de lajes com alturas úteis elevadas e taxas de armadura extremas, embora ainda permaneçam desafios na previsão precisa de casos com parâmetros fora da faixa convencional. Este estudo fornece subsídios técnicos para a discussão sobre a evolução das normas brasileiras e a segurança estrutural contra falhas frágeis por punção.

Palavras-chave: lajes lisas, punção, momento desbalanceado, banco de dados.

ABSTRACT

The verification of the punching shear resistance of slab–column connections is a critical issue in flat slab systems. The Brazilian standard ABNT NBR 6118:2023, which has undergone a recent update, establishes design provisions for the assessment of punching shear resistance. In this study, experimental test results are compared with the estimates obtained from the 2014 and 2023 versions of the standard, using databases of experimental results. The databases comprise 67 test results of edge slab–column connections, without shear reinforcement and subjected to unbalanced moment, selected from 32 independent experimental programs. All slabs failed by punching shear, with an effective depth (d) ranging between 97 mm and 209 mm, flexural reinforcement ratio (ρ) between 0.45% and 2.14%, concrete compressive strength (f_c) between 20.7 MPa and 84.1 MPa, and eccentricity (e) between 29.27 mm and 1221.14 mm. The performance of the standards was evaluated using the ratio of the ultimate load obtained in the test to the theoretical load calculated by the standard versions (V_u/V_{teo}). The dispersion and trend of V_u/V_{teo} were analyzed as a function of the parameters d , ρ , f_c , and e/d . The statistical analysis of the ratio between experimental and theoretical ultimate loads (V_u/V_{teo}) revealed that both normative versions exhibit conservative behavior, with mean values of 1.51 (2014) and 1.73 (2023), respectively. The updated version showed greater dispersion (CV = 76.3% vs. 70.3%) but improved the lower safety limit (5th percentile of 0.90 vs. 0.82). The results highlight advancements in NBR 6118:2023, particularly in the treatment of slabs with large effective depths and extreme reinforcement ratios, though challenges remain in accurately predicting cases with parameters outside the conventional range. This study provides technical support for the discussion on the evolution of Brazilian standards and structural safety against brittle punching shear failures.

Keywords: flat slabs, punching shear, unbalanced moment, database, reinforced concrete.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 1 – Modelos de sistemas estruturais em concreto armado (Laje apoiada sobre vigas e Laje lisa)	10
Figura 2 – Superfície de ruptura por punção de uma laje de concreto armado	11
Figura 3 – Exemplos de colapsos devido à ruptura por punção no Brasil e no mundo:	13
Figura 4 – Relação carga × deslocamento para lajes com e sem armadura de cisalhamento.	17
Figura 5 – Ruptura por punção: modelos com e sem armadura de cisalhamento.....	17
Figura 6 – Exemplos de soluções estruturais: (a) Capitel e (b) Ábaco.	18
Figura 7 – Superfície de ruptura de laje sem armadura de cisalhamento:	19
Figura 8 – Fissuração observada na falha por punção sob diferentes níveis de carga: baixas, intermediárias e altas.....	20
Figura 9 – Superfície de ruptura de laje sem armadura de cisalhamento.....	20
Figura 10 – Seção de ruptura de punção conforme o CEB-FIP Model Code 1990.....	20
Figura 11 – Laje lisa com ábacos nas regiões de ligações.	21
Figura 12 – Laje lisa com capitéis nas regiões de ligações.....	23
Figura 13 – Influência do concreto na resistência à punção.	24
Figura 14 – Mecanismos de resistência à punção.	25
Figura 15 – Efeito pino.	26
Figura 16 – Perímetro crítico em pilares de borda	28
Figura 17 – Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar de borda.....	28
Figura 18 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados..	36
Figura 19 – Previsão da norma para ruptura de lajes à punção ($V_u/V_{R,teo}$).....	38
Figura 20 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da compressão do concreto (f_c).....	39
Figura 21 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da altura útil da laje (d)	40
Figura 22 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da das propriedades geométricas das lajes: W_p (m ²).....	40
Figura 23 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da compressão da excentricidade (e/d).....	41
Figura 24 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da compressão da armadura de flexão (ρ)....	41

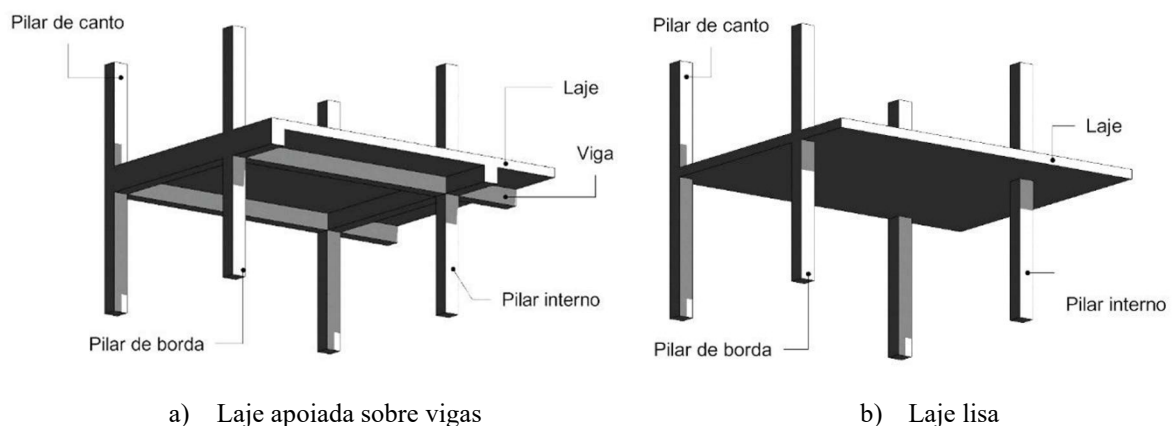
SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Justificativa	14
1.2	Objetivos	15
1.2.1	Objetivos Gerais	15
1.2.2	Objetivos Específicos	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Fenômeno da punção em lajes lisas	16
2.2	Padrão de fissuração e formação da fissura de punção	18
2.3	Parâmetros que influenciam na resistência à punção sem armadura de cisalhamento	21
2.3.1	Altura útil da laje.....	21
2.3.2	Dimensões, geometria e posição dos pilares.....	22
2.3.3	Resistência do concreto.....	23
2.3.4	Taxa de armadura de flexão	25
3	METODOLOGIA	27
3.1	Critério da ABNT NBR 6118 para estimativa da resistência à punção	27
3.2	Banco de dados	32
3.2.1	Coleta de dados	32
3.2.2	Avaliação do desempenho da norma brasileira.....	36
3.2.3	Análise estatística.....	37
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
5	CONCLUSÕES	44
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICE A	53

1. INTRODUÇÃO

Nos edifícios de concreto armado, a solução estrutural mais convencional consiste em lajes maciças ou nervuradas apoiadas sobre um sistema de vigas. Como alternativa, tem-se adotado com frequência o sistema no qual a laje se apoia diretamente sobre os pilares, que pode ou não incluir um espessamento na região do pilar, caracterizando, respectivamente, as lajes-cogumelo e as lajes lisas. A Figura 1 ilustra a distinção entre estas duas abordagens de sistemas estruturais.

Figura 1– Modelos de sistemas estruturais em concreto armado.



Fonte: Palhares (2018)

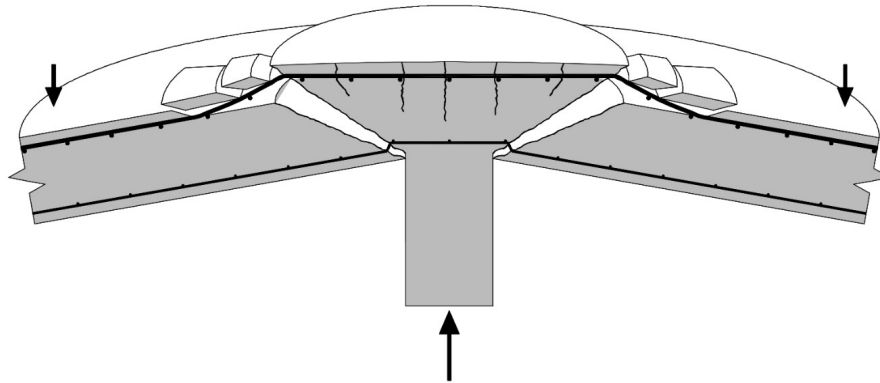
As lajes lisas, em particular, tornaram-se amplamente empregadas na engenharia estrutural devido às suas vantagens arquitetônicas e construtivas. Sua popularidade deriva de vantagens significativas que impactam desde a concepção arquitetônica até a execução da obra: maior liberdade de layout, otimização do pé-direito, simplificação das fôrmas, facilidade na passagem de instalações e, conseqüentemente, maior celeridade construtiva (Fib, 2013). Contudo, essa simplicidade aparente oculta um desafio técnico de alta complexidade e criticidade: a ruptura por punção (ou *punching shear*), que constitui a principal limitação e o ponto de maior vulnerabilidade deste sistema estrutural.

A punção é um modo de ruptura frágil, por cisalhamento, que pode ocorrer em lajes lisas de concreto. Este fenômeno está associado à formação de um "tronco de cone" ao redor do pilar, que tende a se desligar da laje devido às elevadas tensões originadas pelos esforços de flexão e cortante nesta região, como ilustrado na Figura 2.

O fenômeno da punção foi investigado pioneiramente por Talbot (1913) em ensaios de sapatas. É caracterizado por uma ruptura frágil por cisalhamento bidirecional, na qual, sob a ação de uma força concentrada, forma-se uma superfície de fratura cônica ou piramidal que atravessa a espessura da laje, podendo levar ao colapso localizado da ligação laje-pilar

(Guandalini, 2005). A natureza súbita e com baixíssima capacidade de deformação pré-ruptura desta falha a torna particularmente perigosa, pois ocorre sem avisos prévios claros, como a fissuração excessiva típica de falhas por flexão.

Figura 2– Superfície de ruptura por punção de uma laje de concreto armado.



Fonte: Guandalini (2005).

A criticidade aumenta exponencialmente nas ligações de borda e de canto. Nestas regiões, a transferência de momentos fletores desbalanceados, provenientes da continuidade da laje ou de ações de vento, é inevitável. A interação entre a força cortante vertical e esses momentos gera uma distribuição não uniforme de tensões de cisalhamento ao longo do perímetro crítico da ligação. Conforme observado por Tassinari (2011), este efeito combinado não só concentra as tensões em uma face do pilar, mas também agrava a abertura da fissura crítica de cisalhamento, diminuindo drasticamente a capacidade resistente da ligação quando comparada a um pilar interno submetido apenas à carga centrada. Modelos normativos, como o da ABNT NBR 6118, tentam equacionar esse efeito por meio de um coeficiente de majoração do momento ou pela consideração de uma parcela do perímetro crítico como ineficaz, mas a precisão desses modelos é um campo de constante debate e investigação.

Apesar dos seus benefícios, a ausência de vigas introduz um ponto de alta complexidade e criticidade estrutural: a ligação laje-pilar. Nessa região, a reação concentrada do pilar sobre uma área reduzida da laje gera um estado complexo de altas tensões de cisalhamento que podem levar à ruptura por punção. A história da engenharia estrutural está, infelizmente, marcada por diversos colapsos ocorridos no mundo devido a este fenômeno, alguns resultando em perdas de vidas e grandes danos materiais.

Dentre os casos internacionais emblemáticos, destacam-se o desabamento do Skyline Plaza (EUA, 1973) e o do estacionamento Pipers Row Park (Reino Unido, 1997). No Brasil, dois acidentes recentes reforçam a criticidade do tema: o colapso de parte da estrutura do Shopping Rio Poty em Teresina-PI (2013) e a ruína do pavimento de uso comum do Residencial Grand Parc em Vitória-ES (2016). Além desses, casos reais mais recentes como o divulgado

por Arslantas (2025), que mostrou a ruptura de uma laje lisa com espessura de 26 cm e vão de 8,5 metros, reforçam a importância de critérios normativos bem definidos para a verificação da resistência à punção, especialmente em lajes sem reforço transversal (Figura 3).

Além da falha localizada, a ruptura por punção pode estar associada a mecanismos de colapso progressivo, nos quais a perda de capacidade resistente de uma ligação laje-pilar pode influenciar o comportamento global da estrutura. Esse aspecto tem sido considerado em estudos recentes sobre robustez estrutural e segurança global de edifícios em concreto armado.

Diante desses riscos, a principal estratégia de mitigação é o uso de armaduras de cisalhamento, como estribos ou *studs*, que "costuram" a potencial superfície de ruptura, conferindo ductilidade e aumentando a capacidade resistente da ligação (Hegger et al., 2017). No entanto, por razões econômicas e executivas, muitas lajes lisas são projetadas sem essa armadura, confiando unicamente na capacidade resistente do concreto ao cisalhamento (V_c). Essa abordagem exige que as previsões normativas para a resistência do concreto sejam não apenas seguras, mas também precisas. A complexidade do fenômeno, influenciado por fatores como o efeito de escala (redução da resistência específica com o aumento da altura útil, d), a taxa de armadura de flexão (ρ) e a resistência do concreto (f_c), levou ao desenvolvimento de diferentes modelos teóricos, desde os puramente empíricos até os mais mecanísticos, como a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT) proposta por Muttoni (2008), que correlaciona a resistência à punção com a rotação da laje.

A diversidade de abordagens no dimensionamento estrutural é evidente na variabilidade observada entre diferentes códigos de projeto internacionais, como o ACI 318, Eurocode 2 e a NBR 6118. Nos últimos anos, diversas pesquisas têm buscado ampliar o entendimento sobre essa diversidade e suas implicações. Um exemplo notável é o trabalho de Vargas et al. (2022), que reuniu um extenso banco de dados experimental e avaliou o desempenho de normas internacionais. A abordagem metodológica adotada por esse estudo e a constatação da elevada variabilidade nos resultados normativos reforçam a importância de investigar os critérios de dimensionamento em situações críticas, como aquelas que envolvem momentos desbalanceados em ligações de borda, especialmente com a publicação de novas versões de normas, como ocorreu com a ABNT NBR 6118 em 2023, que demanda uma análise aprofundada de seus critérios.

Apesar da consolidação de diferentes modelos normativos para a verificação da punção, ainda se observa significativa dispersão entre as previsões fornecidas por códigos de projeto internacionais e o comportamento experimental observado, especialmente em ligações laje-pilar submetidas à transferência de momento desbalanceado. A atualização periódica desses

modelos reflete a complexidade do fenômeno e a necessidade contínua de reavaliação de seus critérios à luz de novos dados experimentais e avanços teóricos.

Figura 3– Exemplos de colapsos devido à ruptura por punção no Brasil e no mundo.



a) Skyline Plaza, Virginia, EUA, 1973 (Subramanian, 2014).



b) Piper Row Park, Wolverhampton, Inglaterra, 1997 (Subramanian, 2014).



c) Shopping Rio Poty, Teresina, Piauí. (Oliveira *et al.*, 2013)



d) Residencial Grand Parc, Vitória, Espírito Santo. (Coutinho *et al.*, 2016)



e) Arslantas, 2025.

Neste contexto, o presente estudo tem como objetivo central avaliar e comparar o desempenho das versões de 2014 e 2023 da norma ABNT NBR 6118 na estimativa da resistência à punção em ligações laje-pilar de borda, sem armadura de cisalhamento e submetidas à transferência de momento desbalanceado. A análise será fundamentada em um banco de dados criteriosamente selecionado, composto por resultados de ensaios experimentais reportados na literatura técnica, garantindo a relevância e a acurácia das comparações.

A avaliação de desempenho será quantificada por meio da análise estatística da razão entre a carga de ruptura experimental (V_u) e a carga resistente teórica prevista pela norma (V_{teo}). Adicionalmente, serão investigadas as tendências dessa razão em função dos seguintes parâmetros estruturais: altura útil da laje (d); taxa de armadura de flexão (ρ); resistência à compressão do concreto (f_c); e excentricidade da carga (e/d). Esses parâmetros são amplamente empregados na literatura científica para a análise da resistência à punção em lajes lisas, conforme evidenciado por estudos que investigam a influência da resistência à compressão do concreto e da taxa de armadura de flexão na capacidade resistente da ligação laje-pilar, como os de Moe (1961), Regan (1981) e Sherif e Dilger (2000). Com isso, o trabalho busca oferecer uma contribuição técnica à comunidade de engenharia estrutural, fornecendo subsídios para a discussão sobre a segurança, a economicidade e a confiabilidade das recentes atualizações normativas brasileiras aplicadas a um dos pontos mais críticos do projeto de estruturas de concreto armado.

1.1. Justificativa

Apesar da ampla utilização das lajes lisas em edificações de concreto armado, o dimensionamento à punção permanece como um dos aspectos mais sensíveis e controversos do projeto estrutural, sobretudo em ligações de borda submetidas à transferência de momento desbalanceado. Nessas situações, pequenas variações nos modelos normativos podem resultar em diferenças significativas na capacidade resistente prevista, influenciando diretamente a segurança e a viabilidade econômica da estrutura.

A revisão da ABNT NBR 6118, publicada em 2023, introduziu alterações relevantes nos critérios de verificação da punção, especialmente no tratamento dos efeitos de excentricidade de carregamento e na estimativa da resistência do concreto ao cisalhamento. Contudo, a adoção imediata desses novos critérios pela prática profissional ocorreu sem que houvesse, até o momento, uma validação sistemática e comparativa baseada em um conjunto representativo de resultados experimentais.

Nesse sentido, justifica-se a realização deste estudo pela necessidade de avaliar criticamente se as modificações introduzidas pela versão de 2023 da norma brasileira conduzem, de fato, a previsões mais seguras e consistentes quando comparadas à versão de 2014, ou se resultam em conservadorismos excessivos ou inconsistências frente ao comportamento observado experimentalmente. A escolha por analisar ligações de borda sem armadura de cisalhamento reforça a relevância prática do trabalho, uma vez que essa

configuração é recorrente em projetos correntes e representa uma condição estrutural particularmente crítica.

Assim, ao confrontar diretamente as previsões normativas com resultados experimentais consolidados na literatura, este trabalho busca fornecer subsídios técnicos objetivos para a avaliação das recentes atualizações da ABNT NBR 6118, contribuindo para o aprimoramento do projeto estrutural, para a redução de riscos associados à punção e para a evolução contínua das normas brasileiras de concreto armado.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Gerais

Analisar comparativamente o desempenho das versões 2014 e 2023 da ABNT NBR 6118 na previsão da resistência à punção em ligações laje-pilar de borda, considerando situações críticas sem armadura de cisalhamento e com transferência de momento desbalanceado.

1.2.2. Objetivos Específicos

Para alcançar esse objetivo principal, foi estabelecido um roteiro claro de acordo com os objetivos específicos:

- a) compilar um banco de dados experimental representativo, reunindo resultados selecionados da literatura técnica envolvendo diferentes configurações de ligações laje-pilar de borda;
- b) realizar análises comparativas das previsões normativas, por meio do cálculo sistemático das resistências teóricas à punção segundo as versões 2014 e 2023 da ABNT NBR 6118;
- c) avaliar o desempenho e a precisão das recomendações normativas, confrontando as resistências teóricas com as cargas últimas experimentais por meio de indicadores estatísticos, tais como média da razão $V_u/V_{R,teo}$, coeficiente de variação, coeficiente de determinação (R^2) e análise de quantis (5% e 95%);
- d) investigar a influência dos principais parâmetros estruturais — altura útil da laje (d), taxa de armadura de flexão (ρ), resistência à compressão do concreto (f_c), módulo de resistência plástica (W_p) e excentricidade do carregamento (e/d) — sobre a relação $V_u/V_{R,teo}$, de forma integrada às análises estatísticas apresentadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A partir de uma explanação clara e objetiva, são apresentados, inicialmente, aspectos gerais intrínsecos ao comportamento das lajes sem armadura de cisalhamento, sob carga de punção. Em seguida, são descritos os critérios normativos, restritos a pilares de borda, quanto ao dimensionamento à punção de lajes lisas de concreto armado. Conforme a ABNT NBR 6118 nas versões de 2014 e 2023.

2.1. Fenômeno da punção em lajes lisas

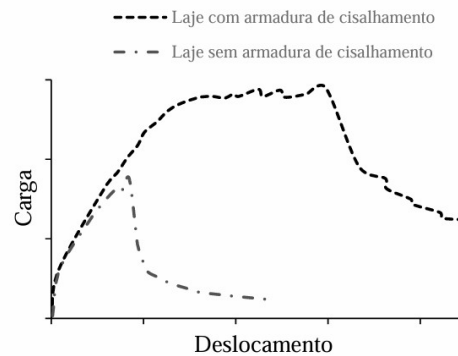
Desde meados do século XX, o comportamento estrutural das lajes lisas submetidas à punção é objeto de investigação sistemática devido à sua relevância para a segurança estrutural. Kinnunen e Nylander (1960) desenvolveram estudos pioneiros a partir de ensaios experimentais em lajes circulares apoiadas em pilares centrais sem armadura de cisalhamento, propondo um modelo mecânico para o mecanismo de ruptura por punção. Esse modelo descreve a formação e o deslocamento de um sólido interno com geometria aproximada de um tronco de cone, limitado por uma superfície de ruptura inclinada em relação ao plano da laje, e possibilita a estimativa da carga última com base no equilíbrio de esforços nas regiões adjacentes à fissura de punção, estabelecendo fundamentos conceituais que influenciaram decisivamente o desenvolvimento de pesquisas posteriores e de prescrições normativas.

Do ponto de vista do mecanismo de ruptura, Wight e MacGregor (2009) destacam que o cisalhamento em lajes pode ocorrer de duas formas distintas: unidirecional, caracterizado por uma fissura inclinada ao longo da laje, ou bidirecional, conhecida como punção. Nesta última, observa-se a formação de um tronco de cone ao redor do pilar, mecanismo particularmente crítico em lajes lisas e em fundações do tipo placa apoiadas em pilares isolados, devido à ausência de vigas que auxiliem na redistribuição das tensões.

Essa ruptura está associada, conforme explicam Bartolac, Damjanović e Duvnjak (2015), à elevada concentração de tensões cisalhantes na região de ligação entre a laje e o pilar. Melges (1995) ressalta que, em muitos casos, a falha por punção pode ocorrer antes mesmo do escoamento da armadura de flexão, resultando em um comportamento frágil e com reduzida capacidade de aviso prévio, o que aumenta significativamente o risco estrutural.

Nesse contexto, Regan (1981) demonstrou experimentalmente que a introdução de armadura de cisalhamento altera de forma relevante o comportamento das lajes, proporcionando aumentos tanto na resistência quanto na ductilidade, quando comparadas a lajes sem esse tipo de reforço. Esses resultados evidenciam a importância do detalhamento adequado da armadura como estratégia de mitigação do risco de ruptura por punção.

Figura 4– Relação carga × deslocamento para lajes com e sem armadura de cisalhamento.



Fonte: Palhares (2018).

Além disso, de acordo com o ACI 318 (2014), em lajes sem armadura de cisalhamento, a resistência ao esforço cortante é atribuída unicamente ao concreto. Já nas lajes com armadura específica para cisalhamento, parte desta resistência é absorvida pela armadura.

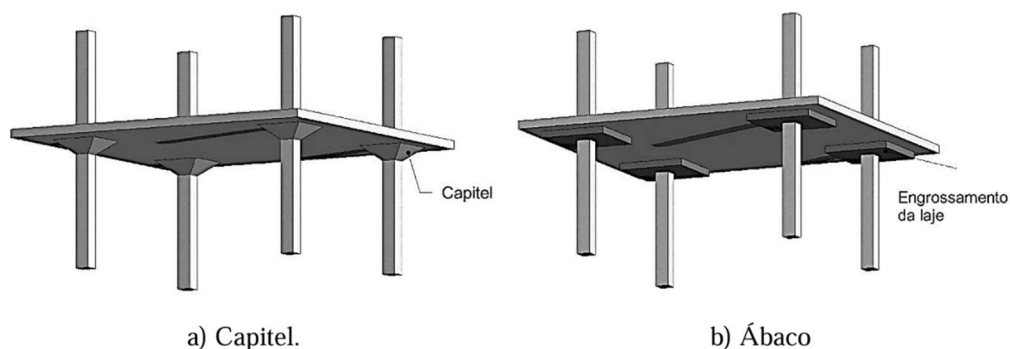
Figura 5– Ruptura por punção: modelos com e sem armadura de cisalhamento.



Fonte: Bartolac, Damjanović e Duvnjak (2015).

O formato da ruptura por punção assemelha-se a um tronco de cone, com geometria irregular, como demonstrado por Bartolac, Damjanović e Duvnjak (2015).

Figura 6– Exemplos de soluções estruturais: (a) Capitel e (b) Ábaco.



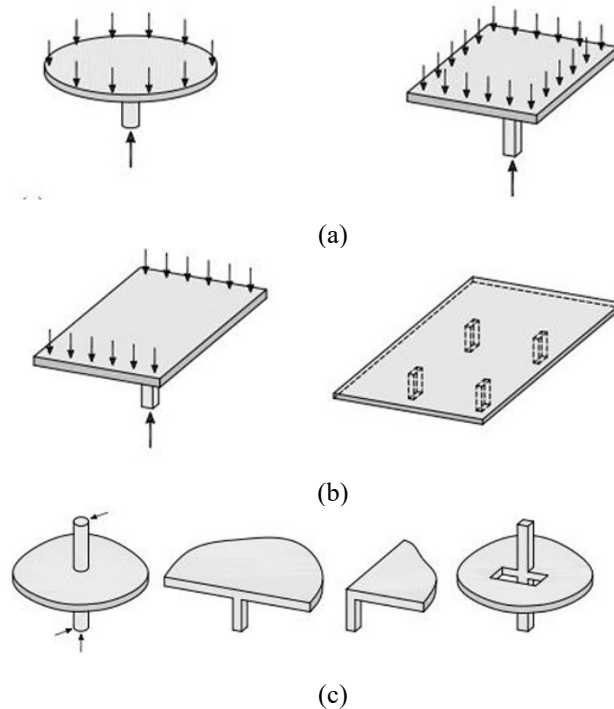
Fonte: Palhares (2018).

Para mitigar os efeitos da punção, soluções como capitéis ou ábacos podem ser adotadas, aumentando a área de transferência de esforços. No entanto, tais soluções são frequentemente inviáveis por questões arquitetônicas, conforme apresentado por Palhares (2018).

A classificação dos tipos de punção foi sistematicamente organizada por Tassinari (2011), em três categorias principais:

- a) punção simétrica: caracterizada por simetria biaxial em relação aos eixos principais da ligação laje-pilar. Este é o caso típico de pilares internos com carregamento simétrico e condições de contorno uniformes (Figura 7a);
- b) punção assimétrica: configuração com simetria uniaxial ou completa assimetria, porém sem transferência significativa de momento fletor (Figura 7b). pode ocorrer em tabuleiros de pontes com carregamentos assimétricos, conforme mencionado por Oliveira (2013);
- c) punção excêntrica: situação em que há transferência de momento fletor na ligação, comum em pilares de borda e canto (Figura 7c). como destacado por Santos (2018) nestes casos ocorre uma distribuição não uniforme do cisalhamento em torno do pilar, envolvendo esforços complexos de flexão e torção.

Figura 7– Superfície de ruptura de laje sem armadura de cisalhamento.



Fonte: Tassinari (2011).

2.2. Padrão de fissuração e formação da fissura de punção

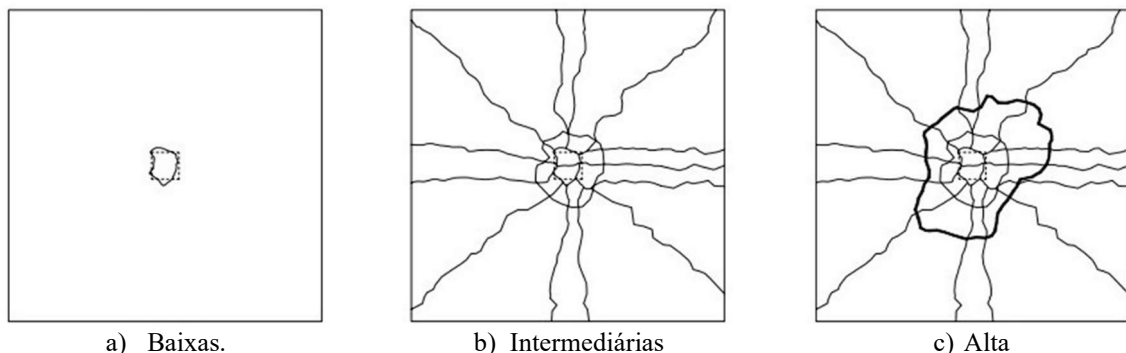
O padrão de fissuração em lajes lisas submetidas à punção segue uma sequência característica amplamente documentada em ensaios experimentais. De acordo com Leonhardt e Mönnig (1979) as deformações circunferenciais são inicialmente maiores que as deformações radiais, o que resulta no surgimento precoce de fissuras radiais na face tracionada da laje.

Hegger et al. (2017) observaram, em uma série de 39 ensaios experimentais, que essas fissuras radiais se iniciam no centro da laje e se propagam em direção às bordas, independentemente do tipo de armadura utilizada. Apenas em níveis mais avançados de carregamento, surge a fissura circunferencial crítica, que delimita o cone de punção.

Pereira Filho (2016) acrescenta que, em lajes com pilares contínuos e carregamento centrado, a primeira fissura ocorre no contorno do pilar. Com o aumento da carga, há uma redistribuição dos esforços e a conseqüente formação das fissuras radiais. No estágio de ruptura, forma-se a fissura circunferencial, também denominada de fissura tangencial de punção.

O processo de punção pode ser dividido em três fases distintas, conforme descrito por Guandalini (2005) (Figura 8). Esta classificação, embora simplificada, ajuda a compreender a evolução da falha desde os primeiros sinais de carregamento até o colapso completo. Cada fase apresenta características visuais e estruturais bem definidas, sendo possível correlacioná-las com o comportamento dos materiais e o nível de dano acumulado na estrutura.

Figura 8– Fissuração observada na falha por punção sob diferentes níveis de carga: baixas, intermediárias e altas.

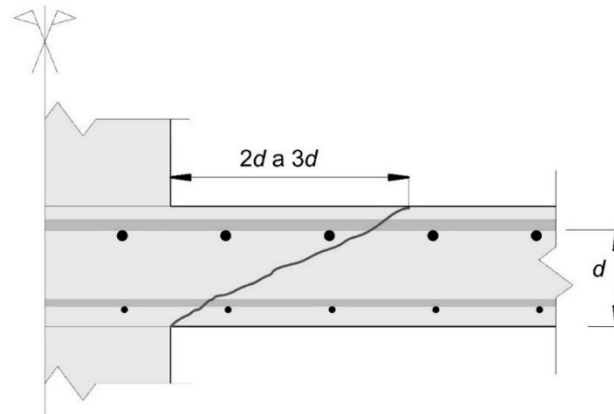


Fonte: Guandalini (2005).

- a) fase elástica inicial: corresponde ao estágio onde a laje apresenta comportamento linear, sem manifestação de fissuras visíveis. Nesta fase, as tensões são transferidas principalmente através das propriedades íntegras do concreto (Figura 8a);
- b) fase de fissuração radial: com o incremento de carga, surgem as primeiras fissuras radiais na face tracionada da laje (Figura 8b). Segundo Melges (2001) estas fissuras dividem a laje em setores distintos e representam o início do processo de degradação da capacidade resistente;
- c) fase de ruptura: em estágios avançados de carregamento (tipicamente entre 50–66% da carga última, conforme CEB-FIP Model Code 1990, formam-se fissuras tangenciais críticas que configuram o tronco de cone de punção (Figura 8c). Segundo Cordovil (1997) a superfície de ruptura tende a se estender radialmente entre duas a três vezes a altura útil da laje (Figura 9).

Cordovil (1997) destaca que a superfície de ruptura em lajes lisas sem armadura de cisalhamento tende a se estender radialmente entre duas a três vezes a altura útil (d) da laje, conforme mostrado na Figura 9.

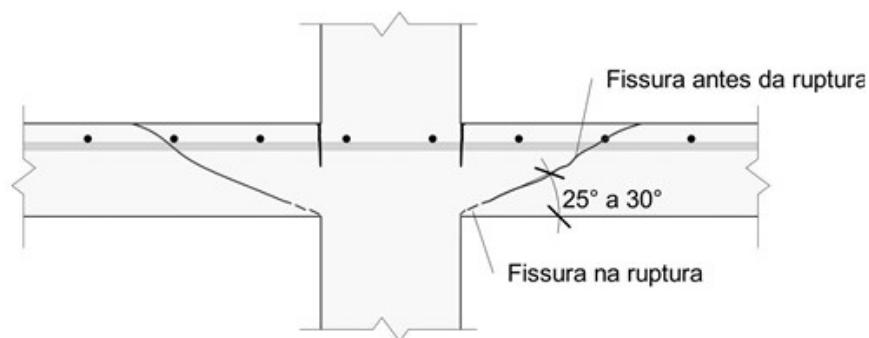
Figura 9– Superfície de ruptura de laje sem armadura de cisalhamento.



Fonte: Palhares (2018).

Quanto ao ângulo de inclinação da superfície de ruptura, Regan (1985) determinou um valor médio de aproximadamente 25° , com origem na face do pilar. O CEB-FIP Model Code 1990 (1993) sugere um intervalo entre 25° e 30° (Figura 10). Já Menetrey (1998) destaca que esse ângulo pode sofrer variações significativas em função da taxa e do tipo de armadura de flexão adotados no projeto.

Figura 10– Seção de ruptura de punção conforme o CEB-FIP Model Code 1990.



Fonte: CEB-FIP Model Code 1990 (1993).

Bartolac, Damjanović e Duvnjak (2015) evidenciaram que a presença de armadura de cisalhamento pode reduzir o ângulo da superfície de ruptura de aproximadamente 45° para 15° , o que aumenta a área de laje envolvida na resistência ao carregamento e melhora o desempenho da ligação laje-pilar frente à punção.

2.3. Parâmetros que influenciam na resistência à punção sem armadura de cisalhamento

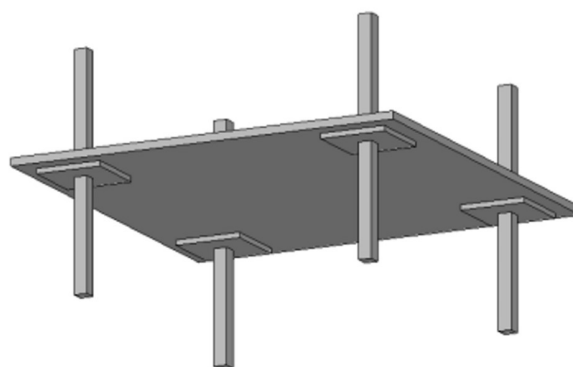
O fenômeno da punção em lajes lisas apresenta elevada complexidade, sendo influenciado por uma ampla variedade de fatores que interagem entre si, afetando a rigidez, a capacidade de carga e o modo de ruptura da ligação laje-pilar (Schimanowski, 2024). A compreensão desses parâmetros é essencial, pois, devido ao grande número de variáveis envolvidas, o problema torna-se difícil de ser avaliado por modelos matemáticos exatos. Por esse motivo, as formulações de cálculo presentes nas principais normas técnicas são majoritariamente semi-empíricas, baseadas na análise de resultados obtidos por meio de ensaios experimentais (Werneck, 2017).

Entre os diversos parâmetros estudados, destacam-se na literatura técnica os seguintes: a altura útil da laje e o efeito de escala (*size effect*); as dimensões, a geometria e a posição do pilar; a resistência à compressão do concreto; a taxa de armadura de flexão tracionada; e a presença de armadura transversal, também chamada de armadura de cisalhamento ou de punção. Cada um desses fatores será abordado nos subtópicos a seguir.

2.3.1. Altura útil da laje

A altura útil da laje é um parâmetro que influencia diretamente a resistência ao cisalhamento, especialmente no processo de ruptura por punção. Esse fator está presente em diversas equações propostas pelas metodologias de cálculo (Anjos, 2018). O aumento da espessura da laje eleva sua capacidade resistente, pois, como a ruptura ocorre ao longo de uma superfície cônica, uma maior altura útil resulta em um perímetro de ruptura maior, o que distribui melhor as tensões atuantes para um mesmo carregamento (Werneck, 2017). Soluções como o uso de ábacos — espessamentos localizados da laje na região de ligação com o pilar — baseiam-se nesse princípio (Santos, 2018), conforme ilustrado na Figura 11.

Figura 11– Laje lisa com ábacos nas regiões de ligações.



Fonte: Santos (2018).

No entanto, o aumento da resistência com a altura útil não ocorre de forma linear. Pesquisadores como Graf (1938) e Richart (1948) já apontavam que a resistência ao cisalhamento das lajes não varia proporcionalmente à sua espessura (Santos, 2018). Isso significa que uma laje com 30 cm de espessura não é, necessariamente, duas vezes mais resistente que outra com 15 cm. Esse fenômeno é conhecido como efeito de escala (*size effect*), caracterizado pela redução da tensão média resistente à medida que as dimensões do elemento estrutural aumentam, mantendo-se a semelhança geométrica.

Segundo Bazant e Cao (1987) quando a falha estrutural é frágil e está associada à propagação de fissuras, como no caso da punção, não basta considerar apenas os limites de resistência plástica do material; o efeito de escala deve ser levado em conta.

Diversas teorias buscam explicar a origem desse fenômeno. Uma delas associa o efeito à maior probabilidade de ocorrência de heterogeneidades no concreto em elementos mais espessos (Cordovil, 1997, *apud* Rabello, 2010). Outra hipótese é que, em lajes mais espessas, a armadura de tração perde parte de sua capacidade de controlar a abertura das fissuras ao longo de toda a altura da seção, o que compromete mecanismos resistentes como o engrenamento dos agregados (Anjos, 2018). De acordo com Bazant *et al.* (1994) o efeito de escala deve ser explicado a partir da dissipação de energia devido ao crescimento da macro fissuração.

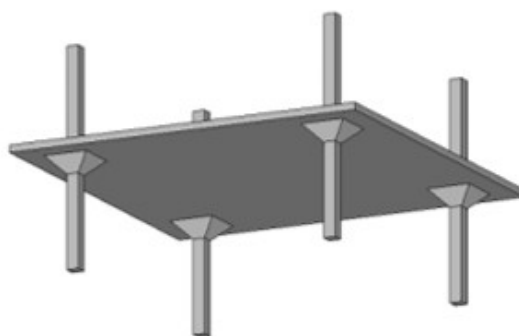
2.3.2. Dimensões, geometria e posição dos pilares

A geometria e as dimensões de um pilar influenciam diretamente na resistência à punção, uma vez que a distribuição das tensões ocorre na região de ligação laje-pilar. Assim, quanto maiores forem as dimensões do pilar, menores serão as tensões desenvolvidas na ligação e, conseqüentemente, maior será sua capacidade de carga (Cartaxo, 2018).

Estudos experimentais demonstram que, além da área de contato, o formato do pilar também modifica o comportamento à punção. Pilares de seção retangular ou quadrada são mais suscetíveis à concentração de tensões em seus cantos — uma característica observada por pesquisadores como Moe (1961) que pode reduzir a resistência da ligação. De acordo com Braestrup e Regan (1985) e Vanderbilt (1972) a resistência à punção em pilares circulares é de 10% a 15% superior à observada em pilares quadrados de mesma área. Segundo Melges (2001) para pilares retangulares, a proporção entre os lados é um fator crítico: quando a razão entre o maior e o menor lado ultrapassa 2, a ruptura tende a ser mais brusca e a resistência da ligação é reduzida. Paiva *et al.* (2015) atribuem esse comportamento à polarização das tensões nos cantos dos pilares, o que compromete a capacidade resistente à punção e pode levar a colapsos prematuros.

Por outro lado, o aumento da área do pilar reduz as tensões desenvolvidas na ligação e, consequentemente, aumenta sua resistência — princípio que fundamenta o uso de capitéis para suavizar a transferência de esforços. Conforme Santos (2018) pilares mais delgados tendem a perfurar a laje com maior facilidade. Por esse motivo, a adoção de capitéis na região de ligação (Figura 12) busca aumentar a dimensão efetiva do pilar, a fim de suavizar a transferência de esforços entre este e a laje.

Figura 12– Laje lisa com capitéis nas regiões de ligações.



Fonte: Santos (2018).

Adicionalmente, a posição do pilar na laje — se interna, de borda ou de canto — altera significativamente as condições de resistência. Em pilares de borda e de canto, a excentricidade do carregamento é inevitável (Anjos, 2018) e não há área suficiente para o desenvolvimento completo do cone de ruptura, o que gera um aumento expressivo nas tensões. Nessas situações, a ligação está sujeita não apenas a esforços de cisalhamento, mas também a momentos fletores e torsões, tornando o comportamento estrutural mais complexo (Werneck, 2017).

Oliveira (2013) demonstra que a ação combinada da carga vertical com o momento fletor gera dois efeitos principais: a concentração dos esforços de cisalhamento na ligação laje-pilar e o aumento da abertura da fissura crítica de cisalhamento — responsável pela ruptura nessa região. O primeiro efeito intensifica os esforços locais na ligação, enquanto o segundo reduz a resistência à punção por unidade de comprimento nas áreas adjacentes ao pilar. A atuação conjunta desses mecanismos resulta em uma redução significativa da capacidade resistente da ligação.

2.3.3. Resistência do concreto

De acordo com Sacramento et al. (2012) a falha por punção em lajes sem armadura de cisalhamento é governada, entre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. Contudo, para fins de projeto e segundo os procedimentos normativos, essa resistência à tração é

comumente estimada como uma função da resistência à compressão do concreto (f_{ck}) (Schimanowski, 2024).

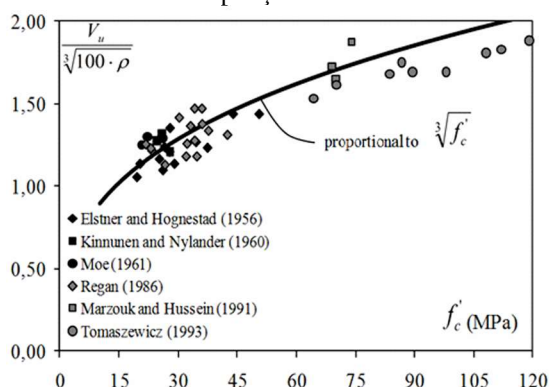
Por esse motivo, as pesquisas geralmente apresentam a resistência à compressão como a principal propriedade influente no comportamento à punção (Ferreira, 2010; Melges, 2001; Ledo, 2016). A relação entre a resistência à compressão do concreto e a resistência à punção tem sido, portanto, objeto de ampla investigação ao longo da história. Moe (1961) foi um dos primeiros a propor uma relação proporcional à raiz quadrada de f_{ck} , abordagem posteriormente adotada pela normativa americana ACI 318 (2019).

No entanto, estudos posteriores, analisando lajes com concretos de alta resistência, perceberam que essa proporção superestima o ganho de resistência (Hallgren, 1996). Por essa razão, a norma ACI impõe um limite máximo ao valor de f_{ck} que pode ser utilizado no cálculo. O ACI 318 limita o valor de $\sqrt{f_{ck}}$ utilizado no cálculo em 8,3 MPa (aproximadamente 69 MPa para f_{ck}), visando evitar superestimativas da resistência em concretos de alta resistência (Cartaxo, 2023)

Em contrapartida, estudos alternativos, como os de Elstner e Hognestad (1956) e Kinnunen e Nylander (1960) sugerem uma relação proporcional à raiz cúbica da resistência à compressão do concreto, ou seja, $\sqrt[3]{f_{ck}}$. Essa abordagem foi incorporada pelo Eurocode 2 e pela ABNT NBR 6118.

Com o objetivo de avaliar a influência dessa variável na resistência à punção, Sacramento et. al apresentam, na Figura 13, um estudo comparativo entre diversos resultados experimentais e a função proporcional à raiz cúbica proposta pelo Eurocode 2 (2004).

Figura 13– Influência do concreto na resistência à punção.



Fonte: Sacramento et. al (2012).

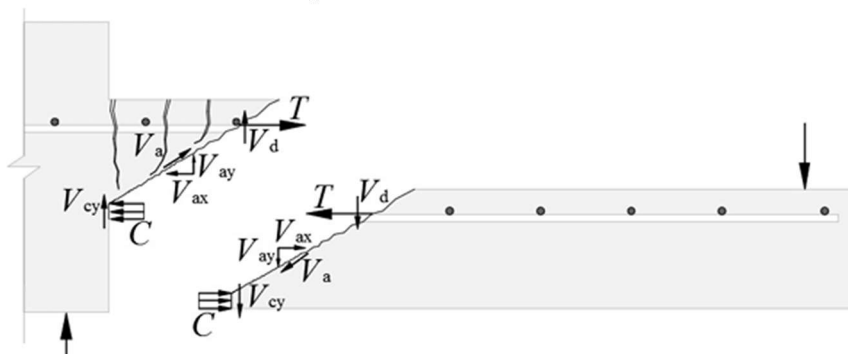
O gráfico mostra que a função proporcional à raiz cúbica da resistência do concreto apresenta boa correlação com os resultados experimentais, especialmente para concretos com resistência entre 20 e 90 MPa.

2.3.4. Taxa de armadura de flexão

A taxa de armadura passiva de flexão tracionada (ρ) é definida como a razão entre a área de aço da armadura de flexão tracionada (A_s) e a área de concreto considerada (A_c) ao redor do pilar. Esse parâmetro tem influência significativa na resistência à punção (Anjos, 2018).

De acordo com Regan (1986) a armadura de flexão só contribui para a resistência à punção em uma largura efetiva que se estende até uma distância de $3 \cdot d$ a partir das extremidades do pilar, onde d é a altura útil da laje. Essa recomendação foi incorporada em normas como a ABNT NBR 6118:2014 e o Eurocode 2:2004. Apesar disso, a norma americana ACI 318 (2014) não considera tal influência, embora seja amplamente reconhecida em pesquisas experimentais e em outras normas técnicas (Palhares, 2018).

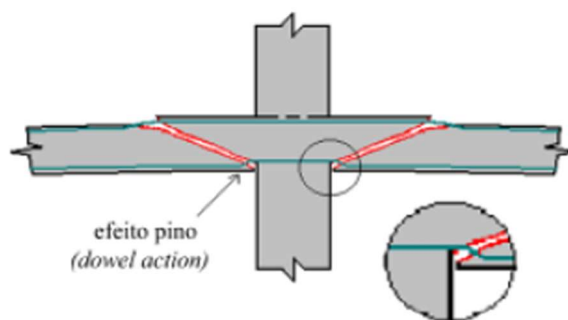
Figura 14— Mecanismos de resistência à punção.



Fonte: Pereira Filho (2016).

O aumento da taxa de armadura de flexão contribui para a resistência à punção por meio de diferentes mecanismos. Regan (1981) afirma que uma maior taxa desloca a linha neutra, aumentando a zona comprimida do concreto, que se mantém íntegra e atua na resistência ao cisalhamento. Além disso, o aumento da armadura melhora o controle das fissuras de flexão (Pereira Filho, 2016).

Figura 15– efeito pino.



Fonte: Ibracon (2015).

Antes do surgimento de fissuras, todo o esforço cortante é resistido pelo concreto íntegro. Com o aumento da carga e o aparecimento das fissuras de flexão, outros mecanismos passam a contribuir: o efeito de pino (V_d), o atrito entre as faces das fissuras (V_a) e, parcialmente, o próprio concreto não fissurado (V_c). Fissuras de menor abertura favorecem a transferência de esforços de cisalhamento por atrito, devido ao engrenamento dos agregados (Anjos, 2018).

O efeito pino (*dowel action*), citado por Fusco (1984) refere-se à capacidade da própria armadura longitudinal de resistir a esforços de cisalhamento por meio do atrito e deformação transversal do aço. Essa contribuição é especialmente relevante após a fissuração da laje.

Estudos como os de Sherif e Dilger (2000) apontam que a resistência à punção está relacionada à taxa de armadura por meio de uma função cúbica: $\tau_{Rd} \propto \rho^{1/3}$ (Anjos, 2018). Essa relação é adotada pelas normas NBR 6118 e Eurocode 2. No entanto, a influência da taxa de armadura tem um limite. Ensaio mostram que, a partir de taxas superiores a 2%, o aumento da resistência ao cisalhamento se torna insignificante (Fusco, 1984, *apud* Melges, 2001).

Estudos experimentais mais recentes, como os de Mabrouk, Bakr e Abdalla (2017) demonstraram um ganho de até 16% na capacidade resistente ao elevar a taxa de armadura de 1,48% para 2,14%, reforçando a relevância do controle adequado desse parâmetro no dimensionamento de lajes planas.

3. METODOLOGIA

O presente estudo baseia-se na análise de resultados experimentais disponíveis na literatura, os quais foram organizados em um banco de dados desenvolvido especificamente para a avaliação da resistência à punção em lajes de borda de concreto armado. A análise desses dados foi conduzida com base nas recomendações estabelecidas pela ABNT NBR 6118:2014 e pela versão atualizada da norma, ABNT NBR 6118:2023.

A partir dos parâmetros geométricos, mecânicos e de carregamento de cada ensaio, procedeu-se ao cálculo da resistência à punção e da carga última estimada conforme as prescrições normativas, considerando as particularidades das ligações laje-pilar de borda com transferência de momento. Os valores obtidos foram posteriormente comparados aos resultados experimentais reportados na literatura, permitindo avaliar o nível de precisão e conservadorismo da norma em sua versão mais recente.

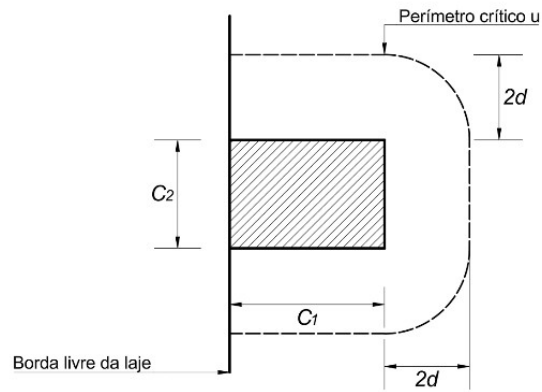
3.1. Critério da ABNT NBR 6118 para estimativa da resistência à punção

A verificação da punção em lajes de concreto armado segundo a ABNT NBR 6118 (2023) baseia-se na comparação entre tensões solicitantes (τ_S) e resistentes (τ_R), considerando superfícies críticas definidas em função da geometria do pilar e da altura útil da laje (d). Este método visa garantir a segurança contra dois modos de ruptura: compressão diagonal do concreto (na superfície C, junto ao pilar) e tração diagonal (na superfície C', afastada $2d$ da face do pilar). No presente estudo, focar-se-á na superfície C', uma vez que a ruptura por tração diagonal é o estado-limite predominante em lajes sem armadura de punção.

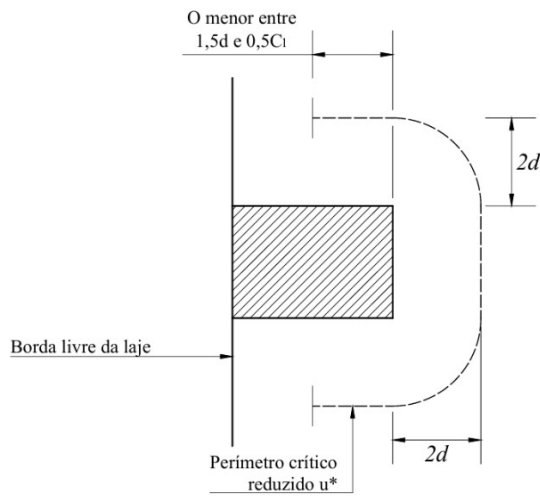
Para casos de ligações laje-pilar com carregamento centrado, pode-se dizer que τ_S é determinada pela diferença de forças atuando no pilar (V_u) dividida por uma superfície de controle afastada da face do pilar em uma distância de $2d$. Essa área é determinada pela multiplicação da altura útil (d) vezes o perímetro da superfície de controle (u), determinado conforme a Figura 16.

Considerando a atuação de transferência de momentos na ligação laje-pilar, admite-se que há uma variação de tensão solicitante em diferentes partes do perímetro crítico (Santos, 2018). A Figura 17 ilustra a distribuição de tensões consideradas pela NBR provocada pela transferência de momento. A Equação 1 apresenta a estimativa da norma para tensão solicitante considerando a soma das parcelas do carregamento centrado e a variação de tensão causadas pela transferência de momento, desconsiderando, para o caso do presente estudo, momento paralelo à borda.

Figura 16– Perímetro crítico em pilares de borda.



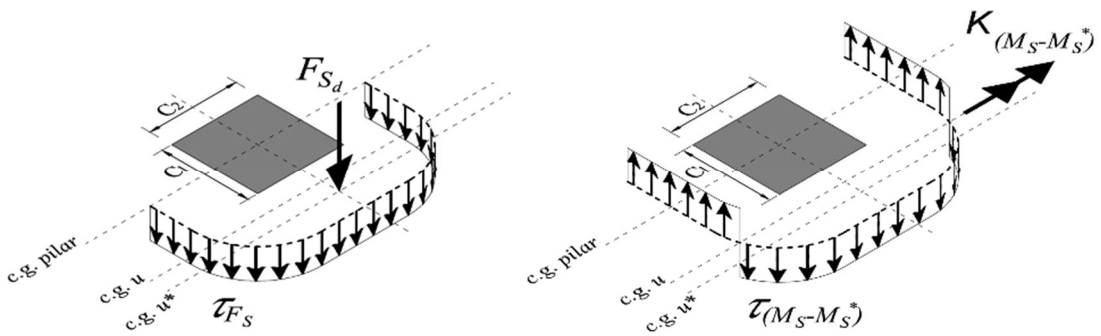
a) Perímetro crítico



b) Perímetro crítico reduzido

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2023).

Figura 17– Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar de borda.



Fonte: adaptado de Santos (2018).

$$\tau_S = \frac{V_u}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot |M_S - M_S^*|}{W_p \cdot d} \quad (1)$$

Sendo que:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (2)$$

$$M_S^* = V_u \cdot x_{cg,u^*} \quad (3)$$

Onde:

d : Altura útil da laje ao longo do perímetro crítico;

d_x : Altura útil na direção x;

d_y : Altura útil na direção y;

M_S : Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_S^* : Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação ao centro do pilar;

x_{cg,u^*} : Centro geométrico do perímetro crítico reduzido (obtido pela equação 4) resultando na equação 4;

$$x_{cg,u^*} = \frac{\int_{u^*} x \, du^*}{u^*} \quad (4)$$

Sendo:

du^* o comprimento infinitesimal do perímetro crítico u^* .

x é a distância de du^* ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_S .

u^* : Perímetro crítico reduzido referente à superfície crítica C', obtido de acordo com a Figura 16b.

O desenvolvimento analítico das expressões associadas ao centro geométrico do perímetro crítico e aos parâmetros dele derivados é apresentado no Apêndice A.

O perímetro crítico reduzido (u) é definido conforme a Figura 16b, considerando a distância mínima entre $1.5d$ e $0.5C1$ a partir da face do pilar.

Para pilares retangulares, a norma estabelece o coeficiente K (Tabela 1) em função da razão $C1/C2$, que ajusta a parcela de momento transferido por cisalhamento. Nota-se que, para $C2/C1 < 1$, K é calculado pela Equação 6, conforme proposto por Santos (2018) enquanto a ABNT NBR 6118 (2023) fornece valores tabulados.

A expressão resultante para o centro geométrico do perímetro crítico reduzido, aplicável a pilares de borda com momento atuando em apenas uma direção, é dada pela Equação 5.

$$x_{cg,u^*} = \frac{\text{mín}(1.5d; 0.5C_1) \cdot (C_1 - \text{mín}(1.5d; 0.5C_1)) + 2C_2 \cdot d + (C_1 \cdot C_2)/2 + \pi d \cdot C_1 + 8d^2}{2 \cdot (\text{mín}(1.5d; 0.5C_1)) + C_2 + 2\pi d} \quad (5)$$

K é um coeficiente dado pela tabela do item 19.2 da ABNT NBR 6118. Os valores dos coeficientes podem ser vistos na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores de K (ABNT NBR 6118 (2023)).

C1/C2	0.5	1.0	2.0	3.0
K	0.45	0.6	0.7	0.8

Obs: C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força
 C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força

$$K = \begin{cases} 0,1 \left(\frac{C_2}{C_1} \right) + 0,5 & \text{se } \frac{C_2}{C_1} \geq 1 \\ 0,3 \left(\frac{C_2}{C_1} \right) + 0,3 & \text{se } \frac{C_2}{C_1} < 1 \end{cases} \quad (6)$$

W_p é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, estimado pela Equação 7.

$$W_p = \int_u |x - x_{cg,u}| du \quad (7)$$

$$x_{cg,u} = \frac{\int_u x du}{u} \quad (8)$$

Onde:

$x_{cg,u}$: Centro geométrico do perímetro crítico;

A forma final do módulo de resistência plástica W_p , aplicável a pilares de borda com momento atuando em apenas uma direção, é expressa pela Equação 9.

$$W_p = x_{cg,u} \cdot 2C_1 + \left| 2d + \frac{C_1}{2} - x_{cg,u} \right| \cdot C_2 + \left| \frac{C_1}{2} + \frac{4d}{\pi} - x_{cg,u} \right| \cdot 2\pi d \quad (9)$$

A tensão resistente à punção (τ_R) é determinada pela ABNT NBR 6118 em função da resistência característica do concreto (f_c), da taxa geométrica de armadura de flexão (ρ) e de um fator associado ao efeito de escala (ξ), conforme apresentado na Equação 10.

Na atualização da ABNT NBR 6118 (2023), foram introduzidos limites superiores para a taxa de armadura ($\rho \leq 2\%$) e para o fator de escala ($\xi \leq 2,0$), com o objetivo de evitar superestimativas da resistência à punção. Diferentemente da versão anterior da norma, essas limitações passam a ser explicitamente consideradas, conforme definido nas Equações 11 e 12.

A taxa de armadura (ρ) é calculada como a média geométrica das taxas nas direções x e y (ρ_x e ρ_y), avaliadas em uma faixa de laje correspondente a 3d além da face do pilar, consideração relevante uma vez que a resistência à punção é fortemente influenciada pela armadura disposta nas proximidades do pilar.

Alternativamente, para ligações laje-pilar de borda sem armadura de cisalhamento e com transferência de momentos (V_{teo}), a carga resistente à punção pode ser determinada conforme a ABNT NBR 6118 por meio da Equação 13, na qual o efeito da transferência de momentos é incorporado pelo parâmetro adimensional β_S , definido na Equação 14.

$$\tau_R = 0.182 \xi (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0.02 \quad (11)$$

$$\xi = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \quad (12)$$

$$V_{teo} = \frac{\tau_R \cdot u \cdot d}{\beta_S} \quad (13)$$

$$\beta_S = \frac{u}{u^*_1} + \frac{K \cdot u}{W_p} \frac{|M_S - M_S^*|}{V_u} \quad (14)$$

Onde:

ρ_x : Altura útil na direção x;

ρ_y : Altura útil na direção y.

3.2. Banco de dados

3.2.1. Coleta de dados

Para a composição do banco de dados, foram aplicados critérios de filtragem visando garantir a representatividade das situações reais de projeto e a confiabilidade das análises. Foram excluídos ensaios que não correspondiam a lajes de borda, incluindo ligações laje-pilar de canto ou de interior, bem como modelos com armadura de cisalhamento ou cuja ruptura não ocorreu por punção. Também foram descartados ensaios submetidos a carregamento cíclico ou lateral, lajes protendidas, modelos reforçados com CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*), lajes com aberturas adjacentes ao pilar e casos com ausência de informações essenciais de carga ou momento último para verificação normativa. Adicionalmente, eliminaram-se lajes com altura útil inferior a 95 mm, critério adotado para garantir a representatividade de elementos estruturais em escala real e evitar efeitos de escala não capturados adequadamente pelos modelos normativos, bem como aquelas que apresentaram excentricidade externa..

A partir de um total inicial de 311 ensaios coletados na literatura, a aplicação desses critérios de filtragem, conforme sistematizado na Tabela 2, resultou em um banco de dados final composto por 67 lajes de borda, sem armadura de cisalhamento e submetidas à transferência de momento desbalanceado.

A Tabela 3 apresenta um resumo das principais características geométricas, mecânicas e de carregamento dos espécimes que compõem o banco de dados final, incluindo os autores de referência, o número de ensaios utilizados em cada estudo, as dimensões dos pilares (C1 e C2), a altura útil das lajes (d), a taxa de armadura de flexão (ρ), a resistência à compressão do concreto (f_c), a excentricidade (e) e a carga última experimental (V_u). A Figura 4 complementa essa análise, apresentando a distribuição estatística das variáveis consideradas.

Tabela 2 – Resumo do processo de triagem e composição do banco de dados.

(continua)

Autores	Nº de Ensaio	Critério de triagem										Ensaios usados
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Afhami <i>et al.</i> (2000)	3	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
Albuquerque (2014)	13	-	2	8	-	-	-	-	-	-	2	1
Andersson (1966)	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3
Ben-sasi (2013)	14	-	12	-	-	-	-	1	-	1	-	0

Tabela 2 – Resumo do processo de filtragem e composição do banco de dados.

(continuação)

Autores	Nº de Ensaio	Critério de filtragem										Ensaio usados
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Brändli et al. (1982)	6	-	2	-	-	-	-	-	2	-	-	2
El-Salakawy et al. (1998)	8	-	2	-	-	-	-	4	-	2	-	0
Fraile et al. (2023)	2	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Gonçalves (1986)	11	-	8	-	-	-	-	-	-	3	-	0
Hanson e Hanson (1968)	17	16		-	-	-	-	-	-	1	-	0
Hawkins e Corley (1974)	14		12	-	-	-	-	-	-	-	-	2
Hwang (1990)	16	8	-	-	-	-	-	-	-	8	-	0
Kane (1978)	2	-	-	-	-	-	-	-	-	2	-	0
Kinnunen (1971)	9	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-	3
Libório (1986)	9	-	-	-	-	-	-	-	-	9	-	0
Lim e Rangan (1995)	9	2	6	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Luo and durani(1995)	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3
Mortin e ghali (1991)	6	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	2
Narasimhan (1971)	15	9	4	-	-	-	-	-	-	-	-	2
Rangan (1990)	4	-	-	1	-	-	-	-	-	3	-	0
Regan (1978)	4	-	-	-	-	-	-	-	-	4	-	0
Regan (1993)	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10
Regan <i>et al.</i> (1978)	18	-	1	10	-	-	-	-	-	-	-	7
Ritchie (2006)	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Scavuzzo (1978)	4	-	3	-	-	-	-	-	-	1	-	0
Sherif e Dilger (2000a)	4	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Sherif e Dilger (2000b)	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
Sherif <i>et al.</i> (2005)	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5
Stamenkovich and champman (1972)	52	36	-	-	15	-	-	-	-	1	-	0

Tabela 2 – Resumo do processo de filtragem e composição do banco de dados.

(continuação)

Autores	Nº de Ensaio	Critério de filtragem										Ensaio usados
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Sudarsana (2001)	12	-	-	1		1	-	-	-	-	-	10
Tack (2019)	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4
Zaghlool (1971)	19	11	-	-	-	2	-	-	-	-	-	6
Zaghlool (2007)	12	2	4	-	-	-	5	-	-	-	-	1
Total de ensaios obtidos							311					
Total de ensaios filtrados							244					
Total de ensaios usados							67					

A - Laje de canto ou centro; B - Armadura de cisalhamento; C - Não rompeu por Punção; D - Carregamento cíclico ou lateral; E - Momento/Carga última ausente; F – CFRP; G - Laje com abertura; H – Protensão; I - $d < 95\text{mm}$; J – Laje com excentricidade externa.

A Tabela 3 apresenta um resumo das características dos espécimes e a Figura 4 apresenta um histograma com a distribuição das características analisadas no banco de dados. Na tabela é destacado os autores com suas respectivas referencias, o número de ensaios utilizadas de cada trabalho, as dimensões C_1 e C_2 dos pilares, altura útil (d), taxa de armadura de flexão (ρ), resistência à compressão do concreto (f_c), excentricidade (e), carga última das lajes (V_u).

Tabela 3 – Resumo das características das lajes do banco de dados.

(continua)

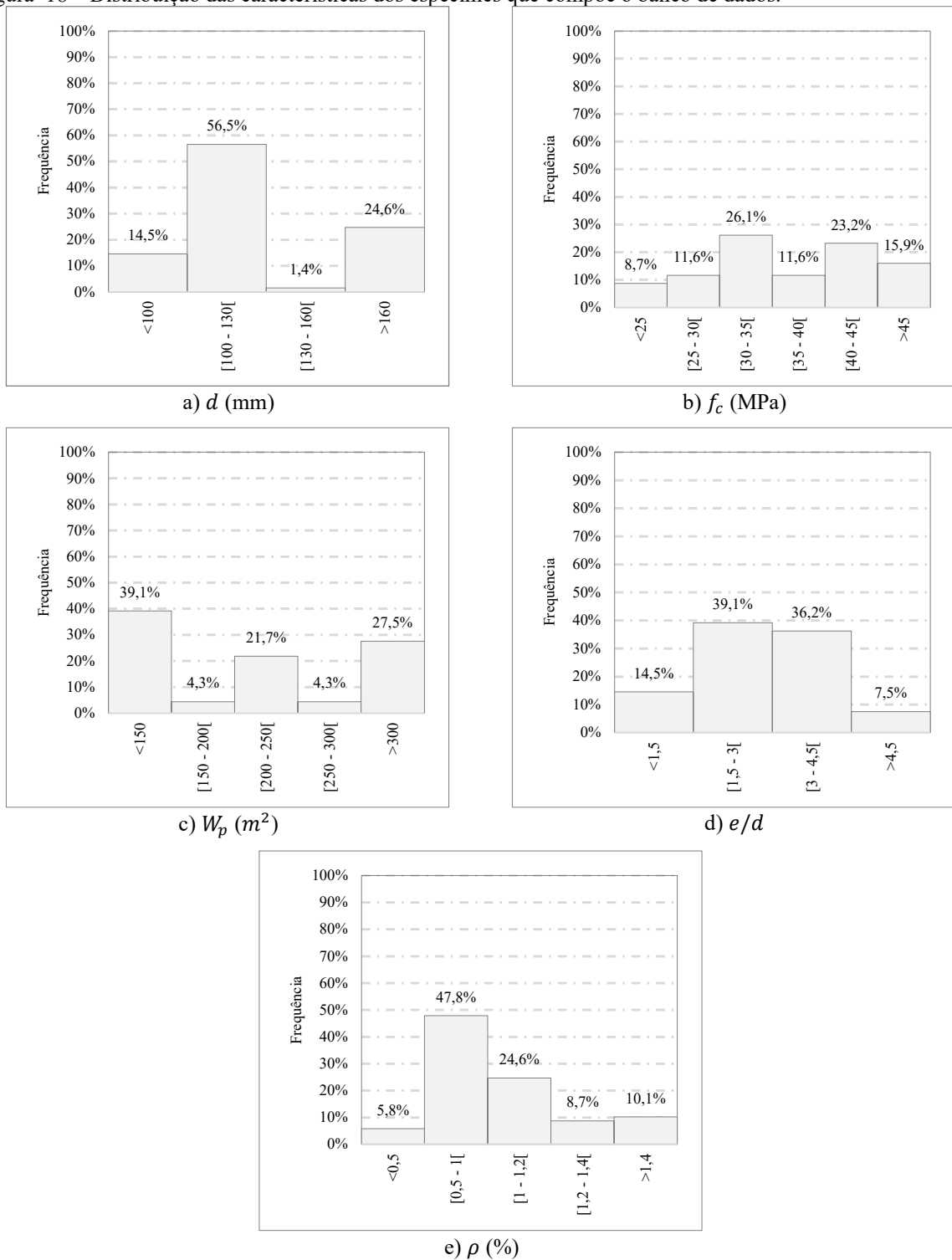
Autor	Nº de testes	c (mm)	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	V_u (kN)	W_p (m ²)
Afhami <i>et al.</i> (2000)	2	255-305	116	0,67 - 1,26	34,8	181 - 220	226,06
Albuquerque (2014)	1	300	145	1,01	45,9	308	397,91
Andersson (1966)	2	200-300	120 - 121	1 - 1,01	22,5 - 30,6	150 - 172	225 - 227
Brandli <i>et al.</i> (1982)	2	250	163 - 167	1,32 - 2,05	34,6	345 - 360	464 - 492
Fraile <i>et al.</i> (2023)	1	390	209	1,22	34,5	661	1108,87
Hawkins e Corley (1974)	2	203-305	120	1,37 - 1,45	22,6 - 22,7	101 - 111	234 - 264

Tabela 3 – Resumo das características das lajes do banco de dados.

(continuação)

Autor	Nº de testes	<i>c</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	ρ (%)	<i>f_c</i> (MPa)	<i>V_u</i> (kN)	<i>W_p</i> (m²)
Kinnunen (1971)	3	200	102	1,07 - 2,14	23,4 - 26,6	128 - 169	133,33
Lim e Rangan (1995)	1	250	98	0,5	25	106	144,09
Luo e Durani (1995)	3	250	97	0,49 - 0,55	20,7 - 32,1	16 - 33	115 - 141
Mortin e Ghali (1991)	2	254	122	0,75 - 1,01	32,2 - 43,2	141 - 141	238,06
Narasimhan (1971)	2	305	127	1,09	30,4 - 32,1	264 - 342	298,94
Regan (1993)	10	300	165 - 168	0,45 - 0,66	35,4 - 42,7	233 - 416	536 - 559
Regan <i>et al.</i> (1978)	7	100-300	98 - 101	0,5 - 0,95	27,4 - 50	114 - 192	112 - 150
Ritchie (2006)	1	250	122	0,78	26,2	142	235,37
Sherif e Dilger (2000a)	1	250	114	0,94	28	185	201,76
Sherif e Dilger (2000b)	1	250	114	1,1	84,1	245	201,76
Sherif <i>et al.</i> (2005)	5	150-375	100	0,45 - 0,51	31 - 35,6	95 - 172	106 - 175
Sudarsana (2001)	10	203	105	0,75 - 1,06	43,62 - 55	80 - 328	144,03
Tack (2019)	4	250-500	160	0,7 - 0,93	42,2 - 43,91	171 - 280	556 - 617
Zaghlool (1971)	6	178-356	117 - 121	1,17 - 2,13	26 - 40,5	117 - 268	185 - 306
Zaghloul (2007)	1	250	119	0,83	27,87	188,08	222,37

Figura 18 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados.



Fonte: Autor (2025).

3.2.2. Avaliação do desempenho da norma brasileira

Para avaliar o desempenho das recomendações normativas, foi analisada a razão entre a carga última experimental e a resistência teórica à punção, expressa por $V_u/V_{R,teo}$. Essa razão permite comparar diretamente os resultados experimentais com as previsões normativas, sendo o valor ideal igual a 1,0.

A avaliação do desempenho foi complementada por indicadores estatísticos e análises gráficas, descritos detalhadamente na Seção de Análise Estatística, com o objetivo de quantificar o grau de conservadorismo, a dispersão dos resultados e a correlação entre valores experimentais e teóricos.

Ressalta-se que, neste estudo, as expressões normativas de resistência à punção foram aplicadas sem a consideração de coeficientes parciais de segurança, visando permitir uma comparação direta entre previsões teóricas e resultados experimentais.

3.2.3. Análise estatística

A avaliação estatística do desempenho das recomendações normativas foi conduzida por meio de indicadores estatísticos clássicos, aplicados à razão $V_u/V_{R,teo}$, com o objetivo de quantificar o nível de conservadorismo, a dispersão dos resultados e a qualidade do ajuste entre valores experimentais e teóricos.

Os seguintes indicadores estatísticos foram adotados

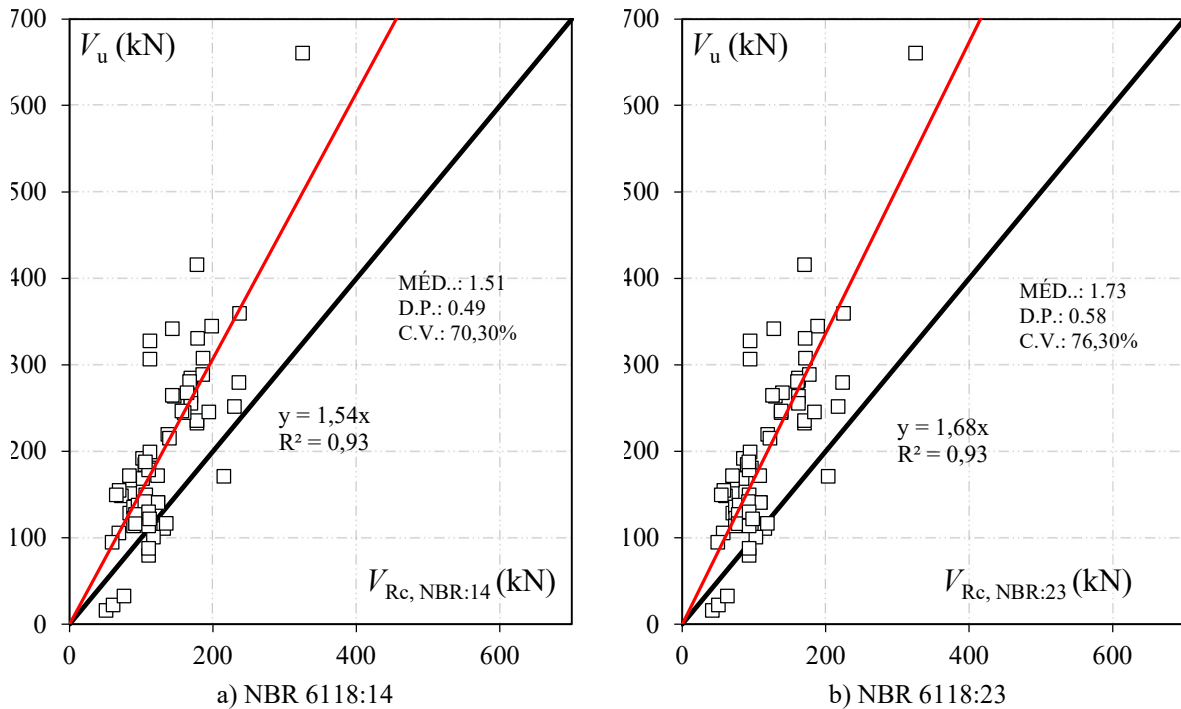
- a) média aritmética da razão $V_u/V_{R,teo}$: indica o nível médio de conservadorismo das previsões normativas, sendo valores superiores a 1,0 associados a previsões conservadora;
- b) desvio padrão (D.P.): mede a dispersão absoluta dos resultados em torno da média;
- c) coeficiente de variação (C.V.): expressa a dispersão relativa, calculado pela razão entre o desvio padrão e a média, multiplicado por 100%;
- d) coeficiente de determinação (R^2): avalia a qualidade do ajuste linear entre valores experimentais e teóricos, variando de 0 a 1. Valores próximos a 1 indicam forte correlação linear;
- e) percentis 5% e 95% (quantis): delimitam o intervalo de confiança estatística. O percentil 5% é particularmente relevante para avaliação de segurança estrutural, devendo idealmente ser superior a 1,0 para garantir que 95% das previsões sejam conservadoras.

As análises de sensibilidade foram conduzidas por meio de gráficos de dispersão que relacionam a razão $V_u/V_{R,teo}$ com os parâmetros d , f_c , ρ , W_p e e/d , permitindo identificar tendências e eventuais vieses sistemáticos nas previsões normativas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 19 ilustra a avaliação do desempenho dos modelos normativos por meio da relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura teórica ($V_u/V_{R,teo}$). Os pontos representam os 67 ensaios do banco de dados, classificados de acordo com as configurações apresentadas na Tabela 3. A linha de tendência em vermelho representa o ajuste linear dos dados, enquanto a linha preta tracejada indica a situação ideal ($V_u/V_{R,teo} = 1,0$), na qual as previsões normativas coincidiriam perfeitamente com os resultados experimentais.

Figura 19 – Previsão da norma para ruptura de lajes à punção ($V_u/V_{R,teo}$).



Fonte: Autor (2025).

Os resultados demonstram que ambas as versões da norma brasileira apresentaram tendências conservadoras, com médias de $V_u/V_{R,teo}$ de 1,51 (NBR 6118:2014) e 1,73 (NBR 6118:2023), respectivamente. Esses valores indicam que, em média, as previsões teóricas subestimaram a resistência experimental em 51% e 73%, sendo essa subestimação mais acentuada na versão de 2023. O desvio padrão foi de 0,49 para a versão 2014 e 0,58 para a versão 2023, evidenciando maior variabilidade nos resultados da norma atualizada.

Ambas as normas exibiram coeficientes de determinação (R^2) de 0,93, demonstrando forte correlação linear entre os resultados experimentais e as previsões normativas. Este valor indica que 93% da variabilidade observada nos resultados experimentais é explicada pelos modelos normativos, evidenciando boa capacidade preditiva em termos de tendência geral.

No entanto, os coeficientes de variação ($C.V.$) foram elevados, atingindo 70,30% para a NBR 6118:2014 e 76,30% para a NBR 6118:2023, o que revela uma dispersão significativa

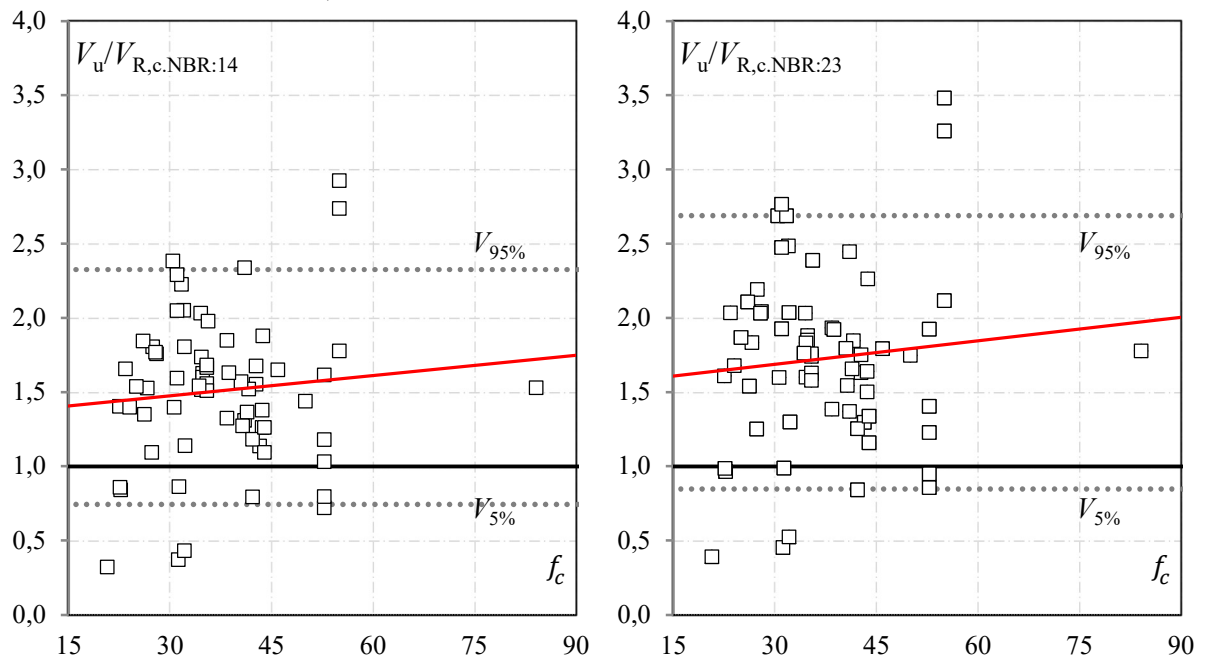
dos dados em relação às previsões. Essa maior variabilidade na versão atualizada sugere que, embora mantenha uma boa correlação global, a NBR 6118:2023 apresenta maior sensibilidade a variações nas condições específicas das lajes.

Observou-se ainda que os modelos normativos tendem a ser menos precisos para lajes com maiores alturas úteis e taxas de armadura de flexão, indicando dificuldade em capturar adequadamente o efeito de escala e o aumento de resistência associado a maiores taxas de armadura. Esse comportamento é consistente com a natureza empírica das formulações normativas, que podem não abranger todas as variáveis influentes no fenômeno de punção.

Em síntese, embora ambas as versões da norma apresentem desempenho semelhante em termos de correlação (R^2), a NBR 6118:2023 mostrou-se mais conservadora e com maior dispersão nos resultados, reforçando a necessidade de estudos adicionais para melhorar a previsão da resistência à punção em situações com parâmetros extremos.

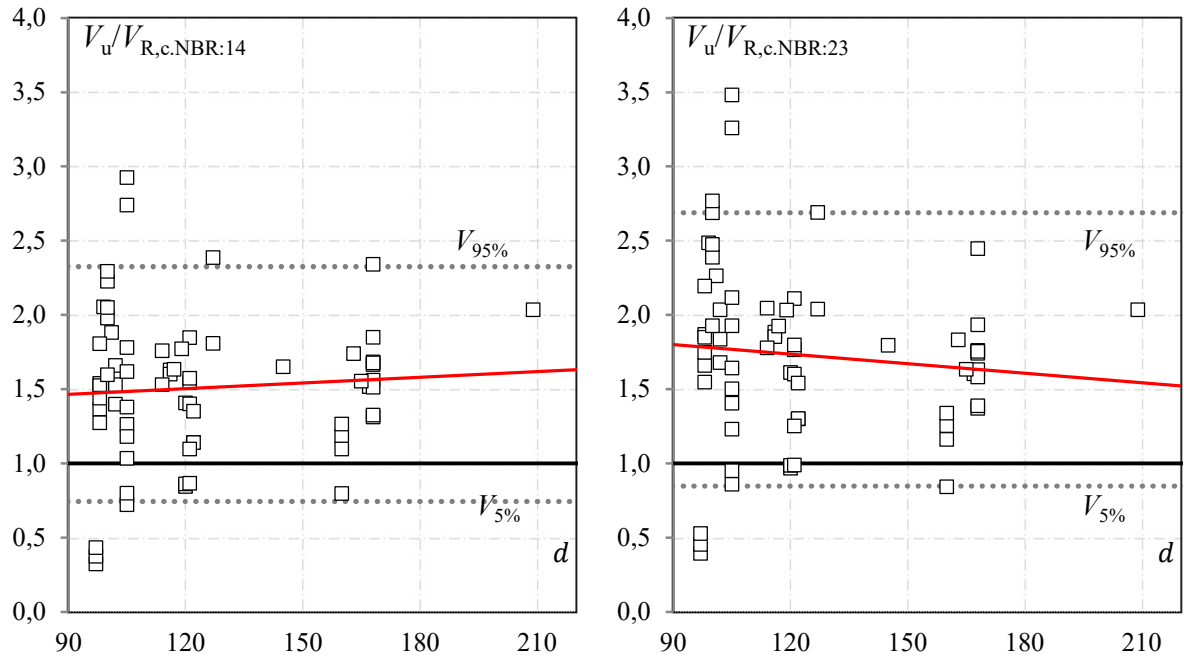
As Figuras 21 a 24 avaliam as previsões das recomendações sobre a resistência à punção ($V_u/V_{R,teo}$) com base em parâmetros específicos. A análise compara a relação estudada com uma linha contínua representando a tendência ideal, junto com linhas pontilhadas indicando os percentis (5%-quantil e 95%-quantil) obtidos por meio de uma distribuição normal dos resultados. Para garantir níveis seguros, conforme definido no ABNT NBR 6118, é essencial que os valores do 5% - quantil sejam maiores ou iguais a 1. A linha vermelha representa a tendência da nuvem de dados.

Figura 20 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da compressão do concreto (f_c).



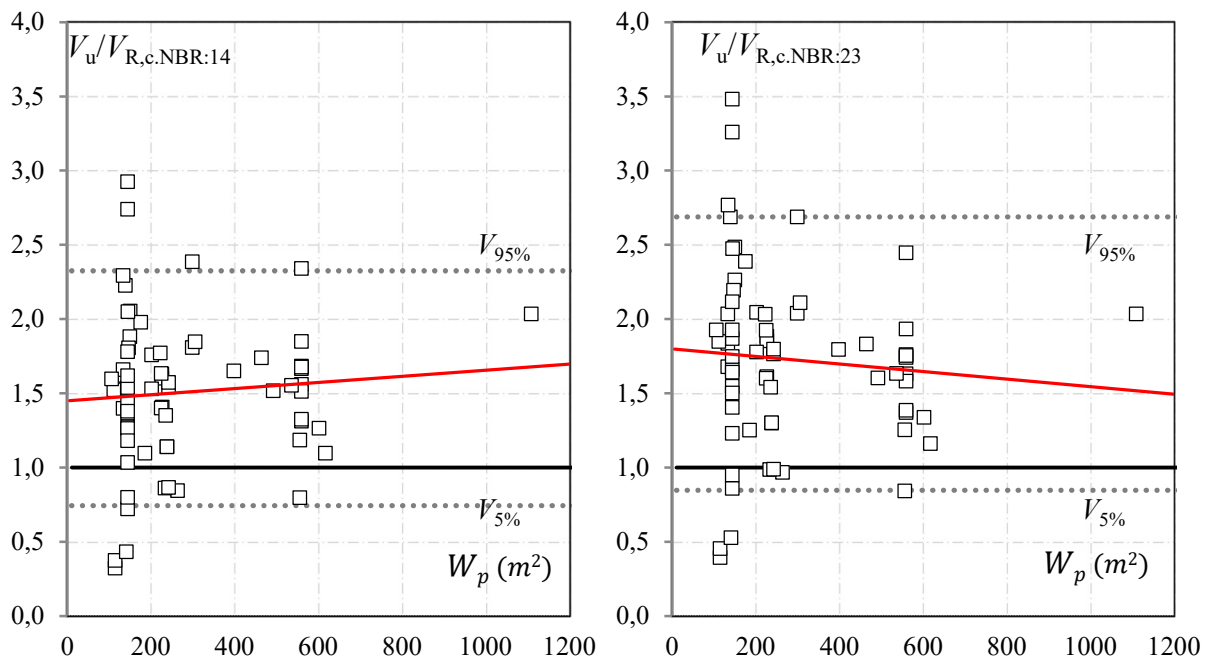
Fonte: Autor (2025).

Figura 21 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da altura útil da laje (d).



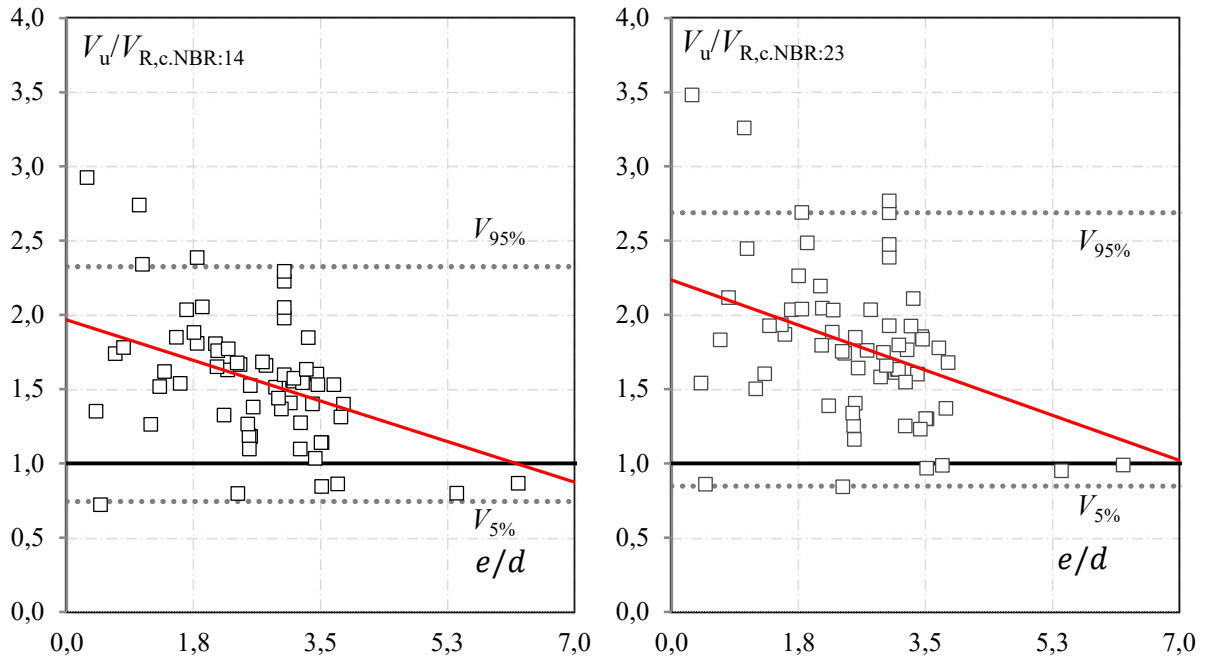
Fonte: Autor (2025).

Figura 22 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função das propriedades geométricas das lajes: W_p (m^2).



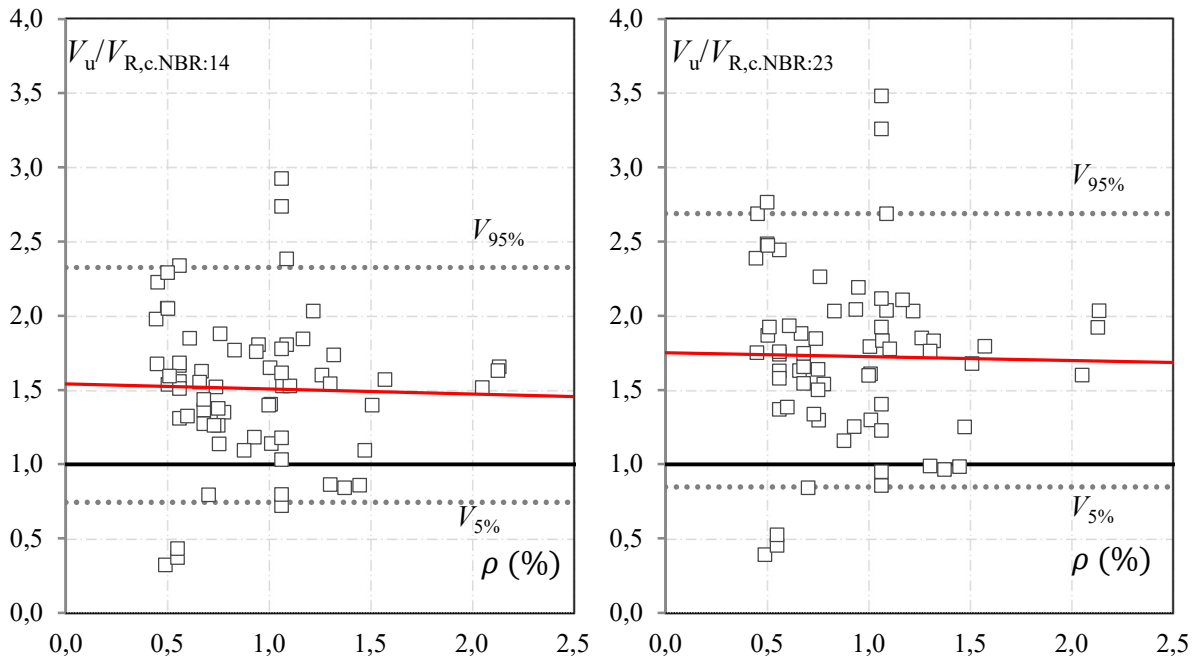
Fonte: Autor (2025).

Figura 23 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da excentricidade (e/d).



Fonte: Autor (2025).

Figura 24 – Variação de $V_u/V_{R,teo}$ em função da armadura de flexão (ρ).



Fonte: Autor (2025).

A avaliação das Figuras 21 a 24, com base nos critérios do ABNT NBR 6118, indica que nenhuma versão da norma atingiu níveis satisfatórios de segurança, todas apresentando um 5%-quantil abaixo de 1,00. É importante destacar que a atualização de 2023 da norma brasileira foi a que mais se aproximou do ideal, atingindo 0,85 para o 5%-quantil, enquanto a versão anterior alcançou 0,74.

Ao analisar a influência da resistência à compressão do concreto (f_c) nas recomendações da ABNT NBR 6118 (Figura 21), observa-se uma tendência das versões da norma brasileira em serem mais conservadoras para valores maiores de f_c .

Quanto à consideração da altura útil da laje (d) (Figura 8), percebe-se na atualização da norma brasileira uma tendência sutil das previsões se aproximarem dos valores experimentais à medida que d aumenta. Por outro lado, a versão anterior tende a resultados mais conservadores para valores maiores de d .

Em relação ao parâmetro W_p , para a versão de 2023 da ABNT NBR, verificou-se uma tendência à maior aproximação com o seu aumento, enquanto sua versão anterior tende a resultados conservadores.

A Figura 22 apresenta a variação da razão $V_u/V_{R,teo}$ em função do módulo de resistência plástica W_p , parâmetro geométrico associado à capacidade do perímetro crítico de absorver os efeitos da transferência de momento desbalanceado por meio de tensões de cisalhamento não uniformes. Na ABNT NBR 6118, o W_p influencia diretamente o fator β_s , reduzindo a penalização normativa à medida que aumenta a capacidade de redistribuição das tensões induzidas pelo momento.

Os resultados indicam que, apesar da dispersão significativa, valores mais elevados de W_p tendem a conduzir a previsões menos conservadoras, em consonância com a formulação normativa. Contudo, a dispersão observada evidencia que o W_p , isoladamente, não explica a variabilidade da resistência à punção, devendo sua influência ser analisada de forma conjunta com outros parâmetros estruturais, como a altura útil da laje e a excentricidade relativa e/d .

A avaliação do comportamento das normas em função da excentricidade revela padrões distintos entre as versões analisadas. A ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma resposta mais sensível ao aumento da excentricidade, com redução progressiva da relação $V_u/V_{R,teo}$, embora partindo de valores iniciais significativamente mais conservadores. Esta maior sensibilidade é acompanhada por uma correlação moderada, indicando que a excentricidade explica parcialmente o comportamento das previsões. Em contrapartida, a ABNT NBR 6118:2023 demonstra uma tendência menos acentuada, mantendo uma variação mais suave ao longo da faixa de excentricidades analisadas.

A análise mostra que a taxa de armadura tem impacto limitado nas previsões de ambas as normas. A NBR 6118:2014 apresenta leve tendência a resultados menos conservadores enquanto a NBR 6118:2023 mantém maior segurança em toda a faixa. A fraca correlação em ambos os casos indica que outros fatores predominam sobre a taxa de armadura nas formulações

normativas atuais. A versão 2023 demonstra comportamento mais estável, especialmente em taxas intermediárias, reforçando sua maior confiabilidade para projetos convencionais.

5. CONCLUSÕES

O estudo comparativo entre as versões de 2014 e 2023 da ABNT NBR 6118 para previsão da resistência à punção em lajes de concreto revelou aspectos importantes sobre a evolução das formulações normativas. De maneira geral, ambas as versões demonstraram comportamento conservador, com a versão atualizada (2023) apresentando maior grau de conservadorismo, evidenciado pela relação $V_u/V_{R,teo}$ média de 1,73 contra 1,51 da versão anterior. Este aumento no conservadorismo foi acompanhado por maior dispersão nos resultados (CV de 76,30% contra 70,30% da versão 2014), indicando maior sensibilidade da nova formulação às variações nos parâmetros estruturais.

A análise detalhada por parâmetros específicos mostrou padrões distintos de comportamento. Para a resistência do concreto, ambas as normas se mostraram mais conservadoras com o aumento de f_c , porém a versão 2014 apresentou fragilidades para concretos com resistência inferior a 35 MPa. No que diz respeito à altura útil, a formulação atualizada mostrou melhor adequação aos resultados experimentais para valores maiores de d , corrigindo o excessivo conservadorismo da versão anterior nestes casos. Quanto à taxa de armadura, identificou-se comportamento complementar: enquanto a versão 2014 mostrou previsões menos seguras para taxas inferiores a 1,10%, a versão 2023 apresentou redução no conservadorismo para taxas superiores a 2%.

Em termos de segurança estrutural, embora nenhuma das versões tenha atingido plenamente o critério ideal (5%-quantil $\geq 1,00$), a versão 2023 demonstrou melhor desempenho global (5%-quantil = 0,90 contra 0,82 da versão 2014). Este resultado indica que a atualização normativa representa avanço significativo, particularmente no que diz respeito à segurança estrutural. Contudo, os resultados também apontam para a necessidade de aprimoramentos futuros, especialmente no tratamento de situações com parâmetros extremos (como alturas muito reduzidas ou elevadas, e taxas de armadura muito altas ou baixas) e na melhor consideração de efeitos como escala e excentricidade.

Adicionalmente, estudos futuros podem ampliar o escopo desta investigação por meio da aplicação da mesma metodologia a códigos internacionais amplamente utilizados, como o fib Model Code, o ACI 318 e o Eurocode 2. A realização de análises comparativas utilizando um banco de dados experimental comum permitiria avaliar o posicionamento da ABNT NBR 6118 em um contexto internacional, bem como identificar convergências e diferenças entre as abordagens normativas, contribuindo para o aprimoramento contínuo das recomendações nacionais.

Os achados deste estudo sugerem que, apesar dos progressos representados pela versão 2023 da ABNT NBR 6118, ainda existem oportunidades para o desenvolvimento de formulações mais precisas e abrangentes. Pesquisas futuras poderiam focar no refinamento dos modelos para melhor capturar o comportamento de lajes com parâmetros extremos e na investigação mais aprofundada da influência de variáveis secundárias, como o parâmetro W . Tais desenvolvimentos contribuiriam para o contínuo aprimoramento das normas técnicas brasileiras de estruturas de concreto.

O estudo apresenta limitações que devem ser consideradas na interpretação dos resultados. O banco de dados apresenta escassez de ensaios com altura útil superior a 160 mm (apenas 24,6% das amostras, conforme Figura 18). Adicionalmente, a concentração de ensaios em faixas intermediárias de taxa de armadura (47,8% entre 0,5% e 1,0%) pode ter influenciado as tendências observadas nas análises de sensibilidade. Fica evidente a necessidade de aprimoramentos futuros nas formulações para abranger situações com parâmetros extremos e para refinar a consideração de efeitos como escala e excentricidade. Recomenda-se que pesquisas futuras foquem no desenvolvimento de modelos mais precisos e abrangentes, contribuindo para a contínua evolução das normas técnicas de estruturas de concreto no Brasil.

REFERÊNCIAS

- AFHAMI, S.; ALEXANDER, S. D. B.; SIMMONDS, S. H. **Shear and moment transfer in a full-scale two-panel flat plate specimen.** In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS, 2000, Stockholm. Proceedings... Stockholm: KTH, 2000. p. 343-350.
- ALBUQUERQUE, N. G. B.; MELO, G. S.; VOLLUM, R. L. **Punching Shear Strength of Flat Slab-Edge Column Connections with Outward Eccentricity of Loading.** ACI Structural Journal, Detroit, v. 113, n. 5, p. 1117–1129, 2016.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2023.
- BARBÁN, V. V. **Punção em lajes cogumelo de concreto protendido com cabos não aderentes na ligação laje-pilar de borda.** Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2008. 337 p.
- BARTOLAC, M.; DAMJANOVIĆ, I.; DUVNJAK, I. **Punching strength of flat slabs with and without shear reinforcement.** ACI Structural Journal, v. 112, n. 4, p. 469-478, 2015.
- BEN-SASI, O. M. **Behavior and strength of slab-edge beam column connections under shear force and moment.** Engineering Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering, v. 7, n. 9, p. 679-684, 2013.
- BIRKLE, G. **Punching of flat slabs: the influence of slab thickness and stud layout.** Tese (Doutorado). Alberta: University of Calgary, Department of Civil Engineering, 2004.
- BORGES, A. B.; DOMINGOS, J. P. S. **Punção em lajes lisas em concreto armado e protendido apoiadas sobre pilar de borda.** Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil. Brasília: Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2017. 110 p.
- BRÄNDLI, W.; MÜLLER, F.; THÜRLIMANN, B. **Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen.** Bericht Nr. 7305-4. Zürich: Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ), 1982. 145 p.
- BRITISH STANDARD INSTITUTION. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings.** London, 2004.
- CARTAXO, A. E. **Punção em lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante.** Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2023.

CEB-FIP. **Model Code 1990: Design Code**. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1993.

CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de concreto armado - punção**. Santa Catarina: UFSC, 1997. 221 p.

COUTINHO, H. B.; NOGUEIRA, G. S.; OLIVEIRA, A. B. **Vistoria técnica referente ao desabamento da estrutura da laje PUC/Lazer do condomínio do Residencial Grand Parc**. Relatório de Vistoria Técnica Estrutural. Vitória, 2016.

CUNHA, A. J. P. D.; SOUZA, V. C. M. D. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: EDUFF, 1994.

EL-SALAKAWY, E. F.; POLAK, M. A.; SOLIMAN, M. H. **Reinforced concrete slab-column edge connections with shear studs**. Canadian Journal of Civil Engineering, Ottawa, v. 27, n. 2, p. 338-348, 1998a.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. **Shearing strength of reinforced concrete slabs**. ACI Structural Journal, v. 53, n. 7, p. 29-58, 1956.

EUROPEANCOMMITTEEFORSTANDARDIZATION. **Eurocode 2: Design of concrete structures- part 1-1: General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium, 2004. 225 p.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model Code for concrete Structures 2010**. ISBN: 978-3-433-03061-5, October, 2013.

FERREIRA, M. P. **Punção de lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2010.

FRAILE, J.; AL-JAZAIRI, M.; MUTTONI, A. **Punching tests on edge slab-column connections with refined measurements**. Engineering Structures, v. 284, 116016, 2023.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações tangenciais**. São Paulo: Pini, 2008. 332 p.

GRAF, O. **Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Flachdecken gegen Durchstanzen**. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, n. 75, 1938.

GUANDALINI, S. **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé**. Tese (Doutorado). Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2005.

HALLGREN, M. **Punching shear capacity of reinforced high strength concrete slabs**. Tese (Doutorado). Estocolmo: KTH Royal Institute of Technology, 1996.

HANSON, N. W.; HANSON, J. M. **Shear and moment transfer between concrete slabs and columns**. Journal of PCA Research and Development Laboratories, Skokie, v. 11, p. 2–16, 1968.

HAWKINS, N. M.; CORLEY, W. G. **Moment transfer to columns in slabs with shearhead reinforcement**. In: Shear in Reinforced Concrete. Detroit: American Concrete Institute, 1974. (ACI Special Publication SP-42).

HAWKINS, N. M.; WONG, C. F.; YANG, C. H. **Slab-edge column connections transferring high intensity reversing moments normal to the edge of the slab**. Structures and Mechanics, Report No. SM78-1. Seattle, WA: Department of Civil Engineering, University of Washington, 1974.

HEGGER, J. et al. **Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs**. ACI Structural Journal, v. 114, n. 3, p. 631-642, 2017.

HWANG, S. J. **An experimental study of flat-plate structures under vertical and lateral loads**. Report No. UCB/SEM 90/11. Berkeley: University of California, 1990.

INÁCIO, M. M. G. et al. **Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement**. Engineering Structures, v. 103, p. 275-284, 2015.

KANE, K. A. **Some model tests on the punching action of reinforced concrete slabs at edge columns**. 1978. Honors Project – Queen’s University Belfast, Northern Ireland, 1978.

KINNUNEN, S. **Tests on concrete slabs supported on columns at free edges**. National Swedish Building Research, R2. Stockholm, 1971.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. **Punching of concrete slabs without shear reinforcement**. Transactions of the Royal Institute of Technology. Estocolmo, 1960.

LEDO, M. M. **Análise experimental à punção de lajes lisas tipo Bubbledeck com pilar interno**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2016.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

LIM, F.; RANGAN, V. **Studies on concrete slabs with stud shear reinforcement in vicinity of edge and corner columns**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 92, n. 5, p. 515-525, 1995.

LUO, Y. H.; DURRANI, A. J. **Equivalent beam model for flat slab buildings part II: exterior connections**. Structural Journal, Detroit, v. 92, n. 2, p. 250–257, 1995.

MABROUK, R. T. S.; BAKR, A.; ABDALLA, H. **Effect of flexural and shear reinforcement on the punching behavior of reinforced concrete flat slabs**. Alexandria Engineering Journal, v. 56, n. 4, p. 591-599, 2017.

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). São Carlos: Universidade de São Paulo, 1995.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental na punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). São Carlos: Universidade de São Paulo, 2001.

MENETREY, P. **Relationship between flexural and punching failure**. ACI Structural Journal, v. 95, n. 4, p. 412-419, 1998.

MOE, J. **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads**. Bulletin D47. Skokie: Portland Cement Association, 1961.

MOEHLE, J. P. **Strength of slab-column edge connections**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 85, n. 1, p. 89-98, 1988.

MORTIN, J. D.; GHALI, A. **Connection of flat plates to edge columns**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 88, n. 2, p. 191-198, 1991.

MUTTONI, A. **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement**. ACI Structural Journal, v. 105, n. 4, p. 440-450, 2008.

NARASIMHAN, N. **Shear reinforcement in reinforced concrete column heads**. 1971. Ph.D. Thesis – Imperial College of Science and Technology, London, UK, 1971.

OLIVEIRA, M. H. **Punção em lajes lisas com armaduras de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2013.

PALHARES, R. A. **Análise experimental da punção em lajes lisas de concreto armado com variação da ancoragem da armadura de cisalhamento**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Brasília: Universidade de Brasília, 2018. 156 p.

PAIVA, O. S. et al. **Influence of the column rectangularity index and of the boundary conditions in the punching resistance of slab-column connections**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 8, p. 260-295, 2015.

PEREIRA FILHO, M. J. M. **Avaliação dos métodos normativos para previsão da resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento e com conectores de aço**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Belém: Universidade Federal do Pará, 2016. 118 p.

RABELO, F. T. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.

RANGAN, B. V. **Tests on slabs in the vicinity of edge columns**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 87, n. 6, p. 623-629, Nov.-Dec. 1990.

REGAN, P. E. **Behaviour of reinforced concrete flat slabs**. CIRIA Report 89. Londres: Construction Industry Research and Information Association, 1981.

REGAN, P. E. **Design of reinforced concrete flat slabs**. London: Polytechnic of Central London, Dept. of Civil Engineering and Transport, 1978.

REGAN, P. E. **Symmetric punching of reinforced concrete slabs**. Magazine of Concrete Research, v. 38, n. 136, p. 115-128, 1986.

REGAN, P. E. **Tests of connections between flat slabs and edge columns**. London: University of Westminster, School of Architecture and Engineering, 1993.

REGAN, P. E.; WALKER, P. R.; ZAKARIA, K. A. A. **Test of reinforced concrete flat slabs**. CIRIA Project RP 220. London: School of the Environment Polytechnic of Central London, 1978. 217 p.

RITCHIE, M.; GHALI, A.; DILGER, W.; GAYED, R. B. **Unbalanced moment resistance by shear in slab-column connections: experimental assessment**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 103, p. 74–82, 2006.

SACRAMENTO, P. V. P. et al. **Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 5, n. 5, p. 659-691, 2012.

SANTOS, E. V. **Punção em lajes lisas: métodos de cálculo, prescrições normativas e exemplos de aplicação**. 2018. 225 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

SCHIMANOWSKI, E. R. Z. **Análise da punção em lajes com vazios esféricos através do método dos elementos finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2024. 197 p.

SCAVUZZO, L. **Shear reinforcement of slab-column connections of reinforced concrete flat plate structures**. 1978. Thesis – The Royal Military College, Kingston, Ontario, 1978.

SHERIF, A.; EMARA, M. B.; HASSANEIN, A.; ABUL MAGD, S. **Effect of the column dimensions on the punching shear strength of edge column-slab connections**. In: Punching Shear in Reinforced Concrete Slabs. Detroit: American Concrete Institute, 2005. (ACI Special Publication 232). p. 175-192.

SHERIF, A. G. **Behaviour of reinforced concrete flat slabs**. 1996. Ph.D. Thesis – Department of Civil Engineering, The University of Calgary, Calgary, Alta., 1996.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. **Effect of slab thickness and flexural reinforcement on the punching shear strength of slabs**. ACI Structural Journal, v. 97, n. 1, p. 3-12, 2000.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. **Punching failure of full-scale high strength concrete flat slabs**. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS, 2000, Stockholm. Proceedings... Stockholm: KTH, 2000. p. 235-243.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. **Tests of full-scale continuous reinforced concrete flat slabs**. ACI Structural Journal, Detroit, v. 97, n. 3, p. 455-467, 2000a.

STAMENKOVICH, A.; CHAPMAN, J. C. **Local strength of flat slabs at column heads**. Report 39. London, UK: Construction Industry Research and Information Association, 1972.

SUBRAMANIAN, N. **Alternative punching shear reinforcement for RC flat slabs**. The Indian Concrete Journal, p. 33-44, 2014.

SUDARSANA, I. K. **Punching shear in edge and corner column slab connections of flat plate structures**. 2001. Ph.D. Thesis – Department of Civil Engineering, University of Ottawa, Ottawa, ON, Canada, 2001.

TACK, B. **Flexural response of flat plate edge slab-column connections**. 2019. Thesis (Master of Science) – University of Kansas, Lawrence, 2019.

TALBOT, A. N. **Reinforced concrete wall footings and column footings**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Urbana-Champaign: University of Illinois, 1913.

TASSINARI, L. **Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement**. Tese (Doutorado). Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2011.

TENG, S. et al. **Punching shear strength of slabs and influence of low reinforcement ratio**. ACI Structural Journal, v. 115, n. 1, p. 139-148, 2018.

VANDERBILT, M. D. **Shear strength of continuous plates**. Journal of the Structural Division, v. 98, ST5, p. 961-973, 1972.

VARGAS, D.; LANTSOGHT, E. O. L.; GENIKOMSOU, A. S. **Flat slabs in eccentric punching shear: experimental database and code analysis**. Buildings, Basel, v. 12, n. 12, 2092, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/buildings12122092>. Acesso em: 30 maio 2025.

VARGAS, L. M. et al. **Comparative analysis of international design codes for punching shear in flat slabs**. Engineering Structures, v. 250, 113456, 2022.

WERNECK, P. P. T. **Avaliação da punção em lajes lisas de concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017. 138 p.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete: mechanics and design**. 5. ed. Nova Jersey: Pearson Education, 2009.

YAMADA, T.; NANNI, A.; ENDO, K. **Punching shear resistance of flat slabs: influence of reinforcement type and ratio.** ACI Structural Journal, v. 88, n. 4, p. 555-563, 1991.

ZAGHLOOL, A. **Punching shear strength of interior and edge column-slab connections in CFRP reinforced flat plate structures transferring shear and moment.** 2007. Ph.D. Thesis – Department of Civil and Environmental Engineering, University of Ottawa, Ottawa, ON, Canada, 2007.

ZAGHLOOL, E. R. F. **Strength and behavior of corner and edge column-slab connections in reinforced concrete flat plates.** 1971. Ph.D. Thesis – Department of Civil Engineering, The University of Calgary, 1971.

APÊNDICE A -

Este apêndice apresenta, de forma detalhada e organizada, o desenvolvimento analítico das expressões utilizadas para a determinação da posição do centro de gravidade do perímetro crítico e do parâmetro W_p , conforme adotado no corpo do trabalho. O objetivo é garantir rastreabilidade matemática, transparência dos procedimentos e aderência às recomendações da ABNT NBR 14724.

A coordenada do centro de gravidade do perímetro crítico reduzido u^* , medida na direção x , é definida por:

$$x_{cg,u^*} = \frac{\int_{u^*} x d u^*}{u^*} \quad (\text{A.1})$$

A integral do primeiro momento de área em relação ao eixo x pode ser decomposta nas seguintes parcelas:

$$\int_{u^*} x d u^* = 2 \cdot \min(1,5d; 0,5C_1) \cdot C_2 \cdot \left(\frac{C_1}{2} + 2d\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2d\right) \cdot \left(\frac{C_1}{2} + \frac{4d}{\pi}\right) \quad (\text{A.2})$$

Simplificando as expressões, obtém-se:

$$\int_{u^*} x d u^* = 2 \cdot \min(1,5d; 0,5C_1) \cdot (C_1 - \min(1,5d; 0,5C_1)) + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + C_1 \pi d + 8d^2 \quad (\text{A.3})$$

O comprimento total do perímetro crítico reduzido é dado por:

$$u^* = 2 \cdot \min(1,5d; 0,5C_1) + C_2 + 2\pi d \quad (\text{A.4})$$

Substituindo os resultados anteriores na definição do centro de gravidade, obtém-se:

$$x_{cg,u^*} = \frac{2 \cdot \min(1,5d; 0,5C_1) \cdot (C_1 - \min(1,5d; 0,5C_1)) + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + C_1 \pi d + 8d^2}{2 \cdot \min(1,5d; 0,5C_1) + C_2 + 2\pi d} \quad (\text{A.5})$$

Para o perímetro crítico completo u , a coordenada do centro de gravidade é definida por:

$$x_{cg,u} = \frac{\int_u x du}{u} \quad (\text{A.6})$$

A integral correspondente é dada por:

$$\int_u x du = 2 \cdot \left(\frac{C_1}{2} \cdot \frac{-C_1}{4} + \frac{C_1}{2} \cdot \frac{C_1}{4} \right) + C_2 \cdot \left(\frac{C_1}{2} + 2d \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2d \right) \cdot \left(\frac{C_1}{2} + \frac{4d}{\pi} \right) \quad (\text{A.7})$$

Após simplificação algébrica:

$$\int_u x du = \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + C_1 \pi d + 8d^2 \quad (\text{A.8})$$

O perímetro crítico total é expresso por:

$$u = 2C_1 + C_2 + 2\pi d \quad (\text{A.9})$$

Assim, a coordenada do centro de gravidade do perímetro crítico completo resulta em:

$$x_{cg,u} = \frac{\frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + C_1 \pi d + 8d^2}{2C_1 + C_2 + 2\pi d} \quad (\text{A.10})$$

O parâmetro W_p é definido como o primeiro momento absoluto do perímetro crítico em relação ao seu centro de gravidade:

$$W_p = \int_u |x - x_{cg,u}| du \quad (\text{A.11})$$

Considerando a decomposição geométrica do perímetro crítico, a expressão pode ser escrita como:

$$W_p = x_{cg,u} \cdot 2C_1 + \left| 2d + \frac{C_1}{2} - x_{cg,u} \right| \cdot C_2 + \left| \frac{C_1}{2} + \frac{4d}{\pi} - x_{cg,u} \right| \cdot 2\pi d \quad (\text{A.12})$$

A expressão acima é a forma final adotada nas análises desenvolvidas no corpo do trabalho.