



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS**  
**FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**DENISE SILVA DE LIMA**

**ESTUDOS DE DETERMINANTE E SISTEMA LINEAR: UMA METODOLOGIA DE**  
**ENSINO CONTEXTUALIZADO**

**ABAETETUBA-PA**  
**2022**

DENISE SILVA DE LIMA

ESTUDOS DE DETERMINANTE E SISTEMA LINEAR: UMA METODOLOGIA DE  
ENSINO CONTEXTUALIZADO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa

ABAETETUBA-PA  
2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

L732e Lima, Denise Silva de.  
Estudo de determinante e sistema linear: : uma metodologia de ensino contextualizado / Denise Silva de Lima. — 2022.  
32 f. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de Matemática, Abaetetuba, 2022.

1. Determinante . 2. Sistema linear. 3. Metodologia . 4. Contextualização e Problemas. I. Título.

CDD 510

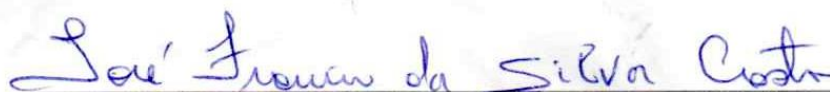
---

DENISE SILVA DE LIMA

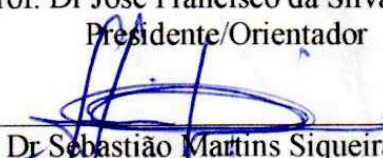
ESTUDOS DE DETERMINANTE E SISTEMA LINEAR: UMA METODOLOGIA DE  
ENSINO CONTEXTUALIZADO

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus universitário de Abaetetuba da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção de grau de licenciado em Matemática.

Aprovado em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_.



Prof. Dr José Francisco da Silva Costa  
Presidente/Orientador



Prof. Dr. Sebastião Martins Siqueira Cordeiro  
Membro Interno – FACET/CUBT



Prof. Ms. Tonival Sarges Correa  
Orientador– ICEN-UFPA, BELÉM-PA

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiro a Deus que fez com que meus objetivos fossem alcançados, por ter conseguido fazer esse sonho se tornar realidade, por ter me dado saúde e forças para chegar até o final.

Ao meu marido Uziel Rodrigues, que acima de tudo é um grande amigo, sou muito grata por seu apoio e amor, sem você este trabalho não teria chegado ao fim, sempre presente nos momentos difíceis. A você minha eterna admiração.

A minha querida filha meu maior presente, por compreender pelas horas que estive ausente.

Toda minha gratidão para minha família, em especial ao meu Pai e minha Mãe, vocês são o motivo do meu empenho e dedicação.

Deixo um agradecimento especial ao meu Orientador: Prof. Dr. José Francisco pela sua valiosa contribuição durante todo esse processo.

Aos meus colegas de curso pelo apoio e pelas trocas de ideias, em especial a minha amiga Bianca que esteve presente durante todo o meu percurso, e não posso esquecer do meu amigo Marcus, que indiretamente me ajudou durante a elaboração deste trabalho expresso a você minha gratidão.

Obrigado a todos que me ajudaram direta ou indiretamente durante toda a minha trajetória acadêmica.

**Autor:** Denise Silva de Lima

**Orientador:** Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa

**Banca:** Prof. Dr. Sebastião Martins Siqueira Cordeiro, Prof. Ms Tonival de Sarges Correa

## **RESUMO**

Esse trabalho de conclusão de curso, tem como abordagem os estudos determinante e sistema linear com ênfase numa metodologia de ensino contextualizado. Tratando-se de contextualização, procura-se desenvolver do ponto de vista teórico o formalismo matemático com as (propriedades) desenvolvidos analiticamente. Para aplicar o estudo teórico, considera-se uma metodologia em que seja possível mostrar aplicabilidade em (situações) problemas que evidenciam a prática em que o aluno poderá averiguar e compreender como equacionar e resolver questões de determinantes e sistemas lineares. Nesse caso, direciona-se a pesquisa para uma metodologia em que estejam presentes a teoria e a prática de modo que seja possível constatar que a aprendizagem apenas se completa quando o aluno consegue entender os temas no ambiente escolar e, seja capaz de associar em situações do seu cotidiano. Conclui-se a pesquisa considerando que a metodologia desenvolvida com base na contextualização poderá facilitar desde que seja aplicado no contexto da sala de aula e associar com o cotidiano para que o ensino e aprendizagem sejam muito mais promissores, tendo em vista que aproxima o aluno de uma maneira dinâmica, curiosos e motivadora devido a associação entre a teoria e prática.

**Palavras-Chaves:** determinante, sistema linear; metodologia, contextualização e problemas.

## **ABSTRACT**

This course conclusion work has as its approach the determinant studies and linear system with emphasis on a contextualized teaching methodology. In the case of contextualization, we seek to develop, from a theoretical point of view, the mathematical formalism with the (properties) developed analytically. To apply the theoretical study, it is considered a methodology in which it is possible to show applicability in (situations) problems that evidence the practice in which the student will be able to investigate and understand how to equate and solve questions of determinants and linear systems. In this case, the research is directed towards a methodology in which theory and practice are present so that it is possible to verify that learning is only completed when the student is able to understand the themes in the school environment and is able to associate in situations of your everyday life. The research concludes considering that the methodology developed based on contextualization can facilitate as long as it is applied in the context of the classroom and associated with everyday life so that teaching and learning are very promising, given that it brings the student closer to a dynamic, curious and motivating way due to the association between theory and practice.

**Keywords** Determinant, linear system; methodology, contextualization and problems.

## 1-INTRODUÇÃO

A matemática como disciplina do currículo de nível médio, não pode de maneira nenhuma está pautada num processo de ensino em que somente aflore o método tecnicista. Para o professor que ministra a disciplina jamais deve desenvolver temáticas em que apenas a teoria tenha sentido. Se assim o faz, torna-se relevante avaliar o processo de ensino e aprendizagem para que não corra o risco de ser o responsável de fazer que o aluno tenha desmotivação e se abstenha dos conteúdos repassados por não ser capaz de associar com o cotidiano.

Sob esse aspecto, entende-se que a metodologia como um campo que estuda os diferentes métodos no ensino-aprendizagem deve considerar a contextualização. Para Vasconcellos (2008), [...] contextualizar é apresentar em sala de aula situações que deem sentido aos conhecimentos que se deseja e que sejam aprendidos, por meio da problematização, levando em conta os conhecimentos prévios e a informação que o aluno traz do seu dia-a-dia. O que garante que ele dê um significado amplo ao conteúdo, isto é, que o conduza à sua compreensão (VASCONCELLOS, 2008, p. 49).

É justamente pensando nessa perspectiva, que o presente trabalho de conclusão de curso aborda como objetivo geral, verificar os estudos de determinante e sistema linear voltada para uma metodologia de ensino contextualizado. Como objetivo específico, compreender o estudo histórico de do determinante e sistema linear do ponto de vista teórico; mostrar a teoria dos determinante e do sistema linear em termos de propriedades e soluções incluindo os escalonamentos; Verificar a metodologia e a relevância da contextualização no processo de ensino e aprendizagem

A evidencia de que o processo de ensino deve estar inserido na contextualização é dada pela a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 que trata da contextualização como princípio pedagógico, considerando que é a marca de três elementos para as discussões sobre o termo de contextualização: (i) ser fundamental para a aprendizagem;(ii) dar sentido ao conhecimento e; (iii) construir conhecimento com significado.

Esses três pilares quando aplicados em sala de aula, promove ao aluno uma maior curiosidade e motivação para o conhecimento. Para Ramos (2003, p. 10), um dos “[...]”

processos de ensino-aprendizagem contextualizado é um importante para estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do aluno”.

## 2- HISTÓRIA DO DETERMINANTE E SISTEMA LINEAR

A história dos determinantes<sup>1</sup> surgiu através de dois grandes matemáticos Seki Shinsuke Kowa e Gottfried Wilhelm Leibniz. O primeiro indicio de equações lineares surgiu no Oriente. Os Chineses por sua vez, representavam o coeficiente com vara de bambu sobre o quadrado de um tabuleiro, assim acabaram descobrindo uma forma de resolução através da eliminação.

Seki kowa considerado o maior Matemático chinês do século XVII, trouxe o estudo dos sistemas lineares, estruturando o antigo método chinês, onde aborda em um de seus trabalhos a definição de determinante.

Leibniz anos depois começou uma pesquisa no Ocidente sobre determinantes, que abordava em sua pesquisa sobre o sistema linear. Leibniz estabeleceu a condição de compatibilidade de um sistema de ordem 3 formados pelos coeficientes e pelos termos independentes. Também criou uma notação com índices a qual escrevemos hoje  $a_{12}$ , Leibniz indicava 12.

A regra de Cramer, foi na verdade uma descoberta do Escocês Colin Machaurin (1698-1746), por volta de 1729, porém só foi publicada após sua morte, em 1748. Conduo Gabriel Cramer (1704-1752 teve sua participação que também nesta descoberta.

A palavra determinante surgiu em 1812, usada por Gauss, mas foi aprimorada por Cauchy para demonstrar o que conhecemos por determinante. O termo determinante, com o sentido atual, surgiu em 1812 num trabalho de Cauchy sobre o assunto. Neste artigo, apresentado à Academia de Ciências, Cauchy resumiu e simplificou o que era conhecido até então sobre determinantes, melhorou a notação (mas a atual com duas barras verticais. Outro fato de interesse sobre o determinante diz respeito o quadrado de números que somente emanou em 1841 quando Arthur Cayley) conseguiu através de sua pesquisa demonstrar o teorema da multiplicação de determinantes. No entanto, num período anterior (meses antes), J. F. M. Binet (1786-1856) foi o primeiro matemático a demonstrar o referido teorema, mas

---

<sup>1</sup> <https://robertardelboni.wixsite.com/matematica/single-post/2017/03/12/Um-pouco-de-hist%C3%B3ria-sobre-sistemas-lineares-matrizes-e-determinante>

nenhum deles conseguiu chegar nos resultados realizados por Cauchy , sendo que a sua demonstração era superior.

O matemático alemão Jacobi também se preocupou com a notação adequada para determinantes, criou algoritmos e regras para a sua utilização, sendo considerado um dos responsáveis pela Teoria dos Determinantes.

### **3- A METODOLOGIA E A RELEVÂNCIA DA CONTEXTUALIZAÇÃO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

Compreende-se a metodologia como um campo que estuda os diferentes métodos no ensino-aprendizagem. Sendo, relevante nesse processo a partir da contextualização.

Uma vez que, para Vasconcellos (2008), [...] contextualizar é apresentar em sala de aula situações que deem sentido aos conhecimentos que desejamos que sejam aprendidos, por meio da problematização, resgatando os conhecimentos prévios e as informações que os alunos trazem, criando, dessa forma, um contexto que dará significado ao conteúdo, isto é, que o conduza à sua compreensão (VASCONCELLOS, 2008, p. 49).

Porém, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 tratam da contextualização como princípio pedagógico e consideram que é a marca de três elementos para as discussões sobre o termo de contextualização: (i) ser fundamental para a aprendizagem;(ii) dar sentido ao conhecimento e; (iii) construir conhecimento com significado.

Para Ramos (2003, p. 10), um dos “[...] processos de ensino-aprendizagem contextualizado é um importante meio de estimular a curiosidade e fortalecer a confiança do aluno”. Em contrapartida, quando o estudante não se sente parte do programa educacional, fica suscetível a seguir o que o professor expõe.

Sendo de suma importância o professor proporcionar situações que possibilitem o aprendizado mesmo de modo explícito pois só assim requer mais esforço do aluno. Não deixando de existir a motivação para que o mesmo alcance seus objetivos e sempre estimulando a sua autonomia.

A motivação, como resultado de um ensino contextualizado, é capaz de fazer com que o aluno se interesse em aprender. Uma vez que, o mesmo é aproximado do conteúdo que está sendo estudado, e pode desempenhar papel ativo em seu aprendizado, reconhecendo a importância de aprender mais.

Portanto, a problematização possibilita uma mudança de atitude do educando e do professor, facilitando o diálogo e, progressivamente, a aprendizagem. Sendo o mesmo estimulado a perguntar e interpretar melhor a sua realidade, elaborar estratégias para resolver problemas com autonomia, argumentar e expressar opiniões, enfim, ser protagonista de seu aprendizado.

### 3.1 MÉTODO TECNICISTA

O tecnicista surgiu nos Estados Unidos na segunda metade do século XX e no Brasil a partir do golpe militar, influenciado por pelos positivistas Comte e behaviorista de Skinner.

Esse método de ensino a partir de um modelo empresarial surge com objetivo de adequar a educação às exigências da sociedade industrial e tecnológica. Na função de produzir indivíduos "competentes" para o mercado de trabalho. Relacionando ao conhecimento taylorista, no qual as tarefas são divididas entre os técnicos de ensino incumbidos do planejamento racional e do trabalho educacional e cabe ao professor a execução dos objetivos pré-estabelecidos.

A escola tinha como papel fundamental articular com o sistema produtivo para aperfeiçoamento do sistema capitalista, preocupando-se com a formação de indivíduos para o mercado de trabalho, de acordo com as exigências da sociedade industrial e tecnológica. Valorizando os aspectos mensuráveis e observáveis.

Porém, na relação professor-aluno. O professor é apenas um elo de ligação entre a verdade científica e o aluno, é o técnico responsável pela eficiência do ensino. Uma vez que, o aluno é preparado para o mercado de trabalho com o objetivo de "aprender a fazer".

Observa-se que nos dias atuais ainda há cotidiano escolar que segue esse método como compreendemos esse modelo de ensino destaca a produtividade e não o ensino do professor, mas o conhecimento técnico do aluno.

### 3.2 MÉTODO POR INVESTIGAÇÃO

Esse método aborda uma didática que estimula o questionamento, o planejamento, a escolha de evidências, as explicações com bases nas evidências e a comunicação. Uma vez que, as atividades investigativas, envolvem, inicialmente, situações problemas. Carvalho (2013, p. 10) afirma que:

(...) qualquer que seja o tipo de problema escolhido, este deve seguir uma sequência de etapas visando dar oportunidades aos alunos de levantar e testar suas hipóteses, passar da ação manipulativa à intelectual estruturando seu pensamento e apresentando argumentações discutidas com seus colegas e com o professor.

Ou seja, o método de investigação tem como objetivo aproximar os conhecimentos científicos aqueles relacionados ao ambiente escolar. Os alunos não aprendem por conta própria só observando os fatos e com interpretações limitadas e sim tudo que envolve a construção do conhecimento através do diálogo e interações sem a preocupação dos conhecimentos prévios.

Nesse processo o currículo não se torna tão importante as respostas são adquiridas a partir de problemas reais e culturalmente relevantes. A partir de experimentos desenvolvidos em discussões e interações em sala de aula.

Existem várias definições para o trabalho investigativo envolvendo negociação, argumentação, a comunicação dos resultados, a partilha de ideias, a troca de exemplos e a aceitação por parte dos pares de que aquele conhecimento é válido.

Portanto, o método por investigação apresenta características como o envolvimento dos alunos em questões científicas, dando prioridade as evidências para responder as questões. Sendo que as evidências vai desenvolver explicações com intuito de promover a ligação dessas com o conhecimento científico a partir da comunicação e justificação das suas explicações colocando os alunos no centro das suas aprendizagens.

### 3.3 MÉTODO DE ENSINO CONTEXTUALIZADO

O método de ensino contextualizado foi desenvolvido a partir da reforma do ensino médio, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), de 1996, que orienta para a compreensão dos conhecimentos para uso cotidiano. Desde as diretrizes que estão definidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que são guias para orientar a escola e os professores na aplicação do novo modelo.

Esses documentos, orienta-se para uma organização curricular que, entre outras coisas, trate os conteúdos de modo contextualizado, aproveitando sempre as relações entre conteúdos e contexto para dar significado ao aprendido. Uma vez que, requer a intervenção do aluno em todo o processo de aprendizagem, interligando os conhecimentos proposto na vivencia do dia a dia.

Portanto, o ensino contextualizado aproxima o conteúdo formal(científico)do conhecimento trazido pelo aluno (não formal), com o intuito de torna-se interessante e significativo no processo de aprendizagem do mesmo.

### 3.4 O PAPEL DO PROFESSOR NO PROCESSO DE ENSINO

Alguns anos a prática educativa era centrada no professor. Este repassava os conteúdos e os educandos tinha o papel de absorver ou memorizar sem qualquer reflexão ou indagação. No final tudo se resumia em uma avaliação. Como percebemos esse processo de ensino para os dias atuais não contribui para o aspecto cognitivo e torna-se distante da proposta de um novo ensino que é a busca da produção do conhecimento. E o papel do professor e tornar-se um mediador e gerenciador do conhecimento e não um mero transmissor de informações. É levar o aluno a pensar, criticar e gerar duvidas para a produção dos conhecimentos adquiridos.

Portanto, o papel do professor nesse novo processo de ensino e destacar o mesmo e um gerenciador do conhecimento. E sempre valorizando as experiencias, os conhecimentos prévios e que o mesmo e capaz de pensar, criar e vivenciar o novo.

Conforme, Libâneo (1998, p.29) o professor deve ser um mediador da relação ativa do aluno com a matéria, inclusive com os conteúdos próprios de sua disciplina, mas sempre considerando o conhecimento, a experiência e o significado que o aluno traz à sala de aula, seu potencial cognitivo, sua capacidade e interesse, seu procedimento de pensar, seu modo de trabalhar. Com isso, o conhecimento de mundo ou o conhecimento prévio do aluno tem de ser respeitado e ampliado.

Uma vez que, a lei nº 9.394/96 estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, decretando a todo cidadão o direito a educação, abrangendo processos formativos que se desenvolvem desde a família às manifestações culturais. Esta lei destaca que a educação escolar se desenvolva por meio do ensino em instituições próprias, mas devendo vincular-se ao mundo do trabalho e às práticas sociais. Dessa forma, no artigo 13 da LDB citado nos PCNs (Ensino Médio, p.42), que tem como título “Da Organização da Educação Nacional”, trata-se sobre as funções do professor:

I. Participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino;

- II. Elaborar e cumprir plano de trabalho, segundo a proposta pedagógica do estabelecimento de ensino;
- III. zelar pela aprendizagem dos alunos;
- IV. estabelecer estratégias de recuperação dos alunos de menor rendimento;
- V. ministrar os dias letivos e horas-aula estabelecidos, além de participar integralmente dos períodos dedicados ao planejamento, à avaliação e ao desenvolvimento profissional;
- VI. colaborar com as atividades de articulação da escola com as famílias e a comunidade.

Nota-se, que o papel do professor, segundo a LDB, é mais do que transmitir informações. Numa gestão democrática, ele deve participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino, como também estabelecer os objetivos, as metas que se quer alcançar no tocante ao perfil do aluno que se quer formar, sendo ele que tem maior contato com o aluno e é de sua responsabilidade a construção de uma educação cidadã. O artigo também trata relevância sobre o que o professor deve priorizar em relação à aprendizagem do aluno, buscando meios que venham favorecer aqueles que apresentam dificuldades durante o processo.

De acordo, com o que já foram destacados o professor não deve privilegiar a memorização dos conteúdos. Os mesmos devem estar contextualizados a uma realidade sócio-histórica, sendo que o educando faz parte de uma sociedade em constante transformação e os conteúdos trabalhados na escola precisam estar relacionados à sua prática social. Visto que, o conhecimento de mundo do educando deve ser considerado relevante para que a prática educativa seja concretizada e levada além do contexto escolar. E o professor torna-se importante mediador nesse processo de ensino.

#### 4- DETERMINATE DE UMA MATRIZ QUADRADA DE 2ª ORDEM

Nessa seção será realizada um desenvolvimento teórico de determinante e sistema linear, considerando o estudo de propriedades a serem aplicadas nas situações problemas. O presente desenvolvimento terá como base mostrar o formalismo de determinante e de sistema linear para aplicar em problemas cotidianos ou contextualizados.

##### 4.1 DEFINIÇÃO DE DETERMINANTE

Dada a matriz de 2ª ordem

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

Chama-se determinante associado a matriz A (ou determinante de 2ª ordem) o número real obtido pela diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária. Isto é,

Usando a definição anterior, obtém-se que,

$$A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Ou seja, deve-se Indicar a seguinte notação:

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

É a partir dessa ideia é que se pressupõe o desenvolvimento da teoria dos determinantes, abrindo inúmeras aplicações estendendo a ordens matriciais e usando outros critérios de soluções, como os cofatores, método de Laplace e regra de Sarrus.

#### 4.2 MENOR COMPLEMENTAR

O menor complementar  $D_{ij}$  do elemento  $a_{ij}$  da matriz quadrada B, é o determinante que se obtém de B, eliminando-se da mesma a linha “ $i$ ” e a coluna “ $j$ ”, ou seja, eliminando a linha e a coluna que contém o elemento  $a_{ij}$  dado

$$\text{Consideremos a matriz quadrada de 3ª ordem } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Chama-se Cofator do elemento  $a_{ij}$  da matriz quadrada o número real que se obtém multiplicando-se  $(-1)^{i+j}$  pelo menor complementar de  $a_{ij}$  e que é representado por

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}.$$

Ou seja, o cofator abre um método para calcular determinantes de ordem três ou mais ordens, havendo uma diminuição das ordens, pois recai-se numa ordem menor do que a inicial.

Exemplo: Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 3 \\ 10 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

, calcular:

a)  $A_{11}$                       b)  $A_{13}$                       c)  $A_{32}$

Logo, vem que, a), b) e c), respectivamente.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = 1 \cdot (16 - 12) = 4$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot (0 - 0) = 1 \cdot 0 = 0$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = -1 \cdot (0 - 0) = -1 \cdot 0 = 0$$

### 4.3 DEFINIÇÃO DE LAPLACE

O determinante associado a uma matriz quadrada  $A$  de ordem  $n \geq 2$  é o número que se obtém pela soma dos produtos dos elementos de uma linha (ou de uma coluna) considerando os respectivos cofatores.

Exemplo

Seja dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 8 & 3 \\ 10 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

uma matriz de ordem 3. Nesse caso, pode-se calcular o  $\det A$  a partir de determinantes de ordem 2 e da definição de Laplace. Nesse caso, tem-se que,

$$\det A = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$

Logo,

$$\det A = 2A_{11} - 1A_{12} + 2A_{13}$$

Assim,

$$\det A = 2(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 1(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 10 & 2 \end{vmatrix} + 2(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 10 & 4 \end{vmatrix},$$

E

$$\det A = 8 - 28 - 152 = -172$$

Para se aplicar esse método é melhor escolher a linha ou coluna que tiver o maior número de zeros, pois tanto um quanto o outro conduz ao mesmo valor do determinante.

### 4.4 REGRA DE CRAMMER

A regra de Cramer, é um método que encontramos soluções de um sistema 3x3 com incógnita  $x, y, z$ , ao calcularmos o determinante da matriz incompleta e suas variações. Temos então que:

$$x = \frac{D_x}{D}$$

$$y = \frac{D_y}{D}$$

$$z = \frac{Dz}{D}$$

$D \rightarrow$  determinante da matriz incompleta.

$Dx \rightarrow$  determinante da matriz incompleta, substituindo-se a coluna de  $x$  pela coluna dos termos independentes.

$Dy \rightarrow$  determinante da matriz incompleta, substituindo-se a coluna de  $y$  pela coluna dos termos independentes.

$Dz \rightarrow$  determinante da matriz incompleta do sistema, substituindo-se a coluna de  $z$  pela coluna dos termos independentes. Logo é possível calcular quando o sistema possui solução, os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$ , utilizando a regra de Cramer

### Exemplo

$$\begin{cases} 4x + y + z = 1 \\ 3x + y + 4z = 2 \\ x + 4y + z = 3 \end{cases}$$

### Solução

Cálculo de  $D$ .

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -48 \rightarrow D = -48$$

Cálculo de  $Dx$ .

$$Dx = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -1 \rightarrow Dx = -1$$

Valor de  $x$ ,

$$x = \frac{Dx}{D} \rightarrow x = \frac{-1}{-48} \rightarrow x = \frac{1}{48}$$

Cálculo de  $Dy$ .

$$Dy = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = -32 \rightarrow Dy = -32$$

o valor de  $y$ :

$$y = \frac{Dy}{D} \rightarrow y = \frac{-32}{-48} \rightarrow y = \frac{2}{3}$$

Como são conhecidas as variáveis  $x$  e  $y$ , pode-se usar qualquer uma das expressões que compõe o sistema. Isto é:

$$3x + y + 4z = 2$$

Então, levando os valores, obtém-se que,

$$x = 2 - y - 4z = 2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{48} = \frac{288 - 96 + 2}{144} = \frac{97}{73}$$

#### 4.5 REGRA DE SARRUS E ORDEM DO DETERMINANTE

Seja a matriz

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 8 \\ 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

Repetem-se as duas primeiras colunas à direita e efetuamos as seis multiplicações em diagonal. Os produtos obtidos na direção da diagonal principal permanecem com o mesmo sinal. Os produtos obtidos da diagonal secundária mudam de sinal. O determinante é a soma dos valores obtidos. Ou seja:

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 8 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Para resolver, considere a ordem de cada determinante: Indica-se o determinante de uma matriz  $A$  por  $\det A$ . Pode-se ainda, representar o determinante por duas barras entre os elementos da matriz. Quanto as ordens dos determinantes, pode-se considerar que:

A 1.<sup>a</sup> Ordem do determinante de uma matriz de Ordem 1, é igual ao próprio elemento da matriz, pois esta apresenta apenas uma linha e uma coluna A 2.<sup>a</sup> Ordem As matrizes de 2 ordem, são aquelas que apresentam duas colunas e duas linhas. O seu determinante e

calculado, primeiro multiplicando os valores constantes na diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária.

### Exemplo

Seja a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

Logo,

$$\text{Det } A = 2 \times 4 - 1 \times 6 \rightarrow \text{Det } A = 8 - 6 \rightarrow \text{Det } A = 2$$

A 3.<sup>a</sup> Ordem A matriz de 3 ordem apresenta 3 linhas e 3 colunas. O seu determinante e calculado usando a REGRA DE SARRUS, que consiste em repetir as duas primeiras colunas duas primeiras colunas e logo a seguir à terceira.

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 8 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 7 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

### Exemplo

Calcula-se a multiplicação em diagonal. Para tanto, traçam-se setas diagonais que facilitam o cálculo.

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 2 \times 7 = 42$$

$$3 \times 8 \times 4 = 96$$

$$5 \times 4 \times 2 = 40$$

As primeiras setas são traçadas da esquerda para a direita e correspondem às diagonais principais:

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 8 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 7 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Logo, usando a

$$3 \times 3 \times 7 = 63$$

$$4 \times 8 \times 2 = 64$$

$$5 \times 2 \times 4 = 40$$

Calculando cada uma delas: Produtos das diagonais principais

$$42 + 96 + 40 = 178$$

Produtos das diagonais secundária

$$63 + 64 + 40 = 167$$

Subtraindo cada um desses resultados. Tem-se

$$178 - 167 = 11$$

Logo, o determinante é:

$$\text{Det } A = 11$$

#### 4.6 DETERMINANTE DE UMA MATRIZ QUADRADA DE ORDEM $N > 3$

Seja a matriz quadrada de ordem 4

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \end{bmatrix},$$

Para calcular o determinante de A, pode-se recorrer para o teorema de Laplace, que recai para um determinante de 3ª ordem e em seguida desenvolve usando a regra de Sarrus. Assim, desenvolvendo o determinante acima, segundo os elementos da 1ª linha, tem-se que

$$\det A = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14} \quad (1)$$

$$a_{11}A_{11} = 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 17 = 34$$

$$a_{12}A_{12} = 3 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 6 \end{vmatrix} = -3 \cdot 44 = -132$$

$$a_{13}A_{13} = -1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -1 \cdot -111 = 111$$

$$a_{14}A_{14} = 0 \cdot (-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

Substituindo em (1) temos:  $\det A = 34 - 132 + 111 = 13$

#### 4.7 PROPRIEDADES DOS DETERMINANTES

1ª propriedade: Ao analisar uma matriz e verificar que uma de suas linhas seja **0**, portanto o valor de seu determinante também será **0**.

**Exemplo:** Digite a equação aqui.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 3 \\ 10 & 4 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

**Propriedade 2:** O determinante de uma matriz é igual ao determinante de sua transposta.

$$\det A = \det A^t$$

$$\det A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 6 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix} = 91 \quad \det A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix} = 91$$

**Propriedade 3** Se trocarmos de posição duas linhas ou duas colunas de uma matriz, seu determinante será o oposto da matriz anterior.

$$\det A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} = 9 \quad \det B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} = -9$$

**Propriedade 4.** Se todos os elementos de uma linha ou de uma coluna da matriz forem multiplicados por um número real  $q$  qualquer, então seu determinante também será multiplicado por  $q$ .

$$\det M = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 120 \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 * 3 & 6 * 3 & 2 * 3 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 12 & 18 & 6 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 * (-120) \\ = -360$$

5ª propriedade: Se uma matriz quadrada  $A$  de ordem  $n$  é multiplicada por um número real  $k$ , o seu determinante fica multiplicado por  $k^n$ , isto é:  $\det(kA_n) = k^n \cdot \det A_n$

6ª propriedade: O determinante de uma matriz quadrada  $A$  é igual ao determinante de sua transposta, isto é,  $\det A = \det A^t$ . Seja a matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ e } A^t = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

$$\det A = a \cdot d - b \cdot c \text{ e } \det A^t = a \cdot d - c \cdot b$$

O que mostra a igualdade entre os determinantes

7ª propriedade: Se trocar de posição entre si duas linhas (ou colunas) de uma matriz quadrada  $A$ , o determinante da nova matriz obtida é o oposto do determinante da matriz anterior.

8ª propriedade: O determinante de uma matriz triangular é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.

9ª propriedade: Sendo  $A$  e  $B$  duas matrizes quadradas de mesma ordem e  $AB$  a matriz-produto, então  $\det AB = \det A \cdot \det B$  (teorema de Binet)

10ª propriedade: Seja  $A$  uma matriz quadrada. Se multiplicarmos todos os elementos de uma linha (ou coluna) pelo mesmo número e somarmos os resultados aos elementos correspondentes de outra linha (ou coluna), formando uma matriz  $B$ , então  $\det A = \det B$  (Teorema de Jacobi).

Seja a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad \det A = 9 - 20 = -11$$

Multiplicando a 1ª linha por  $-2$  e somando os resultados à 2ª linha obtém-se que.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \det A = -1 - 10 = -11$$

## 5- SISTEMA LINEAR

Para compreender um sistema linear, vamos primeiramente estudarmos a equação linear. O sistemas lineares são formados por duas ou mais equações lineares que possuem suas incógnitas relacionadas e pode ser resolvido por diferentes métodos de resolução, como o método da adição, comparação substituição regra de Cramer e o Escalonamento e são formados por duas ou mais equações lineares que possuem suas incógnitas relacionadas.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 8 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 5 \\ x + 4y = 1 \end{cases}$$

### 5.1 MÉTODO DA ADIÇÃO

O método da adição resulta na multiplicação de todos os termos de uma das equações, de tal modo que, ao somar-se a equação I na equação II, uma de suas incógnitas fique igual a zero.

#### Exemplo

$$\left\{ \right.$$

$$3x - 2y = 3$$

$$4x + y = 11$$

A multiplicar uma das equações para que os coeficientes fiquem opostos.

Se multiplicarmos<sup>2</sup> a equação II por 2, teremos  $y$  na equação II e  $-2y$  na equação I, e que, ao somarmos I + II, teremos  $0y$ , logo, vamos multiplicar todos os termos da equação II por 2 para que isso aconteça

$$I \rightarrow 3x - 2y = 3$$

$$2 \cdot II \rightarrow 8x + 2y = 22$$

Somar I + 2 · II."

substituir o valor de  $x$ "

## 5.2 MÉTODO DA COMPARAÇÃO

O método da comparação consiste em isolarmos uma incógnita nas duas equações e igualar esses valores.

**Exemplo:**

$$4x + y = 6$$

$$x + 5y = -2$$

Seja I a primeira equação e II a segunda, vamos isolar uma das incógnitas em I e II.

igualar as duas novas equações

Substituir o valor de  $y$

## 5.3 MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

O método da substituição<sup>3</sup> consiste em isolar uma das incógnitas em uma das equações e realizar a substituição na outra equação.

---

<sup>2</sup> <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/sistemas-lineares.htm>

**Exemplo:**

$$x + 4y = 6$$

$$x - 3y = 2$$

Isolar uma das incógnitas. Chama-se de I a primeira equação e de II a segunda equação. Analisando as duas, vamos escolher a incógnita que esteja mais fácil de ser isolada. Note que, na equação I  $\rightarrow x + 4y = 6$ , o x não possui coeficiente, o que faz com que seja mais fácil isolá-lo, logo, reescreveremos a equação I desta forma:

$$I \rightarrow x + 4y = 6$$

$$I \rightarrow x = 6 - 4y$$

substituir I em II.

A equação I com o x isolado, na equação II, podemos substituir x por  $6 - 4y$ .

$$II \rightarrow 2x - 5y = 2$$

Substituindo x por  $6 - 4y$ :

$$2(6 - 4y) - 5y = 2$$

A equação tem só uma incógnita, é possível resolvê-la para encontrar o valor de y.

Conhecendo o valor de y, encontraremos o valor de x realizando a substituição do valor **de y** na equação I."

#### 5. 4 ESCALONAMENTO

O método de escalonamento é uma maneira, mas prática de resolução de sistema linear quando existe solução, escalonar um sistema é modificar suas equações, utilizando somente a matriz completa com o objetivo de isolar as incógnitas.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 2y - 5z = 1 \\ x + 4y + z = 6 \end{array} \right.$$

---

<sup>3</sup> <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/sistemas-lineares.htm>

$$-5 + y + 2z = -4$$

Para escalonar o devemos transformar o sistema em uma matriz.

$$\begin{array}{cccc} 2 & 3 & -5 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & -5 \\ -4 & 3 & 2 & 4 \end{array}$$

Realizar as operações entre as linhas 1, 2 e 3 da matriz, de modo que os termos da primeira coluna sejam iguais a zero. Então considere que, L1 seja igual linha 1, L2 seja igual a linha 2 e L3 seja igual a linha 3.

Logo:

$$L2 = -2L1 + L2$$

Além disso, substituiremos a linha 3 por:

$$L3 = 3L1 + L3$$

Agora o objetivo é zerar a coluna y na terceira linha, faremos as operações entre a L2 e L3, com o objetivo de zerar a segunda coluna de uma delas.

Substituiremos a L3 por

$$L3 \rightarrow L2 + 3L3.$$

Pode-se então encontrar o valor de cada uma das incógnitas. Analisando a equação III, temos que: Se  $z = -2$ , procura-se substituir o valor de z na segunda equação: Então, na primeira equação, vamos substituir o valor de y e z para encontrarmos o valor de x.

## 5.5 CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMA LINEAR

Um sistema linear possui (três) classificação, sendo um conjunto de equações lineares, que nem sempre possui soluções, podendo haver incógnitas e equações. Entretanto, possui alguns métodos de resolvê-la.

Sistema possível determinado (SPD): quando possui uma única solução.

Sistema possível indeterminado (SPI): quando possui infinitas soluções.

Sistema impossível (SI): quando não existe nenhuma solução."

Veja mais em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/sistemas-lineares.htm>

## **6- PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS DE DETERMINANTE E SISTEMA LINEAR**

Nessa seção será abordado a parte a parte da aplicação das teorias desenvolvidas considerando problemas associados ao cotidiano do aluno no sentido de avaliar que problemas contextualizados podem auxiliar que o aluno tenha um melhor ensino, pois somente a teoria abordada pelo professor sem a aproximação com problemas ligados ao cotidiano, podem dificultar a aprendizagem. Portanto, a presente seção busca desenvolver situações problemas que mostram a relevância de aplicar o conteúdo de sistema linear

### 5.1 PROMOÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO

Na volta do ano letivo uma papelaria localizada no município de Abaetetuba resolveu fazer uma promoção de caneta, caderno e lápis. As três ofertas eram:

1ª) 10 canetas, 6 cadernos e 8 lápis por R\$ 74,00;

2ª) 5 canetas, 4 cadernos e 6 lápis por R\$ 48,00;

3ª) 2 canetas, 4 cadernos e 2 lápis por R\$ 43,00

Usando a regra de Cramer e tendo em vista essa promoção, quanto custava cada objeto da promoção dessa papelaria?

$$\begin{cases} 10x + 6y + 8z = 74,00 \\ 5x + 4y + 6z = 48,00 \\ 2x + 4y + 2z = 43,00 \end{cases}$$

$$D = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 5 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} = 80 + 160 + 72 - 64 - 240 - 60 = 312 - 364 = -52$$

$$D_x = \begin{bmatrix} 74 & 6 & 8 \\ 48 & 4 & 6 \\ 43 & 4 & 2 \end{bmatrix} = 592 + 1536 + 1548 - 1376 - 1776 - 576 = -52$$

Logo, a variável  $x$ , será:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-52}{-52} = 1$$

Logo, procedendo para os determinantes

$$D_y = \begin{bmatrix} 10 & 74 & 8 \\ 5 & 48 & 6 \\ 2 & 43 & 2 \end{bmatrix}$$

E

$$D_z = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 74 \\ 5 & 4 & 48 \\ 2 & 4 & 43 \end{bmatrix}$$

Obtém-se para os valores de  $y$  e  $z$ ,  $z = 0,5$  e  $y = 10$

Portanto, cada lápis custa R\$ 0,50, a caneta R\$ 1,00 e o caderno R\$ 10,00

## 5.2 O LANCHE NUMA PADARIA

João vai até uma padaria e compra 5 pedaços de bolo e um copo de leite com café, pagando, ao todo, R\$ 8,00. NO outro dia João volta a padaria e faz uma nova compra. Compra 2 pedaço de bolo e uma doses de café, pagando um total de R\$ 5,00. Quanto custa a dose do café?

Primeira compra:

$$5x + y = 8$$

Segunda compra:

$$2x + y = 5$$

Usando a regra se Sarrus, vem que:

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 5 - 2 = 3$$

Logo,

$$Dy = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = 8 - 5 = 3$$

Logo,

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{3}{3} = 1$$

Para a variável x, vem que:

$$Dy = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = 25 - 16 = 9$$

Logo,

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{9}{3} = 3$$

Nesse caso, a dose do café custa R\$ 3,00

### 5.3 O ESTACIONAMENTO

Em um estacionamento, há motos e carros, em um total de 40 veículos. Sabendo há 140 rodas nesse estacionamento, calcule o número de motos que há no estacionamento.

Para montar o sistema, tem-se que x: o número de carros e y: quantidade de moto

Primeiro enunciado:

$$x + y = 40$$

Supondo que cada carro possui 4 rodas e cada moto, duas rodas, nesse caso, o número de rodas será dado pelo sistema:

$$4x + 2y = 140$$

O sistema linear será:

$$x + y = 40$$

$$4x + 2y = 140$$

Usando a regra de Sarrus, vem que:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = 2 - 4 = -2$$

Logo,

$$Dy = \begin{bmatrix} 40 & 1 \\ 140 & 2 \end{bmatrix} = 80 - 140 = -60$$

Logo,

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{-60}{-2} = 30$$

Para a variável y, vem que:

$$Dy = \begin{bmatrix} 1 & 40 \\ 4 & 140 \end{bmatrix} = 140 - 160 = -20$$

Logo,

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{-20}{-2} = 10$$

Logo, existe nesse estacionamento 10 motos.

#### 5.4 LIQUIDAÇÃO DE ESTOQUES NUMA LOJA

Numa loja, localizada no município de Barcarena, o dono do estabelecimento resolveu fazer uma liquidação de estoques de calças, sapatos e camisas. Nesse caso, considerou o seguinte critério:

1ª) 10 camisas, 6 calças e 4 pares de sapatos por R\$ 810,00

2ª) 6 camisas, 2 pares de sapatos e 4 calças por R\$ 490,00

3ª) 2 camisas, 4 calças e 12 pares de sapatos por R\$ 750,00

Calcule quanto custa cada objeto da promoção.

$$\begin{cases} 10x + 6y + 4z = 810 \\ 6x + 2y + 4z = 490 \\ 2x + 4y + 12z = 750 \end{cases}$$

$$D = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 4 \\ 6 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 12 \end{bmatrix} = 240 + 96 + 48 - 16 - 432 - = 312 - 160 =$$

#### 5.5 COMPRA DE PESCADO

Seu João vai até o mercado e pretende comprar três tipos diferentes de pescado: Pescada, mapará e filhote. Sabe-se que:

- Se comprar três quilos de pescada, dois quilos de mapará e 5 quilos de filhote, pagará o valor de R\$ 140,00
- Se comprar um quilo de cada pescado, pagará o valor de R\$ 35,00.
- Se caso resolva comprar 1 quilo de filhote e dois de cada outro pescado, terá que pagar R\$ 50,00.

Quanto o sr. João pagaria se comprasse cinco quilos de filhote, 3 quilos de pescada e 4 quilos de mapará?

Solução.

Para resolver esse problema pode-se recorrer a teoria dos cofatores e a definição de Laplace. Isto é

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

Seja o sistema linear:

$$\begin{cases} 3p + 2m + 5f = 140 \\ p + m + f = 35 \\ 2p + 2m + f = 50 \end{cases}$$

Onde p representa a pescada, m o mapará e f o filhote

Logo, o determinante associado aos coeficientes é dado por;

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Usando o teorema de Laplace, vem que:

$$D = 3(-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 2(-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 5(-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Logo,

$$D = 3(1 - 2) - 2 \cdot (1 - 2) + 5 \cdot (2 - 2) = -3 + 2 = -1$$

Seja o determinante:

$$D_p = \begin{bmatrix} 140 & 2 & 5 \\ 35 & 1 & 1 \\ 50 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Assim vem que:

$$D = 140(-1)^{1+1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 2(-1)^{1+2} \begin{bmatrix} 35 & 1 \\ 50 & 1 \end{bmatrix} + 5(-1)^{1+3} \begin{bmatrix} 35 & 1 \\ 50 & 2 \end{bmatrix}$$

Logo, vem que:

$$D_p = 140(1 - 2) - 2.(35 - 50) + 5.(70 - 50) = -140 + 30 + 100 = -10$$

Nesse caso, o preço da pescada será:

$$y = \frac{D_p}{D} = \frac{-10}{-1} = 10$$

A pescada custa R\$ 10,00. Procedendo de maneira análoga, tem-se que o mapará custa R\$ 5,00 e o filhote R\$ 20,00

## CONCLUSÃO

Tendo em vista a abordagem realizada no contexto, verificou-se que o determinante assim como o sistema linear de duas ou três variáveis possuem uma relevância significativa quando direcionados nos problemas cotidianos. No entanto, é preciso considerar que o aluno deve compreender as propriedades e saber operar com o desenvolvimento matemático para que seja possível obter e interpretar os resultados provenientes de eventuais problemas ligados aos cotidianos, como por exemplo, aqueles que foram elaborados e resolvidos em situações onde sejam possíveis avaliar a área de estudo onde podem ser aplicados.

Visando esse aspecto teórico/prático, o professor não pode desenvolver no processo de ensino e aprendizagem uma metodologia de ensino onde apenas o formalismo matemático esteja pautado como único objetivo de estudo. É preciso avaliar a forma de transmitir o conhecimento e pautar o estudo em problemas ligados ao cotidiano ao ponto de fazer que o aluno estabeleça uma relação importante entre o desenvolvimento teórico e saiba utilizar desse conhecimento nas situações que envolva o seu cotidiano.

Fazendo uma retrospectiva no que foi abordado, percebeu-se que o método tecnicista sozinho, pode dificultar o ensino e por essa razão o professor deve ter o pleno cuidado em desenvolver um conteúdo matemático em que tome esse critério metodológico, pois se assim

o fizer, poderá ter dificuldade diante dos alunos, tendo em vista que aquilo que o aluno não experimenta não pode obter uma ideia crítica e muito menos avaliar e desenvolver tarefas que esteja longe do seu mundo cotidiano.

Assim sendo, como foi verificado, o ensino e aprendizagem adquire o seu ápice na construção do conhecimento quando o aluno saiba aplicar aquilo que aprendeu teoricamente, caso contrário, o trabalho do professor será incompleto.

## REFERÊNCIA

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF. 1996

CARVALHO, A. M. P. de. In: \_\_\_\_\_ (org.). Ensino de Ciências por Investigação: condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning, 2013, p. 02-10.

LARSON, Ron. Elementos de álgebra linear. 8 ed. São Paulo: Cengage, 2017.

POLONI, Hércules Luiz. Sistemas lineares, aplicações e representação gráfica. 2018. Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica, Campinas, SP. Disponível em: <<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/331871>>. Acesso em: 28 jan. 2020.

<https://www.redalyc.org/journal/5606/560662197050/560662197050.pdf>

LIBÂNEO, José Carlos. Adeus professor, adeus professora? novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo: Cortez, 1998.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Determinantes"; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/determinantes-1.htm>. Acesso em 28 de junho de 2022.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Ensino Médio. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, 1999.

RAMOS, M. N. A contextualização no currículo de ensino médio: a necessidade da crítica na construção do saber científico. Rev. Ensino Médio, v. 1, n. 3, p. 9-12, 2003.

VASCONCELOS, M. B. F. A contextualização e o ensino de matemática: Um estudo de caso. Dissertação de Mestrado, João Pessoa, Universidade Federal da Paraíba. 2008.