UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Alberto Fares Akel Junior

ESTUDO SOBRE GERAÇÃO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM NUMÉRICA DO MÉTODO MCSEM

Belém
2008

Alberto Fares Akel Junior

ESTUDO SOBRE GERAÇÃO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM NUMÉRICA DO MÉTODO MCSEM

Trabalho apresentado à faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.
Orientador: Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis

Belém
2008

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

Akel Junior, Alberto Fares

A313e Estudo sobre geração de malhas de elementos finitos para a modelagem numérica do método MCSEM. / Alberto Fares Akel Junior. – 2008

51 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Geofísica) – Faculdade de Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, Segundo Semestre de 2007.

Orientador, Cícero Roberto Teixeira Régis

1. Modelagem numérica. 2. Métodos eletromagnéticos. 3. Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM). 4. Exploração de Petróleo 5. Águas profundas. I. Universidade Federal do Pará II. Régis, Cícero Roberto Teixeira, Orient. III. Título.

CDD 20º ed.:511.8

Alberto Fares Akel Junior

ESTUDO SOBRE GERAÇÃO DE MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM NUMÉRICA DO MÉTODO MCSEM

Trabalho apresentado à faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofisica.
Orientador: Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis

Data de aprovação:

Banca examinadora:

_____

Dr. Cícero Roberto Teixeira Régis – Orientador
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

_____

Dr. Marcos Welby Correa Silva
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará

_____

M.Sc. Rodrigo Erasmo Da Conceição Silva
Mestre em Geofísica
Universidade Federal do Pará

O esforço dos filósofos tende a compreender

o que os contemporâneos se contentam em viver.

Nietzsche

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais por tudo.

Ao Professor Cícero Régis por toda paciência durante a orientação

Ao Professor Luiz Rijo pela sugestão ao tema desse trabalho.

Ao Rodrigo Da Conceição por todo tempo disponibilizado e toda a ajuda fundamental no desenvolvimento deste trabalho.

Um muito obrigado a Jessé Costa, Ellen Nazaré, Marcos Welby, Lourenildo Williame, André Andrade, João Henrique, Luiz Gouvêa, Lucia Maria, Nelio Raimundo, Alberto Leandro, João Batista, Petrus Agripino, Manoel Januario, Aurélio Bandeira, Joel Macambira, Roberto Vizeu, Luis Ercílio pelos ensinamentos durante a graduação.

Aos colegas da turma 2004 Tiago Alcântara (magro), Leandro Sadala (Enerst), Victor Lopes, Anderson Santiago (carteiro), Joel, Michel, Allex, Elyston (Jacaré), Danusa e aos colegas ao longo curso Jefferson (J.Soares), Roberta, Ana Carolina, Elias (Elias Maluco), Carla Patrícia por me aturarem durante esses anos.

Aos colegas da pós-graduação Frayzer, Kymie, Diego, Saulo, Pompeu, Hamilton, Francisco (Chicão), por estarem quase sempre dispostos em ajudar.

A Ana Paula por sempre estar disposta em ajudar no que fosse necessário.

A ANP pela concessão da bolsa de estudo e pela ajuda durante o estagio em Manaus.

RESUMO

Neste trabalho realizamos uma revisão sobre as técnicas para geração de malhas adaptativas para o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a modelagem numérica do método geofísico de exploração de hidrocarbonetos mCSEM. A carência de ferramentas para interpretação e de códigos com bons desempenhos computacionais tornaram o método dos elementos finitos uma das principais ferramentas para essa modelagem. Para o bom desenvolvimento do MEF, a criação de malhas é fundamental, assim neste trabalho apresentamos várias técnicas para geração de malhas e, como exemplos de aplicação das metodologias descritas, desenvolvemos alguns códigos em ambiente MATLAB para a geração de malhas para modelar os ambientes de reservatórios de hidrocarbonetos.

Palavras chave: Modelagem numérica, Métodos eletromagnéticos, Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM), Exploração de petróleo, Águas profundas.

ABSTRACT

This work is a review of the current techniques employed in the problem of mesh generation for the Finite Element Method (FEM) as applied to the numerical modelling of the geophysical method for hydrocarbon exploration Marine Controlled Source ElectroMagnetic. (MCSEM). The Finite Element Method is one of the main tools in the geophysical electromagnetic modelling for its big scope of applications as well as its versatility in modeling complex structures. The work in complex environments, like those needed in the mCSEM studies, makes the construction of finite element mesh is a big challenge, since one has to meet the requirements of modelling irregular interfaces with reasonable computation time. Here we describe the techniques of mesh generation and present a few examples coded in the MATLAB programming language

Key words: Numeric modeling, Electromagnetic Methods Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM), Oil exploration. Deep waters.

LISTA DE ILUSTRAÇOES

Figura 1- Representação esquemática do método mCSEM 10
Figura 2-Metodologia CSEM desenvolvido na universidade de Toronto 13
Figura 3-Levantamento mCSEM 15
Figura 4- Exemplos de uma malha estruturada e uma não estruturada. 18
Figura 5- Triangulação não delaunay 20
Figura 6- Triangulação delunay 21
Figura 7- Exemplo malha de por triangulação de Delaunay 21
Figura 8- Domínio com nós gerados 22
Figura 9- Malha gerada pela método da colocação dos nós 22
Figura 10- Estrutura *Quadtree* 23
Figura 11- Exemplo de malha usando *quadtree* 23
Figura 12- Exemplo Método das Frentes Progressivas. 24
Figura 13- Triângulos gerados através dos vértices do domínio 25
Figura 14- Triângulo refinado 25
Figura 15-Troca de diagonal 26
Figura 16-critério da relaxação 27
Figura 17-Nós não suavizado e suavizado 28
Figura 18-(a) malha original, (b) malha após o uso da estratégia do tipo h, (c) malha após o uso da estratégia do tipo p, (d) malha após o uso da estratégia do tipo r 29
Figura 19-Técnica barientrica 30
Figura 20-Bissecção pela maior aresta 30
Figura 21-Divisão em quatro 31
Figura 22- Nós horizontais Gerados pela função com k=1.7 34
Figura 23- Nós horizontais Gerados pela função com k=1.3 35
Figura 24- Distribuição dos pontos 35
Figura 25 Malha Estruturada Para Um Corpo Tabular 36
Figura 26- Malha gerada gelo algoritmo de Delaunay para um corpo tabular 37
Figura 27- Distribuição dos nós suavizados 37
Figura 28- Malha Estruturada Suavizada 38
Figura 29- Malha delaunay suavizada 38
Figura 30- Desenho da malha 39
Figura 31- Distribuição Horizontal Para Cada Nível 40
Figura 32- Malha não estruturada 41
Figura 33- Malha não estruturada com 20 interações 42
Figura 34- Interface pdetool;1- gerar geometria retangular;2- gerar malha 43
Figura 35- Modelo gerado gelo pdetool 44
Figura 36- Modelo geométrico para refinamento *pdetool* 44
Figura 37- Modelo de malha refinada usando pdetool 45
Figura 38- Quantidade de elementos e nós em cada modelo 45
Figura 39-Distribuição dos ângulos internos para o exemplo 1 antes e depois da suavização laplaciana 46
Figura 40-Distribuição dos ângulos internos para o exemplo 1 antes e depois da suavização laplaciana 46
Figura 41-Comparação da distribuição dos ângulos internos dos 3 exemplos 46
Figura 42-Modelo de malha com interface 47

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	10
2	**REVISÃO HISTÓRICA DO MÉTODO MCSEM**	12
3	**MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM GEOFÍSICA ELETROMAGNÉTICA**	17
3.1	ELEMENTOS FINITOS	17
3.2	DESENVOLVIMENTO DE MALHAS	18
3.2.1	**Malha não estruturada**	19
3.2.1.1	Triangulação de Delanuay	20
3.2.1.2	Método da colocação dos Nós	21
3.2.1.3	Método da Decomposição recursiva do Domínio	22
3.2.1.4	Método das Frentes Progressivas. (ou Avanço de Fronteira)	23
3.2.1.5	Métodos da decomposição da topologia	24
3.2.2	**Qualidade da Malha**	25
3.2.2.1	Troca de diagonal	26
3.2.2.2	Suavização Laplaciana	27
3.2.2.3	Adaptabilidade de Malha	28
3.2.2.3.1	*Algoritmos de Refinamento Triangular*	29
4.	**EXEMPLOS DE CONSTRUÇÃO DE MALHAS 2D**	32
4.1	EXEMPLO 1	32
4.2	EXEMPLO 2	39
4.3	EXEMPLO 3	42
5.	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	48
	REFERÊNCIAS	50

1. INTRODUÇÃO

A metodologia marine Controlled Source Electromagnetic (mCSEM) é uma nova técnica disponível para a prospecção de hidrocarbonetos em águas profundas. Ela consiste na medição do campo elétrico de um dipolo por receptores dispostos no assoalho oceânico.

Esta metodologia foi desenvolvida à quase três décadas atrás pra estudar a condutividade de estruturas abaixo do assoalho oceânico. Recentemente a metodologia foi aplicada para detectar a presença de reservatórios de hidrocarbonetos em formações oceânicas (EIDESMO et al., 2002), e agora, cada vez mais, há um maior número de companhias que está providenciando este tipo de serviço. Em virtude disso, há uma necessidade crescente de ser fazer um maior estudo da metodologia para torná-la cada vez mais eficiente e mais segura.

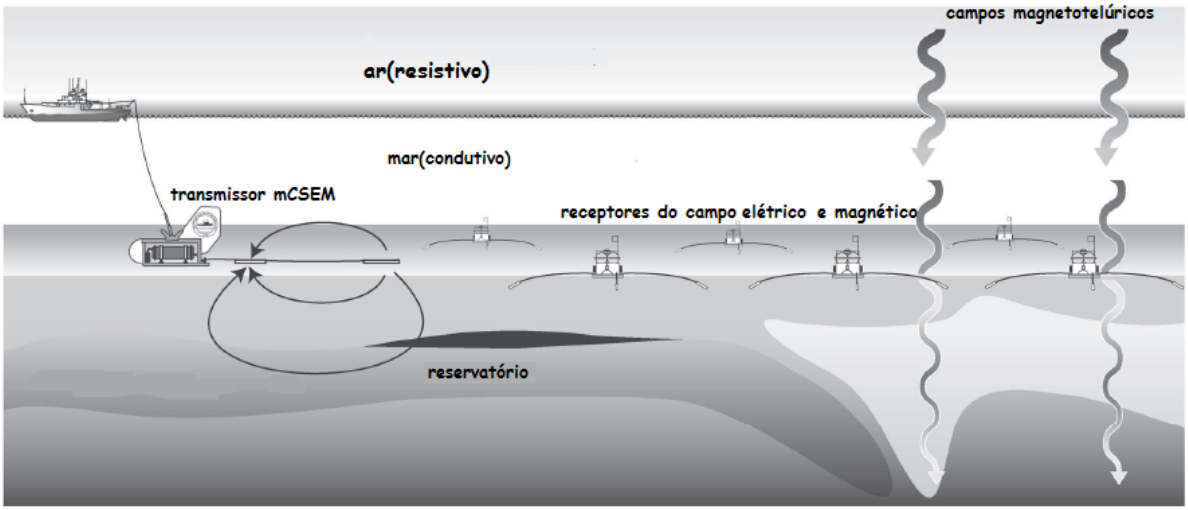

Figura 1- Representação esquemática do método mCSEM

Modelamentos 1D (CHAVE ; COX[1], 1982; FLOSADOTTIR ; CONSTABLE[2], 1996 apud LI,2007) Foram usados por muitos anos , no entanto , as estruturas offshore não favorecem esse tipo de analise devido a complexidade geológica.Algoritmos para modelagem 3D usando o métodos das diferenças finitas (NEWMAN ; ALUMBAUGH[3],1995;WEISS E

[1] CHAVE, A.; COX, C. Controlled electromagnetic source for measuring eletrical-conductivity beneath the ocean.**Journal of Geophysical Research**,87.no.NB7,5327-5338,1982

[2] FLOSADOTTIR,A;CONSTABLE,S.Marine controlled-source eletromagnetic sounding. **Journal of Geophysical Research**,101.no.B3,5507-5517,1996

[3] NEWMAN,G.A;ALUMBAUGH,D.L.Frequency-domain modeling of airborne electromagnetic response using staggered finite differences. **Geophysical Prospecting**, 43, 1021-1042,1995

CONSTABLE[4], 2006 apud LI,2007) permitem o melhor estudo das heterogeneidades geológicas, no entanto requerem de um grande suporte computacional.Para o modelamento eletromagnético 2D , descrito como 2.5 D devido a fonte do sinal ser 3D,têm sido feitas aproximações usando o Método dos Elementos Finitos(MEF).O desenvolvimento de malhas adaptativas para MEF é fundamental para a boa performance do método

As malhas desenvolvidas necessitam de um refinamento próximo a área de grande variação de resistividades, para assim poder delimitar adequadamente zonas onde possibilitam a presença de hidrocarboneto.

Este trabalho vem apresentar uma pequena revisão sobre os processos de construção de malhas assim como um estudo desenvolvido a cerca do desenvolvimento de malhas adaptativas para modelos de reservatório.

Iniciamos com uma revisão histórica sobre a metodologia mCSEM , relatando o ponto acadêmico e comercial sobre a metodologia.No capitulo seguinte discutimos a necessidade das construções de malhas adaptativas e classificamos as mesmas.

Finalmente, comentamos e testamos os processos para desenvolver malhas adaptativas no capitulo 4 onde desenvolvemos um breve estudo sobre um modelo tabular.

Nos comentários finais, realizamos um balanço a respeito do método mCSEM e analisamos os a importância do estudo para hidrocarbonetos.

---

[4] CONSTABLE, S.,WEISS C. J., Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine em methods: Insights from 1D modeling: **Geophysics**, 71, no. 2, G43–G51, 2006

2. REVISÃO HISTÓRICA

Observamos nos últimos anos uma grande movimentação para a prospecção de hidrocarbonetos em áreas sob os oceanos (offshore) usando o método Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM). Abaixo tentaremos apresentar resumidamente como o método MCSEM surgiu como ferramenta para a prospecção de hidrocarbonetos.

O método mCSEM, usado hoje para a exploração de hidrocarbonetos foi desenvolvido inicialmente por Charles Cox do Instituto Scripps de oceanografia (SIO), no final dos anos 70 (COX[5], 1981 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Os primeiros experimentos foram realizados no oceano Pacifico em 1979 (SPIESS ET AL[6]., 1980; YOUNG E COX[7], 1981 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Cox já tinha trabalhado com equipamentos e metodologias MT no leito oceânico e a razão inicial para seus experimentos usando uma fonte controlada foi estudar a resistividade superficial e de outras partes da litosfera oceânica. Substituindo as freqüências elevadas dos campos magnetotelúricos por um transmissor.

Inicialmente o financiamento dos instrumentos veio da Agência para Projetos de Pesquisa Avançada em Defesa dos Estados Unidos (U.S. Defense Advance Research Project Agency - DARPA), que pesquisava as comunicações dos submarinos. O apoio veio também do Escritório de Pesquisa Naval dos Estados Unidos (U.S. Office of Naval Research - ONR), que queria obter mais informações sobre os ruídos do assoalho oceânico.

Martin Sinha e seu grupo da universidade de Cambridge começaram a desenvolver um sistema MCSEM nos anos 80 (SINHA ET AL[8]., 1990 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Seu equipamento foi em grande parte baseado no sistema do SIO, mas com uma diferença muito importante, o uso de uma antena transmissora flutuante, que era rebocada a cerca de 100 metros acima do assoalho oceânico. Essa

---

[5] COX, C. S. On the electrical conductivity of the oceanic lithosphere: **Physics of the Earth and Planetary Interiors,** 25, 196–201, 1981

[6] SPIESS, F. N., MACDONALD, T. ATWATER, R. BALLARD, A. CARRANZA, D. CORDOBA,C. COX, V. M. DIAZ GARCIA, J. FRANCHETEAU, J. GUERRERO, J.HAWKINGS,R. HAYMON, R. HESSLER, T. JUTEAU, M. KASTNER, R. LARSON, B. LUYENDYK, J.D. MACDOUGALL, S. MILLER, W. NORMARK, J. ORCUTT, AND C. RANGIN, East Pacific Rise: Hot springs and geophysical experiments: **Science**, 207,1421–1433, 1980

[7] Young, P. D., Cox, C. S. Electromagnetic active source sounding near the East PacificRise: **Geophysical Research Letters**, 8, 1043–1046, 1981,

[8] SINHA, M. C., P. D. PATEL, M. J. UNSWORTH, T. R. E. OWEN, AND M. R. J. MAC-CORMACK.An active source EM sounding system for marine use:**Marine Geophysical Research**, 12, 59–68,1990.

abordagem foi necessária para trabalhar em terrenos acidentados e isso provocou algumas cogitações da possibilidade de se prospectar hidrocarbonetos.

Embora o sistema de dipolo elétrico horizontal seja o mais empregado na prospecção, outras técnicas usando fonte controlada têm sido estudadas, notavelmente pelo grupo coordenado por Nigel Eduarwards da universidade de Toronto (CHEESMAN ET AL[9]. 1988 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Eles desenvolveram um dipolo magnético horizontal no domínio do tempo (EDWARDS ET AL[10], 1985 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007) e testaram variações da resistividade utilizando um transmissor elétrico de baixa freqüência que parte do navio até o assoalho oceânico (figura 2). Ambas as técnicas foram usadas para mapear a subsuperfície, embora nenhum método propague os campos suficientemente para ser útil na detecção de hidrocarbonetos até então.

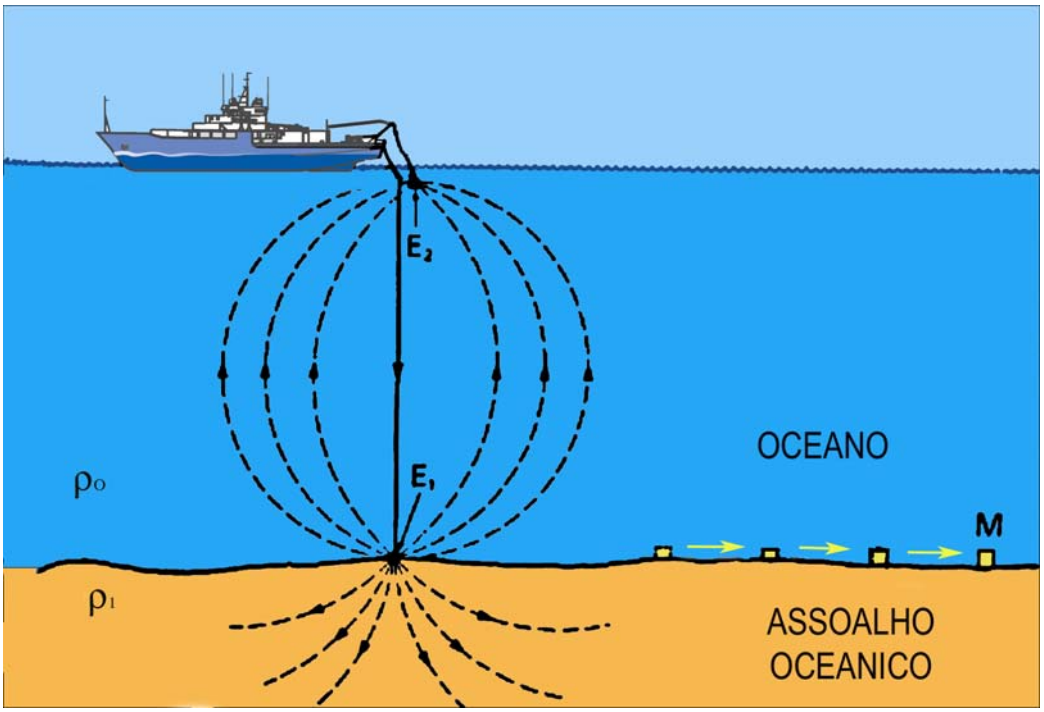

Figura 2-Metodologia CSEM desenvolvido na universidade de Toronto

A Exxon já tinha conhecimento do trabalho realizado pelo SIO e outras formas de investigação marinha, usando EM para exploração, no inicio dos anos 80: uma patente foi

[9] CHEESMAN, S. J., EDWARDS, R. N. LAW, L. K. First results of a new short baseline sea floor transient EM system: **58th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts**, 259–261, 1988

[10] EDWARDS, R. N., L. K. LAW, P. A. WOLFGRAM, D. C. NOBES, M. N. BONE, D. F. TRIGG, AND J. M. DELAURIER, First results of the MOSES experiment: Sea sediment conductivity and thickness determination, Bute Inlet, British Columbia, by magnetometric offshore electrical sounding: **Geophysics,** 50, 153–160. 1985

emitida nestas condições (Srnka[11], 1986 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Seguindo uma serie de modelos experimentais numéricos e físicos, a Exxon realizou um teste de campo em navios detectores de minas, usando tanto sensores no assoalho como também sendo rebocados, desenvolvidos pelo SIO.

Em 1984 o SIO realizou uma reunião cujo objetivo era obter apoio para o desenvolvimento da tecnologia MCSEM, que resultou em um pequeno projeto a ser financiado pela Arco, Amoco, Elf e Sohio (CONSTABLE ET AL[12]., 1986; CHAVES ET AL[13]., 1991 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). No entanto a viabilidade comercial do método ainda estava distante. Os principais fatores que tornava a metodologia desinteressante era sua ineficiência em águas rasas, a capacidade computacional pouco desenvolvida para o método. Um fator importante era que o grande desenvolvimento da sísmica até então ofuscava o avanço.

Durante os anos 90 até meados de 2000, os levantamentos exploratórios começaram a ser realizados rotineiramente em águas com 1000m de profundidade. A ExxonMobil então retomou suas pesquisas e a Statoil começou a estudar a técnica como uma ferramenta para a prospecção de hidrocarbonetos e em novembro de 1999, convidou Steven Constable (SIO) para revisar os projetos de pesquisa interna, que constituíam principalmente em modelagem numérica e analógica.

A revisão de Constable mostrou que a técnica só seria viável se a profundidade de investigação fosse suficientemente alta, a fim de que as “airwaves”, reflexão da difusão dos campos na interface entre a água e o ar, não mascarassem as respostas dos reservatórios.

Estes resultados foram suficientes para motivar a Statoil a realizar testes no campo em Angola, no final de 2000. Um fator relevante nesse período é que a mudança para exploração em águas mais profundas já tinha despertado o interesse no MT marinho (MMT) a alguns anos e isso levou ao desenvolvimento comercial de receptores CSEM/MT.

[11] SRNKA, L. J. Method and apparatus for offshore electromagnetic sounding utilizing wavelength effects to determine optimum source and detector positions: **U. S. Patent** 4,617,518, 1986

[12] CONSTABLE, S. C., C. S. COX, AND A. D. CHAVE, Offshore electromagnetic surveying techniques: **56th Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts**, 81–82, 1986

[13] CHAVE, A. D., S. C. CONSTABLE, AND R. N. EDWARDS .**Electrical exploration methods for the seafloor**, in M. Nabighian ed., Electromagnetic methods in applied geophysics, Vol. 2: SEG, 931–966,1991

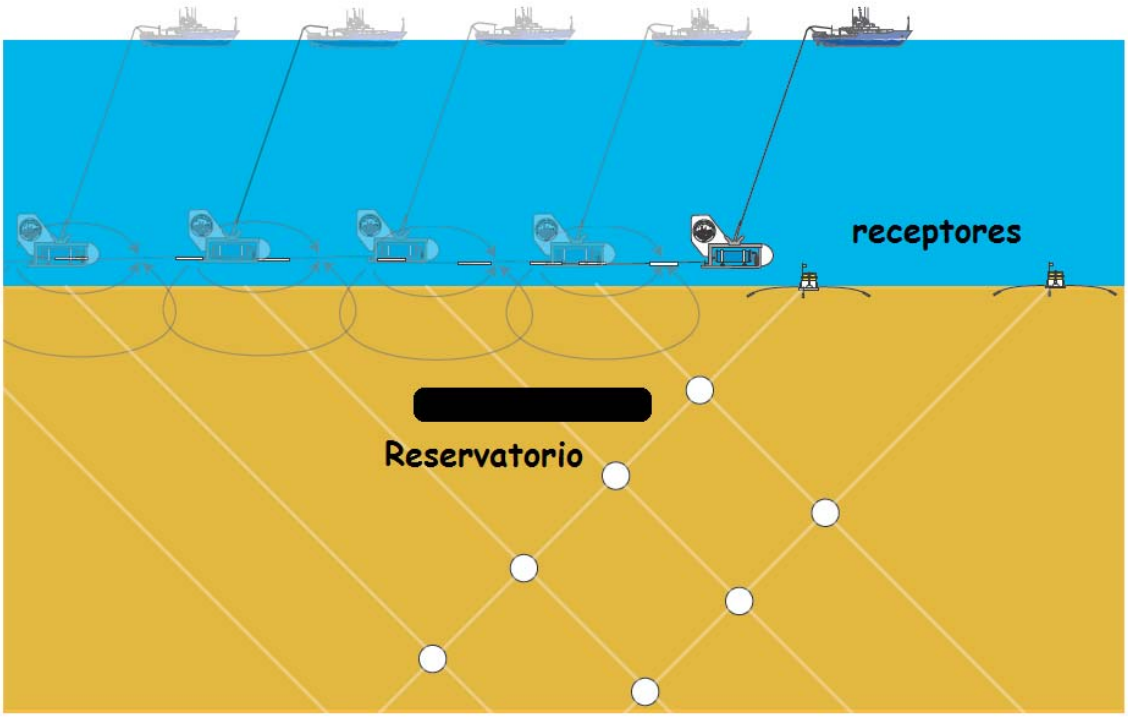

Figura 3-Levantamento mCSEM

Em abril de 1994 um receptor MT baseado nos receptores do SIO foi desenvolvido na Califórnia e o resultado foi muito encorajador para atrair a indústria a desenvolver a instrumentação e o método (CONSTABLE ET AL[14]., 1998; HOVERSTEN, G. M., MORRISON, H. F., CONSTABLE, S [15]., 1998 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). No inicio este trabalho consistiu da colaboração entre Mike Hoversten e Frank Morrison da universidade da Califórnia, Arnold Orange do Arnold Orange Associates-AOA e SIO. Experiências ao longo do golfo de México entre 1996 e 2003 resultaram na sistemática de instrumentação e metodologia adequada (HOVERSTEN ET AL[16]., 2000; KEY ET AL[17]., 2006 apud CONSTABLE,S.SRNKA,L,2007). Os levantamentos foram realizados pelo AOA utilizando os equipamentos do SIO no Mediterrâneo, (1995 e 1996 por Agip) e na prospecção "sub-sal" no golfo do México (1998 por Agip e BP). O LITHOS, consórcio da universidade de Cambridge examinou a utilização do MCSEM ao sub-sal e ajudou a consolidar a metodologia dentro da indústria.

[14] CONSTABLE, S., ORANGE, A. HOVERSTEN, G. M. MORRISON, H. F. Marine magnetotellurics for petroleum exploration: Part 1. A seafloor instrument system: **Geophysics,** 63, 816–825, 1998
[15] HOVERSTEN, G. M., MORRISON, H. F., CONSTABLE, S. Marine magnetotellurics for petroleum exploration: Part 2. Numerical analysis of subsalt resolution,**Geophysics**, 63, 826–840, 1998
[16] HOVERSTEN, G. M., S. CONSTABLE, AND H. F. MORRISON, Marine magnetellurics for base salt mapping: Gulf of Mexico field-test at the Gemini structure: **Geophysics,** 65, 1476–1488., 2000
[17] KEY, K. CONSTABLE, S., WEISS, C. J. Mapping 3D salt using the 2D marine magnetotelluric method: Case study from Gemini Prospect, Gulf of Mexico: **Geophysics**, 71,No. 1, B17–B27, 2006

Atualmente percebemos grande movimentação quanto a essa tecnologia. Um indicativo disto é a participação de varias empresas em dois grandes consórcios internacionais; um liderado pelo professor Constable do SIO e outro pelo professor Zhadanov da Universidade de Utah. O consórcio do SIO se destina especialmente ao desenvolvimento de instrumentação para MMT e MCSEM, sem ignorar a tecnologia de inversão, já o Consórcio para Imageamento de Método Eletromagnético (Consortium for Electromagnetic Method Imaging - CEMI) é especializado no desenvolvimento de software para modelagem numérica e inversão. Entre as empresas que participam se destacam Exxom-Mobil, Shell, Statoil e Petrobrás pelo SIO e Schlumberger, Shell, Statoil, Petrobras e Sumitomo Metal Mining Co. pelo CEMI.

Atualmente no Brasil a única universidade onde se trabalha com a modelagem para o método é a UFPa. O laboratório de processamento eletromagnético (PROEM) vem desenvolvido conjuntamente com a Petrobras software e programas para modelagem 2.5D e 3D de dados.

No ultimo ano uma dissertação de mestrado e uma tese de doutorado, foram desenvolvida a cerca do método mCSEM e espera-se nos próximos anos mais três dissertações e três teses sejam desenvolvidas.

3. MALHAS DE ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM GEOFÍSICA ELETROMAGNÉTICA

3.1 Elementos Finitos

Com o enorme crescimento da quantidade de dados coletados de MCSEM, houve uma grande necessidade de aperfeiçoamento da interpretação, para a qual a modelagem numérica torna-se uma ferramenta fundamental.

Para se fazer a modelagem numérica em duas ou três dimensões é necessária uma ferramenta para resolver as equações diferenciais parciais do campo eletromagnético. Uma das ferramentas mais usada atualmente é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Este é um método numérico que obtém soluções aproximadas para equações diferenciais parciais em problemas de contorno (PRAZERES, 2005). O método divide o domínio da solução em formas simples de regiões ou propriamente dito “elementos”, que podem assumir diversas formas geométricas (triângulos, quadriláteros, tetraedros etc.). Uma solução aproximada de uma equação diferencia parcial pode ser desenvolvida para cada um destes elementos e a solução para todo o domínio é gerada a partir dessas soluções individuais, tendo como elemento de ligação entre elas as condições de fronteira aplicadas a cada elemento.

A implementação do MEF segue certo padrão de procedimentos que podem variar de acordo com o problema em questão. As etapas envolvidas são as seguintes:

Pré-processamento

- Definição do problema e do domínio
- Discretização ou divisão dos domínios em elementos

Processamento

- Obter as equações dos elementos
  - Escolha da função de aproximação
  - Ajuste ótimo da função
    - Formulação direta
    - Método dos resíduos Ponderados
    - Técnica variacional
- Montagem ou colocação das equações dos elementos
- Acréscimo das condições iniciais e de contorno

- Solução Linear (ou não)

Pós-Processamento

- Geração dos dados que simulam a medida física do método em estudo.

Uma etapa crucial na fase de pré-processamento é a discretização do domínio no qual buscamos a solução, ou seja, a geração da malha de elementos finitos a partir da qual a solução aproximada será buscada. Hoje, os estudos para a geração das malhas estão bastante avançados, conforme comentamos a seguir.

3.2 Desenvolvimentos de malhas

Para a realização do método de elementos finitos com um tempo de processamento adequado e com boa aproximação da solução, é necessário o desenvolvimento de malhas que se adaptem a cada problema específico, ou seja, que tenham elementos pequenos nas regiões em que esperamos taxas de variação elevadas na função solução e elementos grandes onde essa taxa de variação é baixa.

As malhas são classificadas em 3 grandes grupos: Estruturadas, não estruturadas e híbridas. Entretanto não há grande consenso quanto à definição de cada tipo. Em uma malha estruturada, como em uma grade retangular, onde os cruzamentos são exatamente os nós, basta termos as coordenadas dos nós para se determinar todas as relações de conectividade existentes, assim os nós ficam ordenados em uma matriz regular com a característica de que cada nó é um vértice do mesmo número de elementos, exceto aqueles que formam a borda externa da malha.

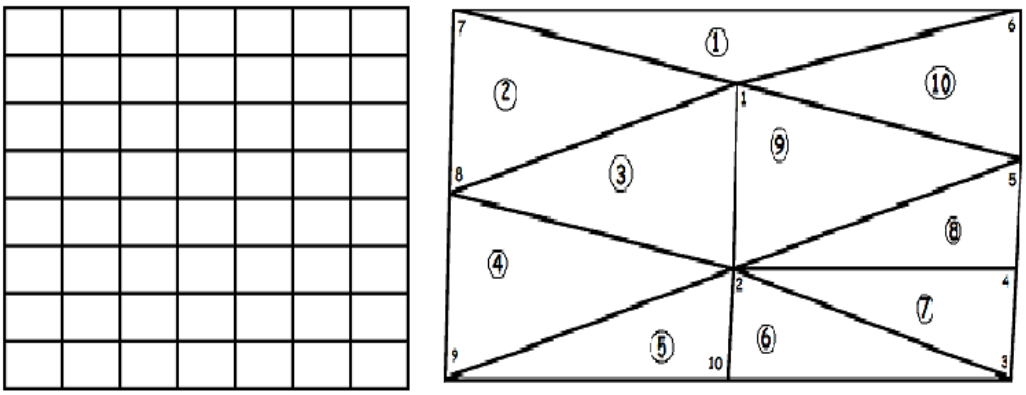

Figura 4- Exemplos de uma malha estruturada e uma não estruturada.

Em uma malha não estruturada cada nó compõe um número de elementos diferente conforme a região da malha. Nessas é preciso criar uma matriz tabela de conexão (conectividade) informando as ligações de cada elemento.

Já as malhas híbridas, como o próprio nome sugere, possuem características de ambas as anteriores, apresentando algumas regiões do seu domínio com características estruturadas e em outras com características de malha não-estruturadas.

No início da década de 60, as malhas usadas nas simulações de problemas de engenharia usando o MEF eram geradas manualmente e no decorrer daquela década, através do uso de computadores, começou-se a simplificar a tarefa de discretizar domínios mais complexos, resultando no surgimento de um campo de pesquisa chamado de geração de malhas (SOUSA, R.A 2007).

Os elementos mais freqüentes em malhas estruturadas são quadriláteros e hexaedros. Em malhas não-estruturadas, os triângulos e tetraedros dominam. Como a própria definição de malhas híbridas induz, estas são compostas por elementos de formas variadas (SOUSA, R.A 2007).

A Preferência por triângulos e tetraedros em malhas não-estruturadas é justificável. Em meados da década de 70 já se sabia que estes são aplicáveis à análise bidimensional e tridimensional. Sabia-se ainda, que malhas triangulares e tetraédricas são capazes de se adaptar a contornos de domínios complexos e permitir transição suave de tamanho de elemento.

Com o aumento da capacidade de processamento dos computadores e a evolução dos modeladores geométricos e das aplicações científicas, os domínios tratados passaram a ter formas mais complexas. Assim, tetraedros tornaram-se dominantes nas simulações envolvendo malhas volumétricas.

3.2.1 Malha não estruturada

Os elementos triangulares são os elementos básicos para a geração de malhas bi-dimensionais usadas hoje no MEF.

Malhas uniformes, ou regulares, possuem todos, ou quase todos, os seus elementos com o mesmo tamanho, e quando estamos trabalhando com problemas suaves, sem grandes variações na função solução, essas malhas são suficientes. No entanto para a solução de problemas como os encontrados nas aplicações da Geofísica, nas quais existem grandes variações de propriedades físicas envolvidas, domínios com cantos, domínios com

geométricas complexas, essas malhas precisam apresentar níveis de discretização diferentes, ou seja, regiões com tamanhos de elementos diferentes. Nesses problemas, há a necessidade de discretização fina onde a solução terá maior taxa de variação, mas a discretização pode ser mais grossa onde a função for mais suave. Nestes casos, um nível de discretização alto em toda a malha demandaria um tempo muito longo para o cálculo da solução, sem melhorar consideravelmente a aproximação quando comparada com uma malha não uniforme bem construída.

Atualmente existem vários métodos geradores de malhas para elementos finitos, muitos deles são a combinação de um ou mais geradores. A seguir apresento alguns dos principais métodos geradores utilizados atualmente.

3.2.1.1 Triangulação de Delaunay

A triangulação de um conjunto de pontos no plano é um processo para a geração de um conjunto de triângulos cujos vértices são estes pontos, sendo que o interior dos triângulos não se intercepta.

Para a implementação a triangulação de Delaunay é utilizada o critério do circuncírculo. Esse critério afirma que uma triangulação é de Delaunay se: O círculo que passa pelos três vértices de cada triângulo da malha triangular não contém, no seu interior, nenhum ponto do conjunto das amostras além dos vértices do triângulo em questão.

Assim, considere os seguintes quatro pontos A, B, C, D formando uma triangulação. O triângulo 1 é formado pelos vértices ABC e o triângulo 2 é formados pelos vértices BDC. O circuncírculo do triângulo 1 não é vazio, pois contém o ponto D:

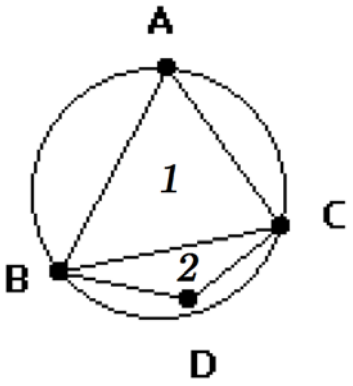

Figura 5- Triangulação não delaunay

Para essa triangulação ser de Delaunay, é necessário fazer a troca da aresta BC com a AD, esse processo de troca de arestas é chamado de *flipping*, e o triângulo 1 passa a ser formado pelos vértices ABD e o triângulo 2 por ADC. Trocando a aresta BC pela aresta AD.temos:

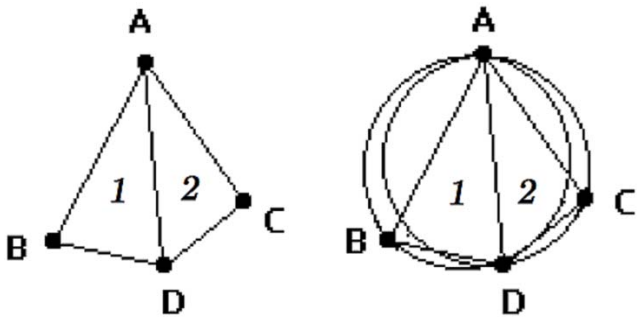

Figura 6- Triangulação delunay

Uma das principais características dos geradores de nós baseados nessa triangulação é a produção de mais elementos por nó inserido. Uma vantagem da triangulação de Delauney é que a malha final deve conter triângulos com maior qualidade, ou seja, triângulos mais próximos de equilateros evitando a criação de triângulos com ângulo internos muito agudos.

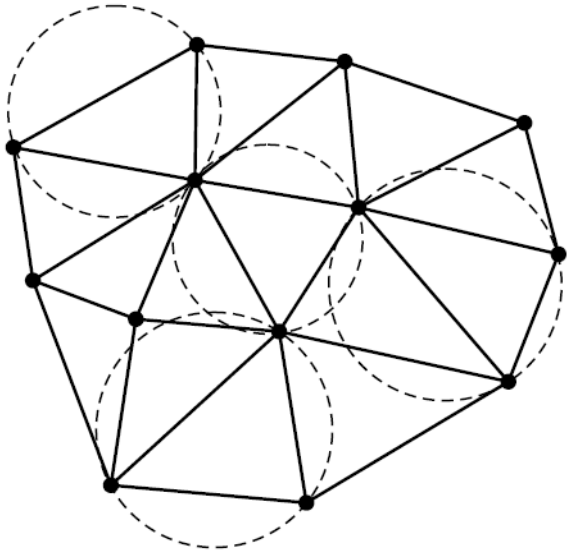

Figura 7- Exemplo malha de por triangulação de Delaunay

3.2.1.2 Método da colocação dos Nós.

O método consiste de Duas fases: A geração dos nós e a geração dos elementos. Durante a primeira fase, são gerados os nós sobre o contorno do domínio e os nós interiores (figura 8).

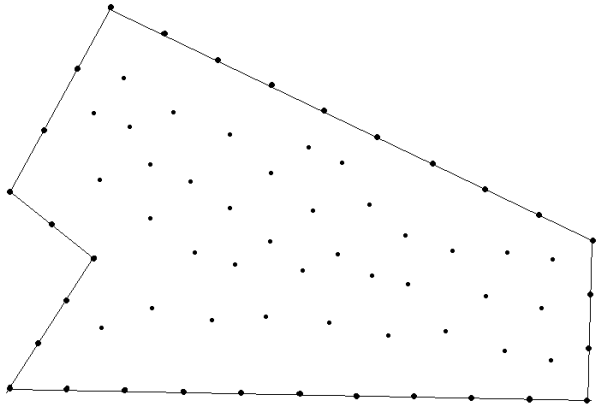

Figura 8- Domínio com nós gerados

Em seguida os nós são ligados, a fim de formarem os elementos (figura 9).

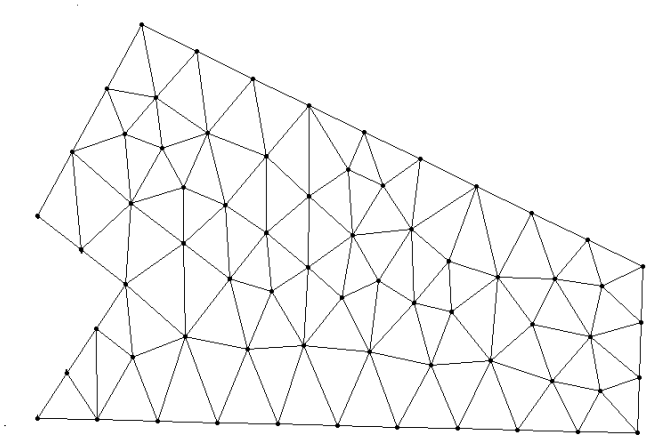

Figura 9- Malha gerada pela método da colocação dos nós

A construção dos elementos é baseada em um método que procura otimizar o fator de qualidade dos mesmos. Inicialmente geram-se os nós sobre o contorno do domínio, em função da distancia calculada entre eles. Em seguida determinam-se seis eixos, com a interseção no centro do domínio, forma 60º entre si, e depois se geram-se nós sobre esses eixos. Finalmente geram-se os nós interiores restantes. Na fase de construção dos triângulos, aplica-se Delaunay

3.2.1.3 Método da Decomposição recursiva do Domínio

O emprego desta técnica permite a representação de domínios com formas complexas de modo compacto e hierárquico.

Em algoritmo de YERRY e SHEPHARD , malhas bidimensionais são construídas a partir da definição de quadtrees(figura 10). Inicialmente, define-se um quadrado englobando o domínio. Este quadrado é divido em quatro quadrantes que são classificados em cheio ,quando contidos no domínio,vazios quando não estão contidos, ou parciais, caso estejam parcialmente contidos no domínio, interceptando o contorno. Cada quadrante parcial é então dividido em sub-quadrantes classificados com o mesmo critério.

Este processo continua até atingir nível de detalhamento requerido. Após atingi-lo, quadrantes do tipo “parcial” são divididos para satisfazer ao contorno e a quadtree é modificada forçando-se um único nível de diferença entre quadrantes adjacentes para suavizar a transição de tamanho de elemento. E finalmente, resta converter quadrantes em triângulos e ajustar pontos do contorno. Tais ajustes são responsáveis pela distribuição irregular de pontos ao longo do contorno característica deste método. A Figura 11 ilustra o processo descrito.

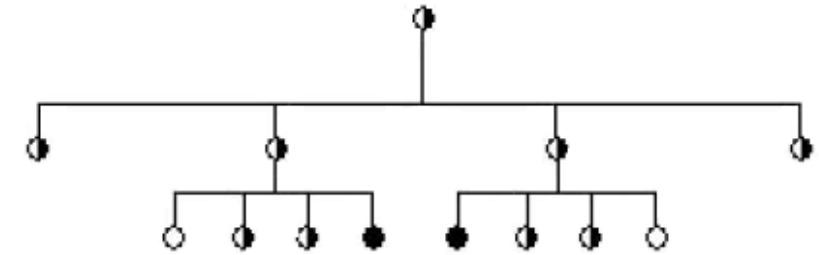

Figura 10- Estrutura *Quadtree*

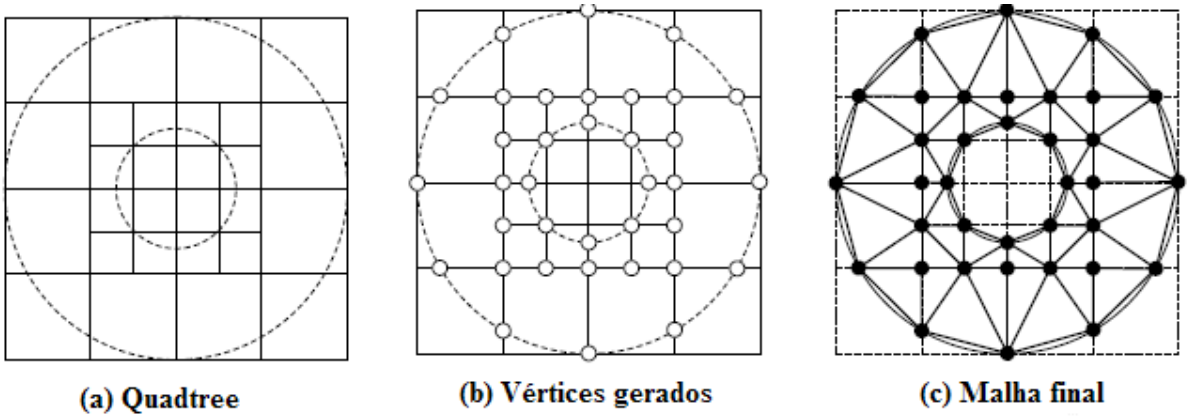

Figura 11- Exemplo de malha usando *quadtree*

3.2.1.4 Método das Frentes Progressivas. (ou Avanço de Fronteira)

Concebida por LO em 1985, objetivando a criação de malhas bidimensionais. Esse é um dos métodos mais populares para geração de malhas adaptativas para o MEF

(RIBEIRO,M. 2002), embora existam muitas variações dessa metodologia, o algoritmo básico consiste de poucos passos:

I. Inicialização da frente de geração (fig 12-A)
II. Novos nós e elementos são gerados ao longo da frente de geração, de acordo com a (Fig-12-B)
III. Repetição dos passos II e III até que todo domínio esteja preenchido por elementos. (fig 12C)

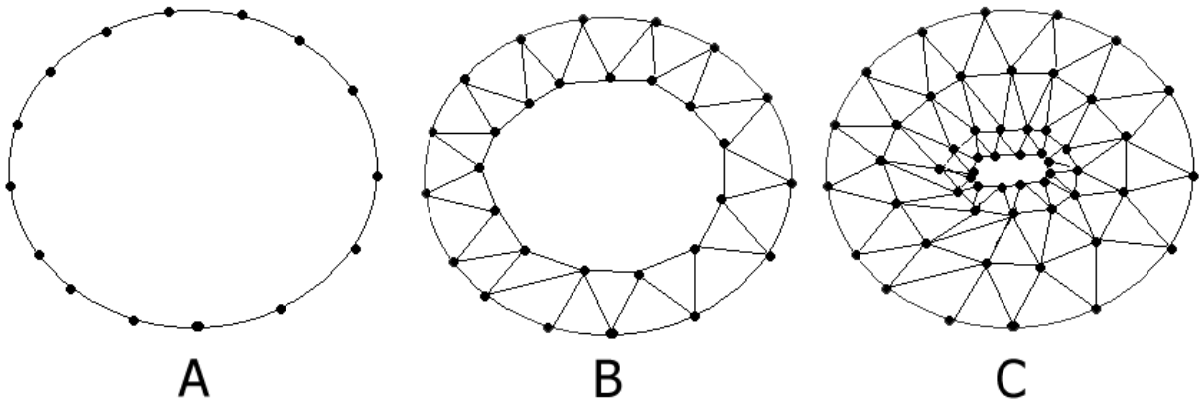

Figura 12- Exemplo Método das Frentes Progressivas.

Esse método torna muito fácil o controle e otimização da qualidade e gradação da malha, ao se construir o melhor elemento possível em cada passo da geração dos elementos (RIBEIRO, M. 2002).

Características comuns a todos os algoritmos baseados em avanço de fronteira são o total controle da posição dos nós internos ao domínio, introdução de um elemento por nó inserido e possibilidade de alongamento (ou encurtamento) de elemento em direções específicas. Como principal desvantagem, aparece a necessidade de utilizar algoritmos de ordenação e busca para viabilizar uma implementação robusta e eficiente.

Os triângulos iniciam dependem fundamentalmente da topologia da malha, isso por sua vez causa o aparecimento de triângulos e angulosos, que geralmente é tratado com técnicas de regularização dos nós e de suavização que falaremos a seguir nó próximo tópico.

3.2.1.5 Métodos da decomposição da topologia

Neste método, os nós iniciais são os vértices do domínio; a partir desses nós, são criados triângulos de forma que eles sejam o menor numero de triângulos que cobrem todo o domínio(figura 13).

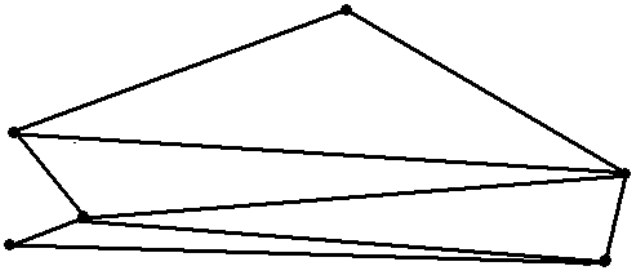

Figura 13- Triângulos gerados através dos vértices do domínio

Após isso, cada triangulo é refinado até o nível ideal para um dado problema exposto(figura 14).

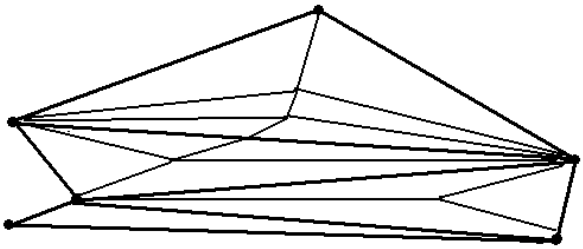

Figura 14- Triângulo refinado

3.2.2 Qualidades da malha

A precisão numérica é diretamente relacionada com a distribuição dos nós no domínio do problema. Situações que necessitam de adaptação, como os refinamentos em algumas regiões da malha muitas vezes acabam gerando triângulos angulosos e distorcidos. Assim a necessidade de algoritmos para melhora a qualidade final da malha é essencial para malhas adaptativas

O erro devido as aproximações das variáveis é mínimo para elementos triangulares eqüiláteros, devido este apresentar melhor distribuição.Elementos triangulares com ângulos internos muito pequenos são denominados de triângulos degenerados e por isso devem se evitados, assim uma malha formada por grande parte de elementos triangulares eqüiláteros é dita de boa qualidade.

Um parâmetro para estimar a qualidade da malha é a relação entre o raio do circulo inscrito em um triangulo (r), com o raio do círculo circunscrito ao triangulo (R). A razão

r/R alcança seu valor Maximo, $1/2$, quando o triangulo é eqüilátero. Multiplicando essa razão por 2, encontramos uma razão dita normalizada. Assim quando for zero é pior caso ou 1 melhor caso.

$$\rho = \frac{2r}{R} \tag{01}$$

3.2.2.1 Troca de diagonal

A troca de diagonais é feita para um par de elementos adjacentes, a fim de se melhora a regularidade de uma malha. Ela é recomendada principalmente em três situações:

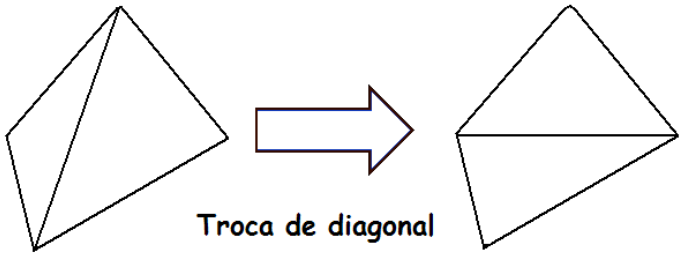

Figura 15-Troca de diagonal

1-Troca de Delauney
2-Relaxação da malha
3-Fator de Qualidade

- Troca de diagonal de Delauney

Se o ângulo mínimo do novo para for maior que o ângulo mínimo do novo par.Esse teste é realizado encontrando um circulo circunscrito a um triangulo ABC,é então feita uma verificação com o triangulo adjacente(BCD) .Se o nó oposto ao A , “D “, estiver dentro do circulo circunscrito ,então a troca é sugerida.

-Relaxação da malha

O grau G, de cada nó em uma malha triangular é o numero de lados conectados a esse nó.em uma malha ideal , formada somente por triângulos eqüiláteros , o grau dos nós

interiores da malha é 6.se o grau for muito maior ou muito menor que 6, para muitos nós interiores da malha aparecem diversos elementos seriamente distorcidos.Espera-se que, para uma malha de boa qualidade o grau varie:

$$4 \leq G \leq 8 \qquad (02)$$

A figura 16 apresenta um par de triângulos antes e depois da troca de diagonal, onde G_1 , G_2 , G_3 ,G_4 são respectivamente os graus dos nós P_1 ,P_2 ,P_3 ,P_4 .

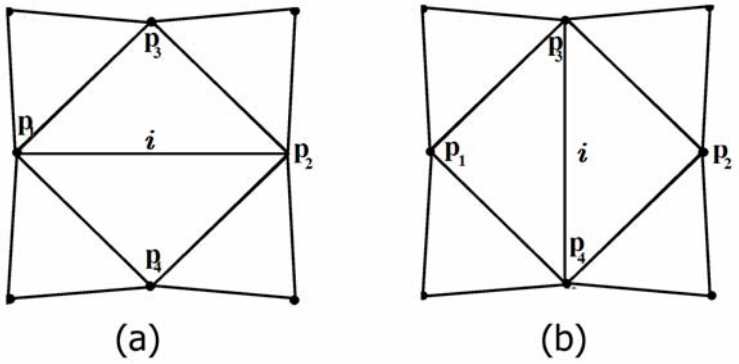

Figura 16-critério da relaxação

De acordo com

$$G_1 \geq 6 \quad G_2 \geq 6 \quad e \quad G_1 + G_2 - G_3 - G_4 \geq 3 \qquad (03)$$

Para todos os nós interiores, índice de relaxação E, é definido como:

$$E = G_1 + G_2 - G_3 - G_4 \qquad (04)$$

Neste caso a troca da diagonal é sugerida Caso $E > 2$

- Fator de Qualidade

Usa-se a troca de diagonais do fator de qualidade caso o fator de qualidade do novo par triângulos for maior que o fator de qualidade do antigo par.Este processo é realizado examinando se todos as diagonais comum a dois triângulos.

3.2.2.2 Suavização Laplaciana

Essa técnica melhora consideravelmente a qualidade final de uma malha. È usada especialmente após ter alcançado o nível de refinamento desejado.

Cada nó é deslocado para a média dos valores dos nos em volta, ou para o centróide do polígono formado pelos lados oposto a esse nó(figura 17).

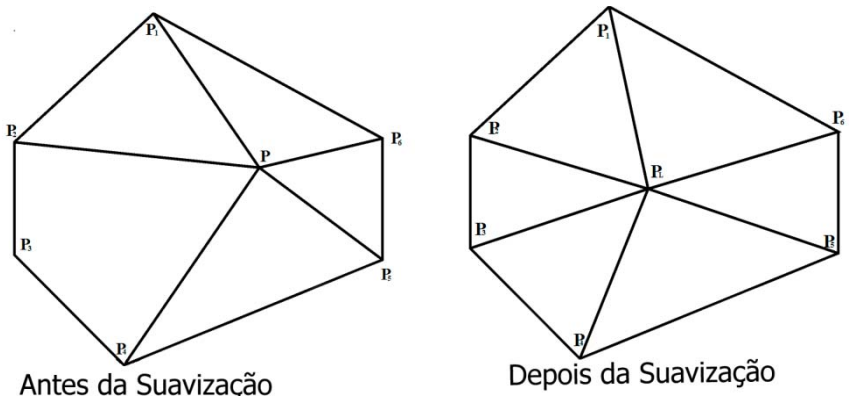

Figura 17-Nós não suavizado e suavizado

A suavização então é definida da seguinte forma: Os elementos $E_1,E_2,..,E_k$,e os seus respectivos vértices P_1, $P_2,...P_k$ que compartilham o vértice P, a suavização Laplaciana define uma nova coordenada P_L através da equação.

$$P_L = \sum_{n=1}^{k} \frac{p_n}{k} \qquad (05)$$

A nova coordenada PL, é imediatamente usada por todas as coordenadas subseqüente. Aplicando - se um processo de suavização recursiva, a qualidade geral da malha melhora a cada interação a até um limiar de saturação.

3.2.2.3 Adaptabilidade de Malha

Existem Três estratégicas básicas que podem ser empregadas na adapatação de malhas para elementos finitos . Na primeira, chamada de refinamento h, ou refinamento local, pontos são adicionados localmente em regiões de maior erro relativo, ou seja, os elementos selecionados através do gerenciamento a *priori* ou *posteriori* são subdivididos em dois ou mais elementos.Na segunda chamada de refinamento r o número de pontos entre a malha inicialmente e final não se alteram. O que ocorre é uma redistribuição desses pontos; nesse

caso os pontos movem se de regiões com erro relativamente pequenos, para regiões com grandes erros. Terceiro método, chamado de refinamento p, consiste no aumento da ordem das funções base do elemento selecionado. Esse procedimento requer o uso de elementos de transição entre elementos de ordem diferentes, a fim de se obter malhas conformes, ou o uso de funções de base hierárquicas. Funções de base hierárquicas são aquelas em que um elemento de ordem P possui um conjunto de graus de liberdade, que é compatível com um elemento vizinho de ordem $p - 1$.

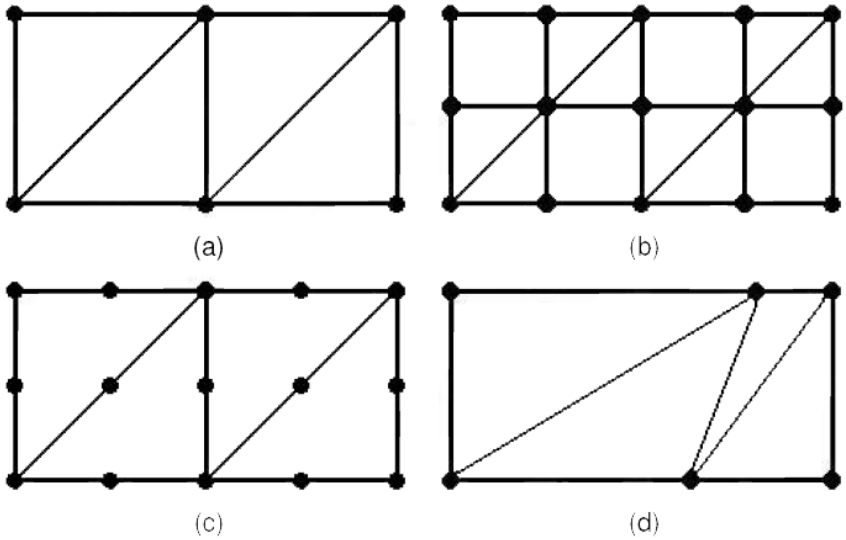

Figura 18-(a) malha original, (b) malha após o uso da estratégia do tipo h, (c) malha após o uso da estratégia do tipo p, (d) malha após o uso da estratégia do tipo r

3.2.2.3.1 Algoritmos de Refinamento Triangular

Os algoritmos de refinamento triangular sempre têm com entrada uma malha triangular, Um método muito simples e bastante usado é dividir o triangulo em três triângulos menores. As técnicas para se realizar este refinamento são:

-Técnica baricentrica

Esse método é conhecido como técnica baricentrica, consiste na inserção de pontos no interior do triangulo. Normalmente o ponto inserido é no baricentro do triangulo, mas também são usado o baricentro, circuncentro e até a posição intermediaria entre os dois citados.O grande problemas desse método é que ele não produz uma transição suave entre regiões com elementos grandes e pequenos(figura 19)

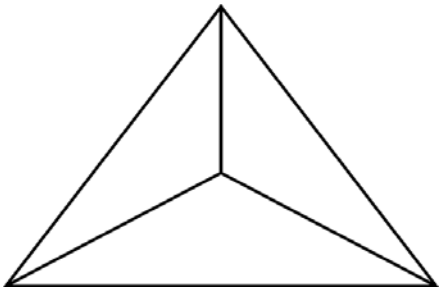

Figura 19-Técnica barientrica

-Técnica Bisseção

A técnica da Bisseção,consiste em dividir o triangulo em dois elementos pela colocação de um nó no ponto médio de sua maior aresta e a conexão deste nó ao vértice oposto (figura 20).

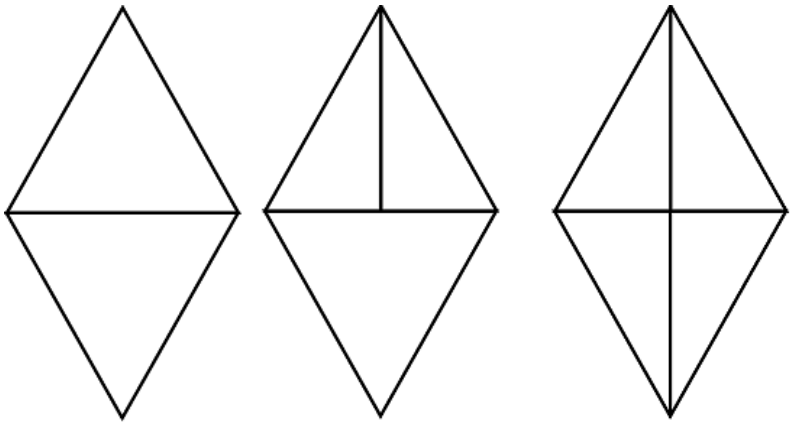

Figura 20-Bissecção pela maior aresta

Uma variante dessa técnica consiste em subdividir o triangulo em quatro novos elementos. .Pode ser fazer isso dividindo ao invés de dois em quatro elementos através da bissecção dos três lados. Ou através da colocação do nó no ponto médios de cada lado, e depois fazer a conexão desses novos pontos entre si como mostra a figura 21 .Uma questão a ser tratada dessa técnica é que naturalmente ela gera malhas não conformes ,e afim de se corrigir esse problema dando conformidade, refina se alguns de seu elementos vizinhos ,e isso requer muito tempo computacional .Outra desvantagem é que a qualidade da malha final está fortemente ligada a malha inicial.

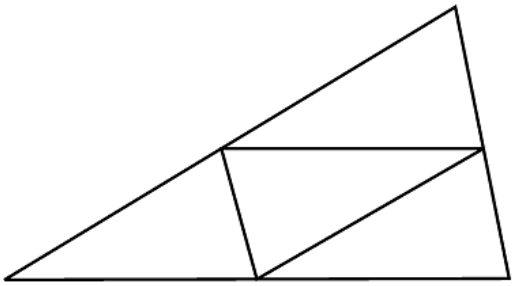

Figura 21-Divisão em quatro

Considerações

Neste capitulo procuramos abordar algumas das principais técnicas desenvolvidas para a geração de malhas adaptativas para elementos finitos assim como das ferramentas usadas para o gerenciamento da qualidade da malha grande. Boa parte do estudo deste capitula foi retirado da tese de Doutorado de Manoel Ribeiro Filho do departamento de engenharia elétrica da e computação da UFPa.

4 EXEMPLOS DE CONSTRUÇÃO DE MALHAS 2D

No presente estudo, mostraremos alguns exemplos do trabalho de geração de malhas bi-dimensionais voltadas para a modelagem do método MCSEM, nos quais modelamos os reservatórios de hidrocarbonetos como corpos tabulares.

Os modelos geológicos estudados são marcados pela variação abrupta de resistividade entre o reservatório e as rochas sedimentares circundantes, e entre o assoalho e o oceano. Próximo a essas descontinuidades, necessitamos de uma discretização mais fina, pois é aí que os campos terão as maiores taxas de variação espacial.

A seguir mostraremos três exemplos desenvolvidos para a geração de malhas para um modelo de corpo tabular.

4.1 EXEMPLO 1

Neste exemplo foi utilizada para a geração dos nós uma função matemática no qual podemos manipular a fim de gerar as posições dos nós. Os espaçamentos entre os nós é dado pela diferença das imagens da função f de dois nós consecutivos, para isso foram testadas diversas funções a fim de se obter uma que obtivesse um pequeno espaçamento nas proximidades do corpo quando comparadas a um nós distante do corpo,e as funções que apresentaram o melhor comportamento foram as do tipo

$f(x) = \pm k^x + b$

Onde b e k são Constantes e a função representará a posição do nó. Para se ter a distribuição de nós para um único corpo, temos que considerar 2 regiões: A região externa ao corpo e as regiões internas.

Definimos como as posições horizontais da borda do corpo x_{ci} e x_{cf}, e com elas definimos os valores das constantes b dada por:

$$b_{ce} = x_{ci} + 1$$
$$b_{cd} = x_{cf} - 1$$

Onde b_{ce} representa a borda esquerda do corpo e b_{cd} a borda direita. Desta forma para cada região temos:

$$fn_{ce}(x) = -k^x + b_{ce}$$
$$fn_{cd}(x) = k^x + b_{cd}$$

Assim temos os espaçamentos para as duas regiões do corpo. Os valores obtidos para ambas as margens positivas é negativas podem tender para valores infinitamente grandes e pequenos, como isso ultrapassando os limites de borda do domínio investigado.

Este crescimento é dependente da constante K e do número máximo de elementos na direção horizontal. O número máximos de elementos é definido por um vetor x, ele define a imagem da função fn variando de zero a um valor x Maximo.

Para controlar os valores que superam as posições das bordas é atribuído um valor máximo e um valor mínimo a essa função que são exatamente as bordas do domínio. Os valores que forem menores ou maiores respectivamente que as bordas esquerda e direita do domínio investigado são descartados. No entanto essa atribuição possibilita a diminuição do primeiro e ultimo espaçamentos entre os nós horizontais. Para contornar isto foram criadas as seguintes condições para os primeiros e últimos espaçamentos para diminuir as disparidades.

Atribuindo aos valores das bordas do domínio investigado de fn_{be} e fn_{bd} respectivamente para as bordas esquerdas e direitas. Temos a condição para a borda esquerda:

$$fn_{be} - fn(2) < fn(2) - fn(3)$$

Caso o nó 1 esteja muito próximo do nó 2, coloca-se o nó 2 na média entre os nós 1 e 2, assim temos:

$$fn(2) = \frac{fn_{be} + fn(3)}{2}$$

Para a borda direita temos um procedimento semelhante, caso o penúltimo nó esteja muito próximo do ultimo, e realizada a media entre o ultimo e o antepenúltimo.

$$fn(n-1) = \frac{fn_{bd} + fn(n-2)}{2}$$

Desta forma diminuímos a eventual discrepância que poderia ocorre nas bordas do domínio investigado, e assim obtemos todas as posições para as regiões externas ao corpo.

Para se obter os espaçamentos da parte interior ao corpo é realizado o seguinte procedimento:

Usa a função para a borda esquerda modificada da seguinte maneira

$$fn_{int}(x) = k^x + b_{ce}$$

Em seguida obtém se valores espaçados até obter o primeiro valor superior ao ponto médio do corpo (x_m). A partir disto é feito a seguinte analise:

Caso o espaçamento entre x_m e x_{m-1} seja menor que x_m e x_{m+1}·, ignora se o ponto superior ao ponto médio e atribui o valor do ponto médio o valor x_{m-1}.

$$x_{m-1} \rightarrow x_m$$

Caso o espaçamento entre x_m e x_{m-1} seja maior que x_m e x_{m+1}·, atribuímos o ponto médio ao x_{m+1},desta forma , temos:

$$x_{m+1} \rightarrow x_m$$

Após obter a distribuição dos espaçamentos até o ponto médio, rebatemos os valores e assim obtemos a distribuição interna para o corpo. Desta maneira obtemos a distribuição para as três regiões no caso de um único corpo.

$$fn(x) = \begin{cases} fn_{ce} & para\ a\ região\ inferior\ a\ borda\ esqueda \\ fn_{int} & para\ a\ região\ interior\ do\ corpo \\ fn_{cd} & para\ a\ região\ superior\ a\ borda\ direita \end{cases}$$

Abaixo, nas figuras 21 e 22, segue dois exemplos para um único corpo onde as extremidades estão em 500 e 1500 metros variando para duas constantes k.

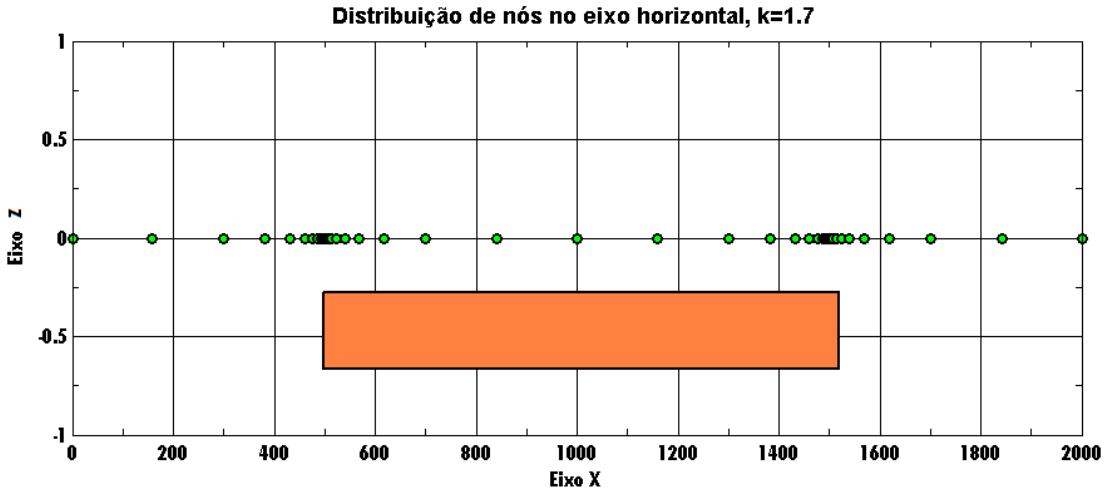

Figura 22- Nós horizontais Gerados pela função com k=1.7

Podemos usar constantes k diferente para dentro e fora do corpo, desta forma podemos obter espaçamento com diferentes graus de crescimento ambas as regiões

Quando desejamos obter espaçamentos horizontais para mais de um corpo, o procedimento é semelhante. O processo de se obter uma função interna e rebater é efetuado de acordo com o número e disposição dos corpos.

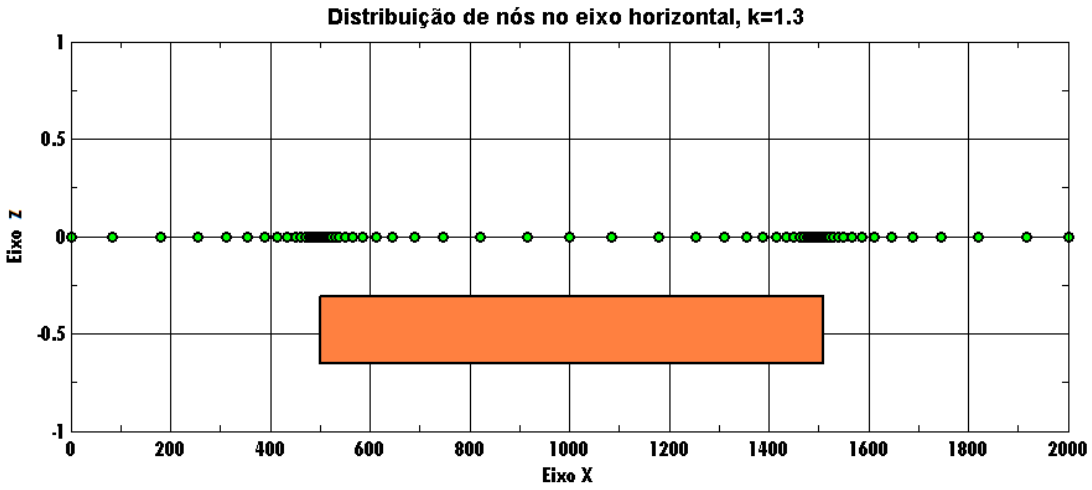

Figura 23- Nós horizontais Gerados pela função com k=1.3

A figura 23 apresenta a distribuição dos nos para um corpo retangular. Observamos que nas proximidades do corpo ocorre exatamente o que desejamos o detalhamento das bordas do corpo.No entanto observamos que o detalhe na direção X, prevalece para todo Z, e em Z procede da mesma forma, desse modo gerando detalhes em áreas não desejadas(figura 24).

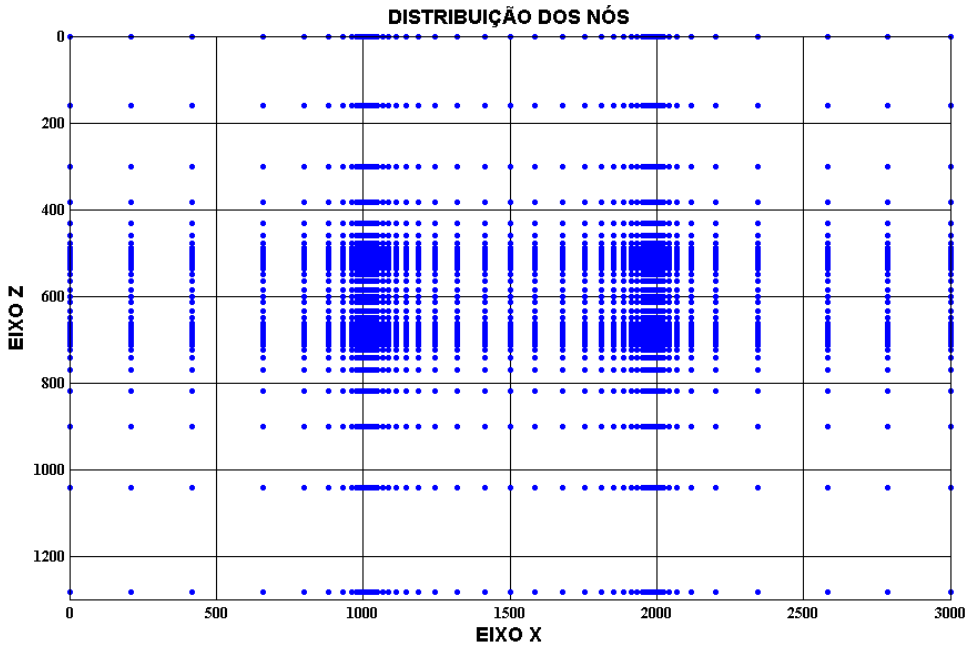

Figura 24- Distribuição dos pontos

A próxima etapa é a criação dos elementos. Há diversas maneiras de manipular os elementos a fim de criar as malhas. Assim foi criado um código em ambiente MATLAB para geração dos elementos estruturados e conseqüentemente das malhas com características

estruturadas. Usou-se também uma função implícita do software para a geração das malhas, tal função é baseada na triangulação de Delaunay onde a grande vantagem da função é a necessidade apenas das posições dos nós. A figura 25 e 26 mostra as duas malhas construídas de maneiras diferentes, a primeira utilizando um código para geração de malha estruturada e a segunda usando Delaunay.

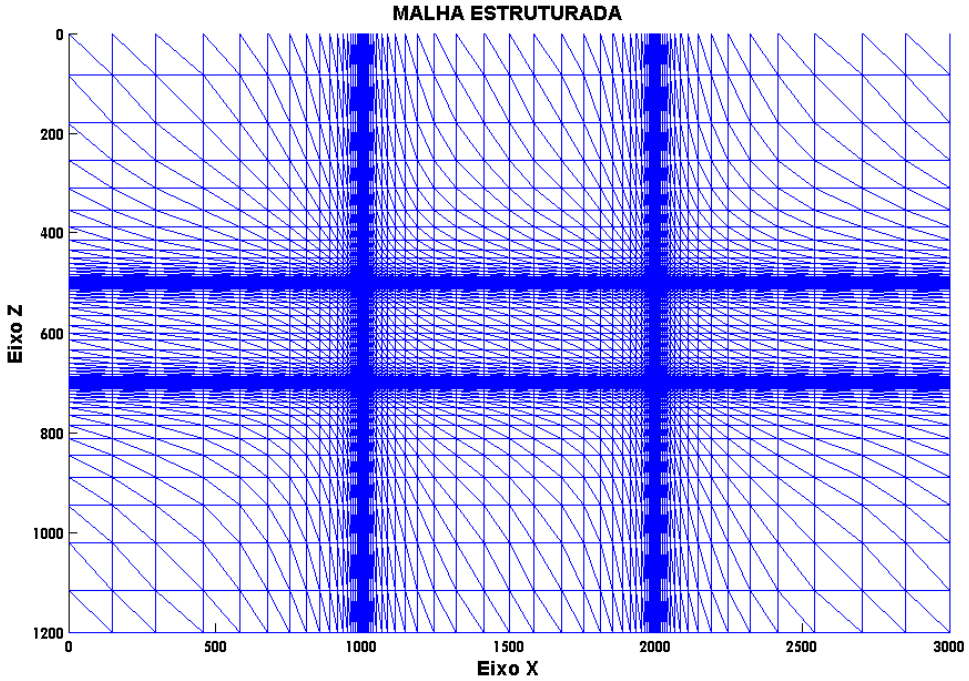

Figura 25 Malha Estruturada Para Um Corpo Tabular

Ambas as malhas apresenta elementos muito pequenos nas bordas da malha. Uma alternativa a fim de minimizar e reajustar os pontos, para deixá-los mais espaçados nessas regiões, é a aplicação da suavização laplaciana para a região externa ao corpo.

Nas bordas externas da malha, realizou se modificações antes da suavização; essas consistiram em deixar os nós igualmente espaçados para depois se aplicar a suavização. Realizando a suavização laplaciana, observamos uma nova distribuição dos nós tornando a malha mais uniforme e distribuída (figura 27).

A suavização laplaciana é um processo recursivo deste modo à medida que número de interações aumenta, os nós tendem a um padrão de distribuição uniforme, assim não podemos afirmar ou criar uma receita que sempre seja satisfatória, a análise nestes casos é puramente experimental. Foi observado no estudo que para modelos no qual estamos trabalhando, corpos retangulares, o processo torna-se satisfatório para poucas interações, na ordem de vinte iterações.

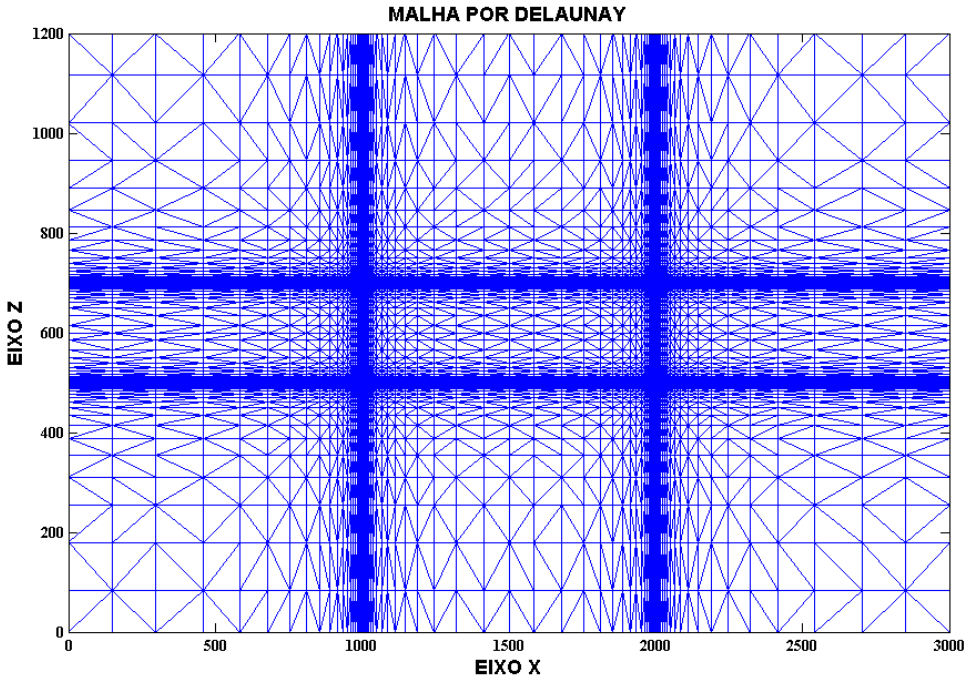

Figura 26- Malha gerada gelo algoritmo de Delaunay para um corpo tabular

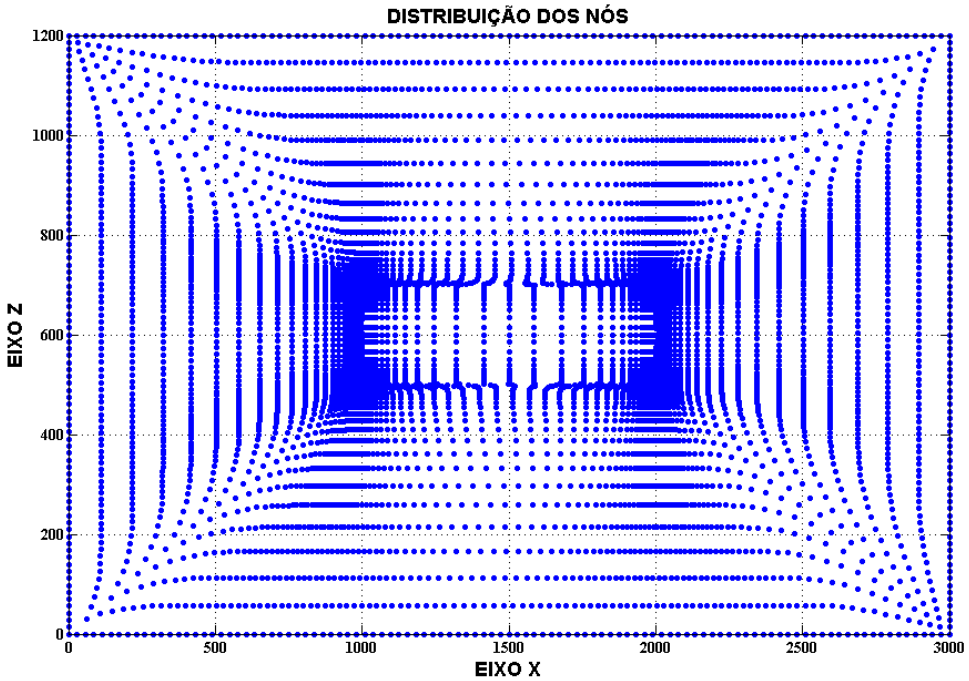

Figura 27- Distribuição dos nós suavizados

Gerando as malhas após a redistribuir os nós, observamos que a utilização da triangulação de Delaunay do MATLAB não funcionou para esta distribuição de nós,

apresentado elementos degenerados próximos as bordas do corpo enquanto que a triangulação feita de maneira estruturada mostrou-se mais adequada

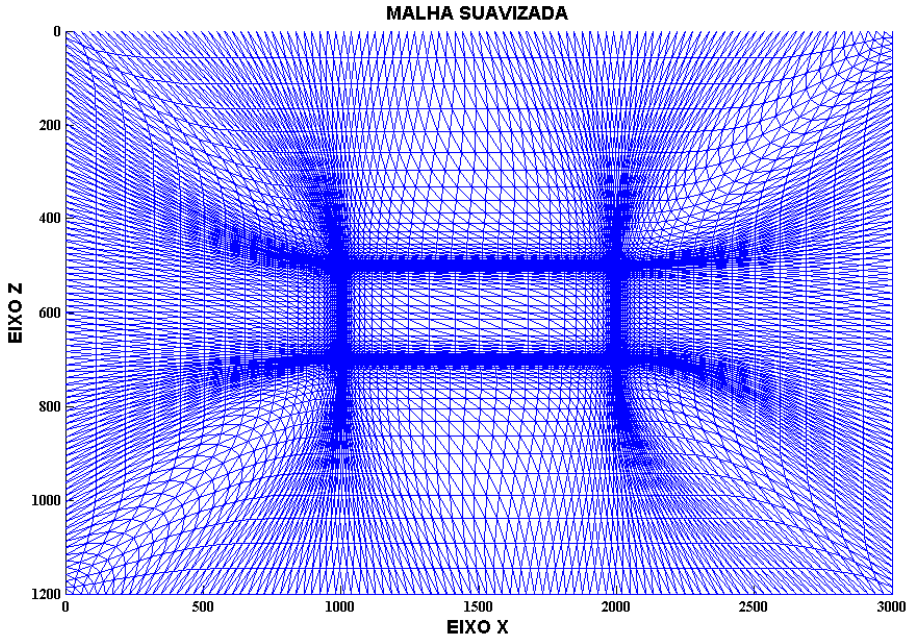

Figura 28- Malha Estruturada Suavizada

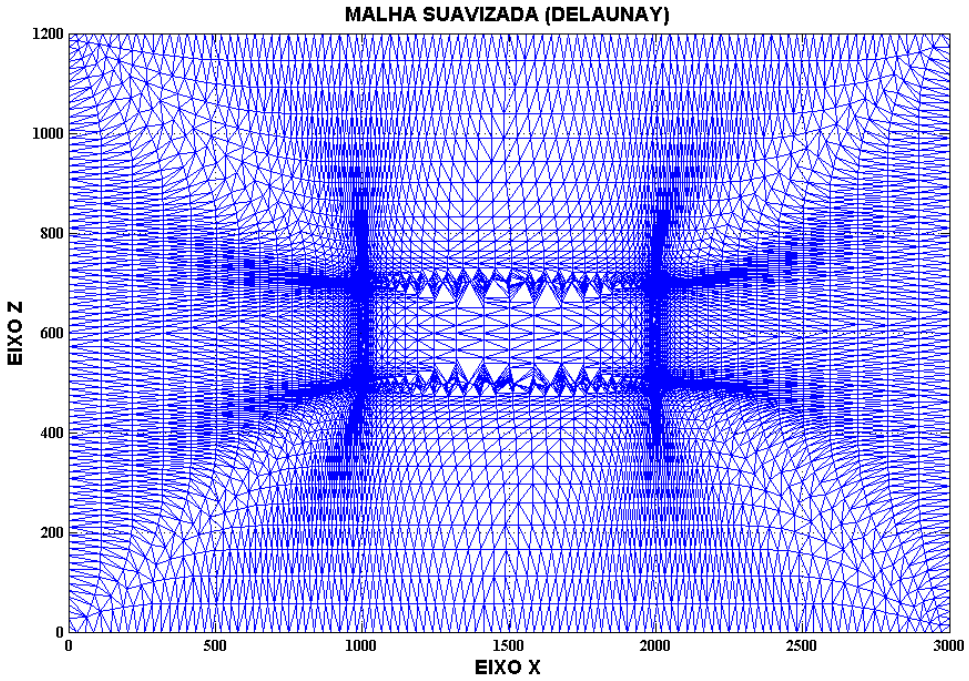

Figura 29- Malha delaunay suavizada

4.2 EXEMPLO 2

Tentando-se construir uma malha adequada, começou-se a pensar em uma nova alternativa a fim de melhorar o modo. O ponto de partida foi um desenho feito manualmente (fig), e a partir daí, desenvolveu se o algoritmo para a geração da malha. Figura é semelhante a uma curva de contornos retangulares, assim denominamos para cada contorno de NV, referente a cada nível. A figura abaixo ilustra bem isso.

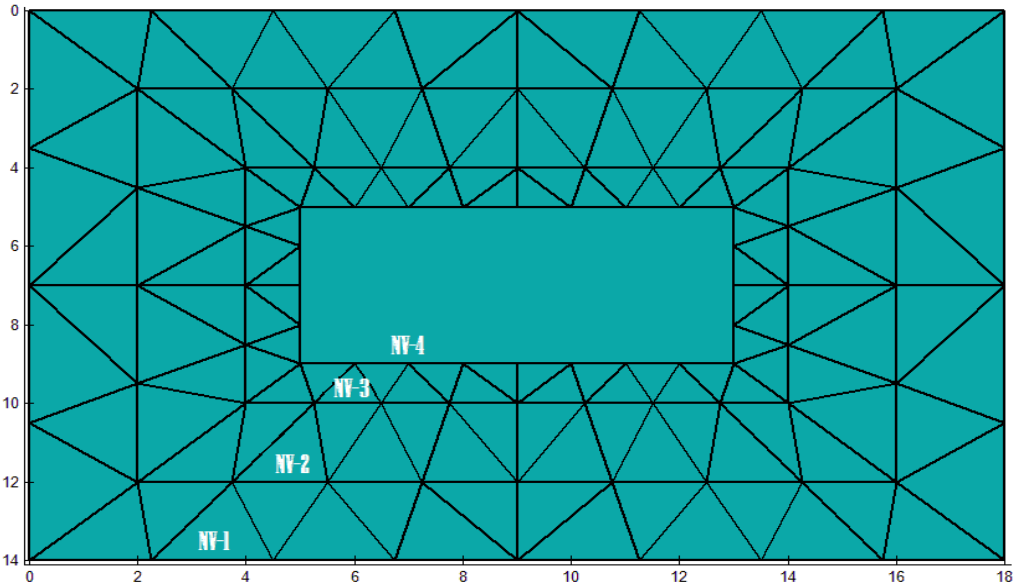

Figura 30- Desenho da malha

Utilizando os valores das posições x e y obtidos pela distribuição da função, teremos que adaptar esse crescimento a nova geometria, observamos que para cada nível (NV) o número de elementos é igual e sempre par. O espaçamento entre os nós varia de acordo com o nível, sendo maior no primeiro nível, assim o que diferencia o primeiro do ultimo nível é a taxa de crescimento que diminui à medida que o nível aumenta.

Partindo dessas observações foi feito uma analise geométrica da figura e a partir disto, foi desenvolvida uma formula para gerar os nós de cada posição externa ao corpo. A fórmula abaixo fornece as posições x e y para cada nível.

$$[X_L(i)] = \left([fn_{intx}] - fn_{intx}(1)\right) \times \left(\frac{fnx(N) - 2 \times fn_{cex}(i)}{x_{ci} - x_{cf}}\right) + fn_{cix}(i)$$

$$[Y_L(i)] = \left([fn_{inty}] - fn_{intx}(1)\right) \times \left(\frac{fnx(N) - 2 \times fn_{cey}(i)}{x_{ci} - x_{cf}}\right) + fn_{ciy}(i)$$

Onde os novos termos significam:

$[X_L(i)]$	Posições x para cada nível
$[Y_L(i)]$	Posições y para cada nível
$[fn_{int}]$	Posições internas do corpo
$fn(N)$	Ultima posição
fn_{ce}	Posição externa aborda esquerda

Tabela 1-Variável da Formula de posicionamento x e y Para cada nível

O gráfico abaixo mostra as posições X_L para os vários níveis:

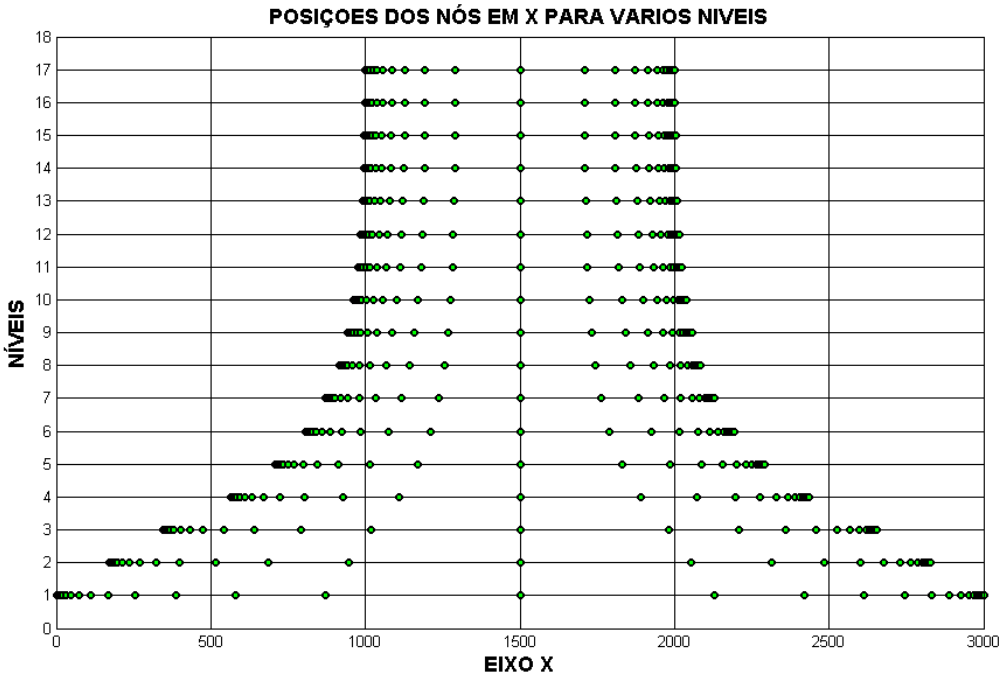

Figura 31- Distribuição Horizontal Para Cada Nível

Com isso obtemos as posições para cada nível, mas apenas para uma única metade.. A figura 36 mostra as posições x para uma região inferior ao corpo para os diversos níveis. Para se obter o correspondente a parte superior a função é simplesmente rebatida o mesmo ocorre em y onde rebateremos para a região ao corpo. Desta forma obtemos todas as coordenadas para a região externa ao corpo.

Para se obter as coordenadas da região interior ao corpo, utilizamos o mesmo procedimento para geração de malhas do exemplo 1. Com isso obtemos todas as coordenadas do modelo.

Obtido todos os pontos, a próxima etapa é a geração dos elementos e respectivamente a geração da malha. Nossa nova malha, diferentemente da malha proposta anteriormente, apresenta características híbrida, onde a região externa é não estruturada e a região interna é estruturada. Desta forma o desenvolvimento do código para implementar os elementos torna se um pouco mais complexo devido existir um padrão de ligação entre os elementos para cada região(figura 32).

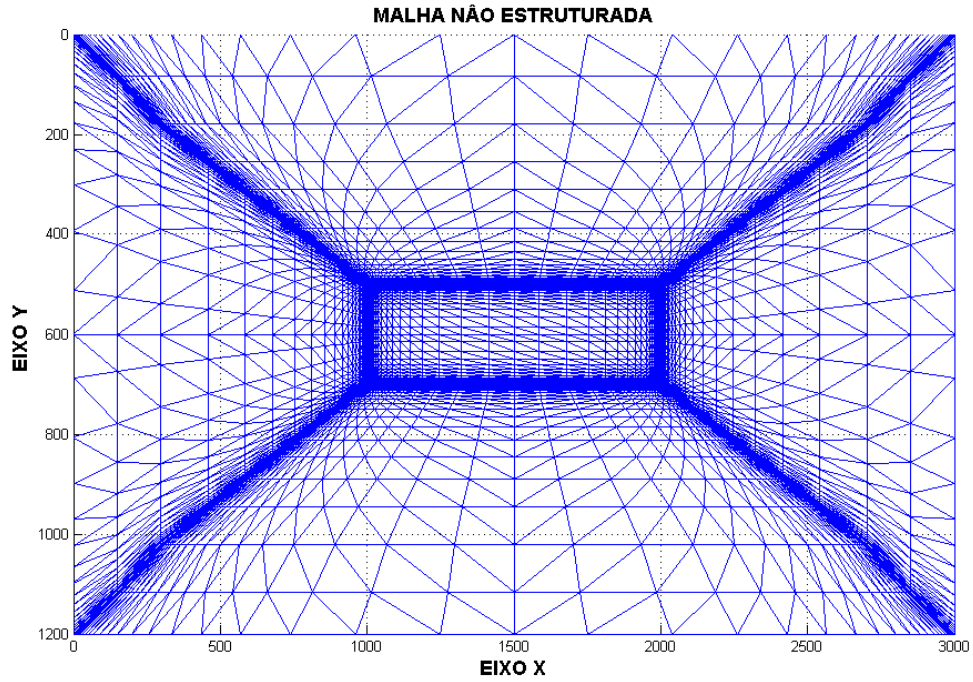

Figura 32- Malha não estruturada

Como na malha anterior, foi realizada novamente a suavização laplaciana com a finalidade de melhor distribuir os pontos nas bordas da malha. Nossa nova malha apresentou uma melhora na quantidade de nós e de elementos em relação à malha anterior, no entanto ela é limitada apenas ao desenvolvimento de um único corpo, e a condições de simetrias.

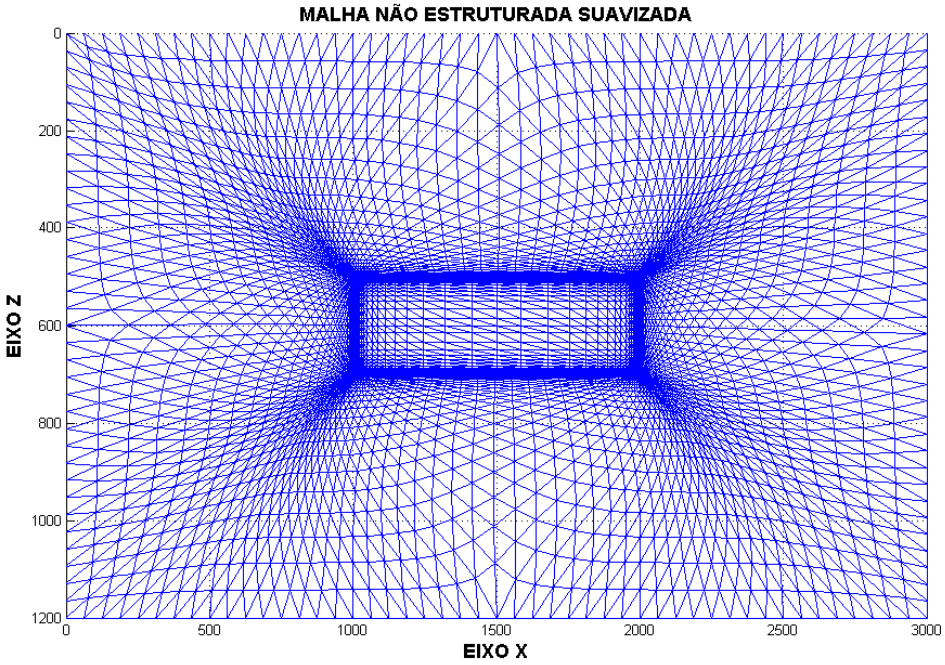

Figura 33- Malha não estruturada com 20 interações

.

4.3 EXEMPLO 3

Buscou-se novamente uma nova ferramenta afim criar uma malhas, investigando alguns poucos trabalhos encontrou-se a ferramenta *pdetool* do ambiente Matlab®.Tal ferramenta computacional de relativa simplicidade é um Toolbox de EDP do software

O Toolbox fornece um conjunto de funções de comando de linha e uma interface gráfica com o usuário, desde o pré-processamento até o pós-processamente de PDE de 2D, usando o Método de Elementos Finitos (MEF).

Esta ferramenta não é adequada para resolver elementos finitos de problemas complexos que requerem muito processamento, no entanto ela fornece uma enorme potencialidade para gerar malhas automáticas e adaptáveis que podem ser adaptadas a problemas complexos.

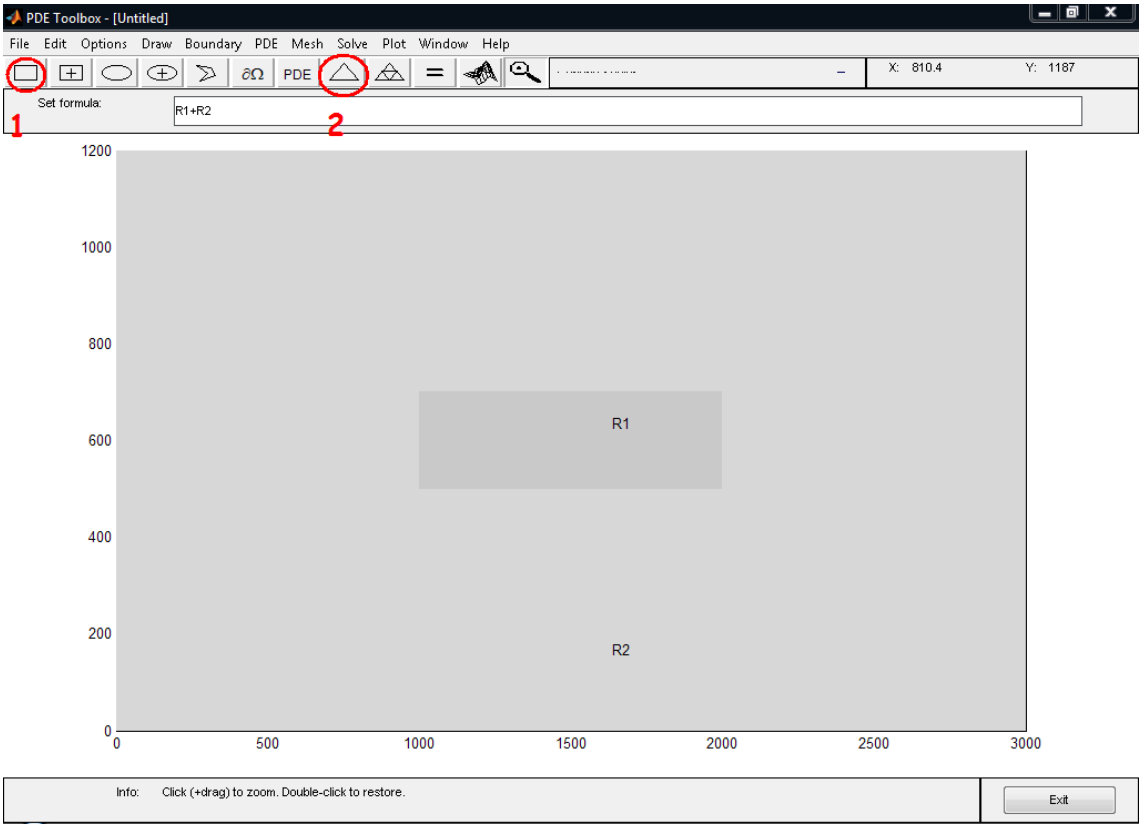

Figura 34- Interface pdetool;1- gerar geometria retangular;2- gerar malha

A ferramenta é inicializada pelo comando *pdetool*(figura 34).Para definirmos os contornos dos domínios ,nos usamos as caixa de ferramentas,e definimos interativamente as estruturas trabalhadas, isto possibilita uma maior liberdade de construção, quando comparados ao métodos desenvolvidos nesse trabalho.

Para gerar malhas, foi observado que o *pdetool* utiliza um método semelhante ao método da colocação dos nós, onde os primeiros nós gerados são os das bordas do domínio. O gerenciamento dos nós interiores pode ser controlado pelos parâmetros disponibilizados na aba *mesh* e a triangulação é realizada usando delunay.Mas não vamos nos prender em todos os detalhes da ferramenta, que podem ser consultadas do site da matworks

Construindo o modelo tabular observou que a ferramenta não possibilita um refinamento local, próximo as bordas do corpo (figura 35), desta forma, procurou-se adaptar a estrutura para o refino.

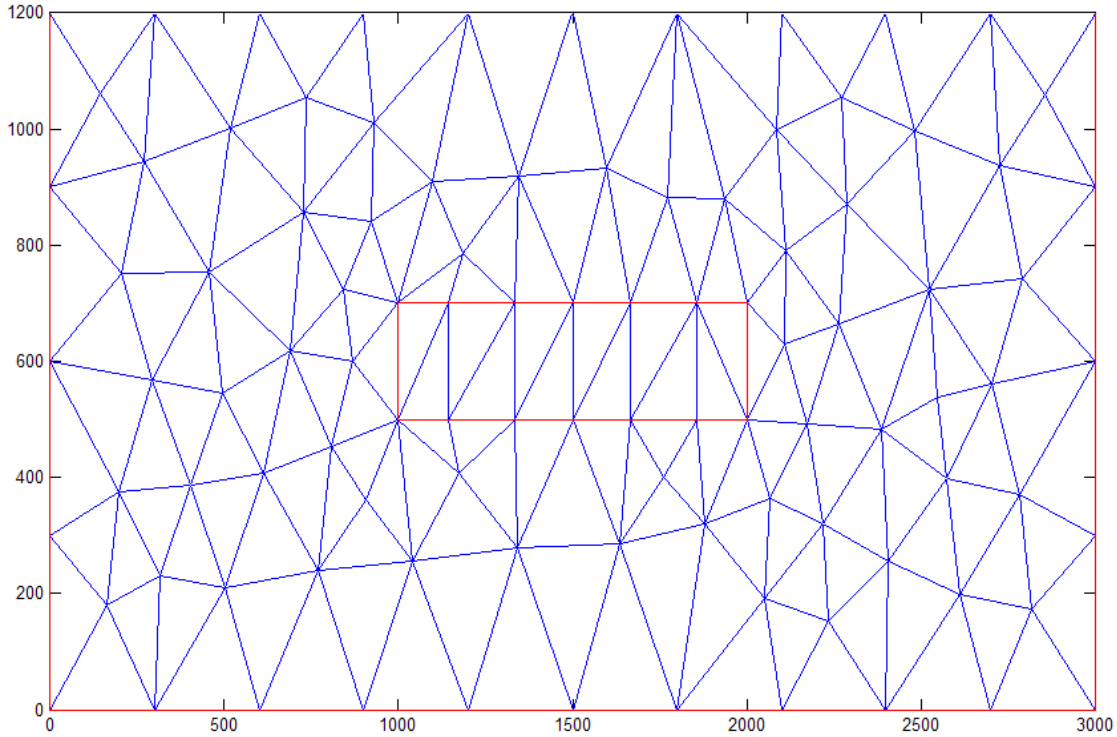

Figura 35- Modelo gerado gelo pdetool

Sabendo-se que os primeiro nós gerados são os das bordas do domínio, a estratégia é gerar corpos de dimensões proporcionais centrados no mesmo ponto, forçando o detalhe próximo a borda do corpo tabular. A figura 36 exemplifica a idéia; a linha azul representa a borda do corpo e as linhas pretas são as bordas criadas para o refinamento.

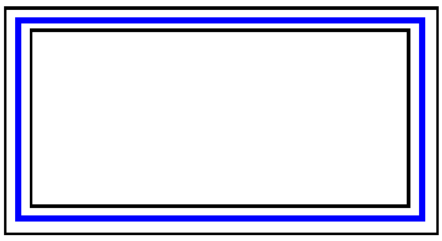

Figura 36- Modelo geométrico para refinamento *pdetool*

Realizando este procedimento em nosso modelo tabular, observamos o programa refinou exatamente onde desejávamos (figura 37), no entanto, pode eventualmente ocorrer que o refino se adapte tão bem como o ilustrado, caso o procedimento não detalhe o suficiente, é sugerido cria pequenos polígonos, próximos às áreas onde não se refinou adequadamente, desta forma poderemos obter um melhor refino utilizando a técnica.

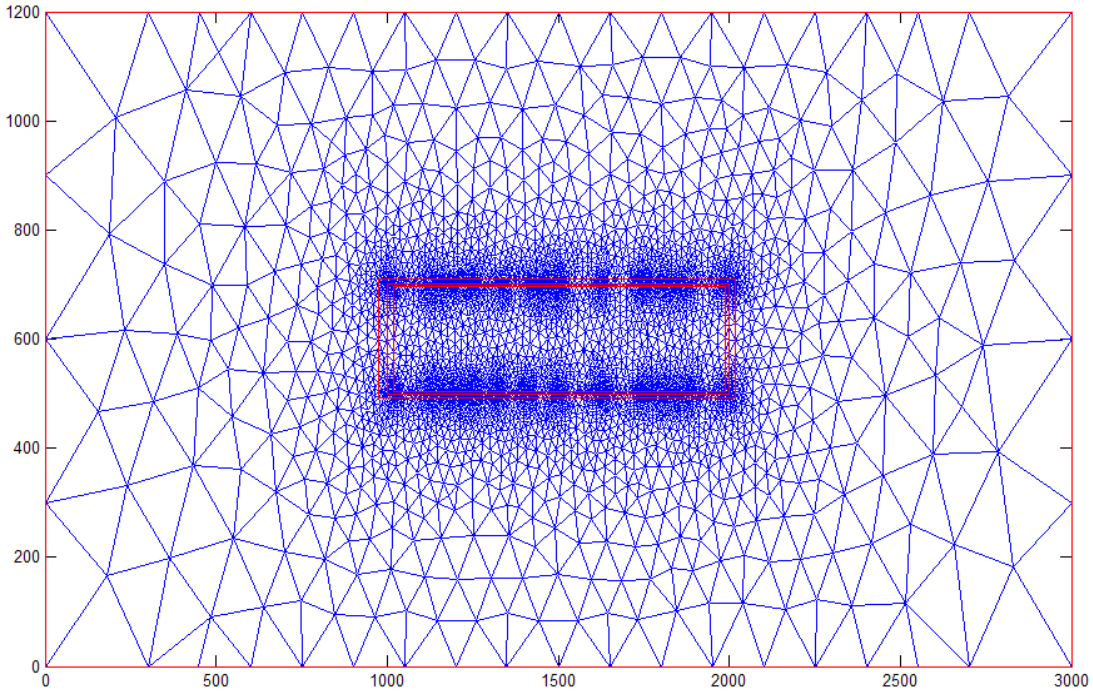

Figura 37- Modelo de malha refinada usando pdetool

Ao avaliarmos os números de nós e elemento gerado nos três modos ,verificamos que a ferramenta *pdetool* apresenta os melhores resultados como podemos observar no gráfico (figura 38).

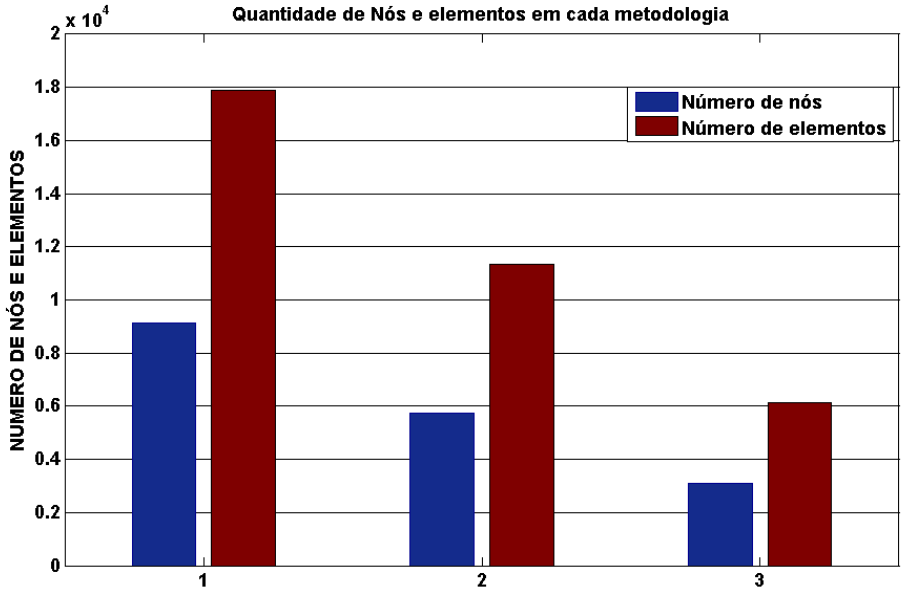

Figura 38- Quantidade de elementos e nós em cada modelo

Observamos nas figuras 39 e 40 a comparação entre os ângulos internos de uma malha antes e depois da aplicação da suavização laplaciana respectivamente para os exemplos 1 e 2.

A malha do exemplo 1 apresenta grande quantidade de ângulos entre 90º e entre 10º e após a aplicação da suavização ocorreu uma redução significativa destes ângulos.

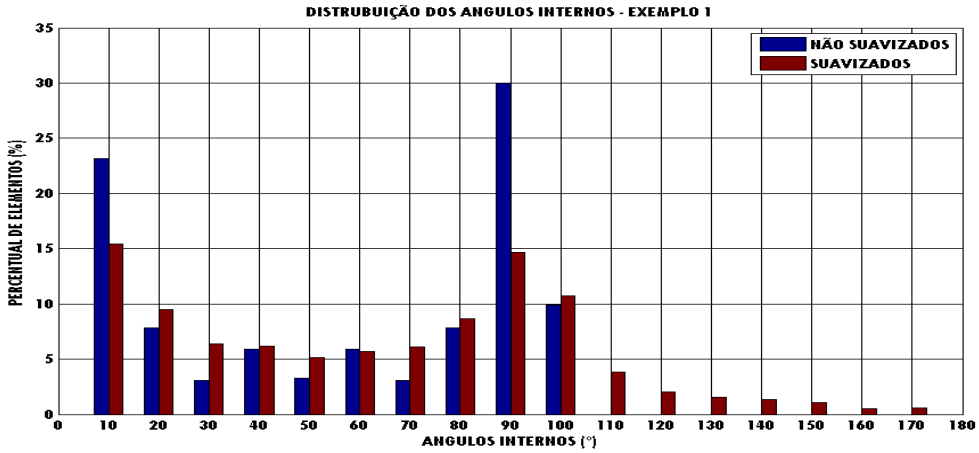

Figura 39-Distribuição dos ângulos internos para o exemplo 1 antes e depois da suavização laplaciana

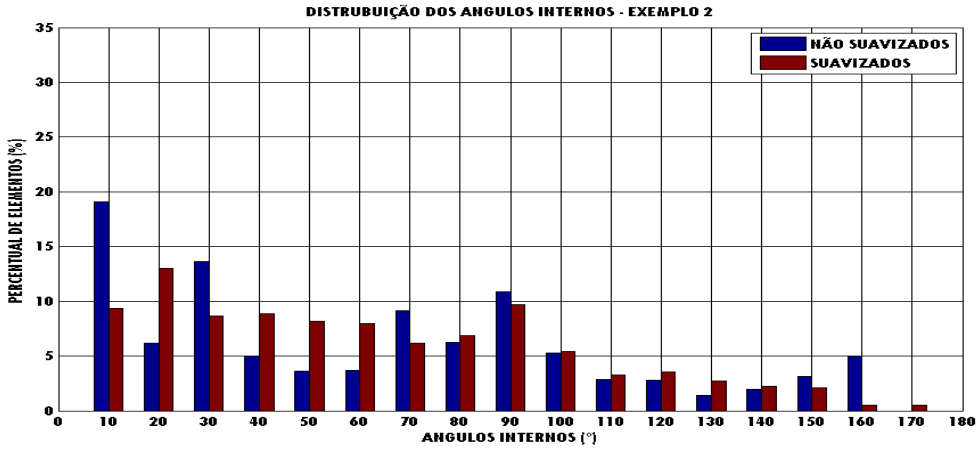

Figura 40-Distribuição dos ângulos internos para o exemplo 1 antes e depois da suavização laplaciana

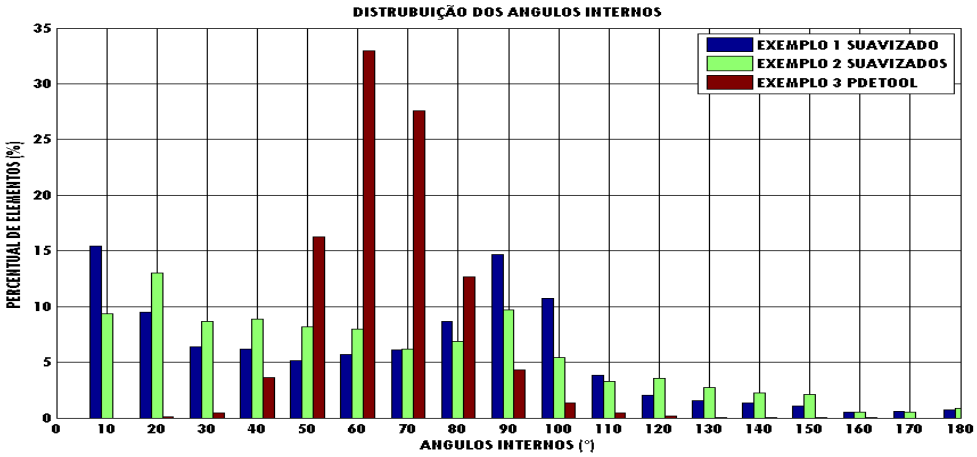

Figura 41-Comparação da distribuição dos ângulos internos dos 3 exemplos

No exemplo 2 verificamos que a suavização laplaciana proporciona um aumento nos ângulos entre 40º e 60º condicionando uma malha com qualidade um pouco superior.

A figura 41 mostra a relação percentual dos ângulos internos de cada exemplo, verificamos que a malha utilizando a ferramenta *pdetool* proporciona elementos de maior qualidade que os exemplos 1 e 2, visto que a quantidade de ângulos próximos a 60º é superior.

Diferentemente dos outros modos propostos, a ferramenta *pdetool* mostrou-se favorável a criação de um novo código com a implementação camadas geologias. O novo código permitiu gerar malha refinada tanto nas bordas dos corpos (reservatórios) com na interface assoalho oceânico (figura 42).

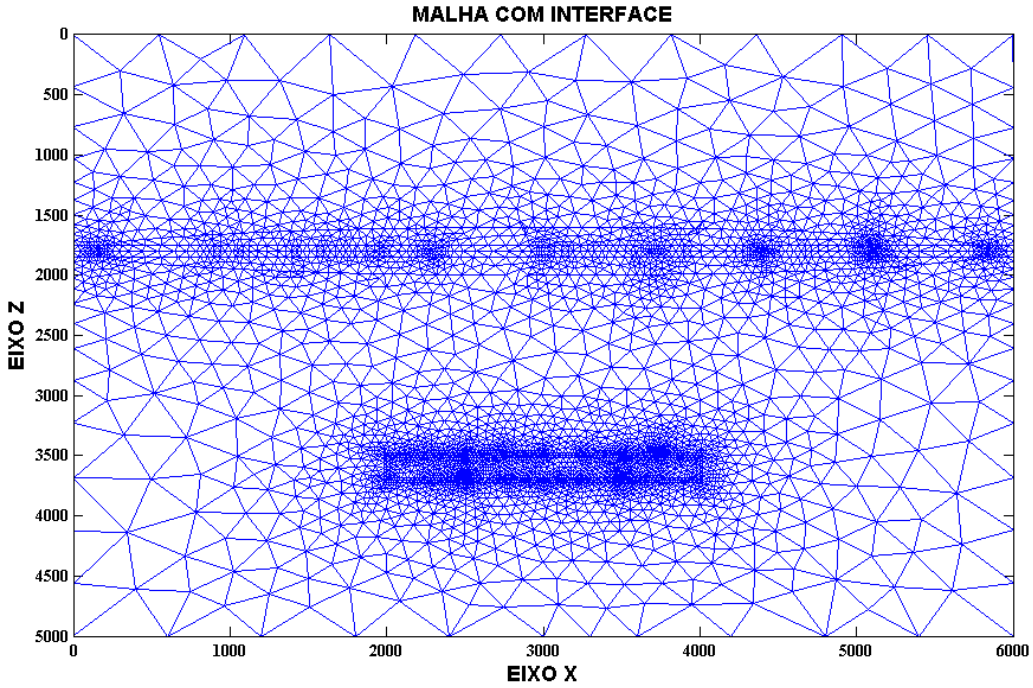

Figura 42-Modelo de malha com interface

Um erro recorrente deste gerador é o não controle da distribuição de nós em alguns pontos. Em alguns pontos onde se forçou o refino ocorrem altas concentrações de pontos. O inverso também ocorre rotineiramente, no caso do déficit de nós em uma região é sugerido adicionar figuras geométricas tais como círculos, a fim de aumentar a concentração de nós.

5. Considerações finais

Neste trabalho foi descrito o desenvolvimento histórico da metodologia mCSEM como ferramenta de prospecção de hidrocarbonetos assim como um breve estudo sobre os processo envolvidos no desenvolvimentos de malhas adaptativas e o desenvolvimentos de alguns códigos para geração de malhas com fins exemplificar o processo.

A metodologia mCSEM começou a ser desenvolvidas nos no final dos 70 para estudar a resistividade elétrica do assoalho oceânico,no entanto ,ela não foi prestigiada a prospecção de hidrocarbonetos devido a sísmica suprimi em grande partes a necessidades de pesquisas.

No entanto nos anos noventa a técnica começou a ganhar destaque devido os levantamentos offshore em águas profundas tornarem rotineiras e a necessidade de uma ferramenta a fim de diminuir os riscos exploratórios tornarem evidentes. A tecnologia começou a ter maior atenção da indústria a necessidade de algoritmos de modelagem e inversão tornaram se essenciais.

A modelagem usando o método dos elementos finitos vem sendo bastante utilizada na modelagem 2.5 D em virtude na carência de informações que a modelagem 1d fornece e da inviabilidade computacional que a modelagem 3D oferece.

A necessidade de se desenvolver malhadores eficientes é fundamental para a boa performance do MEF, assim foi realizado um estudo a cerca da formas de geração de malhas.

No estudo foi observado que as malhas se classificam em três formas e esta classificação é relacionada com o número ligações dos nós interior da malhas. Foi descrito estratégias para criações de malhas e que estas podem muitas vezes se relacionar umas com as outras. Foi mostrado que as malhas possuem um fator de qualidade e este está relacionado com a proximidade de cada elemento triangular com um triangulo eqüilátero.

Com isso foram desenvolvidos alguns algoritmos cuja finalidade era apresentar uma abordagem pratica acerca do desenvolvimento das malhas. Neles foram mostrado a criação de três modos para malhar um corpo objetivando o refino nas bordas.

No primeiro modo usamos uma função para manipular as posições dos nós em cada eixo e com isso fornecer a distribuição dos mesmos para todo o domínio e gerar uma malha estruturada. O modo dois apresentou uma modificação do primeiro modo onde observamos uma malha hibrida. Em ambos os casos foram utilizados um código de suavização laplaciana com a finalidade de melhor distribuir os nós próximos as bordas do domínio.

O modo 3 foi utilizada a ferramenta *pdetool* do ambiente MATLAB para a criação de malhas ,tal ferramenta mostrou satisfatória quando adaptada. A malha desenvolvida para um mesmo modelo apresentou números de nós e elementos melhores que os outros modos.

A ferramenta *pdetool* possibilitou a criação de um código para a geração de interfaces geológicas, no entanto foi observado que ela apresentou algumas falhas em alguns pontos e foi sugerido corrigir a falta de refinamento em algumas áreas com a adição de figuras geométricas.

O desenvolvimento de malhas adaptativas é uma tarefa fundamental ao bom desempenho do código de elementos finitos, definir uma malha ideal ou perfeita para uma aplicação, como o exposto, é uma tarefa que depende de muito fatores como o número de nós, elementos, tempo de processamento, este não realizado neste trabalho. Desse modo o desenvolvimento deste trabalho ajudou a solidificar a importância das malhas adaptativas.

REFERÊNCIA

BATISTA, L.S. **Otimização computacional da técnica elementos finitos para o modelamento geofísico eletromagnético**.1991.80f.Dissertação(Mestrado em geofísica)-Curso de Pós graduação em geofísica,Centro de Geociências,UFPa,

BATISTA, V.H. **Geração de malhas Não-Estruturadas Tetraédricas Utilizando um Método de Avanço de Fronteira** .2005. 85f. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Rio de Janeiro,COPPE,Rio de janeiro,2005.

BAUDE, E**. Refinamento adaptativo de malhas 2D e 3D para soluces numéricas de problemas de propagação eletromagnética.**2000 tese (doutorado em engenharia elétrica)-Universidade Estadual de Campinas

CONSTABLE, S. SRNKA, L. J. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. **Geophysics,** v. 72, n. 2, p. WA3-WA12, 2007.

EIDESMO,T;.ELLINSGSRUD,S.;MACGREGOR,L.;CONSTABLE,S.;SINHA,M.;KONG,F.;JOHANSEN,S.; WESTERDAHL,H. Sea Bed Logging (SBL), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. **First Break**, v. 20, p. 144-152.2002.

EDWARDS, N. Marine Controlled Source Electromagnetics :Principles ,Methodologies ,Future Commercial. **Surveys in Geophysics**, v. 26, n. 6. (November 2005), pp. 675-700.

LI, Y.; KEY, K .Two-dimensional marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 1-An adaptive finite element algorithm. **Geophysics**, v.72, n. 2, p. WA51-WA62. 2007.

LI, Y.; CONSTABLE, S. Two-dimensional marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 2-The effective of bathymetry. **Geophysics**, v.72, n. 2, p. WA63-WA71, 2007.

MEHTA,K.; NABIGHIAN,M.;LI,Y. Controlled Source Eletromagnetic (CSEM) technique for detection and delineation of hydrodarbon reervoirs : an evaluation.disponivel em <http://www.geophysics.mines.edu/cgem/pdf%20files/Mehta%20Nabighian%20Li%20Oldenburgl.pdf> Acesso em: 02 fev. 2008.

PRAZERES, P.G. **Desenvolvimento de elementos finitos hibridos para a analise de problemas dinamicos usando superposição modal avançada**.2005.170f(Mestrado em engenharia civil) -Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro,2005.

SHEARD,S.;RITCHIE,T.;CHRISTOPHERSON,K.R;BRAND,E.Mining,Environmental,petroleum,and engineering industry application of electromagnetic tecniques in geophysics. **Surveys in Geophysics**, v. 26, n. 5. (September 2005), p. 653-669.

RIBEIRO, M. **Geração automática e adaptativa de malha para elemento finitos 2D com aplicações em eletromagnetismo.**2002.tese(doutorado em Engenharia Elétrica)-Universidade Federal do Pará

SOUSA, M. **Adaptatividade Geométrica e Numérica na Geração de Malhas de Elementos Finitos em 2D e 3D.**2007. 138f. Dissertação (Mestrado em Engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro

Notas de aula do Curso de Pós-Graduação em Geofísica. Disponível em: <http://www.rijo.pro.br>. Acesso em 31 jul. 2006.

The Wall Street Journal, **Exxon Mobil Bets On New Technology In the Hunt for Oil**, August 17, 2004
<http://www2.gsu.edu/~ecojxm/MBA/micro/w081704a.htm> .Acesso em: 5 jan. 2008