



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Modelagem 3D MCSEM: Simulações com COMSOL Multiphysics e emg3d

HIGOR CARLOS DA SILVA PIRES

Belém – Pará
2022

HIGOR CARLOS DA SILVA PIRES

Modelagem 3D MCSEM: Simulações com COMSOL Multiphysics e emg3d

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica

Área de concentração:
Modelagem e inversão de dados geofísicos

Linha de pesquisa:
Geofísica aplicada à exploração de hidrocarbonetos

Orientador: Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza

Belém – Pará
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

P667m Pires, Higor Carlos da Silva.
Modelagem 3D MCSEM: Simulações com COMSOL
Multiphysics e emg3d / Higor Carlos da Silva Pires. — 2022.
36 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza

1. Modelagem EM. 2. Elementos Finitos. 3. Volumes
Finitos. 4. MCSEM. 5. COMSOL Multiphysics. I. Título.

CDD 550

HIGOR CARLOS DA SILVA PIRES

**Modelagem 3D MCSEM: Simulações com COMSOL
Multiphysics e emg3d**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

Área de concentração: Modelagem e inversão de dados geofísicos

Linha de pesquisa: Geofísica aplicada à exploração de hidrocarbonetos

Data de aprovação: 29 de abril de 2022

Banca Examinadora:



Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza (Orientador)
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Marcos Welby Correa Silva
Universidade Federal do Pará



Ma. Danusa Mayara de Souza
Universidade Federal do Pará

Dedico a minha família pelo total apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer a Deus pelo dom da vida.

À minha avó, Tereza Pires Ribeiro (in memoriam), pelo apoio que me ajudou a chegar à universidade e cuja presença foi essencial na minha vida. Saudade eterna.

Aos meus pais Adilson Carlos Pires e Marly da Silva Pires e ao meu irmão Adilson Hugo da Silva Pires, que lutaram ao meu lado para que esse sonho fosse realizado. Por sempre acreditarem em mim e por todo incentivo nos meus estudos. A minha vitória também é de vocês.

Ao meu orientador, Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza, a quem sou imensamente grato pela dedicação e empenho pessoal na orientação que possibilitou o desenvolvimento desta pesquisa.

E aos meus amigos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste ciclo em minha vida. Em especial ao amigo de graduação Leandro Seabra Moreira.

É um erro grave formular teorias antes de conhecer os fatos. Sem querer, começamos a mudar os fatos para que se adaptem às teorias, em vez de formular teorias que se ajustem aos fatos.

Sherlock Holmes

RESUMO

A modelagem em larga escala de pesquisas e modelagem eletromagnéticas de fonte controlada (Controlled-Source Electromagnetic – CSEM) 3-D geralmente é um privilégio para grandes empresas e consórcios de pesquisa. Isso mudou nos últimos anos e hoje existe uma seleção de diferentes códigos “open-source” disponíveis para todos e também de softwares de modelagem numérica com linceça comercial acessíveis à instituições de ensino e pesquisa. Este trabalho apresenta a modelagem numérica em três dimensões (3D) do método MCSEM - “marine controlled-source electromagnetic” usando duas abordagens. O software comercial COMSOL Multiphysics e o código “open-source” `emg3d` para um modelo geofísico formado por blocos resistivos. Os blocos resistivos emulam um ambiente geológico típico encontrado em aquisições de dados eletromagnéticos. Nós primeiro comparamos os resultados das duas metodologias através do modelo de blocos para três linhas de levantamento. Nesta etapa analisamos as condições necessárias das condições de contorno para que o COMSOL Multiphysics seja utilizado adequadamente na modelagem. Após essa comparação exploramos as facilidades embutidas no COMSOL Multiphysics e simulamos o modelo para várias frequências. Por fim, fizemos uma análise dos resultados e propomos linhas de pesquisas para a construção das simulações a serem exploradas na modelagem numérica nessas duas abordagens. Esperamos ratificar as duas abordagens no seu devido contexto, uso e importância através desse trabalho.

Palavras-chaves: modelagem EM; elementos finitos; volumes finitos; MCSEM; COMSOL multiphysics; Python; `emg3d`.

ABSTRACT

Large-scale modeling of 3-D Controlled-Source Electromagnetic (CSEM) electromagnetic research and modeling is often a privilege for large companies and research consortia. This has changed in recent years and today there is a selection of different “open-source” codes available to everyone and also commercially licensed numerical modeling software accessible to teaching and research institutions. This work presents the numerical modeling in three dimensions (3D) of the MCSEM - “marine controlled-source electromagnetic” method using two approaches. The commercial software COMSOL Multiphysics and the “open-source” code `emg3d` to simulating a geophysical model formed by resistive blocks. The resistive blocks emulate a typical geological environment found in electromagnetic data acquisitions. We first compare the results of the two methodologies through the block model for three survey lines. In this step we analyze the necessary conditions of the boundary conditions for COMSOL Multiphysics to be achieved properly in the numerical modeling. After this comparison, we explored the facilities built into COMSOL Multiphysics and simulated the model for various frequencies. Finally, we analyzed the results and proposed lines of research for the construction of simulations to be explored in numerical modeling in these two approaches. We hope to ratify both approaches in their proper context, use and importance through this work.

Keywords: EM modeling; finite elements; finite volumes; MCSEM; COMSOL multiphysics; Python; `emg3d`.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação ilustrativa do Método MCSEM. (Adaptado de EMGS (2022)).	2
2.1	Modelo de blocos, constituído pelo “background” estratificado com três blocos resistivos, embutidos na camada que possui anisotropia VTI com $\lambda = \sqrt{\rho_v/\rho_h} = \sqrt{2}$. Adaptado de Werthmüller et al. (2021).	4
2.2	Visão tridimensional das camadas do domínio do modelo blocos.	6
2.3	Malha dos três blocos resistivos construída pelo COMSOL Multiphysics.	7
2.4	Visão do topo dos três blocos resistivos, com suas dimensões em x e y .	7
2.5	Distribuição da fonte e das linhas dos receptores. A fonte do tipo dipolo elétrico horizontal, tem 200 metros, localizada na coordenada $(0, 0, 550)$.	8
2.6	Camada perfeitamente absorvedora PML usada no modelo. Observe que os elementos da discretização são hexaedros e não pertencem ao domínio in domínio do modelo.	11
2.7	Discretização da camadas e da região onde encontram-se os blocos B1, B2 e B3, a fonte e os pontos de medidas dos campos eletromagnéticos.	12
3.1	Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o emg3d – Geometria de aquisição “Broadside” –3 km.	15
3.2	Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o emg3d – Geometria de aquisição “In-Line” 0 km.	16
3.3	Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o emg3d – Geometria de aquisição “Broadside” 3 km.	16
3.4	Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” –3 km. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.	18
3.5	Amplitudes dos campo elétricos E_x “In-Line”. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.	19
3.6	Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” 3 km. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.	19
3.7	Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” em $y=-3$ km em multifrequências.	20
3.8	Amplitudes dos campo elétricos E_x “In-Line” $y=0$ km em multifrequências.	21
3.9	Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” em $y=3$ km em multifrequências.	21

LISTA DE TABELAS

2.1	Dimensões dos blocos B1, B2 e B3.	6
2.2	Propriedades dos materiais das camadas e blocos B1, B2 e B3.	9
2.3	Discretização das malhas.	12
3.1	Comparação entre computadores utilizados nas simulações	14
3.2	Comparação entre COMSOL e <code>emg3d</code>	15

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	APRESENTAÇÃO	1
1.2	O MÉTODO MCSEM	1
1.3	COMSOL MULTIPHYSICS	2
1.4	CÓDIGOS ABERTOS DE MODELAGEM DIRETA 3D	3
2	METODOLOGIA	4
2.1	CONSTRUINDO O MODELO NO COMSOL MULTIPHYSICS	5
2.2	DEFINIÇÃO DE GEOMETRIA E MATERIAL	5
2.2.1	Geometria	6
2.2.2	Definição do Material	8
2.3	IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA AO MODELO	10
2.3.1	Camada Perfeitamente Casada	10
2.4	DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO	11
2.4.1	Malha	11
2.5	O CÓDIGO EMG3D	13
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	14
3.1	DADOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÕES	14
3.2	SIMULAÇÕES COM COMSOL MULTIPHYSICS VERSUS EMG3D	15
3.3	COMPARANDO ANOMALIAS	17
3.4	RESULTADOS EM MULTIFREQUÊNCIA	20
4	CONCLUSÕES	22
	REFERÊNCIAS	23

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

Este trabalho apresenta a modelagem numérica em três dimensões (3D) do método MCSEM - “marine controlled-source electromagnetic” para um modelo formado por blocos resistivos usando duas abordagens. O software comercial COMSOL Multiphysics e o código “open-source” `emg3d`. Neste capítulo expomos o método MCSEM e uma breve revisão do seu desenvolvimento. Introduzimos o COMSOL Multiphysics como ferramenta de simulação numérica. Apresentamos alternativas “open-source” de modelagem numérica 3D para os métodos eletromagnéticos, com destaque particular o código `emg3d`.

No capítulo 2 abordamos a metodologia proposta a este trabalho, será apresentado um modelo da literatura e todo o desenvolvimento das simulações no COMSOL Multiphysics e no código `emg3d`.

No capítulo 3 analisamos os resultados através de comparações das duas abordagens. Também apresentamos estudos em que os blocos resistivos estão ausentes, ou seja, modelagens com e sem os alvos resistivos. Por fim simulações em multifrequência são desenvolvidas.

No capítulo 4 fazemos conclusões e uma revisão das principais análises e recomendamos novos estudos relacionados ao tema deste trabalho.

1.2 O MÉTODO MCSEM

O uso de dados marinhos de resistividade/conductividade oriundos dos métodos elétricos e eletromagnéticos (EM) para entender a subsuperfície não é novo. A adoção das técnicas e princípios da resistividade em terra têm sido adaptadas ao ambiente marinho desde o início dos anos 80, como indicam os trabalhos de Chave and Cox (1982) e Chave and Cox (1983). O aprimoramento da técnica na aquisição dos dados e melhorias em equipamentos e códigos numéricos abriu novas aplicações em vários cenários (Constable, 1990) e (Chave et al., 1991). Até que no início dos anos 2000 os trabalhos de Eidesmo et al. (2002) e Ellingsrud et al. (2002) se tornam grandes propagadores do método na exploração de hidrocarbonetos na indústria de serviços para as grandes empresas de petróleo.

O método marinho de fonte controlada (marine controlled-source electromagnetic - MCSEM), é uma ferramenta com maior destaque na exploração de hidrocarbonetos em águas profundas e ultraprofundas (Edwards, 2005). Basicamente, o método MCSEM usa uma fonte do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH) móvel próximo ao fundo do mar, e um arranjo de receptores de campos eletromagnéticos que se encontram depositados no fundo oceânico, como ilustra a Figura 1.1. O dipolo elétrico transmite um sinal eletromagnético de baixa frequência, de décimos à algumas unidades de Hertz, energizando as camadas

do fundo do mar. A difusão da energia eletromagnética se dá em todas as direções da

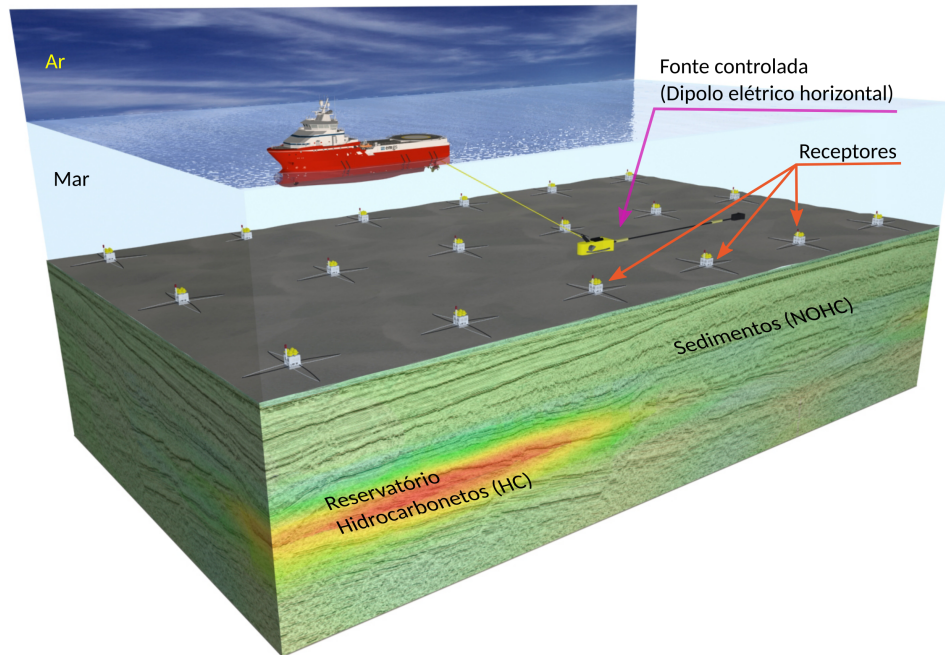


Figura 1.1: Representação ilustrativa do Método MCSEM. (Adaptado de EMGS (2022)).

coluna de água e da subsuperfície. O sinal detectado nos arranjos de receptores é uma combinação da energia EM transmitida diretamente entre o transmissor e o receptor e da energia EM “refletidas e refratadas” pelo mar, pelo ar e pelas camadas de interesse do fundo oceânico, notadamente reservatórios de hidrocarbonetos. (Figura 1.1).

1.3 COMSOL MULTIPHYSICS

O COMSOL Multiphysics é um “pacote” comercial de modelo (“Computer Aided Engineering” – CAE) ou engenharia auxiliada por computador para modelagem matemática. É uma tecnologia que se fundamenta, entre outros, na análise dos métodos dos elementos finitos (MEF). O software é destinado à obtenção de soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais ordinárias e parciais em multi-físicas.

A divisão do modelo em geometrias facilita a modelagem de problemas envolvendo domínios não homogêneos, onde as propriedades físicas variam em função das coordenadas espaciais. Assim, o domínio de um problema complexo é discretizado em diversos elementos menores e simples com o auxílio de malhas de diverso tipos adaptadas a essas geometrias. O COMSOL Multiphysics é uma ferramenta bastante usada na indústria e vem crescendo no meio acadêmico.

No nosso modelo de estudo, os domínios serão as camadas em formas geométricas prismáticas: ar, estrutura oceânica e subsuperfície (formada por três camadas: uma isotrópica; outra anisotrópica e uma de embasamento). Na camada de anisotropia três blocos resistivos (anomalias) com diferentes tamanhos e resistividades simulam cenários

de reservatório de hidrocarbonetos e estrutura salina.

1.4 CÓDIGOS ABERTOS DE MODELAGEM DIRETA 3D

Atualmente quatro códigos “open-source” se destacam em modelagem numérica em geofísica EM, que são em ordem alfabética: **custEM** (Rochlitz et al. 2019); **emg3d** (Werthmüller et al., 2019); **PETGEM** (Castillo-Reyes et al., 2018, 2019) e **SimPEG** (Cockett et al., 2015a; Heagy et al., 2017). Todos os quatro códigos têm suas rotinas voltadas para o usuário escritas em Python, e todos eles fazem uso intensivo dos pacotes NumPy (Harris et al., 2020) e SciPy (Virtanen et al., 2020).

Os quatro seguem o modelo aberto de desenvolvimento, o que significa que eles vêm com uma licença de código aberto e um sistema de controle de versão hospedado online com possibilidades de rastreamento (levantar problemas, arquivar solicitações de **pull**). Todos os desenvolvimentos compreendem uma extensa documentação online com muitos exemplos e possuem integração contínua até certo ponto. Sistemas de gerenciamento de pacotes mais recentes, como **conda**, **docker** ou **pip**, simplificam a instalação de todos esses códigos em qualquer dos principais sistemas operacionais (Linux, MacOS, Windows).

No nosso trabalho usaremos o código **emg3d**, esse código possui ampla documentação (Werthmüller et al., 2019) e exemplos além de ser o “benchmark” do nosso trabalho em comparação com o COMSOL Multiphysics. Ele utiliza a técnica dos volumes finitos para a solução da equação diferencial que rege a modelagem numérica e utiliza como “solver” do sistema linear o método multigrid.

2 METODOLOGIA

O modelo geolétrico analisado neste trabalho é uma adaptação do modelo do método de magnetotelúrico (MT) *Dublin Test Model 1* (Miensoopust et al., 2013). Esta adaptação foi elaborada por Werthmüller et al. (2021) e será chamada de *modelo de blocos*. Nele há cinco camadas e três blocos. O modelo em camadas (1-D) consiste de um semi-espaco superior de ar ($\rho_{ar} = 1 \times 10^8 \Omega m$), uma camada de água de 600 m de profundidade ($\rho_{mar} = 0.3 \Omega m$), uma camada isotrópica de 250 m de espessura com resistividade de $1 \Omega m$, uma camada de 2.3 km de espessura, anisotrópica (isotropia transversal vertical - VTI, com $\rho_h = 2 \Omega m$ e $\rho_v = 4 \Omega m$) e finalmente um embasamento resistivo e isotrópico constituído de um semi-espaco inferior de $1000 \Omega m$; os três blocos possuem resistividades iguais de $500 \Omega m$, $10 \Omega m$ e $100 \Omega m$. A Figura 2.1 ilustra este modelo. Sua construção e simulações do método MCSEM foram feitas usando o COMSOL Multiphysics e o código livre “open-source” *emg3d* (Werthmüller et al., 2019), como veremos a seguir.

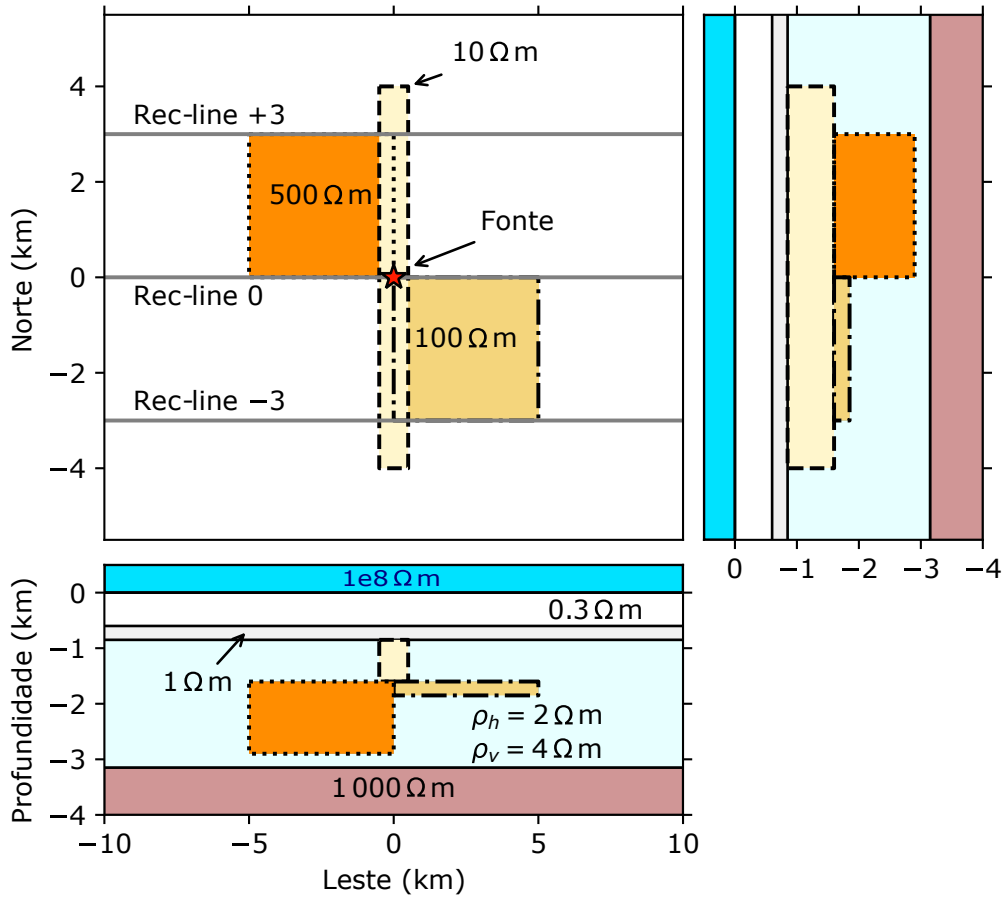


Figura 2.1: Modelo de blocos, constituído pelo “background” estratificado com três blocos resistivos, embutidos na camada que possui anisotropia VTI com $\lambda = \sqrt{\rho_v/\rho_h} = \sqrt{2}$. Adaptado de Werthmüller et al. (2021).

2.1 CONSTRUINDO O MODELO NO COMSOL MULTIPHYSICS

O COMSOL Multiphysics é um software de simulação e análise de inúmeros problemas físicos e de aplicações no ramo da engenharia, que utiliza o método dos elementos finitos como método numérico. Ele inclui um ambiente completo para modelar diversos fenômenos físicos que possam ser descritos usando equações diferenciais ordinárias (EDO) ou parciais (EDP). As principais vantagens deste software são a interface amigável e o uso de “solvers” otimizados para as soluções das equações lineares. Há muitas aplicações do COMSOL Multiphysics na modelagem numérica, nas quais podem ser acessadas na página da web do software. Podemos mencionar exemplos nas geociências, como a modelagem de água subterrânea (Li et al., 2009) e mais especificamente na modelagem aplicada de métodos eletromagnéticos - EM (Butler and Zhang, 2016). Especificamente para modelagem dos métodos MCSEM e MT podemos citar os trabalhos de Leite and Tocantins (2015), Miranda and Tocantins (2017) e Li and Butler (2021).

O trabalho de simulação no COMSOL Multiphysics para modelo sintético apresentado na Figura 2.1 usa especificamente o módulo de rádio frequência (RF) e a interface no domínio da frequência. Nesta interface, as simulações da propagação/difusão das ondas eletromagnéticas são realizadas no domínio da frequência a partir da solução numérica da equação da onda para o campo elétrico (Pryor, 2021). Para uma melhor compreensão a simulação feita no COMSOL Multiphysics foi dividida em 3 etapas:

- (i) ETAPA 1: Definição da geometria e materiais do modelo.
- (ii) ETAPA 2: Imposição das condições de fronteira ao modelo
- (iii) ETAPA 3: Discretização do domínio.

2.2 DEFINIÇÃO DE GEOMETRIA E MATERIAL: ETAPA 1

Cada camada do modelo de blocos é composta por um material com determinadas propriedades físicas, que no caso aplicado à geofísica EM representam a resistividade/condutividade elétrica, a permissividade dielétrica e a permeabilidade magnética do conjunto de rochas e fluidos. A cada material constituinte do modelo, o usuário define suas propriedades em um domínio geométrico. Entre as três propriedades físicas relevantes para os métodos geofísicos EM a principal é a resistividade/condutividade elétrica. Isso é verdadeiro neste trabalho, pelo fato do modelo geoeletrico, representado na Figura 2.1 não levar em consideração variações na permeabilidade magnética e na permissividade dielétrica das rochas e fluídos, uma vez que, no método MCSEM as frequências utilizadas são muito baixas, na ordem de décimos a alguns hertz, e também nos ambientes geológicos onde o método é empregado são considerados não magnéticos. Nas simulações a seguir sempre faremos a conversão do valor da resistividade elétrica para a condutividade elétrica.

2.2.1 Geometria

O modelo de camadas construído nas simulações contém aproximadamente 20 km de largura (eixo- x), 10 km de profundidade (eixo- y) e 3.9 km de altura (eixo- z). Sendo que a camada que representa o ar tem 0.5 km de espessura; já a água do mar possui 0.6 km de profundidade; em seguida a camada abaixo isotrópica tem 0.25 km de espessura; enquanto que a camada com anisotropia apresenta 2.3 km de dimensão vertical; o embasamento resistivo possui 0.25 km de espessura, como ilustra tridimensionalmente a Figura 2.2.

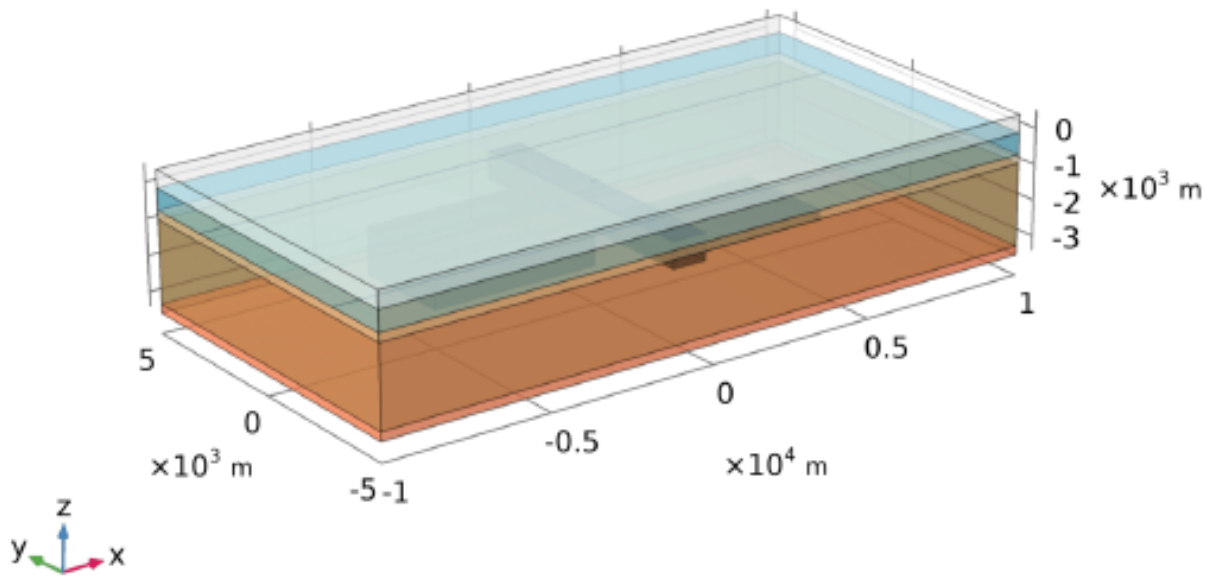


Figura 2.2: Visão tridimensional das camadas do domínio do modelo blocos.

No modelo geoeletrico, os blocos B1, B2 e B3 representam alvos resistivos e podem ser correlacionados a um domo salino de alta resistividade (B1: $500 \Omega \text{ m}$) um reservatório com baixa resistividade (B2: $10 \Omega \text{ m}$) e reservatórios alta resistividade (B3: $100 \Omega \text{ m}$). O bloco B1 está a noroeste, o bloco B2 encontra-se no meio e o bloco B3 está a sudeste. As dimensões desses blocos estão indicadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Dimensões dos blocos B1, B2 e B3.

	B1	B2	B3
Largura (km)	5	1	5
Profundidade (km)	3	8	3
Altura (km)	1.3	0.75	0.25

Uma visão mais detalhada desses blocos, já discretizados em malhas tetraedrais geradas pelo COMSOL Multiphysics é representado na Figura 2.3. Eles estão posicionados dentro da camada de anisotropia.

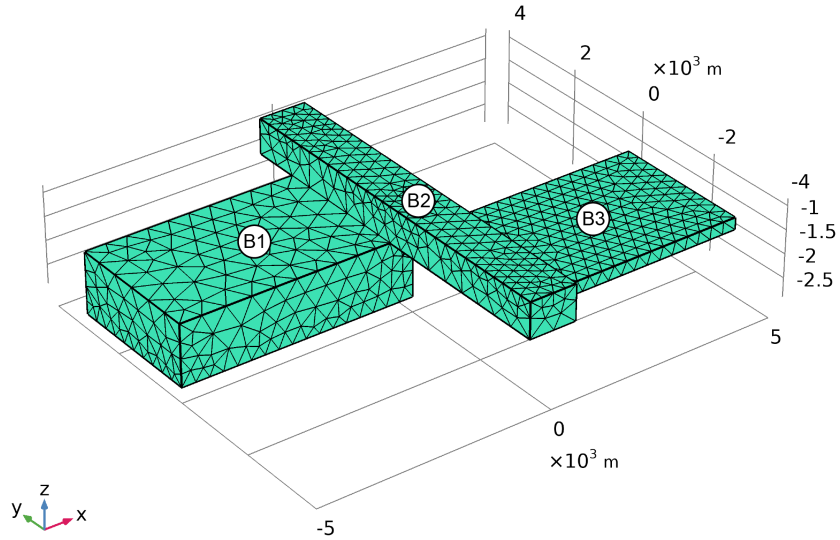


Figura 2.3: Malha dos três blocos resistivos construída pelo COMSOL Multiphysics.

A visão do topo desses blocos resistivos é apresentado abaixo na Figura 2.4.

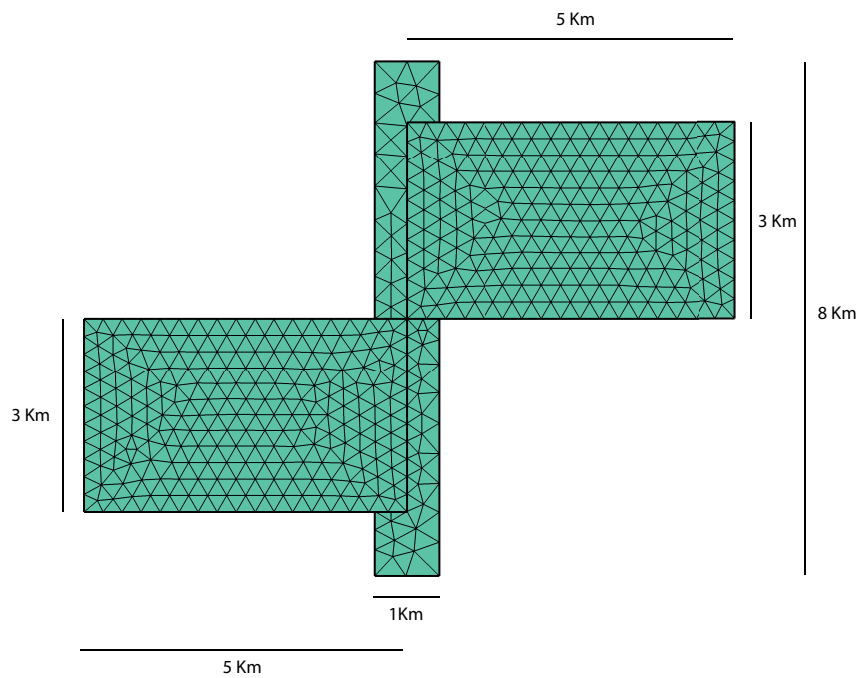


Figura 2.4: Visão do topo dos três blocos resistivos, com suas dimensões em x e y .

O próximo passo é definir as características da fonte e dos receptores. O comprimento da fonte do tipo dipolo horizontal é de 200 metros, ela está localizada a 50 m acima do assoalho oceânico. Os receptores estão nas extremidades de um lado ao outro ($x = -10$ km até 10 km), nos eixos $y = 3$ km, 0, -3 km e em $z = 600$ m. Então, temos três “linhas” de receptores, uma linha localizada no mesmo eixo da direção do dipolo fonte, *Rec-line 0*, que é chamada de “In-Line” ou arranjo radial e as outras duas linhas de receptores *Rec-line +3* e *Rec-line -3*, que são denotadas como “Broadside” ou arranjo azimutal, isto está ilustrado na Figura 2.5. Os receptores estão distribuídos de 200 m em 200 m nas direções x das três linhas de levantamentos.

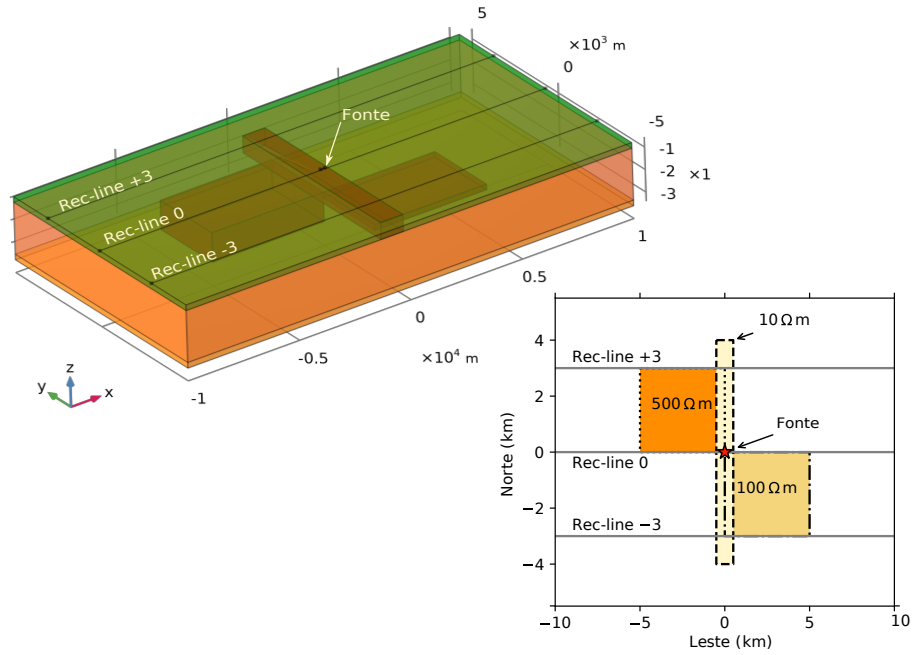


Figura 2.5: Distribuição da fonte e das linhas dos receptores. A fonte do tipo dipolo elétrico horizontal, tem 200 metros, localizada na coordenada $(0, 0, 550)$.

2.2.2 Definição do Material

As propriedades eletromagnéticas dos materiais caracterizadas pelo COMSOL são: condutividade elétrica (σ), recíproca da resistividade ($\sigma = 1/\rho$), permissividade dielétrica (ϵ) e permeabilidade magnética (μ). A condutividade elétrica é a capacidade na qual o material tem de conduzir corrente elétrica, sua unidade de medida é o siemens por metro (S/m). Já a permissividade dielétrica condiz com a capacidade de um material de se polarizar na presença de um campo elétrico, sua unidade de medida é farad por metro (F/m), enquanto que a permeabilidade magnética de um material está relacionada a sua capacidade de ser magnetizado na presença de um campo magnético, sua unidade de medida é henry por metro (H/m). Tanto a permissividade dielétrica quanto

a permeabilidade magnética podem ser normalizadas por valores de referências dessas propriedades no espaço livre, a saber a permissividade dielétrica no espaço livre, denotada por $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m e a permeabilidade magnética no espaço livre, denotada por $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m. Assim, no COMSOL os valores das propriedades dielétrica e magnética dos materiais são relativas aos seus valores no espaço livre e são representadas pela permissividade dielétrica relativa ($\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$) e permeabilidade magnética relativa ($\mu_r = \mu/\mu_0$). Como geralmente nos ambientes de operação do método MCSEM são não magnéticos, $\mu = \mu_0$ e não dielétricos $\varepsilon = \varepsilon_0$. Para o nosso modelo de três blocos, sempre teremos $\mu_r = 1$ e $\varepsilon_r = 1$ para as camadas horizontais, ou meio estratificado e também para os blocos resistivos B1, B2 e B3, ou anomalias. A Tabela 2.2 mostra esses valores tanto para as simulações no COMSOL quanto no `emg3d`.

Tabela 2.2: Propriedades dos materiais das camadas e blocos B1, B2 e B3.

	Camada					Bloco		
	ar	mar	iso	ani	emb	B1	B2	B3
Condutividade elétrica (S/m)	10^{-8}	3.33	1.0	$\sigma_h = 0.5$ $\sigma_v = 0.25$	0.001	0.002	0.1	0.01
Permissividade relativa	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
Permeabilidade relativa	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

A Tabela 2.2 representa todas as propriedades físicas usadas no modelo. Como vimos anteriormente, para o ambiente geológico marinho onde o método MCSEM é empregado, existe uma variação muito pequena tanto na permeabilidade magnética quanto na permissividade dielétrica das rochas e dos fluidos em relação a seus valores no espaço livre, ou seja, podemos considerar valores de permissividade elétrica e permeabilidade magnética relativas iguais a 1.0 para todo o modelo. A tabela mostra que as cinco camadas possuem as seguintes condutividades: a camada do ar (ar) tem condutividade de 1×10^{-8} S/m; o oceano (mar) possui condutividade de 3.33 S/m; a camada isotrópica (iso) conta com uma condutividade de 1.0 S/m; a camada anisotrópica (ani) tem a sua condutividade elétrica horizontal (σ_h) igual a 0.5 S/m e a vertical (σ_v) é de 0.25 S/m. Este tipo de anisotropia é conhecido como isotropia transversal vertical (vertical transverse isotropy - VTI), nesta isotropia transversal temos um eixo vertical de simetria rotacional, nas rochas do modelo de camadas, as propriedades são uniformes horizontalmente dentro de cada camada, mas variam verticalmente de camada para camada (Régis and Santos, 2017). Na construção do modelo no COMSOL, usamos uma matriz de anisotropia com valores na diagonal $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_h$. e $\sigma_{zz} = \sigma_v$.

2.3 IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA AO MODELO: ETAPA 2

Antes de iniciarmos o próximo tópico da discretização da malha, é necessário apresentar as condições que são imprescindíveis para modelos de simulações onde a antena, ou fonte de energia EM está relativamente próxima as fronteiras do modelo.

Em uma simulação eletromagnética desejável, o limite do domínio seria aberto até o infinito, ou seja, a onda transmitida através da fonte do dipolo seguiria a sua propagação até sua energia praticamente se esvanecer. Evidentemente, não podemos simular uma fronteira aberta até o infinito, mas podemos acrescentar condições de contorno ou de fronteira a fim que simule essa condição na modelagem.

No COMSOL Multiphysics, podemos impor vários tipos de condições de contorno. Em problemas de modelagem em geofísica, onde a escala dos modelos são na ordem de dezenas de metros a dezenas de quilômetros, geralmente aplicamos a condição de fronteira de espalhamento (“Scattering Boundary Condition”) ou camada perfeitamente casada (“Perfectly Matched Layer - PML”). A condição de fronteira de espalhamento faz com que o limite exterior do domínio computacional atue como uma superfície transparente para as ondas espalhadas e também para ondas planas incidentes, ou seja, essas fronteiras devem estar longe o suficiente tanto das ondas incidentes quanto das ondas espalhadas pelas anomalias de tal modo que as ondas que chegam nas fronteiras sejam consideradas normais a essas fronteiras (Huray, 2009).

Isto leva a um domínio do modelo muito maior, que é muitas vezes, de impeditiva construção em computadores com pouca memória RAM. Uma forma de contornar essa limitação e esforço computacional é usar uma camada externa ao domínio do modelo, que absorva as ondas espalhadas e incidentes, e isto é conseguido pelo uso da camada perfeitamente casada (“Perfectly Matched Layer - PML”).

2.3.1 Camada Perfeitamente Casada (“Perfectly Matched Layer - PML”)

A camada Perfeitamente Casada (“Perfectly Matched Layer - PML”) funciona de forma semelhante a uma fronteira aberta, e é adicionado principalmente se o modelo contiver uma camada de ar. Para ter uma simulação mais precisa, essa condição acrescentará uma nova região, ou melhor, um semi-espaco ao redor do modelo infinitamente longo e, assim, as ondas irradiadas podem se propagar, sendo absorvidas fortemente com mínima ou nenhuma reflexão, evitando que ela volte ao interior onde encontra-se os receptores.

A metodologia PML (Pryor, 2021; Johnson, 2021) funciona adicionando esses domínios atenuantes anisotrópicos (camadas) fora do domínio modelado. Os domínios atenuantes anisotrópicos (PMLs) criam para o domínio modelado um conjunto de limites essencialmente sem reflexão. A construção desse tipo de fronteira está ilustrado na Figura 2.6. No COMSOL, há quatro tipos de configuração do PML, usamos a configuração cartesiana devido a simetria do nosso modelo.

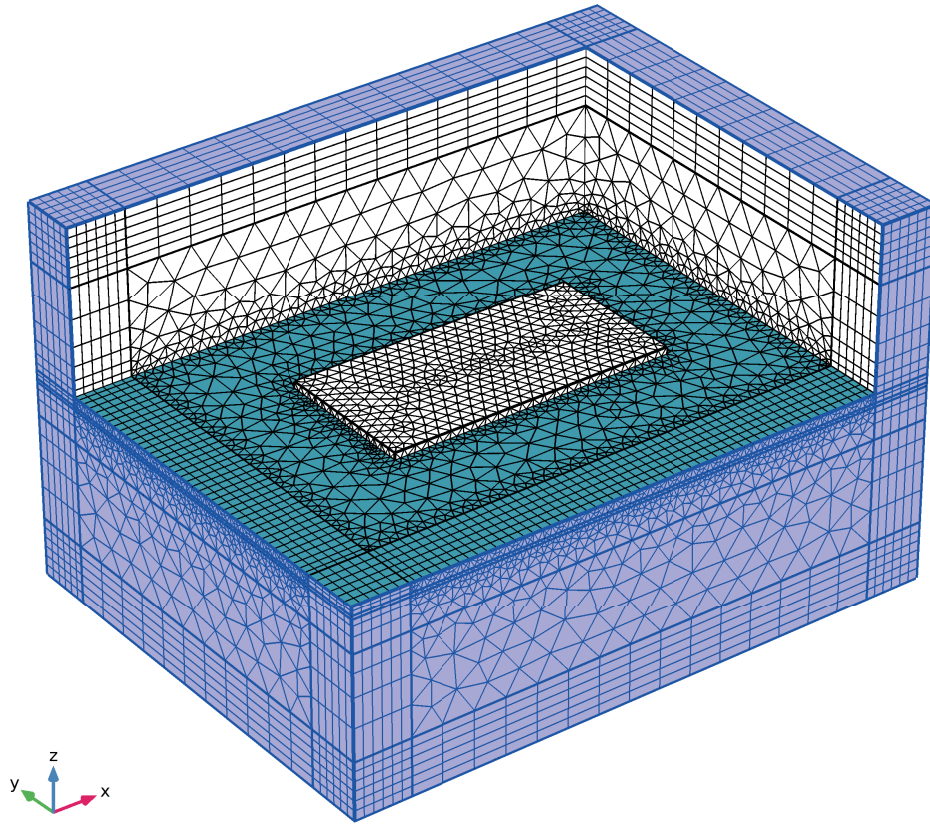


Figura 2.6: Camada perfeitamente absorvedora PML usada no modelo. Observe que os elementos da discretização são hexaedros e não pertencem ao domínio in domínio do modelo.

2.4 DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO: ETAPA 3

As Figuras 2.1, 2.4 e 2.6, ilustram malhas nos blocos B1, B2 e B3 e na implementação da condição de contorno via PML. Porém, existe fatores que determinam uma discretização adequada para a simulação no COMSOL Multiphysics, isso será apresentado a seguir.

2.4.1 Malha

As malhas são caracterizadas por um conjunto de pontos nodais, juntamente com as características dos elementos finitos formadores da discretização do domínio da modelagem. Existem nove tamanhos de malha padronizadas no software COMSOL, manipulamos com três tipos destas. Dependendo do tamanho e forma geométrica dos corpos tridimensionais podemos ter uma determinada discretização dos subdomínios para a simulação no COMSOL. Corpos, ou no nosso caso, blocos devem ter uma discretização maior do que grandes subdomínios, como a camada do ar e do embasamento. Também domínios onde objetos primitivos que representam uma fonte eletromagnética, como o dipolo elétrico horizontal e receptores de medidas dos campos elétrico e magnético, devem possuir

uma discretização bem densa em torno desses pontos. Isto é necessário devido a grande variação dos campos EM próximo a fonte e também pela razão do que muitas vezes esse campos eletromagnéticos são obtidos através das interpolações dos valores de outros campos EM ou de potenciais EM em torno dos receptores. O COMSOL faz toda essa análise automaticamente, quando optamos pela malha livre, mas sempre é necessária a intervenção do usuário na simulação, que deve levar em conta aonde medidas são avaliadas, a representação da fonte e o mais importante a capacidade computacional do seu sistema.

A construção da malha tem um pouco de “arte”. Quanto mais refinada ela for mais precisa ela será e mais elementos são criados a partir de um domínio original. Porém, malhas extremamente finas exigem mais memória e tempo de processamento.

Assim devemos ser criterioso na sua construção. A Tabela 2.3 mostra os tamanhos dos refinamentos pré-definidos das malhas construídas para as camadas e os blocos do modelo estudado. A Figura 2.7 ilustra os vários níveis de refinamentos empregados na construção do modelo.

Tabela 2.3: Discretização das malhas.

	ar	mar	iso	ani	emb	B1	B2	B3
Fina	✓				✓			
Extra fina		✓	✓	✓				
Extremamente fina						✓	✓	✓

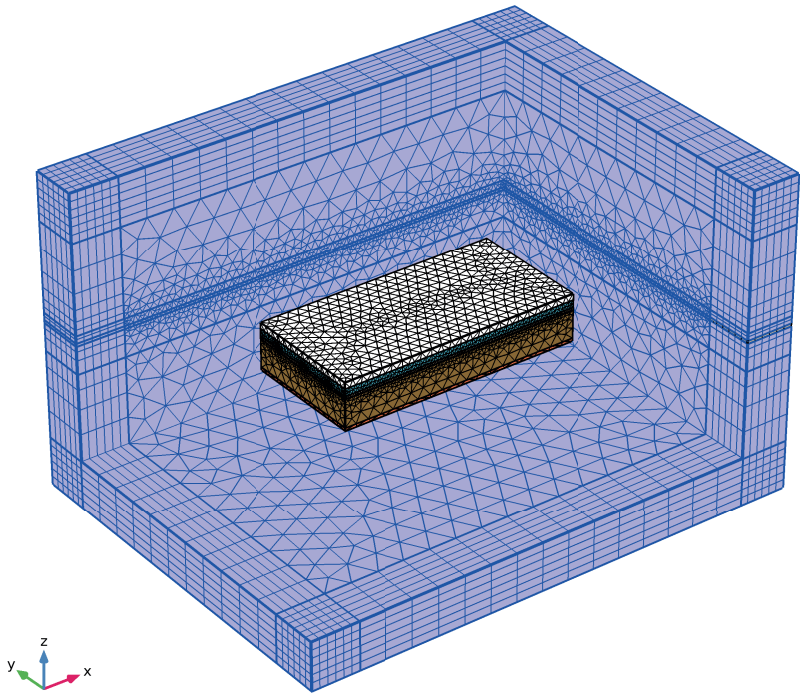


Figura 2.7: Discretização da camadas e da região onde encontram-se os blocos B1, B2 e B3, a fonte e os pontos de medidas dos campos eletromagnéticos.

2.5 O CÓDIGO `EMG3D`

Seguimos a descrição de Werthmüller et al. (2021) para o código `emg3d` de modelagem do método eletromagnético de fonte controlada (Controlled-source Electromagnetic - CSEM), onde se apresenta como um solver do tipo “multigrid” (Fedorenko, 1964) aplicada a difusão eletromagnética com a particularidade de incluir anisotropia elétrica triaxial (Mulder, 2006). O “solver” sem matriz pode ser usado como o “solver” principal ou como pré-condicionador para um dos métodos de subespaço de Krylov implementados em SciPy.

As equações governantes são discretizadas em uma grade escalonada pela técnica de integração finita (Weiland, 1977), que é uma generalização do método dos volumes finitos de uma grade do tipo “Yee”. O código é escrito completamente em Python usando os pacotes NumPy e SciPy, onde as partes que consomem mais tempo e memória são aceleradas por meio de funções *jitted* (compiladas “just-in-time”) usando Numba (Lam et al., 2015).

A vantagem do `emg3d` é a implementação “multigrid” sem matriz, que é caracterizada por um dimensionamento quase linear tanto em termos de tempo de execução quanto de uso de memória e, portanto, é um “solver” que usa comparativamente menos memória do que por exemplo o COMSOL Multiphysics. Realmente o código é principalmente um “solver”, que resolve as equações de Maxwell para uma única frequência de uma única fonte elétrica. Desenvolvimentos recentes adicionaram funcionalidades ao código `emg3d`, que também pode ser usado diretamente como um modelador EM mais geral (Werthmüller et al., 2021).

Além da funcionalidade para modelar fontes e receptores elétricos arbitrariamente direcionados, o código `emg3d` também pode simular fontes e receptores magnéticos, bem como modelar respostas no domínio do tempo. O código possui rotinas para obter o gradiente da função de desajuste que podem ser usadas por algoritmos de inversão. A discretização do código `emg3d` é feita pelo pacote Python `discretize`, que faz parte de um maior ecossistema denominado `SimPEG` (Cockett et al., 2015b).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nas próximas seções apresentamos os resultados das simulações usando o código `emg3d` e do COMSOL Multiphysics. Analisaremos numa primeira abordagem uma comparação dos resultados das duas simulações e a seguir apresentaremos outros cenários de interesses no método MCSEM utilizando esses dois códigos.

3.1 DADOS COMPUTACIONAIS E SIMULAÇÕES

Para efeito de comparação iremos mostrar os dados de “hardware” de cada computador, o sistema operacional e o tempo de processamento. As tabelas 3.1 e 3.2 apresentam esses dados.

Foram usados dois conjuntos de “hardware” nas modelagens. Nas simulações usando o COMSOL Multiphysics utilizamos um computador do tipo desktop, com o sistema operacional Windows 11, processador intel i5 com 16 gigabytes de RAM. O código `emg3d` foi executado num notebook, com sistema operacional Linux, processador intel i7 com 16 Gigabytes de RAM; como mencionado no capítulo anterior o código `emg3d` é desenvolvido em Python e foi executado através de “Notebooks Jupyter” na plataforma de distribuição “open-source” Anaconda (Anaconda, 2021). Maiores detalhes das configurações desses computadores estão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Comparação entre computadores utilizados nas simulações

	COMSOL	<code>emg3d</code>
Computador	Pc Gamer (Desktop)	Dell Latitude (laptop)
Processador	i5-10400F CPU@2.90 GHz x6	i7-6600U CPU@2.6 GHz x4
Memória (Gb)	16.0	16.0
Sistema operacional	Windows 11	Ubuntu 20.04

Uma breve comparação as principais características e performances entre as duas metodologias usadas nas simulações estão apresentadas na Tabela 3.2. O COMSOL Multiphysics utiliza o método dos elementos finitos tetraedrais e possui um tempo de processamento maior comparado ao código `emg3d` que usa o método numérico dos volumes finitos de hexaedros. O uso de memória do `emg3d` é menor do que a usada pelo COMSOL. Isso é esperado, uma vez que um maior números de elementos finitos tetraedrais são necessários para discretizar com acurácia o mesmo domínio discretizado por hexaedros.

Tabela 3.2: Comparação entre COMSOL e emg3d

	COMSOL	emg3d
Método numérico.	Elementos finitos	Volumes finitos
Licença	Comercial	Apache 2.0
Tipo de Malha	Tetraedro	Hexaedro
Tempo de processamento (s)	1246	213
Memoria utilizada (Gb)	0.8	0.5

3.2 SIMULAÇÕES COM COMSOL MULTIPHYSICS VERSUS EMG3D

Os resultados destes testes mostram que, nas condições simuladas, os métodos de volumes finitos e elementos finitos (COMSOL) apresentam pequenas diferenças. A magnitude do campo elétrico obtida pelo COMSOL difere parcialmente da simulada pelo emg3d nas extremidades do gráfico, ou seja, perto das fronteiras do modelo. Embora, para pequenos “offset” a convergência entre eles é satisfatória. Por exemplo, na Figura 3.1 podemos observar, que entre -5 a 5 km a convergência entre as simulações entre as duas abordagens é bastante acentuada, divergindo aproximadamente entre -6 a -10 km e entre 8 a 10 km.

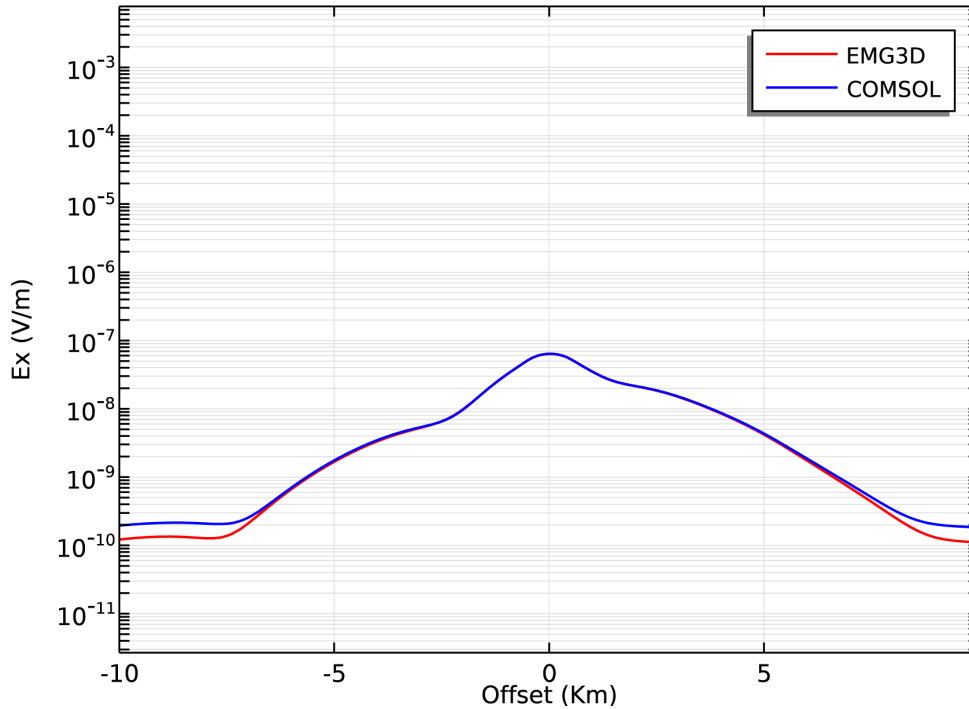


Figura 3.1: Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o emg3d – Geometria de aquisição “Broadside” -3 km.

As comparações dos resultados das simulações nas outras linhas de aquisição são mostradas a seguir. A Figura 3.2 apresenta as amplitude do campo elétrico E_x , na geometria “In-Line”, ou seja, na linha os receptores que passa abaixo do transmissor na mesma direção (x) da fonte eletromagnética e $y = 0$ km.

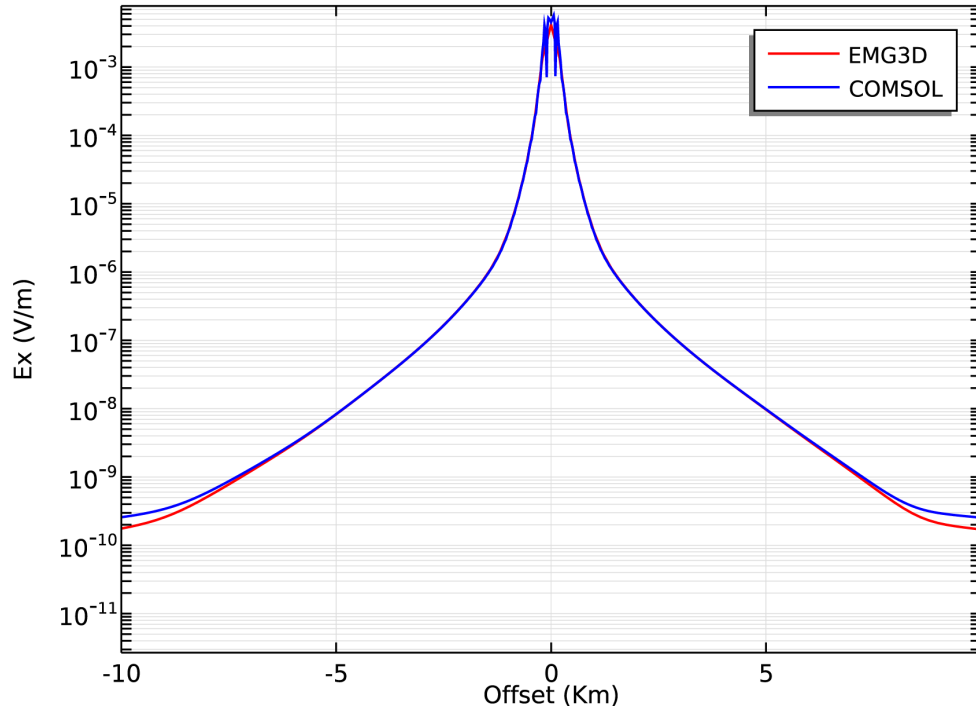


Figura 3.2: Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o `emg3d` – Geometria de aquisição “In-Line” 0 km.

A Figura 3.3 apresenta as amplitude do campo elétrico E_x , na geometria “Broadside” em 3 km. Isto quer dizer, os receptores estão na direção da fonte eletromagnética, direção x , mas afastados de $y=3$ km. Observe a anti-simetria das curvas em relação a Figura 3.1.

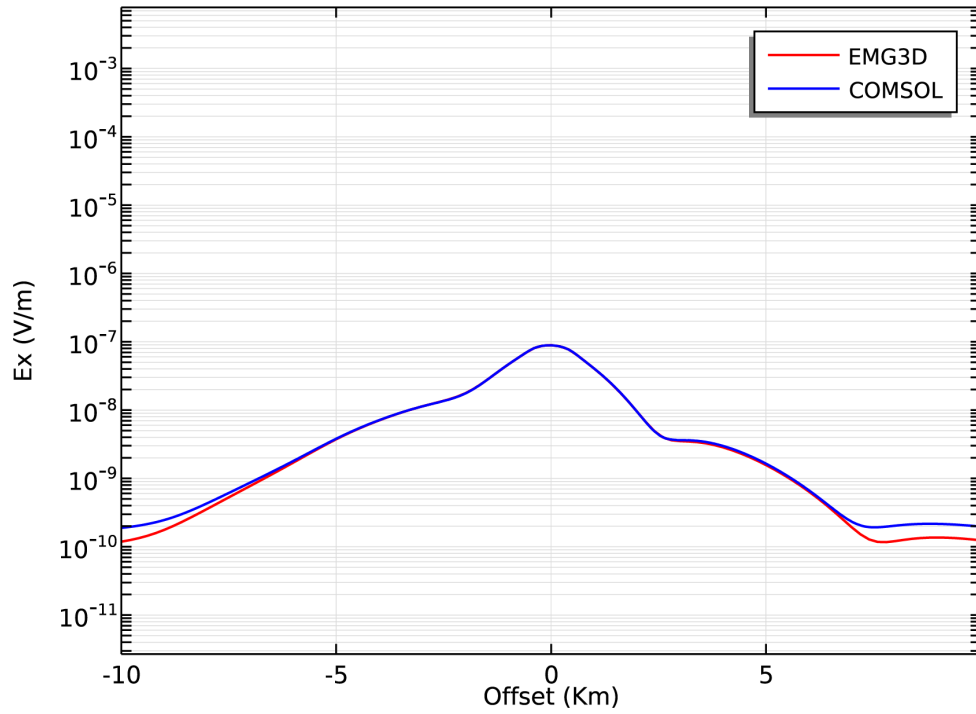


Figura 3.3: Comparação das amplitudes dos campo elétricos (E_x) usando o COMSOL Multiphysics e o `emg3d` – Geometria de aquisição “Broadside” 3 km.

As diferenças nas amplitudes situadas próximas aos limites do modelo podem ser causadas por dois fatores, em primeiro lugar, simplesmente por serem métodos diferentes, onde cada um usa diferentes representações para variáveis para arredondar valores e terem uma determinada precisão numérica. Segundo, técnicas numéricas possuem precisões numéricas diferentes e é natural pequenas diferenças nos resultados obtidos. Por exemplo, é conhecido que o método dos elementos finitos é mais adequado em geometrias complexas, apesar de consumir mais memória de máquina. Método dos volumes finitos são empregados com grande sucesso em geometrias retangulares, como é o nosso modelo de blocos. Porém a representação de uma fonte pontual, como o dipolo elétrico horizontal ainda é um desafio, para uma melhor representação neste método. Um outro fator importantíssimo é a implementação da condição de contorno pela PML, fizemos o método da tentativa e erro até termos um resultado mais próximo possível. O resultado sem a PML mostrou-se completamente diferente, ficou claro a interferência das ondas incidentes e refletidas na camada, consequentemente aumentando a magnitude do campo ao seu redor. Em particular, as características de anti-simetria foram conservadas. Por exemplo, em os campos elétricos “broadside” -3 km e “broadside” 3 km possuem comportamentos opostos de um para o outro, embora a malha não seja simétrica para o COMSOL e o corpo do modelo ser antissimétrico “horizontalmente”, com uma pequena diferença na espessura do bloco B3 (Figura 2.1 e 2.1), uma vez que é mais fino (0.25 km) do que o bloco B1 (1.3 km). Isso significa o seguinte: o método é robusto o suficiente e não depende da discretização da malha. A resposta está sendo validada, ou seja, é como se fosse uma série que convergiu para uma resposta, pois tanto a simetria quanto à convergência são semelhantes.

É importante salientar que a frequência empregada nesta comparação foi de 1.0 Hz e a corrente da fonte de tem 800 A, sendo, portanto, a mesma utilizada no trabalho de Werthmüller et al. (2021).

3.3 COMPARANDO ANOMALIAS

Após a validação das simulações com o COMSOL Multiphysics e o `emg3d`, temos uma ferramenta poderosa disponível para modelagem eletromagnética do método MCSEM, e com isso podemos fazer análises mais completas usando os mesmos dados com algumas modificações ou situações específicas. Como no caso deste mesmo modelo de três blocos, podemos simular modelos com e sem a presença desses três corpos resistivos e assim fazer um estudo e análise com maior detalhe.

Quando fazemos uma análise em termos de anomalias ao meio do “background”, podemos visualizar o efeito da energia transmitida através da fonte do tipo dipolo de 200 metros de comprimento localizado no centro do modelo, suas extremidades estão em $x = -100$ m e $x = 100$ m. O campos eletromagnéticos propagam-se nas camadas do “background” e parte dela é refletida a partir dos blocos resistivos até chegar aos receptores onde os dados

serão medidos, resultando em um sinal recebido maior do que seria se esses blocos não estivessem presentes. Este efeito é mostrado nos próximos três gráficos. Onde o campo elétrico E_x é traçado em função da distância para situações com os blocos resistivos (linha azul), denotado de HC – por representar possíveis anomalias referentes a presença de hidrocarbonetos e sem (linha verde) os blocos resistivos, ou seja, apenas o modelo estratificado unidimensional, ou modelo de “background”, que chamaremos de NOHC – por representar a ausência de blocos resistivos, ou de hidrocarbonetos.

A Figura 3.4 apresenta as amplitudes dos campos elétricos na direção x para o caso da presença/ausência dos blocos resistivos. A linha de aquisição é a “Broadside” -3 km, ou seja a distância em y da fonte é de -3 km. Observamos que os receptores próximos ao bloco B3 detectam fortemente o corpo resistivo (linha azul – HC), onde o bloco B1 está localizado.

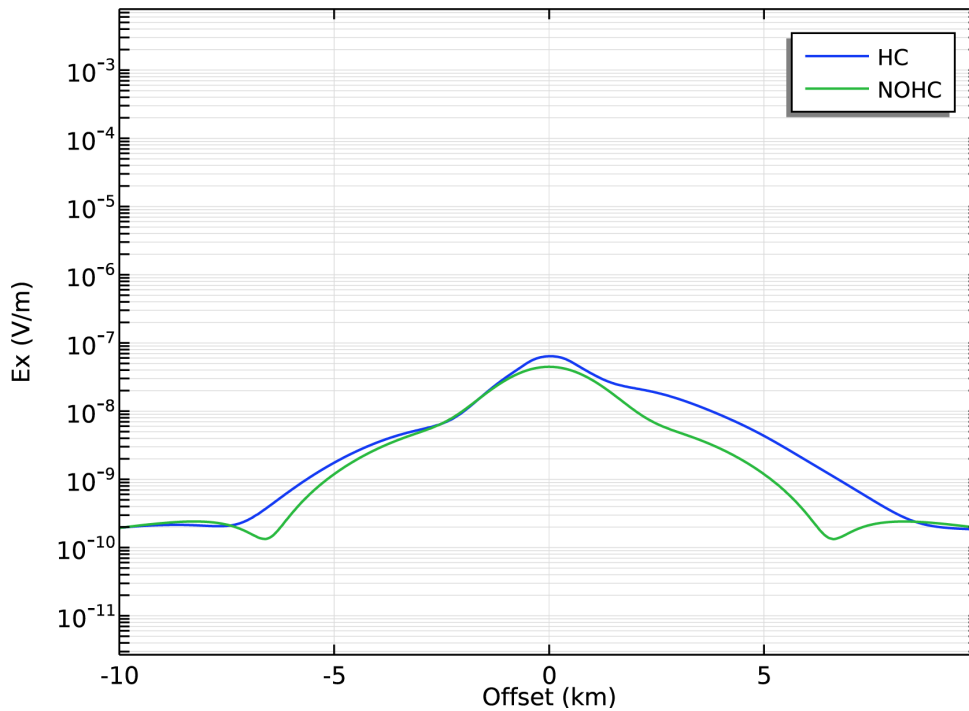


Figura 3.4: Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” -3 km. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.

No caso da linha de aquisição “In-Line”, Figura 3.5, onde $y = 0$ km, observamos claramente a diferença das curvas dos campos elétricos E_x em relação a presença dos blocos resistivos, essa é a curva característica de um levantamento do método MCSEM. O gráfico da Figura 3.5, mostra que para os receptores que estão sob a fonte, apresentam muitas oscilações, isso vem do fato do caráter pontual da fonte e da proximidade do receptor ao dipolo que traduz numa instabilidade numérica nos cálculos dos campos elétricos. A Figura 3.6 ilustra as simulações para o campo E_x na linha de receptores “Broadside” em $y=3$ km. Observe a anomalia no lado esquerdo do gráfico. As Figuras 3.4 3.6 possuem formas anti-simétricas, mas são diferentes, a razão é devido a simetria da disposição dos

corpos, mas estes possuem espessuras e resistividades diferentes.

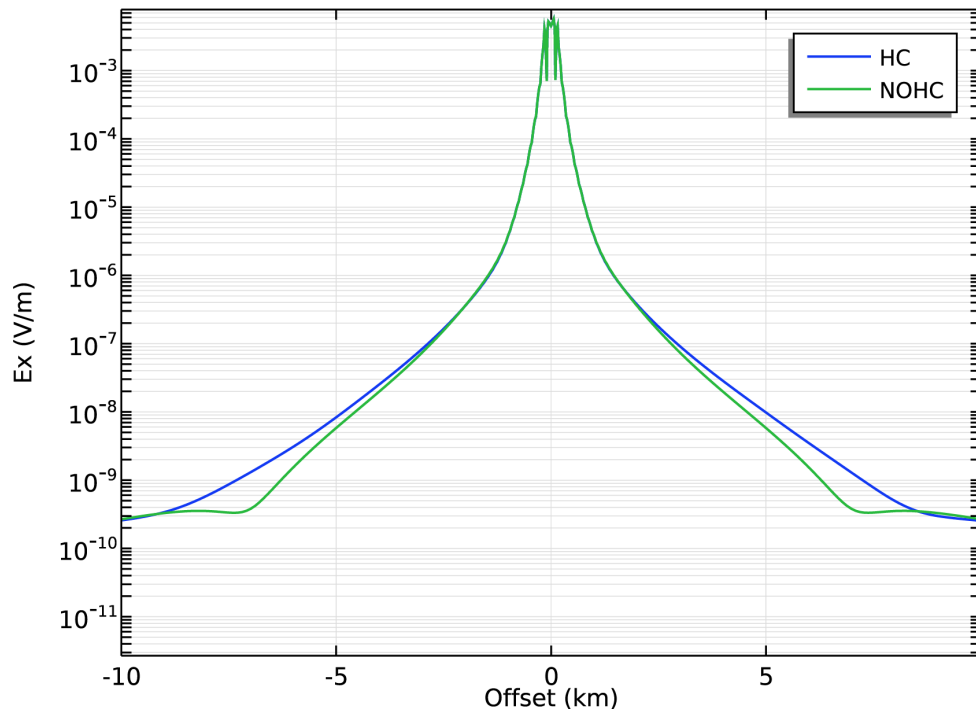


Figura 3.5: Amplitudes dos campo elétricos E_x “In-Line”. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.

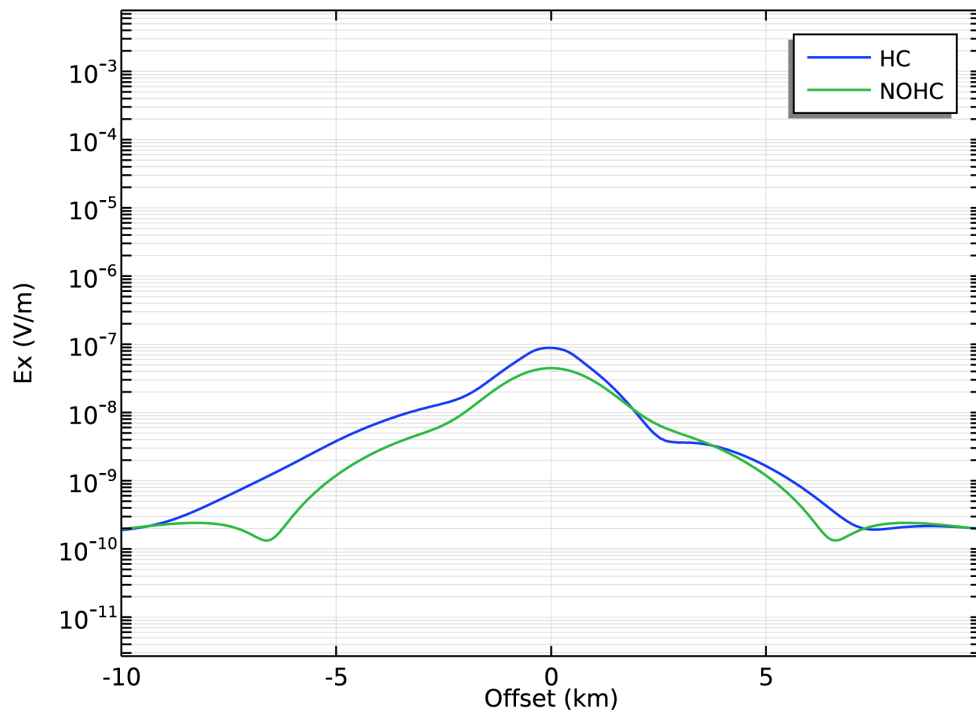


Figura 3.6: Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” 3 km. A linha azul representa o modelo contendo os blocos resistivos; a linha em verde representa o “background”.

3.4 RESULTADOS EM MULTIFREQUÊNCIA

Estudar múltiplas frequências ou multifrequência é útil para obter mais informações sobre como a resistividade está distribuída na subsuperfície. É importante para o MCSEM, pois ajudará a delinear melhor um reservatório, podendo, assim, tornar-se um importante complemento para a sísmica de exploração. As frequências de operação para o método MCSEM varia de décimos de Hz até algumas unidades de Hz dependendo dos possíveis alvos resistivos e do ambiente de envoltio desses alvos.

A Figura 3.7 apresenta as curvas das amplitudes dos campos elétricos na direção x para a linha de aquisição “Broadside” em $y=-3$ km. Usamos seis frequências nas simulações com o COMSOL Multiphysics. Percebemos que quanto maior é a frequência menor será seu alcance, ou seja, menor profundidade que a onda eletromagnética poderá detectar alvos, é o efeito “skin-depth”. As curvas da Figura 3.7 demonstram essa característica. O campo E_x na frequência de 1.25 Hz tem amplitude bem menor do campo E_x operando em 0.125 Hz, mas observamos que a curva em 1.25 Hz apresenta uma maior resolução em relação àquela obtida 0.125 Hz.

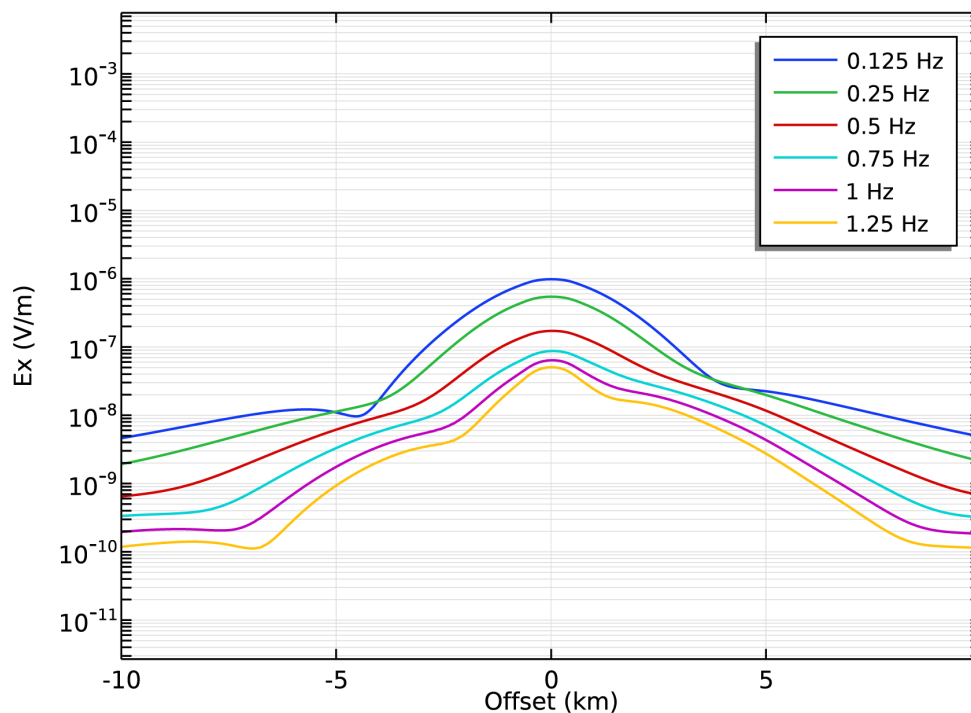


Figura 3.7: Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” em $y=-3$ km em multifrequências.

Os campos multifrequência na configuração “In-Line” estão ilustrados na Figura 3.8. Do mesmo modo, como visto anteriormente, observamos que quanto maior frequência menor a amplitude do campo. A Figura 3.9 apresenta as amplitudes do campos E_x na aquisição “Broadside” em $y=3$ km, nas mesmas frequências das outras aquisições. Observamos que para apenas uma frequência poderíamos confundir com uma anti-simetria

perfeita nos levantamentos em “Broadside” e ter a nítida impressão que os blocos B1 e B3 são idênticos, vemos agora comparando as Figuras 3.7 e 3.9 uma notável diferença dos campos, principalmente nas altas frequências.

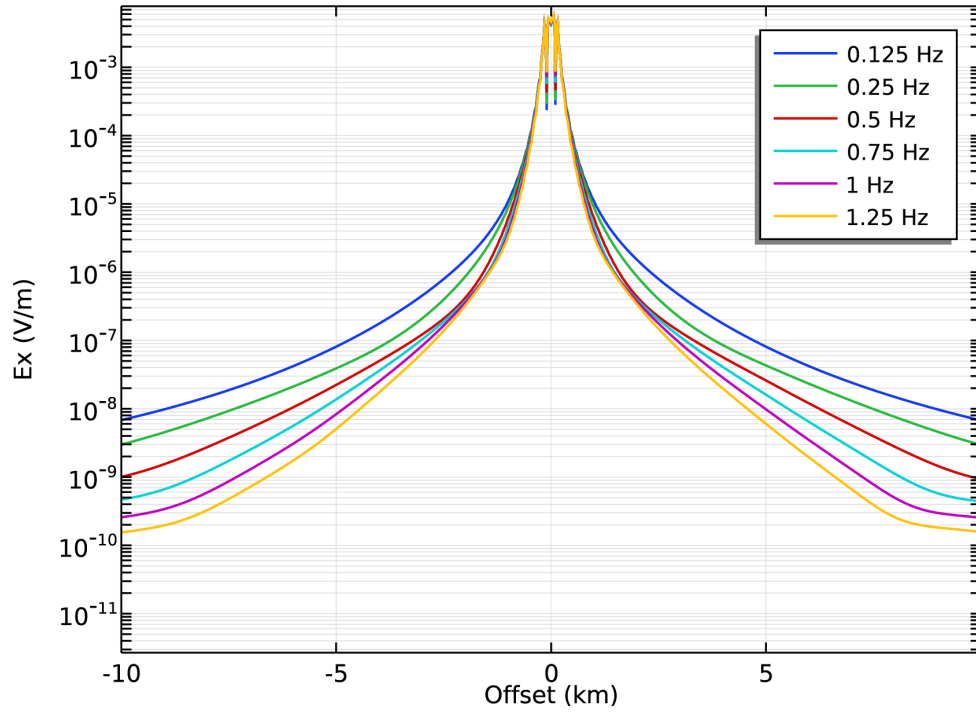


Figura 3.8: Amplitudes dos campo elétricos E_x “In-Line” $y=0$ km em multifrequências.

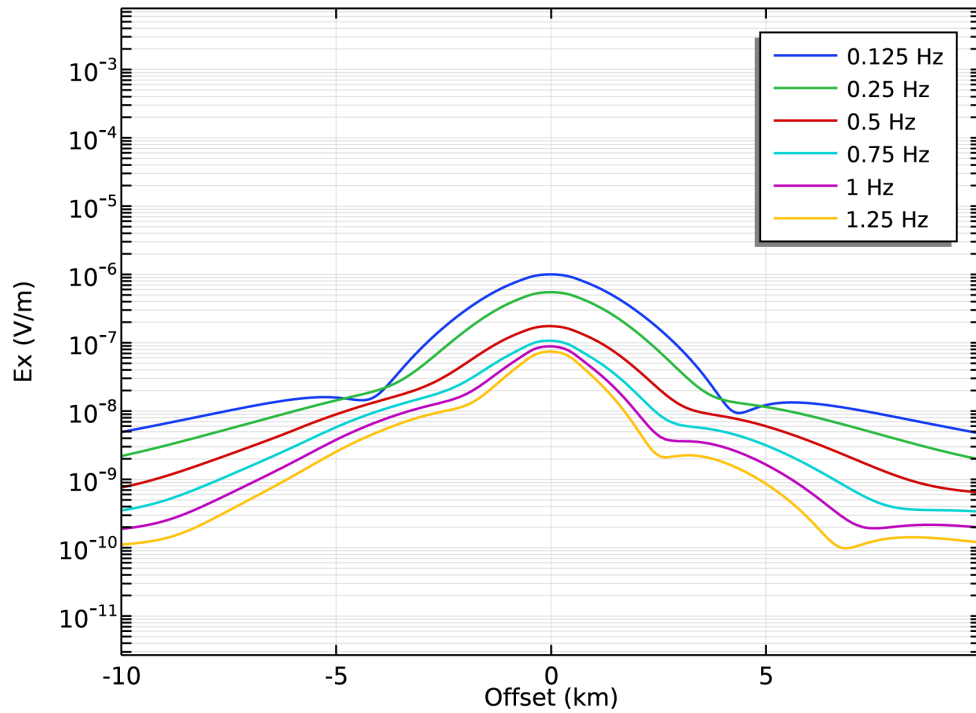


Figura 3.9: Amplitudes dos campo elétricos E_x “Broadside” em $y=3$ km em multifrequências.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, simulamos o método MCSEM para um modelo de blocos resistivos aplicando duas diferentes abordagens: Numa primeira, usamos o COMSOL Multiphysics e noutra utilizamos o código `emg3d`. Trabalhos com diferentes metodologias numéricas na solução de problemas eletromagnéticos em geofísica sempre foi motivo de discussões, devido a relação entre as metodologias numéricas de maior esforço computacional, como no caso o método dos elementos finitos e a resolução intrínseca dos métodos eletromagnéticos, que devido ser um fenômeno de difusão, tem resolução menor do que o fenômeno de propagação de ondas. Desse modo, em modelagem 3D, métodos integrais e diferenças finitas tiveram preferências na solução dos problemas EM. Com a diminuição dos custo computacional (memória) e aumento da velocidade de processamento, métodos que exploram um maior refinamento nas geometrias dos modelos geoeletricos têm sido desenvolvidos e aprimorados, assim como, seus algoritmos e técnica numéricas na solução de sistemas lineares e aproximações das representações integrais dos campos eletromagnéticos.

Os resultados obtidos na comparação dessas duas abordagens foram consistentes principalmente em pequenos “offsets” em relação à fonte. Também observamos uma diferença nas curvas dos campos elétricos nos dois modos de simulações: (COMSOL Multiphysics e `emg3d`) próximos as fronteiras do domínio do modelo, merece estudos e análise sobre a influência das condições de fronteira e métodos para o casamento das impedâncias, assim como metodologias de absorção de reflexões. Como é o caso do uso da técnica dos elementos infinitos nas regiões de contorno do domínio.

Foi demonstrado que apesar do COMSOL Multiphysics exigir um maior esforço computacional, sua interface intuitiva e de fácil interação com outras ferramentas de construção de modelos e modelagem, por exemplo: MATLAB e CAD, é o grande atrativo do seu uso apesar de ser um software comercial. Convém referendar a rapidez dos “solvers” otimizados para o sistema de equações lineares do COMSOL. Este que é um tema de constante discussão e desenvolvimento em quaisquer técnica numérica em grande escala.

Para o código `emg3d` foi exposto que ele possui fácil utilização para modelos de geometrias simples. O código mostrou-se eficiente, fácil utilização e simples instalação através do gerenciador de pacote *conda*. O código é indicado para o uso em rápidas análises de viabilidade de cenários de exploração. Assim como, no aprendizado e pesquisas na academia, por ter seu código fonte disponível. Com ampla divulgação de suas aplicações e desenvolvimento com outros programas de modelagem EM “open-source” pelo mundo o código `emg3d` sem dúvida tem um papel relevante nas pesquisas de modelagem do métodos eletromagnéticos.

REFERÊNCIAS

- Anaconda, 2021, Anaconda software distribution.
- Butler, S. L., and Z. Zhang, 2016, Forward modeling of geophysical electromagnetic methods using comsol: *Computers & Geosciences*, **87**, 1–10, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2015.11.004>.
- Castillo-Reyes, O., J. de la Puente, and J. M. Cela, 2018, Petgem: A parallel code for 3d csem forward modeling using edge finite elements: *Computers & Geosciences*, **119**, 123–136, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2018.07.005>.
- Castillo-Reyes, O., J. de la Puente, L. E. García-Castillo, and J. M. Cela, 2019, Parallel 3-D marine controlled-source electromagnetic modelling using high-order tetrahedral Nédélec elements: *Geophysical Journal International*, **219**, 39–65, doi: [10.1093/gji/ggz285](https://doi.org/10.1093/gji/ggz285).
- Chave, A. D., S. C. Constable, and R. N. Edwards, 1991, Electrical exploration methods for the seafloor, *in* *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics: Volume 2, Application, Parts A and B*: Society of Exploration Geophysicists, 931–966. doi: [10.1190/1.9781560802686.ch12](https://doi.org/10.1190/1.9781560802686.ch12).
- Chave, A. D., and C. S. Cox, 1982, Controlled electromagnetic sources for measuring electrical conductivity beneath the oceans: 1. forward problem and model study: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **87**, 5327–5338, doi: <https://doi.org/10.1029/JB087iB07p05327>.
- Chave, A. D., and C. S. Cox, 1983, Electromagnetic induction by ocean currents and the conductivity of the oceanic lithosphere: *Journal of geomagnetism and geoelectricity*, **35**, 491–499, doi: [10.5636/jgg.35.491](https://doi.org/10.5636/jgg.35.491).
- Cockett, R., S. Kang, L. J. Heagy, A. Pidlisecky, and D. W. Oldenburg, 2015a, Simpeg: An open source framework for simulation and gradient based parameter estimation in geophysical applications: *Computers & Geosciences*, **85**, 142–154, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2015.09.015>.
- Cockett, R., S. Kang, L. J. Heagy, A. Pidlisecky, and D. W. Oldenburg, 2015b, Simpeg: An open source framework for simulation and gradient based parameter estimation in geophysical applications: *Computers & Geosciences*, **85**, 142–154, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2015.09.015>.
- Constable, S., 1990, Marine electromagnetic induction studies: *Surveys in Geophysics*, **11**, 303–327, doi: [10.1007/BF01901663](https://doi.org/10.1007/BF01901663).
- Edwards, N., 2005, Marine controlled source electromagnetics: principles, methodologies, future commercial applications: *Surveys in Geophysics*, **26**, 675–700, doi: [10.1007/s10712-005-1830-3](https://doi.org/10.1007/s10712-005-1830-3).

- Eidesmo, T., S. Ellingsrud, L. MacGregor, S. Constable, M. Sinha, S. Johansen, F. Kong, and H. Westerdahl, 2002, Sea bed logging (sbl), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas: First break, **20**, doi: <https://doi.org/10.3997/1365-2397.20.3.25008>.
- Ellingsrud, S., T. Eidesmo, S. Johansen, M. Sinha, L. MacGregor, and S. Constable, 2002, Remote sensing of hydrocarbon layers by seabed logging (sbl): Results from a cruise offshore angola: The Leading Edge, **21**, 972–982, doi: 10.1190/1.1518433.
- EMGS, 2022, Controlled Source Electromagnetics (CSEM): <https://emgs.com/technology/a-guide-to-marine-em/csem/>. (Acessado em 13/04/2022).
- Fedorenko, R., 1964, The speed of convergence of one iterative process: USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, **4**, 227–235, doi: [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(64\)90253-8](https://doi.org/10.1016/0041-5553(64)90253-8).
- Harris, C. R., K. J. Millman, S. J. Van Der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, E. Wieser, J. Taylor, S. Berg, N. J. Smith, et al., 2020, Array programming with numpy: Nature, **585**, 357–362, doi: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- Heagy, L. J., R. Cockett, S. Kang, G. K. Rosenkjaer, and D. W. Oldenburg, 2017, A framework for simulation and inversion in electromagnetics: Computers & Geosciences, **107**, 1–19, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.06.018>.
- Huray, P. G., 2009, The foundations of signal integrity: John Wiley & Sons.
- Johnson, S. G., 2021, Notes on perfectly matched layers (PMLs): CoRR, **abs/2108.05348**, doi: 10.48550/ARXIV.2108.05348.
- Lam, S. K., A. Pitrou, and S. Seibert, 2015, Numba: A llvm-based python jit compiler: Presented at the Proceedings of the Second Workshop on the LLVM Compiler Infrastructure in HPC, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2833157.2833162.
- Leite, M. L., and V. C. Tocantins, 2015, Modelagem tridimensional do método mcsem usando COMSOL Multiphysics, *in* 14th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 3-6 August 2015: Society of Exploration Geophysicists, 197–199. doi: 10.1190/sbgf2015-039.
- Li, A., and S. Butler, 2021, Forward modeling of magnetotellurics using comsol multiphysics: Applied Computing and Geosciences, **12**, 100073, doi: <https://doi.org/10.1016/j.acags.2021.100073>.
- Li, Q., K. Ito, Z. Wu, C. S. Lowry, and S. P. Loheide II, 2009, Comsol multiphysics: A novel approach to ground water modeling: Groundwater, **47**, 480–487, doi: <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2009.00584.x>.
- Mienseopust, M. P., P. Queralt, A. G. Jones, and the 3D MT modellers, 2013, Magnetotelluric 3-D inversion—a review of two successful workshops on forward and inversion code testing and comparison: Geophysical Journal International, **193**, 1216–1238, doi: 10.1093/gji/ggt066.

- Miranda, H. D. T., and V. C. Tocantins, 2017, 2.5 marine csem modeling using COM-SOL Multiphysics, *in* 15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 31 July-3 August 2017: Society of Exploration Geophysicists, 211–216. doi: 10.1190/sbgf2017-042.
- Mulder, W., 2006, A multigrid solver for 3d electromagnetic diffusion: Geophysical Prospecting, **54**, no. 5, 633–649, doi: 10.1111/j.1365-2478.2006.00558.x.
- Pryor, R., 2021, Multiphysics modeling using comsol 5 and matlab: Mercury Learning and Information.
- Régis, C., and W. Santos, 2017, Delineation of anisotropic layers through 1D inversion of marine csem data: Brazilian Journal of Geophysics, **34**, 543–558, doi: 10.22564/rbgf.v34i4.870.
- Virtanen, P., R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, E. Burovski, P. Peterson, W. Weckesser, J. Bright, et al., 2020, Scipy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in python: Nature methods, **17**, 261–272, doi: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.
- Weiland, T., 1977, Eine methode zur lösung der maxwellschen gleichungen für sechskomponentige felder auf diskreter basis: International Journal of Electronics and Communications, **31**, 116–120.
- Werthmüller, D., W. A. Mulder, and E. C. Slob, 2019, emg3d: A multigrid solver for 3d electromagnetic diffusion: Journal of Open Source Software, **4**, 1463, doi: 10.21105/joss.01463.
- Werthmüller, D., R. Rochlitz, O. Castillo-Reyes, and L. Heagy, 2021, Towards an open-source landscape for 3-D CSEM modelling: Geophysical Journal International, **227**, 644–659, doi: 10.1093/gji/ggab238.