



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MAITON RIAN MOTA DE ALCÂNTARA

ANÁLISE DE CONDIÇÕES DE IMAGEM NA MIGRAÇÃO REVERSA  
NO TEMPO

BELÉM  
2007



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MAITON RIAN MOTA DE ALCÂNTARA

ANÁLISE DE CONDIÇÕES DE IMAGEM NA MIGRAÇÃO  
REVERSA NO TEMPO

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Graduação  
em Geofísica da Universidade Federal  
do Pará, para obtenção do título de  
Graduado em Geofísica.

Orientador: Jessé Carvalho Costa

BELÉM  
2007

*À meu filho Gustavo, minha esposa Naiana, meus pais Mário e Rita e minha irmã Maráisa.*

*Em memória de meus avós Pedro, Maciel e Nazaré.*

# AGRADECIMENTOS

À Deus, por todas as bênçãos recebidas ao longo de minha vida.

Aos meus pais, por toda dedicação e por sempre acreditarem em mim.

À meu filho e esposa, por me mostrarem o quanto podemos ser intensamente felizes ao lado das pessoas que amamos.

À Universidade Federal do Pará.

À Sociedade Brasileira de Geofísica pelo apoio financeiro.

Ao professor Jessé Costa por toda a atenção e orientação no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas da turma de 2003 por todas as contribuições ao longo da graduação .

À todos os profissionais e amigos que me estruturaram e incentivaram a procurar ser sempre uma pessoa aplicada e capaz.

# RESUMO

Métodos de imageamento baseados na reversão temporal tem ampla aplicação em medicina e sísmica de exploração. Este trabalho discute os fundamentos teóricos da reversão no tempo para meios acústicos lineares e não dissipativos e destaca a análise de amplitude de uma imagem migrada por reversão no tempo - RTM. Para esta análise, utilizou-se a condição de imagem de correlação cruzada além de uma aproximação de fase estacionária. Baseadas nesta análise, apresento condições de imagens alternativas para migração RTM. Estas condições buscam melhorar a recuperação da amplitude dos eventos na migração. Exemplos numéricos de migração reversa no tempo avaliam o comportamento do método em relação à perturbações no modelo de velocidade e o efeito de diferentes condições de imagem na redução de distorções na migração de dados pré-empilhados.

Palavras-chaves: Geofísica. Processamento sísmico. Migração. Migração reversa no tempo. Condição de imagem.

# ABSTRACT

The time reversal property of two way wave equations is the base of several imaging methods in exploration seismology and medicine. The mathematical formulation of time reversal for acoustic media are revisited and applied to an asymptotic analysis of reverse time migration (RTM), using imaging condition of crosscorrelation type and the method of stationary phase. Alternative imaging conditions are proposed to improve amplitude recovery in RTM. Numerical experiments evaluate the sensitivity of the proposed imaging conditions and focalization of RTM to perturbations to perturbations on the velocity model.

keywords: Geophysics. Seismic processing. Migration. Reverse time migration. Imaging condition.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 Domínio $\mathcal{D}$ com fronteira $\partial\mathcal{D}$ , em que ocorrem os estados acústicos $a$ e $b$ presentes nas relações de reciprocidade. $\nu$ indica um vetor unitário normal a fronteira $\partial\mathcal{D}$ . . . . .	16
Figura 4.1 Modelo Marmousi. As cores indicam a velocidade de propagação em $m/s$ . . . . .	38
Figura 4.2 Geometria de aquisição dos dados no primeiro experimento. Os receptores estão distribuídos a cada $12m$ . A posição da fonte está indicada pelo asterisco. . . . .	38
Figura 4.3 Campo de registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2. . . . .	39
Figura 4.4 Componente horizontal do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2. . . . .	39
Figura 4.5 Componente vertical do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2. . . . .	40
Figura 4.6 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2. . . . .	40
Figura 4.7 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2. . . . .	41
Figura 4.8 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2. . . . .	41
Figura 4.9 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de velocidade, componentes horizontal e vertical, para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2. . . . .	42
Figura 4.10 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão e do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2. . . . .	42
Figura 4.11 Campo de pressão registrado nos receptores distribuídos a profundidade de 50 m no intervalo de 600 m a 8600 m com intervalo de 12 m. . . . .	43
Figura 4.12 Componente horizontal do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. . . . .	44
Figura 4.13 Componente vertical do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. . . . .	44
Figura 4.14 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. . . . .	45

Figura 4.15 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. ....	45
Figura 4.16 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. ....	46
Figura 4.17 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de velocidade, componentes horizontal e vertical, para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. ....	46
Figura 4.18 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão e do campo de velocidades para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m. ....	47
Figura 4.19 Campo de pressão registrado para a receptores e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	48
Figura 4.20 Componente horizontal do campo de velocidade para receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	49
Figura 4.21 Componente vertical do campo de velocidade para receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	50
Figura 4.22 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	51
Figura 4.23 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	51
Figura 4.24 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	52
Figura 4.25 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, das componentes horizontal e vertical do campo de velocidade. Os receptores estão uniformemente distribuídos a 50m da superfície, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m. ....	52
Figura 4.26 Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a receptores distribuídos próximos à superfície, 50m, e abertura no intervalo 3000m-6000m. ....	53
Figura 4.27 Modelo Marmousi suavizado, 100 vezes. ....	53
Figura 4.28 Modelo Marmousi suavizado, 1000 vezes. ....	54
Figura 4.29 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 . ...	54
Figura 4.30 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 . ...	55
Figura 4.31 Resultado da migração reversa no tempo do campo de velocidade de acordo com a geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado	

na Figura 4.28 . . . . .	55
Figura 4.32 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 . . .	56
Figura 4.33 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura. . . . .	56
Figura 4.34 Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade para geometria indicada com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura. . . . .	57
Figura 4.35 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura . . . . .	57
Figura 4.36 Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura . . . . .	58
Figura 4.37 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura . . . . .	58
Figura 4.38 Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura. . . . .	58
Figura 4.39 Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura. . . . .	59
Figura 4.40 Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura . . . . .	59
Figura 4.41 Modelo com refletor plano. . . . .	59
Figura 4.42 Campo de velocidade para refletor plano . . . . .	59
Figura 4.43 Seção sísmica sem mute . . . . .	60
Figura 4.44 Seção sísmica com mute . . . . .	60
Figura 4.45 Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada . . . . .	60
Figura 4.46 Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pelo campo da fonte . . . . .	60
Figura 4.47 Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pelo campo registrado pelos receptores . . . . .	61
Figura 4.48 Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem do vetor poynting . . . . .	61
Figura 4.49 multiplicando por $\cos^3 \theta$ . . . . .	61

Figura 4.50 Modelo com refletor inclinado .....	62
Figura 4.51 Campo de velocidade para refletor inclinado .....	62
Figura 4.52 Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada .....	62
Figura 4.53 Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pela fonte .....	62
Figura 4.54 Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pelo receptor .....	63
Figura 4.55 Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem do vetor poynting .....	63
Figura 4.56 Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem do multiplicando por $\cos^3 \theta$ .....	63

# SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b>	13
2	<b>RELAÇÕES DE RECIPROCIDADE EM ACÚSTICA</b>	15
2.1	RELAÇÃO DE RECIPROCIDADE DO TIPO CONVOLUÇÃO	16
2.2	RELAÇÃO DE RECIPROCIDADE DO TIPO CORRELAÇÃO	17
2.3	CONSEQUÊNCIAS DAS RELAÇÕES DE RECIPROCIDADE	18
2.4	REVERSÃO NO TEMPO	24
3	<b>MIGRAÇÃO RTM PRÉ-EMPILHAMENTO</b>	27
3.1	ANÁLISE DA MIGRAÇÃO RTM USANDO O MÉTODO DA FASE ES- TACIONÁRIA	30
4	<b>EXEMPLOS NUMÉRICOS</b>	38
4.1	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PÓS-EMPILHAMENTO	39
4.1.1	<b>Reversão no tempo: modelo de velocidade correto</b>	40
4.1.2	<b>Reversão no tempo: modelo de velocidade aproximado</b>	53
4.2	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PRÉ-EMPILHAMENTO	59
4.2.1	<b>Modelo de refletor plano</b>	59
4.2.2	<b>Modelo de refletor inclinado</b>	62
5	<b>CONCLUSÃO</b>	66
	<b>REFERÊNCIAS</b>	67

# 1 INTRODUÇÃO

O princípio de reversão temporal para campos de ondas acústicos, tem ampla aplicação em medicina, imageamento sísmico, e mais recentemente em sísmica passiva. A migração sísmica baseada no princípio de reversão no tempo ( RTM-reverse time migration ) é um método de imageamento robusto em ambientes geológicos complexos, não possuindo restrições em relação ao modelo de velocidade, podendo migrar eventos com qualquer mergulho e *turning waves*.

O atual interesse no monitoramento de reservatórios usando sísmica passiva permite que a reversão temporal do campo registrado na superfície seja utilizado para localizar as fontes do campo, potencialmente identificando regiões de microfraturas.

Métodos de imageamento em geofísica baseados no princípio de reversão temporal foram propostos no início da década de 80 (KOSLOFF; BAYSAL, 1983), (BAYSAL; KOSLOFF; SHERWOOD, 1983), (MCMECHAN, 1983). A reversão temporal do campo de ondas em acústica está baseada nas relações de reciprocidade do tipo convolução e correlação (HOOP; STAM, 1988). Estas relações determinam simetrias no espaço e no tempo para o campo acústico. O método RTM pode ser decomposto em duas etapas. Na primeira etapa, o campo de ondas registrado na superfície por um arranjo de receptores é retropropagado para o interior do domínio a ser imageado. A seguir, uma condição de imagem é aplicada. A condição de imagem clássica da migração RTM é a correlação cruzada de defasagem nula no tempo.

Neste trabalho o princípio de reversão temporal é deduzido a partir das relações de reciprocidade. As simetrias do campo acústico são estabelecidas e o problema de localização de fontes acústicas usando reversão no tempo é discutido. A seguir, o princípio de reversão no tempo é utilizado para formular a migração de dados sísmicos pré-empilhados. Diferentes condições de imagem são apresentadas, baseadas na literatura recente. A análise assintótica da condição de imagem clássica usada na migração RTM é apresentada para o modelo simples de um refletor em um meio homogêneo usando o método da fase estacionária. Finalmente, simulações numéricas são apresentadas para ilustrar a robustez do princípio de reversão temporal. A migração RTM aplicada a dados de afastamento

nulo indica a robustez do método em relação a perturbações do modelo de velocidade. A migração RTM aplicada a dados pré-empilhados é aplicada para avaliar o desempenho de diferentes condições de imagem na redução de distorções na imagem migrada.

## 2 RELAÇÕES DE RECIPROCIDADE EM ACÚSTICA

Métodos de imageamento em geofísica baseados no princípio de reversão temporal foram propostos no início da década de 80 (KOSLOFF; BAYSAL, 1983), (BAYSAL; KOSLOFF; SHERWOOD, 1983), (MCMECHAN, 1983).

A reversão temporal do campo de ondas em acústica está baseada nas relações de reciprocidade do tipo convolução e correlação (HOOP; STAM, 1988), (FOKKEMA; BERG, 1993), (HOOP; FISHMAN; JONSSON, 2002), (DRAEGER; CASSEREAU; FINK, 1999), (AKI; RICHARDS, 1980).

As relações de reciprocidade do tipo convolução e correlação pressupõem meios acústicos:

- Lineares,
- Invariantes no tempo,
- Causais ou passivos,
- Localmente reativos.
- Governados pelo sistema de equações :

$$\partial_j p(\mathbf{x}, t) + \rho_{jk}(\mathbf{x}) \partial_t v_k(\mathbf{x}, t) = f_j(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

$$\partial_j v_j(\mathbf{x}, t) + \kappa(\mathbf{x}) \partial_t p(\mathbf{x}, t) = q(\mathbf{x}, t) \quad (2.2)$$

em que  $p(\mathbf{x}, t)$  indica o campo de pressão,  $v_j(\mathbf{x}, t)$  o campo de velocidade das partículas do meio,  $q(\mathbf{x}, t)$  a taxa de injeção de volume,  $f_j(\mathbf{x}, t)$  a densidade de forças volumétricas;  $\rho_{jk}$  representa o tensor de densidade e  $\kappa$  o módulo de compressibilidade.

As relações de reciprocidade derivam de duas formas bilineares definidas para duas funções,  $f_1(\mathbf{x}, t)$  e  $f_2(\mathbf{x}, t)$ , no domínio de interação,  $\mathcal{D}$ . A forma bilinear do tipo con-

volução

$$\langle f_1|f_2\rangle_{\mathbb{R}} = \int_{\tau \in \mathbb{R}} f_1(\mathbf{x}, \tau) f_2(\mathbf{x}, t - \tau) d\tau = \int_{\tau \in \mathbb{R}} f_1(\mathbf{x}, t - \tau) f_2(\mathbf{x}, \tau) d\tau , \quad (2.3)$$

e a forma do tipo correlação

$$\langle f_1|f_2\rangle_{\mathbb{C}} = \int_{\tau \in \mathbb{R}} f_1(\mathbf{x}, \tau) f_2(\mathbf{x}, \tau - t) d\tau = \int_{\tau \in \mathbb{R}} f_1(\mathbf{x}, \tau + t) f_2(\mathbf{x}, \tau) d\tau . \quad (2.4)$$

em que os subscritos em cada uma das definições indicam o seu comportamento sob transformadas de Fourier. O produto do tipo convolução está associado a um produto interno no domínio de Fourier apenas para funções pares cuja transformada de Fourier é uma função real da frequência. O produto do tipo correlação está associado a um produto interno no domínio de Fourier para quaisquer funções reais (HOOP; FISHMAN; JONSSON, 2002)..

Uma propriedade das integrais de convolução utilizada a seguir pode ser verificada usando a definição

$$\partial_t \langle f_1|f_2\rangle_{\mathbb{R}} = \langle \partial_\tau f_1|f_2\rangle_{\mathbb{R}} = \langle f_1|\partial_\tau f_2\rangle_{\mathbb{R}} . \quad (2.5)$$

Para a integral de correlação, a relação correspondente

$$\partial_t \langle f_1|f_2\rangle_{\mathbb{C}} = \langle \partial_\tau f_1|f_2\rangle_{\mathbb{C}} = -\langle f_1|\partial_\tau f_2\rangle_{\mathbb{C}} . \quad (2.6)$$

As relações de reciprocidade pressupõem dois estados acústicos, indicados a seguir pelos sobrescritos  $a$  e  $b$  que se estabelecem em meios possivelmente diferentes mas que ocupam o mesmo domínio,  $\mathcal{D}$ , com fronteira  $\partial\mathcal{D}$  orientável (Figura 2.1). O estado  $a$  está descrito pelos campos  $\{p^a(\mathbf{x}, t), v_j^a(\mathbf{x}, t)\}$ , produzido pelas fontes  $\{q^a(\mathbf{x}, t), f_j^a(\mathbf{x}, t)\}$ . O estado  $b$  é representado por  $\{p^b(\mathbf{x}, t), v_j^b(\mathbf{x}, t)\}$ , produzido pelas distribuições de fontes  $\{q^b(\mathbf{x}, t), f_j^b(\mathbf{x}, t)\}$ .

## 2.1 RELAÇÃO DE RECIPROCIDADE DO TIPO CONVOLUÇÃO

O teorema da convolução (BRACEWELL, 1999) é uma das ferramentas mais utilizadas em análises físicas. Sua quantidade fundamental é

$$\partial_j (\langle p^a|v_j^b\rangle_{\mathbb{R}} - \langle p^b|v_j^a\rangle_{\mathbb{R}}) = \partial_j \int_0^t (p^a(\mathbf{x}, \tau) v_j^b(\mathbf{x}, t - \tau) - p^b(\mathbf{x}, \tau) v_j^a(\mathbf{x}, t - \tau)) d\tau ,$$

em que os limites de integração obedecem a hipótese de causalidade. Aplicando as equações 2.1 e 2.2, utilizando a propriedade da equação 2.5 e considerando-se que em relação ao produto interno do tipo convolução dois meios são adjuntos se  $\kappa^a(\mathbf{x}) = \kappa^b(\mathbf{x})$

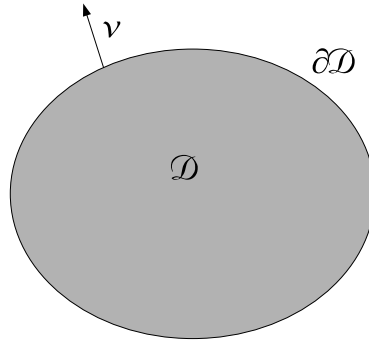


Figura 2.1: Domínio  $\mathcal{D}$  com fronteira  $\partial\mathcal{D}$ , em que ocorrem os estados acústicos  $a$  e  $b$  presentes nas relações de reciprocidade.  $\nu$  indica um vetor unitário normal a fronteira  $\partial\mathcal{D}$ .

Fonte: Do autor.

e  $\rho_{kj}^a(\mathbf{x}) = \rho_{jk}^b(\mathbf{x})$ , temos que se os meios  $a$  e  $b$  são autoadjuntos vale a relação

$$\int_{\mathbf{x} \in \partial\mathcal{D}} (\langle p^a | v_j^b \rangle_{\mathbb{R}} - \langle p^b | v_j^a \rangle_{\mathbb{R}}) \nu_j dS = \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle p^a | q^b \rangle_{\mathbb{R}} - \langle p^b | q^a \rangle_{\mathbb{R}}) dV + \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle f_j^a | v_j^b \rangle_{\mathbb{R}} - \langle f_j^b | v_j^a \rangle_{\mathbb{R}}) dV \quad (2.7)$$

## 2.2 RELAÇÃO DE RECIPROCIDADE DO TIPO CORRELAÇÃO

A correlação é muito utilizada para análises de reversão no tempo. Sua quantidade fundamental é

$$\partial_j (\langle p^a | v_j^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle v_j^a | p^b \rangle_{\mathbb{C}}) = \partial_j \int_t^{+\infty} (p^a(\mathbf{x}, \tau) v_j^b(\mathbf{x}, \tau - t) + p^b(\mathbf{x}, \tau - t) v_j^a(\mathbf{x}, \tau)) d\tau ,$$

em que os limites de integração obedecem a hipótese de causalidade. Aplicando as equações 2.1 e 2.2, utilizando a propriedade indicada na equação 2.6 temos que em relação a este produto interno, o meio adjunto de um meio satisfaz as mesmas condições para o caso do teorema da reciprocidade do tipo convolução. Se o meio apresenta relaxação isso

não ocorre. Em um mesmo meio autoadjunto vale a relação seguinte de reciprocidade

$$\int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} (\langle p^a | v_j^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle v_j^a | p^b \rangle_{\mathbb{C}}) v_j dS = \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle p^a | q^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle q^a | p^b \rangle_{\mathbb{C}}) dV + \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle f_j^a | v_j^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle v_j^a | f_j^b \rangle_{\mathbb{C}}) dV . \quad (2.8)$$

## 2.3 CONSEQUÊNCIAS DAS RELAÇÕES DE RECIPROCIDADE

As relações de reciprocidade acima são consideradas por alguns autores (HOOP; STAM, 1988) as equações fundamentais da acústica. A partir destes resultados é possível determinar representações integrais, para problemas fundamentais em acústica:

- **problema direto da fonte ou de modelagem acústica.** As propriedades físicas do meio e a fonte acústica são conhecidas em todo o domínio de propagação,  $\mathcal{D}$ , o objetivo é determinar o campo acústico em todo o domínio para todos os instantes a partir da ativação das fontes (FOKKEMA; BERG, 1993).
- **problema de inversão da fonte acústica.** As propriedades do meio são conhecidas em todo o domínio de propagação,  $\mathcal{D}$ , e o campo acústico é conhecido em um domínio de observação,  $\mathcal{D}_R$ . O objetivo é determinar o domínio ocupado pelas fontes,  $\mathcal{D}_F$ , e o sinal emitido pelas fontes (HOOP; STAM, 1988).
- **problema de espalhamento inverso.** Determinar o domínio  $\mathcal{D}_S$  e as propriedades físicas de uma heterogeneidade, conhecidos as propriedades físicas do meio encaixante,  $\mathcal{D}_E$ , as fontes e o campo espalhado pela heterogeneidade medido em um domínio de observação,  $\mathcal{D}_R$  (HOOP; STAM, 1988).
- **problema de retrocontinuação do campo acústico.** Determinar o campo acústico no interior de um domínio,  $\mathcal{D}$ , de propriedades conhecidas a partir do campo acústico medido em sua fronteira,  $\partial \mathcal{D}$  (FOKKEMA; BERG, 1993).

Outra importante consequência das relações de reciprocidade para o processamento de dados acústicos (KARRENBACH, 1995) são as simetrias que elas determinam sobre o campo acústico. Para demonstrá-las pressupõem-se que os dois estados ocorrem em um mesmo meio recíproco,  $\rho_{ij}(\mathbf{x}, t) = \rho_{ji}(\mathbf{x}, t)$ . Considera-se ainda dois tipos de fontes fundamentais para a acústica :

Fonte Puntual Explosiva (Airgun, Dinamite)

$$q(\mathbf{x}, t) = Q_0 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t'),$$

em que  $Q_0$  é a taxa de injeção de volume da fonte. Esta fonte gera em um determinado domínio de propagação os campos de pressão  $Q_0\Gamma_{00}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')$  e o campo de velocidade  $Q_0\Gamma_{i0}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')$ .

Fonte Puntual Dipolar Impulsiva

$$f_i(\mathbf{x}, t) = F_{0j}\delta_{ij}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta(t - t')$$

em que  $F_{0j}$  tem dimensão de força por unidade de volume. Esta fonte produz o campo de pressão  $\Gamma_{0j}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')$  e o campo de velocidade  $\Gamma_{ij}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')$ .

Qualquer fonte acústica pode ser representada pela superposição destes dois tipos de fontes (HOOP; STAM, 1988) e a resposta de um meio a qualquer tipo de fonte pode ser escrita em função do tensor de Green

$$\mathbf{\Gamma}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t') = \begin{pmatrix} \Gamma_{00} & \Gamma_{01} & \Gamma_{02} & \Gamma_{03} \\ \Gamma_{10} & \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{20} & \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{30} & \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix},$$

como será mostrado posteriormente. Portanto todas as simetrias do tensor de Green são propriedades de qualquer campo acústico. Para estabelecer as simetrias do tensor de Green, vamos considerar que os dois estados acústicos a que se referem as relações de reciprocidade ocorrem em um mesmo meio recíproco e são produzidos por um dos dois tipos de fontes apresentados acima. Na dedução destas propriedades considera-se que as condições de fronteira são homogêneas, ou seja, a pressão é nula sobre a fronteira (fronteira livre), a velocidade da partícula se anula na fronteira (fronteira rígida), ou ainda a fronteira está a uma distância muito grande da fonte. Nestes casos a integral sobre a fronteira do domínio  $\mathcal{D}$  que aparece nas relações de reciprocidade se anula.

### Simetrias do tensor de Green que decorrem da relação de convolução

**Caso 1:** Os estados acústicos  $a$  e  $b$  são produzidos, respectivamente, pelas fontes fundamentais:

$$\{q^a = Q_0^a\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a)\delta(t - t^a); f_i^a = 0\}$$

e

$$\{q^b = Q_0^b\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)\delta(t - t^b); f_i^b = 0\}.$$

Substituindo a expressão para as fontes e os respectivos campos associados a cada fonte em (2.7) resulta na expressão

$$\int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left[ \int_0^\tau Q_0^a\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a)\delta(t - t^a)\Gamma_{00}^b(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}^b, t^b)dt \right] dV \quad -$$

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_0^\tau Q_0^b \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(\tau - t - \tau^b) \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 .$$

Finalmente, efetuando as integrais,

$$Q_0^a \Gamma_{00}^b(\mathbf{x}^a, \tau - t^a; \mathbf{x}^b, t^b) = Q_0^b \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}^b, \tau - t^b; \mathbf{x}^a, t^a) .$$

Segue imediatamente desta relação, tomando-se  $t^a = t^b = 0$ , que

$$\boxed{Q_0^a \Gamma_{00}^b(\mathbf{x}^a, \tau; \mathbf{x}^b, 0) = Q_0^b \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0) .}$$

A interpretação física deste resultado é imediata: *para uma mesma fonte de injeção de volume, permutando a posição da fonte e do receptor o campo de pressão observado é o mesmo.*

**Caso 2:** As fontes que produzem os estados acústicos no meio são:

$$\{q^a = 0; f_i^a = F_{0j}^a \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a)\}$$

e

$$\{q^b = 0; f_i^b = F_{0j}^b \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - t^b)\} .$$

Substituindo a expressão para as fontes e os respectivos campos associados em (2.7) resulta na expressão

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_0^\tau F_{0n}^a \delta_{nk} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a) \Gamma_{km}^b(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}^b, t^b) dt \right] dV - \\ & \int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_0^\tau F_{0m}^b \delta_{mk} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(\tau - t - t^b) \Gamma_{kn}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 . \end{aligned}$$

Efetuando a integração,

$$F_{0n}^a \Gamma_{nm}^b(\mathbf{x}^a, \tau - t^a; \mathbf{x}^b, t^b) = F_{0m}^b \Gamma_{mn}^a(\mathbf{x}^b, \tau - t^b; \mathbf{x}^a, t^a) .$$

Segue imediatamente, avaliando esta expressão para  $t^a = t^b = 0$ , a relação de reciprocidade para o campo de velocidades

$$\boxed{F_{0n}^a \Gamma_{nm}^b(\mathbf{x}^a, \tau; \mathbf{x}^b, 0) = F_{0m}^b \Gamma_{mn}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0) .}$$

*Para uma fonte dipolar de mesma intensidade, permutando-se simultaneamente a posição de fonte e receptor e a direção de polarização da fonte com a direção de polarização do receptor o campo observado é o mesmo.*

**Caso 3:** Os estados acústicos são produzidos pelas fontes

$$\{q^a = Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a), f_i^a = 0\}$$

e

$$\{q^b = 0; f_i^b = F_{0j}^b \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - t^b) \} .$$

Substituindo estas fontes e os respectivos campos em (2.7)

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_0^\tau Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a) \Gamma_{0m}^b(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}^b, t^b) dt \right] dV -$$

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_0^\tau F_{0m}^b \delta_{mk} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(\tau - t - t^b) \Gamma_{0k}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 .$$

Efetuando a integração,

$$Q_0^a \Gamma_{0m}^b(\mathbf{x}^a, \tau - t^a; \mathbf{x}^b, t^b) = F_{0m} \Gamma_{m0}^a(\mathbf{x}^b, \tau - t^b; \mathbf{x}^a, t^a)$$

avaliando esta expressão para  $t^a = t^b = 0$

$$\boxed{Q_0^a \Gamma_{0m}^b(\mathbf{x}^a, \tau; \mathbf{x}^b, 0) = F_{0m} \Gamma_{m0}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0)}$$

*Permutando-se a posição de fonte e receptor a componente do campo de velocidade produzido por uma fonte explosiva é proporcional ao campo de pressão produzido por uma fonte dipolar com a direção de polarização na mesma direção em que a velocidade foi medida.*

### Simetrias do tensor de Green que decorrem da relação de correlação

Se nos restringirmos a meios causais as relações de reciprocidade do tipo correlação determinam as simetrias do tensor de Green sob reversão no tempo. Neste caso o meio recíproco é caracterizado pela simetria do tensor de densidade  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ .

**Caso 1:** Considerando que os estados  $a$  e  $b$  são produzidos pelas fontes

$$\{q^a = Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a); f_i^a = 0\}$$

e

$$\{q^b = Q_0^b \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - t^b); f_i^b = 0\} .$$

Substituindo as fontes e seus respectivos campos em (2.8)

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_\tau^{+\infty} Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a) \Gamma_{00}^b(\mathbf{x}, t - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) dt \right] dV +$$

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_\tau^{+\infty} Q_0^b \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - \tau - t^b) \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 .$$

Efetuando a integração,

$$Q_0^a \Gamma_{00}^b(\mathbf{x}^a, t^a - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) + Q_0^b \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}^b, \tau + t^b; \mathbf{x}^a, t^a) = 0 \quad .$$

Avaliando esta expressão para  $t^a = t^b = 0$ , resulta na relação

$$\boxed{Q_0^a \Gamma_{00}^b(\mathbf{x}^a, -\tau; \mathbf{x}^b, 0) = -Q_0^b \Gamma_{00}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0) \quad .}$$

*Para uma mesma fonte de injeção de volume, ao se permutar a posição de fonte e receptor e efetuar-se um experimento de reversão temporal o campo de pressão observado após o mesmo intervalo de tempo tem a mesma intensidade e polaridade reversa.*

**Caso 2:** Os dois estados acústicos são produzidos pelas fontes

$$\{q^a = 0; f_i^a = F_{0j}^a \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a)\}$$

e

$$\{q^b = 0; f_i^b = F_{0j}^b \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - t^b)\}$$

Substituindo as fontes e seus respectivos campos em (2.8)

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_{\tau}^{+\infty} F_{0n}^a \delta_{kn} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a) \Gamma_{km}^b(\mathbf{x}, t - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) dt \right] dV + \int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_{\tau}^{+\infty} F_{0m}^b \delta_{km} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - \tau - t^b) \Gamma_{kn}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 \quad .$$

Efetuando a integração,

$$F_{0n}^a \Gamma_{nm}^b(\mathbf{x}^a, t^a - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) + F_{0m}^b \Gamma_{mn}^a(\mathbf{x}^b, \tau + t^b; \mathbf{x}^a, t^a) = 0 \quad ,$$

e avaliando o resultado para  $t^a = t^b = 0$ ,

$$\boxed{F_{0n}^a \Gamma_{nm}^b(\mathbf{x}^a, -\tau; \mathbf{x}^b, 0) = -F_{0m}^b \Gamma_{mn}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0) \quad .}$$

*O resultado acima nos mostra que, ao trocarmos a fonte e o receptor e a direção de polarização da fonte com a direção de polarização do receptor, ao efeturarmos a reversão no tempo decorrido o mesmo intervalo de tempo o campo de velocidade observado tem a mesma intensidade mas polaridade reversa.*

**Caso 3:** As fontes que geram os estados  $a$  e  $b$  são

$$\{q^a = Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a); f_i^a = 0\}$$

e

$$\{q^b = 0; f_i^b = F_{0j}^b \delta_{ij} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - t^b)\}$$

Substituindo as fontes e seus respectivos campos em (2.8)

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_{\tau}^{+\infty} Q_0^a \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^a) \delta(t - t^a) \Gamma_{0n}^b(\mathbf{x}, t - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) dt \right] dV +$$

$$\int_{\mathbf{x} \in D} \left[ \int_{\tau}^{+\infty} F_{0n}^b \delta_{nm} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \delta(t - \tau - t^b) \Gamma_{m0}^a(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^a, t^a) dt \right] dV = 0 .$$

Efetuada a integração,

$$Q_0^a \Gamma_{0n}^b(\mathbf{x}^a, t^a - \tau; \mathbf{x}^b, t^b) + F_{0n}^b \Gamma_{n0}^a(\mathbf{x}^b, \tau + t^b; \mathbf{x}^a, t^a) = 0 ,$$

e avaliando o resultado para  $t^a = t^b = 0$ ,

$$\boxed{Q_0^a \Gamma_{0n}^b(\mathbf{x}^a, -\tau; \mathbf{x}^b, 0) = -F_{0n}^b \Gamma_{n0}^a(\mathbf{x}^b, \tau; \mathbf{x}^a, 0)}$$

*O campo de pressão produzido por uma fonte dipolar em um experimento de reversão temporal é proporcional e com polaridade reversa ao campo de velocidade produzido por uma fonte explosiva observado na mesma direção da fonte dipolar.*

Estas simetrias do tensor de Green tem aplicações importantes no processamento de dados acústicos. Na extrapolação de dados acústicos, as relações de reciprocidade são a base da utilização de dados coletados com diferentes geometrias de aquisição, ou na equalização de dados acústicos efetuados com fontes de diferentes atributos (KARRENBACH, 1995).

## 2.4 REVERSÃO NO TEMPO

Utilizando as relações de reciprocidade acima e as simetrias do tensor de Green é possível formular o problema de reversão temporal do campo acústico. Considerando que os dois estados acústicos ocorrem em um meio instantaneamente reativo e recíproco,  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ , a relação de reciprocidade do tipo correlação se reduz a forma

$$\int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} (\langle p^a | v_k^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle v_k^a | p^b \rangle_{\mathbb{C}}) \nu_k dS =$$

$$\int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle p^a | q^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle q^a | p^b \rangle_{\mathbb{C}}) dV + \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} (\langle f_k^a | v_k^b \rangle_{\mathbb{C}} + \langle v_k^a | f_k^b \rangle_{\mathbb{C}}) dV .$$

O estado  $a$  é formado pelos campos observados  $\{P(\mathbf{x}, t); v_j(\mathbf{x}, t)\}$  causados pela distribuição de fontes de injeção de volume e dipolos  $\{q(\mathbf{x}, t); f_j(\mathbf{x}, t)\}$ ; o estado  $b$  é um estado computacional descrito pelos campos  $\{\Gamma_{00}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t'); \Gamma_{j0}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')\}$  produzidos por uma fonte  $\{q^b(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t'); f_j^b(\mathbf{x}, t) = 0\}$ . Substituindo estes estados na relação acima

$$\int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} p(\mathbf{x}, \tau) \Gamma_{k0}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') d\tau \right) \nu_k dS +$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} v_k(\mathbf{x}, \tau) \Gamma_{00}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') d\tau \right) \nu_k dS = \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} p(\mathbf{x}, \tau) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(\tau - t - t') d\tau \right) dV + \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} \Gamma_{00}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') q(\mathbf{x}, \tau) d\tau \right) dV + \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} \Gamma_{k0}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') f_k(\mathbf{x}, \tau) d\tau \right) dV.
\end{aligned}$$

Efetuada a integral e tendo em vista as aplicações , em que o tempo de registro de um experimento é sempre finito,  $T$ , utilizamos as relações de reciprocidade do tensor de Green que decorrem da relação de reciprocidade do tipo convolução e obtemos a seguinte expressão para reversão temporal do campo de pressão

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}, t) = & - \int_{\mathbf{x}' \in \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{00}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) q(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) dV \\
& - \int_{\mathbf{x}' \in \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{0k}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) f_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) dV \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{0k}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) p(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{00}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) v_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS .
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Particularmente, considerando experimentos em que a duração de ativação da fonte é finita, e considerando instantes  $t$  em que as fontes já estão desativadas

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{x}, t) = & \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{0k}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) p(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{00}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) v_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS , \quad t \geq 0
\end{aligned} \tag{2.10}$$

A expressão para a continuação do campo de velocidades pode ser obtida tomando como estado  $b$  os campos  $\{\Gamma_{0n}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t'); \Gamma_{jn}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}', t')\}$  produzidos por uma fonte  $\{q^b(\mathbf{x}, t) = 0; f_k^b(\mathbf{x}, t) = \delta_{kj} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t')\}$ ,

$$\int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} p(\mathbf{x}, \tau) \Gamma_{kj}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') d\tau \right) \nu_k dS +$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\mathbf{x} \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} v_k(\mathbf{x}, \tau) \Gamma_{0j}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') d\tau \right) \nu_k dS = \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} \Gamma_{0j}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') q(\mathbf{x}, \tau) d\tau \right) dV + \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} v_k(\mathbf{x}, \tau) \delta_{kj} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(\tau - t - t') d\tau \right) dV + \\
& \int_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \left( \int_t^{+\infty} \Gamma_{kj}(\mathbf{x}, \tau - t; \mathbf{x}', t') f_k(\mathbf{x}, \tau) d\tau \right) dV .
\end{aligned}$$

Aplicando os procedimentos descritos na dedução de 2.9 obtemos

$$\begin{aligned}
v_j(\mathbf{x}, t) = & - \int_{\mathbf{x}' \in \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{j0}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) q(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) dV \\
& - \int_{\mathbf{x}' \in \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{jk}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) f_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) dV \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{jk}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) P(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{j0}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) v_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS .
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Particularizando para experimentos em que a duração de ativação da fonte é finita, e considerando os instantes  $t$  em que a fonte já está desativada

$$\begin{aligned}
v_j(\mathbf{x}, t) = & \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{jk}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) P(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS \\
& + \int_{\mathbf{x}' \in \partial \mathcal{D}} \left( \int_0^{T-t} \Gamma_{j0}(\mathbf{x}, T - t; \mathbf{x}', \zeta) v_k(\mathbf{x}', T - \zeta) d\zeta \right) \nu_k dS \quad t \geq 0 .
\end{aligned} \tag{2.12}$$

é importante observar que todas as componentes do tensor de Green nas expressões (2.9) e (2.11) são causais, indicando que esta operação é fisicamente realizável.

### 3 MIGRAÇÃO RTM PRÉ-EMPILHAMENTO

A migração reversa no tempo de dados pré-empilhamento está baseada na condição de imagem do tipo correlação. Esta condição foi proposta por (CLAERBOUT, 1985) para métodos de migração usando a continuação para baixo do campo de ondas.

Para formar a imagem, o campo de ondas produzido pela fonte é propagado por todo o domínio que se deseja imagear. A seguir o campo de ondas registrado nos receptores é propagado para o mesmo domínio, em ordem reversa a que foi registrado em cada geofone (reversão no tempo). Em cada ponto do domínio a ser imageado, o campo de ondas produzido pela fonte é correlacionado com o campo de ondas produzido pelo campo das fontes propagado usando a reversão temporal. Um refletor é identificado pela correlação com afastamento nulo. Utilizando esta condição de imagem a migração RTM foi implementada por (KOSLOFF; BAYSAL, 1983) e (BAYSAL; KOSLOFF; SHERWOOD, 1983).

A implementação da migração reversa é um procedimento de dois passos. O primeiro passo é uma continuação do campo de onda no tempo ou em profundidade. Em sua forma mais simples, a continuação no tempo do campo de onda usa a reversibilidade temporal da equação da onda para retropropagar este campo de um tempo final para um inicial. O segundo passo envolve uma condição de imagem para construir uma reflectividade ou impedância do campo de onda continuado. Uma das condições mais usadas (correlação cruzada) estabelece que um refletor existe em um ponto no espaço e no tempo onde os campos da fonte e o retropropagado dos receptores coincidem. Utilizando esta condição de imagem a migração RTM foi implementada por (KOSLOFF; BAYSAL, 1983) e (BAYSAL; KOSLOFF; SHERWOOD, 1983). Outra condição de imagem (vetor poyting) baseia-se na direção de propagação do campo. Esta nova condição permite eliminar artefatos indesejáveis provocados pela correlação entre os campos.

A implementação da RTM usando diferenças finitas é computacionalmente mais dispendiosa que a migração usando continuação para baixo do campo de ondas (BIONDI, 2006). Esta característica levou a indústria a utilizar métodos de continuação para mi-

gração usando diretamente a equação da onda. O desenvolvimento de computadores paralelos de baixo custo somado aos desafios atuais da exploração sob domos salinos e áreas com forte contraste de velocidade estão trazendo novamente o interesse por este método de migração. Na última reunião anual da SEG uma seção inteira foi dedicada a este método.

A migração RTM está sendo reavaliada mesmo para métodos de análise de velocidade, em que repetidas migrações são efetuadas para orientar a estimativa de modelos de velocidade. Embora estas linhas de investigação estejam ainda restritas a pesquisa, algumas prestadoras de serviços já comercializam implementações da migração RTM.

Neste capítulo apresento uma revisão das condições de imagem propostas na literatura e a análise assintótica da migração RTM para o modelo de um único refletor em um meio homogêneo. Esta análise, baseada no trabalho de (MATTHEW et al., 2005) obteve uma expressão que inclui o estiramento do pulso migrado. Este tipo de análise pode contribuir para o desenvolvimento de algoritmos de migração RTM com preservação de amplitude. Esta ainda é uma limitação do método, o qual tem como pontos fortes ser capaz de migrar a eventos com qualquer mergulho, eventos iluminados por *turning waves* e utilizar uma solução exata da equação da onda para qualquer modelo de velocidade.

### Condição de imagem correlação cruzada

A migração RTM é mais geral que qualquer migração utilizando o método de continuação para baixo. A condição de imagem clássica da migração RTM é a correlação cruzada. Ela consiste, em primeiro lugar, na retropropagação do campo medido pelos geofones ou hidrofones. Em segundo lugar, faz-se uma correlação entre o campo direto da fonte sísmica e o campo retropropagado dos receptores. No ponto em que estes campos coincidem, com um tempo de atraso nulo, temos a imagem de um ponto refletor em sub-superfície. A condição de imagem da migração RTM para dados pré-empilhamento pode ser expressa como:

$$I(\mathbf{x}) = \int_0^{t_{max}} p_s(\mathbf{x}, t)p_r(\mathbf{x}, t)dt \quad (3.1)$$

### Condições com compensação de iluminação

A condição de imagem do tipo correlação apresenta limitações. Entre estas está a incapacidade de compensar a amplitude da imagem em regiões em que a amplitude dos campos incidentes é muito pequena, denominadas regiões de baixa iluminação. Esta característica produz distorções na imagem migrada. Para compensar estes efeitos foi

proposta a condição de imagem:

$$I(\mathbf{x}) = \frac{\int_0^{t_{max}} p_s(\mathbf{x}, t)p_r(\mathbf{x}, t)dt}{\int_0^{t_{max}} p_s(\mathbf{x}, t)p_s(\mathbf{x}, t)dt}. \quad (3.2)$$

Recentemente, (KAELIN; GUITTON, 2006) propuseram a condição de imagem

$$I(\mathbf{x}) = \frac{\int_0^{t_{max}} p_s(\mathbf{x}, t)p_r(\mathbf{x}, t)dt}{\int_0^{t_{max}} p_r(\mathbf{x}, t)p_r(\mathbf{x}, t)dt}. \quad (3.3)$$

Os autores argumentam que esta condição de imagem reduz distorções com maior eficácia e realça refletores mais profundos.

Estas condições de imagem acrescentam o custo adicional de se armazenar o termo do denominador em disco para poder aplicar a condição de imagem.

### Condição de imagem usando o vetor Poynting

Uma outra fonte de artefatos na migração reversa no tempo é produzida pela correlação com eventos indesejáveis: ondas laterais, retroespalhamento durante a propagação dos campos, etc. Uma característica destes eventos é que os campos correlacionados apresentam grandes ângulos de incidência. Estes artefatos possuem características comuns de modo que ao correlacionarmos os campos da fonte e o retropropagado dos receptores temos que suas direções de propagação são quase opostas. A redução destas distorções requer a eliminação da correlação entre campos de direções opostas.

A partir da direção de propagação do campo podemos distinguir eventos de reflexão, que propagam-se na mesma direção, de eventos de reverberação que propagam-se em direções opostas. O vetor Poynting, uma medida do fluxo de energia, nos fornece a ferramenta matemática necessária para computar a direção de propagação da onda. Por ser uma onda longitudinal, a direção do vetor fluxo de potência,  $\mathbf{S}$ , coincide com a direção do raio. O vetor Poynting para campos acústicos é definido por

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)p(\mathbf{x}, t). \quad (3.4)$$

Baseados na relação acima, (YOON; MARFURT, 2006) propuseram uma condição de imagem que limita o ângulo de incidência entre campo incidente e campo espalhado utilizados para migração. Pressupondo que o ângulo de incidência pode ser estimado pela relação

$$\cos \theta(\mathbf{x}, t) = \frac{\mathbf{v}_s p_s(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}_r p_r(\mathbf{x}, t)}{|\mathbf{v}_s p_s(\mathbf{x}, t)| |\mathbf{v}_r p_r(\mathbf{x}, t)|},$$

a condição de imagem é expressa da seguinte forma

$$I(\mathbf{x}, t) = \frac{\int p_s(\mathbf{x}, t)p_r(\mathbf{x}, t)W(\cos \theta)dt}{\int [p_s(\mathbf{x}, t)]^2 dt},$$

em que a função peso  $W(\theta)$  filtra os eventos dentro de uma faixa de ângulos de incidência prescrita pelo usuário

$$W(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{se } \theta < \theta_{max} , \\ 0 & \text{caso contrário .} \end{cases} \quad (3.5)$$

Para implementar esta condição de imagem é necessário armazenar os campos de fluxo de potência, o que reduz a eficiência computacional do método.

Há ainda mais abordagem para reduzir distorções na migração reversa no tempo. (GUITTON; KAELIN; BIONDI, 2007) propuseram filtrar a imagem migrada.

### 3.1 ANÁLISE DA MIGRAÇÃO RTM USANDO O MÉTODO DA FASE ESTACIONÁRIA

A seguir o método proposto por (MATTHEW et al., 2005) é aplicado para análise da amplitude da migração obtida pela migração RTM para o caso de um refletor plano com mergulho arbitrário e geometria de aquisição ilimitada. O resultado obtido nesta dedução difere do resultado publicado pelos autores devido a um termo de estiramento do pulso migrado para refletores com mergulho.

#### O método da fase estacionária para integrais multidimensionais

O método da fase estacionária para integrais multidimensionais prescreve o termo de maior ordem na aproximação assintótica de integrais do tipo Fourier,

$$I(\omega) = \int_{\Omega} G(\mathbf{x}) \exp[-i\omega\Phi(\mathbf{x})]d^n\mathbf{x}. \quad (3.6)$$

Considerando um ponto de fase estacionária,  $\mathbf{x}_0$ , tal que

$$\nabla\Phi(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0} \quad \mathbf{x}_0 \in \Omega$$

que não são singular, ou seja,

$$|\nabla\nabla^T\Phi(\mathbf{x}_0)| \neq 0$$

demonstra-se em (BLEISTEIN; HANDELSON, 1975) que a contribuição de  $\mathbf{x}_0$  para o termo

de maior ordem na aproximação assintótica da integral no limite  $\omega \rightarrow \infty$  é

$$I(\omega) \approx \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{n/2} \frac{G(\mathbf{x}_0)}{\sqrt{|\nabla\nabla^T\Phi(\mathbf{x}_0)|}} \exp \left[ -i\omega\Phi(\mathbf{x}_0) - i\frac{\pi}{4} \text{sig} \left( \nabla\nabla^T\Phi(\mathbf{x}_0) \right) \right], \quad (3.7)$$

em que  $\text{sig}(\nabla\nabla^T\Phi(\mathbf{x}_0))$  representa a assinatura da matriz Hessiana definida como a diferença entre o número de autovalores positivos e o número de autovalores negativos da matriz.

Na aplicação do método da fase estacionária para análise da condição de imagem na migração RTM considera-se o domínio  $\Omega$  ilimitado com fontes e receptores distribuídos uniformemente sobre a superfície. O meio é homogêneo com um único refletor plano mergulhando na direção indicada pela coordenada  $x$  e formando um ângulo  $D$  com o plano horizontal. Nesta seção seguiremos o trabalho de (MATTHEW et al., 2005) que apresentaram os resultados do método da fase estacionária para este modelo. O resultado que foi obtido neste trabalho difere do resultado publicado por um termo de estiramento do pulso migrado.

Considerando que o refletor é definido pelo plano

$$\mathbf{x}_r(x, y) = x \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 + (z_d + x \tan D) \mathbf{e}_3,$$

a fonte imagem associada a uma fonte na superfície em  $\mathbf{x}_s$  está na posição

$$\mathbf{x}_s^I(x_s, y_s) = \mathbf{x}_s + (2z_s \cos D) \mathbf{n},$$

em que  $\mathbf{n} = -\sin D \mathbf{e}_1 + \cos D \mathbf{e}_3$  é a normal ao refletor. Efetuando a substituição de  $\mathbf{n}$  na equação acima obtem-se

$$\mathbf{x}_s^I(x_s, y_s) = (x_s \cos 2D - z_d \sin 2D) \mathbf{e}_1 + y_s \mathbf{e}_2 + 2(x_s \sin D \cos D + z_d \cos^2 D) \mathbf{e}_3.$$

Para aplicarmos a condição de imagem na migração reversa no tempo, é necessário conhecer as expressões para o campo incidente e o campo refletido sobre o refletor. Considerando uma fonte explosiva com injeção de volume  $q(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)w(t)$ , em que  $w(t)$  representa o pulso fonte e  $\mathbf{x}_s = (x_s, y_s, 0)$  representa as coordenadas da fonte na superfície. A solução para o campo de pressão em um meio acústico homogêneo produzido por esta fonte é

$$p_s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s, 0) = \frac{C}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} w' \left( t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|}{c_P} \right)$$

em que  $c_P$  representa a velocidade de propagação das ondas P no meio e  $C$  é uma constante (CERVENY, 2001). O campo de pressão associado a reflexão, registrado no geofone

localizado na posição  $\mathbf{x}_g = (x_r, y_r, 0)$ , é dado por (MATTHEW et al., 2005)

$$p_r(\mathbf{x}_r, t; \mathbf{x}_s, 0) = \frac{CR(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} w' \left( t - \frac{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|}{c_P} \right).$$

Na implementação da migração RTM o campo registrado nos geofone é propagado na ordem reversa no tempo, ou seja, na posição de cada geofone uma fonte explosiva é ativada em que a injeção é

$$w_b(t; \mathbf{x}_r) = p_r(\mathbf{x}_r, t_{max} - t; \mathbf{x}_s, 0) = \frac{CR(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} w'' \left( t_{max} - t - \frac{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|}{c_P} \right).$$

Portanto a solução para o campo retropropagado no meio é

$$p_b(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_r, 0) = \frac{C}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r|} w_b'' \left( t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r|}{c_P} \right),$$

substituindo o valor de  $w_b(t, \mathbf{x}_r)$  na expressão acima obtem-se

$$p_b(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_r, 0) = \frac{C^2 R(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} w'''' \left( t_{max} - t + \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r|}{c_P} - \frac{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|}{c_P} \right),$$

A condição de imagem na migração RTM é dada pela correlação entre o campo incidente e o campo retropropagado com deslocamento nulo (CLAERBOUT, 1985). Considerando fontes e receptores distribuídos uniformemente na superfície

$$I(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_s \int_{-\infty}^{+\infty} dy_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx_r \int_{-\infty}^{+\infty} dy_r \int_0^{t_{max}} dt p_s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) p_b(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_r).$$

Considerando que o pulso fonte é causal e que não há eventos registrados após o instante  $t_{max}$

$$I(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_s \int_{-\infty}^{+\infty} dy_s \int_{-\infty}^{+\infty} dx_r \int_{-\infty}^{+\infty} dy_r \int_{-\infty}^{+\infty} dt p_s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) p_b(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_r).$$

Usando o teorema de Parseval (BRACEWELL, 1999)

$$I(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_s dy_s dx_r dy_r \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega P_s(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_s) P_b^*(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_r),$$

em que o asterisco indica o complexo conjugado. Observando que

$$P_s(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_s) = \frac{C}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} (-i\omega)^2 W(\omega) e^{-i\omega|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|/c_P}$$

e

$$P_r(\mathbf{x}, \omega; \mathbf{x}_r) = \frac{C^2 R(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} (i\omega)^4 W(\omega) e^{i\omega(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| - |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|)/c_P}$$

Substituindo estas expressões na condição de imagem

$$I(\mathbf{x}) = \frac{C^3}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega (-i\omega)^6 W^2(\omega) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_s dy_s dx_r dy_r \frac{R(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} e^{-i\omega(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s| + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| - |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|)/c_P} \right]$$

Seguindo o trabalho de (MATTHEW et al., 2005) a integral entre colchetes pode ser avaliada no limite de altas frequências pelo método da fase estacionária, neste caso

$$G(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = \frac{R(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|}$$

e

$$\Phi(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s) = (|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s| + |\mathbf{x} - \mathbf{x}_r| - |\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|) / c_P$$

### Avaliação dos pontos críticos

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_s} = \frac{1}{c_P} \left( -\frac{x - x_s}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} + \frac{x_r \cos 2D - x_s - z_d \sin 2D}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} \right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_r} = \frac{1}{c_P} \left( -\frac{x - x_r}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} - \frac{x_r - x_s \cos 2D + z_d \sin 2D}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y_s} = \frac{1}{c_P} \left( -\frac{y - y_s}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} + \frac{y_r - y_s}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y_r} = \frac{1}{c_P} \left( -\frac{y - y_r}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|} - \frac{y_r - y_s}{|\mathbf{x}_r - \mathbf{x}_s^I|} \right) \quad (3.11)$$

de (3.10) e (3.11) segue que

$$y_s = y_r = y \equiv y_0$$

de (3.8) e (3.9) observa-se que  $x_s$  e  $x_r$  aparecem simetricamente nestas equações, tomando-se então

$$x_s = x_r = x_0$$

e substituindo em (3.8) obtem-se

$$x_0 = x + z \tan D .$$

Assim o ponto estacionário é o ponto de afastamento nulo na posição

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_0 = (x + z \tan D) \mathbf{e}_1 + y \mathbf{e}_2 . \quad (3.12)$$

Avaliando-se  $G(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)$  e  $\Phi(\mathbf{x}_r, \mathbf{x}_s)$  no ponto estacionário obtem-se

$$G(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = \frac{R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^2 |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \quad (3.13)$$

e

$$\Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = \frac{2}{c_P} \cos D (z - z_d + x \tan D) . \quad (3.14)$$

O coeficiente de reflexão  $R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)$  representa o coeficiente para incidência normal.

### Avaliação do hessiano

A avaliação do hessiano no ponto estacionário resulta nas seguintes componentes não nulas

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial x_s \partial x_s} = \frac{\cos^2 D}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} - \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) , \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial x_r \partial x_s} = \frac{\cos^2 D}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) , \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial x_r \partial x_r} = \frac{\cos^2 D}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} - \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) , \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial y_s \partial y_s} = \frac{1}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} - \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) , \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial y_r \partial y_s} = \frac{1}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) , \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\partial y_r \partial y_r} = \frac{1}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} - \frac{1}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) . \quad (3.20)$$

Avaliando-se o determinante

$$\sqrt{|\nabla \nabla^T \Phi(\mathbf{x}_0)|} = \frac{2 \cos^3 D |x \tan D + z_d - z|}{c_P^2 |\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^2 |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \quad (3.21)$$

### Avaliação da assinatura do hessiano

Para avaliar a assinatura do hessiano no ponto estacionário deve-se avaliar os autova-

lores da matriz hessiana, para isso é necessário resolver a equação

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_s \partial x_s} - \lambda & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_r \partial x_s} & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_r \partial x_s} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_s \partial x_s} - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_s \partial y_s} - \lambda & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_r \partial y_s} \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_r \partial y_s} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_s \partial y_s} - \lambda \end{vmatrix}_{\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_0} = 0 .$$

Devido a estrutura desta matriz a avaliação dos autovalores se reduz a avaliação do determinante de duas submatrizes de ordem 2,

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_s \partial x_s} - \lambda & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_r \partial x_s} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_r \partial x_s} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_s \partial x_s} - \lambda \end{vmatrix}_{\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_0} = 0$$

e

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_s \partial y_s} - \lambda & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_r \partial y_s} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_r \partial y_s} & \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_s \partial y_s} - \lambda \end{vmatrix}_{\mathbf{x}_s = \mathbf{x}_r = \mathbf{x}_0} = 0 .$$

A solução destas equações é imediata e resulta no seguinte conjunto de alto valores

$$\lambda_{1,3} = \frac{1}{c_P} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} = \frac{1}{c_P} \frac{\cos D}{z}$$

e

$$\begin{aligned} \lambda_{2,4} &= \frac{1}{c_P} \left( \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|} - \frac{2}{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_s^I|} \right) \\ &= \frac{\cos^2 D}{c_P} \left( \frac{[x \tan D + (z_d - z)]}{\frac{z}{\cos D} + [x \tan D + (z_d - z)] \cos D} \right) . \end{aligned}$$

Observa-se que os autovalores  $\lambda_{1,3}$  são sempre positivos pois  $z > 0$ . Os autovalores  $\lambda_{2,4}$  são positivos para  $z < x \tan D + z_d$ , ou seja, se o ponto imagem está acima do refletor, caso contrário,  $\lambda_{2,4}$  são negativos. Portanto, a assinatura do hessiano é igual a 4 se o ponto imagem está acima do refletor e 0 (zero) se o ponto imagem está abaixo do refletor. Usando estes resultados para avaliar o termo de fase

$$e^{-i \frac{\pi}{4} \text{sig}(\nabla \nabla^T \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0))} = \begin{cases} -1 & , \text{ se } z < z_d + x \tan D \\ +1 & , \text{ se } z > z_d + x \tan D \end{cases}$$

estes resultados podem ser expressos por

$$e^{-i \frac{\pi}{4} \text{sig}(\nabla \nabla^T \Phi(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0))} = -\text{sign}(z_d + x \tan D - z) . \quad (3.22)$$

Uma vez determinado o ponto estacionário e avaliadas todas as quantidades necessárias na aproximação da fase estacionária e substituindo na condição de imagem

obtem-se

$$I(\mathbf{x}) \approx \pi C^3 c_P^3 \frac{R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\cos^3 D} \frac{\text{sign}(x \tan D + z_d - z)}{|x \tan D + z_d - z|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega (-i\omega)^4 W^2(\omega) e^{-i2\omega(z - z_d - x \tan D) \cos D / c_P}$$

Avaliando a integral usando o teorema da convolução e as propriedades da transformada de Fourier

$$I(\mathbf{x}) \approx \pi C^3 c_P^3 \frac{R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)}{\cos^3 D} \frac{\text{sign}(x \tan D + z_d - z)}{|x \tan D + z_d - z|} w'' \left[ \frac{2 \cos D}{c_P} (x \tan D + z_d - z) \right] \otimes w'' \left[ \frac{2 \cos D}{c_P} (x \tan D + z_d - z) \right]. \quad (3.23)$$

Como destacamos anteriormente esta expressão coincide com a expressão obtida por (MATTHEW et al., 2005) exceto pelo fator de estiramento do pulso,  $\cos D$ , no argumento do pulso sísmico que indica que o pulso sofre um estiramento quando o refletor está mergulhando. (MATTHEW et al., 2005) analisando a expressão acima destacam:

- a) o espalhamento geométrico é corrigido mesmo não sendo levado na condição de imagem nenhum termo de compensação de amplitude;
- b) o pulso é anti-simétrico em relação á profundidade do refletor;
- c) o termo  $1/|x \tan D + z_d - z|$  faz com que o pulso decaia em função da distância vertical ao refletor;

### Condição de imagem usando um fator de obliquidade

Considerando-se refletores inclinados, o método proposto por (MATTHEW et al., 2005) apresenta um termo de estiramento ( $1/\cos^3 D$ ) do pulso migrado. Assim, a amplitude do sinal cai com este termo. Com o objetivo de eliminar este termo de estiramento propõe-se uma nova condição de imagem em que faz-se uma multiplicação deste termo por um fator  $\cos^3 D$  que é equivalente ao fator de obliquidade na migração Kirchhoff.

A partir do vetor Poynting podemos limitar o ângulo de incidência entre os campos da fonte e o retropropagado dos receptores:

$$\cos \theta(\mathbf{x}, t) = \frac{\mathbf{S}_s \cdot \mathbf{S}_r}{|\mathbf{S}_s| |\mathbf{S}_r|}$$

Levando em conta que ( $\cos \theta = \cos 2\alpha$ ) obtemos então o fator de multiplicação que é dado por

$$\cos^3 \alpha = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\mathbf{S}_s \cdot \mathbf{S}_r}{|\mathbf{S}_s| |\mathbf{S}_r|} \right) \right]^{3/2}$$

Quando os campos de onda da fonte e o retropropagado dos receptores possuem ângulos de incidência normal, que é exatamente em pontos estacionários, o ângulo  $\alpha$  é correspondente ao ângulo ( $D$ ) de mergulho da camada.

## 4 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Para implementar o espelho de reversão no tempo, e determinar o campo de pressão para qualquer ponto no interior da fronteira  $\partial\mathcal{D}$  em um instante no passado, basta propagar os campos observados a partir dos receptores na ordem inversa a que foram registrados. Estritamente, a igualdade em (2.9) e (2.11) só se mantém se toda a energia da fonte acústica já houver atravessado os receptores distribuídos sobre fronteira,  $\partial\mathcal{D}$ , após o intervalo de tempo de observação  $0 - T$ . Caso isto não aconteça estas expressões produzem uma estimativa do campo acústico com a fração de energia que atingiu a fronteira. Em meios altamente heterogêneos ou aleatórios, mesmo que perfeitamente elásticos, para qualquer intervalo finito de observação, parte da energia acústica sofre uma quantidade arbitrariamente grande de espalhamentos múltiplos e não atinge os receptores na fronteira. Nestes casos o meio se comporta como se apresentasse uma atenuação efetiva e as igualdades acima devem ser entendidas como estimativas do campo acústico. Estas estimativas, embora corretamente localizadas, têm amplitude corrompida. Em aplicações tecnológicas em que o objetivo é primordialmente a focalização da energia acústica esta limitação não se constitui em um grave problema. Por exemplo, em aplicações médicas, como litotripsia e tratamento de tumores, o campo antes de ser retropropagado é amplificado para que atinja o alvo com potência muitas vezes maior e destrua os alvos de interesse terapêutico (FINK; MONTALDO; TANTER, 2003), (FINK, 1999). , A fração de energia acústica efetivamente absorvida através de múltiplas reflexões depende da distribuição e dimensões das heterogeneidades e do espectro do pulso fonte. Em meios aleatórios, a absorção efetiva depende do comprimento de correlação das propriedades físicas e do espectro do pulso fonte. Uma consequência desta absorção efetiva é o alargamento do pulso após a reversão temporal. Por exemplo, no tratamento de tumores cerebrais a porosidade do crânio produz atenuação do pulso e dificulta a focalização da energia acústica (FINK; MONTALDO; TANTER, 2003).

Em geofísica, uma limitação adicional inevitável é a cobertura espacial limitada dos levantamentos sísmicos e a banda de frequência observada ( menor que 100 Hz para experimentos de superfície ), estes efeitos limitam a resolução das imagens sísmicas, como indicam os experimentos numéricos mostrados a seguir.

## 4.1 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PÓS-EMPILHAMENTO

A seguir estão algumas simulações numéricas de experimentos de reversão temporal para localização da fonte acústica. Os experimentos foram feitos utilizando um programa de diferenças finitas para solução do sistema (SILVA NETO, 2004).

$$\partial_j P(\mathbf{x}, t) + \rho_{jk}(\mathbf{x}) \partial_t v_j(\mathbf{x}, t) = f_j(\mathbf{x}, t),$$

$$\partial_j v_j(\mathbf{x}, t) + \kappa(\mathbf{x}) \partial_t P(\mathbf{x}, t) = q(\mathbf{x}, t).$$

Para gerar os dados foi utilizado o modelo Marmousi (VERSTEEG; GRAU, 1990), concebido pelo Instituto Francês do Petróleo para ser utilizado para testar a metodologia utilizada pela indústria no processamento e imageamento de dados sísmicos. Estamos considerando a densidade constante e igual a  $1000 \text{kg}/\text{m}^3$ , a velocidade de propagação neste modelo está indicada na Figura 4.1. Em todos os experimentos os dados foram produzidos por uma fonte explosiva de frequência dominante 15Hz e o intervalo de amostragem dos dados foi de 0,5ms.

Nesta implementação a reversão no tempo foi efetuada propagando os campos observados na ordem inversa a que foram observados a partir dos receptores. Desta forma é uma implementação aproximada da expressão de reversão no tempo (2.10), entretanto, esta expressão permite inferir que os campos propagados desta maneira devem ser focalizados corretamente, mesmo que a amplitude não corresponda exatamente ao campo de pressão.

Foram realizadas simulações com receptores distribuídos em torno da fonte, receptores em toda a superfície superior do modelo e receptores na superfície, mas com afastamento limitado. Finalmente para avaliar a sensibilidade do algoritmo ao modelo de velocidade utilizamos dois modelos suavizados em relação ao modelo utilizado para gerar os dados. Os resultados destes experimentos estão mostrados a seguir.

### 4.1.1 Reversão no tempo: modelo de velocidade correto

#### Receptores em torno da fonte

Na figura 4.1 observamos o campo de velocidade do modelo Marmousi. As fortes heterogeneidades deste modelo apresentam um desafio para o imageamento acústico.

A geometria de aquisição com os receptores distribuídos ao longo de um retângulo

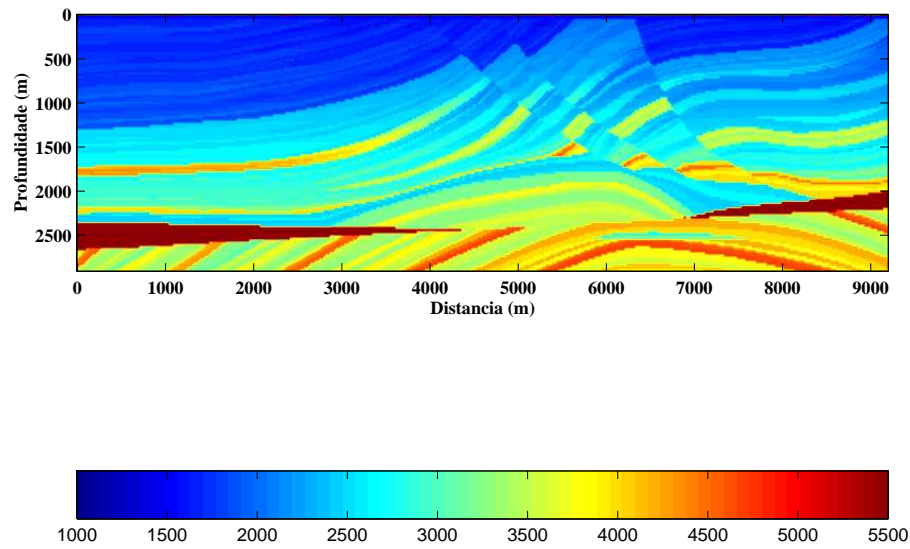


Figura 4.1: Modelo Marmousi. As cores indicam a velocidade de propagação em  $m/s$ .  
 Fonte: Do autor.

com a fonte em seu centro, podem ser visualizados com a figura 4.2

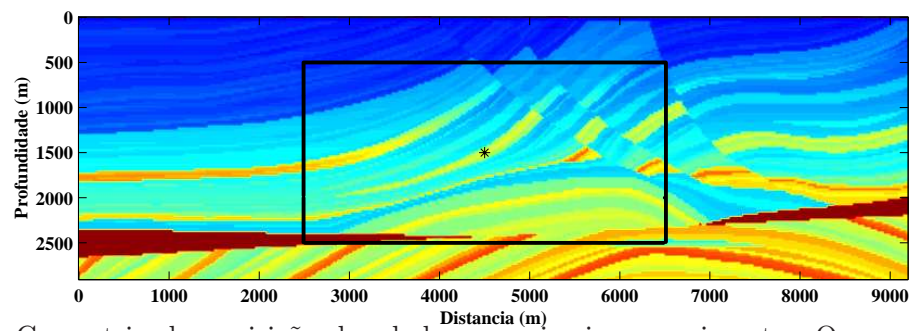


Figura 4.2: Geometria de aquisição dos dados no primeiro experimento. Os receptores estão distribuídos a cada  $12m$ . A posição da fonte está indicada pelo asterisco.  
 Fonte: Do autor.

O campo de pressão e as componentes horizontal e vertical do campo de velocidade registrados pelos receptores podem ser observados nas figuras 4.3, 4.4 e 4.1.1.

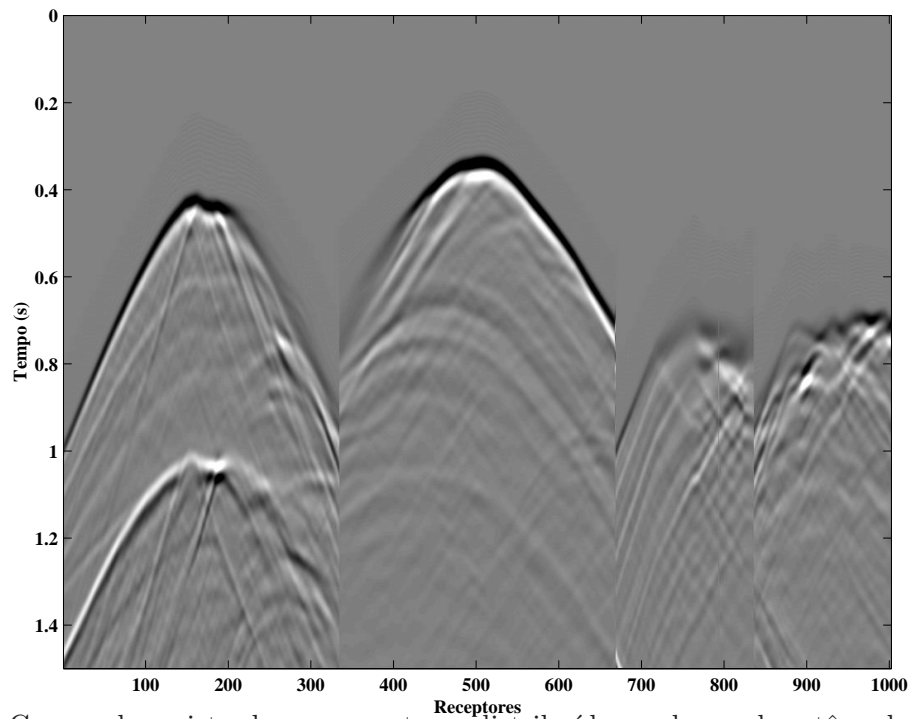


Figura 4.3: Campo de registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

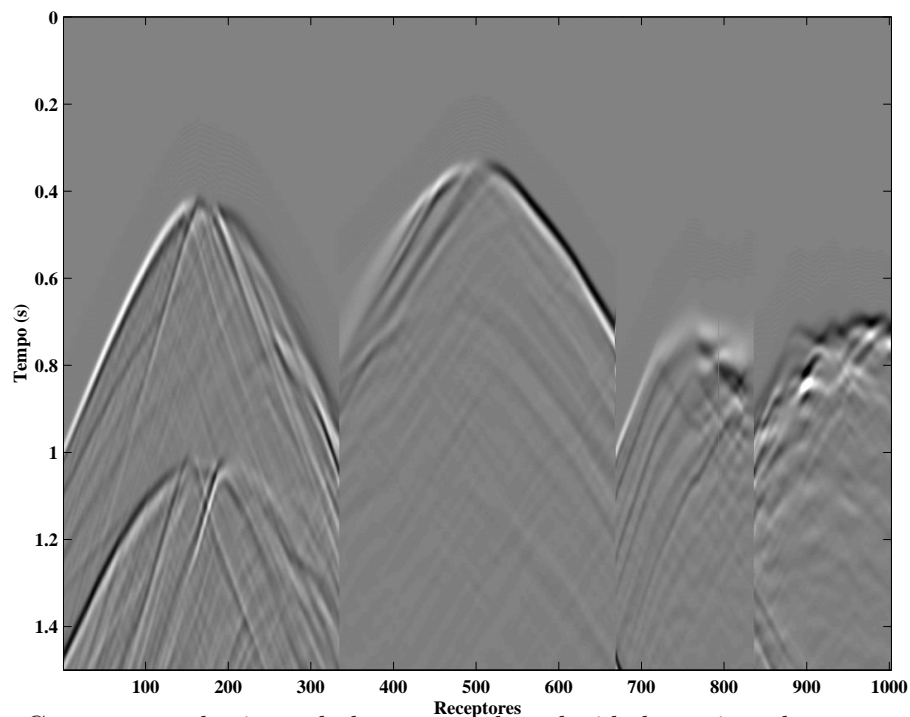


Figura 4.4: Componente horizontal do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

Nas figuras 4.6, 4.7 e 4.8 nota-se que há uma boa focalização, porém como uma parte da energia sofre distorções obtém-se amplitudes corrompidas.

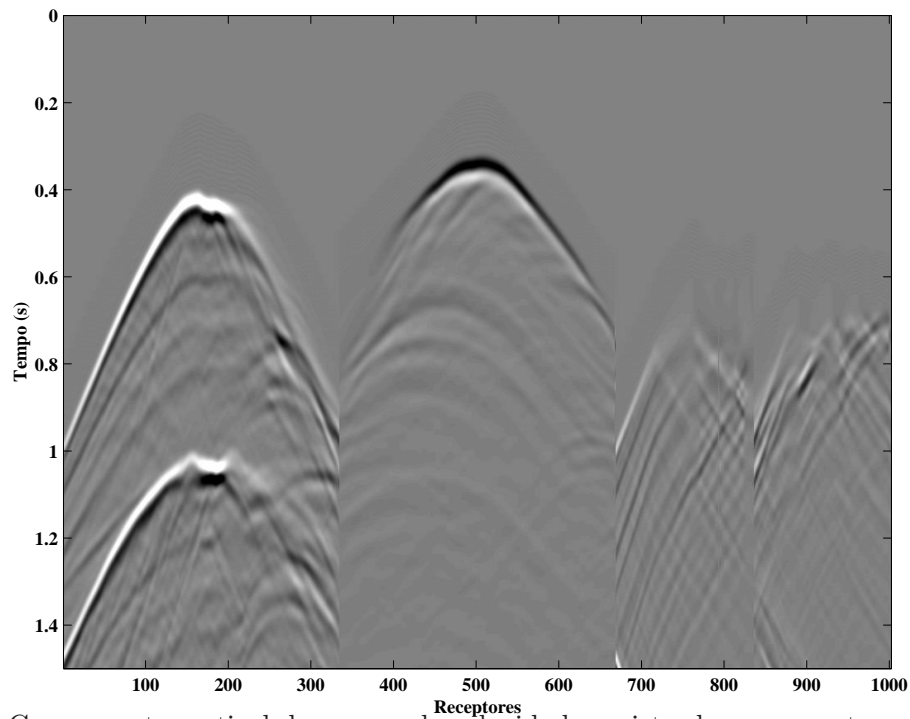


Figura 4.5: Componente vertical do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos ao longo do retângulo indicado na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

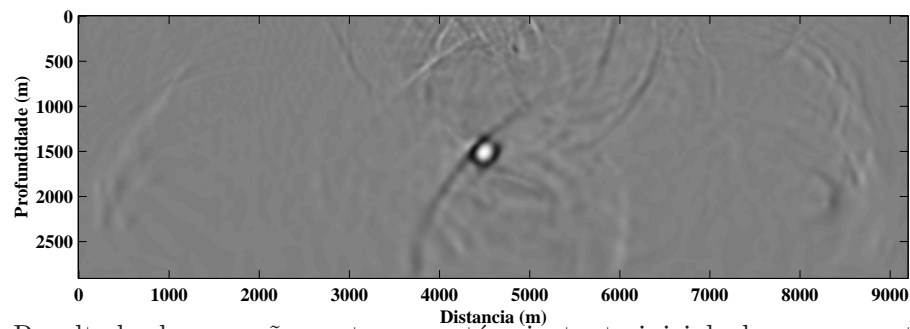


Figura 4.6: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

Na figura 4.9 nota-se que há menos distorções e uma focalização ainda melhor em ambas componentes do campo de velocidade. Diferentemente da figura 4.10, em que ocorre mais distorções considerando-se o campo de velocidade e o de pressão.

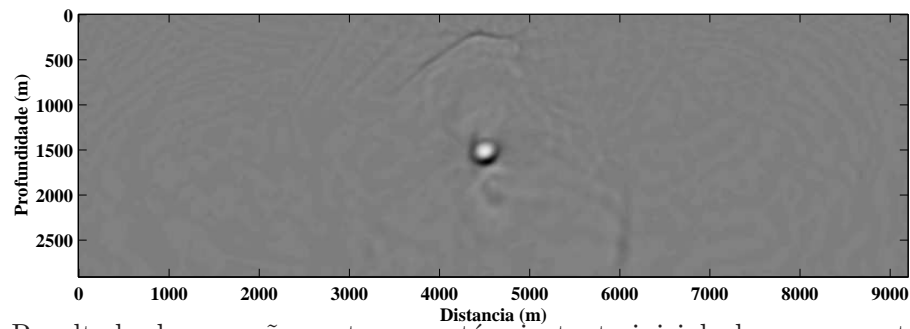


Figura 4.7: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

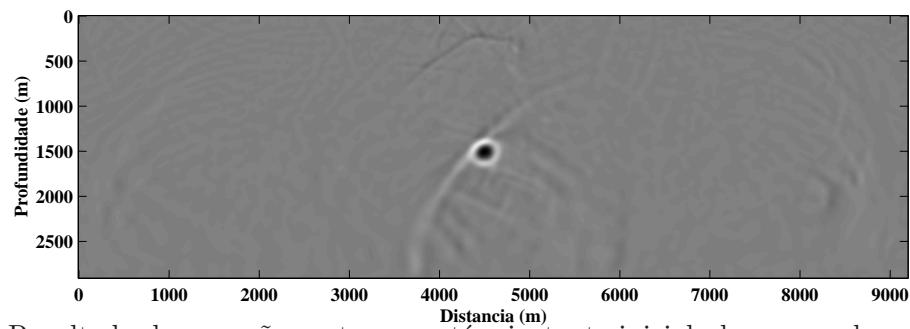


Figura 4.8: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

### Receptores na superfície: grande abertura

O campo de pressão e as componentes horizontal e vertical do campo de velocidade registrados pelos receptores a uma profundidade de 50 m podem ser observados nas figuras 4.11, 4.12 e 4.1.1.

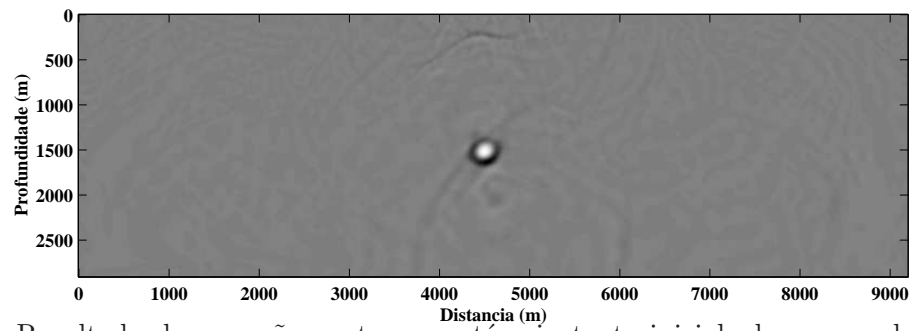


Figura 4.9: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de velocidade, componentes horizontal e vertical, para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

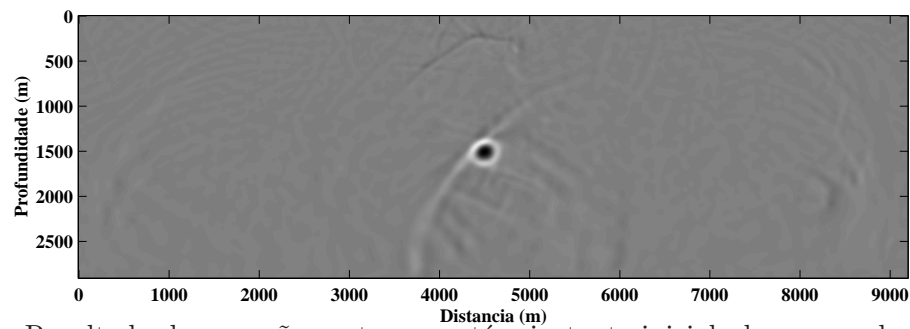


Figura 4.10: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão e do campo de velocidade para a geometria de aquisição indicada na Figura 4.2.

Fonte: Do autor.

A partir do registro do campo de velocidade observa-se que há mais distorções na componente horizontal 4.14 que na vertical 4.15. Sendo que em ambas há boa focalização

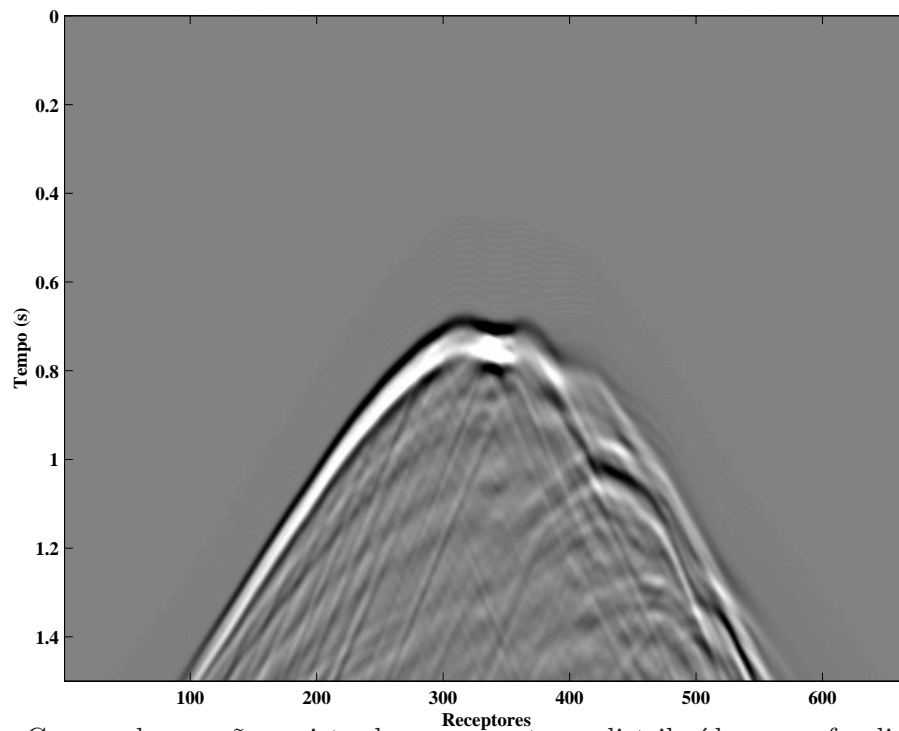


Figura 4.11: Campo de pressão registrado nos receptores distribuídos a profundidade de 50 m no intervalo de 600 m a 8600 m com intervalo de 12 m.

Fonte: Do autor.

Observando-se as figuras 4.16, 4.17 e 4.18 notamos que quando leva-se em consideração o campo de pressão medido na superfície com grandes aberturas não se obtém uma focalização tão boa quanto no caso de os receptores encontrarem-se em torno da fonte.

### Receptores na superfície: pequena abertura

O campo de pressão e as componentes horizontal e vertical do campo de velocidade registrados pelos receptores próximos a superfície, 50 m, podem ser observados nas figuras 4.19, 4.20 e 4.21.

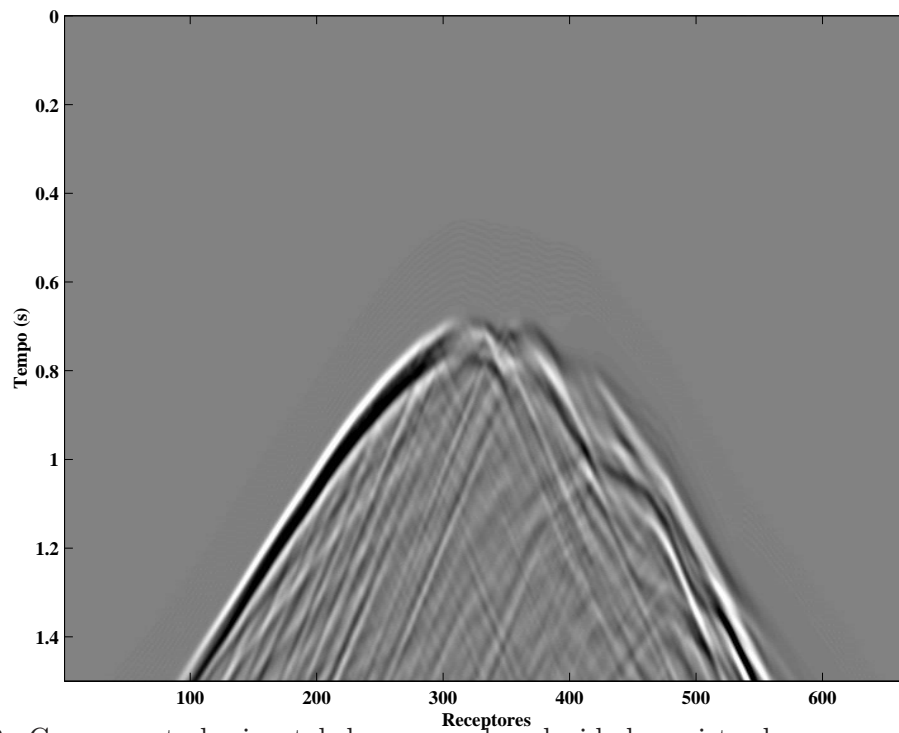


Figura 4.12: Componente horizontal do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

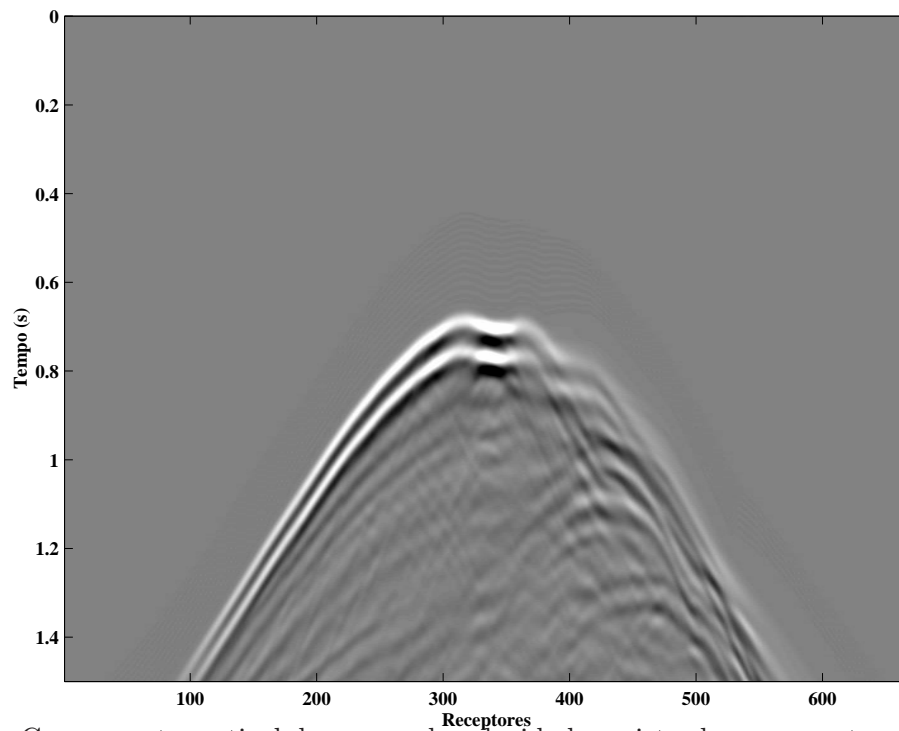


Figura 4.13: Componente vertical do campo de velocidade registrado nos receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

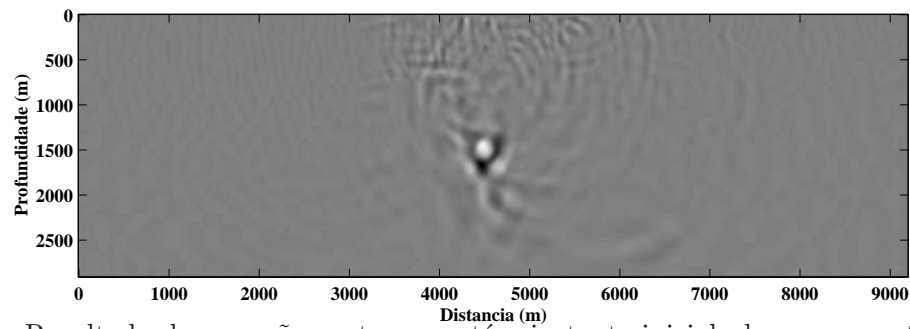


Figura 4.14: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

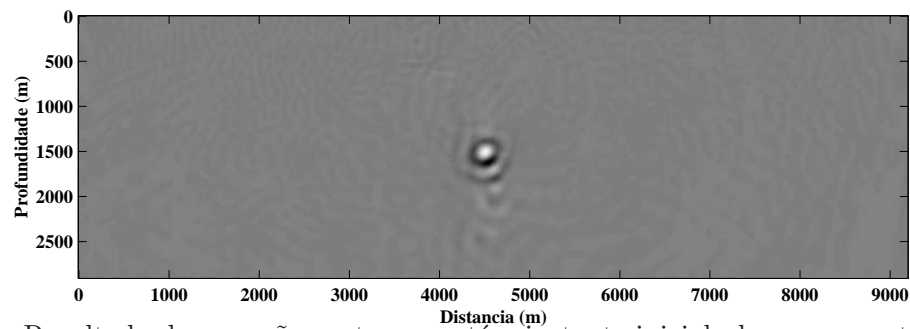


Figura 4.15: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

A partir do registro do campo de velocidade observa-se que há mais distorções na componente horizontal 4.22 que na vertical 4.23. Sendo que em ambas há boa focalização com uma amplitude mais corrompida na componente horizontal.

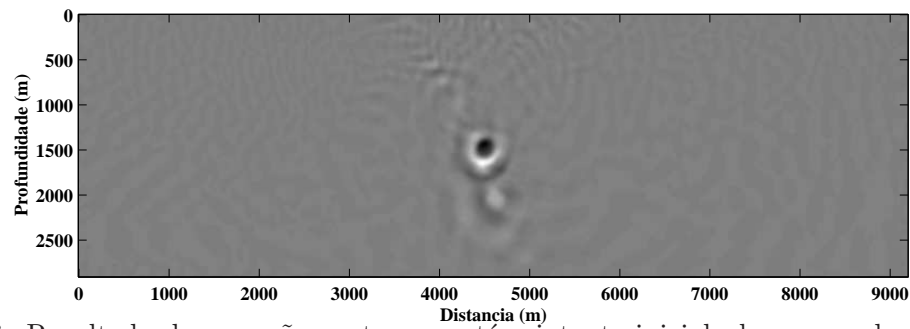


Figura 4.16: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

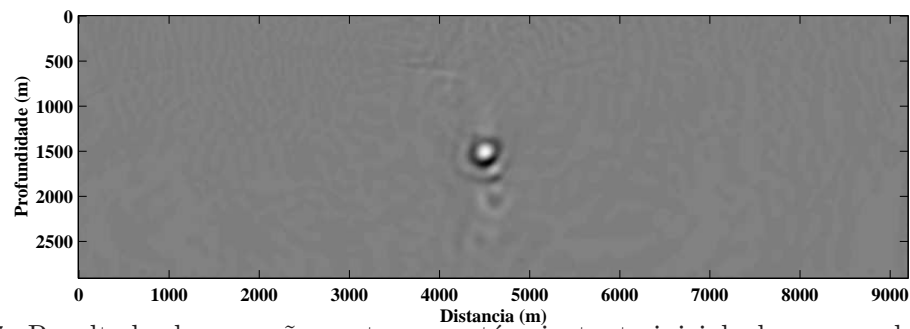


Figura 4.17: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de velocidade, componentes horizontal e vertical, para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

Ao observarmos o campo de pressão (figura 4.24) para receptores na superfície com pequena abertura notamos que há menos distorções em relação a grandes aberturas.

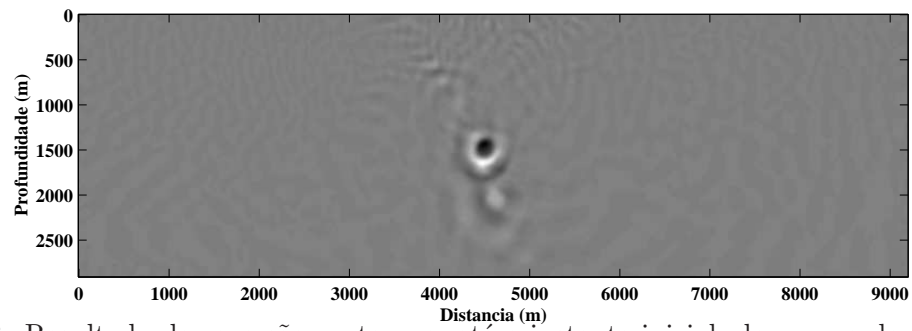


Figura 4.18: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão e do campo de velocidades para receptores distribuídos próximo à superfície a profundidade de 50 m.

Fonte: Do autor.

Analisando as figuras 4.25 e 4.26 notamos que a focalização é melhor quando não leva-se em consideração o campo de pressão.

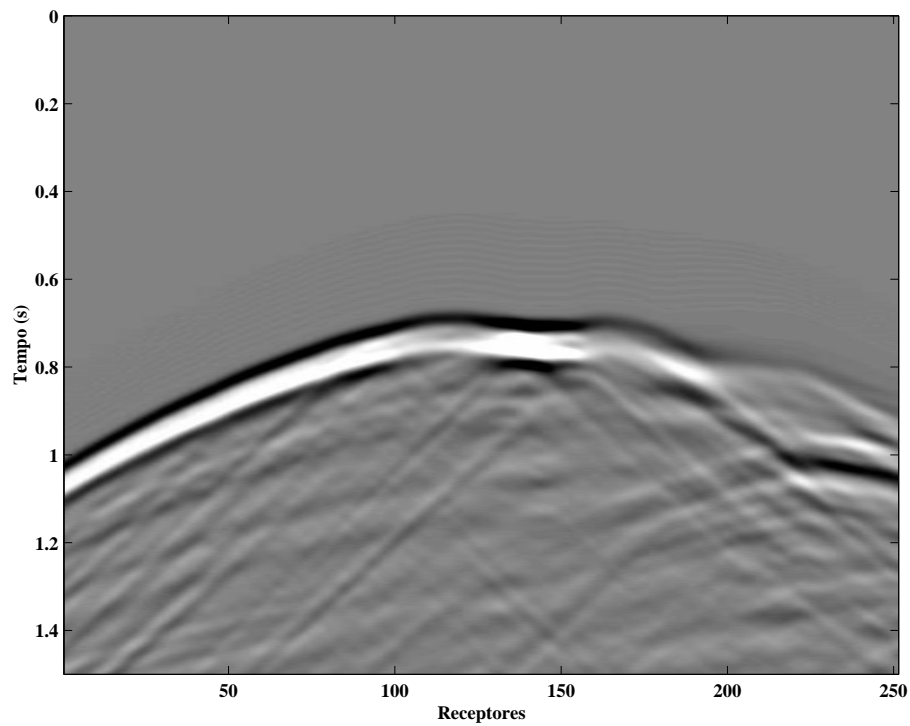


Figura 4.19: Campo de pressão registrado para a receptores e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.

Fonte: Do autor.

### 4.1.2 Reversão no tempo: modelo de velocidade aproximado

Na Figura 4.27 observamos o campo de velocidade suavizado do modelo Marmousi. Aplicou-se uma janela de média móvel de dimensões  $3 \times 3$ , recursivamente, 100 vezes.

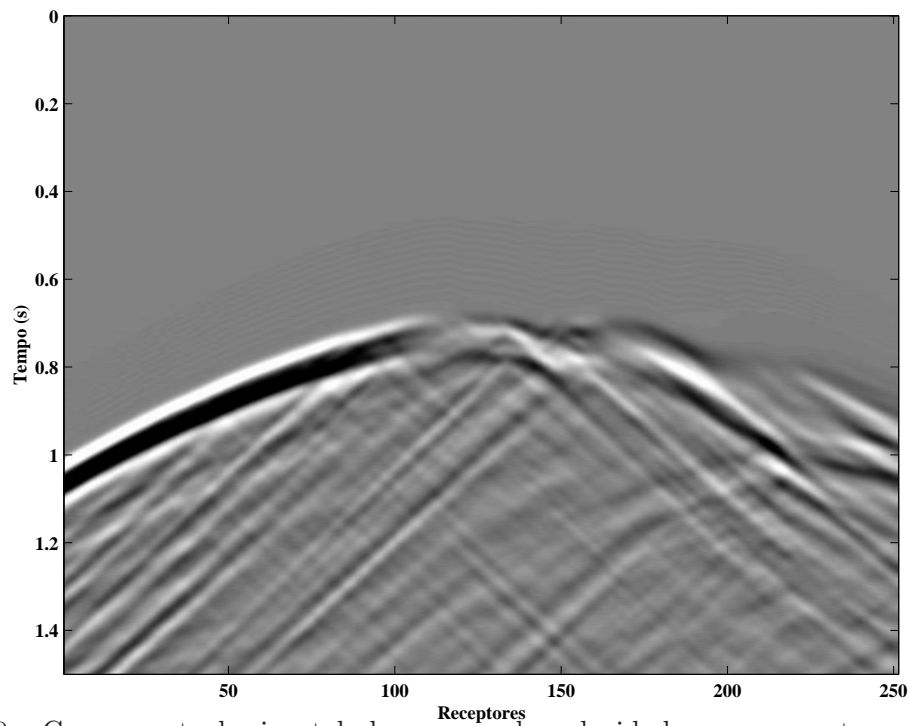


Figura 4.20: Componente horizontal do campo de velocidade para receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.

Fonte: Do autor.

Na Figura 4.28 observamos o campo de velocidade suavizado do modelo Marmousi. Aplicou-se uma janela de média móvel de dimensões  $3 \times 3$ , recursivamente, 1000 vezes.

### Receptores em torno da fonte

Verificando as figuras 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32 notamos que quanto maior a suavização menores são os distúrbios.

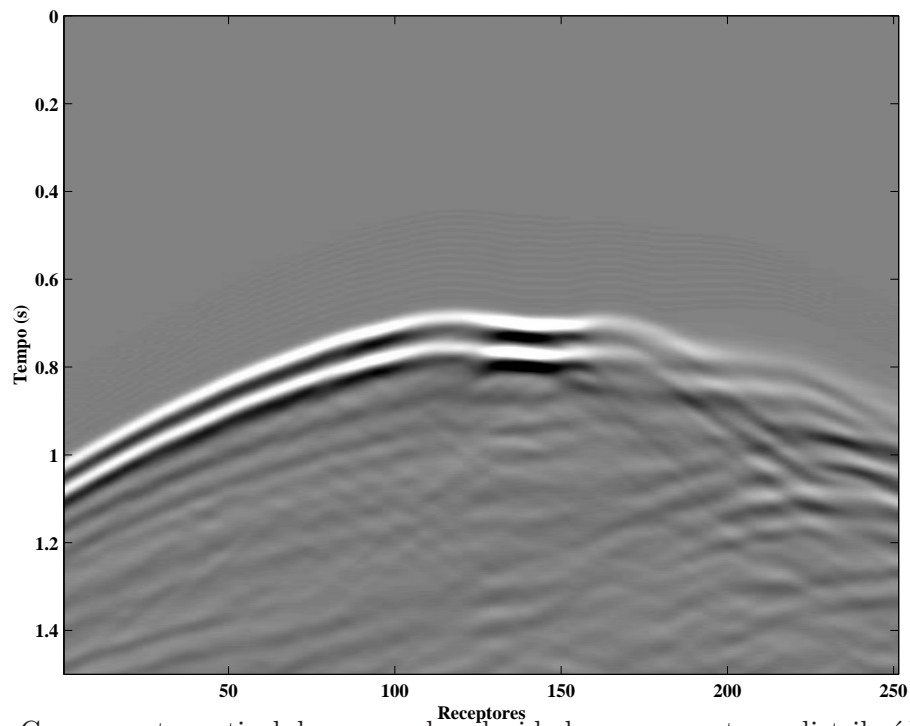


Figura 4.21: Componente vertical do campo de velocidade para receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.

Fonte: Do autor.

### Receptores na superfície: grande abertura

Para grandes aberturas, a resposta da reversão no tempo para o modelo Marmousi suavizado temos menos distúrbios e maior focalização, como mostrado pelas figuras 4.33, 4.34, 4.35 e 4.36.

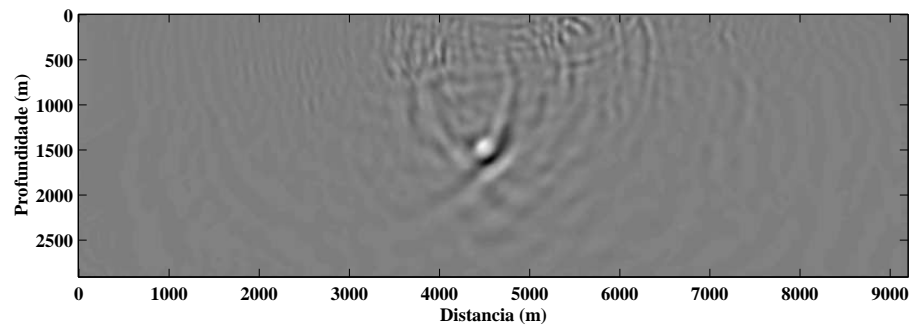


Figura 4.22: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente horizontal do campo de velocidade para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.

Fonte: Do autor.

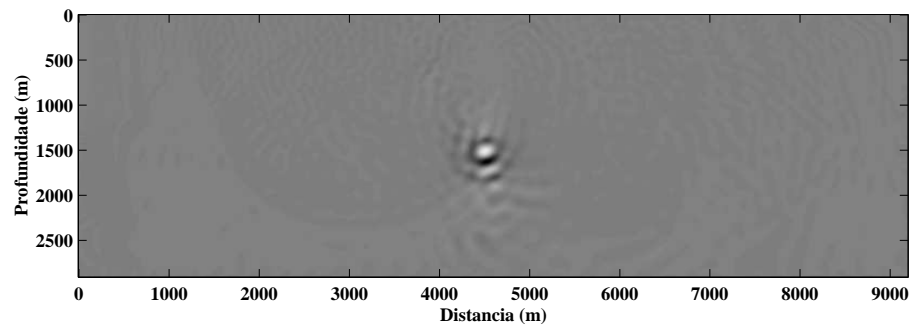


Figura 4.23: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, da componente vertical do campo de velocidade para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.

Fonte: Do autor.

### Receptores na superfície: pequena abertura

Analisando agora a resposta da reversão temporal para o modelo Marmousi suavizado para pequenas aberturas, temos menos distúrbios mas com uma focalização piorada, como mostrado pelas figuras 4.37, 4.38, 4.39 e 4.40.

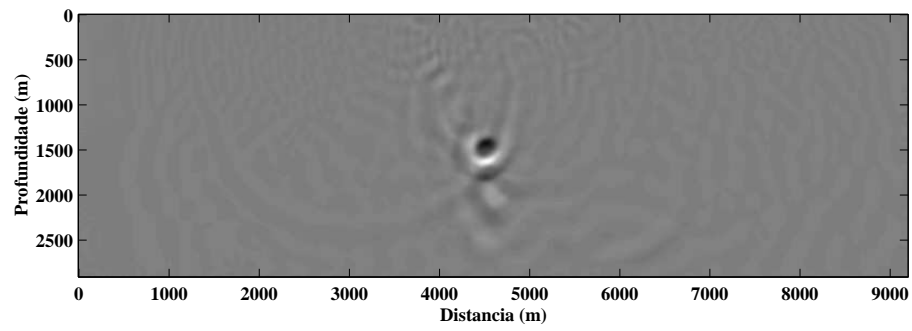


Figura 4.24: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a receptores distribuídos próximos a superfície, 50 m, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.  
Fonte: Do autor.

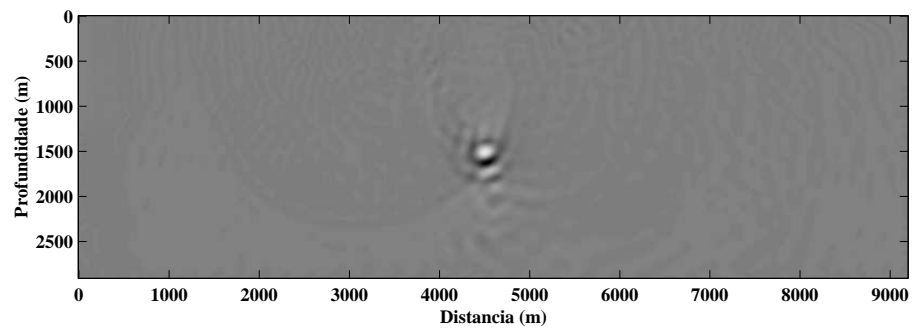


Figura 4.25: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, das componentes horizontal e vertical do campo de velocidade. Os receptores estão uniformemente distribuídos a 50m da superfície, e abertura no intervalo 3000 m-6000 m.  
Fonte: Do autor.

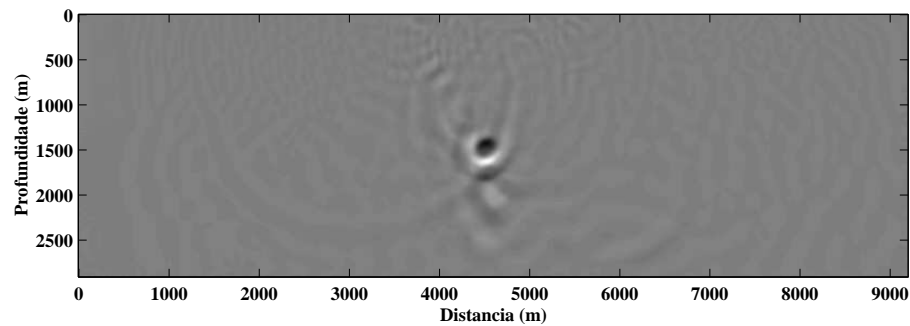


Figura 4.26: Resultado da reversão no tempo, até o instante inicial, do campo de pressão para a receptores distribuídos próximos à superfície,  $50m$ , e abertura no intervalo  $3000m - 6000m$ .  
Fonte: Do autor.

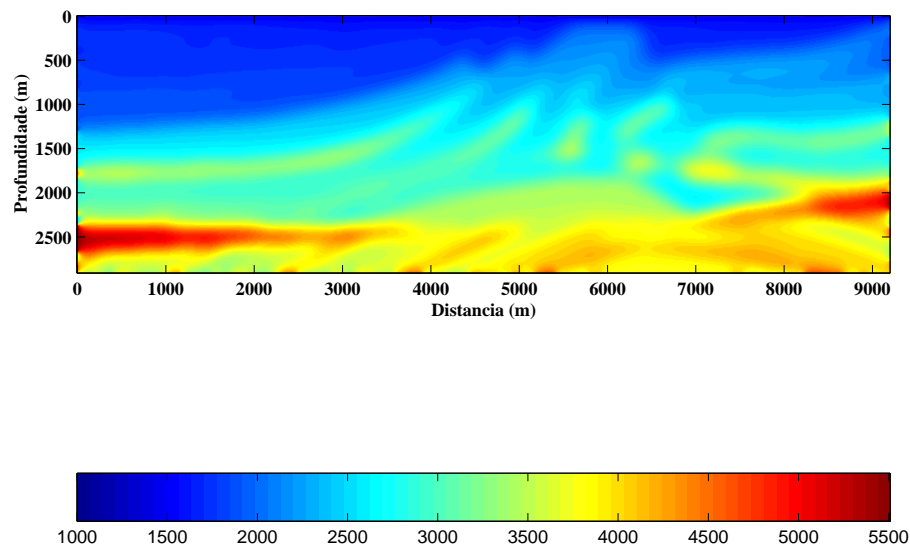


Figura 4.27: Modelo Marmousi suavizado, 100 vezes.

Fonte: Do autor.

## 4.2 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PRÉ-EMPILHAMENTO

Nesta seção se mostrará os dados gerados a partir do modelo de um refletor plano e do modelo de um refletor inclinado. Além dos resultados da reversão temporal para os campos de pressão e de velocidade para os modelos supra-citados.

### 4.2.1 Modelo de refletor plano

Para gerar os dados foi utilizado um modelo de um refletor plano como mostra a figura 4.41. Estamos considerando a densidade constante e igual a  $1000kg/m^3$ . A velocidade de propagação neste modelo está indicada na figura 4.2.1. Em todos os experimentos os dados foram produzidos por uma fonte explosiva de frequência dominante  $15Hz$  e o intervalo de amostragem dos dados foi de  $0,5ms$ .

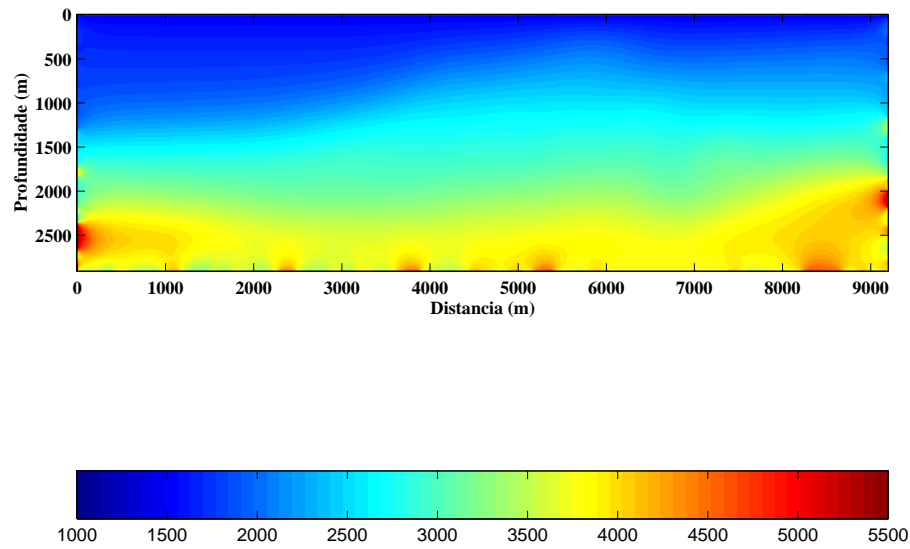


Figura 4.28: Modelo Marmousi suavizado, 1000 vezes.

Fonte: Do autor.

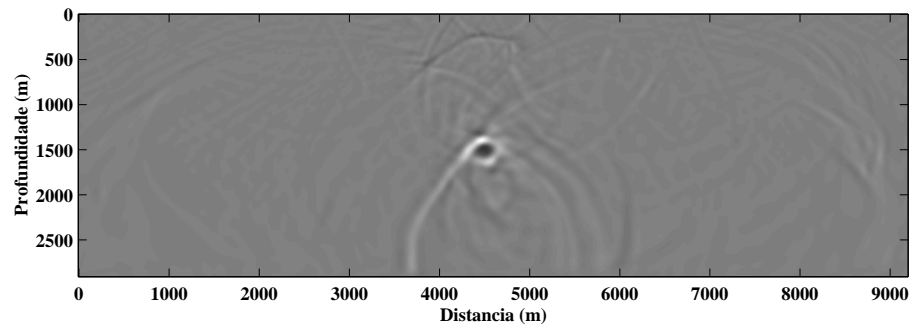


Figura 4.29: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 .

Fonte: Do autor.

A seguir encontram-se as seções sísmicas (figuras 4.43 e 4.44) a partir das quais foram obtidos os resultados de migração reversa no tempo.

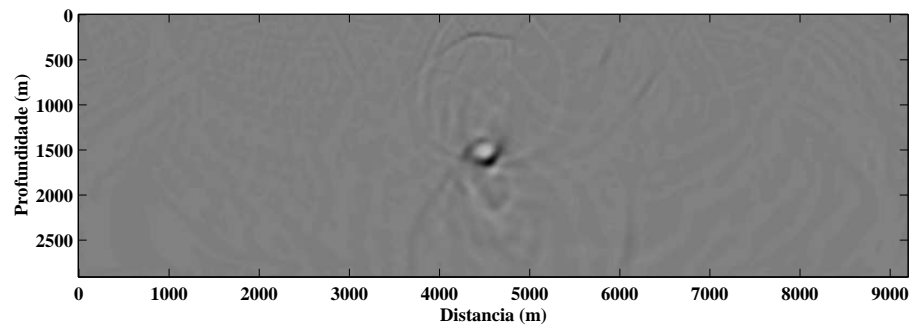


Figura 4.30: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 .

Fonte: Do autor.

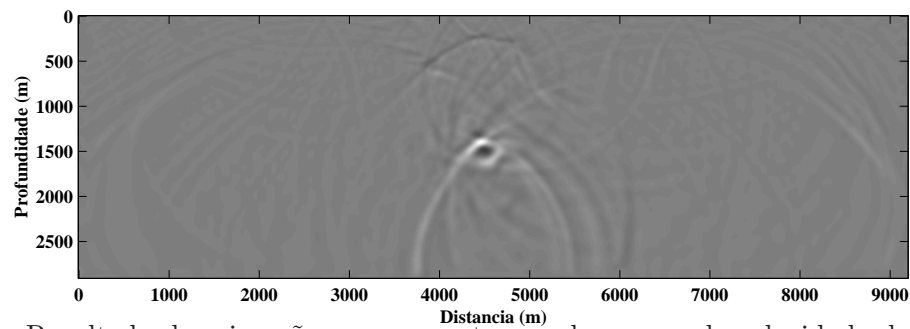


Figura 4.31: Resultado da migração reversa no tempo do campo de velocidade de acordo com a geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 .

Fonte: Do autor.

Os resultados de reversão no tempo são observados em distintas condições de imagem: correlação cruzada, compensação de iluminação pela divisão do campo da fonte, compensação de iluminação pela divisão do campo dos receptores e vetor poynting. Na condição de imagem com vetor poynting utilizou-se um ângulo máximo de 120 graus.

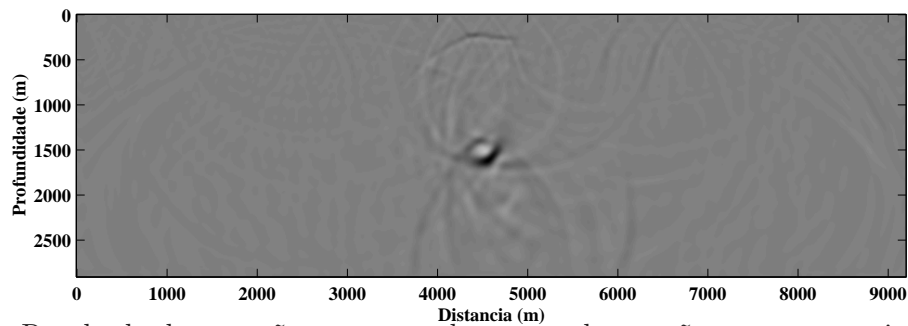


Figura 4.32: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada na Figura 4.2 como o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 .

Fonte: Do autor.

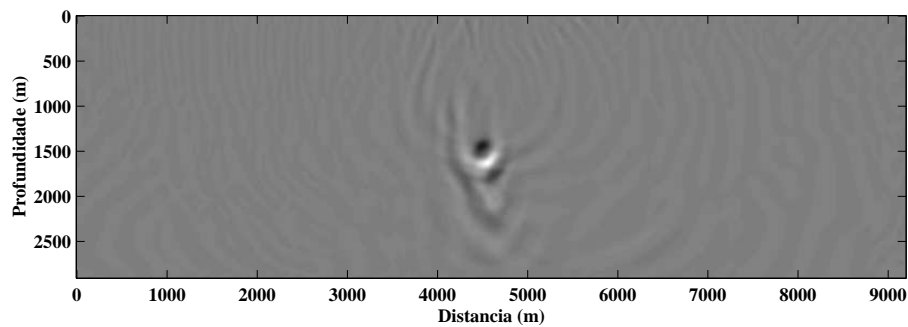


Figura 4.33: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão para geometria indicada com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura.

Fonte: Do autor.

Observando-se as figuras 4.45, 4.46, 4.47 e 4.48 nota-se que, com a condição de imagem do vetor poynting e com a compensação de iluminação dividindo-se pelo campo da fonte, os refletores mais profundos são melhor visualizados e há uma redução de distorções . Adicionalmente observa-se que os pontos refletores são anti-simétricos.

## 4.2.2 Modelo de refletor inclinado

Também foi utilizado um modelo de um refletor inclinado 4.50. A velocidade de propagação para este modelo está indicada na figura 4.51. Estamos considerando a densidade constante e igual a  $1000kg/m^3$ .

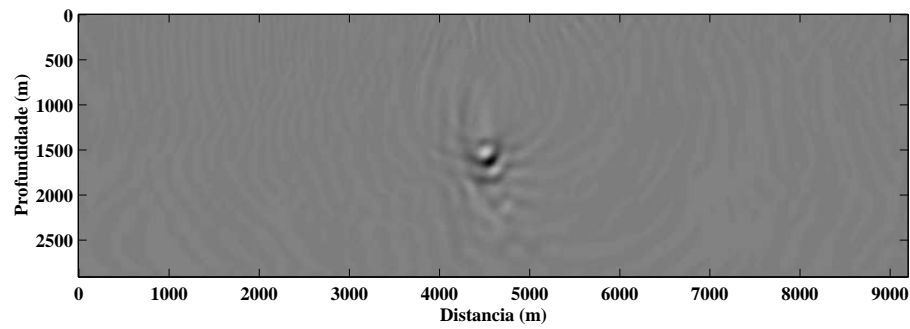


Figura 4.34: Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade para geometria indicada com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura.

Fonte: Do autor.

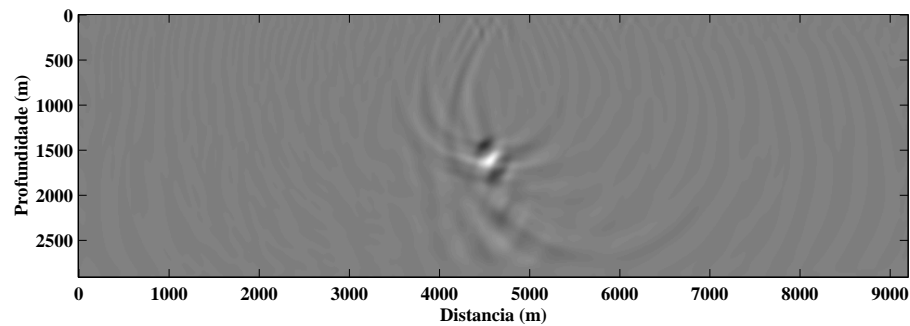


Figura 4.35: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura .

Fonte: Do autor.

Assim como no caso de refletores planos, quando se observa o resultado de reversão temporal para refletores inclinados Figuras 4.52, 4.53, 4.54 e 4.55 notamos que, com a condição de imagem do vetor poynting e com a compensação de iluminação dividindo-se pelo campo da fonte, os refletores mais profundos são melhor visualizados, assim como há uma redução de distorções .

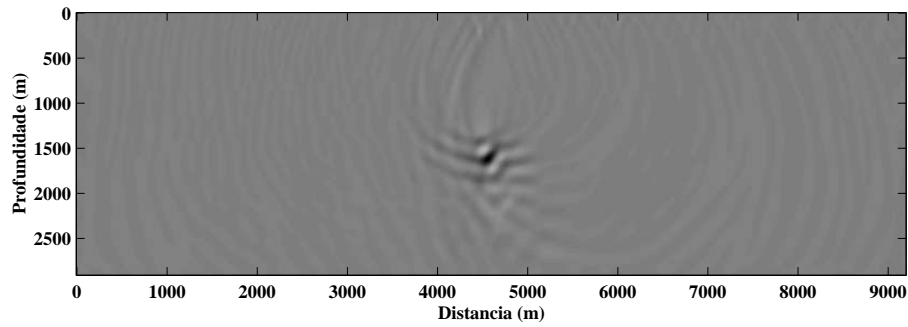


Figura 4.36: Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50 m, e com grande abertura .

Fonte: Do autor.

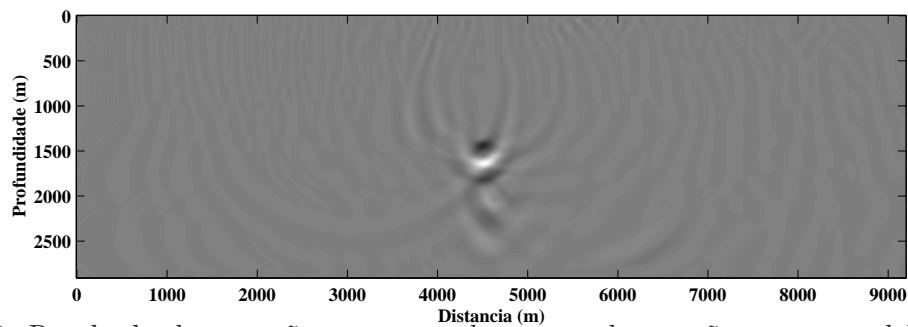


Figura 4.37: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura .

Fonte: Do autor.

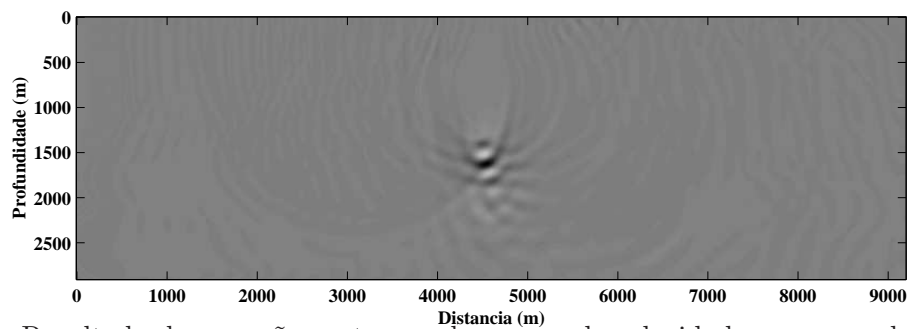


Figura 4.38: Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.27 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura.

Fonte: Do autor.

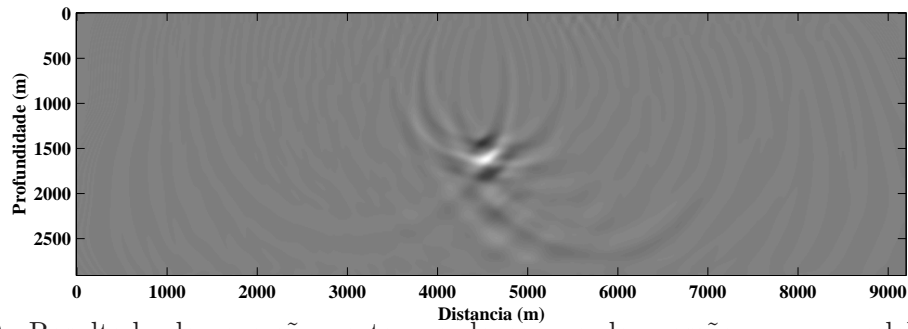


Figura 4.39: Resultado da reversão no tempo do campo de pressão com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura.

Fonte: Do autor.

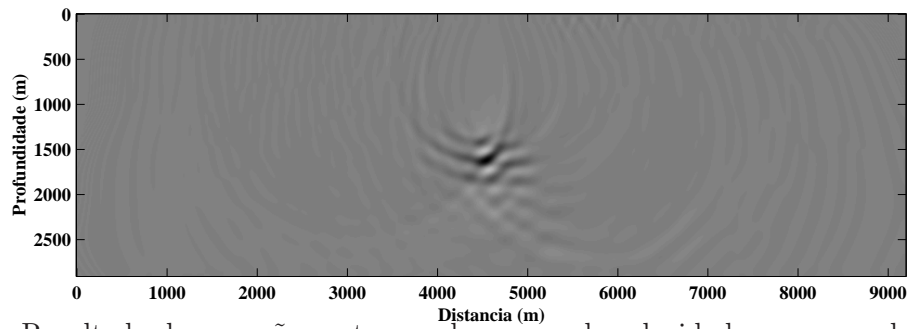


Figura 4.40: Resultado da reversão no tempo do campo de velocidade com o modelo de velocidade suavizado indicado na Figura 4.28 para receptores próximos à superfície, 50m, e pequena abertura .

Fonte: Do autor.

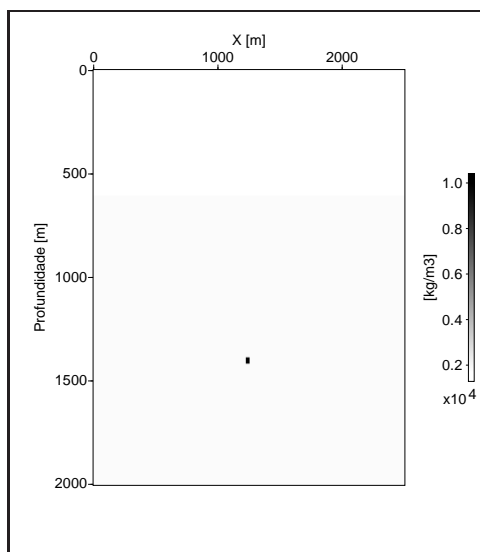


Figura 4.41: Modelo com refletor plano.

Fonte: Do autor.

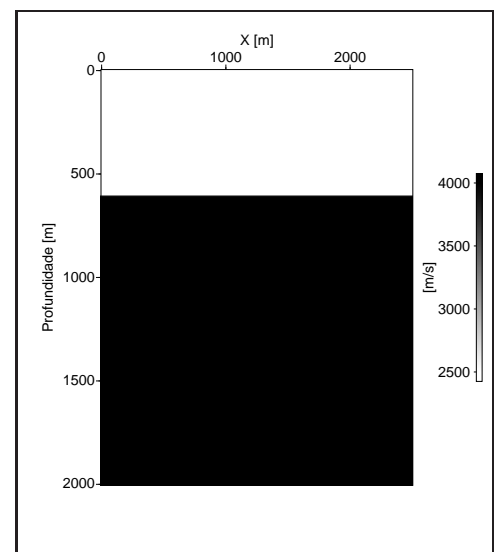


Figura 4.42: Campo de velocidade para refletor plano

Fonte: Do autor.

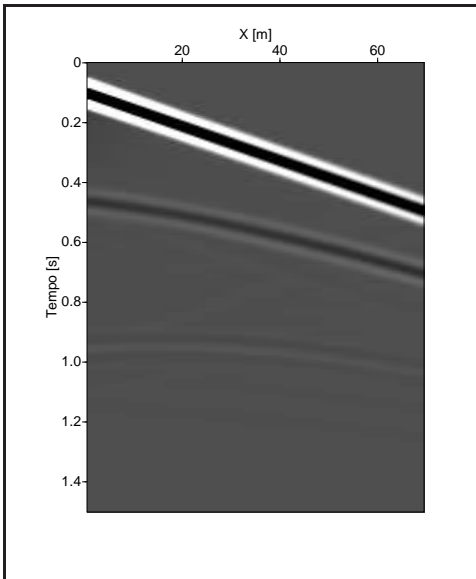


Figura 4.43: Seção sísmica sem mute  
Fonte: Do autor.

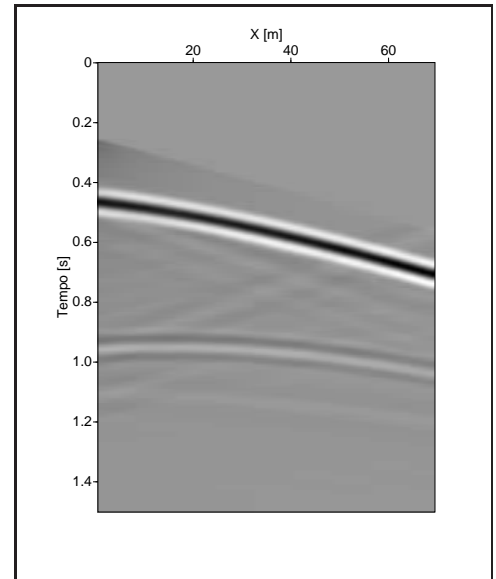


Figura 4.44: Seção sísmica com mute  
Fonte: Do autor.

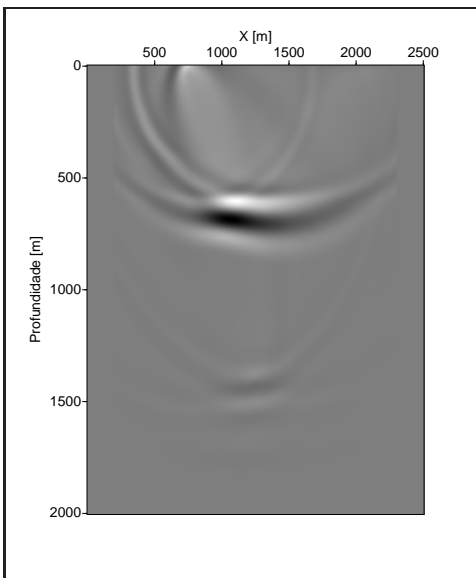


Figura 4.45: Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada  
Fonte: Do autor.

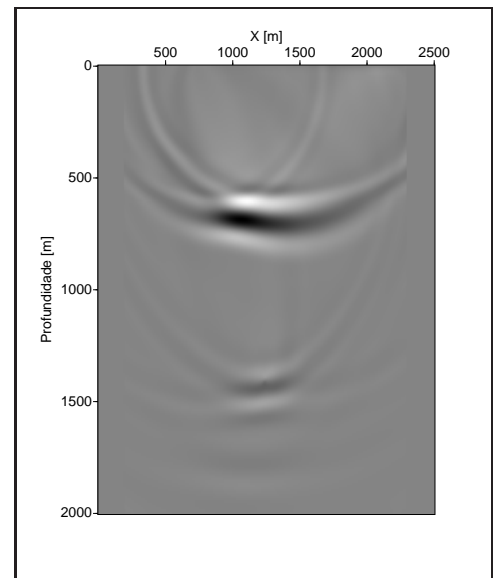


Figura 4.46: Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pelo campo da fonte  
Fonte: Do autor.

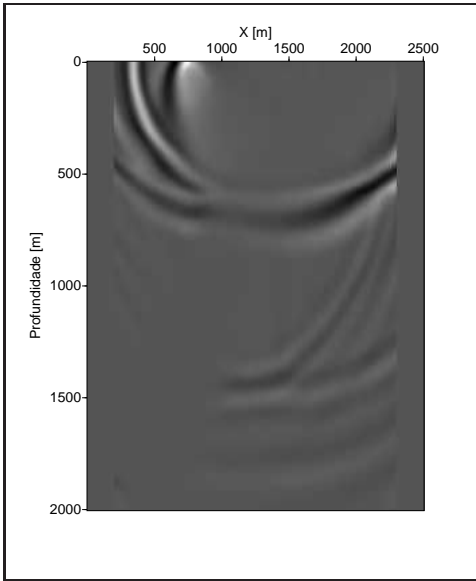


Figura 4.47: Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem de compensação dividindo-se pelo campo registrado pelos receptores  
Fonte: Do autor.

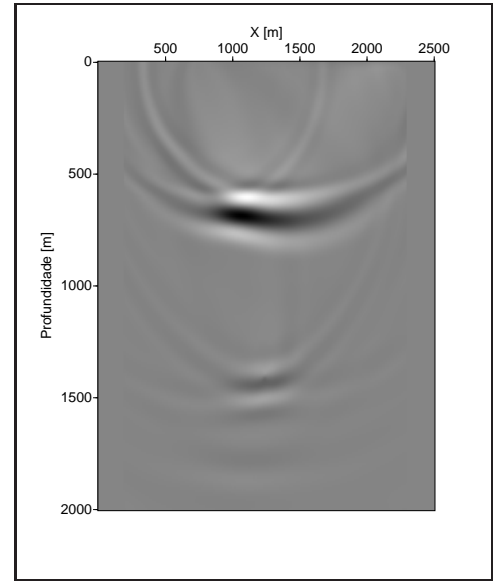


Figura 4.48: Campo de pressão utilizando-se a condição de imagem do vetor poynting  
Fonte: Do autor.

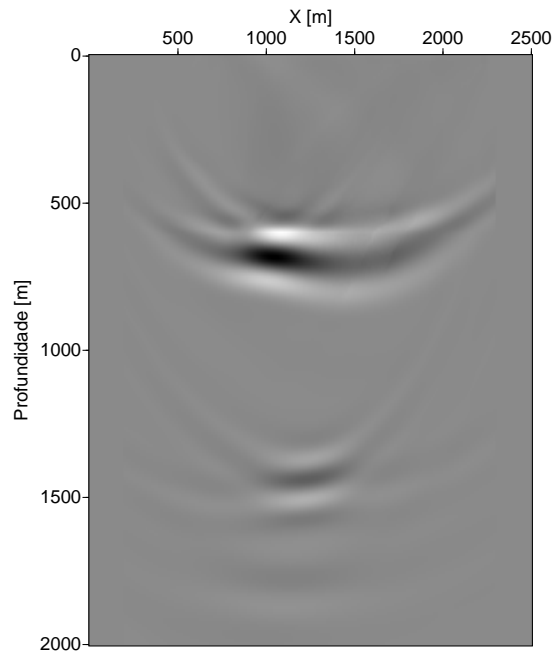


Figura 4.49: multiplicando por  $\cos^3 \theta$

Fonte: Do autor.

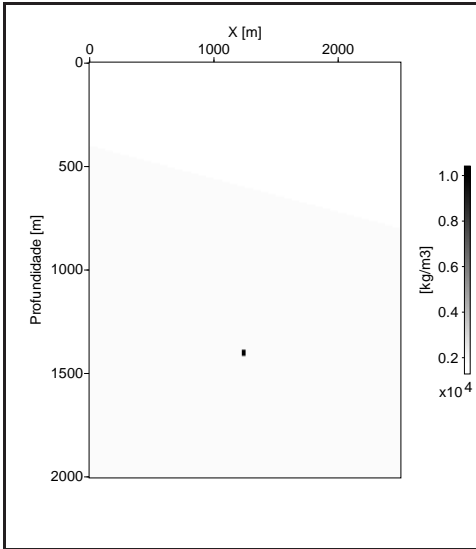


Figura 4.50: Modelo com refletor inclinado

Fonte: Do autor.

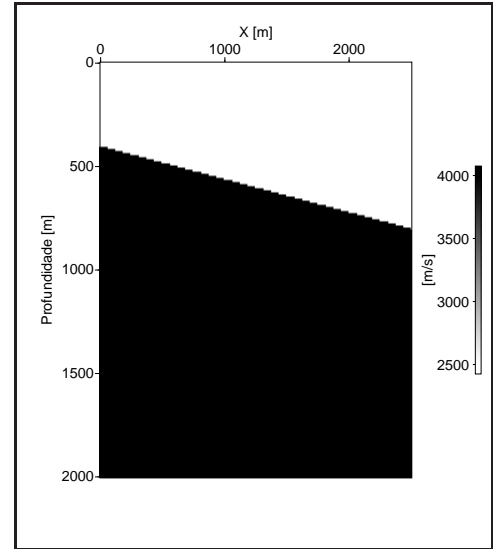


Figura 4.51: Campo de velocidade para refletor inclinado

Fonte: Do autor.

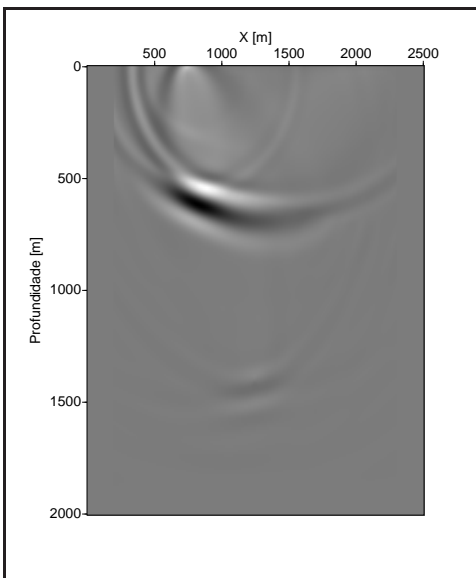


Figura 4.52: Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem de correlação cruzada

Fonte: Do autor.

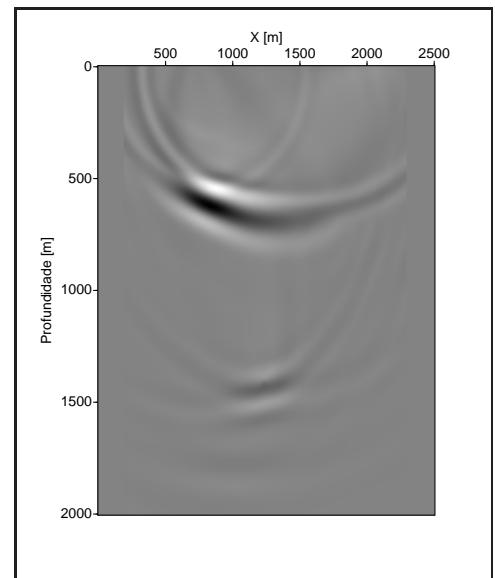


Figura 4.53: Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de compensação dividindo-se pela fonte

Fonte: Do autor.

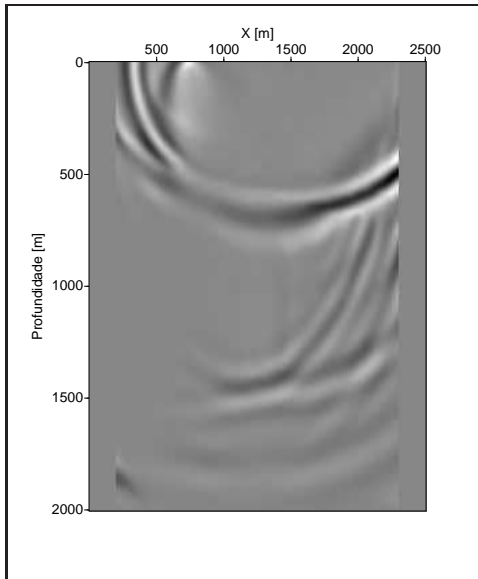


Figura 4.54: Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem dividindo-se pelo receptor

Fonte: Do autor.

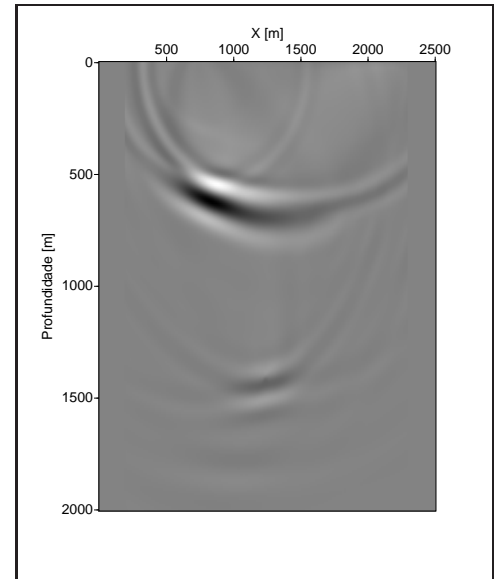


Figura 4.55: Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem do vetor poynting

Fonte: Do autor.

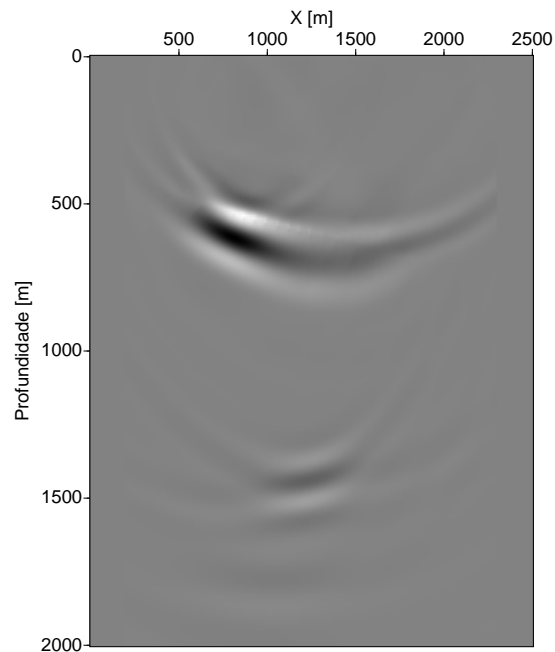


Figura 4.56: Campo de pressão registrado nos receptores para o modelo de um refletor inclinado utilizando-se a condição de imagem do multiplicando por  $\cos^3 \theta$

Fonte: Do autor.

## 5 CONCLUSÃO

Os fundamentos matemáticos e físicos para a migração reversa no tempo do campo de ondas em acústica se encontram nas relações de reciprocidade do tipo convolução e correlação. A partir destas relações deduzimos representações integrais para reversão no tempo de campos acústicos e discutimos suas consequências e limitações.

A migração de dados sísmicos pré-empilhados utiliza, além da reversão no tempo, condições de imagem. Para avaliar o papel destas condições no imageamento, efetuamos a análise assintótica da condição de imagem do tipo correlação. Os resultados desta análise, para um refletor simples, sugerem que a formulação de condições de imagem que corrijam o fator de obliquidade pode produzir imagens com preservação de amplitude.

Os experimentos numéricos com dados de afastamento nulo no modelo Marmousi indicaram que a migração RTM é robusta em relação a cobertura angular e a perturbações no modelo de velocidade.

Diferentes condições de imagem na migração RTM foram implementadas e avaliadas. Os modelos simples utilizados nos experimentos numéricos apesar de limitados indicam que condições de imagem com compensação de iluminação com filtragem de direção de incidência contribuem para reduzir distorções na imagem. O alto custo da condição de imagem baseada no vetor Poynting indica que novos desenvolvimentos ainda são necessários para aumentar a eficiência da migração RTM e reduzir as distorções causadas por retro-espalhamento.

# REFERÊNCIAS

- AKI, K.; RICHARDS, P. **Quantitative seismology theory and methods**. [S.l.]: Freeman, 1980.
- BAYSAL, E.; KOSLOFF, D.; SHERWOOD, W. **Reverse time migration**. *Geophysics*, v. 11, n. 48, p. 1514–1524, 1983.
- BIONDI, B. **3D seismic imaging**. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2006.
- BLEISTEIN, N.; HANDELSON, R. A. **Asymptotic expansions of integrals**. [S.l.]: Dover, 1975.
- BRACEWELL, R. **The Fourier transforms and its applications**. [S.l.]: McGraw-Hill Science, 1999.
- CERVENY, V. **Seismic ray theory**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2001.
- CLAERBOUT, J. **Imaging the earth's interior**. [S.l.]: Blackwell Scientific Publications, 1985.
- DRAEGER, C.; CASSEREAU, D.; FINK, M. **Theory of time-reversal process in solids**. *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 3, n. 102, p. 1289–1295, 1999.
- FINK, M. **Time-reversal acoustics**. *Scientific American*, p. 465–497, november 1999.
- FINK, M.; MONTALDO, G.; TANTER, M. **Time-reversal acoustics in biomedical engineering**. *Ann. Rev. Biomed. Eng.*, v. 5, p. 465–497, 2003.
- FOKKEMA, J. T.; BERG, P. M. van den. **Seismic applications of acoustic reciprocity**. [S.l.]: Elsevier, 1993.
- GUITTON, A.; KAELIN, B.; BIONDI, B. **Teast-squares attenuation of reverse-time-migration artifacts**. *Geophysics*, p. S19–S23, 2007.
- HOOP, A. D.; STAM, H. **Time-domain reciprocity theorems for elastodynamics wave fields in solids with relaxation and their application to inverse problems**. *Wave Motion*, v. 10, p. 479–489, 1988.
- HOOP, M. V. de; FISHMAN, L.; JONSSON, L. **Acoustic time-reversal mirrors in the framework of one-way wave theories**. Colorado School of Mines, USA: CWP Report, 2002.
- KAELIN, B.; GUITTON, A. **Imaging condition for reverse time migration**. *SEG International Annual Meeting*, v. 25, p. 2594–2597, 2006.

KARRENBACH, M. **Elastic tensor wavefields**. Stanford University: Dept. of Geophysics, 1995.

KOSLOFF, D.; BAYSAL, E. Migration with the full wave equation. *Geophysics*, v. 6, n. 48, p. 677–687, 1983.

MATTHEW, M. H. et al. Insight into the output of reverse-time migration: what do amplitudes mean? *SEG International Annual Meeting*, 2005.

McMECHAN, G. A. Migration by extrapolation of time-dependent boundary values. *Geophysical Prospecting*, n. 31, p. 413–420, 1983.

VERSTEEG, R.; GRAU, G. Practical aspects of seismic data inversion, the marmusi experience. *52nd EAEG Meeting. Eur. Assoc. Expl. Geophys., Proceedings of 1990 EAEG Workshop*, p. 1–194, 1990.

YOON, K.; MARFURT, K. Reverse-time migration using the poynting vector. *Exploration Geophysics*, v. 37, p. 102–107, 2006.