

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARA – UFPA  
CAMPUS UNIVERSITARIO DE ANANINDEUA  
FACULDADE DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

**HENRIQUE YUKIO OKADA**

**SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM EIXOS ATRAVÉS DE MANCAIS  
FLEXÍVEIS**

**ANANINDEUA-PA**

**2018**

**HENRIQUE YUKIO OKADA**

**SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM EIXOS ATRAVÉS DE MANCAIS  
FLEXÍVEIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia com ênfase em Tecnologia Mecânica da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Ananindeua, orientado pelo Prof. Dr. Luiz Claudio Fialho Andrade como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia com ênfase em Tecnologia Mecânica.

**ANANINDEUA-PA**

**2018**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- O41s Okada, Henrique Yukio Okada  
Simulação de vibrações em eixos através de mancais flexíveis / Henrique Yukio Okada Okada.  
— 2018  
60 f. : il.
- Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Ciência e Tecnologia, Campus  
Universitário de Ananindeua, Universidade Federal do Pará, Ananindeua, 2018.  
Orientação: Prof. Dr. Luiz Claudio Fialho Andrade Andrade
1. Ligas com memória de forma. 2. Rigidez equivalente. 3. Máquina rotativa. I. Andrade, Luiz  
Claudio Fialho Andrade, *orient.* II. Título
-

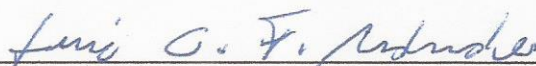
**HENRIQUE YUKIO OKADA**

**SIMULAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM EIXOS ATRAVÉS DE MANCAIS  
FLEXÍVEIS**

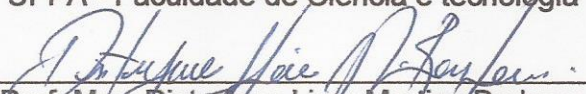
Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Bacharelado em Ciência e Tecnologia com ênfase em Tecnologia Mecânica da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Ananindeua como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciência e Tecnologia com ênfase em Tecnologia Mecânica.

Ananindeua, 15 de Junho de 2018.

**BANCA EXAMINADORA**



Prof. Dr. Luiz Claudio Fialho de Andrade  
UFPA - Faculdade de Ciência e tecnologia



Prof. Msc. Diesterano Lima Martins Barbosa  
UFPA - Faculdade de Ciência e tecnologia



Prof. Prof. Dr. Erb Ferreira Lins  
UFPA - Faculdade de Engenharia mecânica

**ANANINDEUA-PA**

**2018**

## **DEDICATORIA**

Dedico esse trabalho à minha família, meu porto seguro em todos os momentos.

## **AGRADECIMENTOS**

A faculdade de Ciência e Tecnologia, muito do que me orgulho ser, como pessoa e como profissional, devo a esta faculdade e a seu corpo docente.

Ao professor Luiz Claudio Fialho, pela orientação. Este que contribuiu diretamente para o sucesso deste trabalho.

Ao secretário da faculdade de Ciência e Tecnologia, Josivan Barros de França, pela amizade, e por sempre estar disponível para a resolução dos problemas envolvendo a faculdade de C&T.

Aos meus familiares, por seus ensinamentos. Ao meu pai Leonardo Yosimi Okada, e minha mãe Raimunda Junko Okada, por não medirem esforços para que eu pudesse levar meus estudos adiante.

Aos meus amigos Brenda Thayssa Figueira Daniel, Eduardo Luiz Rodrigues Rosa que sempre estiveram presentes nas horas de dificuldade dessa jornada.

Ao Arthur Pinheiro Barcelos, referência deste trabalho, por tirar as dúvidas sobre os assuntos, por enviar materiais, e por responder todos e-mails, mesmo não nos conhecendo.

Ao Professor Erb Ferreira Lins, pela contribuição na adaptação do código numérico para trabalho.

Ao Danilo Corrêa Celestino, pela ajuda na compreensão do software Matlab.

Aos meus amigos, que sempre estiveram presentes ao longo dessa jornada, demonstrando seu apoio e sua preocupação através de conversas ou mensagens.

A todas as outras pessoas envolvidas na execução deste trabalho, que me ajudaram de forma direta ou indireta para sua concretização.

## EPIGRAFE

*“A persistência é o caminho do êxito”.*

*Charles Chaplin*

## **RESUMO**

As ligas com memória de forma são materiais metálicos que possuem a capacidade de recuperar sua forma inicial, eliminando deformações residuais quando submetidas a processos térmicos, onde ocorrem transformações microestruturais de fase. Estas ligas apresentam um enorme potencial em aplicações envolvidas no controle de vibrações de estruturas diversas, devido as mudanças de fase da liga, resultando em variações no módulo de elasticidade do material. Neste trabalho busca-se simular numericamente um mancal com memória de forma, com a finalidade de alterar a rigidez equivalente do mancal e, conseqüentemente, alterar a velocidade crítica do eixo de uma máquina rotativa.

Palavras-chave: Ligas com memória de forma, rigidez equivalente, máquina rotativa.

## **ABSTRACT**

Shape memory alloys are metallic materials which have the ability to recover your initial form, eliminating residual deformation when subjected to thermal processes, where micro-structural changes of phase. These alloys have a huge potential in applications involved in the vibration control of structures, due to the alloy phase changes, resulting in variations on the modulus of elasticity of the material. In this work the aim is to simulate numerically a bearing with shape memory, in order to change the equivalent stiffness of the bearing, and consequently change the critical speed of a shaft rotating machine.

Keywords: Shape memory alloys, equivalent stiffness of the bearing, rotating machine.

## LISTA DE ILUSTRACOES

Figura 2.1: Diagrama Cu-Ag.....	19
Figura 2.2: Demonstração do sistema eutético.....	20
Figura 2.3: Pontos peritético e eutetóide.....	21
Figura 2.4: temperatura de transformação de fase.....	22
Figura 2.5: Efeito de memória de forma unidirecional.....	23
Figura 2.6: Gráfico tensão deformação.....	25
Figura 2.7: Fio de aparelho ortodôntico.....	26
Figura 2.8: Flaps com fios de SMA.....	26
Figura 2.9: Luva com memória de forma.(a) Posição a baixa temperatura; (b) Posição a alta temperatura.....	27
Figura 2.10: Movimentos de precessão (a) direta e (b) inversa.....	27
Figura 2.11: Controle passivo usando isoladores de vibrações.....	28
Figura 2.12: Elementos de um mancal de deslizamento.....	29
Figura 2.13: Rodopio de eixo.....	31
Figura 3.1: Vista lateral e seção transversal do rotor de Jeffcott.....	32
Figura 3.2: Concepção de mancal.....	34
Figura 3.3: Orientação das n pastilhas inseridas no mancal.....	36
Figura 3.4: Deflexão do eixo e contribuição paras a força resultante X.....	36
Figura 3.5: Convenção adotada de coordenadas.....	40
Figura 4.1: Modelo proposto para o caso A.....	42
Figura 4.2: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,05 m.....	44
Figura 4.3: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,07 m.....	45

Figura 4.4: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,1 m.....	46
Figura 4.5: Modelo proposto para o caso B.....	47
Figura 4.6: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,05 m.....	48
Figura 4.7: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,08 m.....	49
Figura 4.8: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,1 m.....	50

## LISTA DE TABELAS

4.1: Dados de entrada para o caso A.....	43
4.2: Resultados caso A para com diâmetro de 0,05m.....	43
4.3: Resultados caso A para com diâmetro de 0,07m.....	44
4.4: Resultados caso A para com diâmetro de 0,1m.....	46
4.5: Dados de entrada para o caso B.....	47
4.6: Resultados caso B para com diâmetro de 0,05m.....	48
4.7: Resultados caso B para com diâmetro de 0,08m.....	49
4.8: Resultados caso B para com diâmetro de 0,1m.....	50

## LISTA DE SIMBOLOS

$X$	Amplitude de vibração	[m]
$c$	Coefficiente de amortecimento	[Ns/m]
$L$	Comprimento do eixo	[m]
$\beta_{T_0}$	Condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por temperatura	
$\varepsilon$	Deformação	
$\rho$	Densidade do aço	[m <sup>3</sup> / kg]
$d$	Diâmetro do eixo	[m]
$e$	Excentricidade	[m]
$\zeta$	Fator de amortecimento	
$F_0$	Força de desbalanceamento	[N]
$F$	Força	[N]
$\beta$	Fração volumétrica de martensita	
$\beta_T$	Fração volumétrica de martensita induzida por temperatura	
$\beta_S$	Fração volumétrica de martensita induzida por tensão	
$f_n$	Frequência Linear	[Hz]
$\omega_d$	Frequência natural amortecida	[rad/s]
$\omega_n$	Frequência natural não amortecida	[rad/s]
$m_0$	Massa de desbalanceamento	[Kg]
$M_{disco}$	Massa do disco	[Kg]
$m_{eixo}$	Massa do eixo	[Kg]
$M_{eq}$	Massa equivalente do rotor	[Kg]
$m$	Massa	[Kg]
$E_A$	Módulo de elasticidade da pastilha em austenita	[N/m <sup>2</sup> ]
$E_M$	Módulo de elasticidade da pastilha em martensita	[N/m <sup>2</sup> ]

$E$	Módulo de elasticidade	[N/m <sup>2</sup> ]
$I$	Momento de inércia de área	[m <sup>4</sup> ]
$k_{pastilha}$	Rigidez da pastilha	[N/m]
$k_{eixo}$	Rigidez do eixo	[N/m]
$k_{carcaça}$	Rigidez do mancal	[N/m]
$k_{mancal}$	Rigidez do mancal	[N/m]
$k_{eq}$	Rigidez equivalente	[N/m]
$k$	Rigidez	[N/m]
$T$	Temperatura	[°K]
$A_f$	Temperatura final de formação da austenita ( <i>Austenite finish</i> )	[°C]
$M_f$	Temperatura final de formação da martensita ( <i>Martensite finish</i> )	[°C]
$A_s$	Temperatura inicial de formação da austenita ( <i>Austenite start</i> )	[°C]
$M_s$	Temperatura inicial de formação da martensita ( <i>Martensite start</i> )	[°C]
$\sigma_f^{CR}$	Tensão crítica no final da conversão de variantes martensíticas	[N/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_0$	Tensão de pré-carga	[N/m <sup>2</sup> ]
$\sigma$	Tensão	[N/m <sup>2</sup> ]
$\Omega$	Velocidade de operação da máquina	[rad/s]
$L_{pastilha}$	Comprimento da pastilha	[m]
$\beta_{S0}$	Condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por tensão	
$C_A$	Relação tensão crítica de transformação e temperatura em austenita	[N/m <sup>2</sup> K]
$C_M$	Relação tensão crítica de transformação e temperatura em martensita	[N/m <sup>2</sup> K]
$k_{pastilha,A}$	Rigidez da pastilha austenita	[N/m]
$k_{pastilha,M}$	Rigidez da pastilha martensita	[N/m]
$k_{rolamento}$	Rigidez do rolamento	[N/m]
$k_{separador}$	Rigidez do separador	[N/m]
$\sigma_S^{CR}$	Tensão crítica no começo da conversão de variantes martensíticas	[N/m <sup>2</sup> ]

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO .....	16
1.2 Justificativa .....	17
1.3 Objetivo .....	17
1.3.1 Objetivo Geral .....	17
1.3.2 Objetivos Específicos .....	17
1.5 Organização do trabalho .....	17
2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA .....	19
2.1 Digrama de fases .....	19
2.2 As ligas com memória de forma .....	21
2.3 Efeitos da temperatura nas ligas com memória de forma .....	22
2.4 Efeito de memória de forma .....	23
2.5 Efeito de memória de forma unidirecional ou <i>one way</i> .....	23
2.6 Efeito de memória de forma bidimensional ou <i>two way</i> .....	24
2.7 Efeito pseudoelástico ou pseudoelásticidade .....	24
2.8 As vantagens e desvantagens da SMA.....	25
2.9 Principais aplicações .....	25
2.10 Movimentos de um sistema rotativo .....	27
2.11 Controle de vibrações.....	27
2.15 Velocidade crítica de eixos .....	29
3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	32
3.1 Forçamento harmônico de um rotor desbalanceado .....	32
3.2 Rotor de Jeffcott e cálculo da velocidade crítica .....	32
3.3 Rigidez do mancal .....	34
3.4 Variação da velocidade crítica e amplitude de vibração.....	36
3.5 Módulo de elasticidade e transição de fases: Modelo de Brinson .....	37
3.5 Modelagem em quatro graus de liberdade .....	39
4 ANÁLISE DO MODELO .....	42
5 CONCLUSÃO.....	51
5.1 Considerações finais .....	51
5.2 Sugestão para trabalhos futuros .....	51
ANEXO A – EQUAÇÕES DE FRISWELL .....	55
CASO A.....	55

ANEXO B – CÓDIGO EM MATLAB .....	56
----------------------------------	----

## 1 INTRODUÇÃO

Otubo (1996 apud GEROLDO, 2009) ligas com memória de forma são um grupo de materiais metálicos que possuem como característica o chamado Efeito de Memória de Forma, que é a capacidade desses materiais, quando deformados plasticamente no estado martensítico, voltarem ao seu estado ou forma original com o aquecimento em temperaturas acima de  $A_f$  (*Austenite finish* – temperatura final de formação da austenita). Quando o efeito de memória de forma se manifesta somente durante o aquecimento, é denominado de efeito de memória de forma unidirecional (*one way*). Se este efeito se manifestar também durante o resfriamento, diz-se que se trata do efeito de memória de forma bidimensional (*two way*).

Outra característica destas ligas é a pseudoelasticidade. Este comportamento consiste no desenvolvimento de grandes deformações (da ordem de 10%) associadas ao processo de transformação de fase da microestrutura do material promovida por um carregamento mecânico que é recuperável após a remoção do carregamento. Quando o carregamento é removido, o material retoma sua microestrutura inicial (ADEODATO, 2014).

As SMA (*Shape Memory Alloy* – Ligas com Memória de Forma) apresentam altas aplicações em vários campos, devido à propriedades como: biocompatibilidade, resistência mecânica, resistência à corrosão e sua aplicabilidade a diversos ambientes de trabalhos.

A presença de vibrações demasiadas em máquinas e equipamentos é normalmente caracterizada como um problema sério, podendo comprometer a estrutura das mesmas. Em situações como esta, um sistema de controle de vibração é aplicado com o objetivo de reduzir os danos provenientes de vibração. Existem dois métodos para controle de vibrações bastante utilizados: (a) o método passivo, que lida diretamente com propriedades físicas da máquina (rigidez, massa e amortecimento); e (b) o método ativo, que depende de uma forma de energia externa. Este método é baseado no uso de sensores, eletrônica de tratamento de sinais, e eletrônica de controle diretamente ligada aos atuadores, fazendo com que todos os problemas que possam ocorrer na máquina sejam previstos e compensados (AQUINO, 2011).

## 1.2 Justificativa

O Problema de vibrações excessivas em máquinas e equipamentos é um problema sério, visto que podem causar fraturas em peças, desalinhamento de eixo, danos aos mancais, lesões por esforço repetitivo em seres humanos. É possível prever vibrações indesejáveis através de modelos matemáticos amplamente estudados em dinâmica de rotores. Busca-se contornar o problema de velocidades críticas de eixos através da mudança de rigidez do sistema através de ligas de memória de forma, visto que, essas ligas possuem característica que se demonstram interessantes na utilização de vibrações excessivas de máquinas rotativas.

## 1.3 Objetivo

### 1.3.1 Objetivo Geral

Simular numericamente pastilhas com memórias de forma, para que sejam inseridas em um mancal, afim de evitar velocidades críticas.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Simular numericamente um mancal flexível para o controle de vibrações, a fim de que sua rigidez seja alterada pelo comportamento das ligas com memória de forma inseridas no mancal por meio de pastilhas.
- Desenvolver um modelo numérico utilizando o *software* MATLAB® para a representação do comportamento das pastilhas com ligas de memória de forma.
- Usar as pastilhas de memória de forma no controle de vibrações de máquinas rotativas e utilizar a propriedade de variação de rigidez a diferentes temperaturas.
- Obter comparações das velocidades críticas obtidas a partir de mancais rígidos e mancais flexíveis ativados.

## 1.5 Organização do trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos, que estão distribuídos:

No capítulo 1 é apresentada uma síntese sobre as ligas com memória de forma, e os problemas causados por excesso de vibrações em máquinas rotativas. Também são discutidos os objetivos para o trabalho.

No capítulo 2 são abordados os primeiros estudos envolvendo ligas com memória de forma, e conceitos e comportamentos das ligas com memória de forma, e máquinas rotativas.

No capítulo 3 a abordagem matemática usual destinada ao estudo da dinâmica de rotores é apresentada juntamente com a concepção de mancal utilizado no trabalho.

No capítulo 4 encontra-se a análise do modelo, que avalia a alteração da rigidez e frequências naturais em situações distintas.

No capítulo 5, por fim, apresentam-se as conclusões e sugestões para futuros trabalhos julgadas como importantes, baseando-se nos resultados obtidos a partir das simulações realizadas ao longo deste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

### 2.1 Digrama de fases

São gráficos que mostram as fases presentes em um material em equilíbrio com seu ambiente. Nessa seção são abordados alguns conceitos básicos de digrama de fases, informações mais detalhadas sobre o assunto na referência Callister.

CALLISTER (2002) explica os conceitos a respeito do diagrama de fases:

**Limite de solubilidade:** É a concentração máxima de soluto que pode se dissolver no solvente em determinada temperatura para formar uma solução.

**Fase:** É a porção homogênea de um sistema que possui características físicas e químicas uniformes.

**Sistemas eutéticos** – São encontradas três regiões monofásicas distintas no diagrama,  $\alpha$ ,  $\beta$ , e líquida. A figura (2.1) mostra o diagrama cobre-prata, onde a fase  $\alpha$  consiste em uma solução sólida rica em cobre, possui a prata como o componente soluto, e uma estrutura CFC (cúbica de face centrada). A solução sólida  $\beta$  também possui estrutura CFC, porém o cobre é o soluto (CALLISTER, 2002).

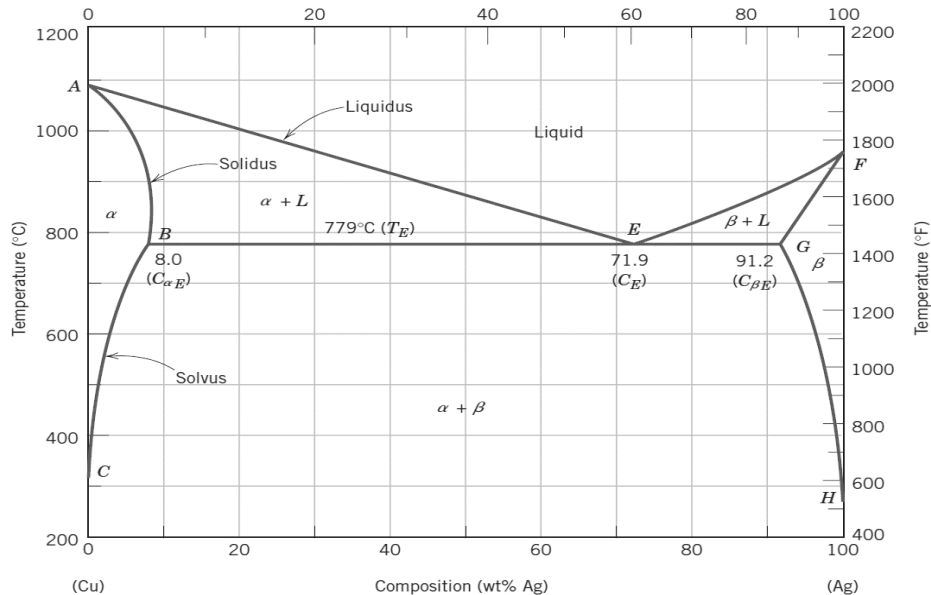


Figura 2.1: Diagrama Cu-Ag (CALLISTER, 2012).

No Gráfico, três regiões bifásicas podem ser encontradas, são elas  $\alpha + L$ ,  $\beta + L$ ,  $\alpha + \beta$ . Em temperaturas a baixo da linha de BGE somente uma concentração limitada de prata irá se dissolver no cobre. As linhas CBA são os limites de solubilidade para fase  $\alpha$ . A linha B representa a máxima solubilidade da prata no cobre permitida na

fase  $\alpha$  (8%p Ag). O ponto G é a solubilidade máxima do cobre na prata permitida na fase  $\beta$ . O ponto eutético é onde o equilíbrio entre três fases ocorre a uma determinada temperatura e as composições das três fases são fixas (CALLISTER, 2012).

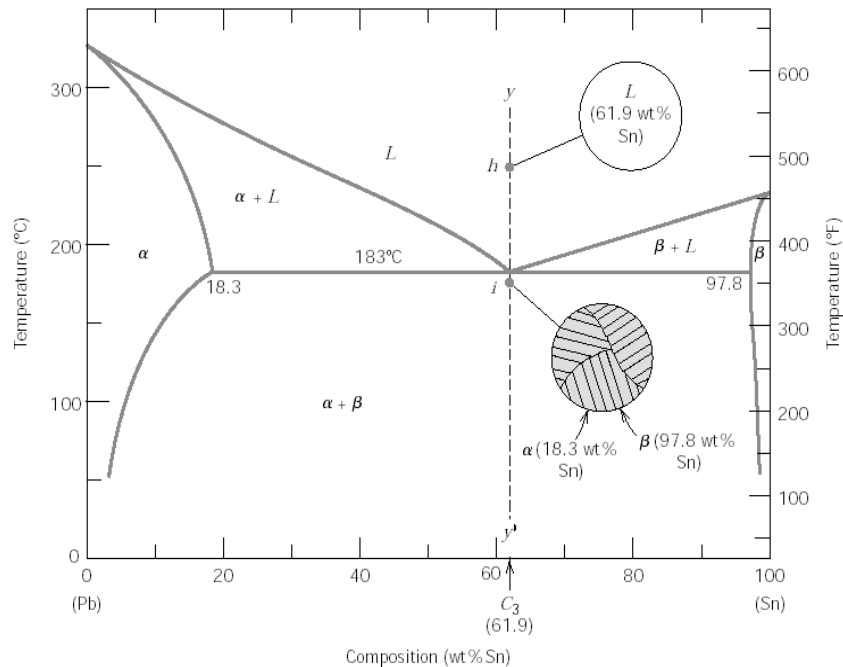


Figura 2.2: Demonstração do sistema eutético (CALLISTER, 2012).

A figura (2.2) demonstra o resfriamento começando pelo ponto  $h$ , onde a fase da liga é  $L$ , quando a liga resfriada até o ponto  $i$ , tem-se equilíbrio a fase  $\alpha + \beta$ .

**Reação eutetóide** – É semelhante a reação eutética, porém é uma fase sólida que se transforma em outras duas fases sólidas (CALLISTER, 2012).

**Reação peritética** – Envolve três fases de equilíbrio. Uma fase sólida mais uma fase líquida se transforma em outra fase sólida (CALLISTER, 2012).

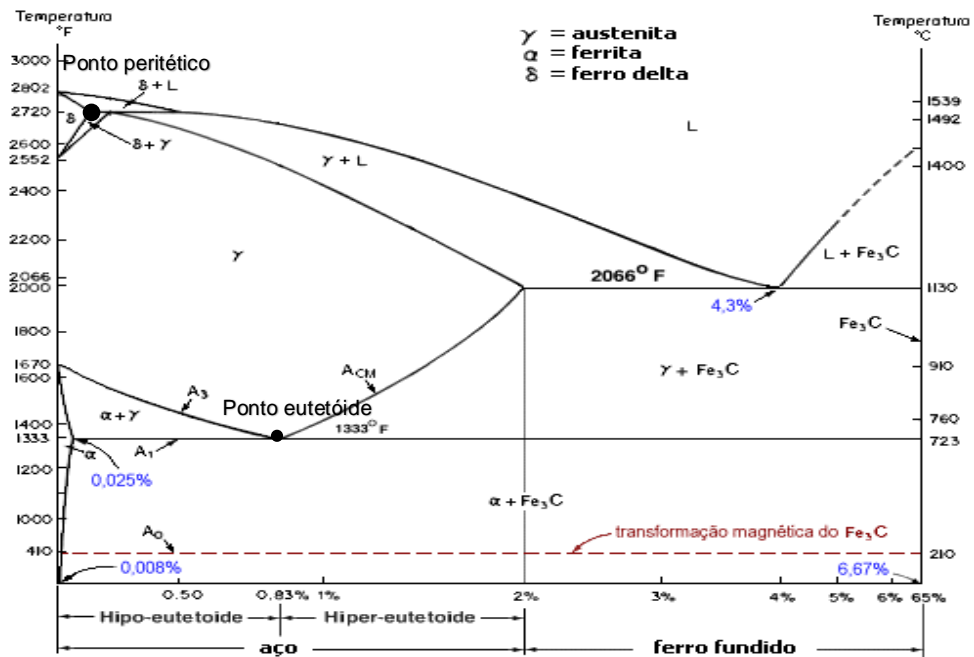


Figura 2.3: Pontos peritético e eutetóide (CALLISTER, 2012).

**Ferrita ( $\alpha$ ):** é uma fase de solução sólida intersticial de C no Fe  $\alpha$  com estrutura (CCC), dúctil apresentando dureza e resistência mecânica baixas, com limite de solubilidade máxima de 0,02% a temperatura 723°C e cerca de 0,008%C a temperatura ambiente (CALLISTER, 2012).

**Austenita ( $\gamma$ ):** é uma fase de solução sólida intersticial de C no Fe  $\gamma$  com estrutura (CFC) e com limite de solubilidade máxima de 2,06% a temperatura 1.147°C, decrescendo até 0,8%C a 723°C (CALLISTER, 2012).

**Fase ( $\delta$ ) “Ferrita  $\delta$ ”:** é uma fase de solução sólida intersticial de C no Fe  $\delta$  com estrutura (CCC) e com limite de solubilidade máxima de 0,09% a temperatura 1.493°C (CALLISTER, 2012).

**Cementita ( $\text{Fe}_3\text{C}$ ):** fase e/ou composto metaestável, frágil apresentando dureza e resistência mecânica altas (CALLISTER, 2012).

## 2.2 As ligas com memória de forma

Ölander, foi o primeiro a estudar as ligas com memória de forma em 1932, quando observou o comportamento pseudoelástico nas ligas Au-Cd. Alguns anos depois, em 1938, Greninger e Mooradian utilizaram a liga Cu-Zn para o estudo da formação matensítica no material. Já em 1949, Kurdjumov e Khandros analisaram o comportamento termomecânico da martensita (REIS, 2013).

Em 1961 William J. Buehler e seus colegas que trabalhavam no Naval Ordnance Laboratory (NOL) descobriram que a liga de Ni-Ti apresentava o efeito com memória de forma. Também observaram um pequeno aumento de níquel na liga. Buehlmer nomeou a liga como *NiTiNoI* incluindo a sigla do nome do seu laboratório (MAESTA, 2012).

PINA (2006 apud MAESTA, 2012) a primeira aplicação de das ligas com memória de forma foi através de conectores na tubulação de um submarino nuclear americano *Nautilus*, que substituiu as soldas nos tubos que estavam sujeitos à altas pressões.

BORDEN (1991 apud MAESTO 2012) na década de 70, conectores com memória de forma eram utilizados em dutos de petróleo, água e similares, devido não ser necessária a aplicação de calor para realizar a união entre os conectores e dutos.

### 2.3 Efeitos da temperatura nas ligas com memória de forma

Segundo Liange Rogers (1990, apud BARCELOS, 2015, p.5) o comportamento de uma liga com memória de forma depende da temperatura, pois a fase cristalina em que a liga se encontra depende da temperatura.

Durante o aquecimento, uma liga martensítica começa a se transformar em austenita em uma temperatura  $A_s$ , e termina o processo em uma temperatura  $A_f$ . No procedimento de resfriamento, a liga austenítica começa a se transforma em martensita em uma temperatura  $M_s$ , e se torna 100% martensita em  $M_f$ . A figura 2.4 representa o processo (REIS, 2013).

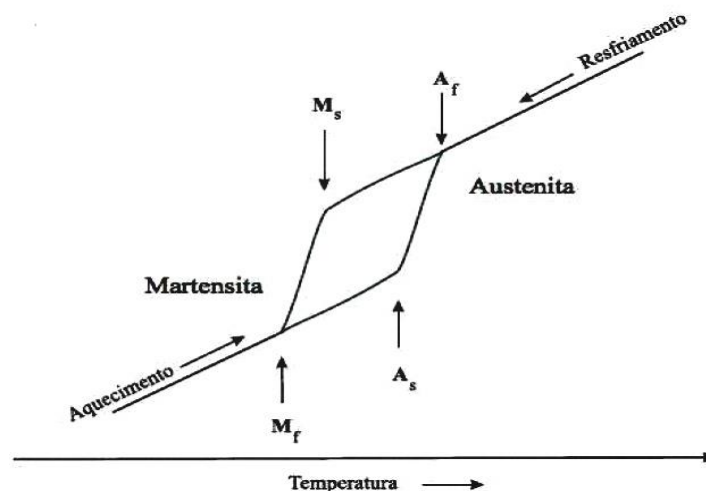


Figura 2.4: temperatura de transformação de fase (REIS, 2013).

## 2.4 Efeito de memória de forma

É a capacidade de certos materiais voltarem ao estado ou à forma inicial com o aquecimento em temperaturas acima de  $A_f$  após serem deformados plasticamente no estado martensítico (Otubo, 1996).

## 2.5 Efeito de memória de forma unidirecional ou *one way*

O efeito de memória de forma unidirecional ocorre quando o material é submetido a temperaturas inferiores à da formação da martensita, apresentando mudança somente em sua estrutura cristalina. A figura 2.5 esquematiza o efeito de memória de forma unidirecional. No ponto *A* até *B*, a martensita induzida por temperatura sofre transformação de fase devido à uma tensão aplicada, se transformando em martensita não maclada (surge quando a martensita maclada é submetida a uma tensão mecânica crítica, iniciando a conversão ou desmaclamento das duas variantes geminadas em uma única variante associada à tensão mecânica) depois de retirado o carregamento, é gerada uma tensão residual no ponto *C*, devido a martensita por tensão ser estável. E por fim, para que a liga volte ao seu estado original, é necessário aquecer a liga até a temperatura de austenização, seguido de um resfriamento e retornando para a microestrutura de martensita induzida por temperatura. Bandeira (2005 apud ADEODATO, 2014) (MAESTO, 2016).

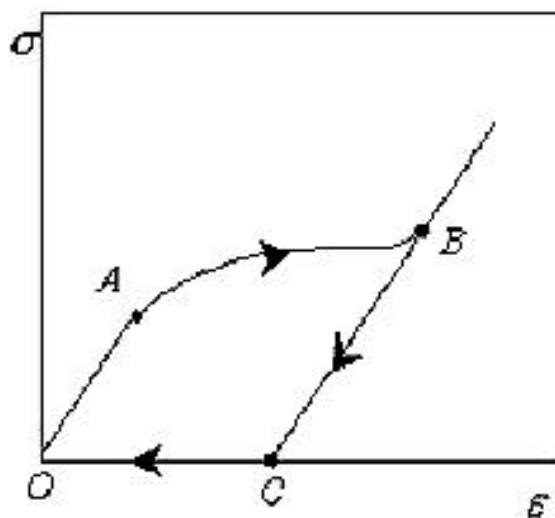


Figura 2.5: Efeito de memória de forma unidirecional (ADEODATO, A. 2014).

## 2.6 Efeito de memória de forma bidimensional ou *two way*

La cava (1999 apud ADEODATO, 2014) este efeito é semelhante ao efeito de memória de forma unidirecional, com a diferença de que há mudança de fase tanto no aquecimento, quanto no resfriamento. Comparando o efeito unidirecional, as ligas com efeito bidimensional sempre possuem capacidade menor, porém as forças de restituição podem ser obtidas no aquecimento.

## 2.7 Efeito pseudoelástico ou pseudoelásticidade

Schroeder (1979 apud OTUBO, 1996) é a capacidade de certos materiais recuperarem a forma original após serem deformados além do limite elástico. Neste caso, a recuperação ocorre em temperatura constante. Pseudoelastidade pode ser dividida em duas categorias, que dependem do tipo de força motriz e do mecanismo envolvido: a primeira é superelastidade, quando martensita é induzida por uma tensão mecânica em temperaturas onde a austenita é normalmente estável, e a segunda é o efeito tipo borracha (conhecido como *rubberlike*), quando envolve deformação da própria martensita, porém a força restauradora ainda não é bem conhecida.

Absi (2013), mostra em seu trabalho um gráfico tensão x deformação que pode exemplificar melhor o efeito pseudoelástico:

Começando no ponto *A* da figura 2.6, quando uma força é aplicada na fase austenítica a liga se deforma elasticamente até o ponto *B*. Com o aumento da força, o caminho da carga cruza a superfície de iniciação martensítica  $M_s$  no diagrama (isto marca o ponto  $\sigma^{MS}$  do diagrama), onde começa a transformação de austenita em martensita não maclada, que é acompanhada de uma longa e inelástica deformação pelo caminho do ponto *B* ao ponto *C*. A transformação continua até atingir o ponto  $\sigma^{Mf}$ , neste ponto o caminho de carregamento intersecta  $M_f$ , que indica o fim da transformação martensítica. Um posterior aumento de carga em *CD* resulta somente em uma deformação elástica da fase martensítica. Quando gradualmente a carga é removida, a martensita segue um caminho de descarregamento *DE*, no ponto *E* o caminho cruza o ponto  $\sigma^{AS}$ , este é o ponto onde a martensita começa a se transformar em austenita. E por fim segue o caminho *EF* onde ocorre a recuperação da

deformação, devido à transformação de fase que se encerra em  $F$ , ela corresponde ao ponto  $\sigma^{AS}$  onde a curva recupera a curva elástica da austenita.

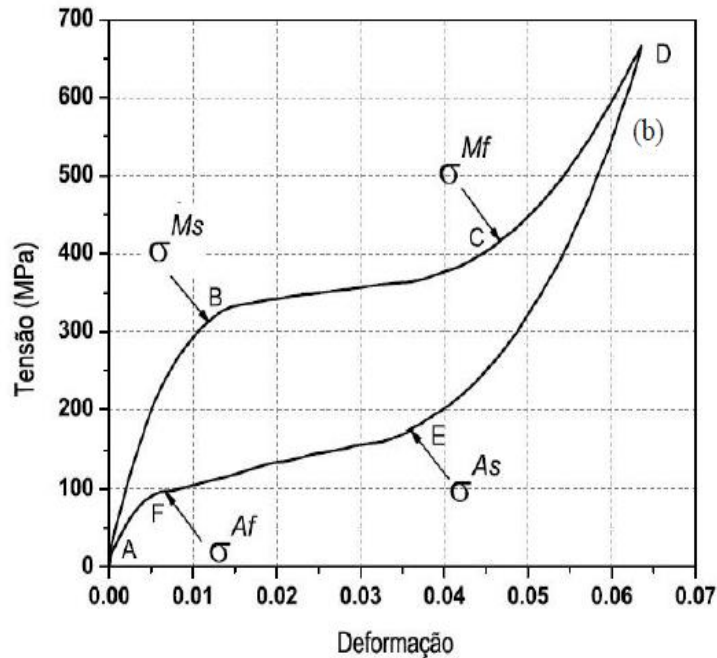


Figura 2.6: Gráfico tensão deformação (ABSI, 2013).

## 2.8 As vantagens e desvantagens da SMA

As vantagens do uso dos materiais SMA em relação a outros materiais são: biocompatibilidade, resistência mecânica, resistência à corrosão e sua aplicabilidade a diversos ambientes de trabalhos. Por outro lado, as desvantagens podem ser mencionadas, são elas: custo elevado da produção, controle difícil de composição e homogeneidade e pouca resistência à fadiga Aguiar (2011 apud ADEODATO, 2014).

## 2.9 Principais aplicações

Aparelhos ortodônticos que usam fios que exploram a pseudoelasticidade. Durante a instalação, os fios são deformados de modo que haja uma transformação de fase de austenita para martensita. Quando posicionados, os fios entram em contato com a temperatura bucal, e tendem a retornar a fase austenítica, retornando a forma original (REIS, 2013).

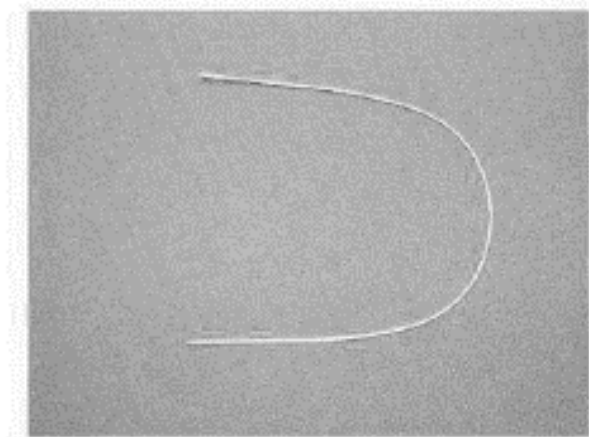


Figura 2.7: Fio de aparelho ortodôntico (Petrini et al 2001 *apud* Reis, 2013).

Asundi (1996 *apud* CASTILHO; SILVA, 2011) construção de *flaps* com memória de forma. Essas estruturas utilizam sistemas hidráulicos que necessitam de bombas e atuadores, elevando o custo e o peso, dois pontos críticos na construção de uma aeronave. Com os fios de SMA as asas poderiam ter a configuração mostrada na figura 2.8, o que otimizaria a eficiência dos flaps.

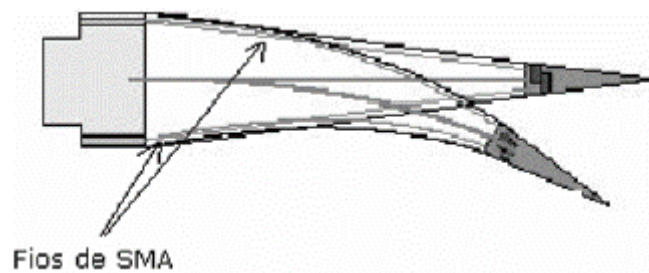


Figura 2.8: *Flaps* com fios de SMA (Asundi 1996 *apud* CASTILHO; SILVA, 2011).

Luvas com memória de forma. Neste caso é explorado o efeito de memória de forma reversível. Durante a fisioterapia o equipamento imita o movimento humano a partir da deformação da memorização de uma forma não deformada a quente e uma deformada a frio (REIS, 2013).

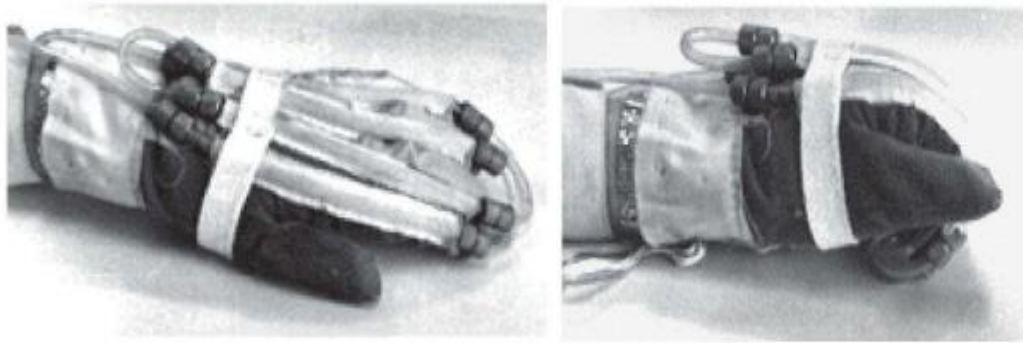


Figura 2.9: Luva com memória de forma. (a) Posição a baixa temperatura; (b) Posição a alta temperatura (Reis, 2013).

### 2.10 Movimentos de um sistema rotativo

Um sistema rotativo é composto essencialmente de um eixo, um disco, e mancais. Esse sistema realiza os movimentos de rotação em torno de si própria (*spin*), e rotação de precessão ou *whirl* (rotação do eixo defletido em torno da sua configuração não defletida em torno de si). Quando a órbita que realiza o centro geométrico apresentar o mesmo sentido de rotação, o sistema realiza um movimento de precessão direta (*forwardwhirl*). Quando a órbita do centro geométrico apresenta sentido contrário a rotação, o sistema realiza um movimento de precessão retrógrada ou inversa (*backward whirl*) (PEREIRA, 2015).

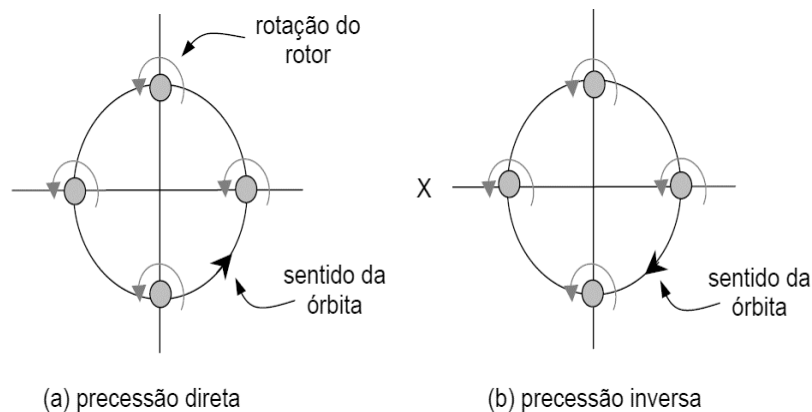


Figura 2.10: Movimentos de precessão (a) direta e (b) inversa (PEREIRA, 2015).

### 2.11 Controle de vibrações

Para controle de vibrações em situações práticas, é possível reduzir as forças dinâmicas que causam vibrações através de controles passivos e ativos de vibrações.

Os elementos de controle passivo funcionam absorvendo ou dissipando a energia vibratória gerada ou garantindo rigidez à estrutura. Este método consiste na escolha de um dispositivo com parâmetros de inércia, amortecimento e rigidez dentro de valores admitidos fixos (MARQUES, 2000 *apud* BARCELOS, 2015). Esses métodos são utilizados em situações em que a resposta do sistema seja em regime permanente. Outras características dos sistemas passivos que lhes garantiram ampla utilização ao longo dos anos é que eles não necessitam de energia externa para a realização da função de controle, possuem custo relativamente baixo e facilidade de manutenção MEIROVITCH (1990 *apud* Silva 2009) SOONG e DARGUSH (1997 *apud* SILVA 2009).

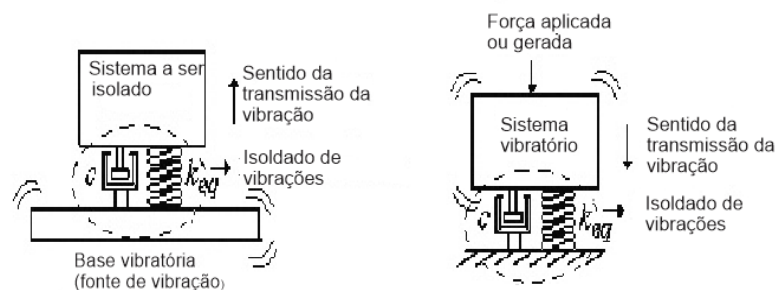


Figura 2.11: Controle passivo usando isoladores de vibrações (SILVA, 2009).

O controle ativo é baseado no processamento e análise de sinais, funcionando com o intuito de introduzir uma energia adicional ao sistema, ajudado a atenuar as vibrações. Um sensor identifica o nível de vibração do sistema, o controlador identifica se a vibração excede os limites de vibrações desejáveis e determina a operação do atuador, que irá interferir no sistema (BARCELOS, 2015).

## 2.12 Tipos de mancais

Um mancal é um suporte fixo de apoio de eixos, e os mais utilizados em projetos de máquinas rotativas são os mancais de rolamento, e os mancais de deslizamento. Silva (2011) em seu trabalho explicam como funcionam esses elementos.

## 2.13 Mancais de deslizamento

São elementos de máquinas onde a superfície do eixo está em atrito com o mancal. São constituídos de uma bucha fixada em um suporte (SILVA; SANTOS, 2011).

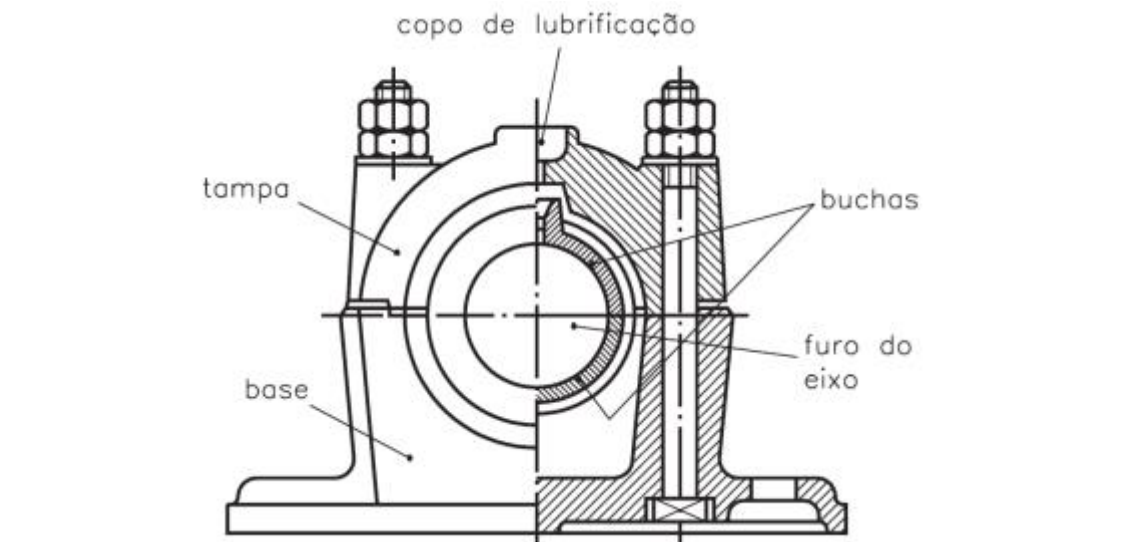


Figura 2.12: Elementos de um mancal de deslizamento (SILVA; SANTOS, 2012).

#### 2.14 Mancais de rolamento

São aqueles que comportam esferas ou rolos nos quais o eixo se apoia. Quando o eixo gira, as esferas ou rolos também giram confinados dentro do mancal. Esse tipo de mancal é formado por um rolamento, que são dois anéis concêntricos, e entre esses anéis são colocados elemento rolante (SILVA; SANTOS, 2011).

#### 2.15 Velocidade crítica de eixos

Estruturas e componentes quando sujeitos a vibrações excessivas podem falhar devido à fadiga do material, resultante da variação cíclica da tensão induzida. Essas vibrações causam desgaste mais rápido de peças de máquinas, geram ruídos excessivos, conseguem afrouxar ou soltar elementos de fixação. Em processos de corte de metais, as vibrações podem causar trepidação, o que resulta em um mau acabamento superficial. Em seres humanos vibrações excessivas causam desconforto, perda de eficiência, causam estresse devido ao ruído, dificultam a leitura de painéis ou medidores. (RAO, 2008).

No projeto de uma máquina rotativa a escolha adequada da sua frequência de operação caracteriza-se como um ponto de fundamental importância para o bom funcionamento do equipamento, pois caso o mesmo opere próximo a uma de suas frequências naturais a vibração resultante pode gerar grandes danos ao sistema rotativo e às partes interligadas a ele (SILVA, 2009).

Sistemas que contêm elementos de armazenamento de energia possuirão um conjunto de frequências naturais nas quais o sistema vibrará com amplitudes potencialmente grandes. Todos esses elementos possuem massa e se eles também tiverem uma velocidade, os mesmos armazenarão energia cinética. Quando um sistema dinâmico vibra, ocorre uma transferência de energia de potencial a cinética repetidamente dentro do sistema (NORTON, 2013).

Se qualquer elemento do sistema estiver sujeito a uma carga que varia ao longo do tempo, ele vibrará. Se o sistema recebe energia por meio de excitações de frequência igual a uma das suas frequências naturais. Diz-se que o sistema está em ressonância (NORTON, 2013).

As frequências naturais são uma propriedade física do sistema; uma vez construído, as mesmas se mantêm a menos que a massa ou rigidez sejam alteradas. Frequência natural é também chamada de frequência crítica ou velocidade crítica. Deve-se evitar excitar um sistema ao ponto de atingir sua frequência natural, pois, as deflexões causarão tensões grandes o suficiente para rapidamente romper a peça. A expressão geral da frequência natural é dada por (NORTON, 2013):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2)$$

Onde  $k$  é constante de mola do sistema, e  $m$  é a massa.

A equação (2.1) define a frequência natural para frequências circulares, com unidade de rpm ou rad/s, e equação (2.2) é válida para frequências lineares, com unidade em Hz (Hertz).

## 2.16 Rodopio do eixo

Ocorre quando há um desbalanceamento residual de um elemento de rotação fazendo com que se centro de massa se afaste da linha de centro do eixo, criando uma força centrífuga que tende a defletir o eixo na direção do seu afastamento. A deflexão do eixo devido a essa força centrífuga faz com que ele gire ao redor de seu eixo de rotação com pontos no centro de eixo defletido descrevendo círculos ao redor do eixo. (NORTON, 2013).

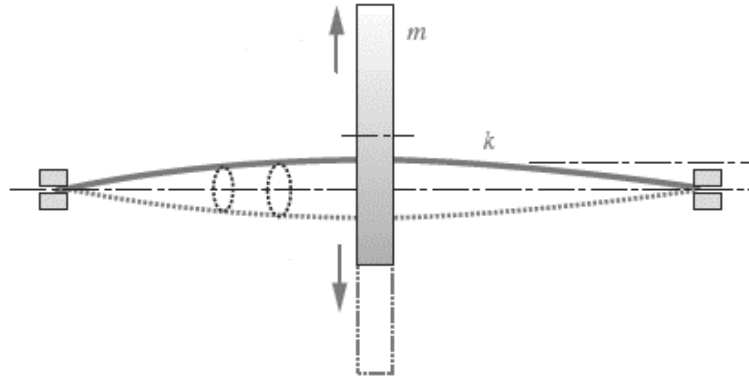


Figura 2.13: Rodópio de eixo (NORTON, 2013, modificado).

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1 Forçamento harmônico de um rotor desbalanceado

A lei física que rege que todos os fenômenos de vibração é a segunda lei de Newton, que diz que a soma das forças externas que agem sobre um objeto é igual ao produto entre sua massa e sua aceleração. Essa equação produz a seguinte equação do movimento (ADAMS, 2001):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \text{sen}(\Omega t) \quad (3.1)$$

A força harmônica produzida pelo desbalanceamento quando o rotor se encontra girando pode ser calculada:

$$F_0 = m_0 e \Omega^2 \quad (3.2)$$

Onde:  $m_0$  é a massa do eixo,  $e$  é a excentricidade, e  $\Omega$  é a rotação do rotor.

Agrupando a equações (4.1) e (4.2) obtemos:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0 e \Omega^2 \text{sen}(\Omega t) \quad (3.3)$$

#### 3.2 Rotor de Jeffcott e cálculo da velocidade crítica

FERRAZ, 2017 em seu trabalho, descreve o *modelo de Jeffcott*. Este modelo foi formulado por Jeffcott em 1919. O modelo consiste de um eixo flexível bi-apoiado por mancais idênticos, com um disco desbalanceado na metade da sua extensão. O modelo de Jeffcott está ilustrado na figura 3.1, onde  $C$  é o centro de massa do disco,  $G$  é centro geométrico, e  $O$  é a origem, tomada quando o corpo está em repouso. Adotando como referenciais  $A$  (inercial) e  $B$  (solidário ao centro de massa), cujos vetores unitários são, respectivamente  $(a_1, a_2)$  e  $(b_1, b_2)$ ,  $GC$  é excentricidade do disco,  $\phi$  é a posição angular de  $G$ ,  $\beta$  a posição angular do desbalanceamento.

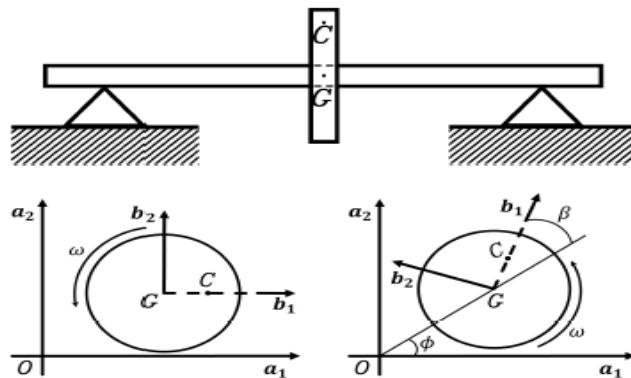


Figura 3.1: Vista lateral e seção transversal do rotor de Jeffcott (FERRAZ, 2017)

Para calcular a equação do movimento de Jeffcott devem ser conhecidos:

A rigidez do eixo

$$k_{eixo} = \frac{48EI}{L^3} \quad (3.4)$$

Onde:  $E$  é o módulo de elasticidade,  $I$  é o momento de inércia, e  $L$  é o comprimento do eixo.

O momento de inércia e a massa equivalente podem ser calculados da seguinte maneira:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (3.5)$$

Onde:  $d$  é o diâmetro.

Massa equivalente:

$$M_{eq} = M_{disco} + 0,5m_{eixo} \quad (3.6)$$

Onde:  $M_{disco}$  é a massa do disco,  $m_{eixo}$  é a massa do eixo.

Com os dados do eixo maciço feito de aço, definindo sua geometria (comprimento e diâmetro), temos a massa do eixo (BARCELOS, 2015):

$$m_{eixo} = \frac{\rho L \pi d^2}{4} \quad (3.7)$$

Onde:  $\rho$  é a densidade do aço,  $L$  é o comprimento do eixo,  $d$  é o diâmetro

Para qualquer sistema amortecido, o fator de amortecimento é definido como a razão entre a constante de amortecimento e a constante de amortecimento crítico (RAO, 2008). Esta relação pode ser obtida da seguinte forma (ADAMS, 2001):

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{km}} \quad (3.8)$$

Por fim, tem-se a equação final de movimento do rotor de Jeffcott:

$$M_{eq}\ddot{x} + C\dot{x} + k_{eixo}x = m_0 e\Omega^2 \text{sen}(\Omega t) \quad (3.9)$$

Para um sistema de amortecimento tendendo a zero, pode-se afirmar a existência de uma velocidade de operação da máquina se iguala a alguma frequência natural do sistema. Para o caso da primeira frequência natural do rotor de Jeffcott, considerando a rigidez do sistema, como a rigidez do eixo á flexão (BARCELOS, 2015).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M_{eq}}} \quad (3.10)$$

### 3.3 Rigidez do mancal

No presente trabalho, o mancal com memória de forma será composto por um rolamento, um elemento anelar separador, as pastilhas de SMA e a carcaça do mancal, sendo todos os elementos organizados em série, conforme a figura 3.2.

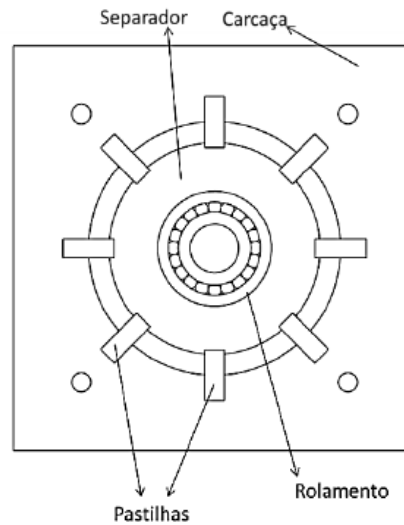


Figura 3.2: Concepção de mancal (BARCELOS, 2015).

RAO (2008) diz que o cálculo da rigidez equivalente para o sistema proposto nesse trabalho é:

$$\frac{1}{k_{mancal}} = \frac{1}{k_{rolamento}} + \frac{1}{k_{separador}} + \frac{1}{k_{pastilha}} + \frac{1}{k_{carcaça}} \quad (3.11)$$

A rigidez dos elementos do sistema rotativo é de extrema importância para indicar a deflexão do modo de vibração do eixo, em que a rigidez equivalente tende a dirigir-se ao valor mais baixo da rigidez da associação em série, em que os elementos menos rígidos tendem a sofrer maior deflexão (BARCELOS, 2015).

$$\frac{1}{k_{mancal}} = \frac{1}{k_{rolamento}} + \frac{1}{k_{pastilha}} \rightarrow k_{mancal} = \frac{k_{rolamento} k_{pastilha}}{k_{rolamento} + k_{pastilha}} \quad (3.12)$$

As pastilhas inseridas no mancal adaptativo são ligas de NiTi, que por sua vez possuem a capacidade de memória de forma. A equação (3.13) demonstra a o cálculo da rigidez da pastilha, que se encontra em sob carregamento axial (KELLY, 2012).

$$k_{pastilha} = \frac{EA}{L_{pastilha}} \quad (3.13)$$

O módulo de elasticidade da pastilha( $E$ ) varia de acordo com fase e a temperatura apresentado, por isso a rigidez da pastilha para cada fase é dada por:

$$k_{pastilha,M} = \frac{E_M A}{L_{pastilha}} \quad (3.14)$$

$$k_{pastilha,A} = \frac{E_A A}{L_{pastilha}} \quad (3.15)$$

Onde:

$k_{pastilha,A}$  é a rigidez da pastilha no estado austenita

$k_{pastilha,M}$  é a rigidez da pastilha no estado martensita

$E_A$  é o módulo de elasticidade da pastilha em austenita

$E_M$  é o módulo de elasticidade da pastilha em Martensita

Considera-se um conjunto de pastilhas dispostas conforme a Fig. (3.3), com um elemento pontual centralizado a ser imposto a se mover em uma das direções radiais, a direção  $x$ . O elemento pontual, caracterizado pelo eixo da máquina, se desloca de sua posição de equilíbrio estático durante a vibração, deformando  $X$ , conforme Fig. (4.3), onde cada pastilha é representada por uma mola (BARCELOS, 2015).

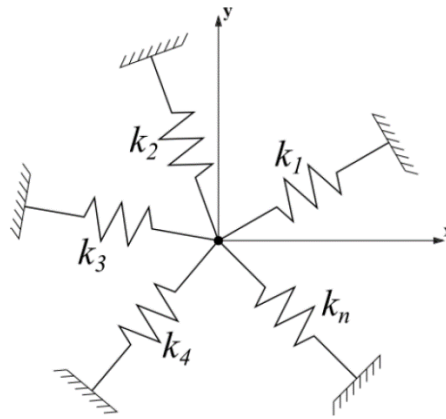


Figura 3.3: Orientação das n pastilhas inseridas no mancal

A pastilha com rigidez  $k_1$  é deslocada  $X \cos \theta_1$ , e representa sua contribuição no deslocamento do eixo. Portanto, a componente de força dessa pastilha é  $k_1(X \cos \theta_1) \cos \theta_1$ . De forma semelhante, as componentes de força para cada uma das n pastilhas presentes no mancal adaptativo são:  $k_1(X \cos \theta_1) \cos \theta_1, k_2(X \cos \theta_2) \cos \theta_2, \dots, k_n(X \cos \theta_n) \cos \theta_n$  (BARCELOS, 2015).

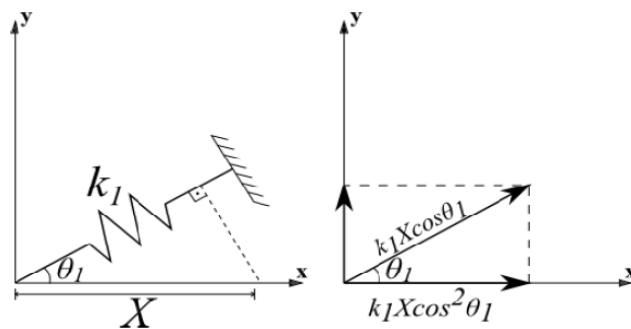


Figura 3.4: Deflexão  $X$  do eixo e contribuição para a força resultante

A posição significa que cada pastilha contribui para a força resultante, com seu valor de rigidez

$$(k_1 \cos^2 \theta_1 + k_2 \cos^2 \theta_2 + \dots + k_n \cos^2 \theta_n) X = (k_{\text{pastilhas}}) X \quad (3.16)$$

### 3.4 Variação da velocidade crítica e amplitude de vibração

Nesta seção, infere-se um modelo matemático para o problema de dinâmica de rotores com mancais adaptativos com liga de memória de forma. Para isso, considera-se a solução homogênea do problema de vibração forçada harmônica, que gera uma amplitude de vibração descrita abaixo (RAO, 2008; KELLY, 2012).

$$X = \frac{\frac{m}{M_{eq}} e r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (3.17)$$

Onde  $r$  é a razão das frequências

$$r = \frac{\Omega}{\omega_n} \quad (3.18)$$

Planeja-se analisar a amplitude de vibração do problema para uma família de fatores de amortecimentos coerentes para estruturas metálicas, verificando a verdadeira alteração na amplitude de vibração ao modificar a fase cristalina das pastilhas com memória de forma. Desta forma, define-se a frequência natural para casos amortecidos (RAO, 2008).

$$\omega_d = \omega_n(\sqrt{1-\zeta^2}) \quad (3.19)$$

### 3.5 Módulo de elasticidade e transição de fases: Modelo de Brinson

Brinson considera que a fração volumétrica de martensita é composta de duas partes, uma parte induzida pela temperatura  $\beta_T$ , e outra parte induzida por tensão  $\beta_S$ , levando a um único variante de martensita. A fração volumétrica de martensita induzida por tensão indica a quantidade de martensita demaçada que existe na liga, e a fração volumétrica de martensita induzida por temperatura representa a quantidade de martensita maçada, onde a soma das duas parcelas varia entre 0 e 1 (COURA, 2016).

$$\beta = \beta_T + \beta_S \quad (3.20)$$

Brinson (1993 apud PAIVA; SAVI 1999) estabelece uma relação linear envolvendo o módulo de elasticidade ( $E = E(\beta)$ ) do material correspondentes às fases austeníticas,  $E_A$  e martensítica,  $E_M$ :

$$E(\beta) = E_A + \beta(E_M - E_A) \quad (3.21)$$

Onde:  $\beta$  é a fração volumétrica de martensita,  $E_A$  é o módulo de elasticidade da pastilha em austenita,  $E_M$  é o módulo de elasticidade da pastilha em martensita.

A cinética de transformação é dada através de equações envolvendo cossenos que descrevem a evolução da fração martensítica.

Transformação martensítica, para  $T > M_s$  e

$\sigma_S^{CR} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{CR} + C_M(T - M_s)$  é expressa por:

$$\beta_S = \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_S^{CR} - \sigma_f^{CR}} [\sigma - \sigma_f^{CR} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \beta_{S0}}{2} \quad (3.22)$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}) \quad (3.23)$$

Onde:  $\beta_{S0}$  é a condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por tensão,  $\sigma_S^{CR}$  tensão crítica no começo da conversão de variantes martensíticas,  $\sigma_f^{CR}$  tensão crítica no final da conversão de variantes martensíticas,  $\sigma$  é a tensão,  $C_M$  é a relação tensão crítica de transformação e temperatura em martensita,  $T$  é a temperatura,  $M_s$  Temperatura inicial de formação de martensita.

Enquanto para  $T < M_s$  e  $\sigma_S^{CR} < \sigma < \sigma_f^{CR}$

$$\beta_S = \frac{1 - \beta_{S0}}{2} \cos \left[ \frac{\pi}{\sigma_S^{CR} - \sigma_f^{CR}} (\sigma - \sigma_f^{CR}) \right] + \frac{1 + \beta_{S0}}{2} \quad (3.24)$$

$$\beta_T = \beta_{T0} - \frac{\beta_{T0}}{1 - \beta_{S0}} (\beta_S - \beta_{S0}) + \Delta T \quad (3.25)$$

Onde:

$$\Delta T = \begin{cases} \frac{1 - \beta_T}{2} \left\{ \cos \left[ \frac{\pi}{\sigma_S^{CR} - \sigma_f^{CR}} (T - M_f) \right] + 1 \right\}, & \text{se } M_f < T < M_s \text{ e } T < T_0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.26)$$

A transformação inversa ocorre para  $T > A_s$  e  $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$

$$\beta_S = \frac{\beta_{S0}}{2} \left\{ \cos \left[ \frac{\pi}{A_f - A_s} \left( T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (3.27)$$

$$\beta_T = \frac{\beta_{T0}}{2} \left\{ \cos \left[ \frac{\pi}{A_f - A_s} \left( T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (3.28)$$

Onde:  $\beta_S$  é a fração volumétrica de martensita induzida por tensão,  $\beta_{S0}$  é a condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por tensão,  $\sigma$  é a tensão,  $T$  é a temperatura,  $A_s$  é a temperatura inicial de formação de austenita,  $A_f$  é a temperatura final de formação de formação de austenita,  $C_A$  é a relação tensão crítica de transformação e temperatura em austenita,  $\beta_{T0}$  é a condição inicial de fração volumétrica de martensita induzida por temperatura.

As frações de martensita  $\beta_{S0}$  e  $\beta_{T0}$  representam as condições iniciais da pastilha, imediatamente antes da transformação, quando induzidas por temperatura e tensão.

Para o caso do mancal, tem-se uma tensão variável descrita pelo desbalanceamento do sistema rotor, também descrita por uma função trigonométrica, função do tempo. A tensão da pastilha é:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{me\Omega^2 \text{sen}(\Omega t)}{A} \quad (3.29)$$

### 3.5 Modelagem em quatro graus de liberdade

Friswell (2010) apresenta um modelo com quatro graus de liberdade que engloba equações do movimento de discos rígidos suportados por mancais flexíveis. O modelo consiste em três eixos perpendiculares ( $O_x$ ,  $O_y$ , e  $O_z$ ) que se cruzam no ponto  $O$  (centro de massa do rotor).

$$m\ddot{u} + k_{uu}u + k_{uv}v = 0 \quad (3.30)$$

$$m\ddot{v} + k_{vv}v + k_{v\theta}\theta = 0 \quad (3.31)$$

$$I_d\ddot{\theta} + I_p\Omega\dot{\psi} + k_{\theta v}v + k_{\theta\theta}\theta = 0 \quad (3.32)$$

$$I_d\ddot{\psi} - I_p\Omega\dot{\theta} + k_{\psi u}u + k_{\psi v}v = 0 \quad (3.33)$$

Os eixos  $O_x$ ,  $O_y$ , e  $O_z$  podem ser traduzidos por  $u$ ,  $v$ , e  $w$  respectivamente. O rotor pode girar sobre os eixos  $O_x$  e  $O_y$  por  $\theta$  e  $\Psi$ , onde seus valores positivos representam rotações positivas em seu respectivos eixos. O rotor gira no sentido horário sobre o eixo  $O_z$  com um deslocamento angular  $\phi$  e uma velocidade angular  $\Omega$ , a figura 3.5 representa melhor o que foi dito anteriormente (FRISWELL, 2010).

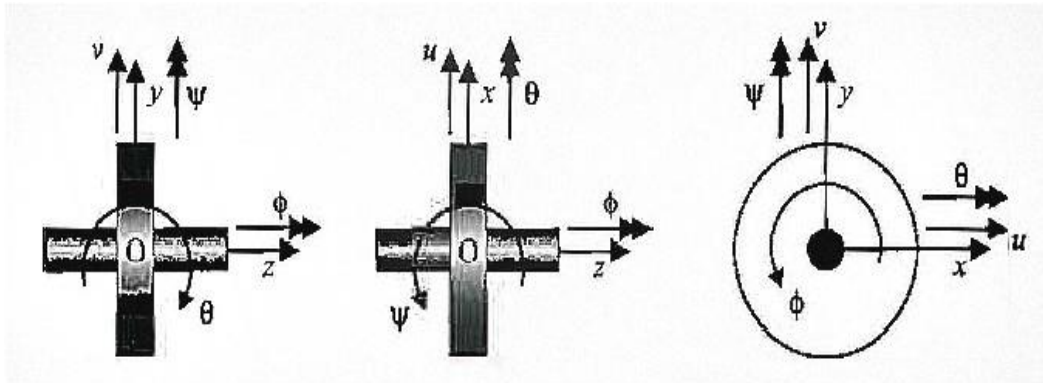


Figura 3.5: Convenção adotada de coordenadas (FRISWELL, 2010).

Fazendo uma melhor adaptação para o presente trabalho, e sabendo que essa abordagem incorpora o efeito giroscópico, considera-se  $M_{disco} = M_{eq}$ , e substituiremos  $u$  por  $x$ ,  $v$  por  $y$ , e  $\psi$  por  $\varphi$ . Então temos:

$$M_{disco}\ddot{x} + k_{xx}x + k_{x\theta}\theta = 0 \quad (3.34)$$

$$M_{disco}\ddot{y} + k_{yy}y + k_{y\varphi}\varphi = 0 \quad (3.35)$$

$$I_d\ddot{\varphi} + I_p\Omega\dot{\theta} + k_{\varphi y}y + k_{\varphi\varphi}\varphi = 0 \quad (3.36)$$

$$I_d\ddot{\theta} - I_p\Omega\dot{\varphi} + k_{\theta x}x + k_{\theta\theta}\theta \quad (3.37)$$

Para mancais isotrópicos, os valores de rigidez na translação são iguais, assim como rotação do disco e acoplamento entre translação e a rotação, ou seja  $K_{uu} = k_{vv} = k_T$  e,  $K_{\theta\theta} = K_{\psi\psi} = K_R$  (FRISWELL, 2010; BARCELOS, 2015).

$$M_{disco}\ddot{x} + k_Tx + k_{acoplamento}\theta = 0 \quad (3.38)$$

$$M_{disco}\ddot{y} + k_Ty - k_{acoplamento}\varphi = 0 \quad (3.39)$$

$$I_d\ddot{\varphi} + I_p\Omega\dot{\theta} - k_{acoplamento}y + k_R\varphi = 0 \quad (3.40)$$

$$I_d\ddot{\theta} - I_p\Omega\dot{\varphi} + k_{acoplamento}x + k_R\theta = 0 \quad (3.41)$$

Com os valores de  $k_R$ ,  $k_T$ , e  $k_{\text{acoplamento}}$  é possível calcular as frequências naturais para quatro graus de liberdade, entretanto, a análise de um grau de liberdade é capaz de verificar a resposta do sistema, já que calcula o primeiro modo de vibração.

#### 4 ANÁLISE DO MODELO

O modelo numérico utilizado no presente trabalho foi adaptado do modelo desenvolvido por Barcelos(2015).

Avalia-se a alteração de rigidez e frequências naturais em situações distintas. Os procedimentos consistem em calcular  $K_T$ ,  $K_R$ , e  $K_{acoplamento}$ , com ajuda das equações de Friswell (2010), que podem ser encontradas no anexo A. Assumindo que a densidade do aço é  $7860 \text{ kg/m}^3$  (MUSZYNSKA, 2005) e o seu módulo de elasticidade  $2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$  (KELLY, 2012). Para cada caso foram utilizados três tipos de diâmetros distintos.

O caso A se baseia em um sistema rotor com eixo bastante longo de  $0,8 \text{ m}$  de comprimento suportando um disco rígido de  $0,6 \text{ m}$  de diâmetro, e  $80 \text{ mm}$  de espessura, bi apoiado por mancais com rigidez de  $261 \times 10^5 \text{ N/m}$ . Para este caso, foram usados os seguintes diâmetros de eixo:  $0,05$ ;  $0,07$ ; e  $0,1 \text{ m}$ . O valor do braço são  $a = 0,6 \text{ m}$ ;  $b = 0,2 \text{ m}$ .

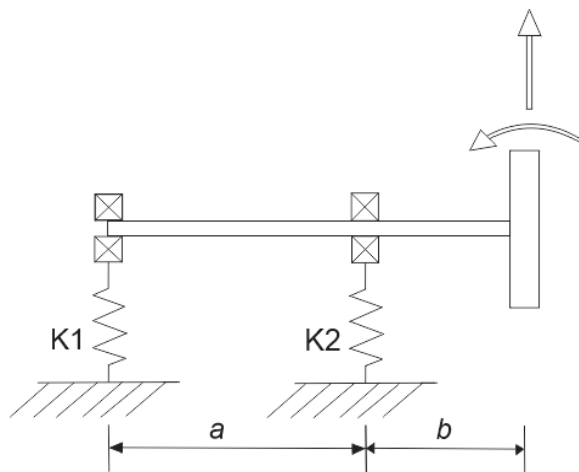


Figura 4.1: Modelo proposto para o caso A (FRISWELL, 2010).

Tabela 4.1: Dados de entrada para o caso A.

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Comprimento	0,8 <i>m</i>
<b>DADOS DO DISCO</b>	
Massa	25 <i>kg</i>
Massa desbalanceadora	0,1 <i>kg</i>
Excentricidade	0,05 <i>m</i>
<b>DADOS DA PASTILHA</b>	
Quantidade	4
Comprimento	0,1 <i>m</i>
Área transversal	$10^{-4} \text{ m}^2$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez de rolamento	$0,2 \times 10^9 \text{ N} / \text{m}$

Tabela 4.2: Resultados caso A para com diâmetro de 0,05*m*.

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,05 <i>m</i>
Massa	12,3307 <i>kg</i>
Rigidez de flexão	$6 \times 10^6 \text{ N} / \text{m}$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 \text{ N} / \text{m}$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 \text{ N} / \text{m}$
Velocidade crítica (m) rpm	$3,98 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$4,10 \times 10^3$

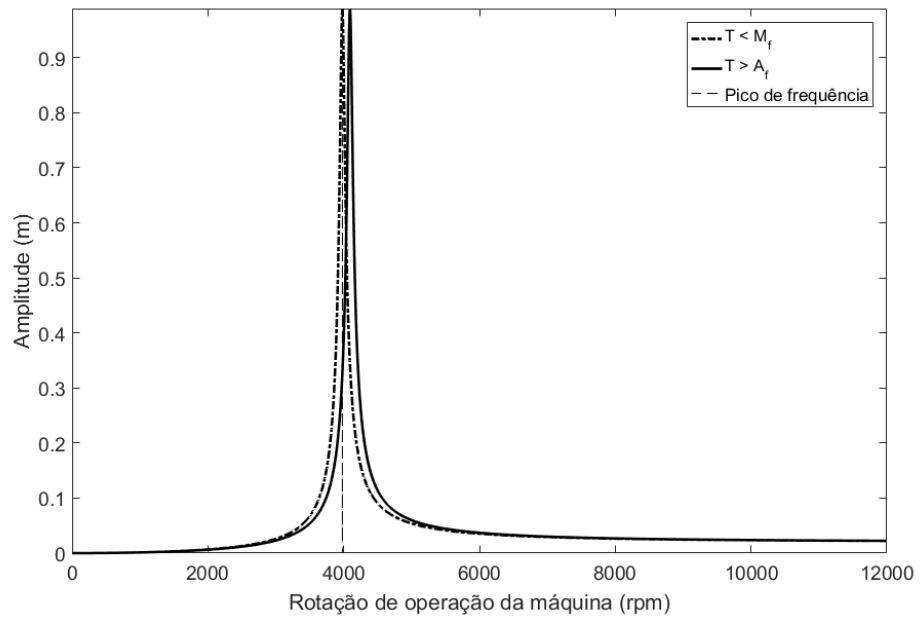


Figura 4.2: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,05 m.

Para o eixo com 0,05 m de diâmetro, constatou-se um velocidade crítica de  $3,98 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $4,10 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $5,41 \times 10^6 \text{ N/m}$ , e  $5,72 \times 10^6 \text{ N/m}$  para austenita. Rigidez de rotação ( $K_R$ ) igual a  $4,52 \text{ N/m}$ , rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 \text{ N/m}$ , rigidez de acoplamento ( $K_{\text{acoplamento}}$ )  $-4,52 \text{ N/m}$ .

Tabela 4.3: Resultados caso A para com diâmetro de 0,07 m.

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,07 m
Massa	24 kg
Rigidez de flexão	$2 \times 10^7 \text{ N/m}$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 \text{ N/m}$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 \text{ N/m}$
Velocidade crítica (m) rpm	$6,30 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$6,86 \times 10^3$

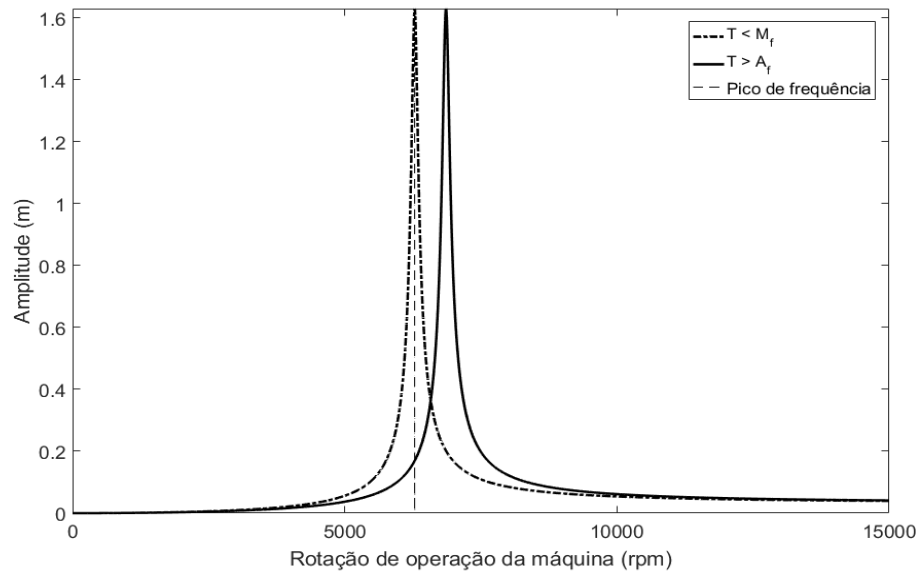


Figura 4.3: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,07 m.

Para um eixo com 0,07 m de diâmetro, constatou-se a uma velocidade crítica de  $6,30 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $6,86 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $30 \times 10^6 \text{ N/m}$ , e  $75 \times 10^6 \text{ N/m}$  para austenita. Rigidez de rotação ( $K_R$ ) igual a  $4,52 \text{ N/m}$ , rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 \text{ N/m}$ , rigidez de acoplamento ( $K_{\text{acoplamento}}$ )  $-4,52 \text{ N/m}$ .

Tabela 4.4: Resultados caso A para com diâmetro de 0,1 m .

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,1 m
Massa	49 kg
Rigidez de flexão	$9,7 \times 10^7 N / m$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 N / m$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 N / m$
Velocidade crítica (m) rpm	$4,08 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$9,7 \times 10^3$

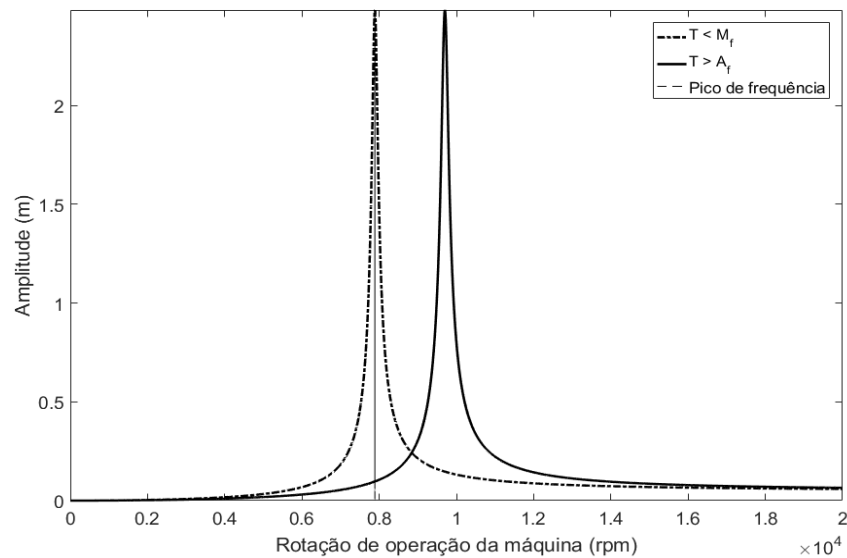


Figura 4.4: Amplitude de vibração para um eixo de diâmetro de 0,1 m.

Para um eixo com 0,1 m de diâmetro, constatou-se a velocidade crítica de  $4,08 \times 10^3 rpm$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $9,7 \times 10^3 rpm$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $3,4 \times 10^7 N / m$ , e  $75 \times 10^6 N / m$  para austenita. Rigidez de rotação ( $K_R$ ) igual a  $4,52 N / m$ , rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 N / m$ , rigidez de acoplamento ( $K_{acoplamento}$ )  $-4,52 N / m$ .

O caso B do Anexo II considerou-se um eixo com  $80 \text{ mm}$  de diâmetro e  $1,2 \text{ m}$  de comprimento, os momentos de inércia da hélice serão equiparados a um disco de  $700 \text{ mm}$  de diâmetro e  $80 \text{ mm}$  de espessura. o valor do braço são  $a = 0,6 \text{ m}$ ,  $b = 0,6 \text{ m}$ .

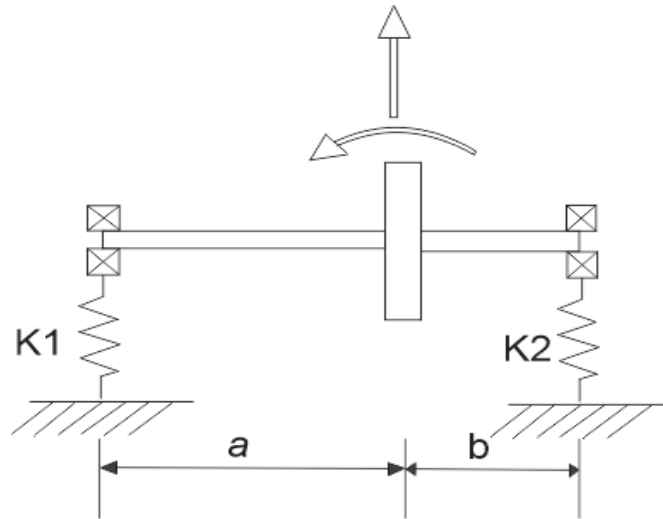


Figura 4.5: Modelo proposto para o caso B (FRISWELL, 2010).

Tabela 4.5: Dados de entrada para o caso B

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Comprimento	$1,2 \text{ m}$
<b>DADOS DO DISCO</b>	
Massa	$25 \text{ kg}$
Massa desbalanceadora	$0,1 \text{ kg}$
Excentricidade	$0,05 \text{ m}$
<b>DADOS DA PASTILHA</b>	
Quantidade	4
Comprimento	$0,1 \text{ m}$
Área transversal	$10^{-4} \text{ m}^2$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez de rolamento	$0,2 \times 10^9 \text{ N / m}$

Tabela 4.6: Resultados caso B para com diâmetro de 0,05 m .

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,05 m
Massa	18,5 kg
Rigidez de flexão	$1,2 \times 10^6 N / m$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 N / m$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 N / m$
Velocidade crítica (m) rpm	$2,14 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$2,16 \times 10^3$

Para um eixo com 0,05 m de diâmetro, constatou-se a velocidade crítica de  $2,14 \times 10^3 rpm$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $2,16 \times 10^3 rpm$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $9,57 \times 10^6 N / m$ , e  $1,06 \times 10^7 N / m$  para austenita. Rigidez de rotação ( $K_R$ ) igual a  $20,34 N / m$ , Rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 N / m$ , Rigidez de acoplamento ( $K_{acoplamento}$ )  $-20,34 N / m$ .

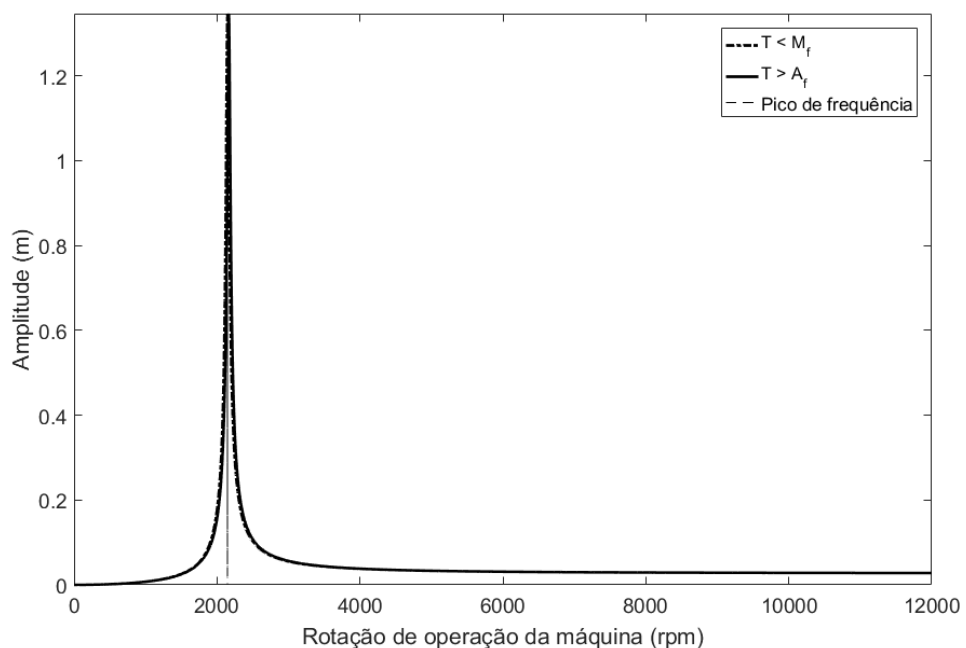


Figura 4.6: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,05 m.

Tabela 4.7: Resultados caso B para com diâmetro de 0,08 m .

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,08 m
Massa	47 kg
Rigidez de flexão	$1,8 \times 10^7 N / m$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 N / m$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 N / m$
Velocidade crítica (m) rpm	$4,23 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$4,45 \times 10^3$

Para um eixo com 0,08 m de diâmetro, constatou-se a velocidade crítica de  $4,23 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $4,45 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $2,61 \times 10^7 N / m$ , e  $5,45 \times 10^7 N / m$  para austenita. Rigidez de rotação ( $K_R$ ) igual a  $20,34 N / m$ , Rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 N / m$ , Rigidez de acoplamento ( $K_{\text{acoplamento}}$ )  $-20,34 N / m$ .

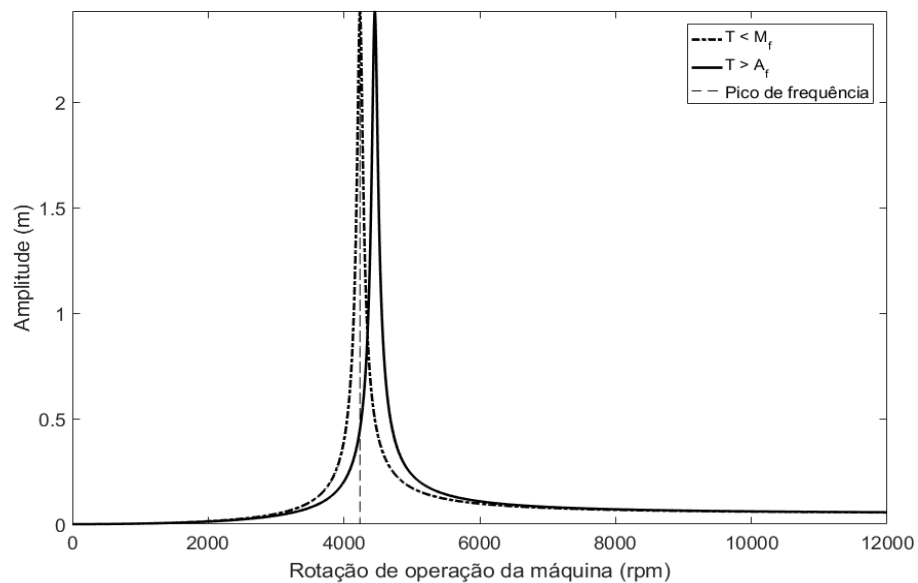


Figura 4.7: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,08 m.

Tabela 4.8: Resultados caso B para com diâmetro de 0,1 m.

<b>DADOS DO EIXO</b>	
Diâmetro	0,1 m
Massa	74 kg
Rigidez de flexão	$2,9 \times 10^7 \text{ N/m}$
<b>DADOS DO MANCAL</b>	
Rigidez do mancal (m)	$2,61 \times 10^7 \text{ N/m}$
Rigidez do mancal (a)	$5 \times 10^7 \text{ N/m}$
Velocidade crítica (m) rpm	$5,21 \times 10^3$
Velocidade crítica (a) rpm	$5,78 \times 10^3$

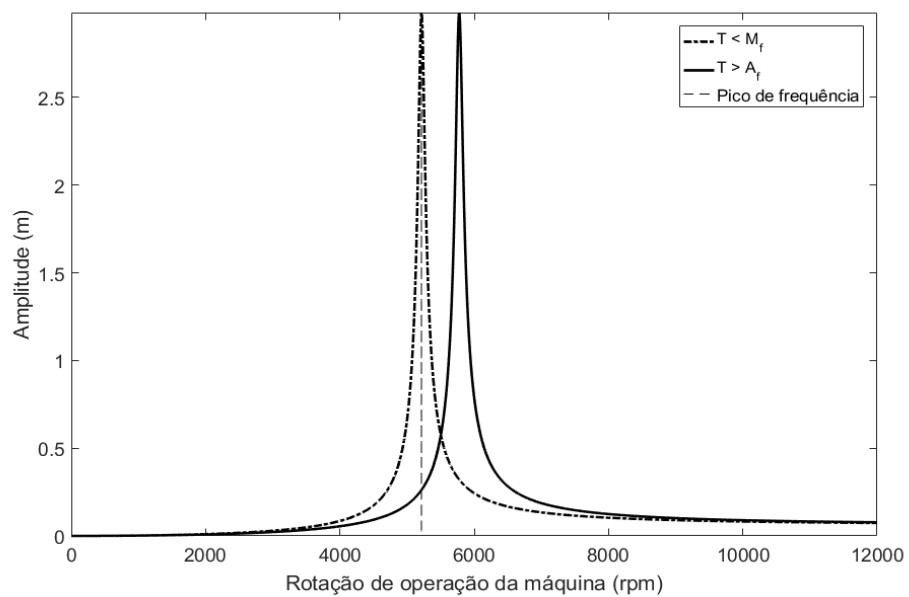


Figura 4.8: Amplitude de vibração para o caso B de um eixo de diâmetro de 0,1 m.

Para um eixo com 0,1 m de diâmetro, constatou-se a velocidade crítica de  $5,21 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase martensita, e  $5,78 \times 10^3 \text{ rpm}$  quando o mancal estiver na fase austenita. O sistema apresenta uma rigidez equivalente em martensita de  $2,61 \times 10^7 \text{ N/m}$ , e  $5,45 \times 10^7 \text{ N/m}$  para austenita. Rigidez de rotação (

$K_R$ ) igual a  $20,34 N/m$ , Rigidez de translação ( $K_T$ )  $22,61 N/m$ , Rigidez de acoplamento ( $K_{acoplamento}$ )  $-20,34 N/m$ .

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 Considerações finais

A modelagem, embora apresente simplificações e hipóteses, é sugestiva e relevante para estimar as velocidades críticas dos dois casos estudados. Alterando a fase cristalina das pastilhas de SMA inseridas nos mancais, percebe-se a mudança de velocidade crítica.

Foi possível calcular também um modelo de quatro graus de liberdade que envolve equações do movimento de discos rígidos suportados por mancais flexíveis, assim obtendo os resultados de  $K_T$ ,  $K_R$ , e  $K_{acoplamento}$  para os casos A, e B.

Quanto maior for o diâmetro do eixo, maior será a frequência crítica, e mais afastadas estarão as rotações críticas no estado de martensita para o estado de austenita.

É observado também o aumento da rigidez de flexão, e da massa do eixo, quando usados diâmetros maiores.

### 5.2 Sugestão para trabalhos futuros

Para a implementação prática desse trabalho existem várias dificuldades, dentre elas a fabricação e montagem do mancal adaptativo, e a necessidade de isolamento térmico das pastilhas, e o resfriamento das mesmas.

Para um trabalho futuro, seria interessante solucionar o problema de isolamento térmico das pastilhas para que não ocorra mudança de fase cristalina de forma involuntária, e uma maneira de resfriar as pastilhas de forma rápida e proveitosa, e a fabricação e montagem do mancal adaptativo.

Simular outras composições de mancais conforme Friswell.

## REFERÊNCIAS

ABSI, M. **Análise do comportamento termomecânico de uma liga de ni-ti com memória de forma após operação de usinagem**. Rio de Janeiro. 2013. Trabalho de conclusão de curso. Faculdade de engenharia mecânica da escola politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Brasil.

ADAMS, M.L., Jr. **Rotating Machinery Vibration, From Analysis to Troubleshooting**. 2. ed. Nova Iorque: CRC Press/Taylor & Francis, 2010, p. 3-105.

ADEODATO, A., **redução de vibrações em eixos utilizando elementos de ligas com memória de forma**. Rio de Janeiro. 2014. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Mecânica). Faculdade de Engenharia Mecânica, CEFET/RJ, Brasil.

AQUINO, A. **Controle de vibrações de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. João Pessoa-PB. 2011. Tese de doutorado. Universidade Federal da Paraíba – Programa de Pós-graduação em engenharia mecânica. UFPB. Brasil.

BARCELOS, A. **Modelagem de um mancal de rigidez variável baseado em ligas com memória de forma para controle de vibração de máquinas rotativas**. Brasília. 2015. Trabalho de conclusão de curso. Faculdade de engenharia mecânica, UnB, Brasil.

BARRETO, J. R. M. **Análise da dinâmica de um rotor de Jeffcott com selo interno**. Trabalho de conclusão de curso. Faculdade de engenharia mecânica. Escola politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2016.

BUDYNAS, R.G; NISBETT, J. K. **Elementos de máquinas de Shigley projeto de engenharia mecânica**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH editora Ltda, 2011, p 575 – 623.

CALLISTER, W.D., Jr. **Ciência Engenharia de Materiais - Uma Introdução**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

CASTLHO, S. W; SILVA, P.E. **algumas aplicações das ligas com memória de forma**. São Paulo. 2011. Artigo.

COURA, E.A.N. **Estudo da aplicação da liga NiTi com efeito memória de forma em atuadores e aeronaves**. Tese mestrado. Programa de pós-graduação em engenharia de estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais. 2016.

FERRAZ, A. R. **Análise modal complexa de um rotor com efeito giroscópio**. Trabalho de conclusão de curso. Faculdade de engenharia mecânica. Escola politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2017.

FRISWELL, M.I.; PENNY, J.E.T.; GARVEY, S.D.; LEES, A.W. **Dynamics of Rotating Machines**. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2010. 526 p.

GEROLDO, A. **Estudo do efeito de memória de forma de fios ortodônticos da liga niti nas condições comercial e após tratamentos térmicos**. Porto Alegre. 2009. Tese (Mestrado em engenharia de matérias).

KELLY, S.G. **Mechanical Vibrations: Theory and Applications**. Stamford: Cengage Learning, 2012. 897 p.

MAESTA, M.F. **Controle angular ativo de um aerofólio adaptativo utilizando fios de liga com memória de forma**. Tese de doutorado. Faculdade de engenharia mecânica. Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira-SP. 2016.

MAESTA, M.F. **Controle nebuloso aplicado em asas adaptativas utilizando ligas com memória de forma**. Tese de mestrado. Faculdade de engenharia mecânica. Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira-SP. 2012.

MARTINS, J. F; LAIER, J. E. **O segundo espectro de frequências da teoria de viga de Timoshenko**. Cadernos de engenharia de estruturas, São Carlos. 2005.

MUSZYNSKA, A. **Rotordynamics**. 1. ed. Minden: CRC Press/Taylor & Francis, 2005. 1128 p.

NORTON, R.L. **Projeto de máquinas uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman editora Ltda, 2013, p 549 – 675.

OTUBO, J.,**Desenvolvimento de ligas inoxidáveis com efeito de memória de forma: elaboração e caracterização**. Campinas. 1996. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.

PAIVA, A; SAVI, M. A. **Sobre os modelos construtivos com cinética de transformação assumida para ligas com memória de forma**. São Paulo. 1999. Artigo.

PEREIRA, J.C. **Introdução a dinâmica de rotores**. Departamento de engenharia mecânica, Florianópolis. 2005.

RAO, S.S. Controle de Vibração. In: **Vibrações Mecânicas**. Traduzido por SIMILLE, A. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2008, p. 305-343.

REIS, P.K.P. **Uso de arruelas com memória de forma em flanges de conectores submarinos**. Escola politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2013.

SILVA, D; SANTOS, E. **Conceitos essenciais sobre mancais de rolamento e de deslizamento**. Faculdade de Tecnologia de Garça(FATEC). 2011.

SILVA, J.A.B. **Análise de sistemas de controle de vibrações em máquinas rotativas utilizando atuadores formados por ligas com memória de forma**. Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém. 2009.

SOUZA, L; FILHO, M; NETO, W. **Acionamento de flaps de um aeromodelo por meio de molas com comportamento de memória de forma**. Trabalho de conclusão de curso. Faculdade de engenharia mecânica. CEFET/RJ. Brasil. Rio de Janeiro. 2015.

## ANEXO A – EQUAÇÕES DE FRISWELL

### CASO A

$$Den = (3EI + a^3 k_1)(3EI + b^3 k_2)$$

$$k_T = k_{xx} = k_{yy} = \frac{3EI}{Den} [3EI(k_1 + k_2) + (a^3 + b^3)k_1 k_2]$$

$$k_{acoplamento} = k_{\theta x} = -k_{\phi y} = \frac{3EI}{Den} [3EI(-ak_1 + bk_2) + ab(a^2 - b^2)k_1 k_2]$$

$$k_R = k_{\theta\theta} = k_{\phi\phi} = \frac{3EI}{Den} [3EI(a^2 k_1 + b^2 k_2) + a^2 b^2 (a + b)k_1 k_2]$$

### CASO B

$$Den = 36(EI)^2 + 12EI[(a + b)^3 k_1 + b^3 k_2] + a^2 b^3 (4a + 3b)k_1 k_2$$

$$k_T = k_{xx} = k_{yy} = \frac{12EI}{Den} [3EI(k_1 + k_2) + a^2(a + 3b)k_1 k_2]$$

$$k_{acoplamento} = k_{\theta x} = -k_{\phi y} = \frac{-6EI}{Den} [6EI((a + b)k_1 + bk_2) + a^2 b(2a - 3b)k_1 k_2]$$

$$k_R = k_{\theta\theta} = k_{\phi\phi} = \frac{12EI}{Den} [3EI((a + b)^2 k_1 + b^2 k_2) + a^2 b^2 (a + b)k_1 k_2]$$

## ANEXO B – CÓDIGO EM MATLAB

As variáveis sem valor do programa devem ser preenchidas de acordo com o caso que se deseja resolver (Caso A, ou B).

```

clc;
clear;
close all;
more off;

%% RIGIDEZ EQUIVALENTE DO MANCAL COMPOSTO DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA
%Elementos do mancal
k_rolamento = 2*10^8; %Rigidez do rolamento (N/m)

%Pastilhas
E_pastilha_M = 30*10^9; %Módulo de elasticidade de uma pastilha(N/m^2)
E_pastilha_A = 75*10^9;
L_pastilha = 0.1 ; %Comprimento longitudinal de uma pastilha unitária (m)
A_pastilha = 10^-4 ; %Área da seção transversal de uma pastilha (m^2)

%Rigidez de uma pastilha unitária (N/m)
k_pastilha_Martensita = E_pastilha_M*A_pastilha/L_pastilha;
k_pastilha_Austenita = E_pastilha_A*A_pastilha/L_pastilha;
n = 4; %número de pastilhas
n_angulo = 0 : 2*pi/n : 2*pi*(1-1/n);
%n_angulo é o angulo das n pastilhas em relação ao eixo principal (rad)

%Rigidez equivalente do somatório de pastilhas de SMA (N/m)
kpeqM = k_pastilha_Martensita*sum((cos(n_angulo).^2))/2;
kpeqA = k_pastilha_Austenita*sum((cos(n_angulo).^2))/2;

%Rigidez equivalente do mancal de rolamento com n pastilhas
k_mancal_Martensita = kpeqM*k_rolamento/(kpeqM + k_rolamento);
k_mancal_Austenita = kpeqA*k_rolamento/(kpeqA + k_rolamento);
%% CÁLCULO DA RIGIDEZ EQUIVALENTE DE EIXO FLEXÍVEL
% APOIADO POR MANCAIS FLEXÍVEIS ISOTRÓPICOS E DISCO RÍGIDO CENTRALIZADO
%Dados do eixo
L = ; %Comprimento do eixo(m)
E = 210*(10^9); %Módulo de Elasticidade do aço (N/m^2)
d = ; %Diâmetro do eixo(m)
rho = 7850; %Densidade do aço(kg/m^3)
m = (rho*pi*((d/2)^2)*L); %Massa do eixo(kg)
I = pi*(d^4)/64; %Momento de inércia de área (m^4)
k_eixo = 48*E*I/(L^3); %Rigidez de flexão de uma viga biapoiada (N/m)

%Dados do disco
M = ; %Massa (kg)

%Velocidade crítica = Frequência natural
Meq = M + 0.5*m %Massa equivalente viga biapoiada (kg)

%Rigidez equivalente do sistema (N/m)
KeqM = k_eixo*2*k_mancal_Martensita/(k_eixo+2*k_mancal_Martensita)
KeqA = k_eixo*2*k_mancal_Austenita/(k_eixo+2*k_mancal_Austenita)
wn_M = ((KeqM/Meq)^0.5)/(2*pi) % (hz)

```

```

wn_A = ((KeqA/Meq)^0.5)/(2*pi)
wn_rpm_M = wn_M*60;% (rpm)
wn_rpm_A = wn_A*60;

%% Análise gráfica de amplitude
%Amplitude não amortecida
ksi =0.01 %fator de amortecimento
e =; %excentricidade do disco (m)
m0 =; %massa desbalanceadora (kg)
w = 0:5:12000; %rotação de operação em rpm
rM = w./wn_rpm_M; %razão de frequências em martensita
XM = (m/Meq)*e.*(rM.^2)./((1-rM.^2).^2 +(2.*ksi.*rM).^2).^0.5;
rA = w./wn_rpm_A; %razão de frequências em austenita
XA = (m/Meq)*e.*(rA.^2)./((1-rA.^2).^2 +(2.*ksi.*rA).^2).^0.5;

pico = linspace(wn_rpm_M,wn_rpm_M,length(w));
handle = plot (w,XM, 'k-.');
set(handle, 'LineWidth', [2])
hold on
handle = plot (w,XA, 'k-');
set(handle, 'LineWidth', [2])
hold on
handle = plot (pico, XM, 'k--');
hold on
set(gcf, 'Color', 'white')
xlabel ('Rotação de operação da máquina (rpm)')
ylabel ('Amplitude (m)')
legend ('T < M_f' , 'T > A_f', 'Pico de frequência')
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 14)
set(0, 'DefaultTextFontSize', 14)
axis([0 max(w) 0 max(XM)]);

%Velocidade critica em 4 graus de liberdade
% ANEXO II CASO A:
a =0.6;
b = 0.2;
k1 =11.2985;
k2 =11.2985;
Den=(3*E*I+(a^3)*k1)*(3*E*I+(b^3)*k2);
K_T = 3*E*I*(3*E*I*(k1 + k2)+((a^3)+(b^3))*k1*k2)/Den
k_acopl = 3*E*I*(3*E*I*(-a*k1+b*k2)+a*b*((a^2)-(b^2))*k1*k2)/Den
K_R = 3*E*I*(3*E*I*((a^2)*k1 + (b^2)*k2)+ (a^2)*(b^2)*(a+b)*k1*k2)/Den

% ANEXO II CASO B:
a =0.6;
b =0.6;
k1 =11.2985;
k2 =11.2985;
Den = 36*(E*I)^2 + 12*E*I*((a+b)^3)*k1+ (b^3)*k2) +
(a^2)*(b^3)*(4*a+3*b)*k1*k2 ;
K_T = 12*E*I*(3*E*I*(k1+k2)+(a^2)*(a+3*b)*k1*k2)/Den
k_acopl = -6*E*I*(6*E*I*((a+b)*k1+b*k2)+(a^2)*b*(2*a-3*b)*k1*k2)/Den
K_R = 12*E*I*(3*E*I*((a+b)^2)*k1 + (b^2)*k2)+(a^2)*(b^2)*(a+b)*k1*k2)/Den

```

```

%%VALORES DO DISCO
D =;
h =;
M = rho*pi*((D/2)^2)*h
Id = M*(D^2)/16 + M*(h^2)/12
Ip = M*(D^2)/8
omega_rpm = 3000
omega = omega_rpm*2*pi/60 %%em rad/s
p = [1 -(Ip/Id)*omega -(K_R/Id +K_T/M) ...
+(K_T*Ip/(M*Id))*omega (K_R*K_T - k_acopl^2)/(M*Id)]
W = roots(p)
p2 = [1 (Ip/Id)*omega -(K_R/Id +K_T/M) ...
-(K_T*Ip/(M*Id))*omega (K_R*K_T - k_acopl^2)/(M*Id)]
W2 = roots(p2)
Wpositivo = sort([W(W>0)
W2(W2>0)])
Wpositivo = Wpositivo(end:-1:1)
Wpositivo_rpm = (30/pi).*Wpositivo
format long

%%INSERINDO MODELO DE BRINSON
%%CÁLCULO DE BETA
CM = 8*10^6
CA = 13.8*10^6
sigma_s = 100*10^6
sigma_f = 170*10^6
Mf = 9 + 273.15
Ms = 18.4 + 273.15
As = 34.5 + 273.15
Af = 49 + 273.15

%%Calculo de sigma

Gravidade= 9.80665 %m/s^2
t= 4; %usar tempo (4, 5, 6, 7, 8, 9)

Peso_eixo= m*Gravidade
sigma_0= Peso_eixo/2*A_pastilha %%4 pastilhas em cruz, por isso
2*A_pastilha
sigma= sigma_0+ m*e*(w.^2).*sin(w*t)/A_pastilha

%%entradas
beta_dot =1 ; %VALOR POSITIVO OU NEGATIVO (1 ou -1)
T = + 273.15 ; %Fazer com os seguintes valores(5, 14, 28, 42, 60)
betaS0 = 0
betaT0 = 0

deltaT = (1-betaT0/2)*cos(((pi/(Ms-Mf))*(T-As - sigma/CA))+1)

if (T >Ms) && (beta_dot > 0)
betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma - sigma_f-CM*(T-
Ms))))+(1+betaS0)/2
betaT = betaT0 -(betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0)
beta = betaT + betaS

elseif (T <Ms) && (T>Mf) && (beta_dot > 0)
betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma -
sigma_f)))+(1+betaS0)/2
betaT = betaT0 -(betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0) +deltaT
beta = betaT + betaS

```

```

elseif (T<Mf) && (beta_dot > 0)
betaS = (1-betaS0/2)*cos((pi/(sigma_s-sigma_f))*((sigma ...
- sigma_f)))+(1+betaS0)/2
betaT = betaT0 - (betaT0/(1-betaS0))*(betaS-betaS0)
beta = betaT + betaS

elseif (T >As) && (beta_dot < 0)
betaT = (betaT0/2)*cos(((pi/(Af-As))*((T-As - sigma/CA)))+1)
betaS = (betaS0/2)*cos(((pi/(Af-As))*((T-As - sigma/CA)))+1)
beta = betaT + betaS

elseif (T <As) && (beta_dot < 0)
beta = 1

end

if beta > 1
beta = 1

else
beta = beta

end

if beta < 0
beta = 0

else
beta = beta

end
E_pastilha = E_pastilha_A + beta*(E_pastilha_M - E_pastilha_A

```