



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA

Murillo José de Sousa Nascimento

**VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE
SENSIBILIDADE DO MODELO DE ESHELBY-CHENG
PARA MEIOS FISSURADOS TRANSVERSALMENTE
ISOTRÓPICOS**

BELÉM
2017

Murillo José de Sousa Nascimento

**VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE
SENSIBILIDADE DO MODELO DE ESHELBY-CHENG
PARA MEIOS FISSURADOS TRANSVERSALMENTE
ISOTRÓPICOS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Faculdade de Geofísica do Instituto de
Geociências da Universidade Federal do Pará
- UFPA, em cumprimento às exigências para
obtenção do grau de Bacharel em Geofísica
Orientador: Prof. Dr. José Jadsom Sampaio
de Figueiredo

BELÉM
2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPA

Nascimento, Murillo José de Sousa, 1994 -

Verificação experimental e análise de sensibilidade do modelo de Eshelby-Cheng para meios fissurados transversalmente Isotrópicos / Murillo José de Sousa Nascimento. – 2017.

51 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: José Jadsom Sampaio de Figueiredo

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Faculdade de Geofísica, Belém, 2017.

1. Geofísica.. 2. Anisotropia. 3. I. Título.

CDD 22. ed.: 551

MURILLO JOSÉ DE SOUSA NASCIMENTO


VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO MODELO DE
ESHELBY-CHENG PARA MEIOS FISSURADOS TRANSVERSALMENTE
ISOTRÓPICO

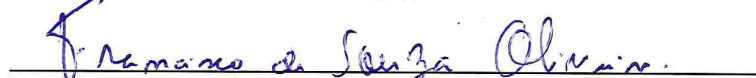
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Faculdade de Geofísica do
Instituto de Geociências da Universidade
Federal do Pará, como requisito parcial à
obtenção de grau de Bacharel em
Geofísica.

Data da defesa: 20 de março de 2017.

Conceito: *Excelente*

Banca Examinadora:


Prof. José Jadsom Sampaio de Figueiredo - Orientador
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará


Prof. Francisco de Souza Oliveira - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará


Léo Kirchhof Santos - Membro
Mestre em Geofísica
Universidade Federal do Pará

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer à Propesp UFPA e ao CNPq pelo apoio financeiro por meio da bolsa Pibic, fornecida durante o processo de desenvolvimento deste trabalho.

Gostaria de agradecer também a todos aqueles que me ajudaram direta ou indiretamente na conclusão deste trabalho. Aos meus amigos, familiares e colegas de estudo e laboratório, que me deram o suporte necessário para realizar este trabalho, agradeço de forma sincera à todos vocês.

RESUMO

O estudo de meios anisotrópicos e meios fissurados é de crescente importância tanto na indústria do petróleo quanto no meio acadêmico. Existem alguns modelos matemáticos para descrever meios fissurados transversalmente isotrópicos, dois importantes são o modelo de segunda ordem descrito por Hudson (1986) e o modelo de primeira ordem de Cheng (1978). Neste trabalho, utilizando o modelo de primeira ordem de Cheng, pretende-se realizar uma análise de sensibilidade dos coeficientes do tensor de rigidez em relação às variações na geometria (na espessura especificamente) das fissuras, para valores fixos das densidades de fissura. Também é proposta a construção de amostras de rochas sintéticas simulando meios anisotrópicos fissurados. A construção das amostras tem o intuito de permitir a verificação experimental do modelo matemático de Cheng, assim servindo de verificação indireta para os resultados obtidos da análise de sensibilidade. A partir de tempos de trânsito medidos das amostras em diversas direções, são calculadas as velocidades de propagação da onda nas amostras e comparadas com as velocidades previstas pelo modelo de Cheng. As velocidades em diversas direções são usadas para quantificar a anisotropia das amostras, pelo cálculo dos parâmetros de (THOMSEN, 1986), a partir dos parâmetros de Thomsen, verificamos que a anisotropia cresce com a densidade de fissuras. A partir das derivadas das equações de Eshelby-Cheng, são calculadas as variações relativas de cada coeficiente elástico do meio VTI, Elas mostram que os coeficientes c_{11} , c_{33} e c_{66} tendem a decrescer com um aumento da espessura das inclusões, enquanto que os coeficientes c_{44} e c_{13} possuem comportamento mixto, também é concluído que meios com fissuras preenchidas por fluido são menos sensíveis à variação da espessura das fissuras.

Palavras Chaves: Modelo de Eshelby-Cheng. Amostras de rocha sintética. Análise de Sensibilidade. Anisotropia.

ABSTRACT

The study of anisotropic fractured medium in seismic is of growing importance for both the oil industry and the academy. There are some mathematical models to describe transversely anisotropic cracked medium, two important ones are the second order model described by Hudson (1986), and the first order static model by Cheng (1978). In this work, using Cheng's first order model, we analyze the sensitivity of the stiffness tensor coefficients with respect to changes in the crack's aspect ratio, for fixed values of the crack densities. Then we constructed synthetic rock samples simulating transversely isotropic cracked media. The velocities measured from these samples are used for comparison with the velocities calculated from the stiffness tensor coefficients obtained via Cheng's model. The comparisons shows that Cheng's model satisfyingly predicts the behavior of the velocities, besides, it approximates better the experimental results for small crack densities, as expected. The velocities measured from various angles in each sample are used to calculate Thomsen's parameters (THOMSEN, 1986) and quantify the anisotropy of the medium as function of crack density, our results suggests that the anisotropy increases with crack density. The derivatives of the stiffness tensor coefficients with respect to crack's thickness shows us that the coefficients c_{11} , c_{33} and c_{66} tend to decrease with crack's thickness increase, and the coefficients c_{44} and c_{13} have mixed behavior, it is also shown that samples with fluid filled cracks are more sensible to variations in crack thickness.

keywords: Eshelby-Cheng's model. Synthetic rock samples. Sensitivity analysis. Anisotropy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 Ilustração de um meio elástico VTI | 12 |
| Figura 2.2 Representação ilustrativa do meio efetivo fissurado | 14 |
| Figura 3.1 mistura de cimento e areia, com proporção fixa de 65% de areia e 35% de cimento, que será usada como matrix nas amostras | 16 |
| Figura 3.2 Construção das amostras sintéticas | 17 |
| Figura 3.3 Representação esquemáticas das etapas do processo de construção das amostras. | 18 |
| Figura 3.4 Sistema de medidas ultrassônico LPFR. | 20 |
| Figura 3.5 Configurações dos transdutores no processo de medidas das ondas P e S. As etapas (a), (b) e (c) são referentes às transmissões de onda P nas direções radiais ao cilindro. As etapas (d) e (e) são referentes às transmissões de onda S na direção axial do cilindro. | 21 |
| Figura 3.6 Implementação do modelo de Eshelby-Cheng. Em azul são apresentados parâmetros do modelo: Velocidades da matriz e informações das fissuras. Em preto outros elementos do modelo: porosidade e densidade. Em verde, os elementos das equações de Eshelby-Cheng que levam às velocidades para o meio fissurado. Estas serão comparadas às velocidades experimentais | 22 |
| Figura 4.1 Comparação entre as velocidades $V_p(0)$ teóricas e experimentais para amostras secas. | 24 |
| Figura 4.2 Comparação entre as velocidades $V_p(45)$ teóricas e experimentais para amostras secas. | 25 |
| Figura 4.3 Comparação entre as velocidades $V_p(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas. | 26 |
| Figura 4.4 Comparação entre as velocidades $V_p(0)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas. | 27 |
| Figura 4.5 Comparação entre as velocidades $V_p(45)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas. | 27 |
| Figura 4.6 Comparação entre as velocidades $V_p(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas. | 28 |
| Figura 4.7 Comparação entre as velocidades $V_{sV}(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas. | 29 |
| Figura 4.8 Comparação entre as velocidades $V_{sH}(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas. | 29 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.9 Comparação entre as velocidades $V_{sV}(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas. | 30 |
| Figura 4.10 Comparação entre as velocidades $V_{sH}(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas. | 31 |
| Figura 4.11 Anisotropia da onda P - Amostras secas | 32 |
| Figura 4.12 Anisotropia da onda S - Amostras secas | 32 |
| Figura 4.13 Anisotropia da onda P - Amostras Saturadas | 33 |
| Figura 4.14 Anisotropia da onda S - Amostras Saturadas | 34 |
| Figura 4.15 Variação relativa de c_{11} | 35 |
| Figura 4.16 Variação relativa de c_{33} | 35 |
| Figura 4.17 Variação relativa de c_{13} | 36 |
| Figura 4.18 Variação relativa de c_{44} | 37 |
| Figura 4.19 Variação relativa de c_{66} | 38 |
| Figura 4.20 Variação relativa de c_{11} | 39 |
| Figura 4.21 Variação relativa de c_{33} | 39 |
| Figura 4.22 Variação relativa de c_{44} | 40 |
| Figura 4.23 Variação relativa de c_{66} | 40 |
| Figura 4.24 Variação relativa de c_{13} | 41 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|------------|--|----|
| Tabela 3.1 | Propriedades petrofísicas das amostras | 19 |
| Tabela 3.2 | Propriedades físicas e geométricas das amostras e das fissuras | 19 |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 12 |
| 2.1 | Meio VTI | 12 |
| 2.2 | Parâmetros de Thomsen | 13 |
| 2.3 | Modelo de Eshelby-Cheng | 14 |
| 3 | METODOLOGIA | 16 |
| 3.1 | Construção das amostras | 16 |
| 3.2 | Medidas ultrassônicas | 20 |
| 3.3 | Cálculos | 21 |
| 3.3.1 | Cálculos das velocidades experimentais | 21 |
| 3.3.2 | Cálculos das velocidades usando o Modelo de Eshelby-Cheng | 22 |
| 3.3.3 | Cálculo das variações relativas dos coeficientes elásticos | 23 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 24 |
| 4.1 | Comparações entre velocidades | 24 |
| 4.1.1 | Velocidades das ondas P | 24 |
| 4.1.2 | Velocidades das ondas S | 28 |
| 4.2 | Parâmetros anisotrópicos | 31 |
| 4.2.1 | Parâmetros para amostras secas | 31 |
| 4.2.2 | Parâmetros para amostras saturadas | 33 |
| 4.3 | Variações relativas dos coeficientes elásticos | 34 |
| 4.3.1 | Variações para amostras secas | 35 |
| 4.3.2 | Variações para amostras saturadas | 39 |
| 5 | CONCLUSÃO | 42 |
| | APÊNDICE A - EQUAÇÕES DE ESHELBY-CHENG | 44 |
| | APÊNDICE B - DERIVADAS DAS EQUAÇÕES DE ESHELBY-CHENG | 46 |
| | REFERÊNCIAS | 49 |

1 INTRODUÇÃO

A subsuperfície da Terra possui uma complexa distribuição de feições geológicas, como fraturas, fissuras, dobras e intrusões minerais. No decorrer dos anos, a análise de fissuras e das propriedades relacionadas a elas, como densidade de fissura e razão de aspecto, e suas influências no comportamento da onda sísmica tem despertado bastante interesse na área acadêmica. Isso ocorre pelo fato de que, em certos reservatórios, denominados de não-convencionais, a produção de hidrocarbonetos é dominada pela permeabilidade causada pela presença de fissuras (HELBIG; THOMSEN, 2006; BRODOV et al., 1991). Portanto, é de vital importância o conhecimento de como o fissuramento se comporta nestes reservatórios para que se otimize a recuperação de hidrocarbonetos. É conhecido que o comportamento anisotrópico de um meio pode ser induzido por acamamento e/ou por um conjunto de fissuras ou fraturas orientadas preferencialmente (BACKUS, 1962; CRAMPIN, 1981). Regiões que possuem fissuramento com orientação preferencial possuem variações de velocidades de ondas P e S dependentes das direções de propagação e polarização. Portanto, ondas sísmicas podem ser utilizadas como ferramentas para a determinação da orientação e da densidade de fissuras existentes em subsuperfície (FAR et al., 2015).

Uma maneira de se analisar o comportamento da onda sísmica em meios fissuradas é através do uso de modelos teóricos de meios efetivos. Eles consistem em equações matemáticas que reproduzem certas propriedades das ondas sísmicas, como velocidade e parâmetros anisotrópicos, para determinadas características geológicas, considerando que o meio em estudo é efetivo. Essas características, que podem ser físicas, petrofísicas e/ou geométricas, são controladas e previamente conhecidas. Existem diversos modelos, cada um com limitações intrínsecas e diferenças nas suas aplicações Eshelby (1957b) propôs um modelo para a determinação das propriedades elásticas de um meio que possui inclusões elipsoidais. Com o passar do tempo, outros modelos mais generalizados foram surgindo. Hudson (1981) propôs um modelo teórico considerando meios com fissuras em formato "Penny Shape" inseridos em uma matriz isotrópica, considerando baixa densidade de fissura e baixa razão de aspecto. Em geral, os modelos teóricos efetivos para meios anisotrópicos são válidos para grandes comprimentos de onda. Ou seja, o efeito individual das fissuras ou fraturas não é reproduzido nesses casos. Por esses e outros motivos, os modelos teóricos necessitam ser calibrados, ou seja, é necessário que se defina os limites de cada modelo. Uma maneira de se fazer essa calibração dos modelos teóricos é fazendo a comparação deles com resultados provenientes de modelagem física.

O processo de modelagem física consiste na reprodução, em escala reduzida, na forma de rochas sintéticas, de diferentes situações geológicas. Essas rochas possuem parâmetros controlados e são construídas com materiais cujas propriedades físicas são previamente conhecidas. Com as amostras construídas, há a simulação da aquisição dos dados sísmicos. Essa aquisição é realizado em laboratório utilizando-se fontes acústicas de alta frequência (HUANG et al., 2016). Um dos mais conhecidos trabalhos sobre

modelagem física é o realizado por Rathore et al. (1995). Eles estimaram as velocidades de ondas P e S em um arenito sintético, cuja matriz consistia de areia e resina epoxy e cujas fissuras foram geradas a partir da lixiviação química de pequenos discos metálicos. A estimativa das velocidades foi realizada tanto para a amostra seca quanto saturada com água, e os resultados foram comparados com dois modelos teóricos: Hudson (1981) e Thomsen (1995). Os trabalhos de Assad et al. (1993, 1996) mostram a construção de amostras sintéticas com diferentes densidades de fissura, com matriz composta por resina epoxy, e com inclusões de borracha em formato "penny shape". As variações do parâmetro anisotrópico γ em função de diferentes valores de densidade de fissura e razão de aspecto são analisadas e comparadas com os resultados obtidos a partir do modelo teórico proposto por Hudson (1981). A série de artigos de Figueiredo et al. (2012, 2013) e Santos et al. (2015) mostram experimentos realizados com amostras compostas de resina epoxy e pequenas inclusões de borracha. Nos trabalhos de Figueiredo et al. (2012) e Santos et al. (2015) os modelos sintéticos possuem fissuras com diferentes orientações preferenciais, enquanto em Figueiredo et al. (2013) os modelos possuem apenas uma orientação, mas diferentes razões de aspecto e densidades de fissura. Alguns trabalhos procuram desenvolver modelos sintéticos mais próximos da realidade, utilizando materiais como areia, cimento e argila (SANTOS et al., 2016; TILLOTSON et al., 2011).

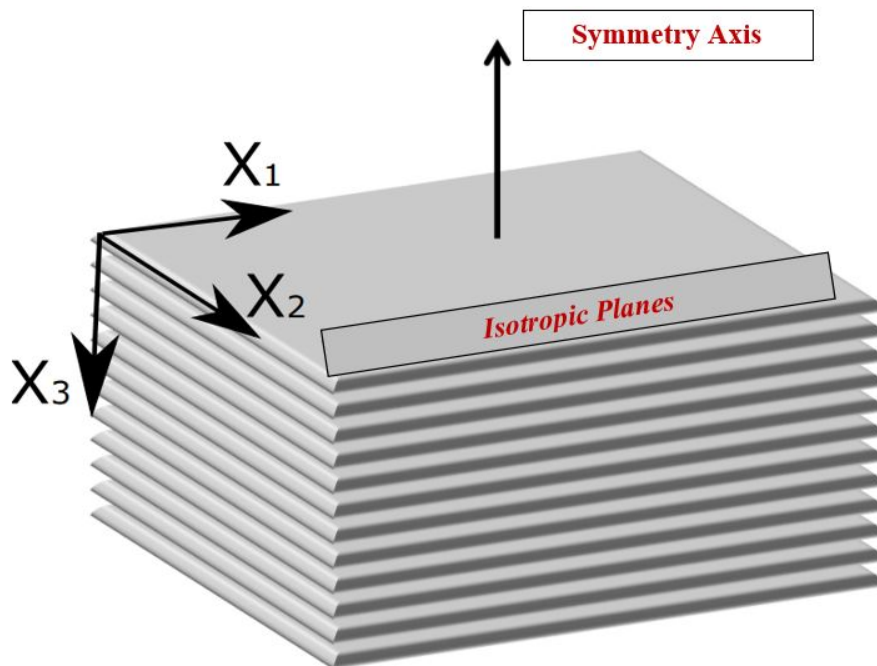
O presente trabalho busca fazer a análise do modelo teórico proposto por Cheng (1978). As equações deste modelo permitem calcular os coeficientes do tensor de rigidez elástica de um meio fissurado a partir da informação dos coeficientes elásticos da matriz e do fluido que preenche as fissuras, além das propriedades geométricas das fissuras. Este modelo consiste em uma aproximação de primeira ordem em relação à razão de aspecto e densidade de fissuras. Deste modo, esperasse que ele aproxime o comportamento do meio apenas para baixos valores de densidades de fissuras e razão de aspecto. A análise do modelo consiste em duas etapas. A primeira consiste em comparar resultados de velocidades de ondas P e S calculadas a partir do modelo teórico com os resultados obtidos por medidas ultrassônicas em amostras sintéticas representando arenitos fissurados. Esta etapa é realizada com o objetivo de se analisar as limitações do modelo teórico para diferentes situações geológicas. O processo é realizada tanto para amostras secas quanto saturadas. A segunda etapa consiste em uma análise de sensibilidade dos coeficientes elásticos do modelo teórico. Para isto, faz-se a dedução da variação dos coeficientes elásticos induzida por uma variação da razão de aspecto a partir das derivadas das equações do modelo. Será estudado, então, como uma pequena variação na espessura das fissuras, quantificada pela razão de aspecto, influencia a variação dos coeficientes elásticos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Meio VTI

Um meio transversalmente isotrópico é aquele onde existe um eixo de simetria ao redor do qual não há variação das propriedades elásticas do meio. Em outras palavras, há um plano de simetria, perpendicular a este eixo, onde o meio se comporta de forma isotrópica. Por este motivo este tipo de meio é chamado de transversalmente isotrópico (TI). A situação em que o eixo de simetria dispõe-se na direção vertical representa um meio elástico VTI (Figura 2.1). Meios acamados ou que possuam orientação preferencial de fissuras são exemplos de situações geológicas reais que representam um meio VTI.

Figura 2.1: Ilustração de um meio elástico VTI



Fonte: Imagem do autor

Em um meio VTI o tensor de rigidez elástica, que é o tensor que relaciona a deformação sofrida por um meio e a tensão aplicada no mesmo e que representa as suas constantes elásticas, possui cinco parâmetros independentes e é dado na forma matricial da seguinte forma:

$$C_{ijkl} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

A velocidade de propagação de ondas sísmicas em um meio é dependente da resistência mecânica e da densidade dos materiais que compõem este meio. Portanto, considerando a propagação de onda em um meio VTI, as velocidades das ondas P e S podem ser calculadas em qualquer direção de propagação caso sejam conhecidos os cinco coeficientes do tensor de rigidez e a densidade do material. As expressões para as velocidades em função do ângulo de propagação da onda são dadas por Love (1985):

$$2\rho V_p^2(\theta) = C_{11} \sin^2(\theta) + C_{33} \cos^2(\theta) + C_{44} + \sqrt{M(\theta)}, \quad (2.2)$$

$$2\rho V_{sV}^2(\theta) = C_{11} \sin^2(\theta) + C_{33} \cos^2(\theta) + C_{44} - \sqrt{M(\theta)}, \quad (2.3)$$

$$2\rho V_{sH}^2(\theta) = C_{66} \sin^2(\theta) + C_{44} \cos^2(\theta), \quad (2.4)$$

$$M(\theta) = [(C_{11} - C_{44}) \sin^2(\theta) - (C_{33} - C_{44}) \cos^2(\theta)]^2 + (C_{13} + C_{44})^2 \sin^2(\theta). \quad (2.5)$$

Onde $V_p(\theta)$ é a velocidade da onda P variando com a direção de propagação θ , V_{sH} é a velocidade da onda S com polarização paralela aos planos de fissuras e V_{sV} é a velocidade da onda S polarizada perpendicular ao plano de fissuras. O termo $M(\theta)$ é apenas um termo definido para simplificar as equações para as velocidades e ρ é a densidade do meio. O fenômeno físico de separação dos modos de vibração da onda S é chamado de birrefringência sísmica e é uma característica do meio VTI, previsto pelas equações acima e observado experimentalmente extensivamente. As equações acima reduzem o problema de encontrar as velocidades das ondas em um meio fissurado ao problema de encontrar os coeficientes elásticos do meio.

2.2 Parâmetros de Thomsen

Thomsen (1986) introduziu os parâmetros γ e ϵ . Estes parâmetros descrevem a influência de um meio VTI na propagação das ondas P e S. O parâmetro γ é dado em função das componentes do tensor de rigidez associados aos dois modos de vibração de onda S e é utilizado como uma ferramenta para mensurar a anisotropia do meio. O parâmetro ϵ , por sua vez, é função dos componentes do tensor de rigidez associados a propagação de onda P paralelamente e perpendicularmente aos planos de simetria do meio. Os dois parâmetros são descritos por:

$$\epsilon = \frac{c_{11} - c_{33}}{2c_{33}}, \quad (2.6)$$

$$\gamma = \frac{c_{44} - c_{66}}{2c_{66}}. \quad (2.7)$$

Ou, escrevendo em função das velocidades:

$$\epsilon = \frac{V_p^2(0^\circ) - V_p^2(90^\circ)}{2V_p^2(90^\circ)},$$

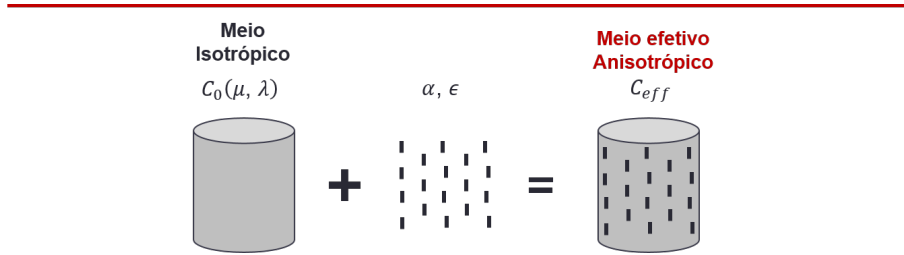
$$\gamma = \frac{V_{sH}^2(90^\circ) - V_{sV}^2(90^\circ)}{2V_{sV}^2(90^\circ)}.$$

Com os parâmetros escritos desta forma é possível obter a interpretação física das expressões que definem ϵ e γ . Como ϵ está associado a diferença entre as velocidades da onda P, paralelas e perpendiculares ao eixo de simetria, ele é chamado de anisotropia da onda P. Como γ está associado a diferença entre as velocidades dos modos de vibração da onda S, se propagando nos planos perpendiculares ao eixo de simetria, ele é chamado de anisotropia da onda S.

2.3 Modelo de Eshelby-Cheng

O modelo proposto por Cheng (1978) calcula os coeficientes do tensor de rigidez elástico de um meio VTI a partir dos coeficientes do material que compõe a matriz isotrópica da rocha e de uma correção referente à influência das fissuras, levando em conta a incompressibilidade do fluido que as preenche e suas geometrias. Uma representação esquemática do modelo é mostrada na Figura 2.2.

Figura 2.2: Representação ilustrativa do meio efetivo fissurado



A equação para os coeficientes é dada por:

$$c_{ij}^* = c_{ij}^0 - \phi c_{ij}^1, \quad (2.8)$$

onde c_{ij}^* é o tensor de rigidez efetivo, c_{ij}^0 é o tensor da matriz isotrópica, ϕ é a porosidade total e c_{ij}^1 é o termo de correção associado às fissuras (Ver o apêndice A para a descrição dos componentes dos tensores).

A porosidade total é a porosidade da matriz isotrópica adicionada à porosidade de fissura ϕ_f , onde a porosidade de fissuras ϕ é definido a partir dos valores de densidade de fissura e razão de aspecto e é determinado a partir da seguinte relação:

$$\epsilon = \frac{3\phi_f}{4\pi\alpha}, \quad (2.9)$$

onde α é a razão de aspecto e ε é a densidade de fissuras. A razão de aspecto é um parâmetro relacionado à geometria das fissuras. Para fissuras cilíndricas a razão de aspecto é definida como:

$$\alpha = \frac{h}{d}, \quad (2.10)$$

onde h é a espessura das fissuras e d é o diâmetro das mesmas. A densidade de fissura é dada por:

$$\varepsilon = \frac{NV_f}{V_t}, \quad (2.11)$$

onde N é o número total de fissuras numa rocha, V_f é o volume de uma fissura e V_t é o volume total da região fissurada.

3 METODOLOGIA

Todo o procedimento experimental, desde a construção das amostras sintéticas até as medidas ultrassônicas, foram realizadas no Laboratório de Petrofísica e Física de Rochas Dr. Om Prakash Verma, na Universidade Federal do Pará.

3.1 Construção das amostras

Foram construídas ao todo dezesseis amostras sintéticas, de formato cilíndrico, que simulam arenitos fissurados. A construção das amostras foi baseada no processo de confecção de amostras fissuradas proposto por Santos et al. (2017), no qual foi utilizado pequenos discos de isopor como base para a formação das fissuras. A matriz isotrópica é composta por uma mistura de cimento e areia, com proporção fixa de 65% de areia e 35% de cimento. Os grãos de areia e cimento são misturados, ainda secos, de modo que ocorra homogeneidade na mistura, como mostrado na Figura 3.1.

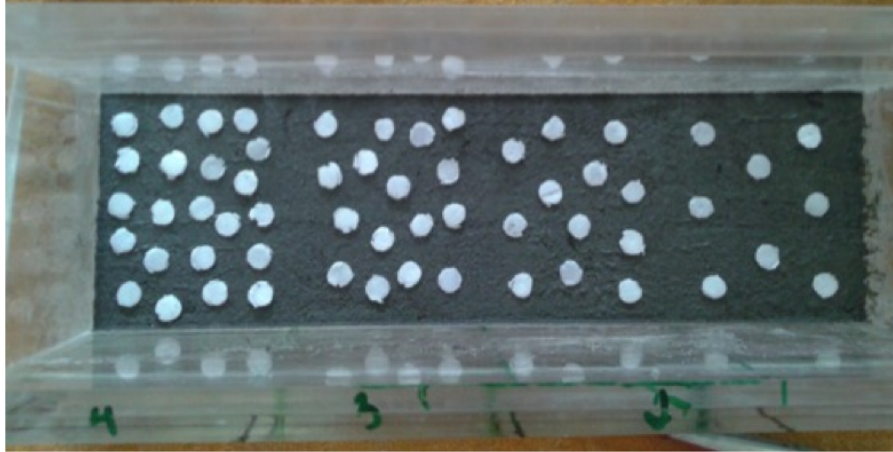
Figura 3.1: mistura de cimento e areia, com proporção fixa de 65% de areia e 35% de cimento, que será usada como matrix nas amostras



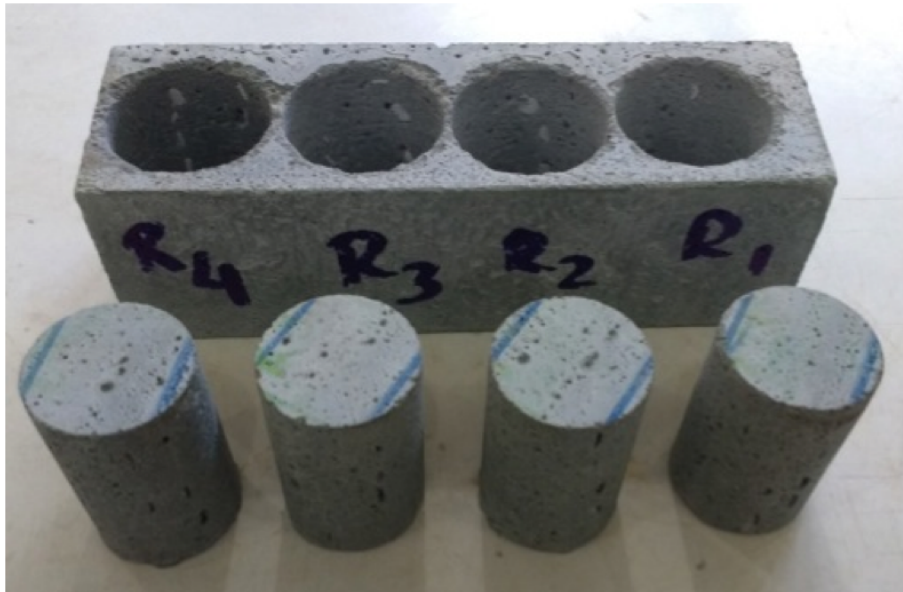
Aos grãos é adicionado água, que será o elemento responsável por promover rigidez na mistura. Essa mistura, ainda líquida, é despejada dentro de um molde retangular de acrílico, de modo que formem camadas de um centímetro de espessura cada. Em cima de cada camada são posicionados os discos de isopor como mostrado na Figura 3.2a. A quantidade de discos utilizados em cada camada vai depender da densidade de fissura e da razão de aspecto desejado para cada modelo. Após a secagem das amostras no interior dos moldes, com o material já consolidado, amostras cilíndricas são criadas a partir do uso de uma plugadeira (Figura 3.2b). Após extraídas, as amostras são imersas no thinner para que os discos de isopor sejam dissolvidos, gerando espaços vazios que correspondem às fissuras.

Figura 3.2: Construção das amostras sintéticas

(a)



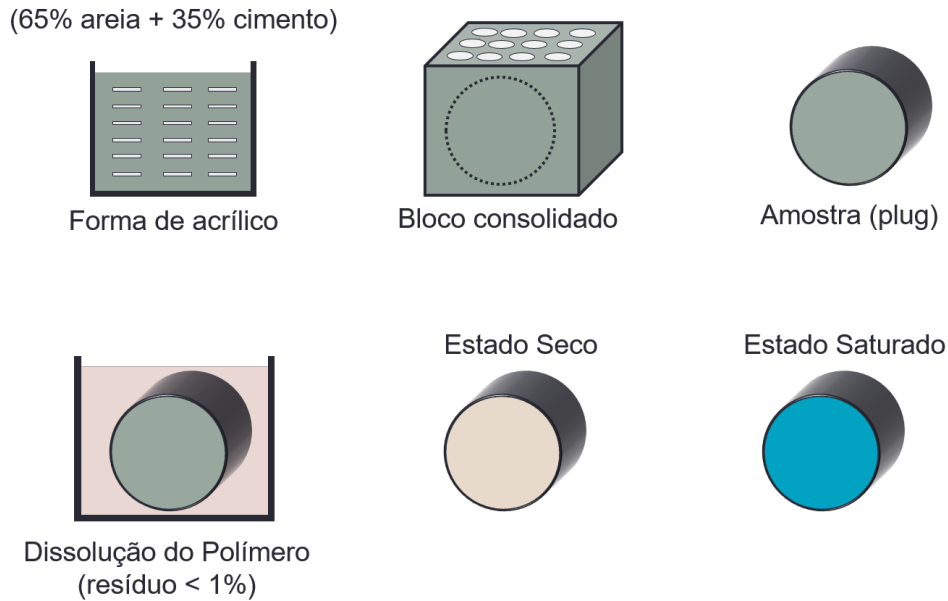
(b)



Fonte: Imagem do autor

Uma representação esquemática do processo de construção é mostrada na Figura 3.3.

Figura 3.3: Representação esquemática das etapas do processo de construção das amostras.



Ao todo foram construídas dezesseis amostras divididas em quatro grupos. Cada grupo possui amostras com razões de aspecto coincidentes e diferentes densidades de fissura. As razões de aspecto estudadas no nosso trabalho são: 0.08, 0.2, 0.32, 0.52. As propriedades petrofísicas das amostras são mostradas na Tabela 3.1 e os parâmetros físicos e geométricos das amostras e das fissuras são mostrados na Tabela 3.2.

Usando as diferenças entre as massas das amostras secas e saturadas, é possível estimar a porosidade total de cada amostra através da relação:

$$\phi = \frac{M_{sat} - M_{dry}}{V_t \rho_{agua}}$$

Em que M_{sat} é a massa da amostra saturada, M_{dry} é a massa da amostra seca, V_t é o volume total da amostra e ρ_{agua} é o volume da água. A massa de cada amostra é medida antes e depois da saturação (a amostra é deixada imersa sob água por aproximadamente 12 horas) e a partir destes dados são estimadas as porosidades das amostras, que são dadas na Tabela 3.1

Tabela 3.1: Propriedades petrofísicas das amostras

| Amostra | Razão de aspecto | Número de fissuras | Densidade de fissuras % | Porosidade % |
|----------|------------------|--------------------|----------------------------|-----------------|
| a_{11} | 0.08 | 36 | 0.9 | 11.8 |
| a_{12} | 0.08 | 54 | 1.3 | 12.2 |
| a_{13} | 0.08 | 72 | 1.8 | 12.6 |
| a_{14} | 0.08 | 90 | 2.3 | 13.1 |
| a_{21} | 0.2 | 18 | 1.09 | 12 |
| a_{22} | 0.2 | 30 | 1.8 | 12.7 |
| a_{23} | 0.2 | 66 | 4 | 14.6 |
| a_{24} | 0.2 | 96 | 6.1 | 16.5 |
| a_{31} | 0.32 | 18 | 1.8 | 12.7 |
| a_{32} | 0.32 | 36 | 3.6 | 14.4 |
| a_{33} | 0.32 | 54 | 5.4 | 16 |
| a_{34} | 0.32 | 72 | 7.2 | 17.8 |
| a_{41} | 0.52 | 36 | 5.17 | 15.6 |
| a_{42} | 0.52 | 48 | 6.9 | 17.2 |
| a_{43} | 0.52 | 60 | 8.6 | 18.7 |
| a_{44} | 0.52 | 72 | 10.2 | 20.1 |

Fonte: Autor

Tabela 3.2: Propriedades físicas e geométricas das amostras e das fissuras

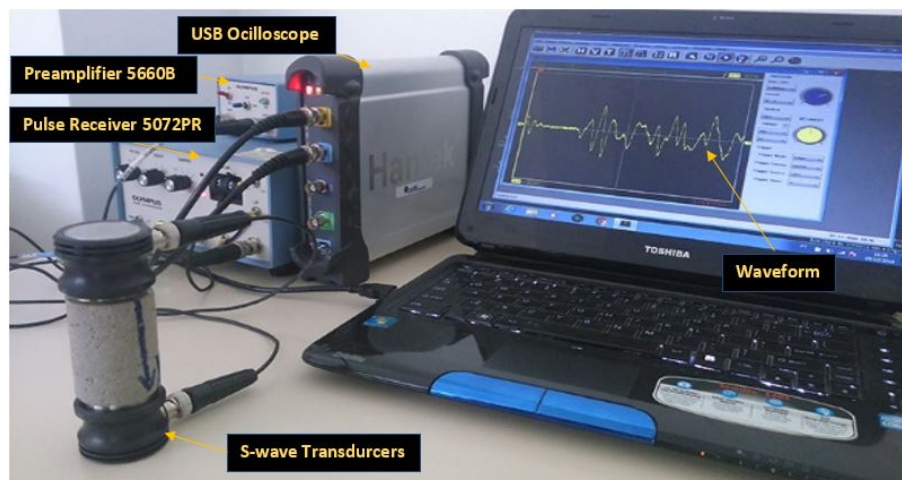
| Amostra | Diâmetro das amostras (cm) | Comprimento (Ly) das amostras (cm) | Diâmetro das fissuras (cm) | Espessura das fissuras (cm) | Densidade (g/cm^3) |
|----------|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| ISO | 3.8 | 5.9 | x | 0 | 1.94 |
| a_{11} | 3.8 | 5.3 | 0.625 | 0.05 | 1.92 |
| a_{12} | 3.8 | 5.3 | 0.625 | 0.05 | 1.91 |
| a_{13} | 3.8 | 5.3 | 0.625 | 0.05 | 1.90 |
| a_{14} | 3.8 | 5.1 | 0.625 | 0.05 | 1.89 |
| a_{21} | 3.8 | 5.5 | 0.625 | 0.125 | 1.92 |
| a_{22} | 3.8 | 5.4 | 0.625 | 0.125 | 1.90 |
| a_{23} | 3.8 | 5.5 | 0.625 | 0.125 | 1.85 |
| a_{24} | 3.8 | 5.2 | 0.625 | 0.125 | 1.81 |
| a_{31} | 3.8 | 5.2 | 0.625 | 0.2 | 1.90 |
| a_{32} | 3.8 | 5.1 | 0.625 | 0.2 | 1.86 |
| a_{33} | 3.8 | 5.1 | 0.625 | 0.2 | 1.82 |
| a_{34} | 3.8 | 5.0 | 0.625 | 0.2 | 1.77 |
| a_{41} | 3.8 | 6.1 | 0.625 | 0.325 | 1.83 |
| a_{42} | 3.8 | 6.0 | 0.625 | 0.325 | 1.79 |
| a_{43} | 3.8 | 6.1 | 0.625 | 0.325 | 1.75 |
| a_{44} | 3.8 | 6.1 | 0.625 | 0.325 | 1.72 |

Fonte: Autor

3.2 Medidas ultrassônicas

As medidas ultrassônicas foram realizadas utilizando-se o sistema ultrassônico LPFR (Figura 3.4), a partir da técnica de transmissão de ondas. Ele é composto por um receptor de pulso 5072PR, um pré-amplificador Olympus, um Handscope Oscilloscope, um par de transdutores de onda P de 500 kHz e um par de transdutores de onda S de 500 kHz, ambos da Olympus. Os transdutores funcionam como um par fonte-receptor. A taxa de amostragem utilizada para as medições de onda P é $0.002 \mu\text{s}$ e para as medições de onda S é de $0.01 \mu\text{s}$.

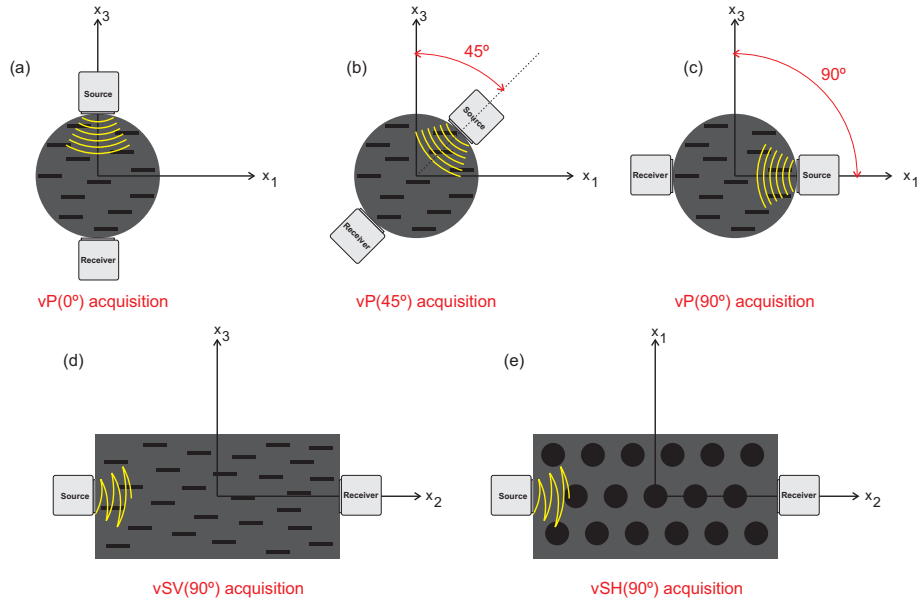
Figura 3.4: Sistema de medidas ultrassônico LPFR.



Fonte: Autor

As velocidades das ondas P e S são estimadas a partir da análise das formas de onda obtidas a partir das aquisições ultrassônicas. As aquisições são realizadas de diferentes maneiras para ondas P e S, sendo os transdutores dispostos em diferentes posições das amostras (Figura 3.5). O eixo de simetria ocorre na direção x_3 . As formas de onda P são obtidas, para todas as amostras, de três formas diferentes: propagação a 0° em relação ao eixo de simetria, propagação a 45° em relação ao eixo de simetria e propagação a 90° em relação ao eixo de simetria. As formas de onda S, por sua vez, são obtidas pela transmissão de onda na direção axial, correspondente a direção longitudinal (x_2). As medidas são realizadas com duas polarizações diferentes: uma no plano $x_1 - x_2$ correspondente a onda S_H , e a outra no plano $x_2 - x_3$, correspondente a onda S_V .

Figura 3.5: Configurações dos transdutores no processo de medidas das ondas P e S. As etapas (a), (b) e (c) são referentes às transmissões de onda P nas direções radiais ao cilindro. As etapas (d) e (e) são referentes às transmissões de onda S na direção axial do cilindro.



Fonte: Adaptado de Bruce Fabini.

As formas de onda para cada uma das medidas realizadas é registrada pelo sistema de medição ultrassônica. A partir das suas análises determina-se os tempos de primeiras chegadas das ondas P e S.

3.3 Cálculos

3.3.1 Cálculos das velocidades experimentais

Utilizando os valores dos comprimentos das amostras e dos tempos de chegada conseguimos estimar a velocidade de propagação das ondas para cada modelo da seguinte maneira:

$$V_p(\theta) = \frac{D}{t_p(\theta) - \Delta t_p}, \quad (3.1)$$

$$V_s(\varphi) = \frac{H}{t_s(\varphi) - \Delta t_s}, \quad (3.2)$$

onde D é o comprimento percorrido pela onda, t_p e t_s correspondem aos tempos de primeiras chegadas das ondas P e S, θ é a direção de propagação da onda P e φ é a direção de polarização da onda S. Os transdutores, tanto de onda P quanto de onda S, possuem um atraso intrínseco no seu sinal que deve ser levado em consideração no cálculo das velocidades.

3.3.2 Cálculos das velocidades usando o Modelo de Eshelby-Cheng

As velocidades das ondas P e S medidas na amostra isotrópica podem ser utilizadas para calcular os coeficientes de rigidez elástica da matriz do material fissurado a partir das relações:

$$c_{11}^0 = c_{33}^0 = \lambda + 2\mu = \rho V_{P_{iso}}^2,$$

$$c_{13}^0 = \lambda = \rho(V_{P_{iso}}^2 - 2V_{S_{iso}}^2),$$

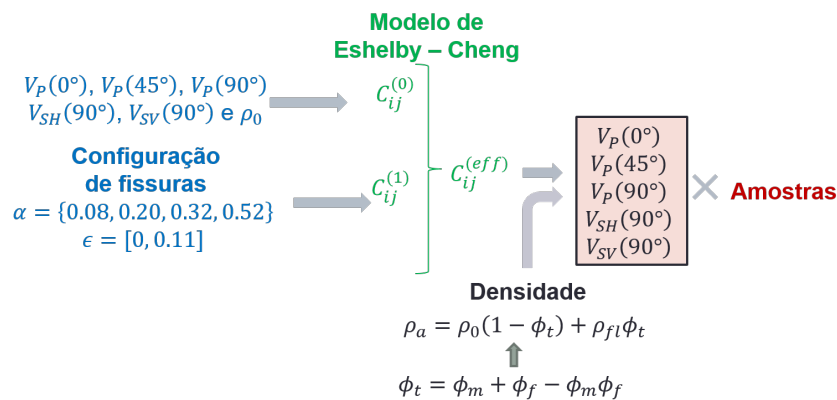
$$c_{44}^0 = c_{66}^0 = \mu = \rho V_{S_{iso}}^2.$$

Os termos de correção c_{ij}^1 são calculados a partir dos valores de razão de aspecto, densidade de fissuras, valores de λ e μ , e do módulo de incompressibilidade k_f do fluido que preenche as fissuras.

Para as amostras saturadas consideramos o módulo de incompressibilidade da água como sendo $k_f = 0,25GPa$ e para as amostras secas consideramos o módulo desprezível. A partir dos coeficientes efetivos e da densidade do meio, é possível calcular as velocidades do meio VTI fissurado. Estas velocidades, são as teóricas, previstas pelo modelo de Eshelby-Cheng e serão comparadas com as velocidades experimentais.

Na Figura 3.6 é mostrado um esquema, resumindo o cálculo das velocidades previstas usando o modelo de Eshelby-Cheng.

Figura 3.6: Implementação do modelo de Eshelby-Cheng. Em azul são apresentados parâmetros do modelo: Velocidades da matriz e informações das fissuras. Em preto outros elementos do modelo: porosidade e densidade. Em verde, os elementos das equações de Eshelby-Cheng que levam às velocidades para o meio fissurado. Estas serão comparadas às velocidades experimentais



Fonte: Adaptado de Bruce Fabini.

3.3.3 Cálculo das variações relativas dos coeficientes elásticos

A variação relativa dos coeficientes elásticos do modelo teórico pode ser aproximada pela seguinte relação (Apêndice B):

$$\frac{\Delta c_{ij}^*}{c_{ij}^*} \approx -\frac{4\pi\varepsilon}{3c_{ij}^*} \left(c_{ij}^1 + \alpha \frac{\partial c_{ij}^1}{\partial \alpha} \right) \Delta \alpha. \quad (3.3)$$

Escrevendo a variação da razão de aspecto em função da variação da espessura das inclusões (para inclusões com o diâmetro fixo, que é o nosso caso), temos

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta h}{D}. \quad (3.4)$$

Assim encontramos a variação normalizada dos coeficientes de rigidez elástica, para uma variação pequena das espessuras das fissuras:

$$\frac{\Delta c_{ij}^*}{c_{ij}^*} \approx -\frac{4\pi\varepsilon}{3Dc_{ij}^*} \left(c_{ij}^1 + \alpha \frac{\partial c_{ij}^1}{\partial h} \right) \Delta h. \quad (3.5)$$

As equações para c_{ij}^1 e $\frac{\partial c_{ij}^1}{\partial \alpha}$, podem ser encontradas nos Apêndices A e B. Os resultados dos cálculos das velocidades das ondas e da variação percentual do coeficiente de rigidez elásticas são mostrados na sessão seguinte.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

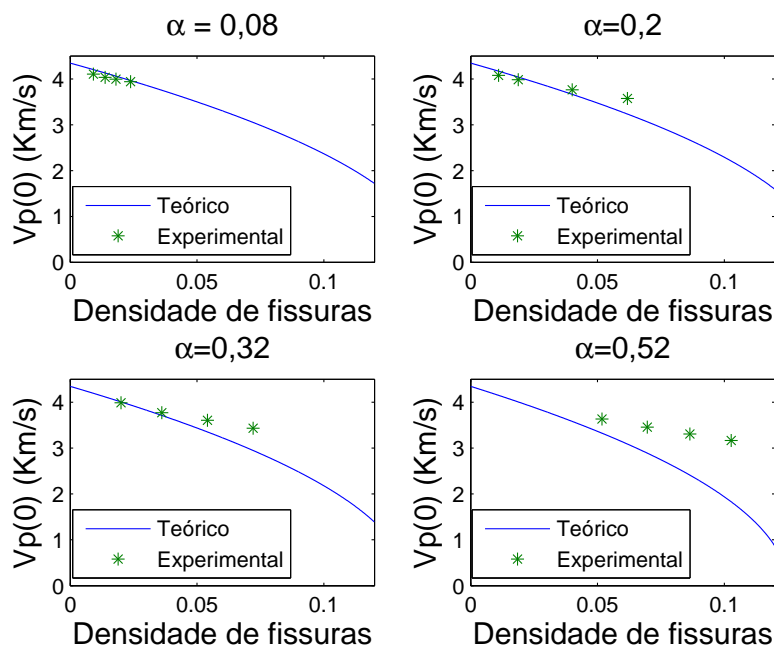
4.1 Comparações entre velocidades

Os resultados desta seção representam a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo teórico e os valores estimados a partir do procedimento experimental. Os resultados experimentais representam a variação das velocidades de onda P, onda S e dos parâmetros anisotrópicos γ e ε em função das densidades de fissura das amostras sintéticas, para cada um dos quatro grupos com diferentes razões de aspecto. Os resultados são mostrados tanto para rochas secas quanto para saturadas.

4.1.1 Velocidades das ondas P

A Figura 4.1 representa a variação da velocidade da onda P que se propaga na direção do eixo de simetria em função das densidades de fissura para os quatro grupos com diferentes razões de aspecto, para o caso de amostras secas.

Figura 4.1: Comparação entre as velocidades $V_p(0)$ teóricas e experimentais para amostras secas.

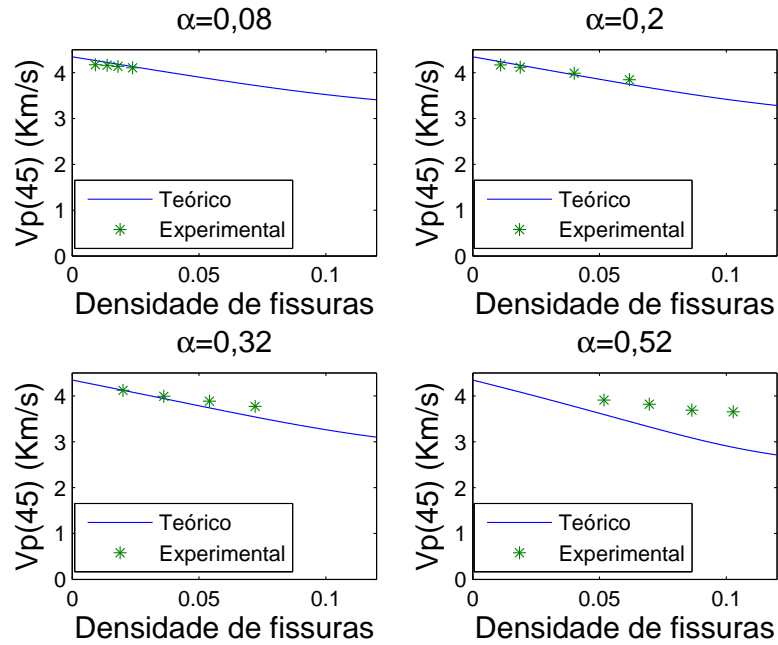


Fonte: do autor.

O caso da Figura 4.2 mostra a variação das velocidades de ondas P que se propagam

em 45° em relação ao eixo de simetria em função das densidades de fissura para cada um dos quatro grupos, para o caso de amostras secas.

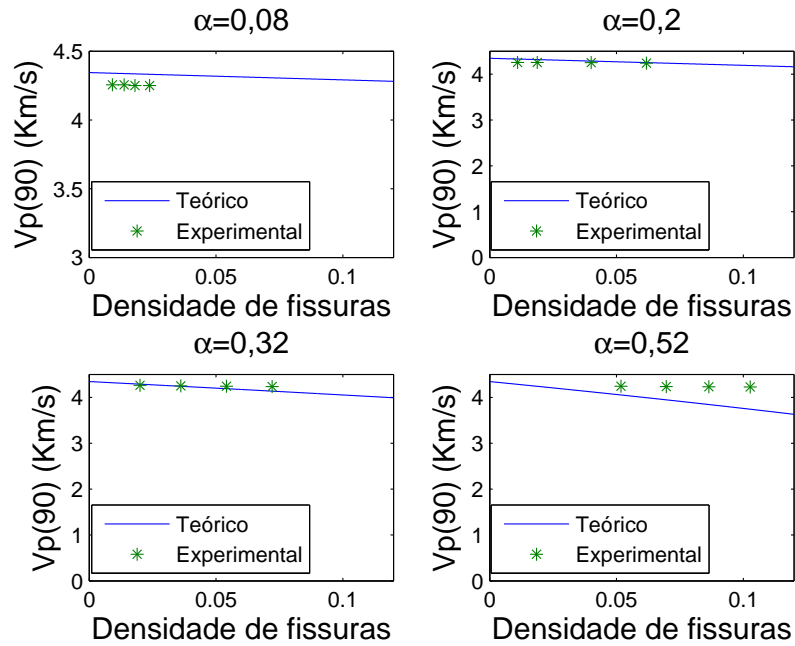
Figura 4.2: Comparação entre as velocidades $V_p(45)$ teóricas e experimentais para amostras secas.



Fonte: do autor.

A Figura 4.3, por sua vez, apresenta as variações com as densidades de fissura das velocidades da onda P que se propagam perpendiculares ao eixo de simetria, para o caso das amostras secas.

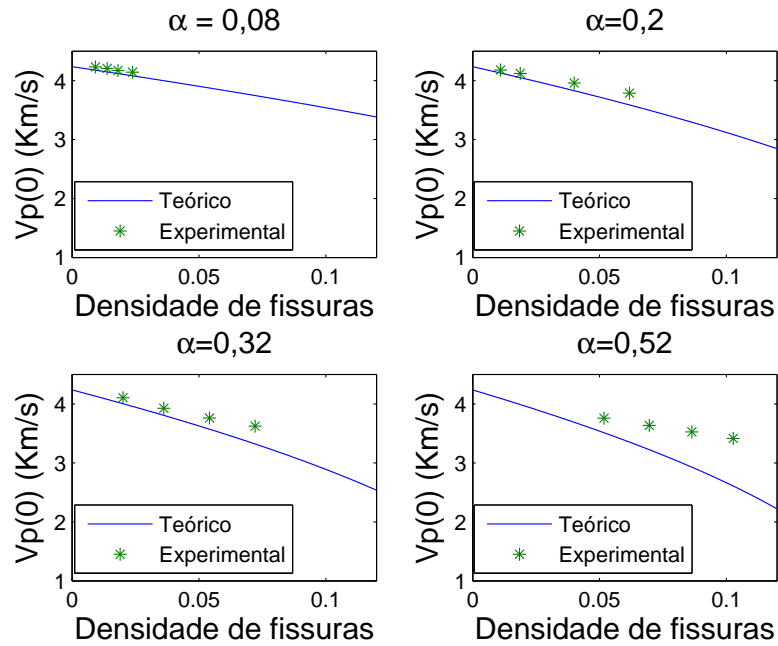
Figura 4.3: Comparação entre as velocidades $V_p(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas.



Fonte: do autor.

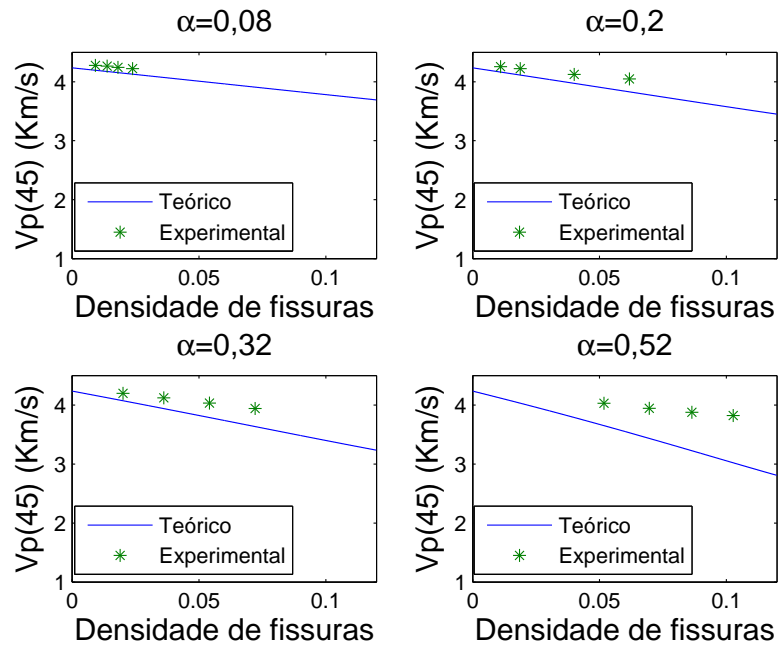
As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 representam as mesmas análises mostradas nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, entretanto, elas representam os casos em que as amostras estão saturadas com água.

Figura 4.4: Comparação entre as velocidades $V_p(0)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas.



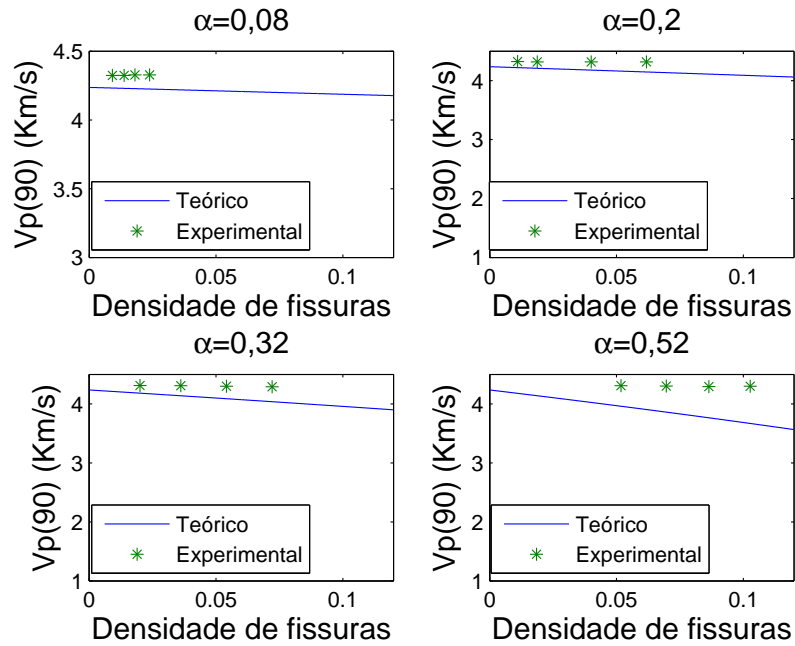
Fonte: do autor.

Figura 4.5: Comparação entre as velocidades $V_p(45)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas.



Fonte: do autor.

Figura 4.6: Comparação entre as velocidades $V_p(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas.

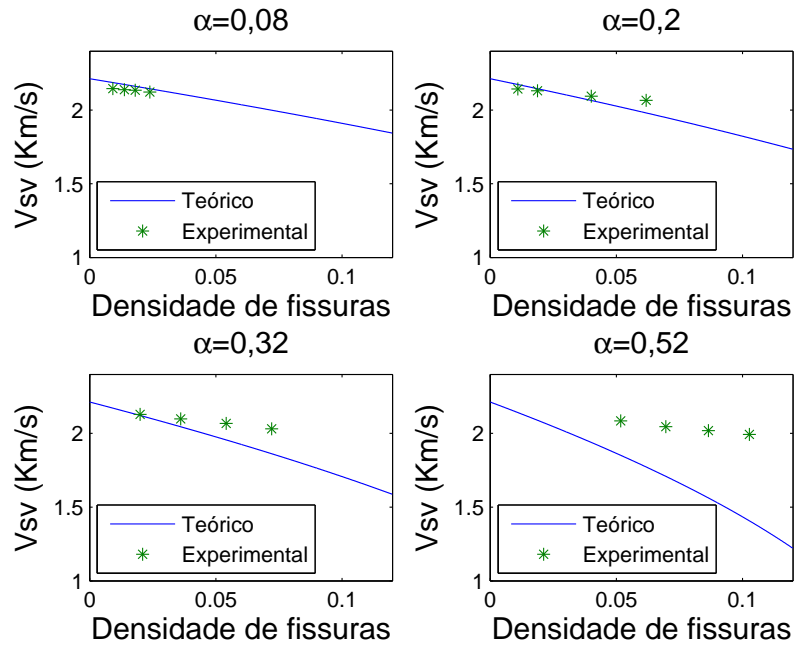


Fonte: do autor.

4.1.2 Velocidades das ondas S

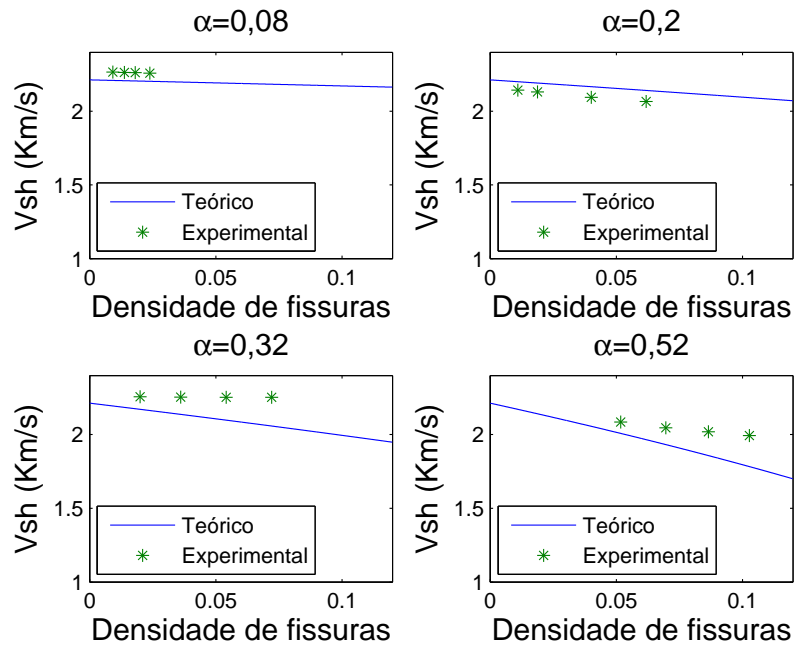
As Figuras 4.7 e 4.8 representam, respectivamente, as variações das velocidades associadas às ondas S_V e S_H em função das densidades de fissura para as quatro diferentes razões de aspecto analisadas. Elas representam o caso em que as amostras não estão saturadas.

Figura 4.7: Comparação entre as velocidades $V_{sV}(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas.



Fonte: do autor.

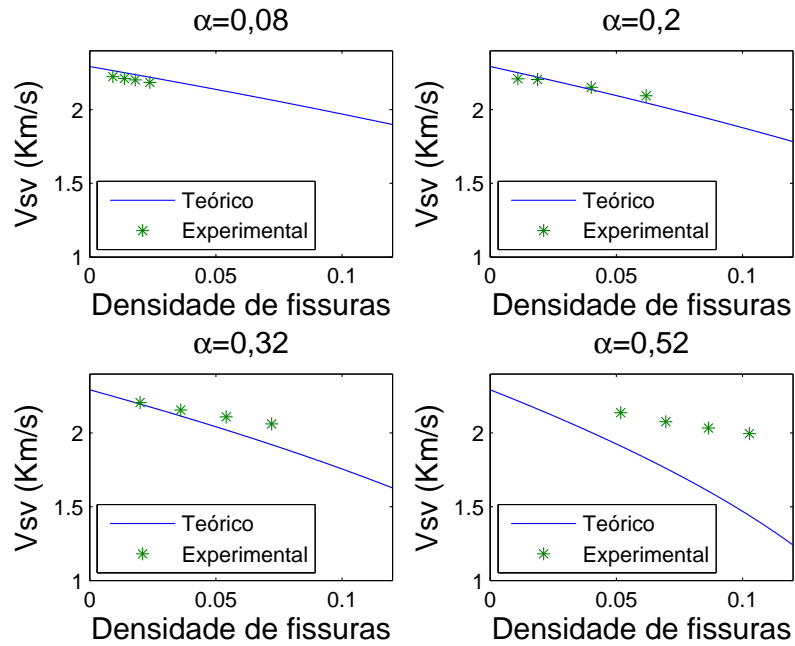
Figura 4.8: Comparação entre as velocidades $V_{sH}(90)$ teóricas e experimentais para amostras secas.



Fonte: do autor.

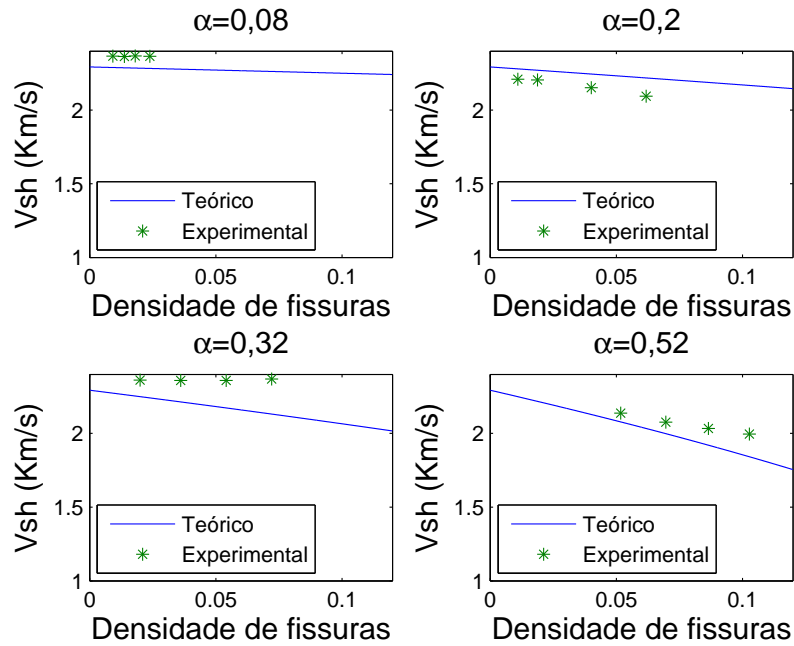
As Figuras 4.9 e 4.10 representam, respectivamente, as variações das velocidades associadas às ondas S_V e S_H em função das densidades de fissura para as quatro diferentes razões de aspecto analisadas. Elas representam o caso em que as amostras estão saturadas com água.

Figura 4.9: Comparação entre as velocidades $V_{sV}(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas.



Fonte: do autor.

Figura 4.10: Comparação entre as velocidades $V_{sH}(90)$ teóricas e experimentais para amostras saturadas.



Fonte: do autor.

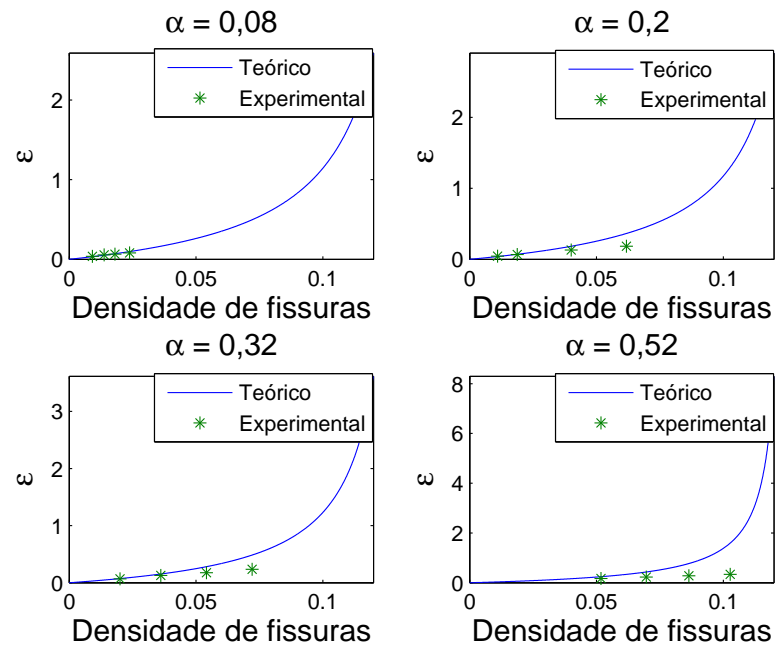
Os resultados mostram que o desajuste entre as velocidades, tanto das ondas P quanto das ondas S, calculadas pelo modelo teórico e as estimadas a partir das amostras sintéticas, é menor quanto menor for as densidades de fissuras e começa a aumentar quando a densidade de fissura se aproxima de 10%. Este padrão evidencia que esta aproximação de primeira ordem tende a não fornecer bons resultados à medida que a densidade de fissuras aumenta, fato este já esperado. É difícil estabelecer o limite no qual a aproximação não é válida.

4.2 Parâmetros anisotrópicos

4.2.1 Parâmetros para amostras secas

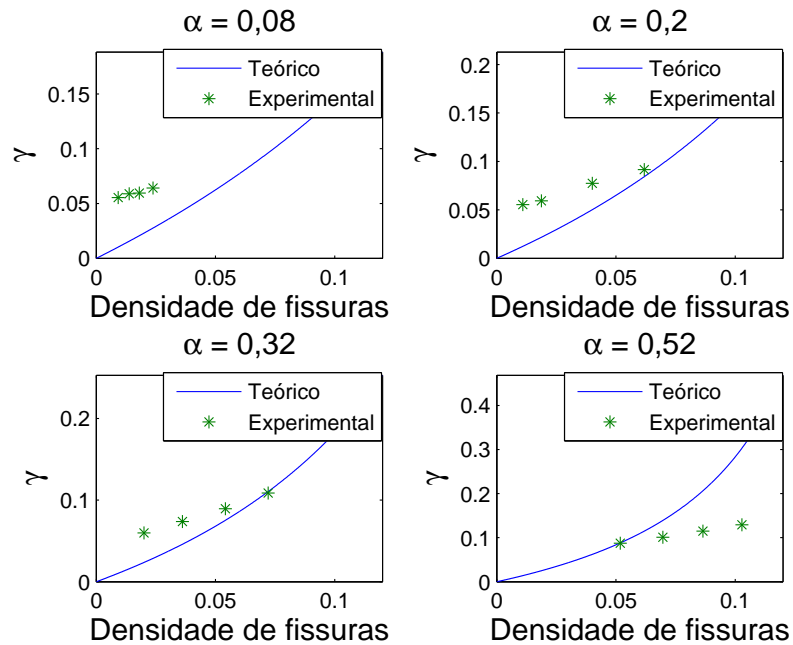
As Figuras 4.11 e 4.12 representam, respectivamente, as variações dos parâmetros anisotrópicos ϵ e γ com as densidades de fissuras para os quatro grupos estudados, considerando as amostras secas.

Figura 4.11: Anisotropia da onda P - Amostras secas



Fonte: do autor.

Figura 4.12: Anisotropia da onda S - Amostras secas

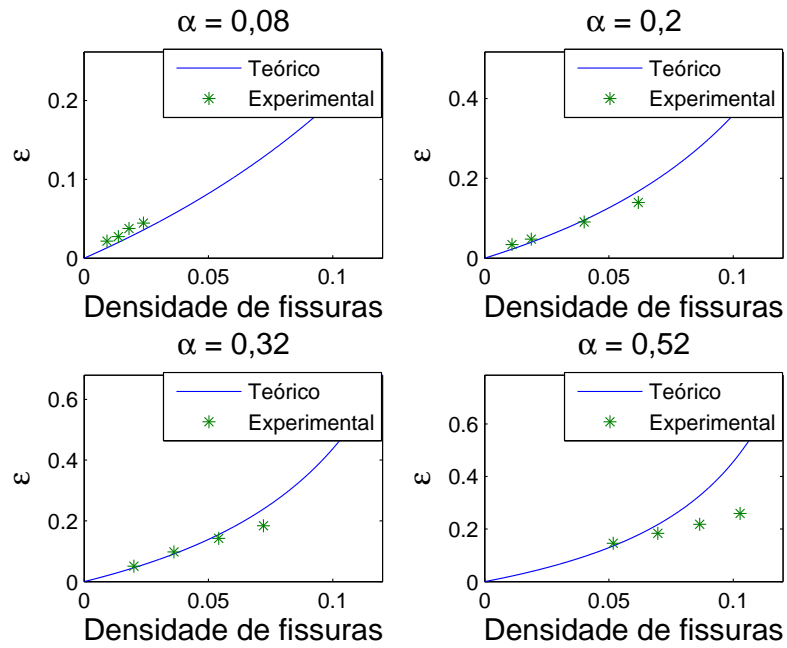


Fonte: do autor.

4.2.2 Parâmetros para amostras saturadas

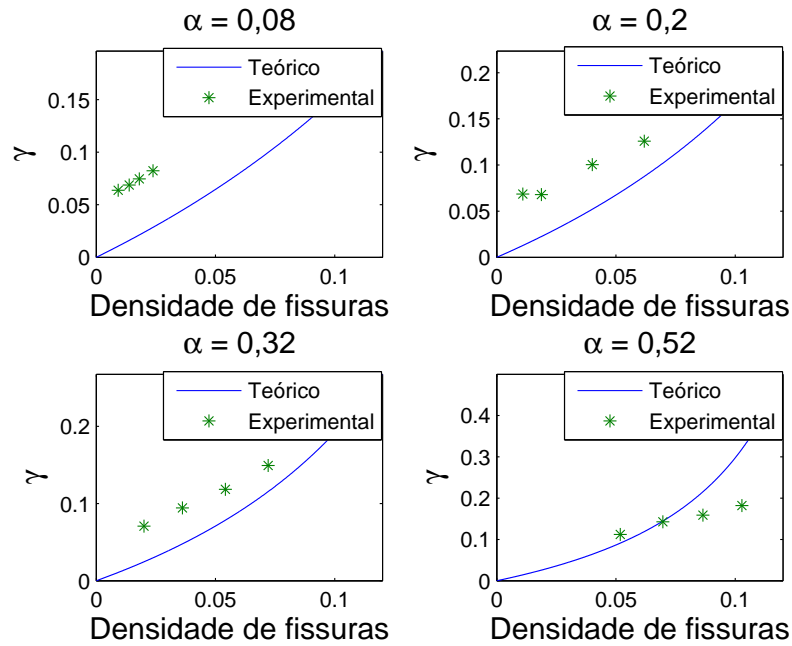
As Figuras 4.13 e 4.14 representam, respectivamente, as variações dos parâmetros anisotrópicos ϵ e γ com as densidades de fissuras para os quatros grupos estudados, considerando as amostras saturadas.

Figura 4.13: Anisotropia da onda P - Amostras Saturadas



Fonte: do autor.

Figura 4.14: Anisotropia da onda S - Amostras Saturadas



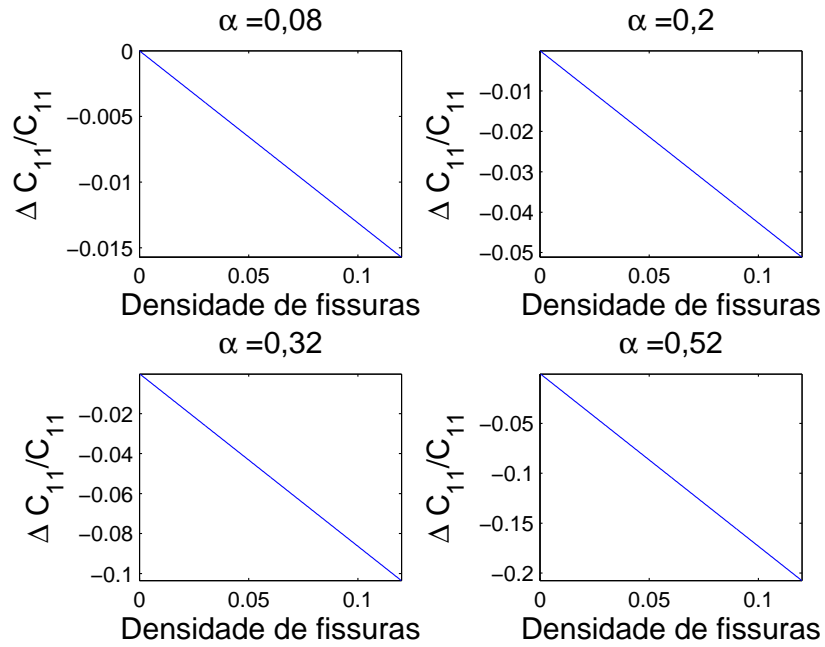
Fonte: do autor.

A análise dos parâmetros de Thomsen mostram que os valores de ϵ e γ se mantêm abaixo de 20%, o que significa que as amostras estão dentro do regime de anisotropia fraca. Também pode-se notar que para os gráficos com razão de aspecto mais alta, os valores dos parâmetros são mais altos e também que em cada gráfico, os parâmetros crescem com a densidade de fissuras, assim, quanto maior a densidade de fissuras, mais anisotrópico é o meio.

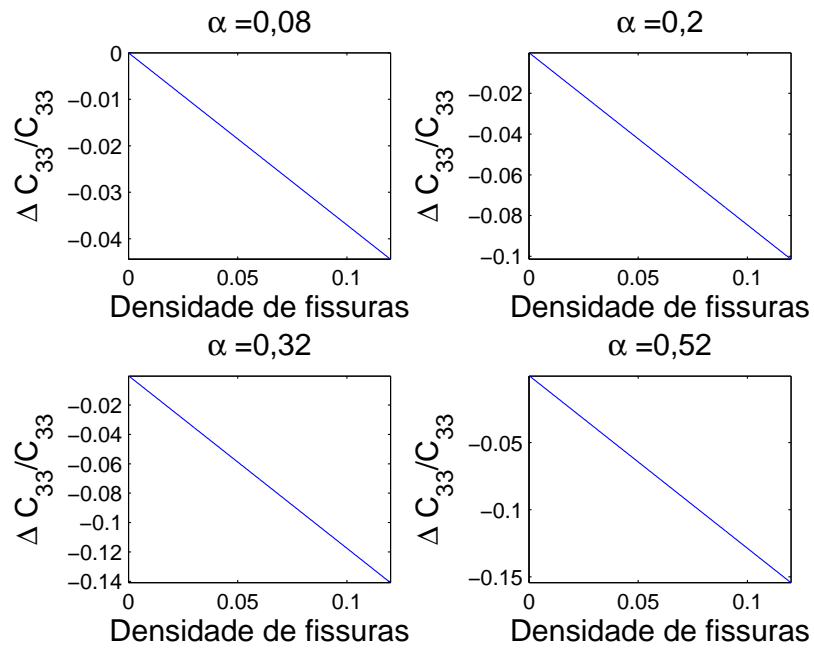
4.3 Variações relativas dos coeficientes elásticos

Os valores da variação relativa dos coeficientes de rigidez elástica efetivos com relação a razão de aspecto foram calculados para vários valores fixos de densidades de fissuras, para que fosse possível se analisar a sensibilidade do coeficiente de rigidez elástica. As curvas correspondentes à variação relativa dos coeficientes são mostradas nas figuras abaixo:

4.3.1 Variações para amostras secas

Figura 4.15: Variação relativa de c_{11} .

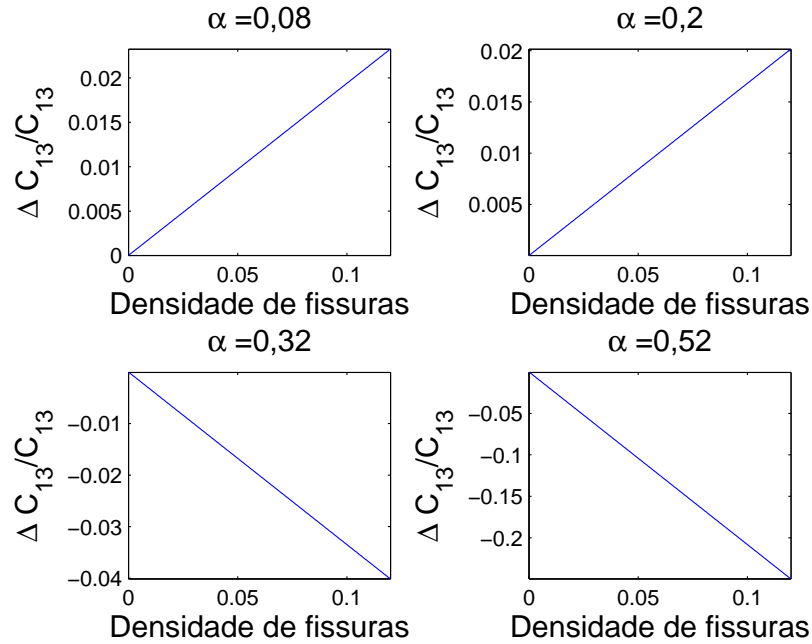
Fonte: do autor.

Figura 4.16: Variação relativa de c_{33} .

Fonte: do autor.

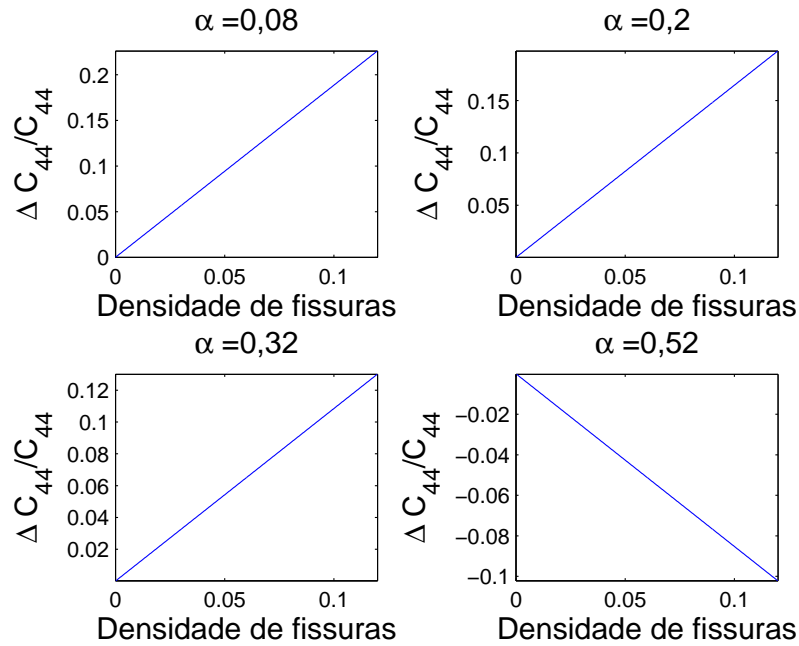
Quanto à variação relativa dos coeficientes elásticos. Para as amostras secas, as Figuras 4.15, 4.16 e 4.19 mostram que os coeficientes c_{11} , c_{33} e c_{66} tendem a decrescer com o aumento de α , pois os valores de Δc são negativos para todos os valores de densidades de fissuras. Além disso, para densidades de fissuras maiores, os coeficientes tendem a decrescer mais rápido.

Figura 4.17: Variação relativa de c_{13} .



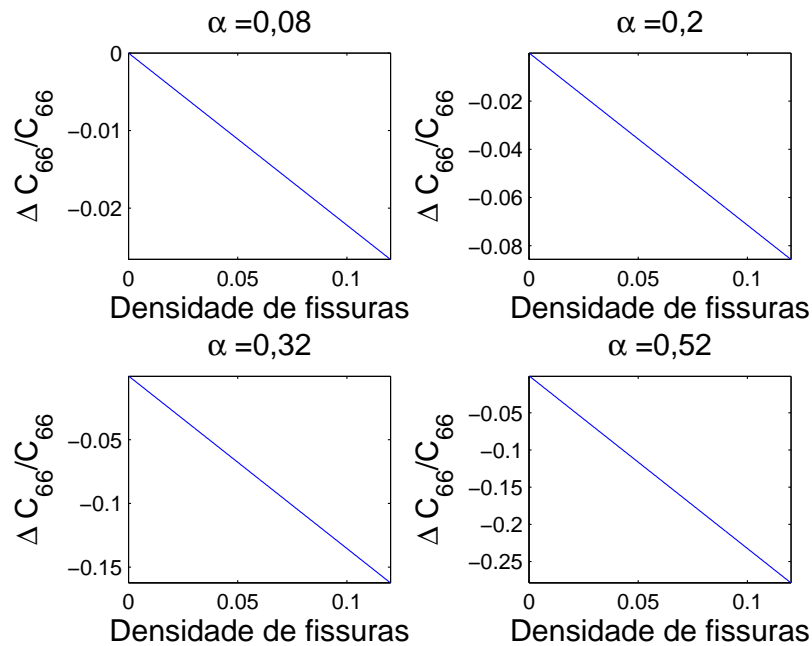
Fonte: do autor.

Os gráficos das Figuras 4.17 mostram que, apesar dos valores de variação de c_{13} serem negativos para as três razões de aspecto mais baixas, para o valor mais alto de razão de aspecto ($\alpha = 0,52$) a variação possui valores positivos, o que indica que existe uma mudança de comportamento na taxa de variação. Isso mostra que o coeficiente não se comporta de forma monótona em relação à razão de aspecto. Ele decresce para valores mais baixos, porém muda de comportamento e cresce para valores mais altos.

Figura 4.18: Variação relativa de c_{44} .

Fonte: do autor.

O coeficiente c_{44} , como mostrado na figura 4.18, possui comportamento oposto ao de c_{13} , no sentido de que ele é positivo para as três razões de aspecto mais baixas e negativo para a razão de aspecto mais alta. O que indica que este coeficiente se comporta de modo a crescer com a razão de aspecto, para as razões de aspecto mais baixas, porém muda de comportamento, decrescendo para razões de aspecto mais altas.

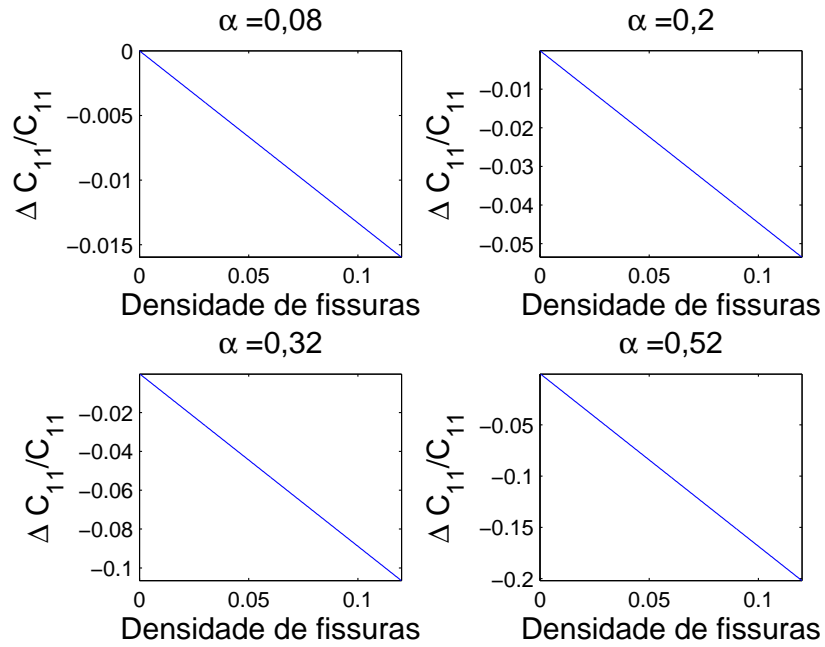
Figura 4.19: Variação relativa de c_{66} .

Fonte: do autor.

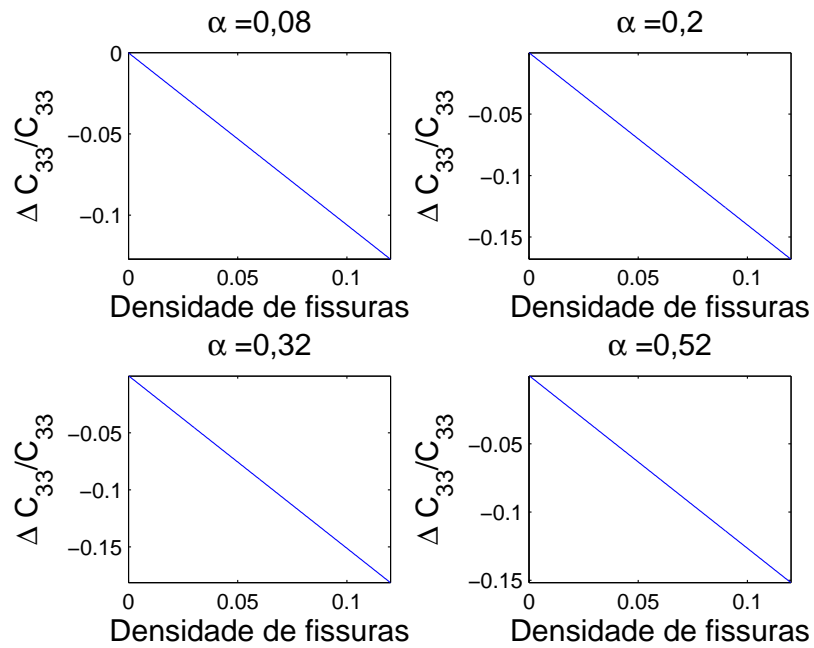
É esperado que os valores encontrados aqui possuam certo erro, pois estas são aproximações de primeira ordem, porém é possível tirar informação úteis do sinal das variações encontradas, eles indicam crescimento ou decrescimento. Também é possível comparar as variações umas com as outras para identificar quais coeficientes são mais sensíveis com relação à razão de aspecto. É possível observar que o padrão encontrado neste gráfico é dominante em todos os outros coeficientes, no geral estes tendem a decrescer com o aumento da razão de aspecto, com exceção dos coeficientes (para as duas razões de aspecto mais baixas) e (para as 3 razões de aspecto mais baixas).

É possível observar que todos os valores de variações relativas dos coeficientes são menores que 1 em todo o domínio analisado, o que é exigido destas quantidades. Também foram gerados os gráficos da variação relativa dos coeficientes elásticos com os dados das amostras saturadas. As figuras são apresentadas a seguir:

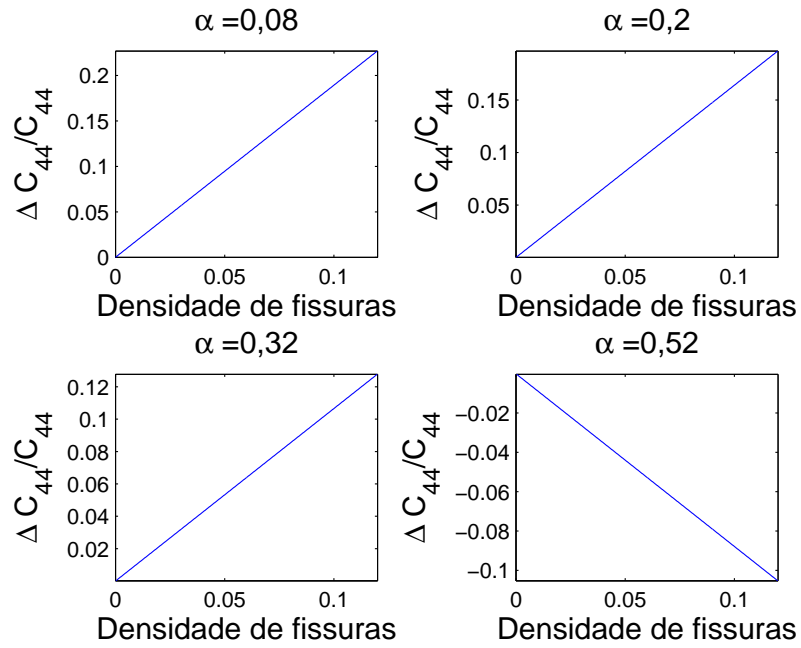
4.3.2 Variações para amostras saturadas

Figura 4.20: Variação relativa de c_{11} .

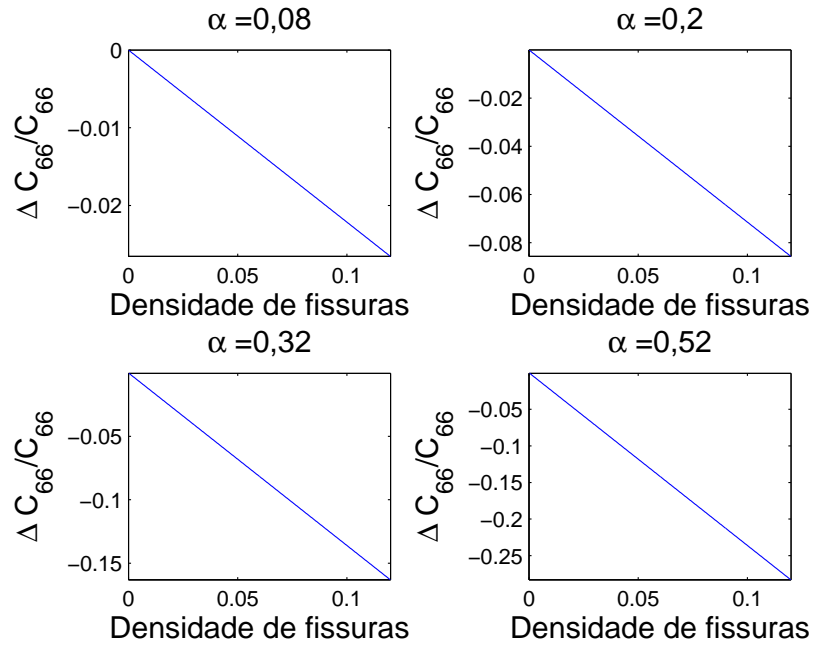
Fonte: do autor.

Figura 4.21: Variação relativa de c_{33} .

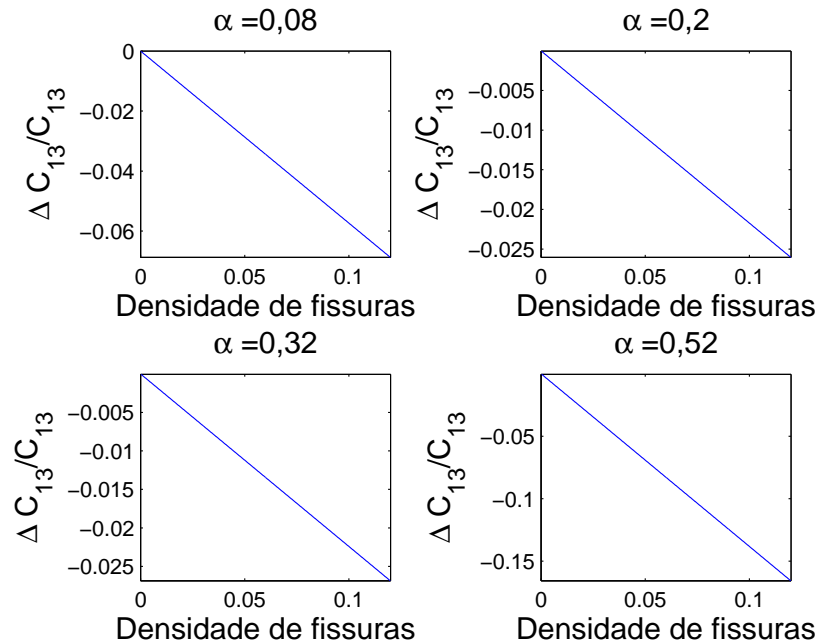
Fonte: do autor.

Figura 4.22: Variação relativa de c_{44} .

Fonte: do autor.

Figura 4.23: Variação relativa de c_{66} .

Fonte: do autor.

Figura 4.24: Variação relativa de c_{13} .

Fonte: do autor.

Sobre os resultados referentes às rochas saturadas, é possível notar que eles possuem os mesmos padrões que os experimento com a rocha seca. Nas medidas de velocidade, o efeito observado foi de aumento das velocidades (tanto previstas pelo modelo de Eshelby-Cheng, quanto pelas experimentais). Este resultado é fisicamente plausível, pois o esperasse que a resistência mecânica de um conjunto rocha-água seja mais alto que a de um conjunto rocha-ar, já que um dos componentes é mais incompressível.

Nos cálculos para a variação do coeficiente de rigidez elástico pode-se perceber que a magnitude das variações relativas é, em geral, menor que as variações correspondentes, para a rocha seca. Isso indica que para reservatórios com fluidos mais incompressíveis, os coeficientes de rigidez elásticos tendem a ser menos sensíveis à variações na razão de aspecto.

A única diferença de comportamento entre as variações Δc é observada na figura 4.24. Para a razão de aspecto mais alta $\alpha = 0,52$, a variação do coeficiente c_{13} permanece negativa, indicando que a presença de fluido faz com que o valor crítico de α onde ocorre a mudança de comportamento seja afastado para valores maiores de α .

Todos os gráficos de variação relativa dos coeficientes elásticos mostram que para densidades de fissuras maiores, as variações tendem a ser acentuadas, tanto as positivas quanto as negativas.

5 CONCLUSÃO

As análises dos gráficos de velocidade suportam a afirmação de que o modelo de primeira ordem de Eshelby-Cheng é eficiente para prever o comportamento da resistência mecânica do meio fissurado anisotrópico, sendo útil para prever velocidades das ondas P e S em meio fissurados que se aproximam do meio VTI.

Os erros encontrados nas comparações podem ser, além do erro intrínseco da aproximação de primeira ordem, também devido a erros no processo de produção das amostras. Por exemplo, pode ocorrer de as amostras não possuírem um alinhamento perfeito das fissuras nos planos ou não possuírem um padrão na compactação da matriz para todas as amostras.

É possível concluir, a partir da análise de sensibilidade, que quanto mais incompressível o fluido, menor a sensibilidade dos coeficientes efetivos do material quanto à uma perturbação na espessura das inclusões. Em geral, foi observado que os coeficientes c_{11} , c_{33} e c_{66} tendem a decrescer com o aumento da espessura das inclusões. Por sua vez, o coeficiente c_{13} tende a decrescer para baixas razões de aspecto e aumentar para razões de aspecto mais altas. O coeficiente c_{44} possui comportamento oposto ao de c_{13} , crescendo para baixas razões de aspecto e decrescendo para razões de aspecto mais altas, caso estas razões de aspecto forem perturbadas com um aumento na espessura das inclusões.

É possível observar que, dentro da faixa de densidade de fissuras entre 0 e 0.05, as variações dos coeficientes elásticos se mantêm tipicamente entre 2% e 10% (que são valores razoáveis) e como todos os valores usados nas equações para a análise de sensibilidade foram os valores tirados da modelagem física, que por sua vez mostrou que as equações de Eshelby-Cheng predizem o comportamento físico das amostras (dentro das faixas de densidades de fissuras e razões de aspecto utilizadas), esperamos que estes cálculos correspondam à realidade física das amostras e descrevam como os coeficientes elásticos respondem a pequenas variações na espessura das inclusões.

APÊNDICES

APÊNDICE A - EQUAÇÕES DE ESHELBY-CHENG

O coeficientes de rigidez elástica efetivos de um meio fissurado transversalmente isotrópico, com eixo de simetria na vertical são dados por Cheng (1978) e Eshelby (1957a):

$$c_{ij}^* = c_{ij}^0 - \phi c_{ij}^1$$

Onde

$$c_{11}^1 = \lambda(S_{31} - S_{33} + 1) + \frac{2\mu(S_{33}S_{11} - S_{31}S_{13} - (S_{33} + S_{11} - 2C - 1) + C(S_{31} + S_{13} - S_{11} - S_{33}))}{D(S_{12} - S_{11} + 1)}$$

$$c_{33}^1 = \frac{(\lambda + 2\mu)(-S_{12} - S_{11} + 1) + 2\lambda S_{13} + 4\mu C}{D}$$

$$c_{13}^1 = \frac{(\lambda + 2\mu)(S_{13} + S_{31}) - 4\mu C + \lambda(S_{13} - S_{12} - S_{11} - S_{33} + 2)}{2D}$$

$$c_{44}^1 = \frac{\mu}{1 - 2S_{1313}}$$

$$c_{66}^1 = \frac{\mu}{1 - 2S_{1212}}$$

Em que

$$S_{11} = QI_{\alpha\alpha} + RI_{\alpha}$$

$$S_{33} = Q\left(\frac{4\pi}{3} - 2I_{\alpha c}\alpha^2\right) + I_c R$$

$$S_{12} = QI_{\alpha b} - RI_{\alpha}$$

$$S_{13} = QI_{\alpha c}\alpha^2 - RI_{\alpha}$$

$$S_{31} = QI_{\alpha c} - RI_c$$

$$S_{1212} = QI_{\alpha b} + RI_{\alpha}$$

$$S_{1313} = \frac{Q(1 + \alpha^2)I_{\alpha c}}{2} + \frac{R(I_{\alpha} + I_c)}{2}$$

e

$$I_\alpha = \frac{2\pi\alpha(\cos^{-1}\alpha - \alpha S_\alpha)}{S_\alpha^3}$$

$$I_c = 4\pi - 2I_\alpha$$

$$I_{\alpha\alpha} = \pi - (3/4)I_{\alpha c}$$

$$I_{\alpha c} = \frac{I_c - I_\alpha}{3S_\alpha^3}$$

$$I_{ab} = \frac{I_{\alpha\alpha}}{3}$$

$$S_\alpha = \sqrt{1 - \alpha^2}$$

e

$$\sigma = \frac{3K - 2\mu}{6K + 2\mu}$$

$$R = \frac{1 - 2\sigma}{8\pi(1 - \sigma)}$$

$$Q = \frac{3R}{1 - 2\sigma}$$

$$C = \frac{kf}{3(K - kf)}$$

$$I = K - \frac{2\mu}{3}$$

APÊNDICE B - DERIVADAS DAS EQUAÇÕES DE ESHELBY-CHENG

A derivada dos coeficientes de rigidez elástica pode ser calculada de forma simples:

$$\frac{\partial c_{ij}^*}{\partial \alpha} = -(c_{ij}^1 \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} + \phi \frac{\partial c_{ij}^1}{\partial \alpha})$$

Mas como:

$$\varepsilon = \frac{3\phi}{4\pi\alpha}$$

$$\phi = \frac{4\pi\alpha\varepsilon}{3}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = \frac{4\pi\varepsilon}{3}$$

Logo, a derivada do coeficiente de rigidez elástico torna-se:

$$\frac{\partial c_{ij}^*}{\partial \alpha} = -\frac{4\pi\varepsilon}{3} (c_{ij}^1 + \alpha \frac{\partial c_{ij}^1}{\partial \alpha})$$

Onde os termos $\frac{\partial c_{ij}^1}{\partial \alpha}$ podem ser encontrados derivando as equações dadas no Apêndice A. O resultados são:

$$\frac{\partial c_{11}^1}{\partial \alpha} = I \left(\frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha} \right) + 2\mu \left(\frac{KnKd \frac{\partial Kn}{\partial \alpha} - \frac{\partial Kd}{\partial \alpha}}{Kd^2} \right)$$

$$\frac{\partial c_{33}^1}{\partial \alpha} = \frac{D \frac{\partial N}{\partial \alpha} - N \frac{\partial D}{\partial \alpha}}{D^2}$$

$$\frac{\partial c_{13}^1}{\partial \alpha} = \frac{D \frac{\partial J}{\partial \alpha} - J \frac{\partial D}{\partial \alpha}}{2D^2}$$

$$\frac{\partial c_{44}^1}{\partial \alpha} = \frac{2\mu \frac{\partial S_{1313}}{\partial \alpha}}{(1 - 2S_{1313})^2}$$

$$\frac{\partial c_{66}^1}{\partial \alpha} = \frac{2\mu \frac{\partial S_{1212}}{\partial \alpha}}{(1 - 2S_{1212})^2}$$

Onde os termos utilizados na derivada de c_{13}^1 são

$$J = (\lambda + 2\mu)(S_{13} + S_{31}) - 4\mu C + \lambda(S_{13} - S_{12} - S_{11} - S_{33} + 2);$$

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha} = (\lambda + 2\mu)\left(\frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha} + \lambda\left(\frac{\partial}{S_{13}}\partial\alpha - \frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}\right)\right)$$

e os termos utilizados na derivada de c_{11}^1 são

$$Kd = D(S_{12} - S_{11} + 1)$$

$$\frac{\partial Kd}{\partial \alpha} = D\left(\frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial D}{\partial \alpha}(S_{12} - S_{11} + 1)$$

$$Kn = S_{33}S_{11} - S_{31}S_{13} - (S_{33} + S_{11} - 2C - 1) + C(S_{31} + S_{13} - S_{11} - S_{33})$$

$$\frac{\partial Kn}{\partial \alpha} = \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}S_{11} + \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha}S_{33} - \frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha}S_{13} - \frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha}S_{31} - \left(\frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha}\right) + C\left(\frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}\right)$$

Onde a derivada do termo D é

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha} = \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}S_{11} + \frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha}S_{33} + \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}S_{12} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha}S_{33} - 2\left(\frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha}S_{13} + \frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha}S_{31}\right) - \left(\frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha}\right) - C\left(\frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} + 2\left(\frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha} - \frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha}\right)\right)$$

e as derivadas dos termos s são

$$\frac{\partial S_{11}}{\partial \alpha} = Q\frac{\partial I_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} + R\frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{33}}{\partial \alpha} = -2Q(2\alpha I_{\alpha c} + \alpha^2\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha}) + R\frac{\partial I_c}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{12}}{\partial \alpha} = Q\frac{\partial I_{\alpha b}}{\partial \alpha} - R\frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{13}}{\partial \alpha} = Q(\alpha^2\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha} + 2\alpha I_{\alpha c}) - R\frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{31}}{\partial \alpha} = Q\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha} - R\frac{\partial I_c}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{1212}}{\partial \alpha} = Q\frac{\partial I_{\alpha b}}{\partial \alpha} + R\frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial S_{1313}}{\partial \alpha} = Q\left(\alpha I_{\alpha c} + \frac{1 + \alpha^2}{2}\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha}\right) + \frac{R}{2}\left(\frac{\partial I_{\alpha}}{\partial \alpha} + \frac{\partial I_c}{\partial \alpha}\right)$$

e as derivadas dos I 's são

$$\frac{\partial I_\alpha}{\partial \alpha} = \frac{2\pi((1 + 3\alpha^2/S_\alpha^2)ac\cos(\alpha) - (1 + 2(\alpha/S_\alpha)^2)\alpha S_\alpha - (\alpha/S_\alpha)(1 + S_\alpha^2))}{S_\alpha^3}$$

$$\frac{\partial I_c}{\partial \alpha} = -2\frac{\partial I_\alpha}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial I_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha} = -\frac{3}{4}\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha}$$

$$\frac{\partial I_{\alpha c}}{\partial \alpha} = 2\alpha(I_c - I_\alpha) - 3\frac{\partial I_\alpha}{\partial \alpha}S_\alpha^2$$

$$\frac{\partial I_{\alpha b}}{\partial \alpha} = \frac{1}{3}\frac{\partial I_{\alpha\alpha}}{\partial \alpha}$$

REFERÊNCIAS

- ASSAD, J. M. et al. Elastic Wave Propagation In A Medium Containing Oriented Inclusions With A Changing Aspect Ratio: A Physical Model Study. *Geophysical Journal International*, v. 125, n. 1, p. 163–172, abr. 1996. ISSN 1365-246X. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-246X.1996.tb06543.x/abstract>).
- ASSAD, J. M. et al. A Physical Model Study of Scattering of Waves by Aligned Cracks: Comparison Between Experiment and Theory1. *Geophysical Prospecting*, v. 41, n. 3, p. 323–339, abr. 1993. ISSN 1365-2478. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1993.tb00573.x/abstract>).
- BACKUS, G. E. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering. *J. Geophys. Res.*, v. 67, n. 11, p. 4427–4440, out. 1962. ISSN 2156-2202. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/JZ067i011p04427/abstract>).
- BRODOV, L. U. et al. Estimating physical parameters of cracked-porous oil reservoirs by inverting shear-wave splitting. *Geophys J Int*, v. 107, n. 3, p. 429–432, dez. 1991. ISSN 0956-540X. Disponível em: <https://academic.oup.com/gji/article/107/3/429/658473/Estimating-physical-parameters-of-cracked-porous>).
- CHENG, C. H. A. *Seismic velocities in porous rocks: Direct and inverse problems*. Tese (Doutorado) — Cornell University, 1978.
- CRAMPIN, S. A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic-media. *Wave Motion*, v. 3, n. 4, p. 343–391, out. 1981. ISSN 0165-2125. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0165212581900263>).
- ESHELBY, J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. In: THE ROYAL SOCIETY. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. [S.l.], 1957. v. 241, n. 1226, p. 376–396.
- ESHELBY, J. D. The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 241, n. 1226, p. 376–396, ago. 1957. ISSN 1364-5021, 1471-2946. Disponível em: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/241/1226/376>).
- FAR, M.; LIU, E.; DOWNTON, J. Introduction to special section: Fractures. *Interpretation*, v. 3, n. 3, p. STi–STi, ago. 2015. ISSN 2324-8858. Disponível em: <http://library.seg.org/doi/full/10.1190/INT2015-0611-SPSEINTRO.1>).
- FIGUEIREDO, D. et al. Shear wave anisotropy from aligned inclusions: ultrasonic frequency dependence of velocity and attenuation. *Geophys J Int*, v. 193, n. 1, p. 475–488, abr. 2013. ISSN 0956-540X. Disponível em: <https://academic.oup.com/gji/article/193/1/475/746537/Shear-wave-anisotropy-from-aligned-inclusions>).

- FIGUEIREDO, J. J. S. de et al. Estimating fracture orientation from elastic-wave propagation: An ultrasonic experimental approach. *J. Geophys. Res.*, v. 117, n. B8, p. B08304, ago. 2012. ISSN 2156-2202. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2012JB009215/abstract>.
- HELBIG, K.; THOMSEN, L. 75-plus years of anisotropy in exploration and reservoir seismics: A historical review of concepts and methods, *GEOPHYSICS*, 70, 9nd–23nd. *GEOPHYSICS*, v. 71, n. 1, p. Y1–Y1, jan. 2006. ISSN 0016-8033. Disponível em: <http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.2172472>.
- HUANG, L. et al. 3d-printed rock models: Elastic properties and the effects of penny-shaped inclusions with fluid substitution. *Geophysics*, v. 81, p. D669–D677, nov. 2016. ISSN 0016-8033. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/2016Geop...81D.669H>.
- HUDSON, J. A higher order approximation to the wave propagation constants for a cracked solid. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 87, n. 1, p. 265–274, 1986.
- HUDSON, J. A. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, v. 64, n. 1, p. 133–150, jan. 1981. ISSN 1365-246X. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-246X.1981.tb02662.x/abstract>.
- LOVE, A. H, 1927 a treatise on the mathematical theory of elasticity. *Cambridge University Press, Cambridge.*, 1985.
- RATHORE, J. et al. P- and S-wave anisotropy of a synthetic sandstone with controlled crack geometry1. *Geophysical Prospecting*, v. 43, n. 6, p. 711–728, ago. 1995. ISSN 1365-2478. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1995.tb00276.x/abstract>.
- SANTOS, L. K. et al. On the source-frequency dependence of fracture-orientation estimates from shear-wave transmission experiments. *Journal of Applied Geophysics*, v. 114, p. 81–100, mar. 2015. ISSN 0926-9851. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926985115000154>.
- SANTOS, L. K.; FIGUEIREDO, J. J. S. de; SILVA, C. B. da. A study of ultrasonic physical modeling of isotropic media based on dynamic similitude. *Ultrasonics*, v. 70, p. 227–237, ago. 2016. ISSN 0041-624X. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X16300567>.
- THOMSEN, L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 10, p. 1954–1966, 1986.
- THOMSEN, L. Elastic anisotropy due to aligned cracks in porous rock1. *Geophysical Prospecting*, v. 43, n. 6, p. 805–829, ago. 1995. ISSN 1365-2478. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1995.tb00282.x/abstract>.
- TILLOTSON, P. et al. Observations of fluid-dependent shear-wave splitting in synthetic porous rocks with aligned penny-shaped fractures‡. *Geophysical Prospecting*, v. 59, n. 1, p. 111–119, jan. 2011. ISSN 1365-2478. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.2010.00903.x/abstract>.