



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ANANINDEUA
FACULDADE DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

RAILAM MIRANDA SOARES

**ANÁLISE E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM TUBO**

ANANINDEUA
2019

RAILAM MIRANDA SOARES

**ANÁLISE E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM TUBO**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Ciência e Tecnologia com ênfase em tecnologia mecânica, pela Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Ananindeua.

Orientador: Prof. D.Sc. Luiz Cláudio Fialho Andrade

ANANINDEUA

2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

S676a Soares, Railam Miranda
ANÁLISE E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PERFIL DE
VELOCIDADE DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM
TUBO / Railam Miranda Soares. — 2019. 80 f. :
il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Luiz Claudio Fialho Andrade
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Ciência e
Tecnologia, Campus Universitário de Ananindeua, Universidade Federal
do Pará, Ananindeua, 2019.

1. simulação numérica. 2. perfis de velocidade. 3. modelos de
turbulência. 4. hipótese de Boussinesq. 5. tubo. I. Título.

CDD 532.0527

RAILAM MIRANDA SOARES

**ANÁLISE E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PERFIL DE VELOCIDADE DO
ESCOAMENTO TURBULENTO EM UM TUBO**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Ciência e Tecnologia com ênfase em tecnologia mecânica, pela Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Ananindeua.

Orientador: Prof. D.Sc. Luiz Cláudio Fialho Andrade

APROVADO EM: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Luiz Claudio Fialho Andrade
Orientador - UFPA

Prof. D.Sc. Silvio Bispo do Vale
Examinador interno - UFPA

Prof. M.Sc. Disterfano Lima Martins Barbosa
Examinador interno - UFPA

A minha família pelo apoio incondicional e por ser meu alicerce durante toda a minha vida, sem eles nada disso seria possível.

AGRADECIMENTOS

A minha família, principalmente ao meu pai Manoel e minha mãe Benedita, que não mediram esforços para que seus filhos tivessem tudo o que um dia tenha lhes faltado, por toda educação e amor incondicional, depositados a mim e meu irmão, um muito obrigado seria muito pouco para expressar a gratidão que tenho por vocês.

Ao meu irmão que me ajudou e incentivou não apenas durante a construção desse trabalho, mas por toda a minha vida. Na loteria da vida, provavelmente eu ganhei mais do que merecia.

A minha bisavó, por parte de mãe e aos meus avós paternos, que infelizmente não se encontram mais entre nós, mas que em vida moldaram o caráter e a moral de meus pais e que aos seus filhos foi passado. Fico triste por não os ter conhecidos em vida, mas sei de sua imensurável importância para mim e minha família.

Ao meu amigo Danilo, pela amizade comigo e meu irmão, amizade essa que já estende por longos anos, agradeço pelo companheirismo, pelas boas conversas e por sempre estar ao meu lado independente de qualquer situação.

Aos meus amigos e colegas de classe, pelas conversas, pelos momentos de estudos e por compartilharem o melhor de si comigo ao longo desses anos. Definitivamente, vocês foram melhores do que eu imaginava, vocês foram incríveis.

Aos meus professores da faculdade de Ciência & Tecnologia, por todo o conhecimento que a nós disponibilizaram, por todo incentivo e confiança que a nós foi depositado. Em especial gostaria de agradecer ao meu orientador, professor Luiz Claudio Fialho Andrade, por toda a paciência, tempo e ensinamentos que foram vitais para a conclusão desse trabalho.

Por fim, por todas as vezes que fizestes eu correr na rua atrás de você, por todas as vezes que eu cheguei cansado da faculdade e você foi sempre o primeiro a receber, enquanto eu escrevia esse trabalho, você sempre estava lá ao meu lado. Infelizmente nada dura pra sempre, mas você me mostrou o porquê de o cão ser o melhor amigo do homem, valeu Domi.

“Seja curioso. Leia muito. Experimente coisas novas. Eu acho que muito do que as pessoas chamam de inteligência apenas se resume a curiosidade”.

(Aaron Swartz)

RESUMO

Neste trabalho é realizado a simulação numérica de um tubo com o auxílio do software ANSYS *Fluent*, onde os resultados obtidos são comparados com os dados experimentais do trabalho de Laufer (1954) “*The structure of turbulence in fully developed pipe flow*”. Os resultados foram comparados para os perfis de velocidade médio e componentes de flutuação da velocidade, em coordenadas adimensionais, com quatro modelos de turbulência RANS. Estes mostram que tais modelos de turbulência preveem com boa acurácia os perfis de velocidade médio, mas mostram dificuldades em lidar com as componentes de flutuação, especialmente os modelos de duas equações devido a consideração isotrópica da hipótese de Boussinesq. Por fim, os resultados obtidos no presente trabalho mostraram-se satisfatórios, de acordo com os limites apresentados por cada modelo.

Palavras-chave: simulação numérica, tubo, perfis de velocidade, modelos de turbulência, hipótese de Boussinesq.

ABSTRACT

In this work the numerical simulation of a tube is performed with the aid of ANSYS Fluent software, where the results obtained are compared with the experimental data of Laufer's (1954) work "The structure of turbulence in fully developed pipe flow". Results were compared for mean velocity profiles and velocity fluctuation components in dimensional coordinates with four RANS turbulence models. These show that such turbulence models accurately predict mean velocity profiles, but show difficulties in dealing with fluctuation components, especially two-equation models due to the isotropic consideration of the Boussinesq hypothesis. Finally, the results obtained in the present work were satisfactory, according to the limits presented by each model.

Keywords: numerical simulation, pipe, velocity profiles, turbulence models, Boussinesq hypothesis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Sistema de irrigação da praça em Pojuca-BA.	15
Figura 2 – Gasoduto Nordeste percorre 424 km entre Guamaré (RN) e Cabo (PE).	15
Figura 3 – Coeficiente de pressão tridimensional na superfície de um avião de combate genérico. $M_\infty = 0,85$, ângulo de ataque = 10° , ângulo de guinada = 30°	20
Figura 4 – Esquema para obtenção da solução numérica para um problema de CFD.	21
Figura 5 – Desenvolvimento da camada limite ao longo de um tubo.	25
Figura 6 – Perfis de velocidade dos escoamentos laminar e turbulento respectivamente.	26
Figura 7 – Perfis de velocidade de escoamentos turbulentos próximo à presença de parede.	28
Figura 8 – Perfis de velocidade para escoamento em um tubo.	30
Figura 9 – relação modelagem x custo computacional.	33
Figura 10 – previsões de um jato turbulento.	33
Figura 11 – Esboço da parte final da configuração de Laufer (1954).	48
Figura 12 – Esboço inicial a ser trabalhado.	49
Figura 13 – Geometria final da simulação.	49
Figura 14 – Modelo de malha grosseira para a simulação 1 (Re 50000).	50
Figura 15 – Modelo de malha grosseira para a simulação 2 (Re 500000).	51
Figura 16 – Condições de contorno do tubo.	52
Figura 17 – Comparação entre as malhas do modelo $k - \varepsilon$ (50000 Re).	54
Figura 18 – Comparação entre as malhas do modelo RNG $k - \varepsilon$ (50000 Re).	55
Figura 19 – Comparação entre as malhas do modelo Spalart-Allmaras (50000 Re).	55
Figura 20 – Comparação entre as malhas do modelo RSM (50000 Re).	56
Figura 21 – Comparação entre as malhas do modelo $k - \varepsilon$ (500000 Re).	56
Figura 22 – Comparação entre as malhas do modelo RNG $k - \varepsilon$ (500000 Re).	57
Figura 23 – Comparação entre as malhas do modelo Spalart-Allmaras (500000 Re).	57
Figura 24 – Comparação entre as malhas do modelo RSM (500000 Re).	58
Figura 25 – Velocidade na linha de centro dos modelos de turbulência na simulação 1 (50000 Re).	60
Figura 26 – Velocidade na linha de centro dos modelos de turbulência na simulação 2 (500000 Re).	61
Figura 27 – Comparação entre os perfis de velocidade experimental e da simulação 1 (50000 Re).	62

Figura 28 – Comparação entre os perfis de velocidade experimental e da simulação 2 (500000 Re).	63
Figura 29 – Distribuição de u' , comparação experimental com a simulação 1 (50000 Re). ...	65
Figura 30 – Distribuição de u' , comparação experimental com a simulação 2 (500000 Re). .	65

LISTA DE SIGLAS

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
ETW	<i>Enhanced Wall Treatment</i>
FDM	<i>Finite Difference Method</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i>
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations</i>
RNG	<i>Renormalization Group</i>
RSM	<i>Reynolds Stress Model</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
TKE	<i>Turbulent Kinetic Energy</i>
UDF	<i>User Define Function.</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Re	Número de Reynolds
ρ	Massa específica
μ	Viscosidade dinâmica
D	Diâmetro do tubo
V	Velocidade média do escoamento
τ	Tensão de cisalhamento total
τ_{lam}	Componente laminar da tensão de cisalhamento
τ_{turb}	Componente turbulenta da tensão de cisalhamento
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede
u_τ	Velocidade de atrito
u^+	Velocidade adimensional
u	Componente de velocidade na direção x
ν	Viscosidade cinemática
y	Distância da parede na direção y
y^+	Distância adimensional da parede
R	Raio do tubo
r	Raio característico
K	Constante de Vón Kárman
t	Tempo
σ_{ij}	tensor de tensões
$f c_i$	Forças de campo
δ_{ij}	Delta de kronecker
p	Pressão
T	Temperatura
φ	Variável Genérica
μ_t	Viscosidade turbulenta
l_m	Comprimento de mistura
k	Energia cinética turbulenta
ε	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta
C_1, C_2, C_u	Constantes do modelo $k-\varepsilon$
σ_k e σ_ε	

G_k	Geração de energia cinética de turbulência dada por gradientes velocidade
G_b	Geração de energia cinética de turbulência por flutuabilidade
Y_M	Contribuição da dilatação flutuante em turbulência compressível para a taxa de dissipação global
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$ e $C_{3\varepsilon}$	Constantes do modelo $k-\varepsilon$ e RNG $k-\varepsilon$ no <i>Fluent</i>
μ_{ef}	Viscosidade efetiva
$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \eta$ e β	Constantes do modelo RNG $k-\varepsilon$
$C_{b1}, C_{b2}, C_{v1},$ C_{w1}, C_{w2}, C_{w3} C_{t3} e C_{t4}	Constantes do modelo Spalart-Allmaras
Ω_{ij}	tensor de rotação
D_{ij}	taxa de difusão do tensor de Reynolds
P_{ij}	taxa de produção
F_{ij}	taxa de criação referente às forças instantâneas de corpo $f_i'(x, t)$
Φ_{ij}	termo de correlação entre as flutuações de pressão e velocidade
ε_{ij}	taxa de dissipação do tensor de Reynolds
S_{user}	termo de origem definido pelo usuário
C_{ij}	Termo de Convecção
G_{ij}	Produção de flutuabilidade

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Justificativa e motivações	16
1.2 Objetivos	17
1.2.1 Objetivo geral	17
1.2.2 Objetivos específicos	17
1.3 Estrutura do trabalho	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1 Dinâmica dos fluidos computacional	19
2.1.1 Antecedentes históricos do CFD	19
2.1.2 Etapas de execução de um código CFD	20
2.1.2.1 Pré-processador.....	21
2.1.2.2 Solver	22
2.1.2.3 Pós-processador	22
2.2 Uma breve revisão sobre escoamento em tubo	23
2.2.1 Escoamentos laminar e turbulento em tubos	23
2.2.2 Perfil de velocidade turbulento e modelagem próximo à parede.	24
3 FUNDAMENTAÇÃO TÈORICA.....	31
3.1 Equações de governo	31
3.1.1 Equação da continuidade.....	31
3.1.2 Equações de Navier-Stokes	31
3.2 Modelagem da turbulência	32
3.2.1 Modelagem RANS.....	34
3.2.2 A hipótese de Boussinesq.	35
3.3 Modelos de turbulência RANS	36
3.3.1 Modelo $k - \varepsilon$	37
3.3.1.1 Modelo $k - \varepsilon$ no Fluent.....	38

3.3.2 Modelo RNG $k - \varepsilon$	39
3.3.2.1 Modelo RNG $k - \varepsilon$ no Fluent	41
3.3.3 Modelo Spalart-Allmaras.....	41
3.3.3.1 Modelo Spalart-Allmaras no Fluent	43
3.3.4 Modelo de tensões de Reynolds (RSM)	43
3.3.4.1 Modelo de tensões de Reynolds (RSM) no Fluent	46
4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA	48
4.1 Geometria	48
4.2 Malha	50
4.3 Condições de contorno	51
4.4 Independência da malha	53
4.5 Discretização e critérios de convergência	58
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	60
5.1 Comparação dos perfis de velocidade médio experimental com a simulação numérica 60	
5.2 Comparação da componente flutuante da velocidade u'	64
6 CONCLUSÃO.....	67
6.1 Sugestão de trabalhos futuros.....	68
REFERÊNCIAS.....	69
APÊNDICE A – TUTORIAL	71
A.1 Workbench	71
A.2 Geometria	72
A.3 Malha.....	73
A.4 Setup.....	75
A.5 Solution	77
A.6 Considerações finais.....	80

1 INTRODUÇÃO

Nas grandes cidades, sistemas de tubulações operam a todo momento, em diferentes escalas de importância e com os mais variados objetivos, por exemplo, fornecer água potável às residências e ao comércio ou simplesmente realizar a irrigação das plantas no jardim de uma praça (figura 1). A nível industrial, o número de funções dadas as tubulações são extensas, com destaque aos gasodutos e oleodutos (figura 2), devido à importância do petróleo e seus derivados para a economia mundial. Hoje tais sistemas são indispensáveis, onde falhas nessas tubulações resultam em prejuízos econômicos e transtornos a sociedade. Todavia, ambos compartilham a mesma classificação quanto ao seu escoamento, ambos são *escoamentos internos*.

Figura 1 – Sistema de irrigação da praça em Pojuca-BA.



Fonte: www.pojuca.ba.gov.br.

Figura 2 – Gasoduto Nordesteão percorre 424 km entre Guamaré (RN) e Cabo (PE).



Fonte: www.petrobras.com.br.

Os escoamentos internos podem ser descritos como escoamentos completamente limitados por superfícies sólidas conhecidas por dutos. Quando um duto apresenta seção transversal circular este é chamado de tubo. Tais escoamentos podem ser laminares ou turbulentos, onde alguns escoamentos laminares podem ser resolvidos analiticamente. Entretanto para escoamentos turbulentos soluções analíticas não são possíveis (FOX, 2014).

O fenômeno da turbulência em problemas da mecânica dos fluidos muitas vezes é indesejável, como por exemplo, no escoamento de água em um tubo, uma vez que cria maior resistência ao escoamento. Entretanto a maioria dos escoamentos são turbulentos, ou seja, a turbulência é inevitável, mas em contrapartida há casos onde sua ocorrência é vital como no escoamento de sangue através dos vasos sanguíneos, onde o movimento aleatório permite o contato das células de sangue com a superfície dos vasos para trocar oxigênio e outros nutrientes (FOX, 2014).

A análise de escoamentos turbulentos pode levar demasiado tempo e na ocasião de erros acaba por gerar custos adicionais de recursos muitas vezes importante. Assim a prévia pela dinâmica dos fluidos computacional (CFD)¹ permite a simulação numérica dos processos físicos envolvidos no escoamento e a previsão de informações sobre seus campos, para pôr fim validar os dados obtidos através da análise teórica e pela comparação com dados experimentais. Atualmente, existem inúmeros programas de CFD disponíveis para análise de fluxo de fluidos. Entre os códigos comerciais, o CFX e Fluent da ANSYS, Inc. e o *software* de código aberto OpenFOAM® apresentam-se como boas opções para os mais diversos fins.

No presente trabalho será abordado a simulação numérica computacional do escoamento turbulento em um tubo, para altos números de Reynolds, com objetivo de analisar o perfil de velocidade médio e os componentes de flutuação da velocidade obtidos na simulação com os dados existentes na literatura. Para isso, será utilizada a versão *student* do *software* ANSYS Fluent 19.2, esta versão possui como limitação o número de 512000 células e nós permitidos para discretizar o domínio computacional, número considerado suficiente para o caso em questão.

1.1 Justificativa e motivações

O desenvolvimento de trabalhos acadêmicos relacionados ao CFD no Brasil se concentra em sua maior parte a trabalhos de pós-graduação. No âmbito das graduações ainda

¹ Em inglês, *Computational Fluid Dynamics*.

há poucos trabalhos (LÓPEZ, 2017). A dificuldade encontrada pelos discentes em encontrar literatura em língua portuguesa, além de uma abordagem inicialmente difícil, afasta os estudantes de graduação que optam por trabalharem com conteúdos com quais possuam maior domínio. Portanto, este trabalho busca apresentar uma simulação numérica relativamente simples, onde são mostrados os principais aspectos que podem ser encontrados ao abordar este tema. A escolha de uma geometria como a de um tubo, revela-se inicialmente ideal ao que este trabalho propõe, visto que, tubulações estão presentes no cotidiano e que apesar de se tratar de uma geometria pouco complexa, pode apresentar várias aplicações além de algumas dificuldades que venham a ser encontradas em outros segmentos da dinâmica dos fluidos computacional.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

As simulações numéricas neste trabalho visam reproduzir o trabalho de John Laufer (1954) e comparar os perfis de velocidades médios e a distribuição da componente de flutuação da velocidade u' das simulações com os dados experimentais do mesmo, afim de confirmar a abordagem numérica aplicada.

1.2.2 Objetivos específicos

- Comparar os resultados obtidos nas simulações com os dados experimentais estabelecidos na literatura.
- Modelar o escoamento turbulento utilizando os modelos de turbulência $k-\varepsilon$, RNG $k-\varepsilon$, Spalart-Allmaras e o modelo de tensão de Reynolds (RSM)² e verificar o desempenho dos modelos em relação aos dados experimentais.

² Em inglês, *Reynolds stress model*

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. No capítulo 1 foi apresentado a importância do estudo de escoamento em tubos com o auxílio do CFD, bem como as motivações, justificativas e também os objetivos a serem alcançados.

O capítulo 2 contém uma revisão sobre o CFD, onde são abordados os antecedentes históricos e as etapas de execução de um código comercial. Uma breve revisão sobre escoamento em tubos é apresentada em seguida, onde é discutido as particularidades entre os escoamentos laminar e turbulento, bem como de seus perfis de velocidade, além de apresentar o tratamento para escoamentos turbulentos próximos a paredes.

No Capítulo 3 apresenta-se as abordagens disponíveis para o tratamento de problemas envolvendo turbulência, assim como a formulação teórica necessária para os modelos de turbulência que serão utilizados no desenvolvimento deste trabalho, além do parecer sobre a escolha da modelagem e de seus modelos de turbulência.

O Capítulo 4 apresenta os principais detalhes das simulações numéricas empregadas no trabalho, tais informações são referentes a geometria, condições de contorno, convergência de malha e demais fatores de interesse para a avaliação final dos resultados.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados finais das simulações para os perfis de velocidade médio e a distribuição da componente de flutuação da velocidade u' em coordenadas adimensionais, com estes comparados com a literatura estabelecida e são feitos comentários referentes as comparações dos resultados.

O Capítulo 6 aborda se objetivos estabelecidos foram alcançados, conclusões acerca do que foi abordado em capítulos anteriores, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Dinâmica dos fluidos computacional

Dinâmica dos Fluidos Computacional, também conhecida pela abreviatura CFD (Do inglês, *Computational Fluid Dynamics.*), é o ramo da computação científica e da mecânica dos fluidos que estuda o comportamento de fenômenos físicos envolvendo fluidos, transferência de calor e áreas afins que possam ser analisados por meio de simulação computacional (FORTUNA, 2000). A princípio, o CFD possuía sua aplicação quase exclusivamente voltada à engenharia aeroespacial, mas atualmente vem sendo aplicado nas mais variadas áreas e problemas encontrados na prática da engenharia moderna (TU; YEOH; LIU, 2013). Entre as aplicações, nas áreas industriais e científicas, podem-se apresentar exemplos como: aerodinâmica em geral, turbomáquinas, hidrologia e oceanografia, engenharia ambiental, engenharia biomédica entre outros exemplos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

O uso do CFD auxilia o usuário a aperfeiçoar o tempo e os recursos gastos na análise de projetos e estudos, permitindo a ele obter informações sobre a distribuição de velocidade, pressão e temperatura do escoamento. De forma geral, o CFD é um complemento às análises teóricas e a experimentação e de forma alguma é um substituto a estes (FORTUNA, 2000). Os *softwares* de CFD mais bem estabelecidos são: *ANSYS CFX*, *ANSYS FLUENT*, *PHOENICS* e *STAR-CD* (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

2.1.1 Antecedentes históricos do CFD

O desenvolvimento do CFD está intrinsicamente relacionado à rápida evolução dos computadores digitais durante os anos de 1950. Anteriormente, soluções numéricas só eram possíveis através de calculadores mecânicos primitivos ou pela mão de obra humana (FORTUNA, 2000).

O método das diferenças finitas (FDM)³ e o método dos elementos finitos (FEM)⁴ possuem grande importância na abordagem do CFD, com os FDMs apresentando maior aceitação por parte das comunidades de CFD devido, em partes, há simplicidade em suas formulações e cálculos quando comparados as FEMs, entretanto, isso vem mudando. A primeira aplicação FDM remete ao trabalho apresentado por Lewis Fry Richardson há *Royal*

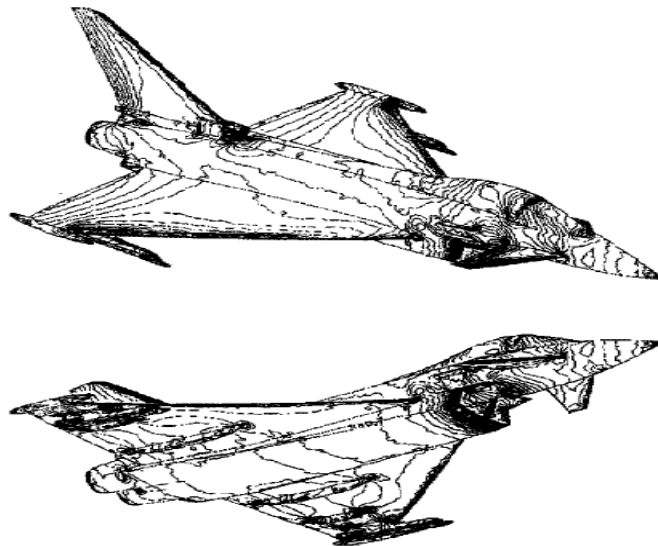
³ Em inglês, *Finite Difference Method.*

⁴ Em inglês, *Finite Element Method.*

Society of London em 1910, nele mostrava a primeira solução FDM na análise de tensão de uma barragem de alvenaria. Em 1956, o primeiro trabalho FEM foi publicado na *Aeronautical Science Journal* por Turner, Clough, Martin, e Topp e se tratava de aplicações para análise de tensões de aeronaves. Desde então, ambos os métodos vem sendo desenvolvidos extensivamente na dinâmica de fluidos, transferência de calor e áreas afins (CHUNG, 2010).

A partir de 1960, impulsionada principalmente pelo período propiciado da guerra fria, a indústria aeroespacial começa a integrar técnicas de CFD ao design, pesquisa e desenvolvimento, fabricação de aeronaves e motores a jato. Gradualmente, tais técnicas foram aplicadas a outras áreas como o design de motores de combustão, indústria automobilística, câmaras de combustão de turbinas a gás e fornos. O desenvolvimento acentuado da indústria da informática e a introdução de interfaces mais amigáveis levaram a um recente aumento de interesse formentando, a partir dos anos 90, na inclusão mais ampla do CFD na indústria (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). A figura 3 mostra o pós-processamento de uma simulação computacional de um avião militar do tipo caça.

Figura 3 – Coeficiente de pressão tridimensional na superfície de um avião de combate genérico. $M_\infty = 0,85$, ângulo de ataque = 10° , ângulo de guinada = 30° .



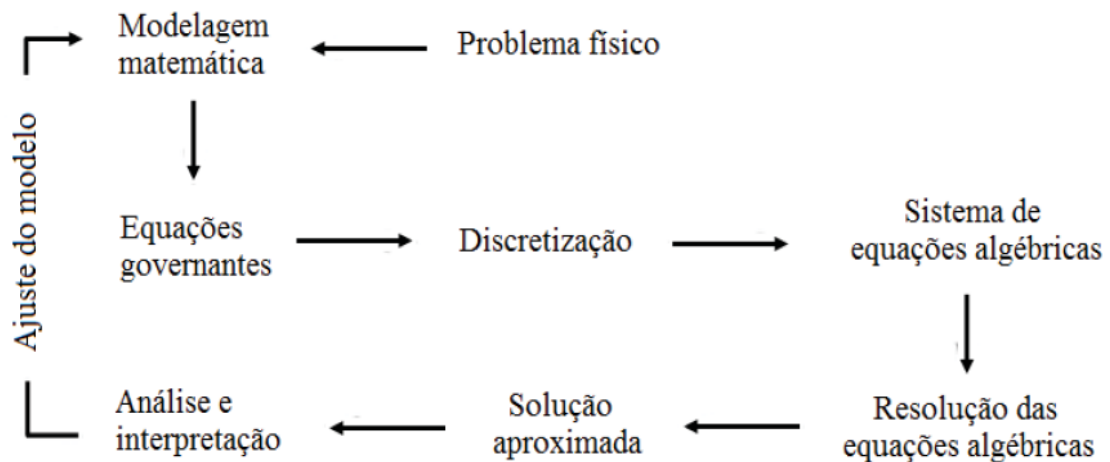
Fonte: ANDERSON, 1995.

2.1.2 Etapas de execução de um código CFD

Os códigos comerciais de CFD possuem em seus pacotes algoritmos capazes de resolver os mais diversos problemas envolvendo o escoamento de fluidos, alinhado a uma interface sofisticada para que o usuário possa inserir os parâmetros do problema e examinar os

resultados após a simulação. Portanto, todos os códigos dispõem de três elementos principais: um pré-processador, um *solver* e um pós-processador (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Na figura 4 é apresentado o esquema executado pelos códigos e pelo usuário durante uma simulação numérica.

Figura 4 – Esquema para obtenção da solução numérica para um problema de CFD.



Fonte: FORTUNA, 2000.

2.1.2.1 Pré-processador

No pré-processamento, os dados referentes ao problema são introduzidos no programa através da interface do usuário, e em seguida esses dados recebem o devido tratamento a fim de disponibilizar uma saída que possa ser interpretada pelo solver. Ao usuário ficará a cargo definir:

- A geometria da região de interesse;
- Geração da malha – discretização do domínio;
- Definir quais fenômenos físicos e químicos que precisam ser modelados;
- Definição de propriedades do fluido;
- Especificação das condições de contorno apropriadas nas células que coincidam ou tocam o limite do domínio computacional.

A discretização da geometria do domínio consiste na subdivisão do domínio em um número de subdomínios menores e não sobrepostos, a fim de resolver a física do problema dentro da geometria do domínio que foi criada, isso resulta na geração de uma malha (ou grade) de células (elementos ou volumes de controle) sobrepondo toda a geometria do domínio

computacional. A solução das variáveis do problema (velocidade, pressão, temperatura, etc.) é definida nos nós existentes entre as células. A geometria do domínio e a geração da malha são um dos pontos de maior importância durante o pré-processamento, onde mais de 50% do tempo gasto na indústria em um projeto de CFD é dedicado a estes (TU; YEOH; LIU, 2013; VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

O aumento do número de células resulta em uma malha mais fina e, portanto, a solução numérica obtida será mais fiel à modelagem do problema. Entretanto, malhas mais finas exigem custos computacionais maiores, e para problemas bidimensionais, ao se dobrar o número de incógnitas em cada dimensão, isso resulta em um esforço quatro vezes maior, em problemas tridimensionais esse valor chega a oito vezes. No CFD busca-se uma solução numérica independente da malha, ou seja, uma solução que não se altera dentro um intervalo de avaliação de refinamento da malha (FORTUNA, 2000).

2.1.2.2 *Solver*

O solver (ou processamento) é onde as informações fornecidas durante o pré-processamento são calculadas utilizando algoritmos numéricos presentes nos códigos e que após o término das interações oferece ao usuário resultados a serem avaliados pelo pós-processador. Entre as plataformas de CFD mais bem estabelecidas: CFX / ANSYS, FLUENT, PHOENICS e STAR-CD. O método dos volumes finitos (FVM)⁵, uma formulação especial do FDM, é o mais empregado. É competência do solver (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007):

- Integrar as equações governantes do escoamento em todos os volumes de controle (finito) do domínio computacional;
- Discretizar - converter as equações integrais resultantes em um sistema de equações algébricas
- Obter a solução das equações algébricas através de um método iterativo.

2.1.2.3 *Pós-processador*

O pós-processamento é a etapa final da simulação numérica, é onde os resultados são apresentados através de recursos gráficos ou podem ser exportados para manipulação adicional

⁵ Em inglês, *Finite Volume Method*.

externa ao código. Os recursos disponíveis nos pacotes de CFD apresentam interfaces amigáveis aos usuários e capazes de representar os resultados computacionais de forma eficaz, tornando-a uma ferramenta de design inestimável (TU; YEOH; LIU, 2013). Os códigos de CFD incluem ferramentas de visualização tais como (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007):

- Exibição da geometria de domínio e da grade;
- Exibição do escoamento através de vetores;
- Linha e gráficos de contorno sombreados;
- Plotagem de superfícies de 2 e 3 dimensões;
- Rastreamento de partículas;
- Manipulação de superfícies;
- Saída *PostScript* em cores.

2.2 Uma breve revisão sobre escoamento em tubo

2.2.1 Escoamentos laminar e turbulento em tubos

O escoamento em tubo pode ser laminar, turbulento ou de transição, onde o regime do escoamento pode ser definido através do número de Reynolds (FOX, 2014). O escoamento laminar pode ser descrito pelo movimento ordenado das partículas e pelas suas linhas de corrente suaves, diferentemente do escoamento turbulento, que é caracterizado pelo movimento desordenado das partículas do fluido e pelas altas flutuações de velocidade. A região intermediária antes do escoamento se tornar totalmente turbulento é chamada de regime de transição, esse regime flutua entre as características dos regimes laminar e turbulento (ÇENGEL, 2007).

A transição do regime laminar para o turbulento no escoamento em um tubo pode ser quantificada através do número de Reynolds, este número adimensional representa o quociente entre as forças inércias e viscosas, conforme mostra a equação 2.1.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (2.1)$$

Onde ρ representa a massa específica, V a velocidade média de escoamento, D o comprimento característico (neste caso o diâmetro do tubo) e μ a viscosidade dinâmica do fluido.

O número de Reynolds depende da geometria e das condições do escoamento, portanto o número de Reynolds crítico, valor no qual o escoamento torna-se turbulento, varia de acordo com as alterações destas propriedades. Para o escoamento interno de um tubo circular, o número de Reynolds crítico geralmente aceito fica próximo de $Re = 2300$. Entretanto, devido às perturbações a qual esses escoamentos são submetidos, não é possível obter valores precisos sobre os escoamentos laminar, turbulento e de transição, sendo assim, em grande parte das condições práticas de engenharia, o escoamento para um tubo é laminar para $Re \leq 2300$, turbulento a partir de $Re \geq 4000$ e de transição entre os respectivos valores (ÇENGEL, 2007).

No escoamento turbulento, não é possível determinar a tensão de cisalhamento de modo análogo ao escoamento laminar, pois devido às flutuações turbulentas a tensão de cisalhamento é muito maior (ÇENGEL, 2007). Segundo Fox (2014), Osborne Reynolds introduziu as chamadas tensões de Reynolds ou tensões turbulentas. Esta tensão aparente é dada por $-\overline{\rho u'v'}$, onde a barra superior indica uma média temporal. A equação 2.2 a seguir representa a tensão de cisalhamento total definida como:

$$\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb} = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} - \overline{\rho u'v'} \quad (2.2)$$

As tensões de Reynolds tendem a zero próximo de paredes e valem zero se avaliada sobre mesma, isto se deve ao fato da condição de não deslizamento prevalecer. Na região próxima a parede o cisalhamento viscoso é dominante, e conforme se afasta dela o cisalhamento turbulento começa a ganhar relevância, desenvolvendo assim uma região onde ambos os cisalhamentos são importantes (FOX, 2014). Estas regiões serão abordadas com maiores detalhes na seção a seguir.

2.2.2 Perfil de velocidade turbulento e modelagem próximo à parede.

As características do escoamento laminar permitem que a tensão de cisalhamento seja relacionada ao gradiente de velocidade pela simples relação $\tau_{lam} = \mu d\bar{u}/dy$, mas para escoamentos turbulentos não existe uma relação universal entre o campo de tensões e o campo de velocidade média. Portanto é necessário recorrer a dados experimentais, resultando assim em expressões semi-empíricas (FOX, 2014).

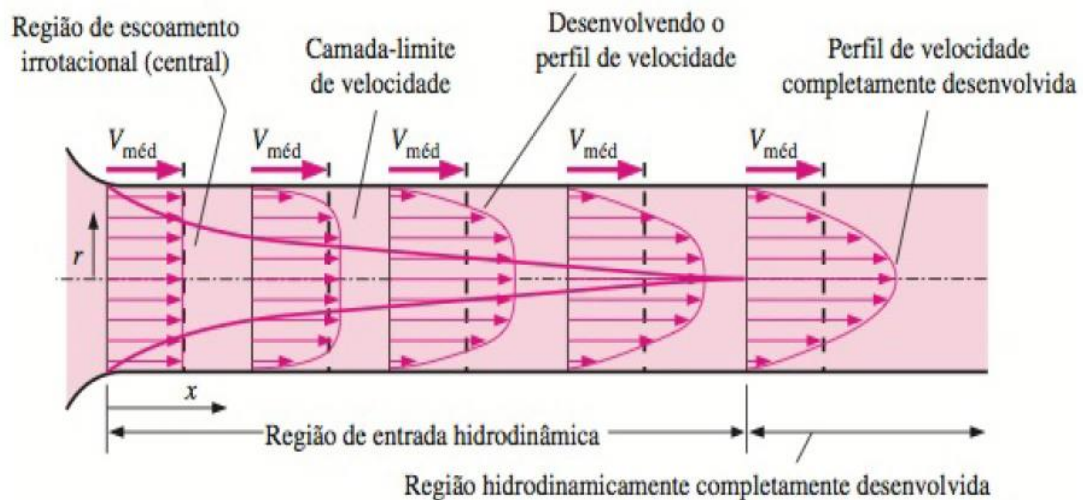
Os perfis de velocidade turbulentos apresentam geometria parabólica assim como no escoamento laminar, mas quando comparados, o perfil turbulento é muito mais achatado que o

perfil laminar e com queda brusca próximo da parede do tubo (figura 6) (ÇENGEL, 2007). Matematicamente, escoamentos turbulentos na presença de paredes, são resolvidos por relações que abrangem as características das regiões do escoamento, diferentemente do escoamento laminar, onde uma única relação descreve todo o perfil velocidade.

Para escoamentos internos, como um tubo circular com velocidade uniforme, o contato das partículas próximas a parede faz com que as partículas das camadas mais afastadas dessa superfície sejam retardadas como resultado do atrito em função da condição de não escorregamento. A redução de velocidade resultante das partículas retardadas é compensada pelo aumento da velocidade média do fluido afim de manter a vazão mássica constante através do tubo. Portanto, um gradiente de velocidade se desenvolve ao longo da extensão do tubo (ÇENGEL, 2007)

A região do escoamento onde o cisalhamento viscoso é predominante, corresponde a *camada limite de velocidade* ou simplesmente *camada limite*. A superfície da fronteira imaginária da camada limite divide o escoamento em duas regiões: a região da camada limite e a região de escoamento irrotacional. Essas regiões podem ser observadas na figura 5.

Figura 5 – Desenvolvimento da camada limite ao longo de um tubo.



Fonte: ÇENGEL, 2007.

Os efeitos viscosos e as variações de velocidade são significativos na região da camada limite, enquanto na região irrotacional os efeitos do atrito são desprezíveis e a velocidade permanece essencialmente constante na direção radial. A região de entrada hidrodinâmica corresponde desde a região de entrada do tubo e estende-se até onde a camada limite incorpora o eixo central do tubo, o comprimento dessa região é chamado de comprimento de entrada

hidrodinâmica e define ao seu final o limite entre o perfil de velocidade em desenvolvimento e o desenvolvido (ÇENGEL, 2007).

Segundo WHITE (2011), no escoamento turbulento, as camadas limites crescem mais rapidamente e, portanto, o comprimento de entrada é relativamente menor, para paredes lisas o comprimento de entrada pode ser aproximado por meio da equação 2.3.

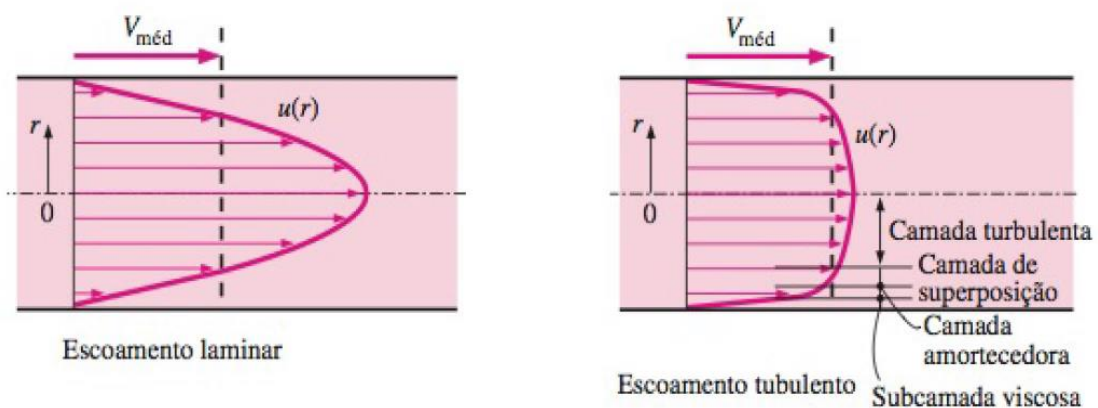
$$\frac{L_e}{D} \approx 4,4Re_D^{1/6} \quad (2.3)$$

Para ÇENGEL (2007), devido à baixa dependência em relação ao número de Reynolds, em muitos escoamentos em tubos encontrados na engenharia, os efeitos da entrada tornam-se insignificantes além de um comprimento de 10 vezes o diâmetro do tubo, conforme mostra a equação 2.4.

$$L_{h,turbulento} \approx 10D \quad (2.4)$$

Tal abordagem apresenta bons resultados para tubos longos, mas pode apresentar resultados ruins para tubos curtos, pois pode não fazer uma boa previsão da tensão de cisalhamento na parede e conseqüentemente do fator de atrito (ÇENGEL, 2007). A figura 6 mostra o perfil de velocidade do regime laminar e turbulento após a região de entrada.

Figura 6 – Perfis de velocidade dos escoamentos laminar e turbulento respectivamente.



Fonte: Adaptado de ÇENGEL, 2007.

No lado direito, o escoamento turbulento ao longo de uma parede pode ser analisado em quatro regiões distintas, onde essas são caracterizadas pela distância da parede em relação à linha de centro do tubo (ÇENGEL, 2007).

A camada mais próxima da parede é chamada de *subcamada viscosa* ou *linear*, onde os efeitos viscosos dominam. A próxima camada é denominada de *camada amortecedora*, na qual os efeitos turbulentos começam a se tornar significativos, mas o escoamento ainda é regido pelos efeitos viscosos. Acima da camada amortecedora encontra-se a *camada de superposição* ou *intermediária*, onde os efeitos turbulentos são muito mais consideráveis, mas ainda não completamente dominantes e por último a camada mais afastada da parede, chama-se *camada externa* ou *turbulenta*, nesta camada os efeitos turbulentos se sobressaem sobre os efeitos viscosos. (ÇENGEL, 2007).

Segundo FOX (2014), durante a análise de escoamentos turbulentos o termo τ/ρ aparece com certa frequência, suas dimensões são de velocidade ao quadrado. Portanto, aplicando a raiz quadrada ao termo τ_w/ρ , tem-se a equação 2.5.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.5)$$

surge uma velocidade fictícia chamada de *velocidade de atrito* representada por u_τ , sendo está uma constante do escoamento.

Na camada mais próxima da parede, o cisalhamento viscoso predomina e para este caso vale a relação linear viscosa, conforme as equações 2.6 e 2.7

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = \frac{yu_\tau}{\nu} = y^+ \quad (2.6)$$

ou

$$u^+ = y^+ \quad (2.7)$$

Onde y é a distância medida a partir da parede (definida como $y = R - r$, R é o raio do tubo) e u representa a velocidade média e ν a viscosidade cinemática. Os termos u/u_τ e yu_τ/ν surgem da análise adimensional considerando que a velocidade próxima à parede venha ser determinada pelas condições na parede, pelas propriedades do fluido e pela distância até a

parede. Esta relação é válida dentro da subcamada viscosa no intervalo $0 \leq y^+ \leq 5$ (FOX, 2014).

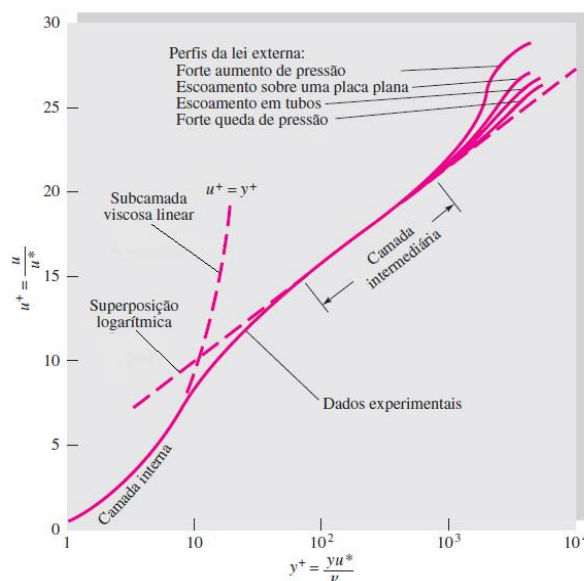
Para valores de $y^+ > 30$ o comportamento do perfil de velocidade na região da camada de superposição é representado pela equação 2.8

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{K} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + B \quad (2.8)$$

onde, segundo WHITE (2011), as constantes adimensionais K e B assumem, respectivamente, valores próximos a 0,41 e 5,0 para uma longa variedade de escoamentos turbulentos próximos a paredes lisas. A equação 2.8 é chamada de *lei logarítmica da camada intermediária*.

A equação 2.8 representa bem os resultados encontrados em dados experimentais ao longo de todo o escoamento com exceção apenas das regiões muito próximas da parede ou da linha de centro do tubo. Portanto, devido a sua grande atuação por praticamente todo o escoamento, a lei logarítmica é vista como um perfil de velocidade universal para escoamento em tubos ou sobre superfícies (ÇENGEL, 2007). A figura 7 apresenta o perfil de velocidade no escoamento próximo a uma parede, bem como o comportamento dos perfis externos que apresentam diferentes magnitudes correspondentes com a variação do gradiente de pressão externo (WHITE, 2011).

Figura 7 – Perfis de velocidade de escoamentos turbulentos próximo à presença de parede.



Fonte: Adaptado de WHITE, 2011.

Entre o intervalo $5 < y^+ < 30$ nenhum perfil de velocidade é suficientemente preciso para ser considerado único ou o mais adequado, esse intervalo corresponde à camada de amortecimento (ÇENGEL, 2007).

Uma relação também pode ser obtida para a camada turbulenta através da constante B da equação 2.8, considerando que a velocidade máxima ocorre no eixo central do tubo onde r é igual a zero. Isolando B na equação 2.6, e fazendo $y = R$ e $u = u_{máx}$ e substituindo novamente na equação (2.8) e admitindo $K = 0,4$ tem-se a equação 2.9

$$\frac{u_{máx} - u}{u_{\tau}} = 2,5 \ln \frac{R}{y} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) é chamada de lei de defeito da velocidade e mostra que o perfil de velocidade normalizado na região central e o escoamento turbulento em um tubo dependem apenas da distância do eixo central do tubo e não da viscosidade do fluido (ÇENGEL, 2007).

Para a representação do perfil de velocidade no escoamento turbulento em um tubo existem inúmeras formulações a respeito, a mais simples e também conhecido é o *perfil de velocidade da lei de potência*, expressa pelas equações 2.10 e 2.11.

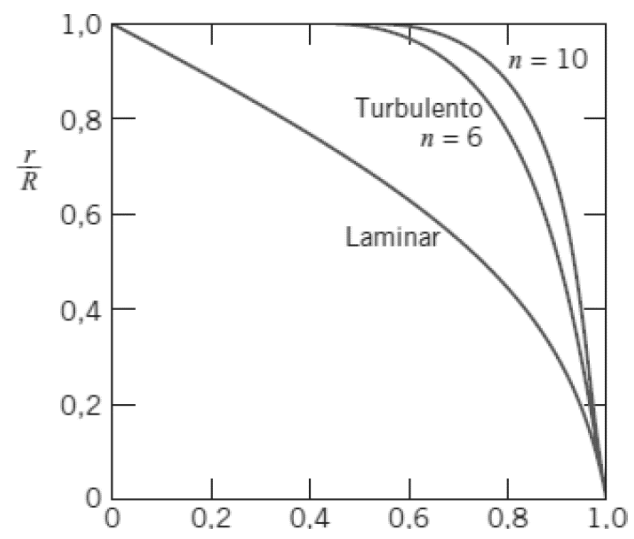
$$\frac{u}{u_{máx}} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n} \quad (2.10)$$

ou

$$\frac{u}{u_{máx}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad (2.11)$$

Onde n depende do número de Reynolds e seu valor aumenta conforme o mesmo aumenta. Para muitos casos práticos $n = 7$ dispõe uma boa aproximação, dando assim origem ao termo *lei de potência um sétimo para o perfil de velocidade*. A figura 8 mostra os perfis de velocidade para diferentes valores de n (ÇENGEL, 2007; FOX, 2011).

Figura 8 – Perfis de velocidade para escoamento em um tubo.



Fonte: FOX, 2011.

3 FUNDAMENTAÇÃO TÈORICA.

Neste capítulo será abordado a fundamentação matemática necessária para a modelagem da turbulência utilizada neste trabalho, bem como, apresentar as diferenças entre as modelagens disponíveis e as motivações que levaram as escolhas dos modelos a serem aplicados. Por organização, nas seções a seguir, as equações serão apresentadas em notação indicial.

3.1 Equações de governo

Na modelagem do escoamento de um fluido devem ser resolvidas equações para o princípio de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. Tais equações não possuem solução analítica de forma geral, mas podem ser adaptadas para fins específicos desde que recebam o tratamento adequado. As equações a seguir serão apresentadas para o escoamento de um fluido newtoniano, sem trocas de calor (adiabático).

3.1.1 Equação da continuidade

A equação da continuidade descreve que a soma de todo fluxo de massa que flui para dentro e para fora, em um sistema fluido, deve ser igual à variação na massa devido à mudança na densidade (SCHLICHTING; GERSTEN, 2017). As equações para o princípio de conservação de massa são descritas pela equação 3.1.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial_i (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

Onde ρ representa a massa específica, t o tempo, u_i a velocidade do escoamento na direção i e x_i é a coordenada espacial na direção i .

3.1.2 Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes expressam o princípio da conservação da quantidade de movimento no escoamento de fluidos (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). Essas podem ser descritas conforme a equação 3.2.

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f c_i \quad (3.2)$$

Onde o $f c_i$ representa as forças de campo do fluido e o tensor de tensões é representado por σ_{ij} e é descrito pela equação 3.3.

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.3)$$

Com p representando a pressão hidrodinâmica e δ_{ij} o delta de Kronecker.

3.2 Modelagem da turbulência

Os problemas encontrados na área da engenharia que estejam vinculados ao movimento dos fluidos, são geralmente turbulentos. Descrever os efeitos turbulentos sobre um escoamento é uma tarefa árdua e muitas vezes inconclusiva, entretanto, devido a necessidade de soluções, existe uma quantidade enorme de pesquisa em torno de métodos numéricos para a turbulência (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Os métodos podem ser divididos em três classes:

A) Simulação via equações médias de Reynolds (RANS).

Neste método a média temporal das equações de Navier-Stokes e da continuidade é obtida. As equações do método RANS⁶ apresentam termos extras que precisam ser modelados para poder ter aplicação prática na modelagem de modelos de turbulência;

B) Simulação numérica de grandes escalas (LES)

No método (LES)⁷ os redemoinhos das grandes escalas são resolvidos diretamente, enquanto os redemoinhos da pequena escala, que não são resolvidos diretamente devido ao custo computacional, são resolvidos por modelos de escala de sub-malha;

C) Simulação numérica direta (DNS)

Na DNS⁸ as equações de Navier-Stokes são resolvidas diretamente sem a utilização de modelos de turbulência, em malhas altamente refinadas e como

⁶ Em inglês, *Reynolds-averaged Navier–Stokes equations*.

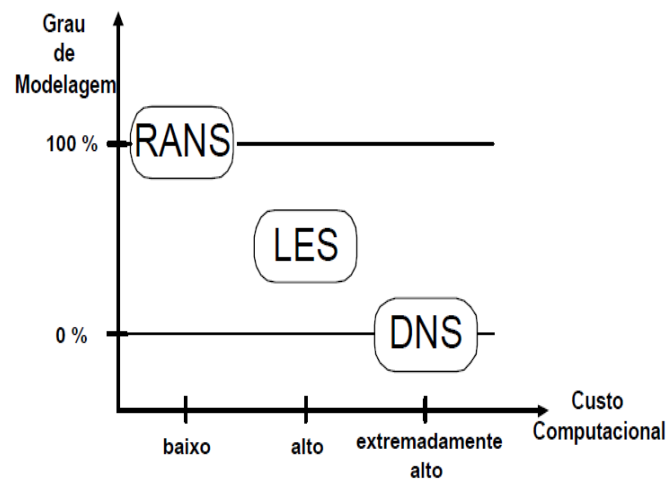
⁷ Em inglês, *Large eddy simulation*

⁸ Em Inglês, *direct numerical simulation*

intervalos de tempo pequenos para resolver o período das flutuações mais rápidas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

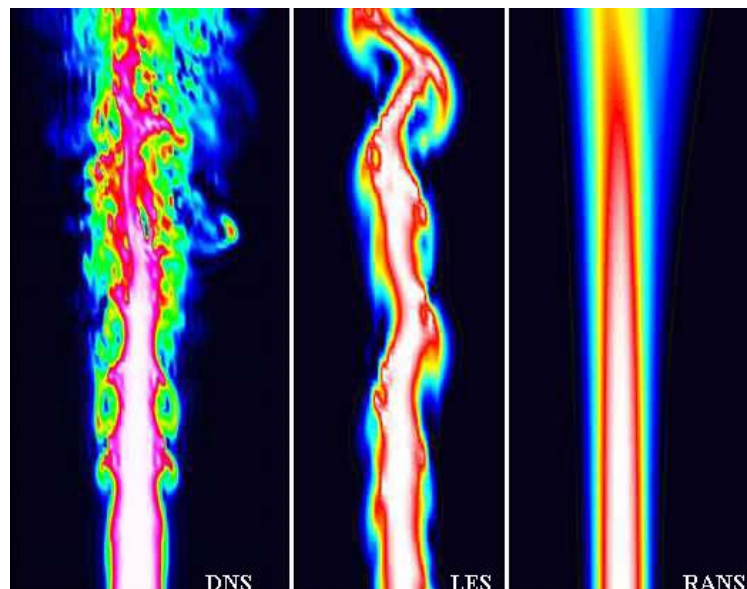
A escolha de um destes métodos deve ser visto de acordo com a necessidade de fidelidade das informações a serem obtidas, bem como com os recursos disponíveis, uma vez que a relação entre a modelagem e o custo computacional interfere diretamente nos resultados. A figura 9 mostra esta relação, enquanto a figura 10 mostra qualitativamente a diferença entre os resultados das modelagens abordadas:

Figura 9 – relação modelagem x custo computacional.



Fonte: REZENDE, 2009.

Figura 10 – previsões de um jato turbulento.



Fonte: Adaptado de A. MARIAS et al.

Apesar da perda de informações importantes devido ao tratamento estatístico, a modelagem RANS torna-se viável quando não se necessita de resultados tão robustos como em muitos casos práticos encontrados na engenharia, onde resultados obtidos através da modelagem RANS são o suficiente para o prosseguimento de um projeto ou pesquisa. Neste trabalho, a modelagem RANS foi selecionada para a simulação em virtude de seu baixo custo computacional e pela precisão necessária em relação ao que será avaliado.

3.2.1 Modelagem RANS.

A turbulência é um fenômeno complexo e de difícil compreensão devido à sua aleatoriedade e seus infinitos graus de liberdade, isso levou a ideia de que apenas através da análise por tratamentos estatísticos seria possível prescrever modelos para escoamentos turbulentos. Esta ideia começou a se estabelecer na comunidade científica através de Osborne Reynolds no final do século 19, na publicação de um artigo seminal. Para Reynolds, o tratamento de fenômenos turbulentos poderia ser descrito através da decomposição em componentes médias e flutuantes das variáveis que caracterizavam o escoamento tais como descritos nas equações 3.4, 3.5 e 3.6.

$$u = \bar{u} + u' \quad (3.4)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.5)$$

$$T = \bar{T} + T' \quad (3.6)$$

Onde \bar{u} , \bar{p} e \bar{T} são as componentes estacionárias das variáveis de velocidade, pressão e temperatura respectivamente e u' , p' e T' são as componentes estacionárias, também chamadas de estocásticas. O motivo para esta decomposição deve-se pelo fato de possibilitar a análise das propriedades em soluções médias e tratar separadamente a contribuição das componentes flutuantes (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006).

A decomposição de campos de Reynolds é usualmente fundamentada em médias temporais definidas pela equação 3.7.

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2t} \int_{t_0}^{t+t_0} \varphi dt \quad (3.7)$$

Com φ representando de forma generalizada uma variável qualquer (tal como velocidade, pressão, temperatura e etc...) e t um intervalo de tempo longo o suficiente para que a média represente o comportamento estacionário do escoamento. Devido a esta definição tem-se que a média das flutuações é zero, conforme a equação 3.8.

$$\overline{\varphi'} = 0 \quad (3.8)$$

Aplicando o conceito de decomposição de campos de Reynolds nas equações 3.1 e 3.2 é possível obter as equações médias de Reynolds (RANS), conforme mostra a equação 3.9.

$$\rho u_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{\sigma}_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}] + \overline{f c_i} \quad (3.9)$$

A equação (3.9) apresenta as chamadas tensões de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$, essas novas tensões devem ser interpretadas fisicamente como termos de transporte médio de quantidade de movimento em virtude das flutuações turbulentas de velocidade. O grande problema desta abordagem é que o número de equações disponíveis é muito menor que a quantidade de incógnitas, resultando no chamado *problema de fechamento da turbulência*. Entretanto, para aplicações em engenharia não se faz necessário uma abordagem universal, possibilitando que modelagem restritas às tensões de Reynolds possam empregadas em diversos problemas práticos (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006).

3.2.2 A hipótese de Boussinesq.

Em 1887, Boussinesq propôs que o transporte da quantidade de movimento decorrente das tensões turbulentas fosse descrito de forma análoga a ação da viscosidade molecular de um fluido (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). Assim as tensões de Reynolds poderiam ser expressas em termos da taxa de deformação média, descrita na equação 3.10.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.10)$$

Onde μ_t denota uma constante de proporcionalidade denominada de *viscosidade turbulenta*. Diferentemente da viscosidade molecular, a viscosidade turbulenta não é uma

propriedade do fluido e sim do escoamento. Portanto faz-se necessário uma formulação adequada, em termos da tensão turbulenta, para definir-se corretamente μ_t (DEWAN, 2011). Uma solução foi proposta pelo engenheiro alemão Ludwig Prandtl (1925) que relacionou o comprimento de mistura l_m a viscosidade turbulenta, obtendo-se a equação 3.11.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (3.11)$$

A equação 3.11 representa modelo de comprimento de mistura proposto por Prandtl (1925) que é denominado de modelo algébrico ou a zero equação (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). Entretanto não se pode utilizar essa abordagem de forma generalizada uma vez que o comprimento de mistura l_m não é tão fácil de ser determinado (CENGEL, 2007).

Ao longo dos últimos anos, uma forma generalizada da hipótese de Boussinesq, proposta pelo matemático Andrei Kolmogorov (1942), vem sendo amplamente utilizada na modelagem de escoamentos turbulentos. Portanto o tensor de Reynolds pode ser escrito conforme a equação 3.12 (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006):

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.12)$$

Sendo k a energia cinética turbulenta e definida pela equação 3.13.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (3.13)$$

Onde sob condição isotrópica, tem-se a equação 3.14:

$$u' = v' = w' = \sqrt{\frac{2k}{3}} \quad (3.14)$$

3.3 Modelos de turbulência RANS

Os modelos de turbulência baseados nas equações médias de Reynolds, são classificados de acordo com o número de equações diferenciais de transporte adicionais que precisam ser resolvidas juntamente com as equações de governo (FREIRE; ILHA; COLAÇO,

2006). Segundo Versteeg e Malalasekera os modelos são classificados conforme mostra a tabela 1.

Tabela 1: Classificação dos modelos de turbulência baseados nas equações RANS.

Nº. de equações de transporte adicionais	Nomes
0	Modelo algébricos
1	Modelo Spalart-Allmaras
2	Modelo $k - \varepsilon$
	Modelo $k - \omega$ Modelo de tensão algébrico
7	Modelo de tensão de Reynolds

Fonte: VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007.

Devido à necessidade de conhecimento prévio das propriedades turbulentas do escoamento nos modelos algébricos e de uma equação, os modelos de duas equações surgiram com o objetivo de contornar tal dependência (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). Entre os modelos mais amplamente utilizados e validados, o modelo algébrico e o Modelo $k - \varepsilon$ são os que mais se destacam (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Neste trabalho, os modelos $k - \varepsilon$, a sua variante RNG $k - \varepsilon$, o modelo Spalart-Allmaras e o modelo de tensão de Reynolds (RSM) foram escolhidos para a realização das simulações pela possibilidade de aplicação das funções de paredes a estes, em acordo com as opções disponíveis no ANSYS Fluent.

3.3.1 Modelo $k - \varepsilon$

O modelo de duas equações mais difundido e comumente usado na indústria é o modelo $k - \varepsilon$, devido ao seu equilíbrio entre precisão e robustez na obtenção de resultados para um nível elevado de aplicações práticas na engenharia. Na literatura, o trabalho de Launder e Spalding (1972, 1974) é considerado o trabalho mais extensivo sobre o modelo $k - \varepsilon$, sendo referenciado como modelo $k - \varepsilon$ padrão (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). O modelo resolve

duas equações diferenciais de transporte, uma para energia cinética turbulenta k e outra para sua taxa de dissipação ε . Neste modelo, a viscosidade turbulenta está relacionada com a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação pela equação 3.15.

$$\mu_t = C_u \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.15)$$

Com C_u representando uma constante adimensional.

As equações para a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação para altos números de Reynolds, são respectivamente dadas pelas equações 3.16 e 3.17.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \\ = \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] - \rho \varepsilon \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \\ = \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial k \varepsilon}{\partial x_j} \right] \\ + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_2 \rho \frac{\varepsilon}{k} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Os valores constantes das equações (3.15), (3.16) e (3.17) são obtidos pela correlação de dados experimentais de diversos escoamentos turbulentos. Os valores das constantes valem respectivamente: $C_u = 0,09$, $\sigma_k = 1,00$, $\sigma_\varepsilon = 1,30$, $C_1 = 1,44$ e $C_2 = 1,92$.

3.3.1.1 Modelo $k - \varepsilon$ no Fluent

O modelo $k - \varepsilon$ padrão no guia de teoria do Ansys Fluent é apresentado com algumas modificações em relação ao trabalho proposto por Launder e Spalding (1974), tais modificações visam melhorar o desempenho do modelo (ALMEIDA, 2014). As equações para a energia cinética turbulenta equação 3.18 e a taxa de dissipação equação 3.19 são dadas por (ANSYS, 2016):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) \\ - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon}{k} + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (3.19)$$

Onde G_k representa a geração de energia cinética de turbulência devido aos gradientes médios de velocidade, G_b é a geração de energia cinética de turbulência devido à flutuabilidade, Y_M é a contribuição da dilatação flutuante em turbulência compressível para a taxa de dissipação global, $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ e $C_{3\varepsilon}$ são constantes, σ_k e σ_ε são os números turbulentos de Prandtl para k e ε , respectivamente e S_k e S_ε são termos de origem definidos pelo usuário.

As constantes do modelo valem: $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1.00$ e $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

3.3.2 Modelo RNG $k - \varepsilon$

Uma versão do modelo $k - \varepsilon$ foi proposta por Orszag et al (1993) a partir da derivada das equações instantâneas de Navier-Stokes utilizando a técnica matemática da Teoria do Grupo de Renormalização (RNG)⁹. O modelo RNG $k - \varepsilon$ apresenta em sua formulação, constantes e funções obtidas teoricamente, diferentemente do modelo $k - \varepsilon$ padrão onde estas são obtidas empiricamente. Devido ao caráter empírico do modelo $k - \varepsilon$ padrão, e por considerarem a base matemática do modelo RNG $k - \varepsilon$ mais sólida, Orszag et al. (1993) defendem que seu modelo oferece um número maior de aplicações em comparação ao modelo padrão. Resultados preliminares indicam previsões mais precisas, em situações de escoamento incluindo separação, linhas de corrente curvas e regiões de estagnação (ANSYS, 2016; FREIRE; MENUT; SU, 1998).

A viscosidade efetiva $\mu_{ef} = \mu + \mu_t$ é calculada no modelo RNG $k - \varepsilon$ pela seguinte relação, válida para qualquer nível de turbulência, conforme a equação 3.20.

⁹ Em inglês, Renormalization Group.

$$\mu_{eff} = \mu \left(1 + \sqrt{\frac{C_\mu}{\nu}} \frac{k}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^2 \quad (3.20)$$

As equações diferenciais de transporte para energia cinética k e sua taxa de dissipação ε são dadas respectivamente pelas equações 3.21 e 3.22.

$$u_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t S^2 \quad (3.21)$$

$$u_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t S^2 - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - \rho R \quad (3.22)$$

Com os valores de $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ iguais a 1,42 e 1,68, respectivamente.

O inverso do número de Prandtl α para o transporte turbulento é dado pela equação 3.23.

$$\left| \frac{\alpha - 1,3929}{\alpha_0 - 1,3929} \right|^{0,6321} \left| \frac{\alpha - 2,3929}{\alpha_0 - 2,3929} \right|^{0,3679} \quad (3.23)$$

onde $\alpha_0 = 1.0$.

O termo de deformação, R , é obtido pela equação 3.24.

$$R = \frac{c_\mu n^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2 \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (3.24)$$

Com $\eta = Sk/\varepsilon$, $\eta \approx 4,38$, $\beta = 0,012$, $S^2 = 2S_{ij}S_{ij}$ e S_{ij} igual a equação 3.25.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.25)$$

As melhorias do modelo RNG $k - \varepsilon$ quanto a previsão de escoamentos com regiões de separação é proveniente da relação entre os valores do termo R e as regiões de deformação do escoamento que impactam a viscosidade efetiva μ_{ef} (FREIRE; MENUT; SU, 1998).

3.3.2.1 Modelo RNG $k - \varepsilon$ no *Fluent*

O *Fluent* possui uma versão baseada no modelo RNG $k - \varepsilon$ de Orszag et al. (1993), está variante apresenta modificações que visam melhorar o desempenho do modelo em relação a formulação original. O modelo tem uma forma semelhante ao modelo $k - \varepsilon$ padrão do *Fluent* (equações 3.18 e 3.19). As equações para a energia cinética turbulenta equação 3.26 e sua taxa de dissipação equação 3.27 são dadas por (ANSYS, 2016):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon}{k} \\ - R_\varepsilon + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (3.27)$$

Onde G_k representa a geração de energia cinética de turbulência devido aos gradientes médios de velocidade, G_b é a geração de energia cinética de turbulência devido à flutuabilidade, Y_M é a contribuição da dilatação flutuante em turbulência compressível para a taxa de dissipação global, σ_k e σ_ε são o inverso dos números turbulentos efetivos de Prandtl para k e ε , respectivamente e S_k e S_ε são termos de origem definidos pelo usuário (ANSYS, 2016).

3.3.3 Modelo Spalart-Allmaras

No grupo dos modelos de uma equação, o modelo mais empregado é o Spalart-Allmaras (1992), um modelo simples que resolve uma equação de transporte para a viscosidade cinemática turbulenta. Neste modelo, uma escala de comprimento relacionada a espessura da camada de cisalhamento local não precisa ser resolvida, sendo este um de seus principais diferenciais em relação a outros modelos do mesmo grupo, este modelo é comumente aplicado a fluxos de camada limite e fluxos de cisalhamento livre (DEWAN, 2011; CEBECI, 2005). A equação diferencial de transporte do Spalart-Allmaras é apresentada pela seguinte equação 3.28.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} = & C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{v} - \left[C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{k^2}f_{t2} \right] \left(\frac{\tilde{v}^2}{d} \right) \\ & + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial(v + \tilde{v})}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] + C_{b2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Onde as constantes do modelo valem: $C_{b1} = 0.1355$, $C_{b2} = 0.662$, $C_{v1} = 7.1$, $\sigma = 2/3$, $C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1+C_{b2}}{\sigma}$, $C_{w2} = 0.3$, $C_{w3} = 2.0$, $k = 0.41$. Estas constantes valem para as seguintes relações, conforme as equações 3.29 a 3.39.

$$f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3} \quad (3.29)$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{X}{1 + Xf_{v1}} \quad (3.30)$$

$$f_w = g \left(\frac{1+C_{w3}^6}{g^2+C_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (3.31)$$

$$X = \frac{\tilde{v}}{\nu} \quad (3.32)$$

$$g = r - C_{w2}(r^6 - r) \quad (3.33)$$

$$r = \min \left[\frac{\tilde{v}}{\tilde{S}k^2d^2}, 10 \right] \quad (3.34)$$

$$\nu_t = \tilde{v}f_{v1} \quad (3.35)$$

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{v}}{k^2d^2}f_{v2} \quad (3.36)$$

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad (3.37)$$

$$\Omega_{ij} = 1/2 \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.38)$$

$$f_{t2} = C_{t3} \exp(-C_{t4} X^2) \quad (3.39)$$

Onde a equação 3.38 denota o tensor de rotação Ω_{ij} e d (equação 3.28) a distância da superfície. As constantes da equação (3.39) valem $C_{t3} = 1.2$ e $C_{t4} = 0.5$.

3.3.3.1 Modelo Spalart-Allmaras no Fluent

A variável transportada no modelo Spalart-Allmaras é idêntica à viscosidade cinemática turbulenta com exceção da região próxima a parede (afetada pela viscosidade). A equação de transporte para turbulência modificada viscosidade é apresentada pela equação 3.40 (ANSYS, 2016):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\tilde{\nu}u_i)}{\partial x_i} \\ = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] \\ - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \end{aligned} \quad (3.40)$$

A relação entre a viscosidade cinemática turbulenta e a viscosidade turbulenta é dada por:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{\nu1} \quad (3.41)$$

Na equação (3.40) G_ν é a produção de viscosidade turbulenta, Y_ν é a destruição da viscosidade turbulenta que ocorre na região próxima à parede devido ao bloqueio da parede e ao amortecimento viscoso. Representam constantes $\sigma_{\tilde{\nu}}$ e C_{b2} e ν é a viscosidade cinemática. $S_{\tilde{\nu}}$ é um termo de origem definido pelo usuário (ANSYS, 2016).

3.3.4 Modelo de tensões de Reynolds (RSM)

Apesar dos resultados positivos para uma grande diversidade de problemas com escoamento turbulento, os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq apresentam algumas deficiências, por exemplo, em escoamentos nos quais o comportamento anisotrópico da turbulência mostra-se relevante, representam um exemplo típico em que a hipótese de Boussinesq falha. Um caminho para o fechamento das equações médias de Navier-

Stokes consiste na obtenção de equações diretas para o transporte das tensões de Reynolds. Na literatura tais modelos são usualmente referenciados como modelos de fechamento diretos ou de segunda ordem (FREIRE; ILHA; COLAÇO, 2006). As equações 3.2 e 3.9 permitem obter as equações de transporte para as tensões de Reynolds, conforme mostrado por FREIRE, ILHA e COLAÇO (2006), logo as equações para o transporte das tensões de Reynolds podem ser escritas pelas equações 3.42 e 3.43.

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \overline{u_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + F_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (3.42)$$

Onde o lado esquerdo da equação 3.42 representa o transporte convectivo do tensor de Reynolds ao longo do escoamento médio $\overline{u_k}(x)$.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} - \overline{\frac{p'}{\rho} (u'_i \delta_{ik} -) u'_j \delta_{ik}} - \overline{u'_i u'_j u'_k} \right] \quad (3.43)$$

A equação 3.43 representa a taxa de difusão do tensor de Reynolds devido à viscosidade molecular ν do fluido, às flutuações $p'(x, t)$ da pressão e à própria turbulência (em realidade uma convecção ao nível das flutuações de velocidade, representadas pelo termo de correlação tripla $\overline{u'_i u'_j u'_k}$). Devido ser um processo difusivo, D_{ij} promove uma redistribuição espacial das tensões de Reynolds, no qual pode ser verificada conforme a equações 3.44.

$$P_{ij} = - \left[\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right] \quad (3.44)$$

$$F_{ij} = \overline{u'_i f'_j} + \overline{u'_j f'_i} \quad (3.45)$$

o termo P_{ij} da equação (3.44) é a taxa de produção (criação ou destruição) da tensão turbulenta à medida em que esta é transportada ao longo do escoamento, sendo afetada pelos gradientes da velocidade média $\partial \overline{u_j} / \partial x_k$. O termo F_{ij} , equação 3.45, representa a taxa de criação referente às forças instantâneas de corpo $f'_i(x, t)$. Uma vez que os gradientes de velocidade média são maiores em algumas direções do que em outras, e que a existência de contornos físicos ou forças de empuxo causam um amortecimento seletivo das flutuações turbulentas em direções específicas, a turbulência gerada pelos termos acima é, de forma geral, anisotrópica.

$$\Phi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.46)$$

A equação (3.46) representa o termo de correlação entre as flutuações de pressão e velocidade Φ_{ij} . Partindo do princípio que pela equação da continuidade, $\overline{p'/\rho(\partial u'_i/\partial x_i)} = 0$, esse termo não contribui para o nível global da energia turbulenta, servindo apenas como um intermediário de redistribuição da energia entre os componentes normais da tensão de Reynolds. Por fim, o termo da equação 3.47,

$$\varepsilon_{ij} = \nu \left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \quad (3.47)$$

representa a taxa de dissipação do tensor de Reynolds devido à viscosidade ν . De forma geral, é produzida inicialmente devido a instabilidades no escoamento relacionadas aos gradientes da velocidade média (e descritas pelo termo de produção P_{ij}), está por sua vez, acaba originando novas instabilidades em escalas menores. Este processo continua até o momento em que as escalas se tornam suficientemente pequenas (e os gradientes das flutuações de velocidade $\partial u'/\partial x_i$ sejam suficientemente grandes) a tal ponto que efeitos viscosos se tornam importantes, e, então, a energia turbulenta é dissipada na forma de energia interna e calor. Este processo, no qual a energia turbulenta é continuamente transferida das grandes escalas para menores até sua dissipação viscosa final, é conhecido como a *cascata de energia turbulenta*.

Os termos de produção e convecção são exatos, e não precisam ser modelados uma vez que dependem apenas das componentes do tensor de Reynolds, entretanto, os termos de redistribuição, difusão e dissipação não são exatos, sendo necessário uma modelagem fenomenológica extensiva para esses termos.

Segundo Rezende (2009), Após encontrada a solução para os termos D_{ij} , Φ_{ij} e ε_{ij} , o modelo RSM depende da solução da equação de transporte, equação 3.48, para cada um dos componentes do tensor de Reynolds $u'u'$, $v'v'$ e $w'w'$, e mais a solução para equação 3.47 da taxa de dissipação do tensor ε . Portanto:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \overline{u_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right] - \left[\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right] \\
&+ \Phi_{ij,u} + \Phi_{ij,v} + \Phi_{ij,w} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Para caso 2D, a contribuição dos tensores $u'v'$ e $u'w'$ é considerada desprezível, tal condição resulta em um conjunto de cinco equações mais as equações da continuidade e quantidade de movimento.

3.3.4.1 Modelo de tensões de Reynolds (RSM) no Fluent

Dos modelos disponíveis no ANSYS Fluent, o modelo de tensão de Reynolds (RSM) é o mais robusto dos modelos de turbulência RANS que se encontram disponíveis no *software*. Abandonando a hipótese isotrópica de viscosidade por turbilhão, o RSM fecha as equações de Navier-Stokes com a média de Reynolds, resolvendo as equações de transporte para as tensões de Reynolds, juntamente com uma equação para a taxa de dissipação. Isso significa que cinco adicionais equações de transporte são necessárias para fluxos 2D, em comparação com sete equações de transporte adicionais resolvidas para casos em 3D (ANSYS, 2016).

As equações exatas de transporte para o transporte das tensões de Reynolds, $\overline{\rho u'_i u'_j}$, podem ser escritas conforme as equações 3.49 a 3.57.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial t} + C_{ij} &= -D_{T,ij} + D_{L,ij} - P_{ij} - G_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} - F_{ij} \\
&+ S_{user}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Onde os termos e suas designações são:

$$\underbrace{C_{ij} = \overline{u_k} \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial x_k}}_{\text{Convecção}} \tag{3.50}$$

$$\underbrace{D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + p' (\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j) \right]}_{\text{Difusão turbulenta}} \tag{3.51}$$

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\overline{\partial u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right] \quad (3.52)$$

Difusão molecular

$$P_{ij} = \rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (3.53)$$

taxa de produção

$$G_{ij} = \rho \beta \left(g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta} \right) \quad (3.54)$$

Produção de flutuabilidade

$$\Phi_{ij} = p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.55)$$

tensão de pressão

$$\varepsilon_{ij} = 2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \quad (3.56)$$

Dissipação

$$F_{ij} = 2\rho\Omega \left(\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm} \right) \quad (3.57)$$

Produção por rotação do sistema

Com S_{user} sendo o termo de origem definido pelo usuário. Dos vários termos apresentados nessas equações exatas, C_{ij} , $D_{L,ij}$, P_{ij} e F_{ij} não requerem nenhuma modelagem. Entretanto, $D_{T,ij}$, G_{ij} , Φ_{ij} e ε_{ij} precisam ser modelados para fechar as equações (ANSYS, 2016).

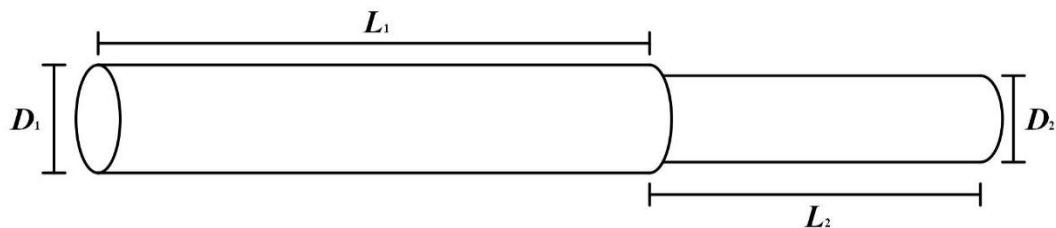
4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo serão apresentadas as etapas necessárias para a simulação numérica de um tubo em 2D (duas dimensões), bem como a convergência dos resultados a serem obtidos para quatro modelos de turbulência RANS. As simulações foram executadas para dois números de Reynolds que valem aproximadamente 50000 Re e 500000 Re, sendo o escoamento modelado com simplificações para fornecer resultados a baixo custo computacional ao final das mesmas, considerando as limitações impostas pelo software e pelo *setup* utilizado. As simulações foram executadas em uma configuração modesta, destacando-se como principais características: sistema operacional Windows 10, processador Intel i3 6100 operando na frequência máxima de 3,7 GHz e 8 GB de memória RAM trabalhando na frequência de 1600 MHz, toda a simulação foi realizada com este setup. As simulações serão referenciadas até o final do trabalho como simulação 1 e simulação 2, sendo o primeiro referente ao menor valor e o segundo ao maior número de Reynolds.

4.1 Geometria

A geometria é baseada no trabalho de John Laufer (1954) sobre o fluxo turbulento em tubo, especificamente na parte final de sua configuração experimental, referente aos dois tubos finais. O primeiro tubo possui comprimento de $L_1 = 7,62$ m (25 pés) e diâmetro de $D_1 = 25,4$ cm (10 polegadas) e onde, ao longo desse tubo, o escoamento torna-se totalmente desenvolvido, já o segundo tubo apresenta comprimento de $L_2 = 4,8768$ m (16 pés) e diâmetro de $D_2 = 24,6888$ m (9,72 polegadas) é utilizado como seção de teste real, ou seja, onde são mensurados os resultados. A figura 11 mostra o esboço desta configuração experimental.

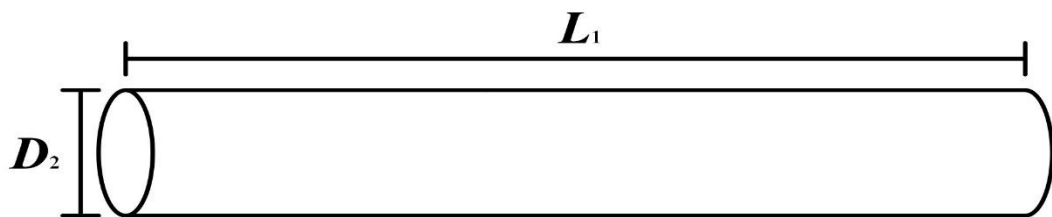
Figura 11 – Esboço da parte final da configuração de Laufer (1954).



Fonte: autoria própria.

No presente trabalho, a geometria é reduzida apenas ao comprimento do primeiro tubo, considerando o comprimento de entrada citado por Laufer (1954) em seu trabalho, condicionando a esse tubo o diâmetro do segundo tubo, uma vez que os resultados são relacionados a esse diâmetro. Por fim, a geometria se reduz a um tubo de comprimento L_1 e de diâmetro igual a D_2 , preservando o comprimento de entrada necessário para o escoamento torna-se completamente desenvolvido e o diâmetro no qual são medidos os resultados. A figura 12 apresenta as simplificações acima.

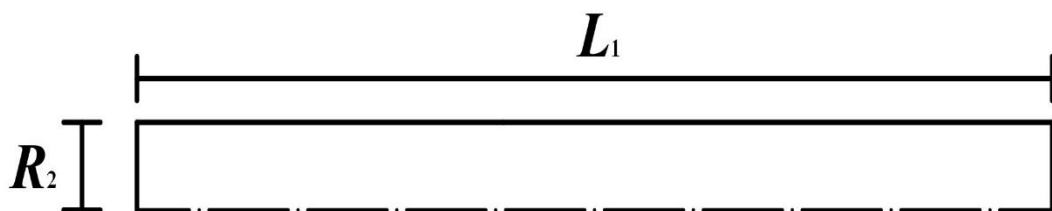
Figura 12 – Esboço inicial a ser trabalhado.



Fonte: autoria própria.

Considerando a simetria axial do escoamento presente no trabalho de Laufer (1954), a geometria do tubo se resume apenas a parte superior do tubo (figura 13), uma vez que o Fluent define que, para fluxos axissimétricos, o limite do eixo deve ser usado na linha central de uma geometria axissimétrica, onde esse limite encontra-se em $y = 0$. Portanto a geometria final a ser criada é basicamente um retângulo, considerando a análise em 2D, conforme mostra a figura 13.

Figura 13 – Geometria final da simulação.



Fonte: autoria própria.

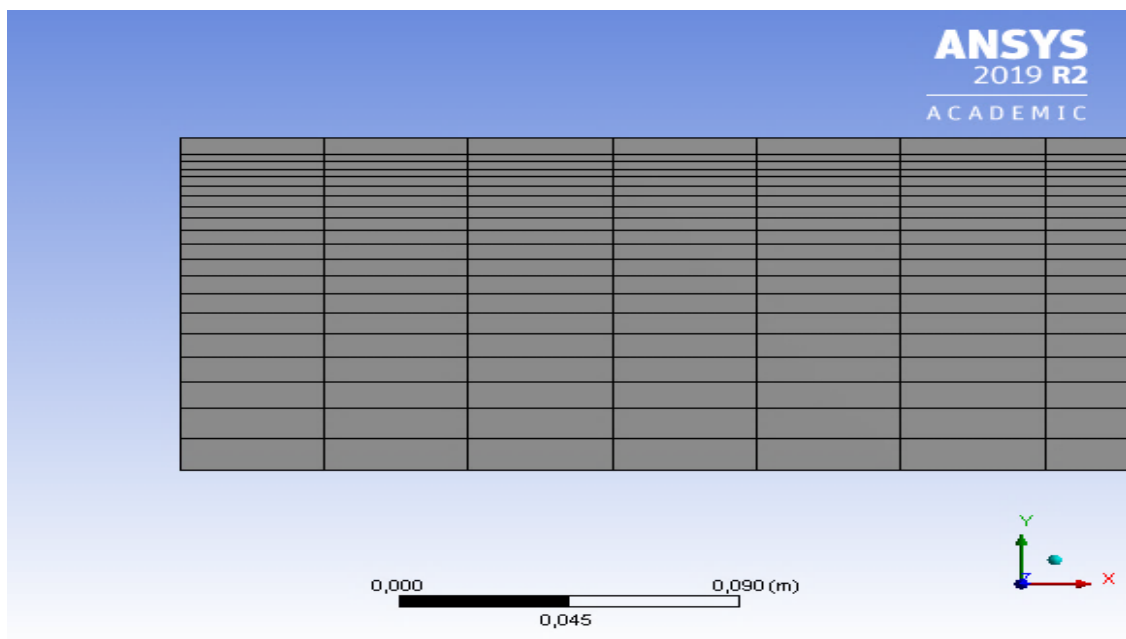
Onde R_2 é o raio do diâmetro D_2 .

4.2 Malha

As malhas foram construídas através do *software* ANSYS *Meshing* disponível no pacote do ANSYS, tais malhas foram idealizadas para serem estruturadas e não uniformes, com um número relativamente maior de células próximas da parede, afim de captar melhor as mudanças nos gradientes de velocidade e de outras propriedades, devido a influência da subcamada sobre o restante do escoamento. Foram construídos três exemplares de malhas para dois tipos de malhas diferentes (simulação 1 e 2), conforme mostram as figuras 14 e 15, onde a principal mudança entre elas é a altura da primeira célula em relação a parede do tubo. O objetivo destes exemplares é avaliar qual a melhor malha em termos de desempenho computacional que não influencie significativamente nos resultados das soluções, em relação ao mesmo tipo de malha. As malhas escolhidas, bem como os métodos aplicados na seleção das mesmas é abordado a seguir na seção 4.4.

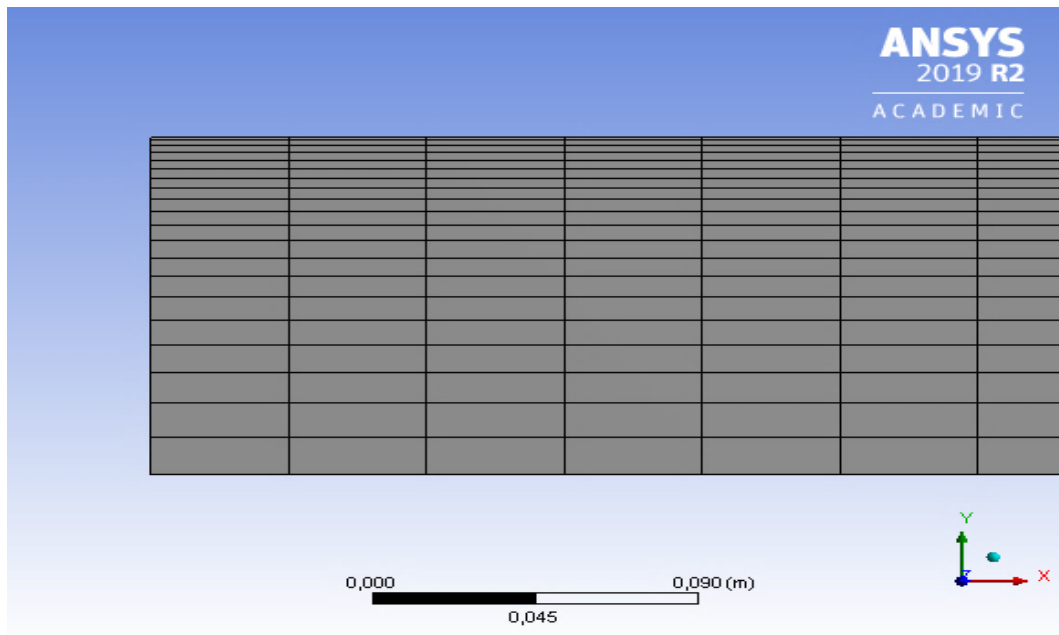
Nas malhas dos modelos deste trabalho, foi aplicada a abordagem de funções de parede com o primeiro nó computacional sendo posto em $y^+ \geq 30$ para ambas as simulações, com domínio sendo discretizado através de divisões na direção transversal e axial ao longo do tubo. De modo geral as malhas construídas, para as simulações 1 e 2, são iguais, com alterações basicamente na aplicação da altura da primeira célula e na distribuição da área das células.

Figura 14 – Modelo de malha grosseira para a simulação 1 (Re 50000).



Fonte: autoria própria.

Figura 15 – Modelo de malha grosseira para a simulação 2 (Re 500000).



Fonte: autoria própria.

O modelo Spalart-Allmaras é essencialmente um modelo de baixo número de Reynolds, exigindo assim que a região afetada pela viscosidade da camada limite seja resolvida para malhas com $y^+ \leq 1$. Entretanto, no ANSYS Fluent, o modelo foi estendido com um tratamento de parede insensível a y^+ , que permite a aplicação do modelo independente da resolução de y^+ próximo da parede. O tratamento de parede aprimorado (ETW)¹⁰ permite à aplicação das funções de parede para valores de $y^+ > 30$ (ANSYS, 2016). Portanto, no presente trabalho os valores de y^+ deste modelo, seguem a mesma ordem definida para com os modelos anteriores e consequentemente a aplicação das funções de parede também para este modelo.

4.3 Condições de contorno

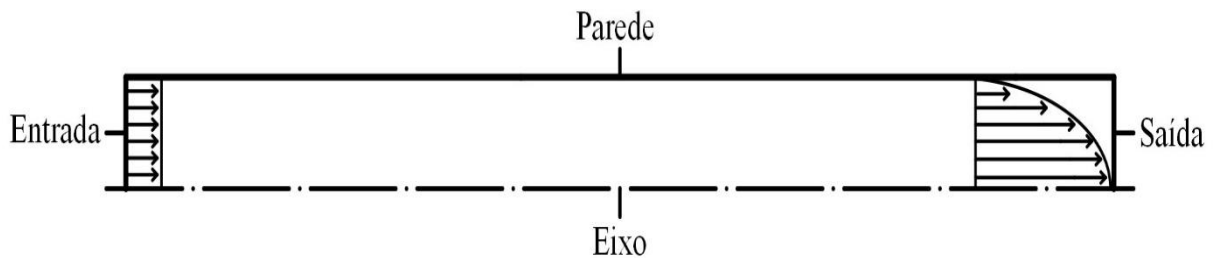
Na solução de problemas da fluidodinâmica computacional, de modo geral, há necessidade de definir as condições iniciais e de contorno, tais condições são de extrema importância para a solução final do problema. As condições iniciais e de contorno do Fluent aplicadas a este trabalho, foram definidas a partir das configurações padrões existentes no

¹⁰ Em inglês, Enhanced Treatment Wall

software, ou seja, sem a necessidade de aplicação de uma UDF¹¹ (Definição da função de usuário), bastando ao usuário inserir apenas as informações referentes as propriedades do escoamento nas entradas, saídas, eixos e paredes existentes no problema.

As condições de contorno que foram definidas para entrada, saída, parede e eixo do tubo conforme mostra a figura 16. Na entrada foram definidos dados numéricos correspondentes a velocidade de entrada e a intensidade turbulenta, enquanto na parede superior foi aplicada a condição de não deslizamento. Para a parede inferior uma condição de simetria é aplicada e por fim na saída é definida a saída de pressão do fluxo.

Figura 16 – Condições de contorno do tubo.



Fonte: autoria própria.

As condições iniciais são diferentes para números de Reynolds diferentes (50000 e 500000), portanto, como é possível ver na tabela (2) os valores da velocidade de entrada e da intensidade turbulenta serão diferentes. As propriedades do fluido são as mesmas para ambas as simulações, com a massa específica constante ao longo de todo o escoamento.

Na parede da simulação 2 é aplicada a um comprimento de 76,2 cm ($2\frac{1}{2}$ pés) a partir do início do tubo, uma região que possui rugosidade diferente de zero, tal condição deve acelerar o crescimento da camada-limite, uma vez que o comprimento de entrada da simulação 2, segundo estimativas teóricas, ultrapassaria o comprimento total do tubo e assim o perfil de velocidade não poderia ser considerado como totalmente desenvolvido. Entretanto, na parede da simulação 1, não foi aplicada a condição de rugosidade no início do tubo, visto o comprimento de entrada da simulação já se encontrava dentro de parâmetros aceitáveis ao longo do tubo.

¹¹ Em inglês, User Define Function.

Tabela 2: Condições de contorno de ambas as simulações.

N° de Reynolds	50000	500000
Entrada	Velocidade de entrada = 3,05 m/s Intensidade turbulenta = 4,13%	Velocidade de entrada = 30,5 m/s Intensidade turbulenta = 3,10%
Parede	Condição de não-deslizamento Sem rugosidade	Condição de não-deslizamento Com rugosidade
Eixo	Condição de simetria em relação ao eixo z	Condição de simetria em relação ao eixo z
Saída	saída de pressão do fluxo	saída de pressão do fluxo

Fonte: Autoria própria.

4.4 Independência da malha

Nos estudos onde o CFD é empregado, é importante que as soluções não sejam afetadas pela construção da malha, uma malha muito grosseira afetará consideravelmente a solução a ser obtida, entretanto, malhas muito refinadas e com um número excessivamente maior de células podem representar um custo computacional desnecessário, dependendo do modelo de turbulência utilizado. No presente trabalho foram elaboradas três malhas com níveis diferentes de refinamento, para cada tipo de malha conforme mostrado nas figuras 12 e 13. A tabela 3 mostra os principais detalhes que as malhas das simulações 1 e 2 têm em comum.

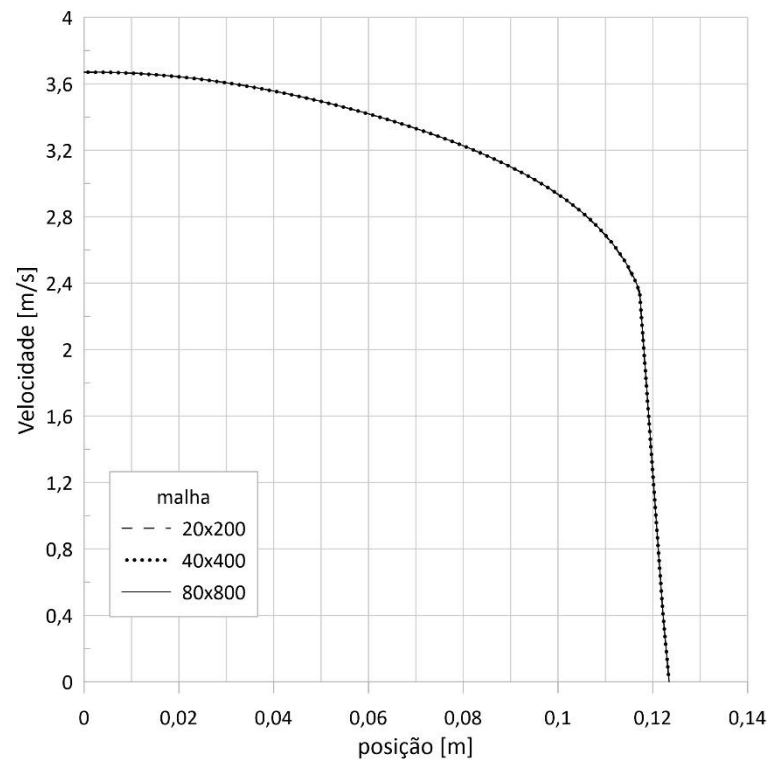
Tabela 3: Detalhes da discretização do domínio computacional das simulações.

N° de divisões axial	N° de divisões transversais	N° de células	N° de nós
20	200	4000	4221
40	400	16000	16441
80	800	64000	64881

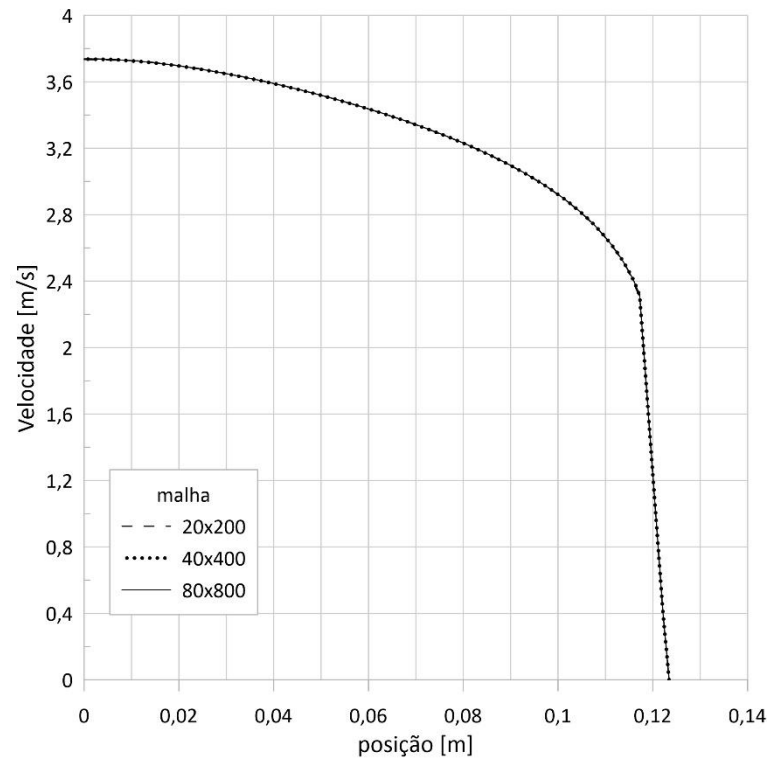
Fonte: Autoria própria.

A estratégia mais usada e provavelmente a mais eficaz para determinar se os resultados ainda estão sendo influenciados pela malha, é escolher uma variável a ser analisada e comparar está com malhas de diferentes refinamentos, de uma malha grosseira inicialmente para uma mais refinada, até que o comportamento da variável em questão pouco mude ou não se altere, quando comparada a malha de maior refinamento com uma malha intermediária. As figuras 17, 18, 19 e 20 são referentes as comparações das malhas da simulação 1, enquanto que as figuras 21, 22, 23 e 24 mostram as comparações da simulação 2. A variável escolhida para a análise foi a velocidade ao longo da seção transversal do tubo.

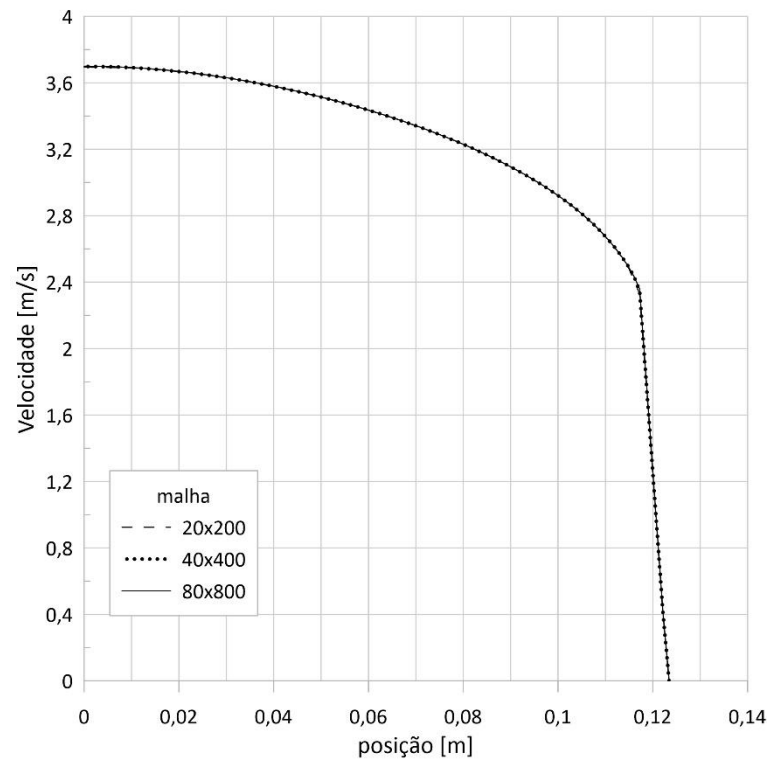
Figura 17 – Comparação entre as malhas do modelo $k - \epsilon$ (50000 Re).



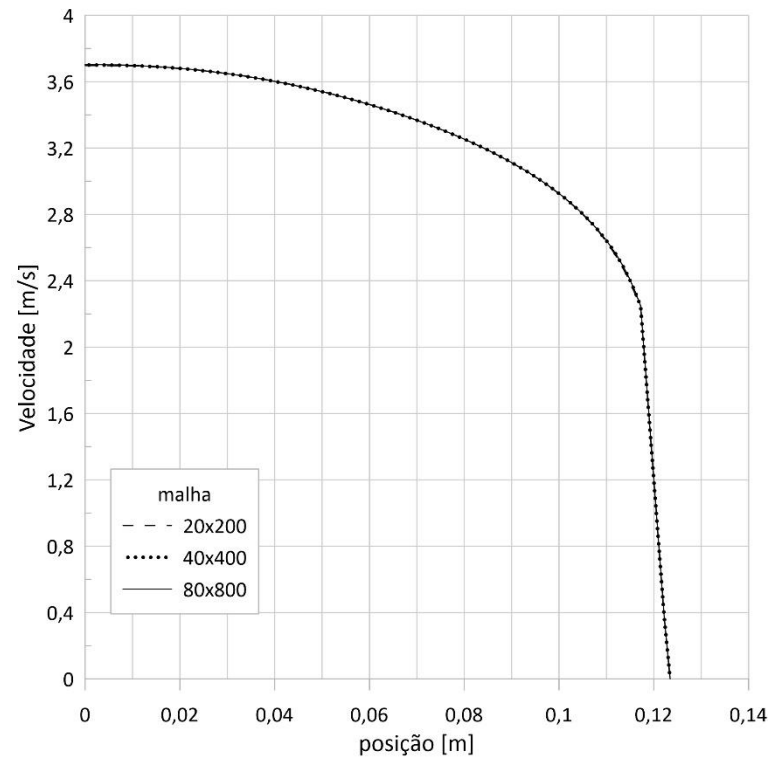
Fonte: autoria própria.

Figura 18 – Comparação entre as malhas do modelo RNG $k - \epsilon$ (50000 Re).

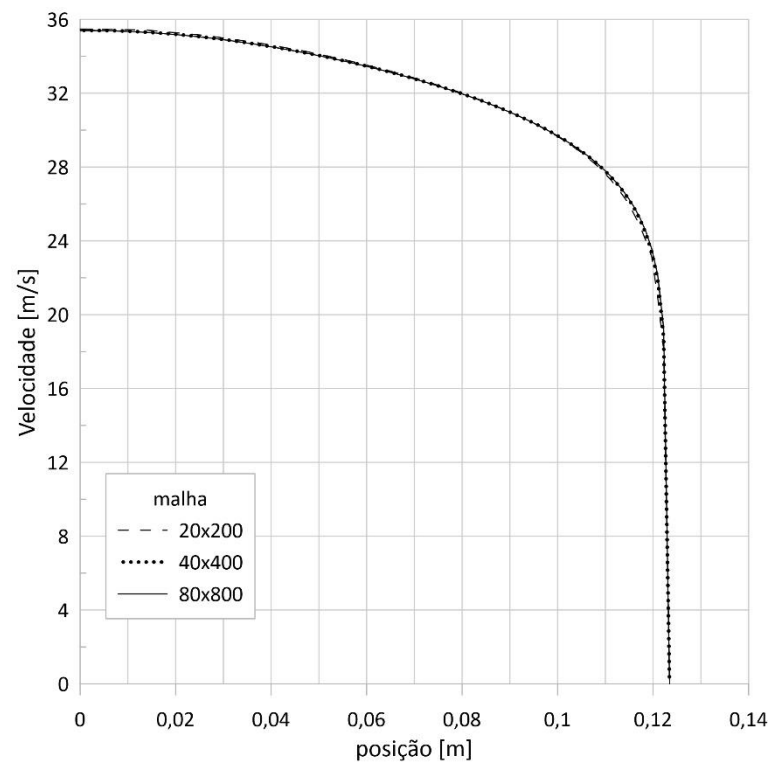
Fonte: autoria própria.

Figura 19 – Comparação entre as malhas do modelo Spalart-Allmaras (50000 Re).

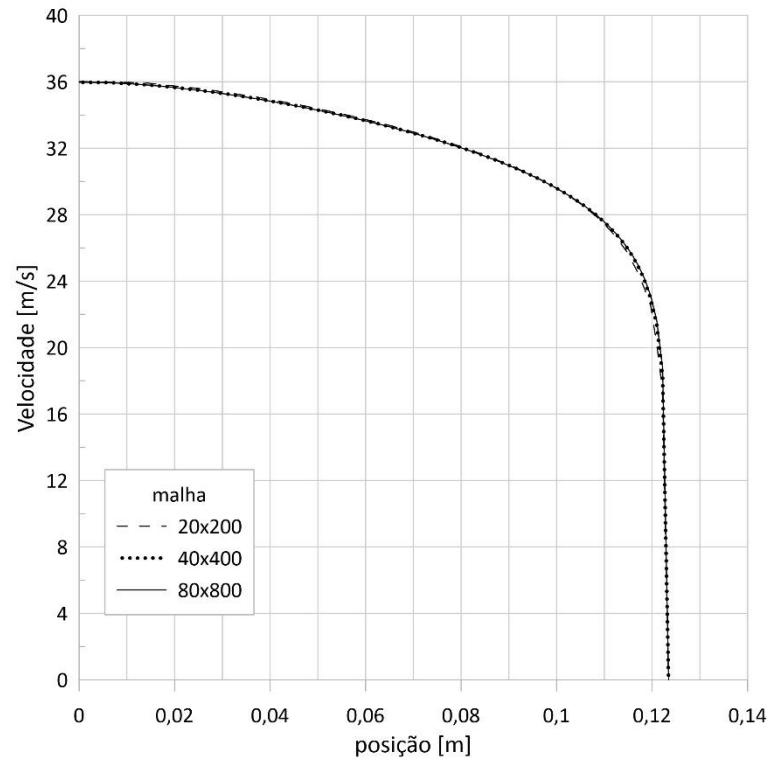
Fonte: autoria própria.

Figura 20 – Comparação entre as malhas do modelo RSM (50000 Re).

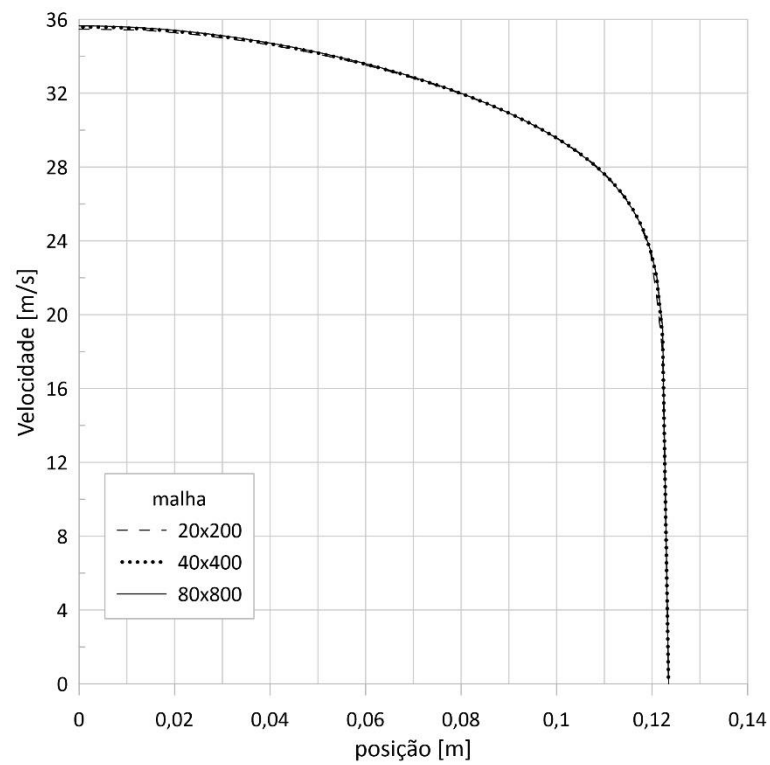
Fonte: autoria própria.

Figura 21 – Comparação entre as malhas do modelo $k - \epsilon$ (500000 Re).

Fonte: autoria própria.

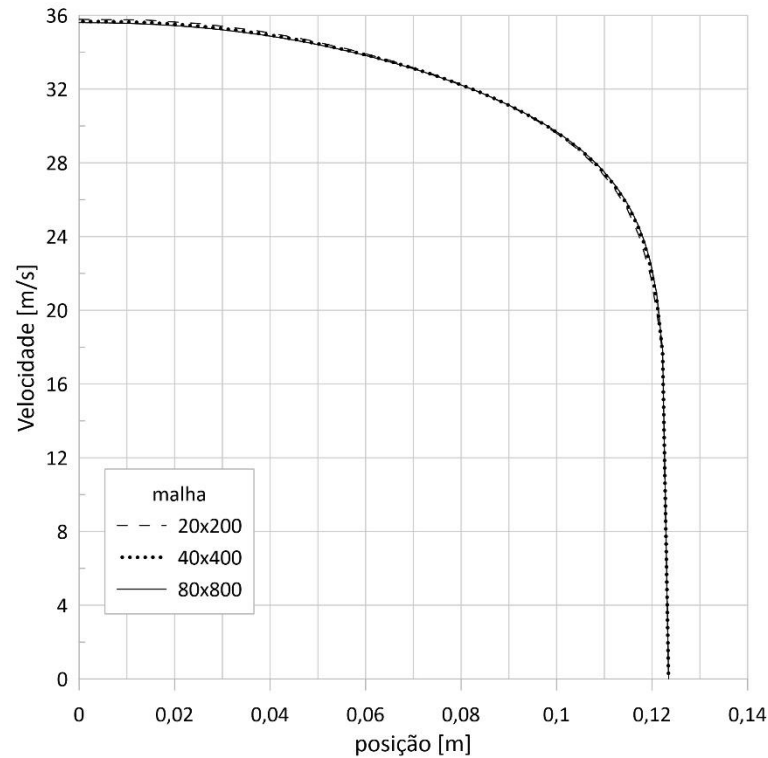
Figura 22 – Comparação entre as malhas do modelo RNG $k - \varepsilon$ (500000 Re).

Fonte: autoria própria.

Figura 23 – Comparação entre as malhas do modelo Spalart-Allmaras (500000 Re).

Fonte: autoria própria.

Figura 24 – Comparação entre as malhas do modelo RSM (500000 Re).



Fonte: autoria própria.

Na simulação 1, as malhas de 20x200 apresentaram um ótimo desempenho mesmo sendo as menos refinadas, enquanto que na simulação 2 as mesmas apresentam pequenos desvios durante as curvas dos perfis. Os marcadores das malhas 40x400 e de 80x800 se sobrepõem entre si, isso para ambas as simulações, mostrando um excelente desempenho das malhas de 40x400 nas simulações 1 e 2. Apesar do bom desempenho na simulação 1, a diferença de tempo entre as simulações das malhas 20x200 e 40x400 nas simulações não é tão grande se comparado com as simulações com a malha de 80x800, portanto a malha de 40x400 foi escolhida pelos bons resultados apresentados e por apresentar um custo computacional aceitável.

4.5 Discretização e critérios de convergência

O Fluent permite ao usuário escolher entre dois métodos numéricos, um solucionador baseado em pressão (*Pressure-based*) e um outro baseado em densidade (*Density-based*). A abordagem baseada em pressão foi desenvolvida para fluxos incompressíveis de baixa velocidade, enquanto a abordagem baseada em densidade foi usada principalmente para fluxos compressíveis de alta velocidade. Atualmente ambos os métodos foram reformulados para

atender uma gama maior de situações para além das quais foram originalmente desenvolvidos. Apesar de ambos os solucionadores utilizarem um método semelhante ao método dos volumes finitos (FVM), a abordagem usada para linearizar e resolver as equações discretizadas é diferente em ambos (ANSYS, 2016).

Neste trabalho, o acoplamento pressão-velocidade escolhido foi o SIMPLE, para todos os modelos de turbulência empregados nas simulações, enquanto que os métodos de interpolação escolhidos para as propriedades de fluxo de momento, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação turbulenta e viscosidade turbulenta modificada (específico do modelo Spalart-Allmaras) foram o *upwind* de segunda ordem. A escolha do *upwind* de segunda ordem deve-se principalmente a precisão que este oferece, apesar do custo computacional mais elevado se comparado ao *upwind* de primeira ordem.

Os parâmetros de convergência definem quando solução é considerada consistente e indica ao solucionador que o mesmo pode encerra as iterações. Afim de obter resultados confiáveis e com exatidão, foi definido que os resíduos deveriam atingir o valor de 10^{-6} ao final da simulação. Os critérios de convergência foram aplicados igualmente para todos os modelos de turbulência aplicados neste trabalho.

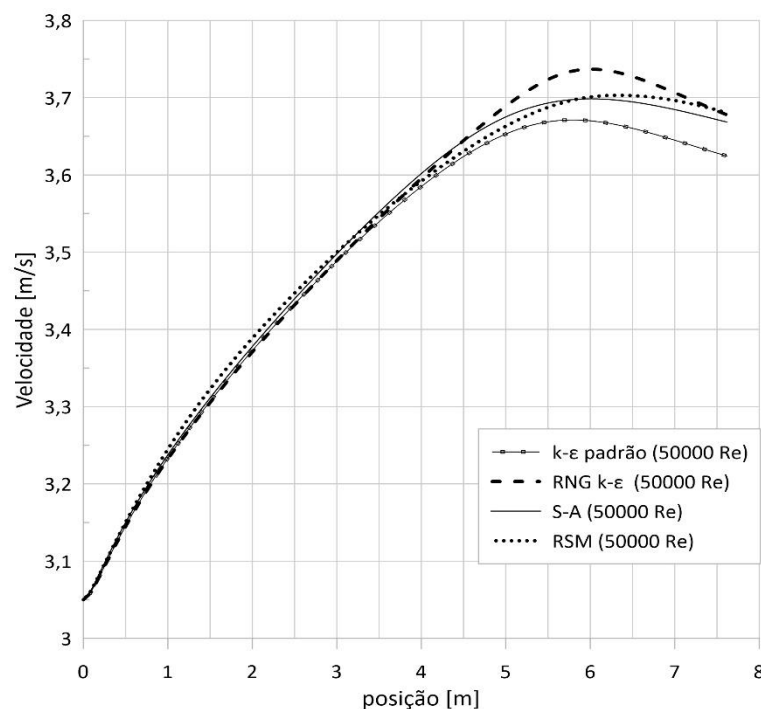
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, os resultados obtidos nas simulações numéricas serão comparados com os resultados experimentais presentes no trabalho de Laufer (1954) sobre “A estrutura turbulenta de fluxos completamente desenvolvido em tubos”, mais especificamente os dados do perfil de velocidade média em coordenadas adimensionais e da distribuição da componente de flutuação da velocidade u' . Além disso, é apresentado o método utilizado para determinação do local considerado mais adequado para recolhimento dos dados nas simulações.

5.1 Comparação dos perfis de velocidade médio experimental com a simulação numérica

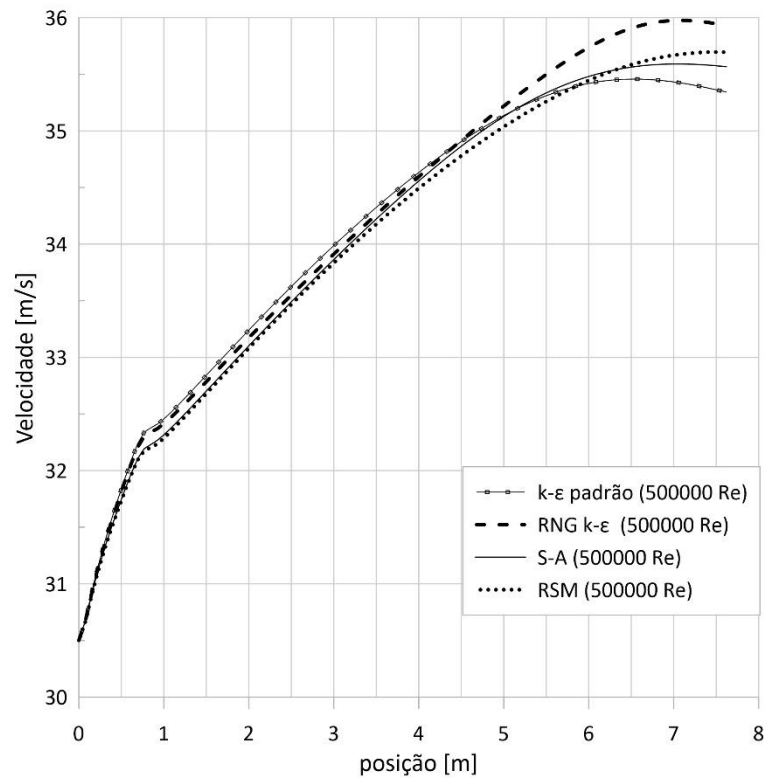
Neste trabalho, há a necessidade que o escoamento se encontre na região de escoamento completamente desenvolvido, assim como no estudo experimental de Laufer (1954). Portanto, para essa condição, foi utilizado como referência a velocidade ao longo do comprimento do tubo, verificando o intervalo de instabilidade da velocidade, tal intervalo é muito importante para a análise do perfil de velocidade médio e uma boa região para a comparação da componente de flutuação u' . As figuras 25 e 26 mostram respectivamente o comportamento da velocidade ao longo do tubo.

Figura 25 – Velocidade na linha de centro dos modelos de turbulência na simulação 1 (50000 Re).



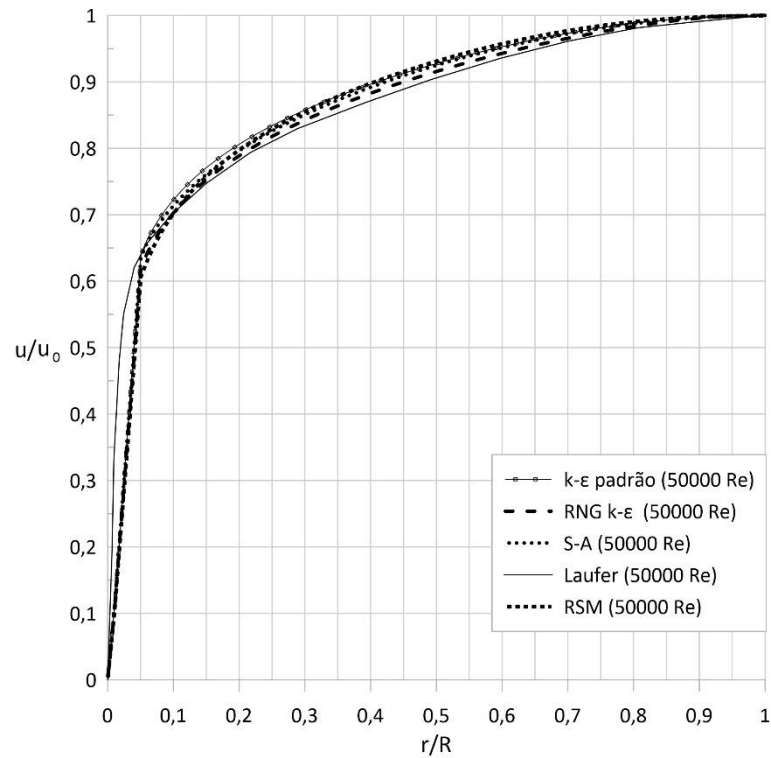
Fonte: autoria própria.

Figura 26 – Velocidade na linha de centro dos modelos de turbulência na simulação 2 (500000 Re).



Fonte: autoria própria.

Na figura 25, as posições próximas a $L = 6$ m mostram-se uma referência adequada para a comparação do perfil da simulação 1, enquanto para simulação 2, essa referência mostra-se na posição $L = 7$ m, apesar da curva final do modelo $k - \varepsilon$ se distanciar um pouco das curvas dos demais modelos conforme mostra a figura 26. Consolidado as posições de referência para as simulações, as figuras 27 e 28, juntamente com as tabelas 4 e 5, mostram respectivamente as comparações das simulações com os resultados experimentais para o perfil de velocidade médio.

Figura 27 – Comparação entre os perfis de velocidade experimental e da simulação 1 (50000 Re).**Fonte:** autoria própria.**Tabela 4:** Comparação entre os dados dos perfis de velocidade experimental em 4 posições diferentes da simulação 1 (50000 Re).

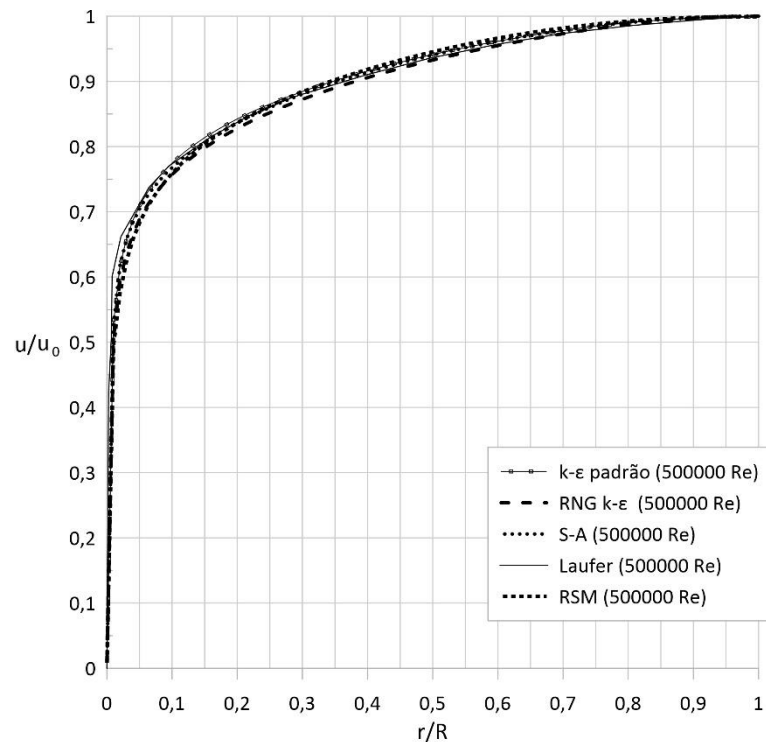
r/R	0,2	0,4	0,6	0,8
Laufer (1954)	0,78471976	0,87357905	0,93578055	0,98613415
RNG $k - \varepsilon$	0,78995710	0,88425535	0,94429636	0,98468285
S-A	0,79787194	0,89341259	0,95277959	0,98846751
RSM	0,79890584	0,89919811	0,95851087	0,99112266
$k - \varepsilon$	0,80729210	0,89779079	0,95419365	0,98889511

Fonte: autoria própria.

Na figura 27, inicialmente é possível notar a influência das funções de parede sobre o perfil de velocidade, como descrito na literatura, o uso das funções reduz os recursos computacionais empregados ao custo que a subcamada viscosa e a camada amortecedora não

são resolvidas. O modelo RNG $k - \varepsilon$ apresenta o melhor desempenho entre os modelos testados na comparação dos perfis velocidade da simulação 1, os demais modelos tendem a seguir um comportamento parecido entre si.

Figura 28 – Comparação entre os perfis de velocidade experimental e da simulação 2 (500000 Re).



Fonte: autoria própria.

A figura 28, mostra a princípio que conforme o número Reynolds aumenta, as funções de parede tendem a demonstrar resultados melhores, especialmente porque modelos de turbulência como RNG $k - \varepsilon$ e $k - \varepsilon$ padrão apresentam bons resultados para números de Reynolds elevados e fluxos distantes dos limites da parede. Os modelos $k - \varepsilon$ padrão e o Spalart-Allmaras apresentam resultados muito bons ao iniciarem na camada turbulenta e seguem de forma constante até o centro do tubo. Em contrapartida o modelo RNG $k - \varepsilon$ destoa inicialmente e conforme o perfil de velocidade avança os resultados convergem em direção aos dados experimentais. O perfil de velocidade do modelo RSM é o que mais difere dos resultados experimentais, isso para ambas as simulações conforme mostram as figuras (27) e (28). A seguir é apresentado a tabela 5 em complemento as considerações acima.

Tabela 5: Comparação entre os dados dos perfis de velocidade experimental em 4 posições diferentes da simulação 2 (500000 Re).

r/R	0,2	0,4	0,6	0,8
Laufer (1954)	0,84223277	0,91322720	0,95780510	0,98752370
RNG $k - \varepsilon$	0,82906383	0,90698520	0,95604300	0,98824691
S-A	0,83724224	0,91503876	0,96268069	0,99098920
RSM	0,83787488	0,91963332	0,96724671	0,99294686
$k - \varepsilon$	0,84337782	0,91704917	0,96270561	0,99062383

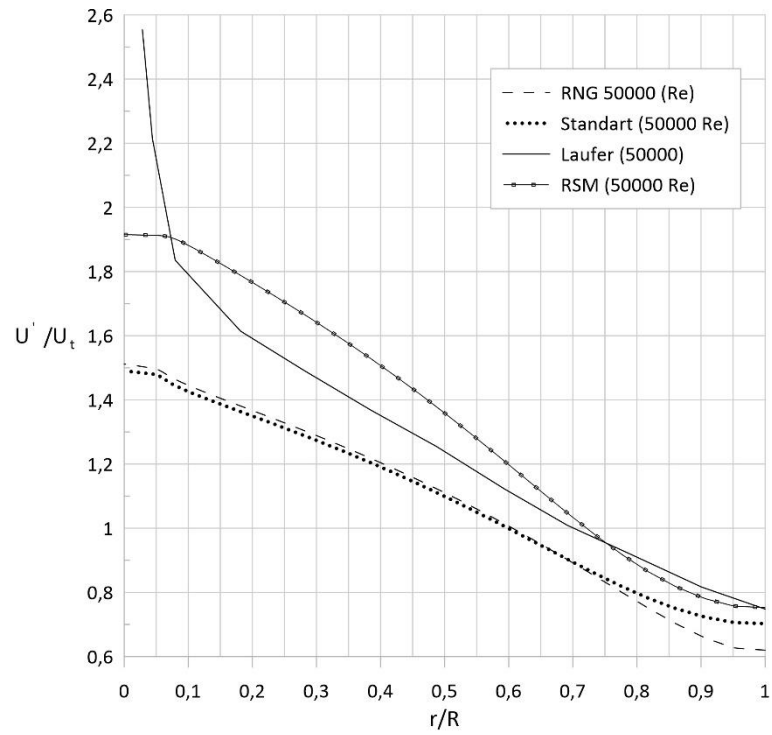
Fonte: autoria própria.

5.2 Comparação da componente flutuante da velocidade u'

Considerando o comportamento isotrópico dos modelos RNG $k - \varepsilon$ e $k - \varepsilon$ padrão, é possível obter a componente flutuante da velocidade u' a partir da energia cinética turbulenta (TKE¹²), valendo-se da relação apresentada na equação (3.14). No modelo Spalart-Allmaras não é possível determinar u' devido a sua formulação não resolver uma equação de transporte para a energia cinética turbulenta. Nas figuras 29 e 30 mostra-se a distribuição de u' em coordenadas adimensionais para as simulações 1 e 2 respectivamente em comparação com os dados experimentais.

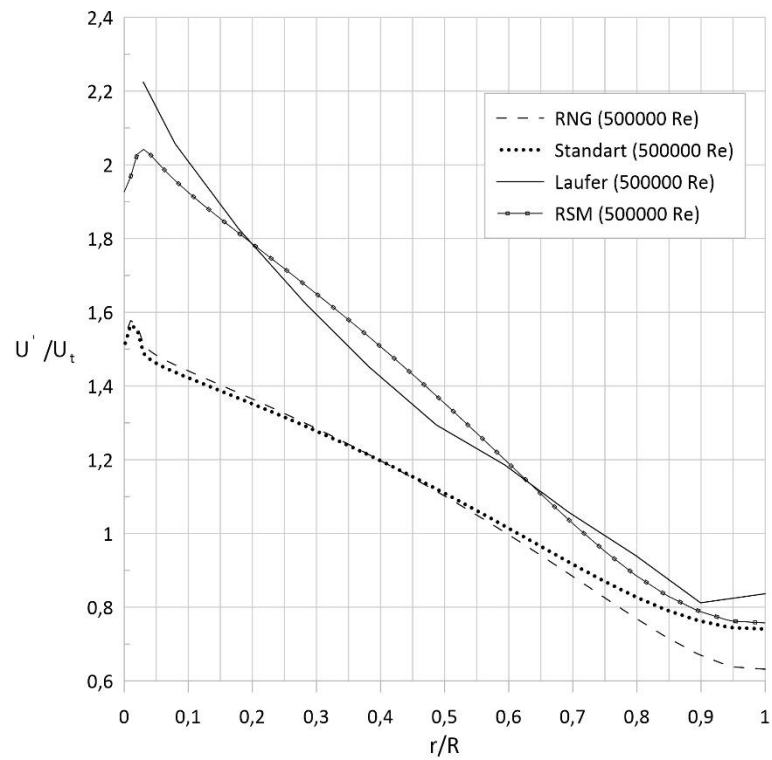
¹² Em inglês, Turbulent Kinetic Energy

Figura 29 – Distribuição de u' , comparação experimental com a simulação 1 (50000 Re).



Fonte: autoria própria.

Figura 30 – Distribuição de u' , comparação experimental com a simulação 2 (500000 Re).



Fonte: autoria própria.

O modelo RSM apresenta o perfil de velocidade mais próximo aos resultados experimentais, algo esperado devido a anisotropia do modelo, enquanto os modelos RNG $k - \varepsilon$ e $k - \varepsilon$ padrão divergem consideravelmente, com o modelo $k - \varepsilon$ padrão apresentando um desempenho um pouco melhor no final dos resultados experimentais.

O modelo $k - \varepsilon$ padrão, segundo Alexander et al. (2017), apresenta pouca exatidão ao analisar parâmetros turbulentos próximos a parede, bem como insegurança para garantir valores adequados de turbulência em simulações 2D. Aparentemente o modelo RNG $k - \varepsilon$ também compartilha os mesmos problemas como mostrado nas figuras anteriormente.

6 CONCLUSÃO

As simulações mostram que as funções de parede apresentam resultados melhores conforme o número de Reynolds aumenta, entretanto, tal consideração pode ser aplicada inicialmente apenas aos perfis de velocidade média (apesar de resultados relativamente melhores para a componente de flutuação de velocidade na simulação 2), uma vez que as flutuações de velocidade têm máximos acentuados dentro do intervalo de atuação das funções de parede.

O modelo RNG $k - \varepsilon$ apresentou resultados satisfatórios na análise dos perfis de velocidade médio nas simulações 1 e 2, enquanto o modelo RSM apresentou certa disparidade com relação aos resultados experimentais deste perfil. Contudo, o modelo RSM conseguiu descrever o comportamento das flutuações consideravelmente melhor que os demais modelos, algo já esperado, pois o resolve as componentes de flutuação turbulenta. Apesar da boa aproximação que a função de parede padrão podem oferecer na previsão de perfis de velocidade, as propriedades turbulentas são afetadas severamente pela supressão da subcamada e camada tampão, já que segundo Laufer (1954, p.434), “ as taxas de produção, dissipação e difusão de energia turbulenta têm máximos acentuados próximos à borda da subcamada laminar”.

O modelo de uma equação Spalart-Allmaras ostentou bons resultados, para o perfil de velocidade médio, se tratando do modelo de turbulência mais simples empregado neste trabalho. Vale destacar que tal modelo foi adaptado para trabalhar em problemas com números de Reynolds elevados no ANSYS, esse modelo, em sua essência, tratasse de um modelo de baixo número de Reynolds.

Os resultados obtidos para a flutuação u' nos modelos baseados na hipótese de Boussinesq, mostraram-se condizentes, apesar de não concordarem com os resultados experimentais.

Não é possível afirmar que os resultados ruins apresentados pelo modelo RSM para os perfis de velocidade médio, quando comparado com os demais modelos, seja algo a ser considerado grave ou pertinente, modelos de turbulência possuem comportamento distintos em resposta as modelagens aplicadas e condições referentes ao solucionador.

6.1 Sugestão de trabalhos futuros

- Realizar a análise tridimensional do caso.
- utilizar os modelos $k - \omega$, SST $k - \omega$ e RSM BSL, em conjunto da abordagem próxima da parede em simulação para tubos.
- Investigar a influência das funções de parede nos resultados para a energia cinética turbulenta (TKE) e para sua taxa de dissipação nos modelos $k - \varepsilon$.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, et al. **Pipe Flow Simulation for Reynolds Number up to 1 000 000**. 2017. Trondheim. Norwegian University of Science and Technology, 2017.
- ALMEIDA, V. F. de. **Implementação de uma Lei de Parede Fluidodinâmica Aplicável a Escoamentos Com Gradiente de Pressão Adverso**. 2014. 72 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.
- ANDERSON, Jonh D. **Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications**. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- ANSYS, **ANSYS Fluent Theory Guide**. 17 release. USA: ANSYS, 2016.
- ÇENGEL, Yunus A.; CIMBALA, Jonh M. **Mecânica dos Fluidos: Fundamentos e Aplicações**. 1. ed. Porto Alegre: AMGH, 2007.
- CHUNG, T. J. **Computational Fluid Dynamics**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2010.
- DEWAN, Anupam. **Tackling Turbulent Flow in Engineering**. Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- FREIRE, Atila. P. Silva; ILHA, Anderson; COLAÇO, Marcelo. J. **Coleção Cadernos de Turbulência**. Turbulência. Volume 5, Tomo 1. Rio de Janeiro: ABCM, 2006. P. 405 - 460.
- FREIRE, A. P. S.; MENUT, P. P. M.; SU, J. **Coleção Cadernos de Turbulência**. Turbulência. Volume 1. Rio de Janeiro: ABCM, 1998. P. 99 – 152.
- FORTUNA, Armando de Oliveira. **Técnicas Computacionais para Dinâmicas dos Fluidos: Conceitos Básicos e Aplicações**. São Paulo: EDUSP, 2000.
- FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T.; PRITCHARD, Philip J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- LAUFER, John. The structure of turbulence in fully developed pipe flow. National Advisory Committee for Aeronautics–Report–1174, Technical Note 2954, Washington, p. 417-434. Jar. 1954.
- LAUNDER, B.E; SPALDING, D.B. The Numerical Computation of Turbulent Flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. 1974, p 269 – 289.
- LÓPEZ, Dennis. **Simulação computacional de CFD de um pequeno trocador de calor de casco tubo**. 2017. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Faculdade de Engenharia de Energias, Universidade Federal da Integração Latino-americana, Foz do Iguaçu, 2017.

MARIAS, A. et al. Interactive Exploration of Stress Tensors Used in Computational Turbulent Combustion. **New Developments in the Visualization and Processing of Tensor Fields**. Springer, 2012. p. 137 – 156.

Orszag, S. A et al. Renormalization Group Modeling and Turbulence Simulations. In: International Conference on Near - Wall Turbulent Flows. Tempe, Arizona. 1993.

PETROBRÁS. **Gasodutos e Oleodutos – João pessoa**. Disponível em: <<http://www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/principais-operacoes/gasodutos/joao-pessoa.htm>> acessado em: 09 de fevereiro de 2019.

POCAJUBA. Serviço de irrigação da Praça ACM é restabelecido. Disponível em:<<https://www.pojuca.ba.gov.br/noticia?noticia=344>> acessado em: 5 de setembro de 2019.

REZENDE, Andre. **Análise numérica da bolha de separação do escoamento turbulento sobre placa plana fina inclinada**. 2009. 263 f. Tese de doutorado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - Puc-Rio, Rio de Janeiro, 2009.

SCHLICHTING, Hermann; GERSTEN, Klaus. **Boundary-Layer Theory**. 9. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2017.

TU, Jiyuan; YEOH, Guan-Heng; LIU, Chaoquin. **Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach**. 2. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**, 2. ed. London: Prentice Hall, 2007.

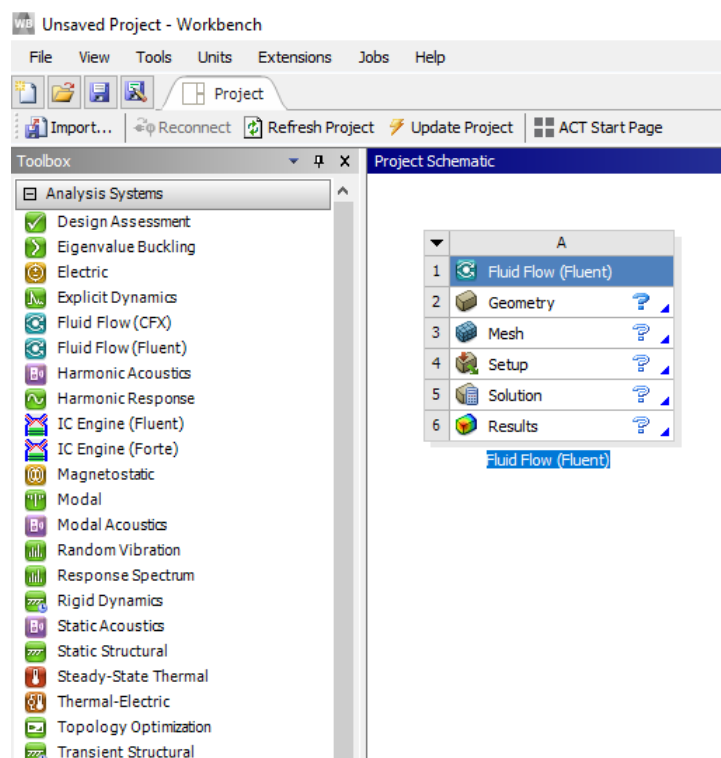
WHITE, Frank M. **Mecânica dos Fluidos**. 6. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

APÊNDICE A – TUTORIAL

Nesta seção, mostra-se os principais passos da simulação numérica do escoamento turbulento em um tubo, baseado nas simulações do presente trabalho, onde são feitas simplificações para melhor entendimento dos conceitos gerais. O *software* utilizado é o ANSYS *Fluent*, presente no pacote de programas de simulação para engenharia ANSYS 19 R2, sendo utilizado a versão de estudante que possui como limitação o número de 512000 células e nós permitidos para discretizar o domínio computacional.

A.1 Workbench

O Workbench é a área de trabalho principal do ANSYS, na extremidade de seu lado esquerdo é possível encontrar os principais recursos disponíveis (nesta versão), ao selecionar o recurso de interesse, surge uma caixa em seu lado direito com o nome do recurso selecionado, conforme mostra a figura a seguir:

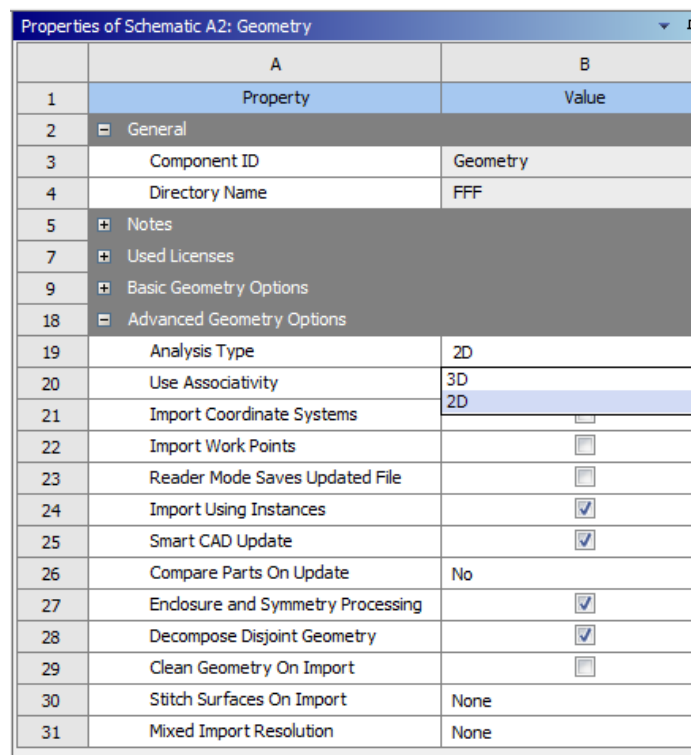


A partir de então, o usuário precisa concluir todas as etapas, que inicialmente estão com um sinal de interrogação, para obter a solução e poder manuseá-las de acordo com o seu

interesse, seja no programa de pós-processamento disponível no ANSYS ou em um software externo.

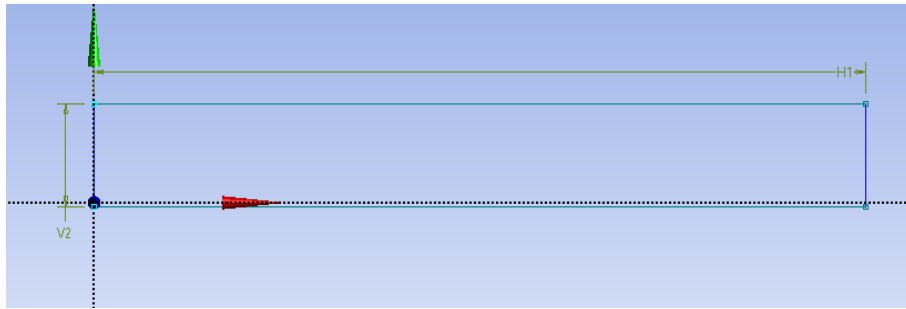
A.2 Geometria

O ANSYS disponibiliza dois programas de CAD (*Computer Aided Design*) próprios, sendo eles o DesignModeler e o SpaceClaim, onde neste tutorial será utilizado o primeiro. Inicialmente após selecionar a opção “*Geometry*” na caixa, aparecerá na extremidade direita, em *properties of schematic*, na opção *Analysis Type* o tipo de caso a ser estudado, em duas dimensões (2D) ou três dimensões (3D), conforme mostra a figura a seguir:

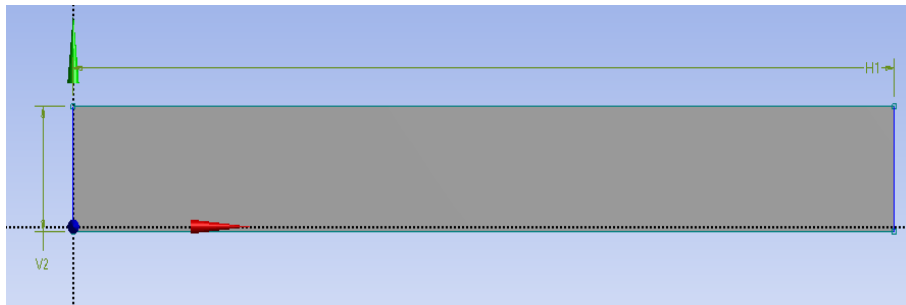


	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Component ID	Geometry
4	Directory Name	FFF
5	Notes	
7	Used Licenses	
9	Basic Geometry Options	
18	Advanced Geometry Options	
19	Analysis Type	2D
20	Use Associativity	3D
21	Import Coordinate Systems	2D
22	Import Work Points	<input type="checkbox"/>
23	Reader Mode Saves Updated File	<input type="checkbox"/>
24	Import Using Instances	<input checked="" type="checkbox"/>
25	Smart CAD Update	<input checked="" type="checkbox"/>
26	Compare Parts On Update	No
27	Enclosure and Symmetry Processing	<input checked="" type="checkbox"/>
28	Decompose Disjoint Geometry	<input checked="" type="checkbox"/>
29	Clean Geometry On Import	<input type="checkbox"/>
30	Stitch Surfaces On Import	None
31	Mixed Import Resolution	None

No presente tutorial, foi selecionado o caso em duas dimensões. Após isso, ao iniciar o DesignModeler (DM), deve-se selecionar o eixo de referência, neste caso foi eixo XY. Em seguida em *Sketching > Draw* encontra-se as mais variadas opções para a construção das geometrias, como no presente tutorial foi adotado o tipo de análise em duas dimensões, a geometria resume-se a apenas um retângulo, onde uma opção encontra-se disponível em *Draw* referente a essa geometria. Para medir as arestas do retângulo, selecione *Sketching > Dimensions* e escolha de preferência as opções *horizontal* e *vertical*. A figura a seguir mostra o resultado do que foi descrito até aqui:

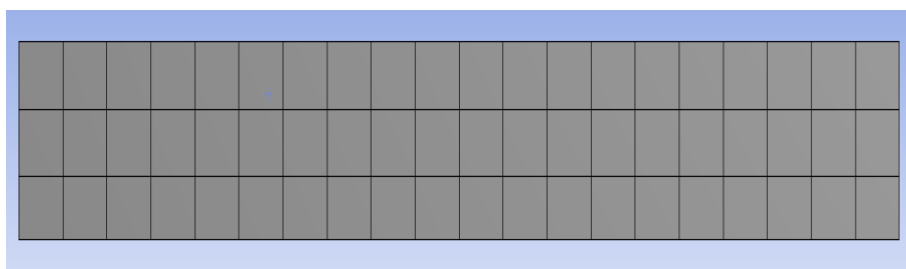


Após definir as arestas, selecione a opção *Concept > Surfaces From Sketches* e em seguida nesta opção selecione o *Sketch* (geralmente aparece como *Sketch1*) na aba do eixo XY, e em seguida selecione a opção *Generate*. O resultado final é demonstrado na figura a seguir:

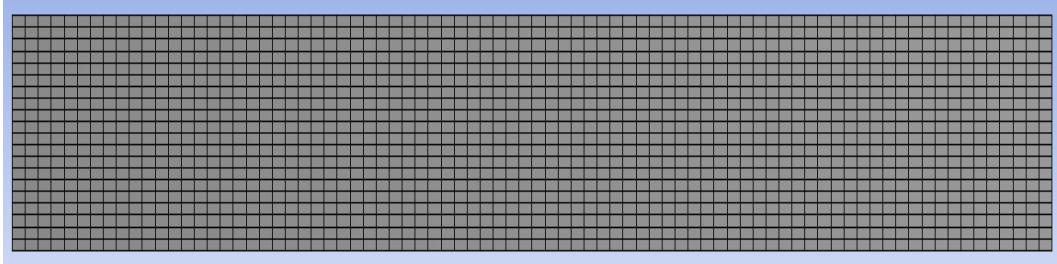


A.3 Malha

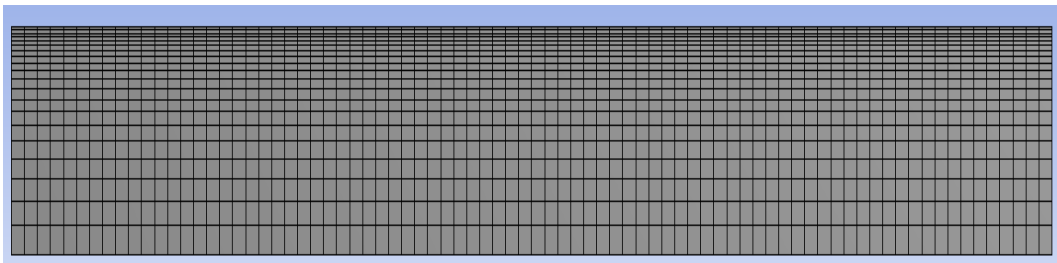
A malha pode ser construída em outros programas, além das opções disponíveis no ANSYS. Entretanto, no presente tutorial, essa malha foi construída usando a única opção disponível na versão estudante do ANSYS 19 R2, o ANSYS *meshing*. A geometria é exportada automaticamente do DM para o *meshing*, em seguida selecione *Mesh > Insert > Method*, em seguida em *Method* selecione *MultiZone Quad/Tri Method*. Após essas etapas, gere a malha, deverá aparecer uma malha parecida com a figura a seguir:



A seguir em *Mesh > Insert* selecione *Sizing*, escolha em *Geometry* a aresta do retângulo que será dividido, em *Type* selecione *Number of Divisions* para determinar o número de divisões. Realizando essas etapas para, por exemplo, uma malha de 20x80, tem-se o resultado da figura a seguir:



Em escoamentos turbulentos limitados por paredes, como é o caso de tubulações, a malha deve ser construída pensando nos efeitos da parede sobre o escoamento. Portanto, aumenta-se a densidade de células próximas da parede com o objetivo melhorar a previsão desta região do escoamento. Para definir a primeira altura de célula, recomenda-se utilizar as funções *Inflation* ou em *Sizing* a opção *Bias Factor*, é possível utilizar ambas opções em conjunto para valores até 10^{-4} m no *meshing*. A figura a seguir mostra uma malha com o *Bias Factor* ativado:



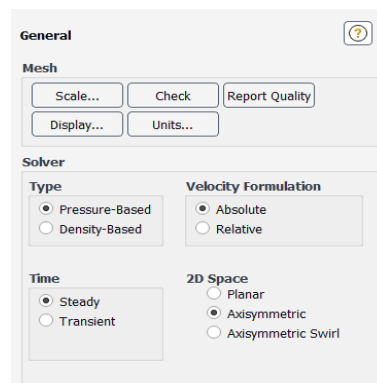
O usuário precisa ainda nesta etapa definir o nome das arestas, selecione a aresta clique em *Create Named Selection* e defina as entradas, saídas, paredes e eixos (caso o escoamento seja simétrico).

Este tutorial mostra uma versão simplificada da simulação deste trabalho, não se tem por interesse alongar demais cada etapa, uma vez que o objetivo deste tutorial é exemplificar os conceitos básicos de uma simulação numérica no ANSYS *Fluent*. Portanto, não será explanado aqui todos os detalhes acerca da malha do trabalho, mas sim mostrado conceitos de interesse geral.

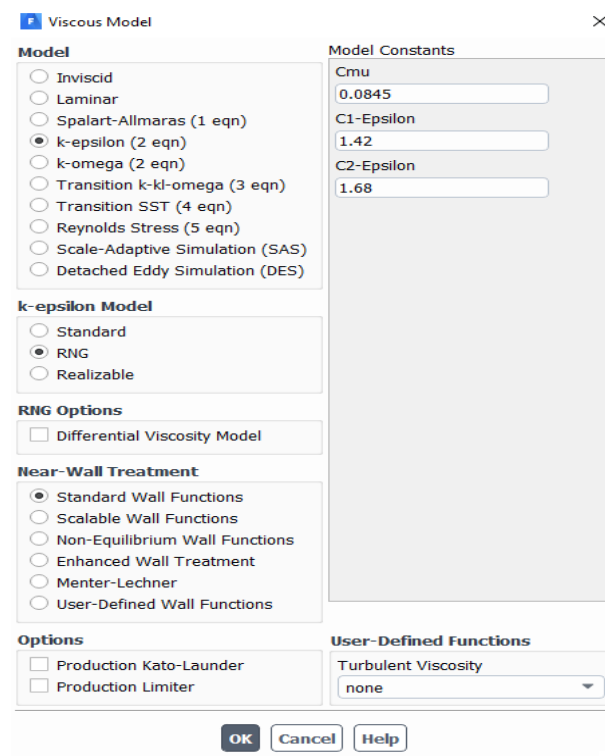
A.4 Setup

Ao iniciar o *SETUP* marque a opção *Double Precision* na janela que aparecerá, em seguida clique em OK. Nesta etapa serão definidos pontos importantes da simulação como o modelo de turbulência, condições de contorno e as propriedades do fluido.

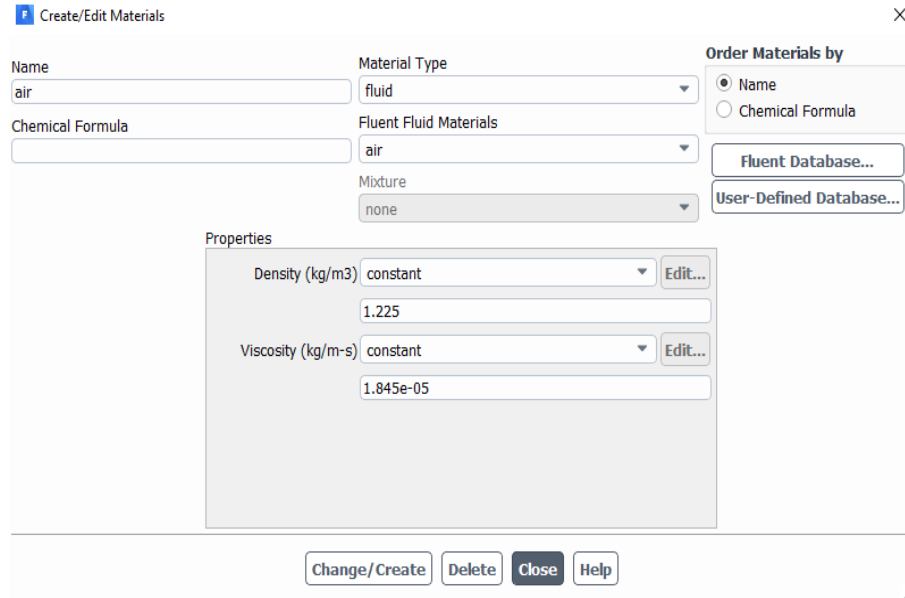
Em seguida, para este caso, verifique se em *2D Space* a opção *Axisymmetric* encontra-se marcado, conforme mostra a figura a seguir:



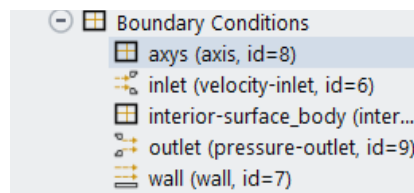
Em Setup > Models > Viscous, selecione o modelo de turbulência a ser utilizado, conforme mostra a figura a seguir:



Em *Materials* > *Fluid* > *Air*, defina as propriedades do fluido, como mostrado na figura a seguir:



Em *Boundary Conditions* defina as condições de contorno e iniciais do problema e verifique se os nomes dados as arestas estão de acordo com as condições escolhidas, conforme mostra a figura a seguir:



Em seguida verifique em *Reference Values* se os valores de referência estão corretos, por exemplo, como mostrado a seguir:

Reference Values ?

Compute from

Reference Values

Area (m2)	0.9406328
Density (kg/m3)	1.225
Enthalpy (j/kg)	0
Length (m)	7.62
Pressure (pascal)	101325
Temperature (k)	288.16
Velocity (m/s)	3.05
Viscosity (kg/m-s)	1.845e-05
Ratio of Specific Heats	1.4

Reference Zone

A.5 Solution

Em *Solution* define-se as funções do *Solver*, os parâmetros de convergência e é onde os cálculos são executados, a figura a seguir mostra o esquema adotado, bem como os esquemas de discretização utilizados:

Solution Methods ?

Pressure-Velocity Coupling

Scheme

Spatial Discretization

Gradient

Pressure

Momentum

Turbulent Kinetic Energy

Turbulent Dissipation Rate

Transient Formulation

Non-Iterative Time Advancement

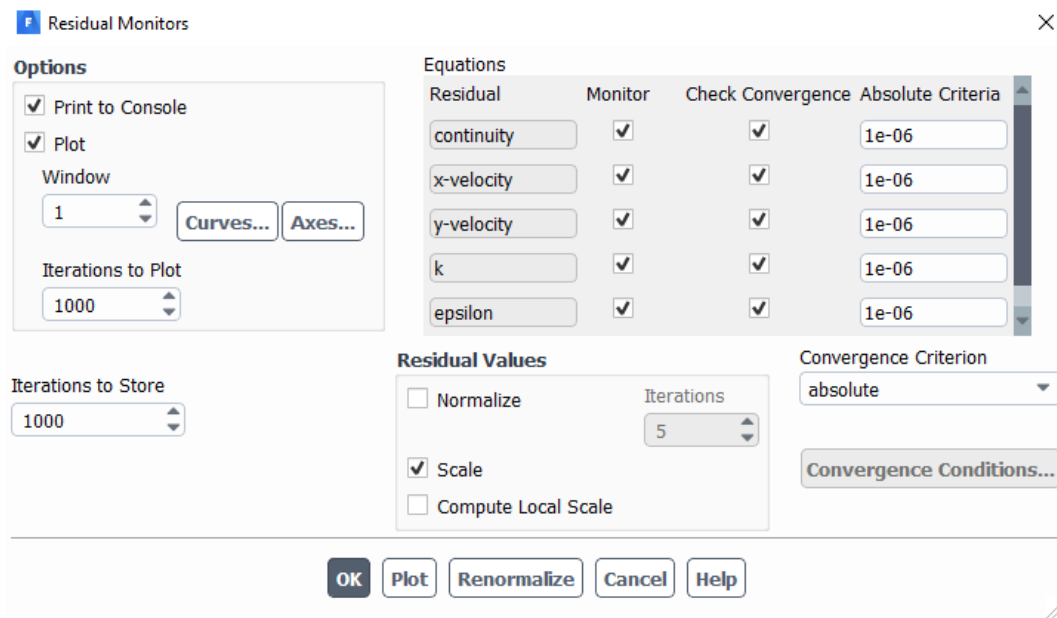
Frozen Flux Formulation

Warped-Face Gradient Correction

High Order Term Relaxation Options...

Geralmente utiliza-se os esquemas de discretização *upwind* de segunda ordem, devido à maior precisão que estes dispõem, mas em alguns casos a solução pode não convergir e um dos possíveis problemas pode ser o fato de alguma propriedade não convergir com esquemas de segunda ordem, portanto, em problemas de convergência esta deve ser uma das primeiras etapas a ser verificada.

Em *Monitors > Residual* definiu-se o critério de convergência como *Absolute*, foi definido tanto no tutorial (conforme mostra a figura a seguir), quanto no presente trabalho, que os resíduos deveriam atingir o valor de 10^{-6} . Entretanto, valores de até 10^{-4} em muitos casos mostram-se confiáveis. A figura a seguir mostra o monitor de resíduos:



Em *Solution > Initialization*, selecione em, *Solution Initialization*, a opção *Standard Initialization*. Em *Compute From* selecione a entrada, no caso da figura a seguir *inlet*, em seguida clique em *Initialize*.

Solution Initialization

Initialization Methods

Hybrid Initialization

Standard Initialization

Compute from

inlet

Reference Frame

Relative to Cell Zone

Absolute

Initial Values

Gauge Pressure (pascal)

0

Axial Velocity (m/s)

3.05

Radial Velocity (m/s)

0

Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)

0.02380077

Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)

0.03329899

Initialize Reset Patch...

Após os passos anteriores, por fim, deve-se executar a simulação. Em *Run Calculation*, clique em *Check Case*, essa opção verificará possíveis problemas que possam afetar, antes ou depois, a simulação e indicará possíveis soluções. Em seguida, defina os números de interações necessárias e clique em *Calculate*. Para esse caso 3000 interações é um bom número, mas pode ser menor, caso a solução não convirja, provavelmente a problemas em alguma das etapas. A figura a seguir mostra a janela *Run Calculation*.

Solution Initialization

Initialization Methods

Hybrid Initialization

Standard Initialization

Compute from

inlet

Reference Frame

Relative to Cell Zone

Absolute

Initial Values

Gauge Pressure (pascal)

0

Axial Velocity (m/s)

3.05

Radial Velocity (m/s)

0

Turbulent Kinetic Energy (m²/s²)

0.02380077

Turbulent Dissipation Rate (m²/s³)

0.03329899

Initialize Reset Patch...

A.6 Considerações finais

Os resultados não foram citados devido ao fato deste tutorial abordar uma simulação genérica mostrando os principais pontos da simulação do trabalho principal. A respeito dos resultados, eles podem ser manuseados pelas opções disponíveis no *Fluent* ou através de *softwares* externos como o Tecplot.

Na seção sobre malhas mostrou-se a construção de uma malha relativamente genérica, mas que mostra as principais opções usadas no trabalho, alguns detalhes tiveram que ser omitidos em prol do entendimento geral deste tutorial.

Este tutorial não possui o propósito de reproduzir a simulação apresentada neste trabalho, e sim mostrar os principais pontos que podem ser encontrados na simulação de um tubo no *Fluent*.