



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JOSUÉ MORAES MAIA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS: O USO DE *SOFTWARES* NA
APLICAÇÃO DO TEOREMA DO FUNDAMENTAL DO CÁLCULO PARA O
CÁLCULO DE ÁREA**

ABAETETUBA – PA

2023

JOSUÉ MORAES MAIA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS: O USO DE SOFTWARES NA
APLICAÇÃO DO TEOREMA DO FUNDAMENTAL DO CÁLCULO PARA O
CÁLCULO DE ÁREA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, como requisito final para obtenção do grau de Licenciado Pleno em Matemática, sob orientação da Prof.^a Dra. Suellen Cristina Queiroz Arruda.

ABAETETUBA – PA

2023

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

M217m Maia, Josué Moraes.
 Modelagem matemática e tecnologias: o uso de softwares na
 aplicação do teorema do fundamental do cálculo para o cálculo de
 área / Josué Moraes Maia. — 2023.
 16 f. : il. color.

 Orientador(a): Prof^ª. Dra. Suellen Cristina Queiroz Arruda
 Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
 Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de
 Matemática, Abaetetuba, 2023.

 1. Tecnologia. 2. Modelagem matemática . 3. Teoria
 fundamental do cálculo. I. Título.

CDD 510

JOSUÉ MORAES MAIA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS: O USO DE *SOFTWARES* NA
APLICAÇÃO DO TEOREMA DO FUNDAMENTAL DO CÁLCULO PARA O
CÁLCULO DE ÁREA**

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado e aprovado, para a obtenção do título de Licenciado Pleno em Matemática pelo corpo docente da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba.

Data da defesa: 21/12/2023

Conceito: EXCELENTE

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Suellen Cristina Queiroz Arruda

Presidente/Orientadora - FACET/CUBT/UFPA



Profa. Dra. Laila Conceição Fontinele

Membro Interno – FACET/CUBT/UFPA



Prof. Dr. Victor Viana Oliveira

Membro Interno – FACET/CUBT/UFPA

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, desejo expressar minha gratidão a Deus por ter me ajudado até o momento, guiando-me no caminho correto e sempre abençoando meus planos, tornando-me forte e corajoso.

Agradeço também aos meus pais, Rosália e Marcelino, por terem me auxiliado nessa jornada, apoiando e incentivando meus estudos. Em especial, agradeço à minha mãe, que esteve sempre ao meu lado diante de todos os desafios presentes na vida acadêmica e pessoal, sempre me encorajando e afirmando que eu poderia alcançar todos os meus sonhos.

Aos meus avós, Maria José e Raimundo, por terem cuidado de mim como se fossem meus pais e também por me motivarem continuamente.

Ao meu tio, Márcio, que além de tio é um irmão e um pai para mim, sempre que possível me ajudando e acreditando em mim.

Ao meu amigo de infância, Richr Marques, com quem estudei desde o ensino fundamental até a graduação, sempre foi meu parceiro na universidade e sempre nos apoiamos nos nossos objetivos e metas.

À minha orientadora, Prof.^a. Dr.^a. Suellen Cristina Queiroz Arruda, que foi uma mãe acadêmica, sempre incentivando e dando puxões de orelha quando necessário, nos mostrando que é possível alcançar a excelência com esforço e dedicação, servindo como exemplo de profissional para mim. Será sempre um legado na minha carreira acadêmica ter tido a senhora como orientadora.

Por fim, agradeço aos demais que não foram citados, mas que de alguma forma contribuíram para a minha construção acadêmica, pessoal e profissional. Aqui ficam os meus mais sinceros agradecimentos.

“Sê forte e corajoso; não temas, nem te espantes; porque o Senhor teu Deus é contigo, por onde quer que andares.”

(JOSUÉ 1:9)

Modelagem Matemática e Tecnologias: o uso de *softwares* na aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo para o cálculo de área.

Josué Moraes Maia¹

Universidade Federal do Pará

Suellen Cristina Queiroz Arruda²

Universidade Federal do Pará

RESUMO

A pesquisa aborda a inserção do uso de Tecnologias Digitais articuladas aos pressupostos da Modelagem Matemática (MM) no ensino. Tem como objetivo descrever o processo de modelagem matemática envolvendo os softwares GeoGebra e LANDSAT no Teorema Fundamental do Cálculo. Para alcançar o objetivo, a metodologia foi baseada em estudo sistemático de referenciais teóricos tais como: Burak (1987), Barbosa (2001), Araújo (2002), Borba (2002), Borba e Villarreal (2005) e outros. Esses recursos digitais auxiliaram no cálculo da área de uma região do mapa terrestre, especificamente da região da Vila de Beja, localizada no município de Abaetetuba no Estado do Pará. Visando obter um modelo matemático para cálculo de área, obtendo uma área próxima do real, além de fazer uma análise sobre o processo histórico da origem do Cálculo e sua aplicabilidade e potencialidade no processo de ensino. Os resultados apontaram que o uso das tecnologias digitais potencializa o trabalho de modelagem matemática, objetivando as aprendizagens de conceitos e representações matemáticas.

Palavras chaves: Tecnologia, Modelagem matemática. Teoria fundamental do cálculo.

INTRODUÇÃO

A busca por maneiras simplificadas e didáticas de ensino é alvo de diversas pesquisas relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem, sejam na Educação Básica ou no Nível Superior. Marques et al. (2021) nos diz que

[..] a prática de aprendizagem ativa se concentra em uma variedade de ferramentas usadas para envolver cognitivamente os alunos, acumulando conhecimento e desenvolvendo esquemas de uma forma que eles, em certa medida, possuem maior autonomia sobre a aprendizagem (Marques et al, 2021, p.720).

E essa busca foi marcada pela inserção do uso dos recursos, apesar disso ainda se encontra desafios em relacionar tecnologia com ensino. Por esse motivo quando pensamos especificamente no ensino de matemática, observamos uma gama de possibilidades para a união com a tecnologia, vemos um grande potencial efetivo, então se usa dessa conjuntura para auxiliar o ensino de matemática, aplicada ao ensino de maneira didática e ligada ao cotidiano.

1 Universidade Federal do Pará (UFPA). ORCID: <http://orcid.org/0009-0004-1543-0166>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5033630489953608> E-mail: josue.maia@abaetetuba.ufpa.br

2 Universidade Federal do Pará (UFPA). ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8901-20290>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1203082969745385> E-mail: scqarruda@ufpa.br

Frente ao crescente uso das tecnologias em nossa sociedade e considerando sua relevância para o ensino da matemática, possibilitando ao estudante a um conhecimento rápido, dinâmico, interativo e acompanhado de um raciocínio lógico, surgem os *softwares* educacionais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais sinalizam a necessidade do professor aprender a escolher os *softwares* em função dos objetivos propostos no plano de aula e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem (Brasil, 1997).

Neste trabalho, se buscar fazer a interface entre modelagem matemática e o uso de tecnologias, especificamente o *software GeoGebra*, tendo como objetivo usar a tecnologia como artifício para calcular a área de uma região do mapa usando o Teorema Fundamental do Cálculo, visando também mostrar como a modelagem matemática pode ser unida com recursos digitais, como *softwares* matemáticos.

O CONTEXTO HISTÓRICO DO CÁLCULO E O TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO (TFC)

Nesta seção, faremos uma breve imersão histórica de como a teoria do cálculo começa, seu desenvolvimento e modificações ao longo do tempo, assim como apresentar seus principais percursos.

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'Ambrosio, 1999, p. 97).

O cálculo possui uma história extensa com diferentes perspectivas e teóricos. De acordo com Eves (2004, p. 418), “os primeiros problemas da história do cálculo diziam respeito ao cálculo de área, volumes e comprimentos de arcos”. Os registros matemáticos mais antigos têm origem no Egito Antigo, neles é possível encontrar estudos sobre área de superfícies curvas e volume de tronco de pirâmide. Podemos citar, o papiro de Moscou, também conhecido como papiro de Golonishev, escrito aproximadamente em 1890 a.C., onde o escriba pede a área da superfície de um cesto, e resolve a questão com um cálculo semelhante a uma fórmula de integração (Boyer, 2010).

Durante a Grécia Antiga, Arquimedes (212-287 a.C.) desenvolveu o método do equilíbrio, que consistia em calcular áreas de regiões limitadas por diversas formas geométricas como a parábola. Arquimedes conseguia alinhar feixes planos paralelos à região, criando dessa forma um ajuste mais preciso para o cálculo de área.

Dando um longo salto na história, os séculos XVI, XVII e XVIII foram os períodos de maior importância para a matemática como ciência, marcado pela transição entre a antiguidade e a

modernidade. Influenciado por Arquimedes, o filósofo francês René Descartes (1596-1690) foi considerado um dos grandes matemáticos da Idade Moderna, sua mais famosa obra é “La géométrie”, que teoriza os primeiros passos para a construção da geometria analítica.

Descartes estava interessado seriamente na matemática quando passou com o exército bávaro o frio inverno de 1619, em que ficava na cama até as dez da manhã pensando em problemas. Se Descartes em 1628 estava ou não em completa posse de sua geometria analítica não é claro, mas a data efetiva da invenção da geometria cartesiana não pode ser muito posterior a isso (Boyer, 2010, p. 231).

No século XVII existia uma espécie de rivalidade entre os estudiosos da matemática, o também francês Pierre Fermat (1601-1665) era o rival direto de Descartes, sendo que ambos não eram considerados matemáticos profissionais por conta da formação acadêmica em direito. Fermat também contribuiu para o desenvolvimento da geometria analítica, porém, divergiu dos métodos utilizados por Descartes.

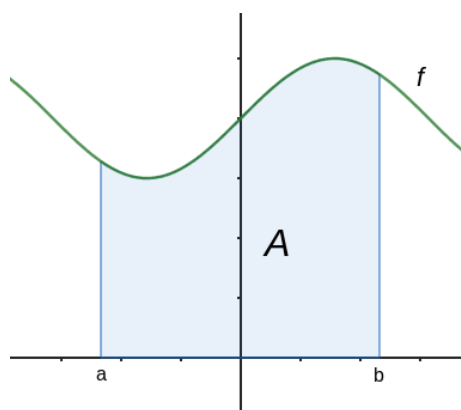
Um fato curioso é que Fermat nunca publicou seus estudos, mas Mersenne (1588-1648), que era matemático e filósofo, ficou sabendo das maravilhas que Fermat desenvolveu, entre elas o método para achar a tangente de curvas, que se assemelha muito ao conceito atual de derivada.

Em meados de 1664 começa a era de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), importantes matemáticos que desenvolveram um acervo gigantesco de teorias que são essenciais para o cálculo diferencial integral que conhecemos hoje. O conhecimento envolvido na resolução do cálculo de área e de volume se deve ao Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), resultado oriundo das teorias desenvolvidas por Newton e Leibniz durante o século XVII e XVIII.

Dada uma função f positiva, suponhamos que exista uma área que compreenda o gráfico de f e o eixo das abcissas no plano no intervalo de $[a, b]$, veja Figura 1. Se a função f for integrável no intervalo $[a, b]$ e se F for uma primitiva de f em $[a, b]$, obtemos pelo TFC que a área delimitada por f e pelas retas $x = a, x = b, y = 0$ é dada por

$$A = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Figura 1 - Área de uma região definida por uma função.



Fonte: Autoria própria, construído no GeoGebra, 2023.

Como vimos, o cálculo vem sendo desenvolvido há muitos séculos, e mesmo com todo esse tempo de pesquisa, os estudos continuam sendo importantes para os matemáticos contemporâneos e sendo de fundamental importância para os pesquisadores em matemática pura e aplicada.

MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS

Esta pesquisa baseia-se nas concepções sobre modelagem matemática de dois autores ligados à Educação Matemática, onde cada autor possui uma perspectiva diferenciada acerca da temática, que depende exclusivamente de sua interpretação e do contexto analisado.

Para Burak (1987), a modelagem matemática deve explorar fenômenos que ocorrem na vida cotidiana, objetivando uma melhor compreensão podendo ser construído um modelo de acordo com o fenômeno estudado. Já para Barbosa (2001), é necessário um ambiente propício para o aprendizado, local onde os alunos despertam o senso de investigação e indagação sobre as realidades estudadas.

Quando se fala em modelagem matemática, devemos pensar em maneiras de aplicar determinada situação ou fenômenos que o cercam, levando essa reflexão para o contexto matemático utilizando de técnicas metodológicas. Podemos realizar estudos nos diversos campos da ciência, exemplo disso é a aplicação no campo da geografia, especificamente na área de mapas da cartografia, criando um modelo que faça mensuração de área real de um determinado espaço geográfico.

As tecnologias estão presente no nosso cotidiano, tornando-se algo habitual a qualquer indivíduo, elas possuem a capacidade de transformar dados em informações com alto potencial produtivo. No contexto escolar, o uso de tecnologias abre um leque de possibilidades para o ensino, podendo ser utilizadas para facilitar o aprendizado dentro e fora de sala de aula. De acordo com Araújo (2002),

Parece haver uma solicitação natural pelo uso de computadores e/ou calculadoras quando se está desenvolvendo algum trabalho de modelagem matemática, mostrando que as tecnologias são de suma importância para o processo de aprendizagem dos alunos e o quanto ela pode ser libertadora (Araújo, 2002, p. 43).

Conforme Borba (2002) e Borba e Villarreal (2005), a modelagem e o uso de tecnologias são duas tendências que possuem uma “ressonância”, isto é, estão em acordo uma com a outra. Portanto, a integração das tecnologias digitais e da modelagem matemática possibilita um ambiente propício para a construção do conhecimento por meio de simulações e investigações do processo de modelagem, proporcionando uma maior autonomia e aprendizagem significativa.

MODELAGEM PARA O CÁLCULO DE ÁREA DA VILA DE BEJA

De acordo com Nascimento e Pires (2020, p. 13), “a aplicação mais direta da integração pela diferenciação é o cálculo da medida de áreas e volumes, com o objetivo de vislumbrar uma aplicação acessível e que aproxime o aluno da realidade no processo de ensino e aprendizagem no Ensino Superior”. Sendo assim, escolheu-se a região da Vila de Beja como situação a ser modelada para o cálculo de área a partir da aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo.

Figura 2 - Portal de Beja e Jornal antigo sobre sua fundação.



Fonte: Facebook Vila de Beja; Biblioteca pública Profa. Miguelina.

A Vila de Beja é um distrito do município de Abaetetuba, na região do Baixo Tocantins do Estado do Pará, sendo refúgio de verão do povo abaetetubense por conta de uma belíssima praia localizada às margens da Baía do Capim. A fundação de Beja teve início por volta de 1935, com o processo de ocupação e catequização pelos padres capuchinhos, que no período eram oriundos do Convento do Una, situado em Belém. Os padres percorriam a região se unindo ao povo indígena remanescente da tribo Mortiguar, sendo que, na época, o local era conhecido como Samaúna.

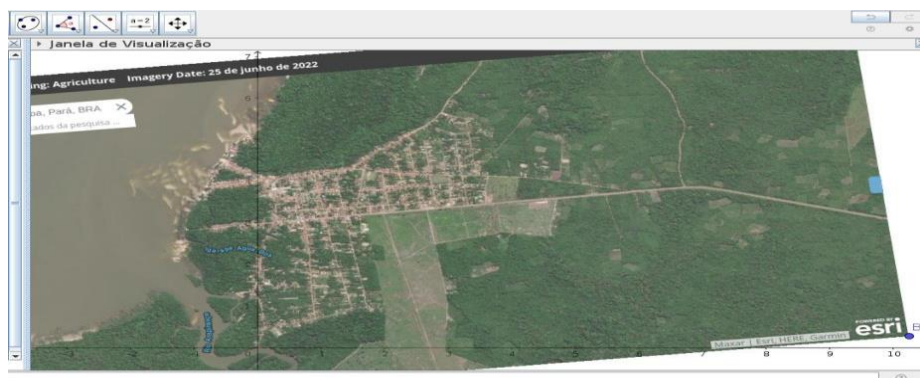
Antes da Vila de Beja ser considerada parte de Abaetetuba, Beja e Abaetetuba eram vilas distintas e independentes uma da outra. A região passou por diversos processos políticos enquanto

independente, porém com o passar dos anos Beja foi perdendo autonomia por conta de decisões governamentais e em 1839 tornou-a anexo da Vila de Abaeté.

As tecnologias digitais usadas nesta pesquisa foram os programas Landsat Explorer e *GeoGebra*. O programa LANDSAT Explorer, projetado pela empresa americana ESRI, que é especializada na criação de *softwares* para análises de dados geoespaciais, disponibiliza imagens via satélite para mapeamento geográfico. O *software* matemático *GeoGebra*, muito famoso no ramo acadêmico pela diversidade de aplicações na área da matemática, criado em 2001 pelo professor austríaco Markus Hohenwater, é um recurso tecnológico gratuito de manuseio intuitivo, podendo ser baixado em computadores, *tablets* e celulares, que proporciona a criação de pontos, retas, segmento de retas, exibição de ângulos, figuras geométricas, cônicas, curvas, funções trigonométricas, figuras espaciais, Estatística, Probabilidade, dentre outros recursos (Navarro; Werneck; Candido, 2015).

No processo de modelagem da área urbana de Vila de Beja, a imagem da região, obtida via satélite pelo *software* Landsat Explorer, foi adicionada na janela de visualização do *GeoGebra*, como mostra a Figura 3, usando escalas cartográficas convenientes.

Figura 3 - Inserção do mapa no GeoGebra.



Fonte: Autoria própria, 2023.

Em seguida, alguns ajustes na imagem foram necessários para um melhor enquadramento da região no *GeoGebra*, sendo a imagem movida de modo que pudéssemos visualizar toda a área da Vila de Beja no primeiro quadrante do plano cartesiano. Para o ajuste de curvas, foi utilizado a função <pontos> da barra de ferramentas do *GeoGebra* para fazer uma sequência de marcações estratégicas da área desejada, observe a Figura 4.

Figura 4 - Marcação dos pontos sobre a imagem no GeoGebra.

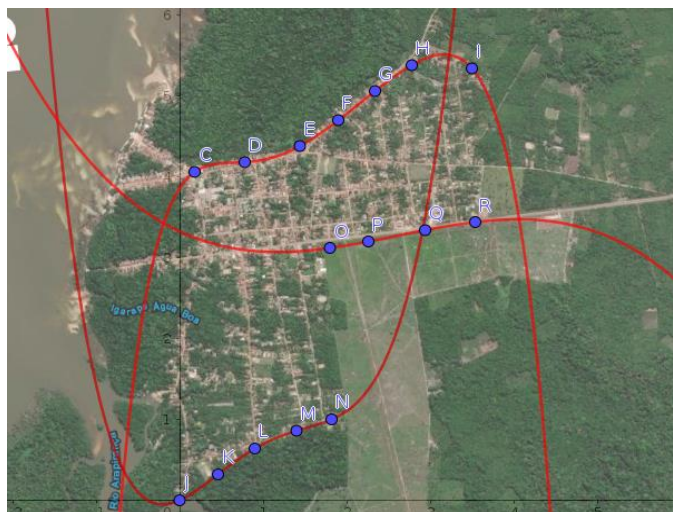


Fonte: Autoria própria, 2023.

Na etapa seguinte foi utilizado a função <Lista de pontos> da barra de ferramentas do *GeoGebra* para separar os pontos marcados em três agrupamentos: o primeiro agrupamento sendo o intervalo de pontos [C,I]; o segundo [J,N] e o terceiro [O,R], ou seja, três listas de pontos, os quais são: $l1 = \{C, D, E, F, G, H, I\}$, $l2 = \{J, K, L, M, N\}$ e $l3 = \{O, P, Q, R\}$.

Após o processo acima, o comando <polinômio(<Lista de Pontos>> foi digitado na caixa de entrada para cada uma das listas de pontos, aparecendo o gráfico das funções f, g e h na janela de visualização, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 5 - Funções polinomiais definidas pelas listas de pontos.

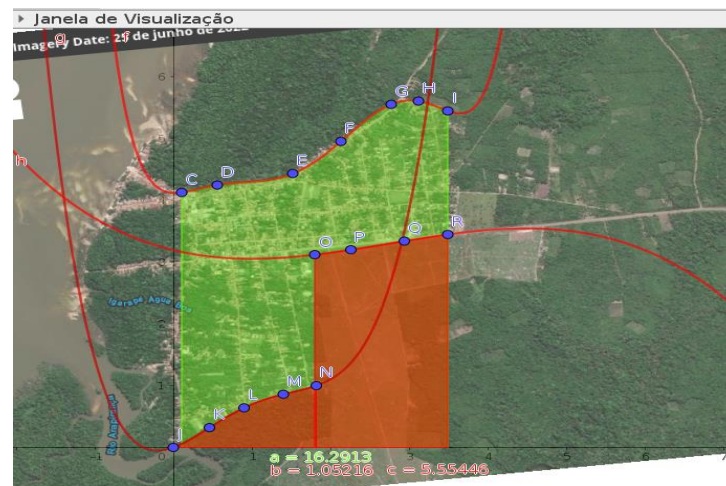


Fonte: Autoria própria, 2023.

Depois de definidas as funções necessárias, calculamos as áreas das regiões delimitadas pelas funções usando o comando <Integral(<função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>>. Para a

função f , digitamos $\langle \text{Integral}(f(x),x(C),x(I)) \rangle$, para a função g aplicamos $\langle \text{Integral}(g(x),x(J),x(N)) \rangle$ e, por fim, para a função h digitamos como $\langle \text{Integral}(h(x),x(O),x(R)) \rangle$. Conforme mostra a Figura 6, a área definida por cada função aparece na tela do *GeoGebra*, com os seguintes valores, respectivamente: $a = 16,2913$, $b = 1,05216$ e $c = 5,55446$.

Figura 6 - Áreas das regiões definidas pelas funções polinomiais.

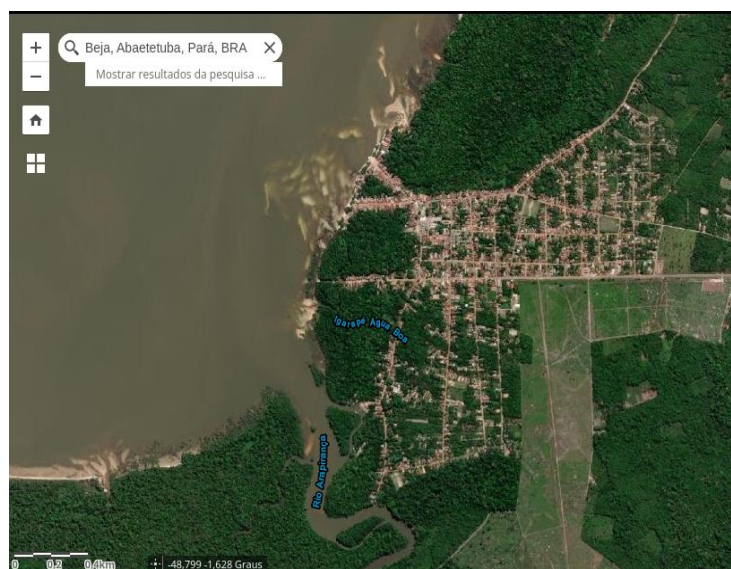


Fonte: Autoria própria, 2023.

Como podemos observar nas Figuras 5 e 6, existem duas regiões que não pertencem a área urbana da Vila de Beja, que são justamente as áreas cujos valores são b e c , definidas pelas funções g e h . Assim, a região que corresponde a área urbana de Vila de Beja, denotada por A , está sinalizada na cor verde, cuja área é calculada fazendo a diferença entre o valor a e a soma dos valores de b e c , isto é, $A = 16,2913 - (1,05216 + 5,55446) = 9,68468$.

A área encontrada acima segue as definições ajustadas no *GeoGebra*, sendo necessário alguns mecanismos para obtermos a área real da Vila de Beja. Para tal, foi feito o uso da escala cartográfica que a própria imagem via Landsat Explorer forneceu, como se pode observar no canto inferior esquerdo da figura abaixo.

Figura 7 – Escala cartográfica da imagem da Vila de Beja.



Fonte: Landsat Explorer, 2023.

Conforme a Figura 7, a escala dada pela imagem fornecida pelo Landsat Explorer é de 0,4km. Assim, a área real da zona urbana de Vila de Beja, calculada usando o *GeoGebra*, será de $1.549.548,8m^2$. Este resultado possui uma aproximação satisfatória da área de Vila de Beja obtida pelo aplicativo “Fields Area Measure PRO”, que permite calcular áreas de localidades no globo terrestre com precisão e eficiência.

Figura 10 – Área da Vila de Beja calculada por aplicativo.



Fonte: App Medir Área Terrestre, com adaptações, 2023.

Notemos que a área encontrada pelo aplicativo Medir Área Terrestre é de $1,54km^2$, que convertendo dá $1.540.000m^2$. Dessa forma, constatamos que a aplicação do Teorema Fundamental do Cálculo na modelagem para o cálculo de área nos dá resultados exitosos quando comparados com os valores reais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, esse trabalho tem como finalidade promover a união entre tecnologia e matemática, através da modelagem que percorre pelas concepções da Educação Matemática, aplicando tais fundamentações ao Teorema Fundamental do Cálculo e colocando como prática no cálculo de área da Vila de Beja. Além de fazer rebuscamento de elementos históricos do surgimento do cálculo e Vila de Beja, que é a região alvo dos estudos realizados, assim como mostrar a importância de fazer uso da modelagem matemática no processo de ensino, haja vista que a modelagem age como método de intervenção na metodologia de ensino tradicional, associando elementos do cotidiano como a própria tecnologia, visando a ascensão do senso investigativo e indagativo nos alunos da educação básica e ensino superior.

Burak (1992, p. 62) discorre que a modelagem “é o conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Buscando ascender avanços no processo de ensino e aprendizagem em matemática, mostrando que a Matemática está presente em diferentes ramos da Educação, buscando a interdisciplinaridade e metodologias diferenciadas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática**: as discussões dos alunos. Universidade Estadual Paulista. Campus Rio Claro. São Paulo, 2002.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Concepções de Modelagem Matemática: contribuições teóricas. **Educ. Mat. Pesqui.** V.10. São Paulo. 2008. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/download/1642/1058>>. Acesso em: 9 de novembro de 2023.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomides. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BORBA, M. C. **O computador é a solução: mas qual é o problema?** In: SEVERINO, A. J.; FAZENDA, I. C. A. (Orgs.) Formação Docente: rupturas e possibilidades. Campinas, SP: Papirus, 2002. p.141-162.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Unicamp, 2004.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A.** 6. ed. São Paulo: Makron Books, 2006.

GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de Cálculo**, V. 1, Livros Técnicos e Científicos Ed. Ltda, 5ª edição, 2001.

NASCIMENTO, N. O.; PIRES, R. F. Teorema Fundamental do Cálculo: uma análise histórica e aplicação do conceito de integral. **Rev. Em Teia, Ed. Matemática e Tecnologia UFPE.** Vol. 11, nº 3, 2020.

MARQUES, H. et al. **Inovação no ensino: uma revisão sistemática das metodologias ativas de ensino-aprendizagem.** Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1414-40772021000300005>>. Acesso em: 9 nov. 2023.