UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

FACULDADE DE MATEMÁTICA

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ'S NA AULA DE MATEMÁTICA

Belém - Pá

2022

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ'S NA AULA DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará, como requisito básico para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. João Batista do Nascimento

Belém – Pá
2022

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ’S NA AULA DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará, como requisito básico para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. João Batista do Nascimento

Aprovado em:

Banca Examinadora:

Prof. Ms. João Batista do Nascimento – Orientador –

Docente FACMAT – UFPA.

Prof. Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz

Docente FACMAT – UFPA

Prof. Dr. Emerson Batista Gomes

Docente – UEPA.

Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros
Docente – UFPA.

Belém - Pá
2022

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus, pelos caminhos que me oferece.

À minha família, por sempre apoiar minhas escolhas, pelo carinho e pala compreensão nos momentos finais, especialmente meus pais que sempre lutaram e me incentivaram a buscar novos caminhos e por todos os sábios conselhos durante está longa jornada.

Agradeço aos meus irmãos Rafael e Herison, por sempre estarem ao meu lado em todos os momentos, por todos os momentos no qual compartilhamos alegrias e tristezas. Entre amigos e amigas, agradeço especialmente a Taynara Correa por sempre me motivar durante esta caminhada, aos demais amigos Evelyn Sabrina, Jairo Sena, Carolina Barros, Andréa Santos, Beatriz Farias, por todos os momentos de apoio e motivação.

Agradeço aos funcionários da secretaria e todos os docentes que estiveram orientando e ensinando durante esta jornada. Em especial, ao professor MsC João Batista, pela paciência, confiança, e oportunidade de ser seu orientando e ser tão competente e envolvido nas orientações, seus incentivos e cobranças sempre procurando extrair o melhor.

RESUMO

Neste trabalho iremos apresentar três propostas no uso das histórias em quadrinhos (HQs) envolvendo matemática, pois achamos diversos estudos indicando ser esse recurso envolvido num quantitativo expressivo de elementos que ajudam na aprendizagem e nos fez conceber por objetivo central construir material para capacitação docente em matemática envolvendo esse recurso. O produzido versa nos conteúdos Sistema de Numeração, Combinatória e Teorema de Pitágoras e transversalmente, parte importante na estruturação de personagem de HQ, trazem temas do contexto cultural paraense, respectivamente, lenda do Curupira, Causo\Visagem e Caranguejo bragantino. A construção metodológica mais subjacente em cada proposta é fundamentar matematicamente a ação docente para que promova aula que faça com que a leitura da história em quadrinhos pelos discentes se integre num processo de ensino e aprendizagem. Complementarmente temos por objetivo envolver docente numa breve descrição histórica das histórias em quadrinhos na sociedade e seu uso como recurso didático. Para isso, como referencial teórico utilizamos obras de VERGUEIRO (2004, 2013 e 2017) que discute a HQs na sala de aula e traz os pioneiros no estudo no Brasil, incluindo pesquisas acadêmicas, bem como NETO (2013 e 2015), que aborda as histórias em quadrinhos e práticas educativas, entre outros. E a metodologia que mais utilizamos se baseou no estudo bibliográfico de HQ como recurso didático e dos conteúdos de matemática das propostas.

Palavras-chave: Educação Matemática, Histórias em Quadrinhos, Ensino.

ABSTRACT

In this work we will present three proposals for the use of comics (comics) involving mathematics, as we found several studies indicating that this resource is involved in a significant amount of elements that help in learning and made us conceive as a central objective to build material for teacher training in mathematics involving this feature. The material produced deals with the Numbering System, Combinatorial and Pythagorean Theorem contents and, transversally, an important part in the structuring of the comic book character, brings themes from the cultural context of Pará, respectively, legend of Curupira, Causo\Visagem and Crab Bragantino. The most underlying methodological construction in each proposal is to mathematically base the teaching action so that it promotes a class that makes the reading of comics by the students integrate into a teaching and learning process. In addition, we aim to involve teachers in a brief historical description of comics in society and their use as a didactic resource. For this, as a theoretical reference we used the works of VERGUEIRO (2004, 2013 and 2017), which discusses comics in the classroom and brings the pioneers in the study in Brazil, including academic research, as well as NETO (2013 and 2015), who addresses comics and educational practices, among others. And the methodology we used the most was based on the bibliographic study of comics as a didactic resource and the mathematics content of the proposals.

Keywords: Mathematics Education, Comics, Teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

MINHA TRAJETÓRIA

Davison Renan Abreu de Sousa, Nasceu em 03/08/1997, ainda graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará, FAMAT\Belém. Desde minha infância convivi e consumi muitos quadrinhos, como a *Turma da Monica*, *Mickey*, *Tio Patinhas*, *Pato Donald* e *Zé Carioca*, etc,

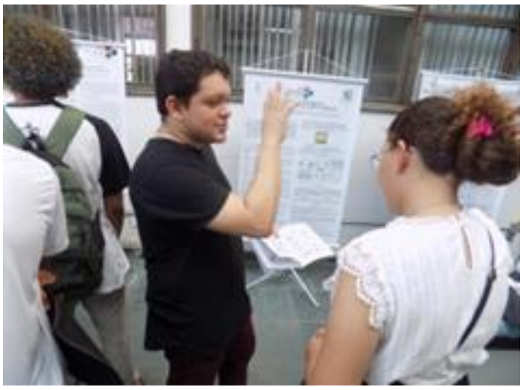
O convívio com os quadrinhos me levou ao estímulo da arte através dos desenhos, percebendo uma crescente participação dos quadrinhos asiáticos (mangás) no Brasil, assim como, a adaptação de obras para series animadas, influenciando o meu gosto pelos desenhos.

Quando ingressei na Universidade Federal do Pará, me deparei com a oportunidade de conciliar um gosto pessoal com os quadrinhos e minha área de estudos. Através das orientações e motivações do professor MsC. João Batista do nascimento, inicia-se timidamente um estudo em grupo sobre a aplicação dos quadrinhos no ensino da matemática, o qual foi apresentado em sala durante atividades curriculares.

Percebendo que esta área de pesquisa é intrigante e desconhecida do meu âmbito até o momento, resolvo aprofundar-me em pesquisas e fico estarrecido com o tamanho e grandiosidade dos estudos e pesquisas que envolvem as histórias em quadrinhos na educação. Assim, junto com o professor MsC. João Batista do Nascimento e através de suas orientações, iniciou-se um aprofundar no conteúdo, e por consequência, realizei minhas primeiras publicações sobre a pesquisa em eventos nacionais e locais de matemática e educação.

Figura 1: Apresentação de trabalho na X Bienal de Matemática\Belém.

Figura 2: Apresentação no XIII EPAEM – Encontro Paraense e Educação Matemática



Fonte: Acervo do Autor

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Ensinar matemática continua sendo um dos maiores desafios, uma vez que diversos fatores alimentam ideia de que matemática é algo difícil, por vezes desnecessária e negativamente problemática. Segundo D'Ambrosio (1989) o ensino da matemática no Brasil lamentavelmente ainda se fundamenta na habitual aula expositiva, ao qual o professor reproduz para a lousa um resumo daquilo que considera importante e suficiente para que ocorra o processo de ensino, portanto incentivando diversificar formas de ensino.

Tendo este pensamento, fica preponderante tornar ensino de matemático mais atrativo e interessante, o que tem levado educadores estudar visando usar meios e ferramentas que possam lhe auxiliar, tais como jogos, Softwares, vídeos, etc., e uma dessas que nos chamou atenção pelo imenso potencial de ajudar por estimular na compreensão e resolução de exercícios, além de exercitar à criatividade dos alunos, é o uso de Histórias em Quadrinhos (HQs). Posto que, o cerne do educacional é ensino básico, sendo esse composto por crianças e adolescentes, de modo geral, os quais se interessam fortemente por histórias em quadrinhos (HQs), embora, sua leitura é um passatempo bastante comum até mesmo entre jovens e alguns adultos.

Muitos autores já dedicaram suas pesquisas no uso de histórias em quadrinhos (HQs), em sala de aula (LUYTEN 1985a, 1985b, 2000; MOYA (1997); VERGUEIRO (2012\4), estudando elementos que ratifique a utilização desse recuso em meios educacional. Havendo diversos indicativos de que HQs ampliam o processo educativo e cognitivo por combinarem a imagem (comunicação visual) com o texto escrito (comunicação verbal). Desta forma, é valioso compreendermos as HQs não apenas uma forma de expressão que crianças encontram com facilidade e utilizam como meio de passatempo. As histórias podem conter elementos significativos que oferecem aos estudantes informações importantes quanto a determinados assuntos, servindo ao educador como ferramenta mediadora do conhecimento, complementando conforme destaca D' AMBROSSIO (2011, p. 88).

> Uma finalidade importante da educação é dar condições aos indivíduos para que possam lidar com situações novas, sejam capazes de organizar suas experiências criando novas sequências de ações e de explicação. (2011, p. 88)

De certa forma, podemos dizer que as histórias em quadrinhos vão ao encontro das necessidades do ser humano, uma vez que se utiliza abundantemente um elemento de comunicação que esteve presente na história, as imagens gráficas ou comumente mais conhecidas como pinturas rupestres.

Entretanto, embora as figuras nas cavernas atendessem adequadamente as necessidades de comunicação do homem primitivo, logo elas se mostrariam insuficientes para acompanhar o desenvolvimento humano e suas necessidades, a escrita simbólica, grafada em materiais mais leves como o couro e pergaminhos por exemplo, passou a funcionar como elemento básico de comunicação. Além disso, a caracterização dos primeiros alfabetos guardou relações com a imagem daquilo que pretendia representar, construindo o que se conhece como escrita ideográfica. É o caso dos hieróglifos e da escrita Japonesa por exemplo.

Por outro lado, é fato que até hoje, tanto no Brasil como em muitos países, as histórias em quadrinhos ainda parecem enfrentar dificuldades no que diz respeito a sua legitimação. Segundo Waldomiro Vergueiro (2017, p. 5) “Até recentemente, iludidos por campanhas publicitárias, muitos pais e educadores achavam que os quadrinhos representavam uma ameaça ao desenvolvimento intelectual e social de seus filhos e alunos”. Essas atitudes podem ser resquício dos fatos ocorridos em meados de 1954, final da época denominada “*Era de ouro*” e início da “*Era de Prata*” dos quadrinhos Norte – Americanos, os quais sofreram grandes censuras impostas pela indústria dos quadrinhos através do Comics (CC) que funcionava como um selo de garantia.

No Brasil, quem primeiro introduziu disciplina específica sobre o tema “*histórias em quadrinhos*” em curso de graduação foi a Universidade de Brasília-UnB, durante a década de 1970 e em organizar um curso de especialização exclusivamente sobre o assunto a Universidade de São Paulo - USP, anos 1990, mas ainda não são muitas as instituições de ensino superior que possuem grupos de pesquisa dedicados ao tema.

Acresce ainda que há fortes indicadores denunciando que ensino de matemática no Brasil tem carências profundas, e algumas até crônicas, exigindo que possibilidades que possam enriquecê-lo sejam desenvolvidas e disseminadas. E, tudo isso se envolvendo ainda com o gosto pela arte dos quadrinhos do autor, o que o fez desenvolver e apresentar em equipe numa disciplina de laboratório de ensino ministrada pelo docente orientador, um exemplo de uso de HQ originalmente feito para tal fim.

Tomamos como inspiração esses estudos e por palavras como essas de VERGUEIRO (2017, p. 9; 21):

> Nada é diferente no que diz respeito à pesquisa em quadrinhos. Pode-se até dizer que neles, devido aos aspectos inovadores do tema como objetivo de pesquisa, esse trajeto é ainda mais irregular e as dificuldades parecem mais avassaladoras. (2017, p. 9)
>
> [...] Existem vários motivos que levam as histórias em quadrinhos a terem um bom desemprenho nas escolas, possibilitando resultados muito melhores do que aqueles que se obteria sem elas (2017, p.21).

O objetivo principal deste é apresentar três propostas que delineiam processo em capacitação docente em matemática dentro de uma concepção metodológica envolvendo usar HQ numa abordagem mesclando conteúdo tanto em aula formal quanto via leitura de HQ contextualizado produzido especialmente para esse fim.

No que segue, parte de estudos biográficos, apresentaremos um histórico em quadrinhos, da sua gênese aos dias atuais, em países do ocidente e no Brasil; no seu uso na educação e, particularmente, no ensino de matemática. Nisso constataremos que, embora diversos estudos indiquem haver nesse recurso um quantitativo expressivo de elementos que contribuem na aprendizagem, sua utilização ainda é bastante limitada e até esparso no ensino de matemática. No tópico seguinte, relatamos exemplos especificamente no ensino de matemática em nível internacional e nacional, complementando com informações da nossa ação em sala de aula.

Finalizando, apresentaremos nossa construção que baliza processo de capacitação docente que inclui delineamento em como propomos usar os concebidos HQ, deixando os elementos de cada uma das três propostas, os quais são: conteúdo matemático, motivação (contexto da cultura paraense) e o HQ propriamente .

1 CAPÍTULO 1 – UM HISTÓRICO EM HQ E DO SEU USO COMO RECURSO DIDÁTICO

Para Martíns (1978, p.11), as histórias em quadrinhos constituem "uma história narrada por meio de desenhos e texto inter–relacionados que representam uma série progressiva de momentos e significados". Assim, as histórias em quadrinhos caracterizam-se como um gênero socialmente abrangente, com características expressivas peculiares que, como veremos, ao longo do tempo foram deixando de ser uma leitura para distrair crianças e jovens, compondo até material de críticas sócias, fazendo com que através dessas seja possível entendermos modificações que ocorre na sociedade, portanto potencializa mudanças educacionais, posto que, o uso de HQs em sala de aula faz-se interessante aos conteúdos, além de ser um instrumento para o fortalecimento do senso crítico, devido seu forte apelo visual e diálogos que, por vezes, tendendo proximidade da realidade.

1.1 Um Breve Percurso ao Passado e Sua Origem

As histórias em quadrinhos vêm ao encontro da padronização de conteúdos, também incorpora a globalização econômica em seus processos de produção garantindo a sobrevivência em um mercado cada vez mais competitivo. Para entender um pouco melhor todo esse processo, temos que conhecer um pouco mais a evolução das histórias em quadrinhos, e por consequência os fatos da resistência deste meio de comunicação até hoje.

É certo que as histórias em quadrinhos vão ao encontro das necessidades do ser humano de utilizar-se de pinturas e gravuras como elemento de comunicação, algo presente na história da sociedade desse os primórdios da civilização ao transformar as paredes das cavernas em grandes murais e registrar variadas situações, como diversos historiadores relatam. E conforme as sociedades iriam evoluindo para construção de alfabetos, os quais são formas de desenho mais elaborados, dado que, esses envolvem desenhos e sons, e o surgimento do alfabeto agrega fonética e imagem. Mas, por outro lado, vale ressaltar que o acesso a palavra escrita ocorreu de forma gradual, atingindo inicialmente apenas as parcelas mais privilegiadas da população, o que possibilitou a permanência da imagem gráfica como elemento essencial de comunicação na história.

À medida que a sociedade evolui, o surgindo da indústria tipográfica foi culminante, sendo esse palco de uma infinidade de possibilidades tanto em termos da palavra impressa quanto de elementos pictóricos, seguindo do surgimento de grandes cadeias jornalísticas, criando condições para o aparecimento das histórias em quadrinhos como meio de comunicação em massa.

> Despontando inicialmente nas páginas dominicais dos jornais norte – americanos e voltados para as populações de migrantes, os quadrinhos eram predominantemente cômicos, com desenhos satíricos e personagens caricaturais. Alguns anos depois passaram a ter publicações diárias nos jornais – as célebres "tiras". (VERGUEIRO, 2004, p. 10)

Ainda que histórias ou narrativas gráficas contendo o gênero dos quadrinhos possam ser encontradas em várias regiões, o ambiente mais favorável para seu fortalecimento se localizou nos Estados Unidos no final do século XIX, quando todos os elementos tecnológicos e sociais encontravam – se devidamente consistente para que as histórias em quadrinhos se transformassem em produto de consumo massivo.

Esse período do fortalecimento dos quadrinhos norte – americano, ficou conhecido como "Era dos quadrinhos", o qual foi baseado da mitologia grega, descrita na obra "*Os Trabalhos e os Dias"* de Hesíodo. Assim, temos no final da década de 1920 o surgimento e tendência naturalista nos quadrinhos, a qual aproximou os desenhos de sua representação mais fiel de pessoas e objetos, ampliando seu impacto junto ao público leitor, este período antes do "domínio" dos quadrinhos de super – heróis, ficou conhecido como a "*Era de Platina*" dos quadrinhos (1897 – 1938).

Posteriormente temos o período que decorre a Segunda Guerra Mundial e o período denominado de Guerra Fria, o qual foram períodos de grande destaque para os quadrinhos. O aparecimento dos super – heróis nas publicações periódicas conhecidas como comic – books, foi uma das principais marcas da denominada "*Era de Ouro*" dos quadrinhos (1938 – 1956), o qual houve um emprego em larga escala das narrativas gráficas com fins políticos e ideológico, um exemplo é o surgimento do super – herói Superman. Para Murray (2000, p. 141), a segunda Guerra Mundial "foi um ponto marcante para o relacionamento entre a política norte – americana e a cultura popular".

A denominada "*Era de Prata*" (1956 – 1970) dos quadrinhos, ficou marcada pela grande perseguição a indústria quadrinhística e a implementação do Comisc Code, que em pratica era uma garantia aos pais e educadores que o conteúdo das revistas não iriam prejudicar ou interferir no desenvolvimento moral e intelectual de seus filhos e alunos. O psiquiatra alemão radicado nos Estados Unidos, Fredric Wertham e seu livro denominado "*A sedução dos Inocentes* - *(SOTI)*", publicado em 1954, foi um grande sucesso e um grande marco desta época.

> Também não é verdade que o livro tenha provocado a onda antiquadrinhos, pois já havia um forte movimento de perseguição que beirava a histeria, a partir do final da década de 1940. *SOTI,* trouxe uma compilação sistemática e o endosso "científico" que faltavam para agravar a situação. Foi o rastilho de pólvora que se acendeu num ambiente altamente inflamável. (CHINEN, 2008)

A barreira pedagógica e social contra as histórias em quadrinhos perdurou durante os anos que se seguiram, campanhas de difamação contra elas, as histórias em quadrinhos quase se tornaram as responsáveis por todos os males do mundo. Somente na Era de Bronze (1970 - 1985) que temos as histórias em quadrinhos ganhando espaços novamente e o Comics Code é revisado. Segundo Vergueiro.

> A barreira pedagógica contra as histórias em quadrinhos predominou durante muito tempo e, ainda hoje, não se pode afirmar que ela tenha realmente deixado de existir. Mesmo atualmente há notícias de pais que proíbem seus filhos de lerem quadrinhos[...]. (VERGUEIRO 2004, p 16).

Nas últimas décadas do século XX especialmente, o desenvolvimento das ciências da comunicação e dos estudos culturais, conduziu a um olhar menos apocalíptico para os meios de comunicação, procurava-se analisar suas peculiaridades e compreender melhor o seu impacto na sociedade.

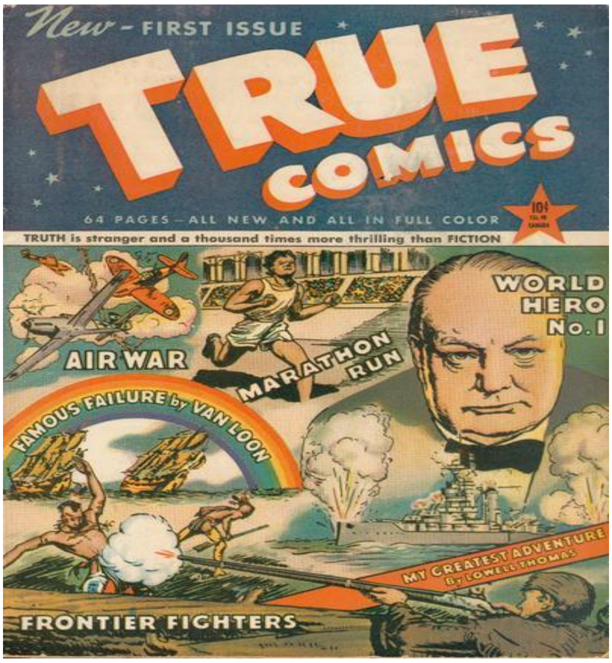
1.2 Histórico do Uso de HQ Como Recurso Didático

Com os diversos estudos e desenvolvimento das ciências e da comunicação, ouve um desenrolar com todos os meios, como a rádio, a televisão, os cinemas. E, é claro, os quadrinhos não ficariam de fora, e passaram a ter um novo status, recebendo um pouco mais de atenção das elites intelectuais e aumentando de destaque no sistema de comunicação, incluindo nisso como elementos de valores educacionais. Vergueiro destaca.

> O despertar para os quadrinhos surgiu inicialmente no ambiente cultural europeu, sendo depois ampliado para outras regiões do mundo. Aos poucos, o "redescobrimento" das HQs fez com que muitas das barreiras ou acusações contra ela fossem derrubadas e anuladas. (VERGUEIRO 2004, p 17).

De certo modo, grande parte da resistência aos quadrinhos, era por parte de pais e educadores, a qual era privada de fundamentos que comprovassem seus supostos malefícios, sendo mais sustentada em afirmações preconceituosas a este novo meio de comunicação, sobre o qual havia pouco conhecimento. E assim, se registram as primeiras revistas de quadrinhos com algum de caráter educacional como sendo lançadas nos Estados Unidos, tais como *True Comics, Real Life Comics* e *Real Fact Comics,* formatada durante a década de 1940, abordavam sobre personagens famosos da história, figuras literárias e eventos históricos.

Figura 3: Capa da HQ True Comics



Fonte: https://comicbookplus.com/?cid=1016 , acesso nov\22

Assim, temos na segunda metade da década de 1940, a editora Educational Comics a qual dedicou-se na publicação de diversos títulos de histórias em quadrinhos religiosas e de fundo moral, algumas publicações como: *Picture Stories from American History* e *Picture Stories fron World History*. Muitas dessas obras procuravam aproximar as histórias em quadrinhos com grandes obras literárias, como Charles Dickens, Daniel Defoe, William Shakespeare etc. Segundo Vergueiro.

> [...] Na Itália, editoras ligadas à Igreja Católica também utilizaram fartamente a linguagem dos quadrinhos para incutir nas crianças o sentimento religioso, em revistas que foram depois traduzidas e publicadas em muitos países do mundo. (VERGUEIRO 2004, p 18).

A percepção dos benefícios pedagógicos das HQs não foi de uso exclusivo apenas das editoras e autores. Observamos que durante este período o uso dos quadrinhos por entidades, religiosas e governamentais, foi utilizado fartamente com propósitos específicos, por exemplo durante a segunda Guerra Mundial o departamento de defesa dos Estados Unidos com colaboração do célebre desenhista Will Eisner, utilizou-se dos HQs para manuais de treinamentos de suas tropas.

Na década de 1970, a Europa utiliza os quadrinhos como suporte em temas escolares com a possibilidade de ser processo mais agradável aos seus leitores, promovendo ludicidade. Por exemplo, na França, a editora Larousse alcançou um grande êxito comercial com sua obra *L' Histoire de France em BD*, que conta com oito volumes e em sete anos no mercado teve mais de 600 mil cópias vendidas, o que abriu caminho para a mesma editora lançar em 1983.

E ajudada pela possibilidade econômica, a inclusão concreta das histórias em quadrinhos em materiais didáticos começou. A princípio, eram utilizadas para estampar aspectos específicos de determinadas matérias que eram explicadas por textos escritos. A partir deste momento, as HQs eram encontradas em livros didáticos, entretanto de forma restrita devido a receios de resistência por parte da sociedade. E resultados favoráveis de sua utilização acarretou em um crescimento na solicitação de inclusão dos HQs nos livros, levando diversos autores de livros didáticos incluírem os quadrinhos com mais frequências em suas obras.

No Brasil, após a avaliação do Ministério da Educação na metade dos anos 1990, diversos autores de livros didáticos começaram a variar a linguagem dos livros dos textos informativos para incorporar a linguagem quadrinista gradativamente. Este "passo", foi fundamental para os quadrinhos transpor barreiras contra a sua utilização em ambiente didático, sendo usada por professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Vergueiro aponta sobre a utilização dos quadrinhos em sala de aula.

> [...] Os quadrinhos não podem ser vistos pela escola como uma espécie de panaceia que atende a todo e qualquer objetivo educacional, como se eles possuíssem alguma característica mágica capaz de transformar pedra em ouro. (VERGUEIRO 2004, p 27).

A evolução dos tempos agiu a favor à linguagem das histórias em quadrinhos, demonstrando seus benefícios para o ensino e garantindo sua presença no ambiente escolar formal. Ainda que está atuação tenha sido inicialmente vista com mal olhar pela sociedade, principalmente para aqueles que haviam crescido no período em que os malefícios da leitura de quadrinhos faziam. Recentemente, muitos órgãos oficiais de educação de diversos países passaram a reconhecer a importância introduzir as HQs no currículo escolar, desenvolvendo orientações específicas para isso. É importante compreender que o uso dos quadrinhos em sala de aula é um recurso ao professor, e não substituto da aula

No Brasil, por exemplo, as histórias em quadrinhos já são reconhecidas pela LDB (Lei de Diretrizes e Bases) em 1997 e pelo PCN (Parâmetro Curriculares Nacional) em 1997 e é reformulado em 2006, enquanto pesquisas no tema contabilizam meio século de existência, mas esse caminho teórico é pouco disseminado, fazendo com falte informação ao que pretenda usar em sala de aula. Isso, mesmo que a industrial dos quadrinhos e sua intensa presença, tenha criado uma enorme variedade de títulos em histórias.

2 CAPÍTULO 2 – EXEMPLOS DE PROPOSTAS DO USO DE HQ NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Achamos que o uso de história em quadrinho para fins didáticos fica cabível em toda situação escolar, limitado apenas à criatividade docente, podendo ser aplicado tanto para um tratamento lúdico e introdutório de um tema quanto na realização de uma exposição profunda e técnica que posteriormente será desenvolvido por outros meios. E como não tivemos por objetivo pesquisar isso por diversos temas, mas apenas em matemática, e mesmo nesse apenas situações básicas.

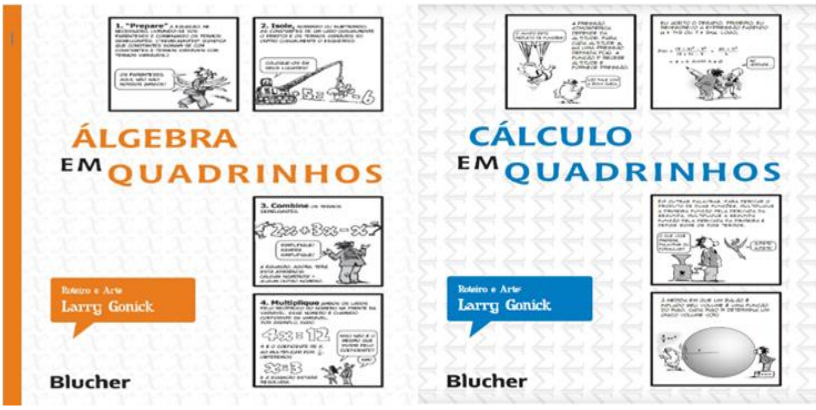
Lembramos que são fundamentais para uma boa história em quadrinhos combinar ilustração e texto. Sendo que quando acrescentamos que os textos devem refletir conteúdos didáticos, impõe que o autor deve ter habilidades em desenho e domínio sobre o assunto trabalhado. Assim, no que segue faremos um leve resumo pontuando casos internacional e nacional, quando neste último destacamos a nossa experimentação fundamental que redundou em tudo este trabalho.

2.1 Exemplos do Âmbito Internacional

Para esse caso trazemos trabalhos do matemático e quadrinista americano Larry Gonick, o qual é formado por Havard e autor de uma série de livros que usam quadrinhos para explicar assuntos diversos. Como na obra *The Cartoon History of the Universe*, algumas das suas obras abordam conteúdos diversos, tais como Química Geral e introdução ilustrada a computação. Suas obras Cálculo e Álgebra em Quadrinhos, traduzidas para o português, consideramos ser excelentes abordagens dos temas e nos toques de humor.

Nessas obras de matemática, Gonick faz uso de gráficos claros e úteis nas abordagens dos temas, bem como de situações humoradas para iluminar tópicos que muitas vezes são considerados difíceis no ensino tradicional. Em todo caso, ensina os fundamentos, fornece muitos exemplos e problemas, o que não faz esse inferiorizar os conteúdos.

Figura 4: Capa dos livros Cálculo e álgebra em quadrinhos, Larry Gonick



Fonte: Acervo do autor.

2.2 Exemplos do Âmbito Nacional

No Brasil, aproveitando aqui para deixar um pouco mais de detalhes, segundo VERGUEIRO (2017, p. 68), as histórias em quadrinhos ingressam no ambiente universitário em meados de 1960. No final desta década, a primeira pesquisa formal relacionada aos quadrinhos foi realizada no Brasil, coordenada pelo professor José Marques de Melo, no Centro de Pesquisas da Comunicação Social da Faculdade de Jornalismo Cásper Líbero, na cidade de São Paulo. Esta pesquisa ocorreu em 1967 por um grupo de estudantes com o objetivo de levantar uma análise da produção de revistas em quadrinhos disponibilizada pela indústria brasileira no final da década de 1960. Este resultado foi fundamental, pois além de surpreendente, deixava evidente que muitos títulos de quadrinhos atingiam, tiragens expressivas, muitos dos quais eram produções estrangeiras, como os oriundos dos estúdios Walt Disney – *Mickey, Tio Patinhas, Pato Donald* e *Zé Carioca.* Publicados pela editora Abril, de São Paulo.

Pode-se dizer que está década de 1970 marcou a inclusão das histórias em quadrinhos no campo das Ciências da Comunicação e um autor brasileiro campeão absoluto de vendas de revistas de quadrinhos é o paulista Mauricio de Sousa, cuja produção mais conhecida é *A Turma da Mônica*, surgida por essa época. E, considerando ainda que sua produção não ser necessariamente direcionada para conteúdo da escolarização formal, há exemplares que abordam temas de matemática.

Figura 5: História da matemática. Gibi a Turma da Mônica de Maurício de Souza

Fonte: Arquivo do Autor

De certa foram, podemos tomar que a aproximação teórica aos quadrinhos em território brasileiro ajudou para o disseminar de pesquisas envolvendo o conteúdo. É fato que hoje no Brasil, o número de pesquisas acadêmicas envolvendo sobre as histórias em quadrinhos é expressivo ao consultar anais de eventos e artigos de revistas.

No entanto, ainda é visível que os estudos sobre o uso dos quadrinhos no ensino de matemática são poucos se formos comparar com outras áreas de estudo, como história e língua portuguesa, por exemplo. Ferreira (2019) em seu trabalho intitulado "*Educação Matemática e Histórias em Quadrinhos: um Panorama Das Pesquisas Brasileiras*" apresentado no XXIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Pós Graduação em Educação Matemática disponível nos anais do evento, faz um levantamento quantitativo de pesquisas (dissertações e teses) relacionadas ao assunto matemática e HQs e constata o baixo número de temas. Sobre os estudo acadêmicos Vergueiro diz.

> São muitas as motivações que levam alguém a decidir enveredar pela pesquisa acadêmica formal sobre histórias em quadrinhos, seja em um trabalho final de uma disciplina de graduação ou especialização, seja em um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), seja em uma dissertação de mestrado ou em uma tese de doutorado. (VERGUEIRO, 2017, p. 76).

Assim, deixaremos alguns exemplos de trabalhos e pesquisas que relacionados a matemática e história em quadrinhos encontrados durante a pesquisa.

Tabela: Exemplos de Algumas Pesquisas Relacionadas a Matemática e HQs

TÍTULO	AUTOR	ANO	INSTITUIÇÃO
No dia mais claro: um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação.	Luís Adolfo de Oliveira Cavalcante	2014	Universidade Estadual Paulista
Histórias em Quadrinhos em contexto Matemático: Uma Proposta Para o Ensino de Triângulos à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica	Micarlla Priscilla Freitas da Silva	2017	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Produção e Significados Sobre Matemática e Cartuns	Márcia Castiglio da Silveira	2002	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

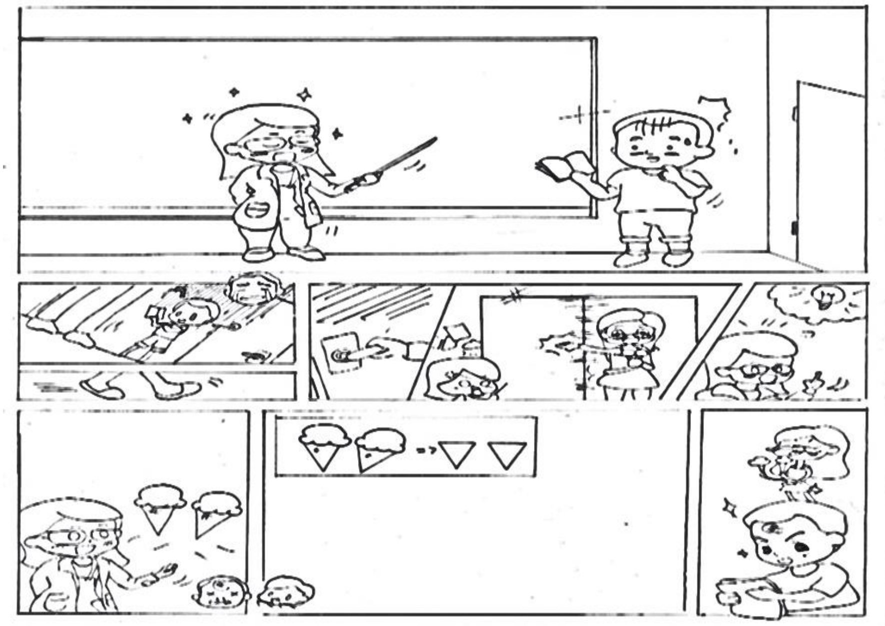
Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES

2.3 Exemplos Das HQs no Âmbito Local

Começamos nossa experiência na disciplina de graduação MTE1006 - LABORATORIO DE ENSINO DE GEOMETRIA PLANA, 2018.4, ministrada pelo docente João Batista do Nascimento, quando a equipe formada pelo autor, Andréa do Socorro de Souza Moraes, Evelyn Sabrina Silva e Silva, Taynara de Cássia Conceição Corrêa, produziram o trabalho USO DE QUADRINHOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO NO LABORATÓRIO DE GEOMETRIA PLANA**,** apresentaram alguns fundamentos da aplicação do gênero histórias em quadrinhos como recurso didático e exemplo envolvendo conceito de geometria plana.

Este trabalho influenciou fortemente o interesse pela atual pesquisar, conseguir conciliar um gosto pessoal como as histórias e quadrinhos e a área de estudo, foi fundamental para a elaboração e construção do material. Devido a nenhuma experiencia em criação de história em quadrinhos, foi alguns elementos como o texto da história (fala dos personagens) ficaram de fora das páginas do quadrinho, sendo interpretadas em sala de aula durante sua apresentação para a turma. O trabalho apresentava alguns fundamentos conceituais da geometria plana, com foco nos assuntos de congruência de triângulos.

Figura 6: HQ Produzia Geometria Plana. Caso de Congruência de Triângulos (LAL).



Fonte: Arquivo do autor

3 CAPÍTULO 3 – NOSSAS PROPOSTAS DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Com o objetivo de desenvolver propostas didáticas usando histórias em quadrinhos como ferramenta, confeccionando os próprios HQs, e tentando buscar fatores da cultura amazônica\paraense para construir personagens, empreendi estudos, dos quais tudo aqui deve ser visto como uma inicialização disto. Como a produção deste trabalho tem por base.

Dessa forma, esses quadrinhos apresentam os conteúdos Sistema de Numeração, Combinatória e Aplicação do Teorema de Pitágoras abordam fatores culturais do contexto paraense, respectivamente, lenda do Currupira, Causo\Visagem e Caranguejo bragantino que podem permitir que os alunos desenvolviam e pensem sobre eles e, consequentemente, sobre os conteúdos matemáticos.

3.1 Indicações Metodológicas Da Aplicação Dos Nossos Quadrinhos

As histórias em quadrinhos que apresentaremos tem por elementos conteúdo base para aula, aspectos motivacionais e contextuais e os HQ em si. E propomos, mas não de forma rígida, que docente apresente com antecedência os conceitos introdutórios relacionados aos conteúdos que estarão retratados nas HQs , porquanto, isso impõe ante de tudo que esse se atualize\capacite no tema, dado que o HQ ainda irá tratar do tema dentro de um contexto não habitual.

Assim, aqui de maneira apenas descritiva, apontaremos algumas formas para o uso dos HQs em sala de aula.

Proposta 1: O objetivo do material é fixar a noção dos conteúdos de Sistema de Numeração, Combinatória e do Teorema de Pitágoras, utilizando as HQs fornecidas como mediador.

Docente pode disseminar essa HQ em sala antes de iniciar o conteúdo matemático. Assim, após a leitura do material, pode-se pedir aos discente estudar\pesquisar tentando entender\resolver atividades propostas no material, quando, pós tal aplicação, poder-se-ia fazer um debate do processo de ensino e aprendizagem desenvolvido.

Proposta 2: O professor pode introduzir o conteúdo matemático em sala e utilizar a HQ para fixar o conteúdo abordado.

Proposta 3: Após a aplicação do material, se o professor(a) perceber que a turma aceitou este meio de ensino, o professor pode utilizar da criatividade e trabalhar com os alunos na construção de seus próprios materiais englobando qualquer um dos assuntos mencionados anteriormente.

Independentemente da proposta que for escolhida, recomendamos, se possível, realizar-se um debate da aplicação desse material em sala e colher impressões em relação a esse modelo de ensino e buscar possíveis desenvolvimentos no tema. E para reproduzir apenas os HQ - talvez até precisemos enviar arquivo separadamente - nos peça autorização e mais informações metodológicas pelos e-mails que estão na contra capa que teremos prazer em atender.

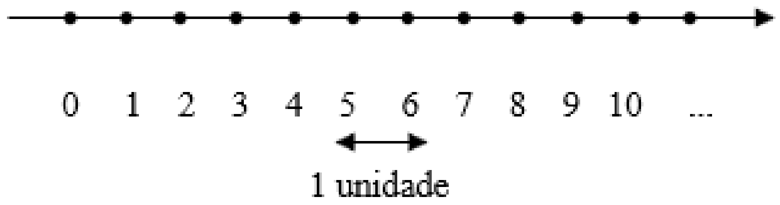
No que segue, apresentaremos as três propostas que construímos, cuja sequência dessas é apresentar uma versão do conteúdo em nível de formação docente, seguido das motivações, que contextuais e\ou culturais, nas quais estarão imersos nos quadrinhos, de uma base textual ligando conteúdo e contexto - que deve ser explorado em aula - e apresentação do HQ. Sendo o primeiro em Sistema de Numeração e trazendo do contexto cultural lenda em Curupira, o segundo em Combinatória e envolve contação de Causo e lenda urbana em visagem, o terceiro, e último, em aplicações do Teorema de Pitágoras e traz o contexto de travessia em geral, refletindo em situação que caranguejo precise atravessar rodovia que corte seu mangue.

Por fim, pedimos aos interessados que queiram aplicar o material disposto neste trabalho, que entre em contato por e-mail para que possamos repassar o material completo e pronto para ser impresso, com as devidas orientações.

3.2 Sistema de Numeração e HQ – CURUPIRA E PAJÉ

Números da Reta Numérica: Podemos representar a sequência dos números naturais em um alinha chamada **reta numérica**. Para isso, devemos estipular um sentindo e uma unidade. Posteriormente, representamos cada número natural por um ponto ou traço.

Figura 7: Reta numérica.



Fonte: Acervo do Autor

Em uma reta numérica, a distância entre dois pontos equivalente a dois números naturais subsequente é sempre a mesma.

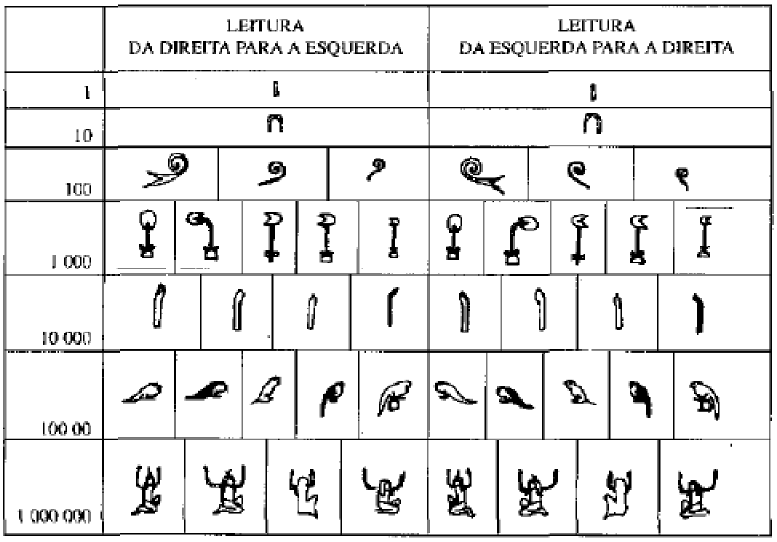
3.2.1 Sistema de Numeração

Nem sempre os números foram representados da forma como conhecemos hoje. Algumas civilizações antigas, como a Egípcia, a Maia e a Babilônica, criaram símbolos e sistemas para representar contagens e medições. A disparidade entre os sistemas de numeração acontece por grande parte, às necessidades e a cultura de cada civilização e ao modo como cada um dos povos vivia, e sua visão e entendimento do mundo.

3.2.2 Sistema de Numeração Egípcio

A civilização egípcia teve início por volta de 3200 a.C., no norte da África, às margens do rio Nilo. No sistema de numeração egípcio, cada símbolo corresponde a um valor e seu desenho representa um elemento que fazia parte do cotidiano do povo.

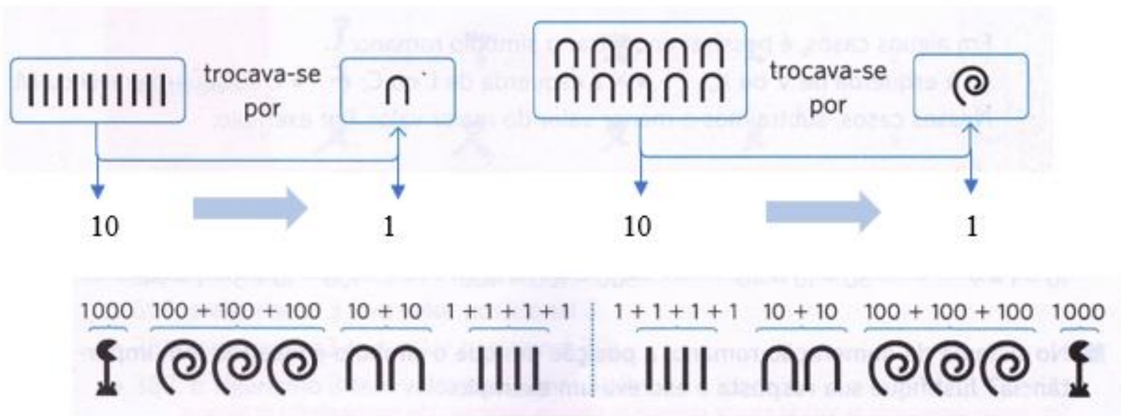
Figura 8: Representação do Sistema de Numeração Egípcio.



Fonte: IFRAH, Georges, História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos séculos números e pelo cálculo.

No sistema de numeração Egípcio, os símbolos são enfileirados e seus valores, somados. Além disso, para representar um número, cada símbolo pode ser repetido até nove vezes, os valores correspondentes a cada símbolo eram sempre adicionados, não importando a ordem em que os símbolos estavam escritos

Figura 9: Simbologia do Sistema de Numeração Egípcio



Fonte: Matemática (Ensino Fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia. II. Silva, Willian Raphael

3.2.3 Sistema de Numeração Babilônico

Há dois símbolos para formar os números

- O símbolo  , que corresponde a 1 pode ser repetido até 9 vezes.

- O símbolo  , que corresponde a 10 e pode ser repetido até cinco vezes.

Para escrever o número 60, usa-se o mesmo símbolo empregado parar representar o número 1 e, para escrever quantidades maiores que 60, deixa-se um espaço em branco.

Exemplo1:

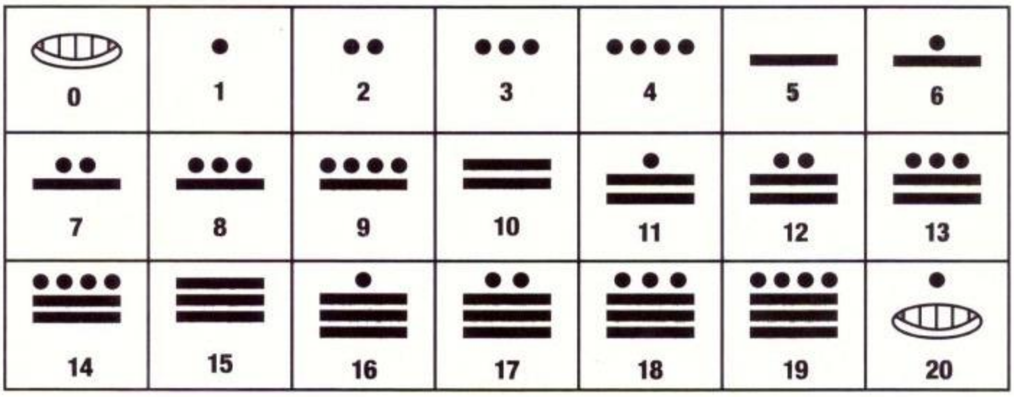
Figura 10: Exemplo do Sistema de Numeração Babilônico

Fonte: Acervo do Autor

3.2.4 Sistema de Numeração Maia

No sistema de numeração Maia, os algarismos são baseados em símbolos. Os símbolos utilizados são o ponto e a barra horizontal e no caso do zero, uma forma oval com o formato de uma concha. A soma dos cincos pontos constitui uma barra, assim, se usarmos os símbolos maias para escrever o numeral 9, iremos usar 4 pontos e uma barra horizontal.

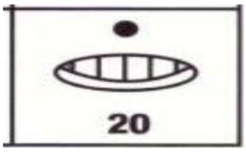
Figura 11: Representação Simbológica do Sistema de Numeração Maia.



Fonte: Matemática nas Series Inicias – Parte I. Números Naturais – Conteúdo e Forma

De acordo com a história, os cálculos maias foram os primeiros a utilizar a simbologia do zero com a finalidade de indicar um valor nulo. Também é atribuído ao sistema de numeração maia a organização dos números em casas numéricas. O símbolo (•) pode ser repetido no máximo quatro vezes e o símbolo (—) pode ser repetido no máximo três vezes. Para representar o número 20, os maias escreviam:

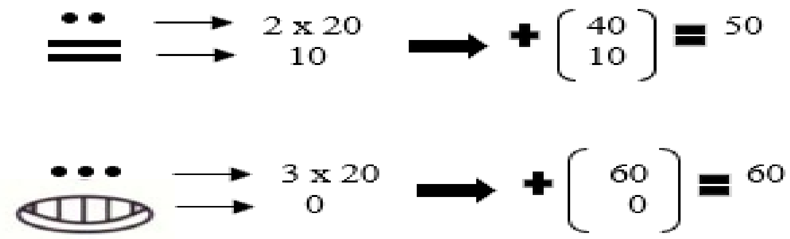
Figura 12: Representação Simbólica do número 20.



Fonte: Matemática nas Series Inicias – Parte I. Números Naturais – Conteúdo e Forma

Cada número superior a 20 era escrito em seguida numa coluna vertical com uma fileira para cada ordem de unidade. Para os números compostos de duas ordens, era colocado o algarismo das unidades simples na parte de baixo e o algarismo das vintenas na parte de cima. Observe.

Figura 13: Cálculo usando o sistema de Numeração Maia – Exemplo.



Fonte: Acervo autor

3.2.5 Sistema de Numeração Romano

Esse sistema de numeração é o mais usado nas escolas, depois do sistema de numeração decimal. No sistema de numeração Romano é utilizado sete letras (símbolos) que representam os números.

Tabela 2: Representação do Sistema de Numeração Romano

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Fonte: Matemática (Ensino Fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia. II. Silva, Willian Raphael

- As letras I, X, C e M podem ser repetidas, seguidamente, até três vezes.

$$II \rightarrow 2, \quad XXX \rightarrow 30, \quad \mathrm{CC} \rightarrow 200, \mathrm{MMM} \rightarrow 3000$$

- Uma letra escrita à direita de outra de valor igual ou maior indica uma adição de valores.

$$VI \rightarrow 5+1=6, \ XIII \rightarrow 10+1+1+1=13, \ \mathrm{LXVI} \rightarrow 50+10+5+1=66$$

- As letras I, X ou C escrita à direita de outra de maior valor indica uma subtração de termos, quando: I aparec antes de V ou X. X aparece antes de L ou C. C aparece antes de D ou M.

Alguns exemplos. $IX \rightarrow 10-1=9, \ XL \rightarrow 50-10=40, CM \rightarrow 1.000-100=900$

3.2.6 Sistema de Numeração Indo – Arábico

A representação simplificada de quantidade e a possibilidade de usar essa representação em cálculos foram, provavelmente, os motivos do sucesso duradouro deste sistema. São empregados apenas dez símbolos – denominados **algarismos** para representar qualquer número.

$$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

Vejamos algumas características do sistema de numeração que usamos até hoje, e sua representação na história.

- É um sistema decimal, contamos quantidade formando grupos de 10
- É um sistema posicional, o valor do algarismo depende de sua posição no número. O mesmo algarismo em posições diferentes assume valores diferentes.
- Há um símbolo para representar as ordens vazias. Nesse sistema o zero (0) representa a ausência de quantidade, indicando que há agrupamento de 10 naquela posição.

Figura 14: Evolução dos Algarismos Indo – Arábico na História.

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=23508. Acesso em 30/04/2022 às 16:13.

3.2.7 Sistema de Numeração Decimal

É o sistema de numeração que nós usamos. Ele foi concebido pelos hindus e divulgado no ocidente pelos árabes, por isso, é também chamado de “SISTEMA DE NUMERAÇÃO INDO – ARÁBICO’.

Formado pelos algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, é um sistema posicional, ou seja, a posição do algarismo no número modifica o seu valor.

CARACTERÍSTICAS

- Possui símbolos diferentes parar representar quantidades de 1 a 9 e um símbolo para representar a ausência de quantidade: o zero (0)
- Por ser um sistema posicional, mesmo tendo poucos símbolos, é possível representar todos os números.
- As quantidades são agrupadas de 10 em 10, e sofrem as seguintes denominações;

10 unidades = 1 dezena

10 dezenas = 1 centena

10 centenas = 1 unidade de milhar, etc.

ORDEM E CLASSES

No sistema de numeração decimal cada algarismo ocupa uma ordem, e cada ordem tem um nome específico. Começando da direita para a esquerda e a cada três ordens temos uma nova classe.

Figura 15: Quadro de Ordens e Classes

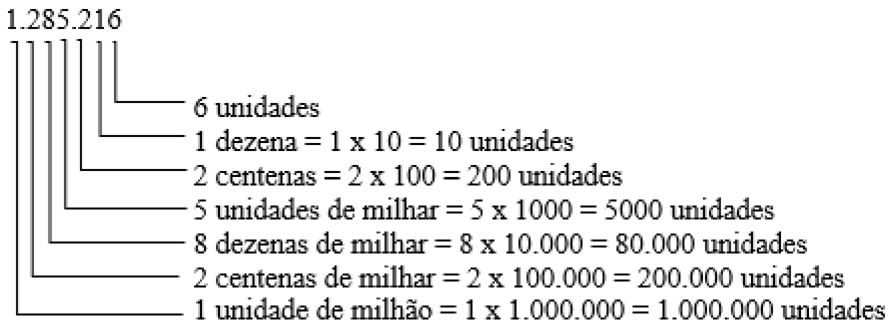
Classe dos Milhões			**Classe dos Milhares**			**Classe das Unidades Simples**		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centenas de Milhão	Dezenas de Milhão	Unidades de Milhão	Centenas de Milhar	Dezenas de Milhar	Unidades de Milhar	centenas	dezenas	unidades

Fonte: Matemática (Ensino Fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia. II. Silva, Willian Raphael

Vejamos um exemplo:

Figura 16: Exemplo de Ordens e Classes.

Fonte: Matemática (Ensino Fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia. II. Silva, Willian Raphael



3.2.8 Números Naturais e Sequência Numérica

Os números naturais podem ser usados para contar, ordenar ou codificar. Eventualmente indicam médias, porém, nem toda medida pode ser expressa por um número natural.

A sequência dos números naturais é: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...). Verifique que o primeiro termo da sequência é o **zero**; para definir um termo seguinte qualquer, basta somar 1 ao termo anterior. Uma vez que sempre haverá um próximo termo, a sequência dos números naturais é **infinita**.

Os números naturais dessa sequência agrupados, formam um conjunto numérico denominado **conjunto dos números naturais**, que indicamos por ℕ.

$$\mathbb{N} = \{\, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, \}$$

SUCESSOR E ANTECESSOR DE UM NÚMERO NATURAL.

Na sequência dos números naturais, o número que vem imediatamente antes do outro é denominado **antecessor**, e o número que vem consecutivamente é denominado **sucessor**.

$$(\,0 \quad 1 \quad 2 \dots \; 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad \color{red}{20} \quad 21 \quad \color{red}{22} \; \dots)$$

Dizemos que 20 é antecessor de 21 e que 22 é sucessor de 21. Podemos determinar o antecessor e sucessor de qualquer número com exceção do número zero, pois, embora possamos definir o seu sucessor, não podemos definir seu antecessor.

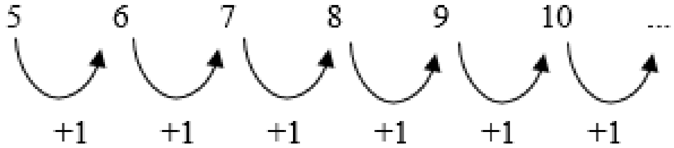
NÚMEROS NATURAIS CONSECUTIVOS.

Por exemplo os números 2 e 3 são dois números consecutivos e 20, 21 e 22 são três números naturais consecutivos.

COMPARAÇÃO ENTRE NÚMEROS NATURAIS.

Os números da sequência dos naturais vão aumentando à medida que adicionamos 1 ao número anterior:

Figura 17: Sequencia dos naturais.



Fonte: Matemática (Ensino Fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia. II. Silva, Willian Raphae

Analisando essa sequência podemos comparar, por exemplo, os números naturais 5 e 10 e concluir que 5 é **menor** que 10. Essa relação pode ser demonstrada assim.

$5 < 10$, (Lemos "5 é menor que 10".)

Podemos ainda concluir que 10 é **maior** que 5. Demonstramos essa relação assim.

$10 > 5$, (Lemos "10 é maior que 5".)

3.3 Motivações HQ – CURUPIRA E PAJÉ

Assistimos a peça teatral: **CURUPIRA 10 MILHÕES DE NÓS**, do grupo In Bust Teatro com Bonecos, https://www.facebook.com/In-Bust-Teatro-com-Bonecos-275711035866743, acesso maio\2021. Cujo informe dessa peça é o seguinte:

> A noite encerra com o espetáculo Curupira, do In Bust Teatro com Bonecos. Um caçador conhecido como Seu Jovino caça e pesca mais do que precisa. Aí aparece o Curupira, aquele moleque que tem olhos vermelhos, cabelos enrolados e os pés virados para trás, protege a floresta contra aqueles que caçam mais do que precisam ou desmatam por mera ganância. O menino deixa o Jovino mundeado, que parece com enfeitiçado, tonto, perdido sem encontrar o caminho de volta. Por sorte, vem um Pajé para ajudá-lo.

O texto baseou o primeiro episódio do Programa Catalendas, em 1999, na TV Cultura do Pará e o espetáculo esteve em circulação nacional pelo Projeto Palco Giratório do SESC Nacional. Quem canta este causo são o Sumano, o Suprimo e a Donavizinha, com paródias de toadas de boi, carimbó e samba de cacete, usam bonecos naturalistas com manipulação de vara, acompanhados por bonecos máscara, mamulengo e outros mais. Esta apresentação do Curupira, será a primeira aparição da Donavizinha, estreia de Nanan Falcão no elenco como atriz manipuladora. Com ela, em cena, estarão Anibal Pacha e Paulo Ricardo Nascimento. Anibal também assina pela visualidade e dirige o espetáculo, com assistência de Adriana Cruz. A produção é de Cristina Costa. A foto de divulgação é do André Mardock e o Texto do David Matos em parceria com Paulo Ricardo Nascimento. SERVIÇO - Casarão do Boneco (Av 16 de novembro, 815. Batista Campos. Belém-PA) Informações: 999418071 - Paulo Ricardo Nascimento

Figura 18: Divulgação da peça: Curupira e os 10 milhões de nós.

Fonte: Grupo In Bust, Teatro com Bonecos. https://www.instagram.com/p/B08R2N0hfM6/ acesso, maio/ 2021

Essa peça foi fundamental na criação do HQ neste tema, pois nos fez estudar para responder como se faz quantitativo tão imenso de nós apenas num cipó, sendo que sistema de numeração torna isso possível. Porém, não encontramos nenhum estudo indicando qual seria esse, apenas informando que uma vez na floresta e sentindo que estaria sendo encantado pelo Curupira, deveria fazer nó em cipó e jogar para trás, dado que, ele ficaria entretido desatando-os, possibilitando se ficar livre do encantamento por tempo suficiente de fugir.

3.4 Fundamentação Didática

Uma das propriedades relacionada com sistema de numeração é a tentativa de se usar o mínimo de símbolos para representar o máximo de quantidades e o que ajuda para isso é um mesmo símbolo assumir função de representar quantidades diferentes. No caso do sistema de numeração decimal (base dez), por exemplo, em 22, o dois da direita vale 2, enquanto o dois da esquerda vale 20. Logo, isso envolve um alto nível de abstração prescindindo de processo escolar.

3.5 Texto Base da HQ – Pajé e Curupira

A PAJÉ CONTA NÓ EM CIPÓ QUE DESENCANTA DE CURUPIRA

NASCIMENTO, J. B.

- Crianças!!! Veremos como algumas vezes se pode quebrar encantaria de Curupira.

- Quando estamos na mata, o efeito de encantaria lançada por Curupira é deixar a pessoa desorientada, portanto, sem conseguir andar na direção que saia da mata.

- Existe um truque que faz com que o Curupira fique entretido, esquecendo-se de encantar, dando tempo para a pessoa fugir dele.

- Para isso, tens que escolher algumas palavras, memorizar a ordem dessas e nunca revelar isso, para que não quebre o encanto.

- Treine com um cordão e se esquecer de levar um consigo quando for para mata, use um cipó.

- De olhos fechados, mentalize a primeira palavra enquanto faz um nó no cordão; mentalizando a segunda palavra faça mais um nó e segue assim até a última. Depois disto, ainda de olhos fechados, joga-se o cordão para trás e o mais longe possível.

- Em situação de ameaça do Curupira, se for mesmo, ele ficará paralisado enquanto não desmanchar todos os nós. E a magia que há pelo segredo que você guardou fará com ele veja o primeiro nó como apenas um, mas verá o segundo como sendo dez nós, o terceiro, cem nós, etc.

- Enquanto isso, a pessoa fica livre dos encantos do Curupira e poderá achar o seu caminho para fugir.

Logo, memorize suas palavras e treine para o caso de algum dia precisar.

3.6 HQ – CURUPIRA E PAJÉ

Foto 19: Capa HQ – Curupira e Pajé

Fonte: Acervo do Autor

Figura 20: Contra Capa do HQ – Curupira e Pajé

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE MATEMÁTICA

PARTE DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ'S NA AULA DE MATEMÁTICA

HQ – CURUPIRA-PAJÉ

AUTOR

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

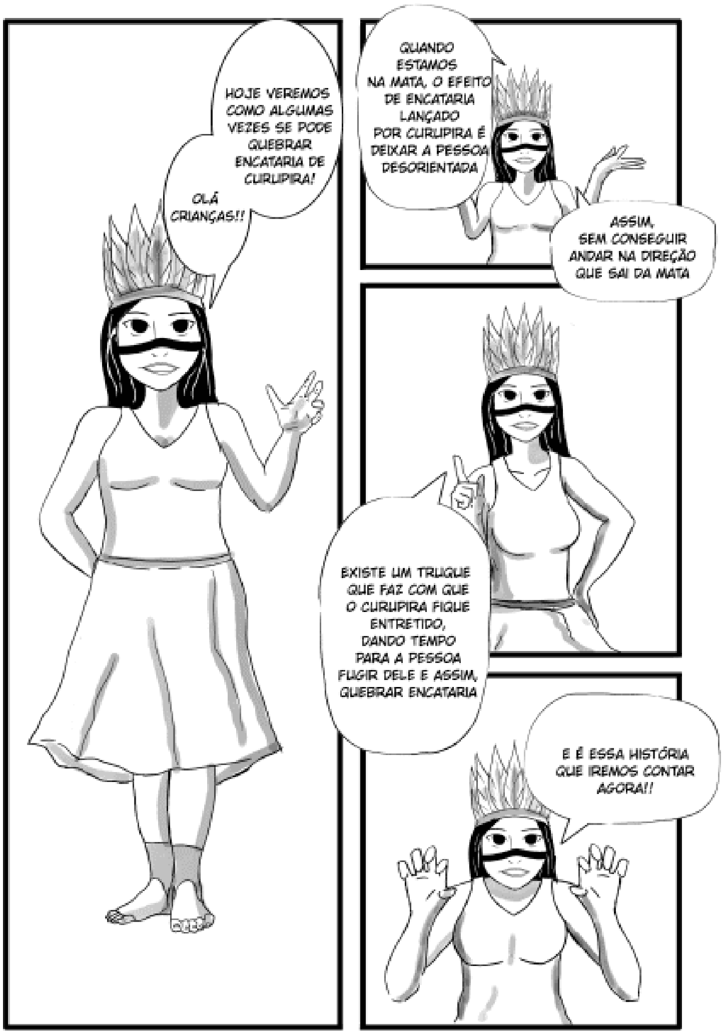
DISCENTE\UFPA, BELÉM-PA, EMAIL: davisonrenanufpa@gmail.com

ORIENTADOR: **Me. JOÃO BATISTA DO NASCIMENTO,**
DOCENTE\FACMAT\UFPA, BELÉM-Pa, e-mail: jbn@ufpa.br

BELÉM-PA - 2022

Fonte: Acero do Autor

Figura 21: Página 1, HQ – Curupira e Pajé.

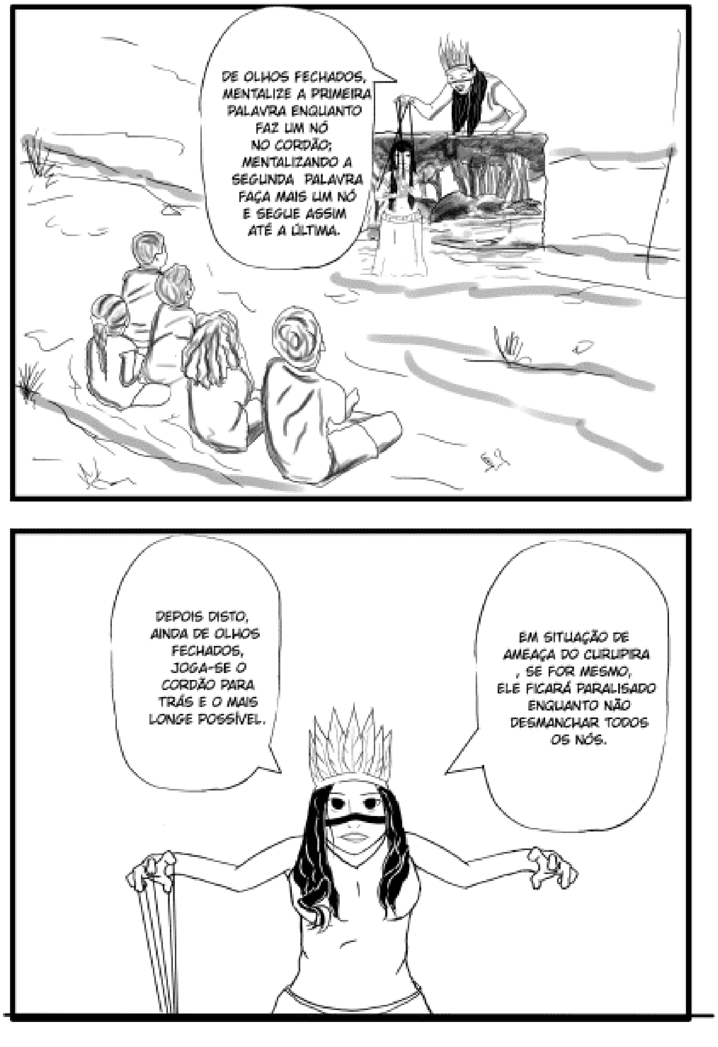


Fonte: Acervo do Autor

Figura 22: Página 2, HQ – Curupira e Pajé.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 23: Página 3, HQ – Curupira e Pajé.



Fonte: Acervo do Autor

Figura24: Página 4, HQ – Curupira e Pajé.

Fonte: Acervo do Autor

3.7 Análise Combinatória \ HQ – VISAGEM

A Análise Combinatória, como parte da matemática, desenvolve métodos e técnicas de agrupamentos de elementos visando realizar algum tipo de contagem, seja por enumeração individual ou de forma mais generalizada. Assim, apresentaremos alguns princípios básicos que fundamentam alguns desses métodos.

No que segue, visando uma revisão rápida, buscamos exemplificar alguns dos conceitos da Análise Combinatória, quando usaremos essencialmente preceitos básicos da Teoria de Conjunto.

3.7.1 Princípio Aditivo da Contagem – PAC

Definição – Dado um conjunto A, o número de seus elementos é a dita sua Cardinalidade e indicada por: $Card(A)$, $n(A)$ ou $\#\,(A)$.

Neste caso, salvo menção contrária, a determinação da cardinalidade de um conjunto não considera repetição de elementos. Assim, por exemplo: $n(\{1,1,1,3\}) = n(\{1,3\}) = 2$. Havendo dois tipos básicos de conjuntos conforme sua cardinalidade: finito ou infinito. E apenas trataremos de conjunto finito.

- Princípio Aditivo da Contagem - Considerando A e B conjuntos finitos disjuntos, ou seja, com a sua intersecção vazio. Então, a cardinalidade da união é dada por:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Caso $A \cap B \neq \emptyset$, vale que: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Vamos aplicá-las a um exemplo.

Exemplo 1: Em uma entrevista sobre qual cor se prefere entre o amarelo e o azul, 60 entrevistados responderam que preferem a cor amarela e 50 responderam que preferem a cor azul. Calcule o número total de entrevistados.

Sol. Sejam $A = \{Preferem\ Amarelo\}$, $B = \{Preferem\ Azul\}$, temos:

i - Caso não haja respondente em comum, $A \cap B = \emptyset$:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 50 + 60 = 110$$

ii – Caso haja respondente em comum sem que isso seja quantificado, $A \cap B \neq \emptyset$,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 50 + 60 - n(A \cap B) < 110$$

3.7.2 Princípio Aditivo: Um Caso Geral

Proposição - Sejam $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ conjuntos dois a dois disjuntos, ou seja, são conjuntos tais que, para $i \neq j$. $A_i \cap A_j = \emptyset$. Nessas condições, vale a igualdade

$$n\left(\bigcup_{i=1}^{m} A_i\right) = \sum_{i=1}^{m} n(A_i)$$

Vamos usar esse resultado para fazer uma demonstração de um de caso anterior.

Corolário: se A e B são conjuntos finitos, com $A \cap B \neq \emptyset$, então vale a igualdade

$$n\,(A \cup B) = n\,(A) + n\,(B) - n\,(A \cap B)$$

Prova: sejam A e B conjuntos finitos. Assim: $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$ e os conjuntos $A - B,\ A \cap B\ e\ B - A$, são dois a dois disjuntos.

Deste modo, pela proposição temos

$$n\,(A \cup B) = n\,(A - B) + n\,(B - A) + n\,(A \cap B)$$

Sabendo ainda que para os conjuntos A e B valem $A = (A - B) \cup (A \cap B)$ e $B = (B - A) \cup (A \cap B)$ como união disjuntas, portanto:

$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$ (1) e $n(B) = n(B - A) + n(A \cap B)$ (2)

Logo, $n\,(A \cup B) = n\,(A - B) + n\,(B - A) + n\,(A \cap B) =$

$n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) - n(A \cap B) = n\,(A) + n\,(B) - n\,(A \cap B)$.

3.7.3 Princípio Multiplicativo da Contagem – PMC.

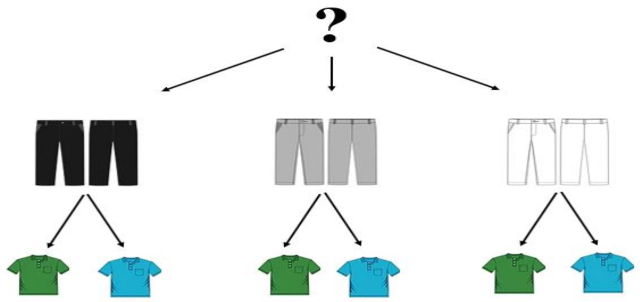
Esse é o seguinte - Considere que um determinado evento ocorre em duas etapas em cada uma independe da outra, sendo que exista x possibilidades determinando a primeira etapa e y possibilidades a segunda. Então o evento se realiza mediante um total de $x \times y$ possibilidades.

Obs. - Quando fica possível uma representação pictórica do evento, tal diagrama se chama de árvore de possibilidades ou arvore. Esse é útil para analisar a estrutura de um problema e visualizar o número de combinações

Exemplo 2: Um menino possui 3 calças e 4 camisas e deseja saber quantos conjuntos de calça e camisa é possível formar.

Observe que cada conjunto é formado a partir de duas decisões sucessivas, ou seja, a escola da calça e que pode ser feita de 3 maneiras, e escolha da camisa, que pode ser feira de 4 maneiras.

Figura 25: Árvore de possibilidades.



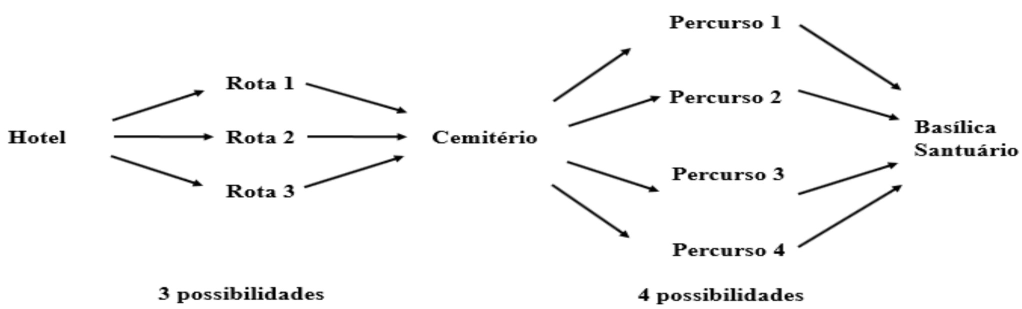
Fonte: arquivo do autor

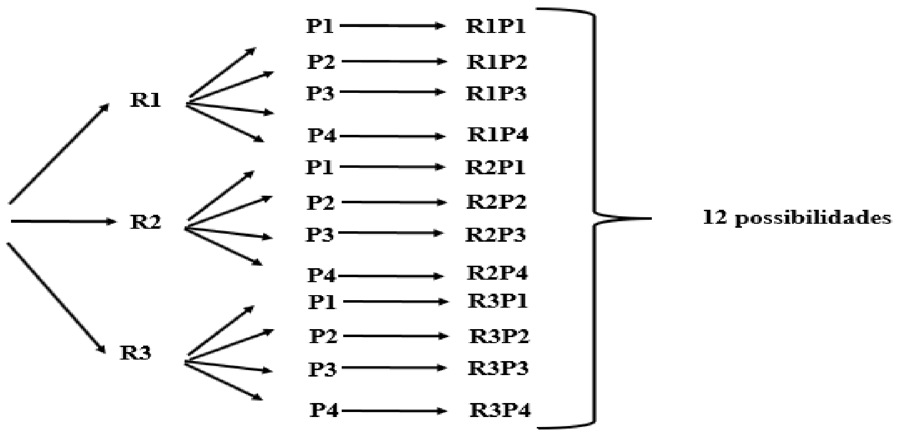
Assim, pelo PMC, o número de conjuntos possíveis a serem formados é: $quantidade\ de\ camisas\ \times quantidade\ de\ calsas = \ 4 \times 3$, portanto, há 12 conjuntos possíveis.

Exemplo 3: João está em um hotel e pretende visitar o cemitério de Santa Isabel e a basílica santuário. Partindo do hotel existem 3 rotas que levam ao cemitério e 4 rotas que se deslocam do cemitério para a basílica santuário. De quantas maneiras João pode sair do hotel e chegar até a basílica santuário passando pelo cemitério?

Sol. Vamos fazer os diagramas dessa situação

Figuras 26: Diagramas de possibilidades.





Fonte: arquivo do autor

Assim, existem 3 possibilidades de sair do hotel e chegar até o cemitério, e do cemitério para Basílica sanitário temos 4 possibilidades, então o total de possibilidades é 12.

Generalização - Se um evento se realiza pelas etapas independentes $A_1,\ A_2,\ A_3, \dots$, A_n sendo que cada A_i ocorre de m_i maneiras, o número de possibilidades do evento, ao se tomar a decisão A_1, seguida de A_2, seguida de A_3, e assim incessantemente até tomar a decisão A_n, é dado por $m_1 \times m_2 \times\ m_3 \times\ \dots \times m_n$.

3.7.4 Arranjos e Permutações

Nesta seção, abordaremos alguns tipos especiais de agrupamentos que, por se repetirem com bastante frequência, recebendo nomes especiais: os arranjos e as permutações.

- **Arranjos Simples e Arranjos com Elementos Repetidos**

Nesta subdivisão iremos abordar os arranjos simples e os arranjos com elementos repetidos. Esses agrupamentos consistem na escolha e ordenação de parte dos elementos de uma coleção finita de objetos dados. Havendo nisso, a ideia de que o mesmo objeto pode ser escolhido diversas vezes.

Por exemplo, dentre os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 podemos escolher três e através desses podemos formar números tanto com três algarismos distintos, um arranjo simples, quanto com algarismos repetidos, um arranjo com elementos repetido. Ou seja, 123, 234, 154, 165 são arranjos simples desses algarismos tomados 3 a 3, enquanto os números 113, 233, 344, 555 são exemplos de arranjos com repetição desses algarismos tomados 3 a 3.

- **Arranjos Simples**

Dado um total de $m > 1$ objetos e um números inteiro n, com $1 \leq n \leq m$, uma coleção desses de n objetos distintos $a_1,\ a_2,\ a_3, \dots, a_n$, em qualquer ordenação, é dita um Arranjo Simples de ordem n de m objetos.

- **Arranjos Com Elementos Repetidos**

Dado um total de $m > 1$ objetos e um números inteiro $n, com\ 1 \leq n \leq m$, uma coleção desses de n objetos, sem que necessariamente sejam distintos, $a_1,\ a_2,\ a_3, \dots, a_n$, em qualquer ordenação, é dita um Arranjo com Repetição de ordem n de m objetos.

Exemplo 4: As sequencias de letras abc, acd, bca, cdb, e adb podem ser pensadas como arranjos simples das letras a, b, c, e d tomadas 3 a 3.

Exemplo 5: As sequencias de letras abc, acd, bba, cdb, e aaa podem ser pensadas como arranjos com elementos repetidos das letras a, b, c e d tomadas 3 a 3.

3.7.5 Cálculo dos Números de Arranjos Simples

Vamos supor que queiramos saber quantos números de três algarismos distintos é possível formar com os algarismos 1, 2, 3 ,4 e 5. Sabemos que ao escolher os algarismos, um irá ocupar a ordem das centenas, outro, entre os 4 que sobraram, irá ocupar o algarismo das dezenas e por fim, o outro, entre os três restantes, para ocupar a ordem das unidades.

Assim, o algarismo das centenas pode ser 1, 2, 3 4 ou 5.

Tabela 3: Ordem Numéricas

Centena	Dezena	Unidade
1,.2, 3, 4 ou 5		

Fonte: Arquivo do Autor

Se o algarismo da ordem das centenas for 2, por exemplo, então o algarismo da dezena pode ser 1, 3, 4 ou 5.

Se mudarmos o algarismo que irá ficar na centena, teremos outra combinação de possíveis algarismos de dezenas. Permanecendo um total de $5 \times 4 = 20$ possibilidades.

Tabela 4: Ordem Numérica (possibilidades)

Centena	Dezena	Unidade	
2	1		21x
	2		22x
	3		23x
	4		24x
	5		25x

Fonte: Arquivo do Autor

E, após escolhido o algarismo da centena e o da dezena, restam três algarismos que poderão ocupar a ordem das unidades, completando assim $5 \times 4 \times 3 = 60$ números de três algarismos distintos.

3.7.6 Cálculo do Número de Arranjos com Elementos Repetidos.

Se os algarismos não tivessem que ser necessariamente diferentes, então para a ordem das centenas, dezenas e unidades, teríamos 5 possibilidades respectivamente de escolha dos algarismos. Uma vez que qualquer um dos algarismos 1, 2, 3, 4 ou 5 completando

Tabela 5: Ordem Numérica e Possibilidades

Centena	Dezena	Unidade	
2	4	1	241
		3	243
		5	245

Fonte: Arquivo do Autor

Assim: $5 \times 5 \times 5 = 125$ possibilidades de números com três algarismos.

Podemos observar que não houve redução nas possibilidades de algarismos da ordem das centenas para a dezena e unidades respectivamente, pois os algarismos podem ser repetidos. Assim, concluímos os resultados seguintes.

3.7.7 Fórmulas do Cálculo de Número de arranjos:

I - O número de Arranjos Simples de m objetos tomados n a n é determinado pelo produto $m\,x\,(\,m-1)\times(m-2)\times(m-3)\times\ldots\times(m-n+1)$.

Denotando esse por $(AS)_{m,n}$ e usando o conceito de fatorial para k natural dado por $k! = k\times(k-1)\times\ldots\times\,2\times1$ e $0! = 1$,

Temos: $(AS)_{m,\ n} = \frac{m!}{(m-n)!}$

II - O número de Arranjos com Repetição de m objetos tomados n a n é determinado pelo produto $\underbrace{m\ \times m\times\ \ldots\times m}_{n-vezes}\ =\ m^n$ e indicamos esse total por $(AR)_{m,n}$

3.8 Motivações HQ - VISAGEM

O tema aqui introduzido é mais do que necessário na formação docente em matemática, é fundamental em todo processo, formal ou informal, da formação humana. Por isso, fatores dessa temática aparecem numa enorme diversidade de construções.

Uma dessas construções acontece no que se conhece em contação de história, conforme regiões brasileiras, por Causo (norte) e História de Trancoso (nordeste), cuja característica principal é concluir evento com possibilidade que, embora por vezes até se considere por possível\plausível, é muitas das vezes inusitada, fator que faz com que a narrativa se constitua numa composição de arte e manifestação cultural.

Um desses é o que consta narrado no vídeo intitulado Causo de Caçador, de autoria de **Mário Curica**, Breves-Pá, no PROGRAMA CATALENDAS, produção da TV Cultura do Pará, https://youtu.be/_8S6RKAFM_E , acessado em out\22.

E uma das fontes de Causo é Visagem\Assombração é Walcir Monteiro e sua obra *Visagens e Assombrações de Belém*, une os mitos e lendas que povoam o imaginário amazônico e especialmente da região metropolitana de Belém desde 1972, com publicação em 1986. Baseado o HQ aqui em uma das lendas presente em seu livro, *A Moça do Táxi*.

Em resumo, *conta-se que um taxista teria apanhado depois de já ter anoitecido uma passageira em frente de cemitério de Belém, levando-a até a Basílica Santuário de Nossa Senhora de Nazaré – (Belém – Pá), onde ela rezou e finalizado a corrida num casarão, sendo que essa solicitou que, em função do adiantado das horas, retornasse no dia seguinte que seus pais pagariam a corrida. Ao retornar no dia seguinte contando o ocorrido e cobrando o devido, o taxista é informada que tal passageira já havia morrido*

Embora o tema visagem\assombração leva para se discutir os medos e temores que assolam o ensino de matemática em todos os níveis, isso não é objetivo aqui. O requerido, além de trazer uma lembrança do matemático italiano Niccolò Fontana Tartaglia (1500-1557), por haver registro que esse quando criança estudava usando lápide como quadro, é antes de tudo uma singela homenagem aos que nem a morte faz deixar ser docente de matemática.

3.9 Texto Básico Para o HQ Visagem

AULA DE MATEMÁTICA NA LÁPIDE

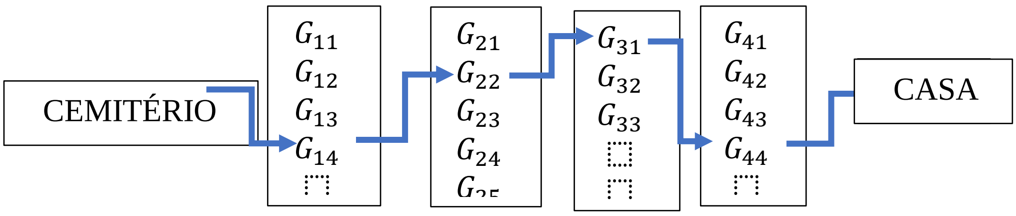
NASCIMENTO, J. B.

Docente\FACMAT\ICEN\UFPA

Alma de docente de matemática, inspirado por caso de haver matemático que estudou em cemitério usando lápide como quadro, resolve discutir com alma da moça do táxi diversas possibilidades de passeio/rota tendo em vistas alguns pontos turísticos em Belém-Pa.

-Veja, diz esse, um jeito é agrupar alguns locais, como nesse diagrama

Tabela 6: diagrama de possibilidades



Fonte: Acervo do Autor

- Em todo caso, diz ainda, G_{ij} *indica o grupo i de lugares e j cada lugar, na seguinte ordem: todos de* G_{1j} *são locais mais próximos de nós,* G_{2j} *mais longe* G_{3j} *mais longe que os anteriores e* G_{4j} *são próximos de sua casa.*

- Caro professor, indaga-lhe a Moça do Táxi, qual a ideia em tudo isso?

- Minha cara, gostaria que sentisse que mesmo situação parecendo tão simplória, como fazer um passeio de táxi pela cidade, envolve conhecimento matemático

- Depois, e a alma do velho professor de matemática fica luminosa, como organizei podes escolher fazer diversos percursos diferentes.

- Veja, aponta o docente de matemática para o esquema na lápide, se em cada passeio você escolher visitar apenas um local de cada grupo, começando aqui e terminando na sua casa, terás uma agenda bem legal.

- Professor!!! Apenas nesse esquema que mostras, quantos passeios diferentes há?

- Minha cara, como escolhido um lugar, a próxima escolha independe disto, basta multiplicar as possibilidades disponíveis em cada trecho e fica, $4 \times 5 \ \times 3 \times 4$

- Legal!! diz-lhe a moça do Táxi. Obrigado professor!! Vou escolher os locais que desejo visitar e organizar uma agenda.

OBS: o HQ – Visagem permite discente desenhar personagem da forma que lhe convém.

3.10 HQ – VISAGEM

Figura 27: Capa da HQ – Visagem.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 28: Contra capa HQ - Visagem

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE MATEMÁTICA

PARTE DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ'S NA AULA DE MATEMÁTICA

H Q – VISAGEM

AUTOR

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

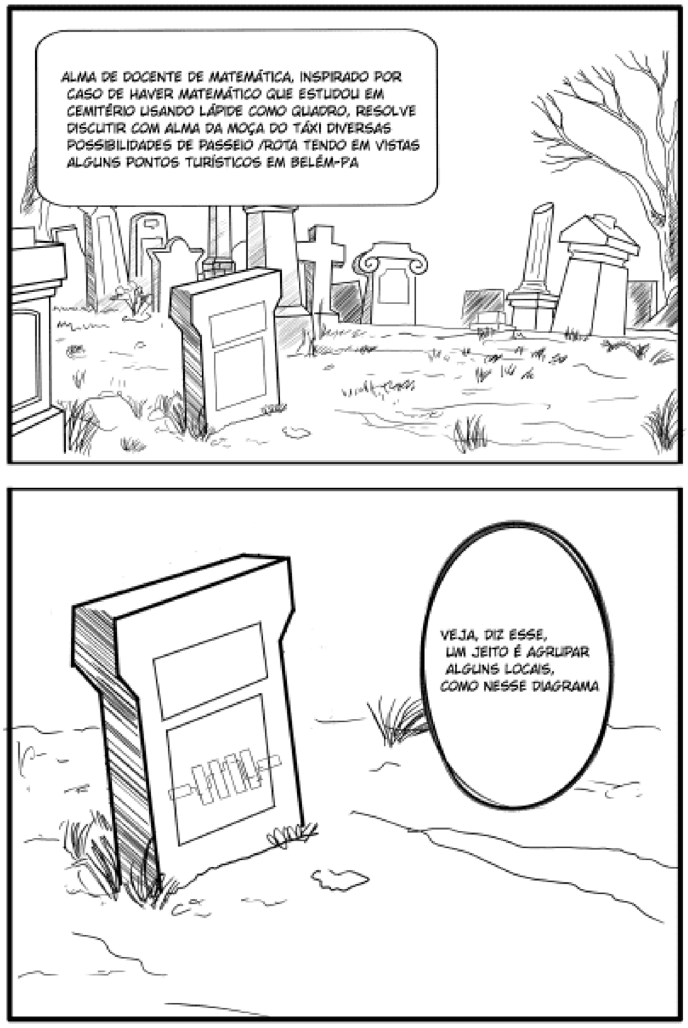
DISCENTE\UFPA, BELÉM-PA, EMAIL: davisonrenanufpa@gmail.com

ORIENTADOR: **Me. JOÃO BATISTA DO NASCIMENTO,**
DOCENTE\FACMAT\UFPA, BELÉM-Pa, e-mail: jbn@ufpa.br

BELÉM-PA - 2022

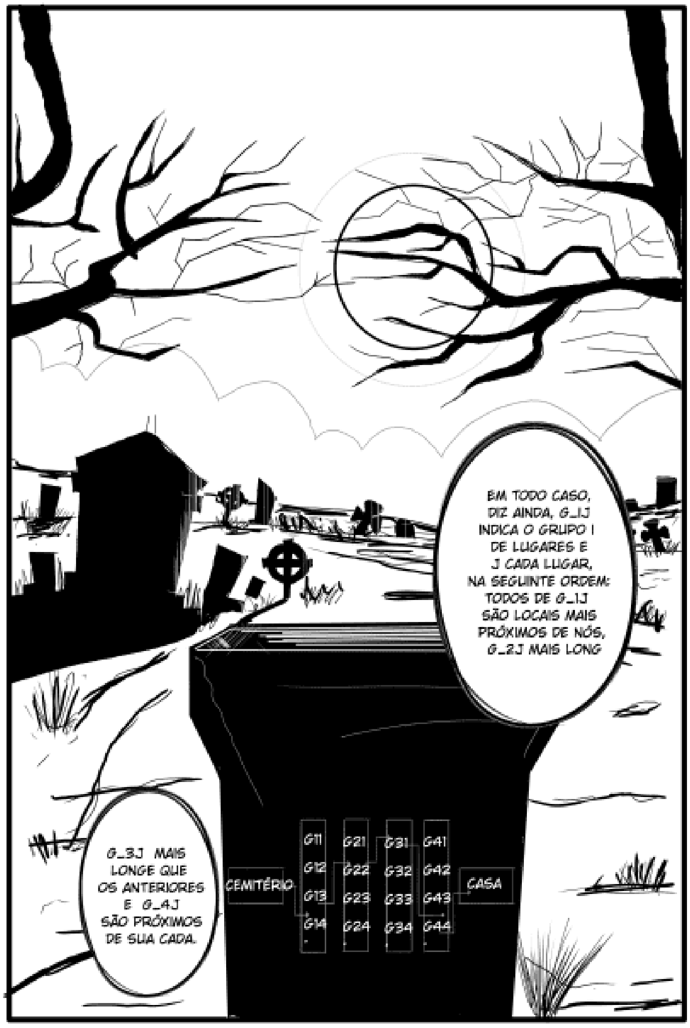
Fonte: Acervo do Autor

Figura 29: Página 1, HQ – Visagem.



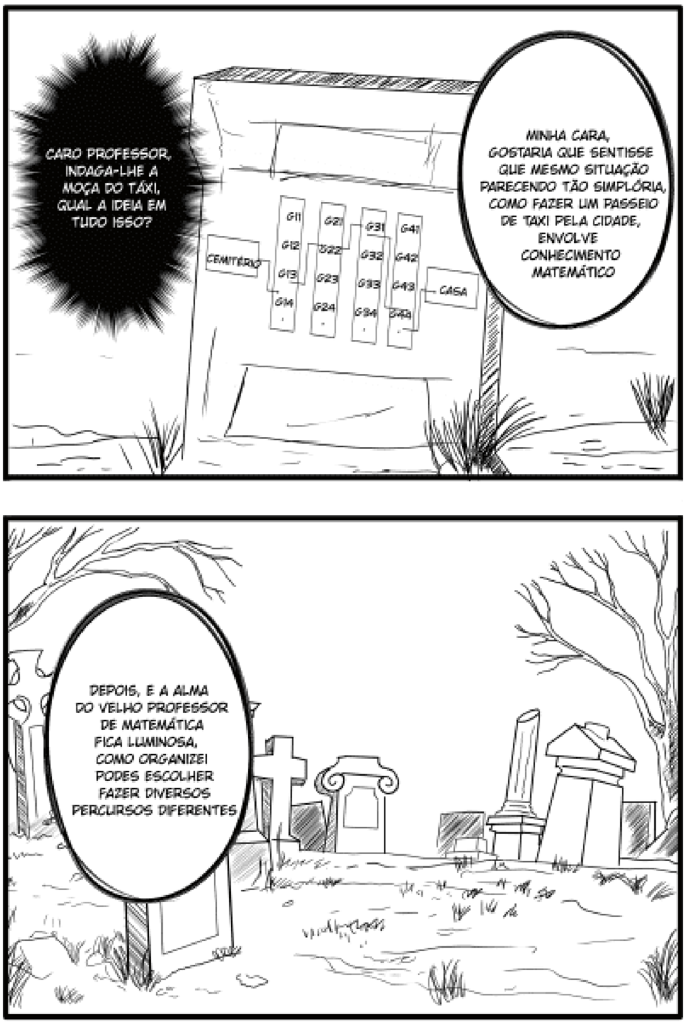
Fonte: Acervo do Autor

Figura 30: Página 2, HQ – Visagem.



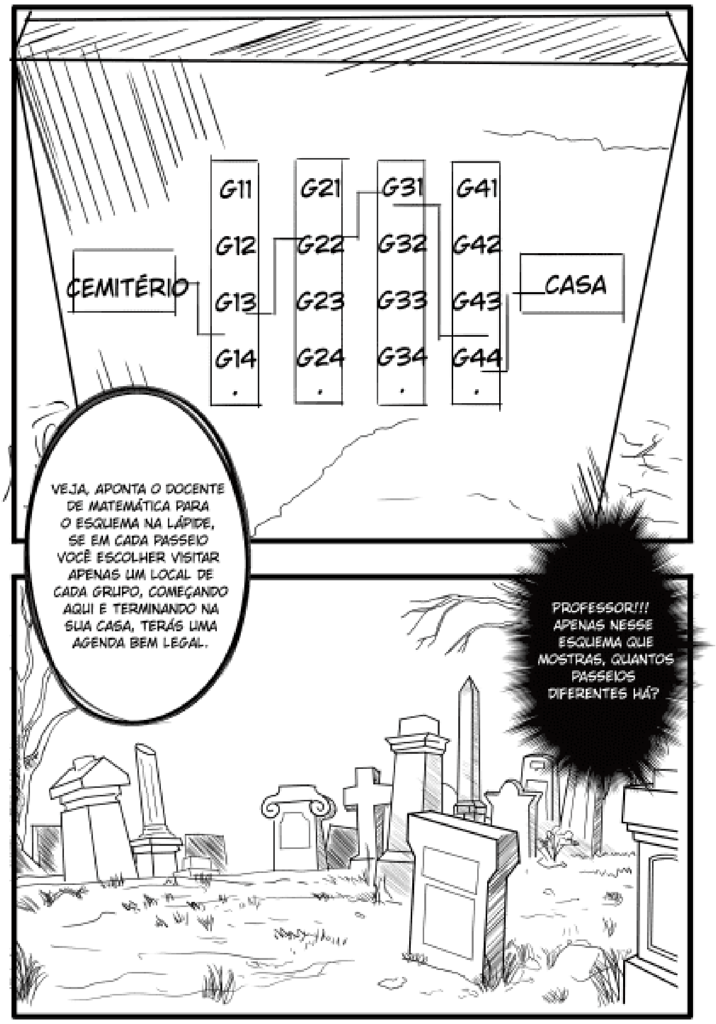
Fonte: Acervo do Autor

Figura 31: Página 3, HQ – Visagem.



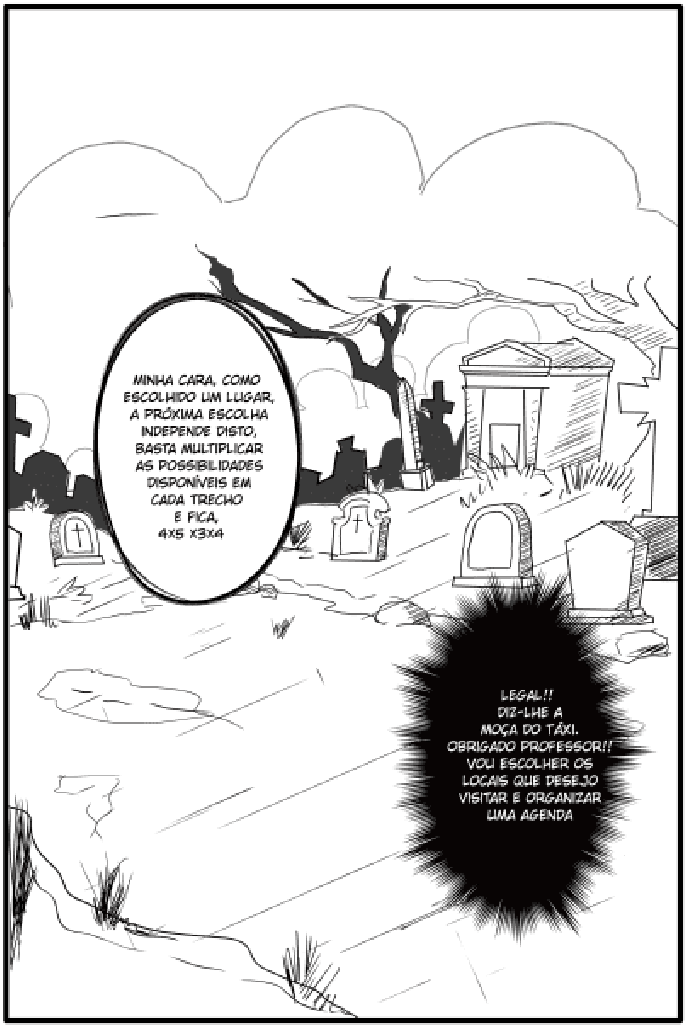
Fonte: Acervo do Autor

Figura 32: Página 4, HQ – Visagem.



Fonte: Acervo do Autor

Figura 33: página 5, HQ – Visagem.



Fonte: Acervo do Autor

3.11 Aplicação do Teorema de Pitágoras \ HQ – CARANGUEJO

Este HQ retrata um pequeno cenário envolvendo caranguejos no contexto de mangue do município de Bragança – PA. O objetivo é fazer Aplicação do Teorema de Pitágoras numa situação modelando travessia de estrada, posto que, quem conhece um pouco da região sabe haver estrada cortando o mangue, o que faz caranguejo, por vezes, precisar transitar de um lado ao outro da rodovia.

Resumindo, na HQ deste episódio, a história irá ter como enredo um grupo de caranguejos estudando no mangue, sendo que a aula de matemática visa desenvolver conhecimento envolvendo o Teorema de Pitágoras para ser aplicado num modelo de travessia de estrada. E embora o HQ seja voltado a conteúdo de matemático, diversos outros aspectos em termos de artes, biologia, geografia, etc, fica como sugestões para aplicações interdisciplinares

Sabemos que muitos dos nossos alunos tem dificuldades em matemática ou até mesmo já se fecham ao ensino de matemática por escutar de outros que é um conteúdo considerado difícil e complicado. Assim, achamos que material deste tipo auxilia em sala de aula e quebra um pouco a rotina da aula expositiva.

Deixamos também, além de alguns resultados da Teoria de Tales, o texto base que utilizamos para estruturar os balões\falas compilados no HQ.

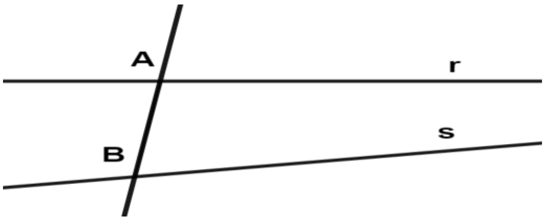
3.11.1 Teorema de Tales da Proporcionalidade

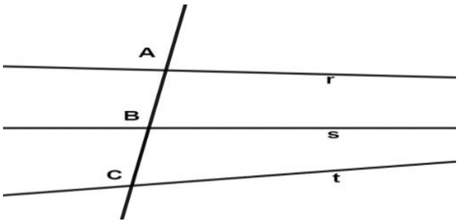
O Teorema de Tales (Tales de Mileto, matemático grego, 624-558 a.C) demonstra haver proporcionalidades entre os tamanhos dos segmentos de retas formados por retas paralelas cortadas por retas transversais. A partir dessa relação de proporção, é possível descobrir o valor desses segmentos, tornando o teorema de Tales fundamental para o cálculo de medidas.

Definição: se uma transversal intersecciona duas retas r e s, respectivamente, nos pontos A e B, dizemos que r e s determinam o segmento de tamanho $\overline{AB}$ sobre a transversal.

Se uma transversal intersecciona três retas r, s e t nos pontos A, B e C, respectivamente, e se $\overline{AB} = \overline{BC}$, então dizemos que as três retas determinam segmentos congruentes sobre a transversal.

Figura 34: Retas transversal interseccionando retas (r, s e t).





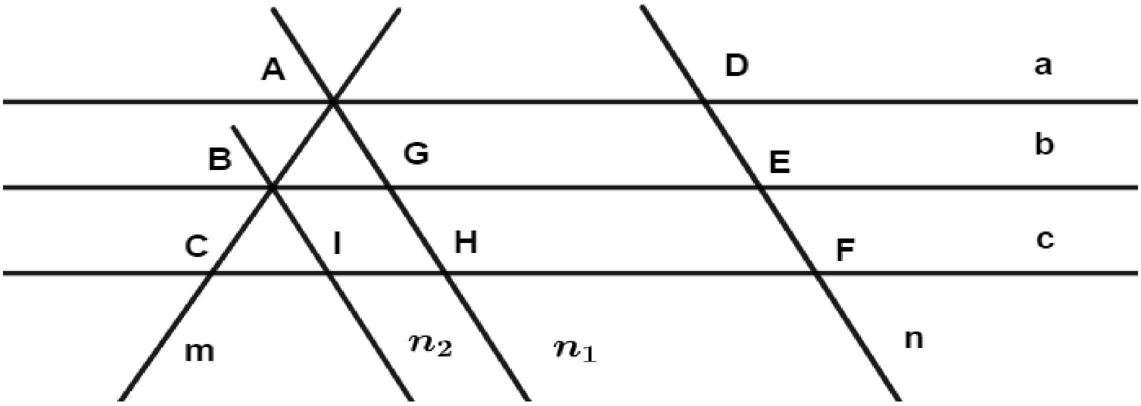
Fonte: Arquivo do autor

Teorema: Se um feixe de retas paralelas determina segmentos congruentes sobre uma reta transversal, então determinam segmentos congruentes sobre qualquer outra reta transversal.

Demonstração: consideremos uma reta transversal m interseccionando o feixe de retas paralelas a, b e c nos pontos A, B e C, respectivamente, com $\overline{AB} = \overline{BC}$. Seja n outra reta transversal interseccionando o feixe de paralelas nos pontos D, E e F, respectivamente. Queremos demonstrar que $\overline{DE} = \overline{EF}$.

Primeiro, queremos demonstrar o teorema no caso em que m e n não são paralelas e $A \neq D$, observe a figura abaixo.

Figura 35: Retas transversais interseccionando feixe de restas paralelas.



Fonte: Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende seja n_1 a reta paralela a n que passa por A, e que intersecta b e c em G e H, respectivamente; e seja n_2 a reta paralela a s que passa por B, e que intersecta a reta c em l. deste modo, formados os paralelogramos $AGED\ e\ BIFE$, e disso verifica-se.

$$\overline{AG} = \overline{DE} \text{ e } \overline{BI} = \overline{EF} \qquad (1)$$

Dessa forma, pelo teorema A.L.A. teremos que $\Delta ABG \equiv \Delta BCI$ pois $\overline{AB} = \overline{BC}$, por hipótese; e $\widehat{ABG} \equiv \widehat{BCI}$ e $\widehat{BAG} \equiv \widehat{CBI}$, ambos pelo teorema que define duas paralelas cortadas por uma transversal formam pares de ângulos correspondentes congruentes. Portanto $\overline{AG} = \overline{BI}$. Substituindo em (1) teremos $\overline{DE} = \overline{EF}$.

Agora, vamos considerar o caso em que as transversais se intersectam no ponto A. seja n_1 a reta que passa por B, paralela a n e que intersecta c em l (veja a figura 23 abaixo). Teremos que Δ *ABE* ≡ Δ *BCI* pelo teorema L.A.L, e conseguintemente $\overline{AE} = \overline{BI}$. Dado que $BIFE$ é um paralelogramo, teremos $\overline{BI} = \overline{EF}$. Logo $\overline{AE} = \overline{EF}$, isto é, $\overline{DE} = \overline{EF}$.

No caso em que as retas transversais m e n são paralelas, como na figura 24, o resultado desdobra-se imediatamente das propriedades dos paralelogramos.

Figura 36: Retas transversais

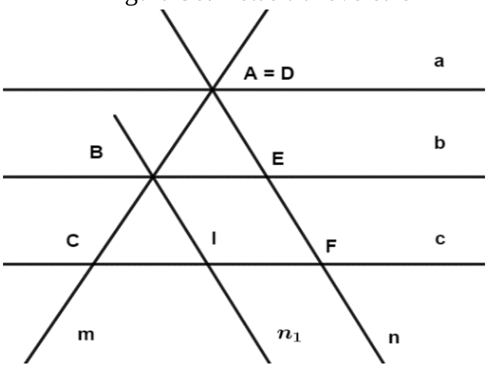
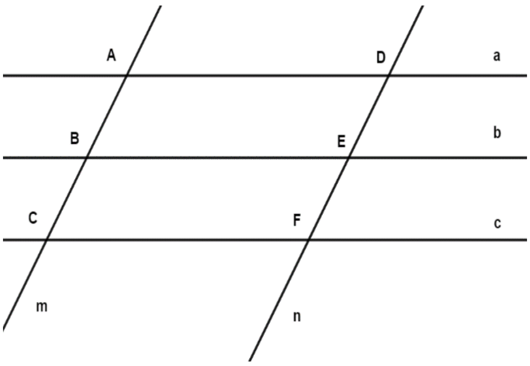


Figura 37: Feixe de retas paralelas.



Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

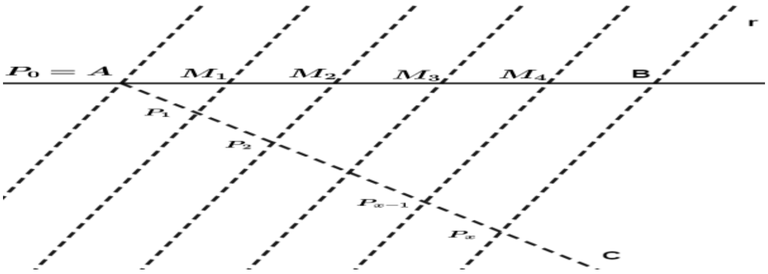
Este teorema pode ser generalizado como no corolário a seguir.

Corolário: se três ou mais retas paralelas determinam segmentos congruentes em uma transversal, então determinam segmentos congruentes em qualquer outra transversal.

Uma aplicação do teorema anterior é dividir um segmento em x partes congruentes. Assim, se queremos dividir o segmento $\overline{AB}$ em x partes congruentes, teremos ante de tudo, que traçar uma semirreta $\overrightarrow{AC}$,tal que, $\overleftrightarrow{AC}$ seja distinta de $\overleftrightarrow{AB}$. Assim, vamos tomar $P_0, P_1, \ldots, P_x$, pontos na semirreta $\overrightarrow{AC}$ onde $P_0 = A$ e $\overline{P_0\, P_1} \equiv \overline{P_1 P_2} \equiv \ldots \equiv \overline{P_{x-1}\, P_x}$.

Seja r a reta $\overleftrightarrow{P_x B}$.

Figura 38: Demonstração corolário.



Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

Pelos pontos $P_0, P_1, \ldots, P_{x-1}$, traçamos reta paralelas a r obtendo os pontos $M_0, M_1, \ldots, M_{x-1}$ no segmento $\overline{AB}$. Utilizando o corolário que diz: se r e s são retas paralelas e se P e Q são dois pontos quaisquer em r, então as distancias de P e Q a s são iguais. Assim, teremos que $\overline{AM_1} \equiv \overline{M_1 M_2} \equiv \cdots \equiv \overline{M_{x-1} B}$.

Antes de introduzi o teorema fundamental da proporcionalidade, vejamos uma propriedade a respeito da razão entre os comprimentos de dois segmentos.

Lema: Sejam dois segmentos AB e CD, teremos $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{n}{m}$ onde n e m são números inteiro positivos se, e somente se, existe um segmento de comprimento c onde $\overline{AB} = nc$ e $\overline{CD} = mc$.

Demonstração: dados os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e os números positivos n e m tal que $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{n}{m}$. sejam $P_0 = A, P_1, \ldots, P_n = B$, n pontos em $\overline{AB}$, tais que $\overline{P_0\, P_1} \equiv \overline{P_1 P_2} \equiv \ldots \equiv \overline{P_{n-1}\, P_n}$. Seja c o comprimento de tais segmentos.

Então $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{n}{m} = \frac{nc}{mc}$. Como, por construção, $\overline{AB} = nc$, segue que $\overline{CD} = mc$. A recíproca é imediata.

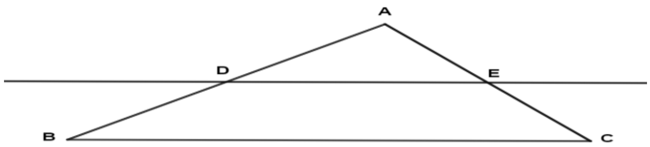
Na situação acima, dizemos que os segmentos AB e CD são comensuráveis

3.11.2 Teorema de Tales ou Teorema Fundamental da Proporcionalidade

Teorema - se uma reta paralela a um dos lados de um triangulo corta os outros dois lados em pontos distintos, então ela os divide na mesma razão.

Demonstração: vamos considerar o triangulo ΔABC e uma reta paralela ao lado BC a qual intersecta os lados AB e AC, respectivamente, nos pontos D e E. Queremos mostrar que $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$.

Figura 39: Teorema de Tales – Demonstração 1.

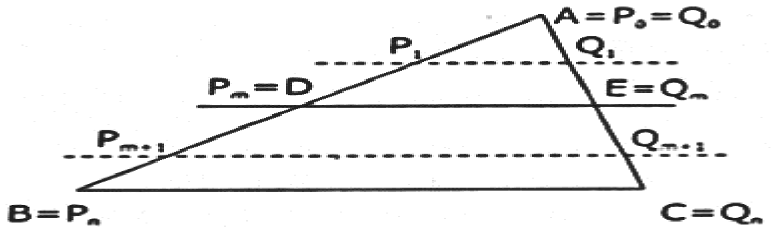


Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

Vamos considerar o caso em que $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$ é um número racional, isto é, podemos escreve-lo da seguinte forma $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{n}{m}$ com m e n números inteiros positivos. Pelo lema anterior, existe um segmento de comprimento c tal que $\overline{AD} = mc$ e $\overline{AB} = nc$, e ainda com $m < n$ pois $\overline{AD} < \overline{AB}$.

Examinemos então em $\overrightarrow{AB}$ os pontos $P_0, P_1, \ldots, P_m, \ldots, P_n$, com $P_0 = A, P_m = D$ e $P_n = B$ onde $P_iP_{i+1} = c$, com $i = 0, \ldots, m, \ldots, n-1$.

Figura 40: Teorema de Tales – Demonstração 2.



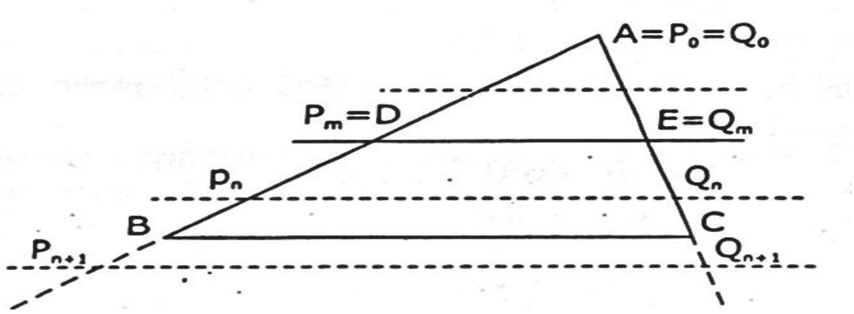
Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

Agora vamos traçar paralelas à $\overleftrightarrow{BC}$ por $P_1, \ldots, P_{n-1}$. Temos assim, que essas retas cortam o segmento $\overline{AC}$ em pontos denotados por $Q_1, \ldots, Q_{n-1}$. Pelo Corolário 2.3, existe um número rela positivo d tal que $Q_iP_{i+1} = d$ para $i = 0, \ldots, n-1$ com $Q_0 = A, Q_m = E\ e\ Q_n = C$. Portanto, $\overline{AC} = nd$ e $\overline{AE} = md$. Assim temos a seguinte correspondência:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{nd}{md} = \frac{n}{m} = \frac{nc}{mc} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$$

Agora, devemos considerar o caso em que $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$ é um número irracional. Seja m um número inteiro positivo e vamos considerar a semirreta $\overrightarrow{AB}$ e os pontos $P_0 = A, P_1, \ldots, P_m = D, \ldots P_n . P_{n+1}$ tais que $P_iP_{i+1} = c, i = 0, 1, \ldots., m, m+1, \ldots, n,$ para qualquer $c.$ temos $\overline{AD} = mc\ e\ nc < \overline{AB} < (n+1)c.$ Observemos a figura abaixo.

Figura 41: Teorema de Tales – Demonstração 3.



Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

Então teremos

$$\frac{n}{m} < \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{n+1}{m} \qquad (1)$$

Se traçarmos retas paralelas a $\overleftrightarrow{BC}$ por $P_1, \ldots, P_{n+1}$.

Observe que essas retas iram cortar a semirreta $\overrightarrow{AC}$ em pontos $Q_0 = A, Q_1, \ldots, Q_{n+1}$. Pelo corolário 2.3, teremos que existe um número real positivo d tal qual $Q_iQ_{i+1} = \mathrm{d},\ i = 0, \ldots, n$ com $Q_0 = \mathrm{A}, \overline{AE} = md\ e\ nd < \overline{AC} < (n+1)d.$ Portanto temos.

$$\frac{n}{m} < \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} < \frac{n+1}{m} \qquad (2)$$

De (1) e (2) termos: $\left|\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} - \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}\right| < \frac{n+1}{m} - \frac{n}{m} = \frac{1}{m}$

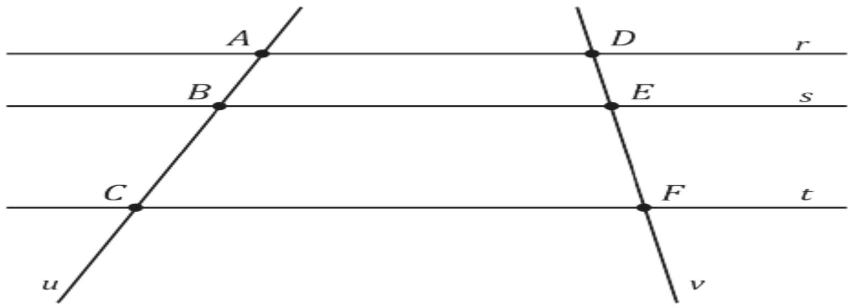
Portanto, como esta desigualdade garante qualquer número inteiro positivo m, temos.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} - \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = 0 \quad \text{ou seja,} \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

De outra forma, ante o fato de que deslocar paralelamente uma reta transversal certos segmentos ficam congruentes, o teorema de Tales afirma que um feixe de retas paralelas determina sobre duas retas transversais segmentos formando proporções.

Vamos observar a imagem abaixo:

Figura 42: Teorema de Tales – Demonstração 4.



Fonte: Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas – Eliana Rezende

Podemos observar na figura acima que há vários segmentos de reta, tais como: AB, BC , DE , EF, AC e DF . É possível compará-los de duas formas.

1º Caso: comparar os segmentos de uma mesma reta transversal.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}, \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DF}} \quad , \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{DF}}$$

2º Caso: montar a razão entre o segmento de uma reta transversal sob o segmento equivalente.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}, \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} \quad , \quad \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

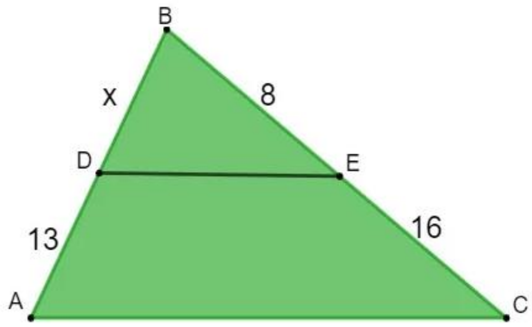
Independente do caso escolhido para montar as proporções, é possível encontrar o valor desses segmentos a partir da propriedade fundamental da proporção.

3.11.3 Aplicação do Teorema de Tales em Triângulos.

Ao traçar uma reta paralela à base os segmentos formados pela lateral do triângulo também são proporcionais, que permite a possibilidade de utilizar o teorema de Tales para encontrar valores desconhecido neste triangulo.

Exemplo: Seja o triângulo ΔABC, calcule o valor de $\overline{BD}$ sabendo que o segmento de reta $\overline{DE}$ é paralelo à base $\overline{AC}$.

Figura 43: Aplicação do Teorema de Tales em Triângulos



Fonte: Acervo do Autor

Utilizando o teorema de Tales e aplicando a proporção, sabemos que x está para 13, assim como, 8 está para 16.

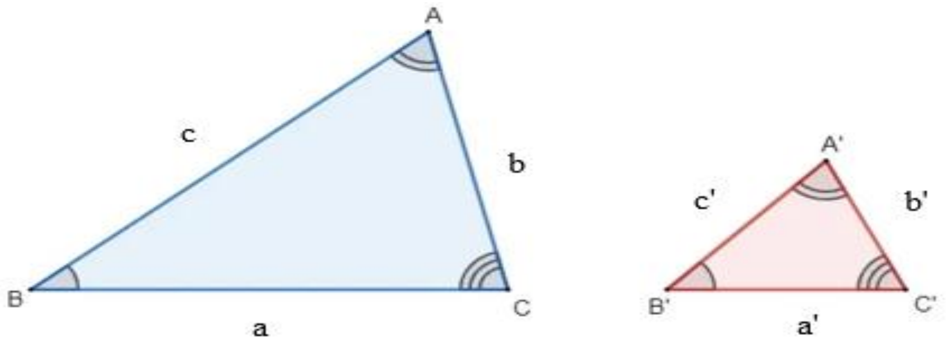
$$\frac{x}{13} = \frac{8}{16} \Leftrightarrow 16x = 13.8 \Leftrightarrow 16x = 104$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{104}{16} \Leftrightarrow x = 6,5$$

3.11.4 Semelhança de Triângulos

Definição: Uma correspondência bijetora entre vértices de dois triângulos é uma semelhança se as razões entre os lados correspondentes forma uma proporção e os ângulos correspondentes são congruentes.

Figura 44: Semelhança de Triângulos – Demonstração.



Fonte: Acervo do Autor

Isto, os triângulos ΔABC e $\Delta A'B'C'$ *são* semelhantes pela correspondência entre os vértices $A \leftrightarrow A'$, $B \leftrightarrow B'$ $C \leftrightarrow C'$, se ocorrer:

$i)$ $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$, $\hat{C} = \hat{C}'$ $ii)$ $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$

E usamos a notação $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ para denotar que o triângulo ΔABC é semelhante ao triângulo $\Delta A'B'C'$, com a correspondência que descrevemos acima.

3.11.5 Razão de Semelhança

Quando $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$, o quociente comum entre as medidas dos lados correspondentes é chamado de razão de proporcionalidade ou razão de semelhança entre os dois triângulos. Sendo k a razão de semelhança entre os lados homólogos, temos: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$. Assim como, podemos observar que, se $k = 1$, os triângulos são congruentes.

Veremos três resultados que simplificam o que precisamos verificar para concluir haver semelhanças entre triângulos, conhecidos como casos ou critérios de semelhança.

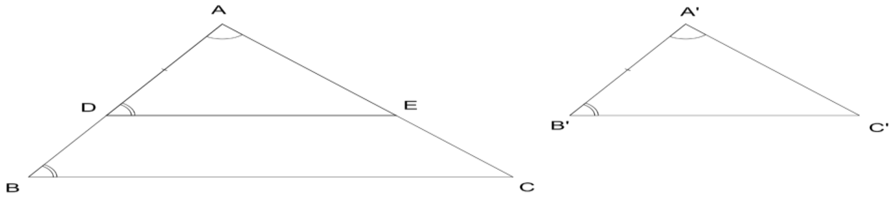
1º Caso de Semelhança AA (ângulo, ângulo):

Se dois ângulos de um triangulo são congruentes a dois ângulos de outro triângulo, então esses triângulos são semelhantes.

Prova - Seja os triângulos ΔABC e $\Delta A'B'C'$, com $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\hat{B} = \widehat{B'}$. Pela soma dos ângulos internos, temos que $\hat{C} = \widehat{C'}$ e para proporcionalidade entre os lados correspondentes, podemos supor que que $\overline{AB} > \overline{A'B'}$, pois ser iguais, ocorre congruência.

Assim tome $D \in AB$ e $E \in AC$, sendo $AD \cong A'B'$ e $AE \cong A'C'$, o que faz então $\Delta ADE \cong \Delta A'B'C'$.

Figura 45: Caso de Semelhança AA (ângulo, ângulo).



Fonte: Acervo do Autor

Pelo que foi visto em triângulos, ocorre que $\overleftrightarrow{DE} // \overleftrightarrow{BC}$ e as proporções $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$, as quais equivale $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$.

Portando, provamos que $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$. Ou seja, para que os dois triângulos sejam semelhantes, basta que dois ângulos sejam ordenadamente congruentes. Assim, demonstramos o primeiro caso, como pretendíamos.

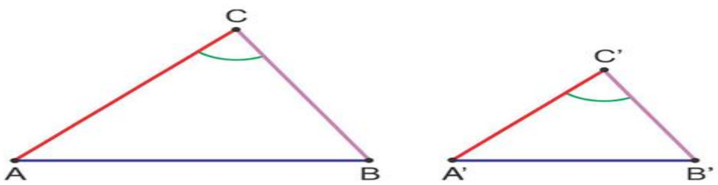
2º Critério de Semelhança LAL (lado, ângulo, lado)

Se dois lados de um triângulo são proporcionais aos lados correspondentes de outro triângulo e se os ângulos compreendidos entre esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

Prova -A demonstração é análoga à do 1º caso, usando o caso de congruência LAL (lado, ângulo, lado) no lugar de ALA (ângulo, lado, ângulo).

Façamos : $\frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}} = k$ e $\hat{C} \equiv \hat{C}'$

Figura 46: Critério de Semelhança LAL (lado, ângulo, lado).



Fonte: Acervo do Autor

Como antes, podemos supor $\overline{CA} > \overline{C'A'}$ e pelo caso de congruência, LAL, construir dentro do triângulo CAB o triângulo CDE, com $D \in CA$ e $E \in CB$ e tornando $\Delta CAB \sim \Delta CDE$. Sendo $\Delta CDE \cong \Delta C'A'B'$, por transitividade, $\Delta CAB \sim \Delta C'A'B'$, como foi proposto.

3º Critério de Semelhança LLL (lado, lado, lado).

Se os três lados de um triângulo são proporcionais aos lados correspondentes de outro triângulo, então os triângulos são semelhantes.

Prova - A demonstração é análoga à do 1º caso, usando o caso de congruência LLL (lado, lado, lado) no lugar de ALA (ângulo, lado, ângulo) e o teorema fundamental. E vamos deixar essa para o leitor.

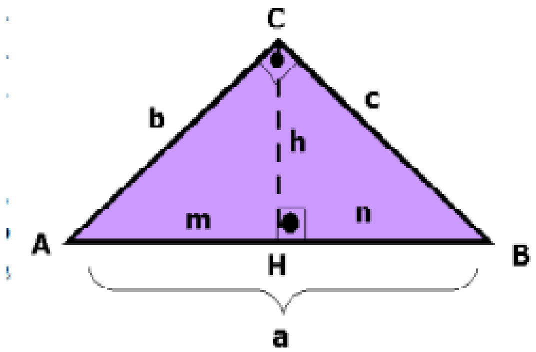
3.11.6 Teorema de Pitágoras

Definição: Um triângulo é chamado de retângulo de possuir um ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90º graus. O lado do triangulo que estiver oposto ao ângulo de 90º graus, é denominado de Hipotenusa, os demais, são denominados de catetos.

O Teorema de Pitágoras é uma das relações métricas no triângulo retângulo, ou seja, é uma igualdade capaz de relacionar as medidas dos três lados de um triângulo retângulo. Sendo que essa é a seguinte afirmação: válida para todo e qualquer triângulo retângulo, é a seguinte: **Em todo triângulo retângulo, o quadrado da Hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.**

Demonstração: Considere ABC triângulo retângulo de hipotenusa $\overline{AB}$ e considere $\overline{CH}$ altura relativa do vértice C e que subdivide o triângulo inicial em dois outros triângulos retângulos

Figura 47: Teorema de Pitágoras – Demonstração.



Fonte: matemática para aprender e ensinar Vol. II

Do fato de $\Delta ABC \sim \Delta CBH$, pelo caso AA, obtemos:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BH}}$. Isto é, $\frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{n}$. Em particular $\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \Leftrightarrow c^2 = a \times n$

Analogamente $\Delta ABC \sim \Delta ACH$, obtemos:

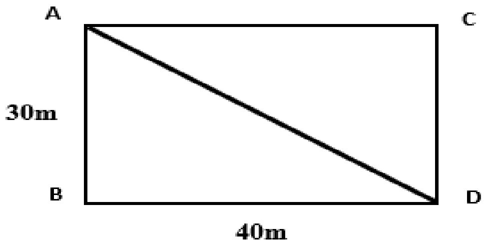
$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CH}}$. Isto é, $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} = \frac{c}{h}$. Em particular $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Leftrightarrow b^2 = a \times m$

E dessas duas equações, $b^2 + c^2 = a \times m + a \times n = a \times (m + n) = a^2$

Vejamos alguns exemplos da Aplicações do Teorema de Pitágoras:

Exemplo: Um terreno tem formato retangular, de modo que um de seus lados mede 30 metros e o outro mede 40 metros. Será preciso construir uma cerca que passe pela diagonal desse terreno. Assim, considerando-se que cada metro de cerca custará $R\$12{,}00$, quanto será gasto, em reais, para sua construção?

Figura 48: Aplicação do Teorema de Pitágoras – Exemplo.



Fonte: Acervo do Autor

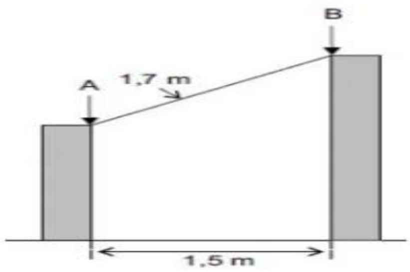
Solução: Se a cerca passa pela diagonal do retângulo, então, basta calcular o seu comprimento e multiplicá-lo pelo valor de cada metro. Para encontrar a medida da diagonal de um retângulo, devemos observar que esse segmento divide-o em dois triângulos retângulos, como mostra a figura a seguir:

Tomando somente o triângulo ΔABC, $\overline{AD}$ é hipotenusa e $\overline{BD}$ e $\overline{AB}$ são catetos. Portanto, teremos: $x^2 = 30^2 + 40^2 \Leftrightarrow x^2 = 900 + 1600 \Leftrightarrow x^2 = 2500 \Leftrightarrow \text{x} = 50$.

Dessa forma, sabemos que o terreno terá 50 m de cerca. Como cada metro custará 12 reais, portanto: $50 \times 12 = 600$, logo serão gastos $R\$\ 600{,}00$ nessa cerca.

Exemplo: (PM-SP/2014 – VUNESP). Duas estacas de madeira, perpendiculares ao solo e de alturas diferentes, estão distantes uma da outra 1,5 m. Será colocada entre elas outra estaca de 1,7 m de comprimento que ficará apoiada nos pontos A e B, conforme mostra a figura.

Figura 49: Aplicação do Teorema de Pitágoras – Exemplo.



Fonte: FUNESP

A diferença entre a altura da maior estaca e a altura da menor estaca, nessa ordem, em cm, é:
a) 95 cm b) 75 cm c) 85 d) 80 cm e) 90 cm

Solução - Neste caso, denotando por x, o valor procurado, temos:

$$1{,}7^2 = 1{,}5^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1{,}7^2 - 1{,}5^2 = (1{,}7 + 1{,}5)(1{,}7 - 1{,}5) = 0{,}64 \Leftrightarrow x = 0{,}8\,m = 80cm.$$

3.12 Motivação HQ - CARANGUEJO

No município de Bragança, noroeste do Estado do Pará, há uma rodovia ligando a sede municipal com região de praia marinha, conhecida por Ajuruteua, o que faz essa ser muito movimentada, sendo que essa atravessa região de mangue, ficando isso visível em alguns trechos ao vermos caranguejo atravessando-a. Complementando que essa região tem uma produção econômica baseada em caranguejo, fazendo isso ser uma iguaria de alto fator cultural.

Por outro lado, no ensino de matemática, quando se trata de Teorema de Pitágoras, há uma profunda ênfase na hipotenusa e podemos ver isso pelo quantitativo de problemas nos livros didáticos que se resolve por calcular essa. Porém, podemos modelar situação de travessia de uma estrada, possível até que façamos isso intuitivamente, em que fazer isso pela hipotenusa leva mais tempo e, portanto, se corre mais risco de acidente.

Assim, a história em quadrinho será uma aula de matemática ambientada no mangue, cujos personagens são caranguejos, visando fazer com que faça tal travessia o mais seguro possível, o que serve como alegoria para o mesmo tema ser aplicado em qualquer escola.

3.13 Texto Base do HQ – Caranguejo

ATRAVESSANDO PITÁGORAS

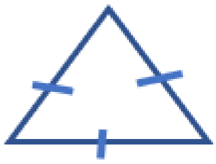
NASCIMENTO, J.B

Diálogo 1 – Nesta aula iremos usar o Teorema de Pitágoras para discutir uma situação do nosso contexto

Diálogo 2 – Sabemos que um triângulo é equilátero quando todos os lados são de mesma medida. Isso é mesmo que dizer que todos os seus ângulos internos são de mesma medida.

Desenho ao fundo

Figura 50: Texto Base HQ - Caranguejo, Triangulo e Medida.

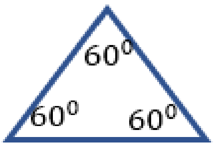


Fonte: Acervo do Autor

Diálogo 3 – Como já vimos, na geometria plana a soma dos ângulos internos de triângulo mede 180^0 e, portanto, se o triângulo tiver todos esses de mesma medida, cada um medirá 60^0, pois $180^0 \div 3 = 60^0$

Desenho ao fundo

Figura 51: Texto Base HQ – Caranguejo; Triangulo e ângulos.

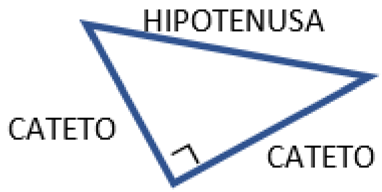


Fonte: Acervo do Autor

Diálogo 4 – O dito antes indica que quando há desigualdade entre ângulos de um triângulo, também ocorre entre as medidas dos lados. O caso famoso é do triângulo retângulo que tem um ângulo reto, mede 90^0, e os dois outros agudos, cada qual medindo menos de 90^0.

Desenho ao fundo

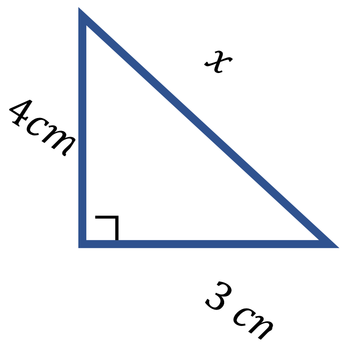
Figura 52: Texto Base HQ - Caranguejo, triangulo.



Fonte: Acervo do Autor

ATIVIDADE 1- Calcule a medida da hipotenusa

Figura 53: Texto Base HQ - Caranguejo, triangulo



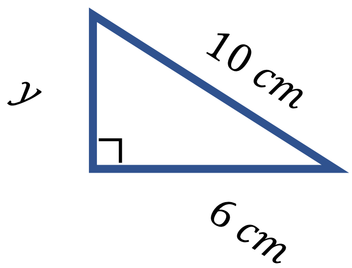
Pelo Teorema de Pitágoras, $x^2 = 4^2 + 3^2 \therefore x^2 = 16 + 9 = 25 \therefore x = 5$

Note que a hipotenusa é o maior dos lados e fica oposto ao maior dos ângulos, o de 90^0

Fonte: arquivo do autor

ATIVIDADE 2- Calcule a medida do cateto

Figura 54: Texto Base HQ - Caranguejo, triangulo



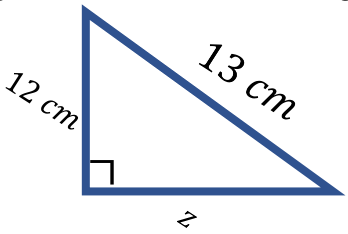
Pelo Teorema de Pitágoras, $10^2 = y^2 + 6^2 \therefore 100 = y^2 + 36 \therefore y^2 = 100 - 36 = 64 \therefore y = 8$

Note que esse cateto mede menos do que a hipotenusa

Fonte: arquivo do autor

ATIVIDADE 3- Calcule a medida do cateto

Figura 55: Texto Base HQ - Caranguejo, triangulo



Fonte: arquivo do autor

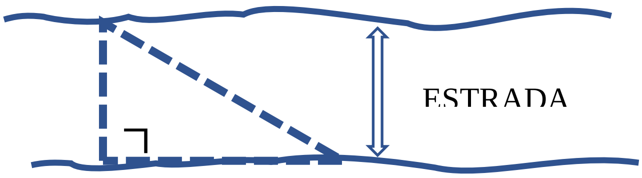
Pelo Teorema de Pitágoras, $13^2 = z^2 + 12^2 \therefore$ $169 = z^2 + 144 \therefore z^2 = 169 - 144 = 25 \quad \therefore$

Note que esse cateto também mede menos do que a hipotenusa

DIÁLOGO 5 – O indicado pelas atividades, de que a hipotenusa é o maior dos lados de um triângulo retângulo, é sempre verdade.

CONCLUSÃO – *A travessia de uma estrada pode ser modelada por um triângulo retângulo indicando que o caminho mais curto para isso dado pelo cateto perpendicular e não pela hipotenusa*

Figura 56: Texto Base HQ - Caranguejo, exemplo estrada.



Fonte: Acervo do Autor

3.14 HQ – CARANGUEJO

Figura 57: Página Capa da HQ – Caranguejo.

Fonte: Acervo do Autor

Figura58: Contra Capa HQ – Caranguejo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE MATEMÁTICA

PARTE DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

UM ESTUDO INICIAL DO USO DE HQ'S NA AULA DE MATEMÁTICA

HQ – CARANGUEJO

AUTOR

DAVISON RENAN ABREU DE SOUSA

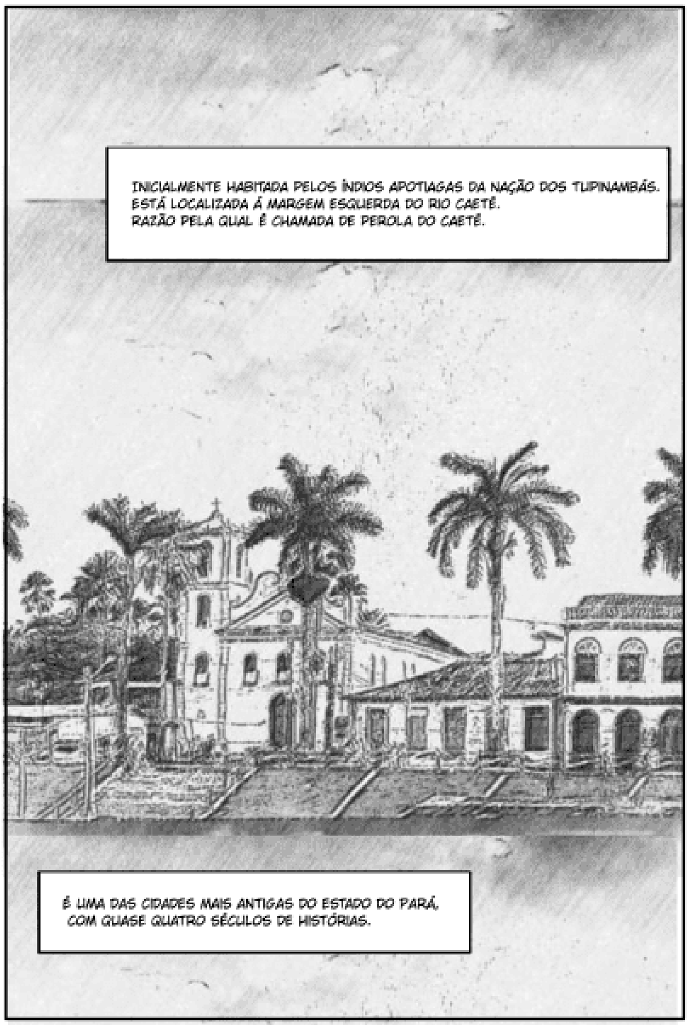
DISCENTE\UFPA, BELÉM-PA, EMAIL: davisonrenanufpa@gmail.com

ORIENTADOR: **Me. JOÃO BATISTA DO NASCIMENTO,**
DOCENTE\FACMAT\UFPA, BELÉM-Pa, e-mail: jbn@ufpa.br

BELÉM-PA - 2022

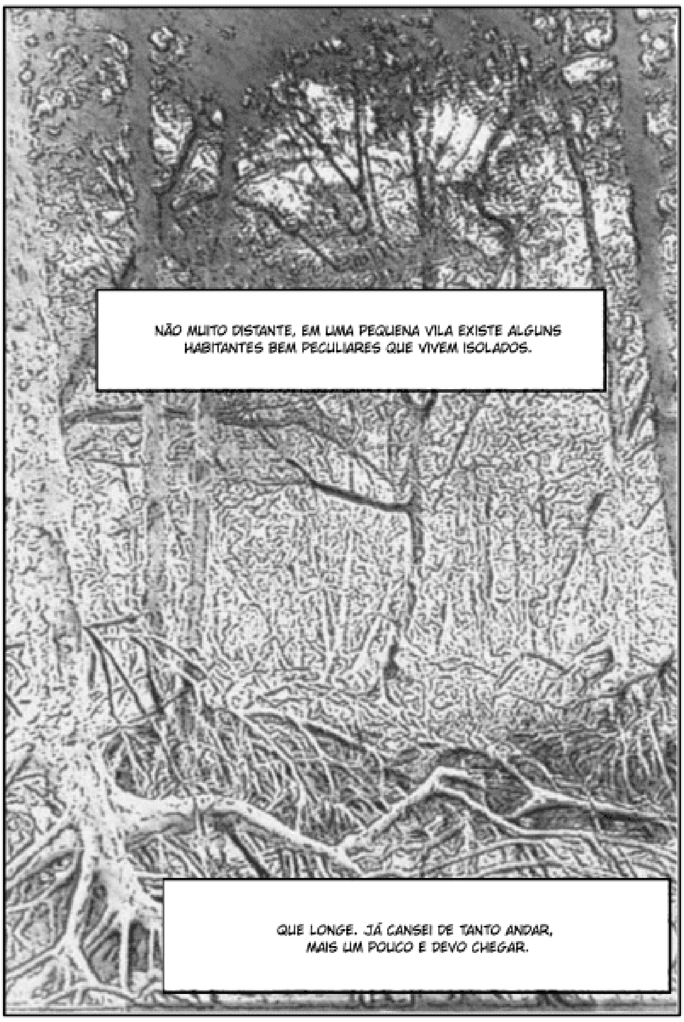
Fonte: Acervo do Autor

Figura 59: Página 1, HQ – Caranguejo.



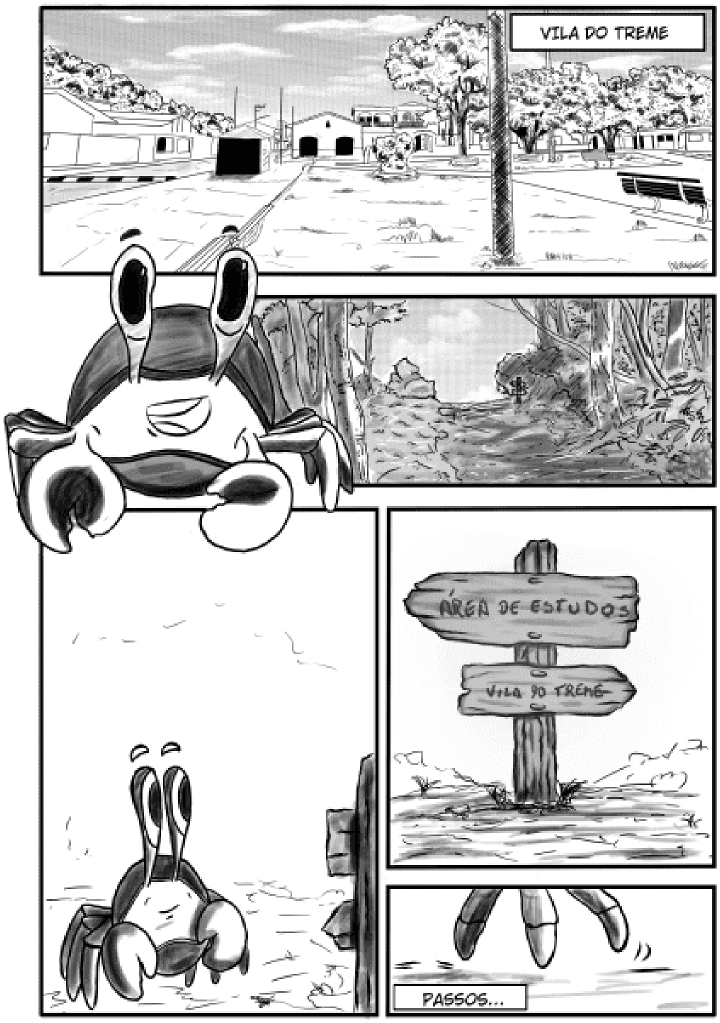
fonte: Acervo do Autor

Figura 60: Página 2, HQ – Caranguejo.



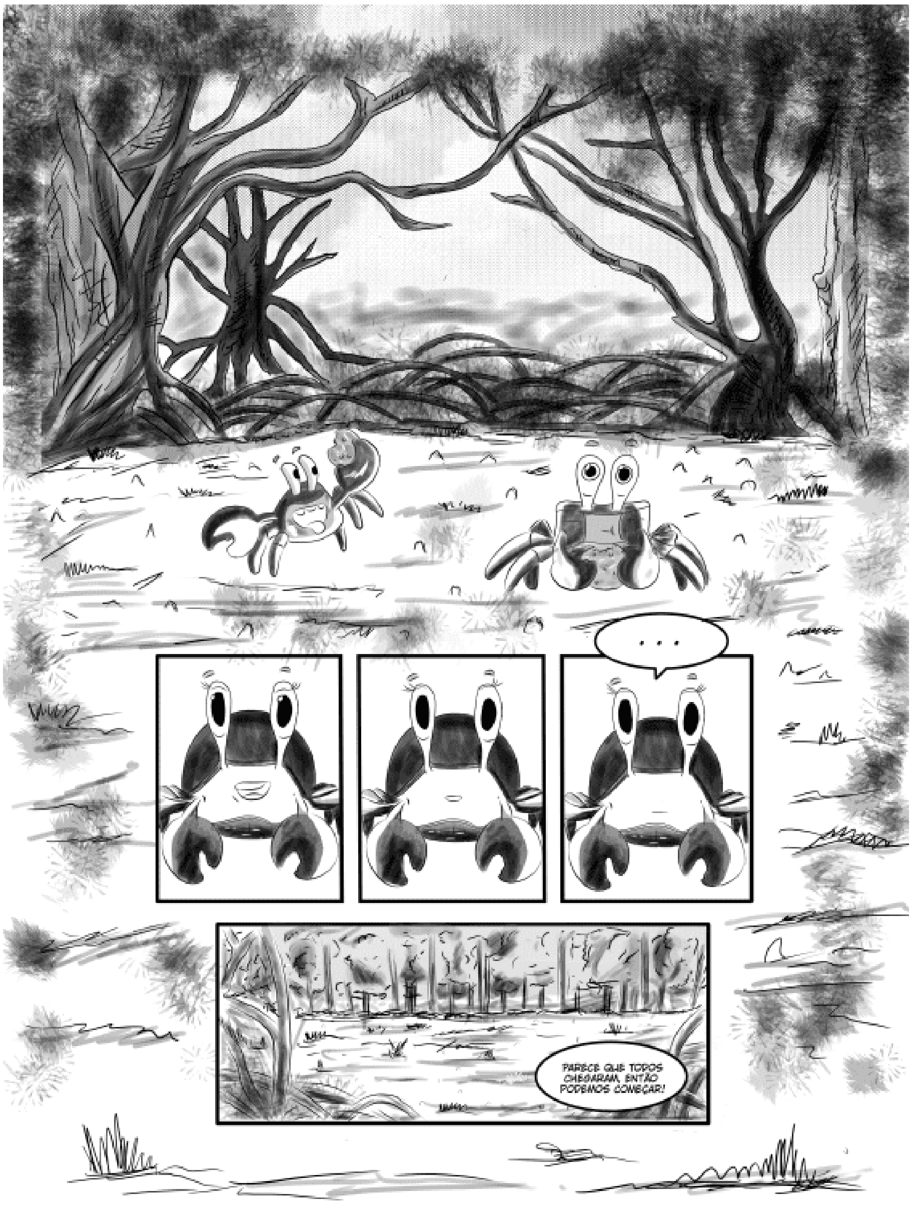
Fonte: Acervo do Autor

Figura 61: Página 3, HQ – Caranguejo.



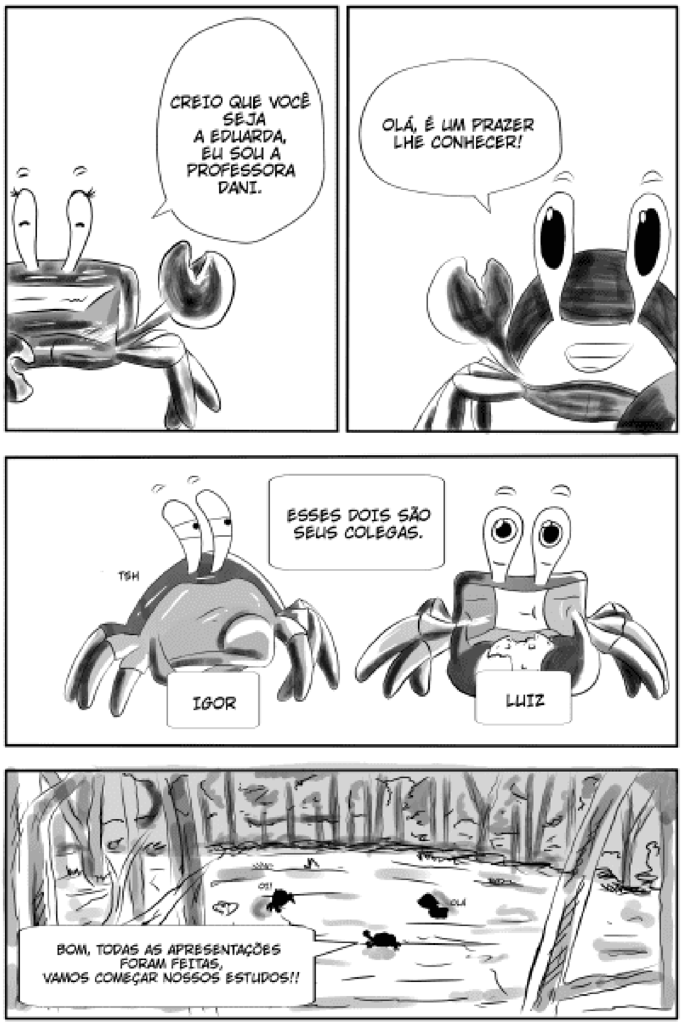
Fonte: Acervo do Autor

Figura 62: Página 4, HQ – Caranguejo.



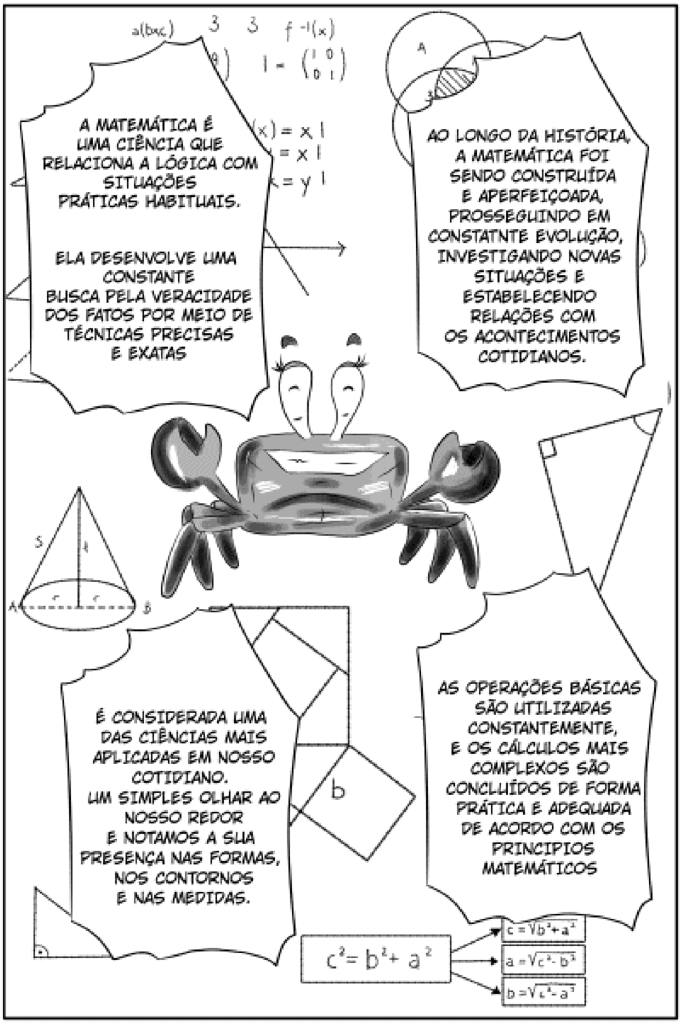
Fonte: Acervo do Autor

Figura 63: Página 5, HQ – Caranguejo.



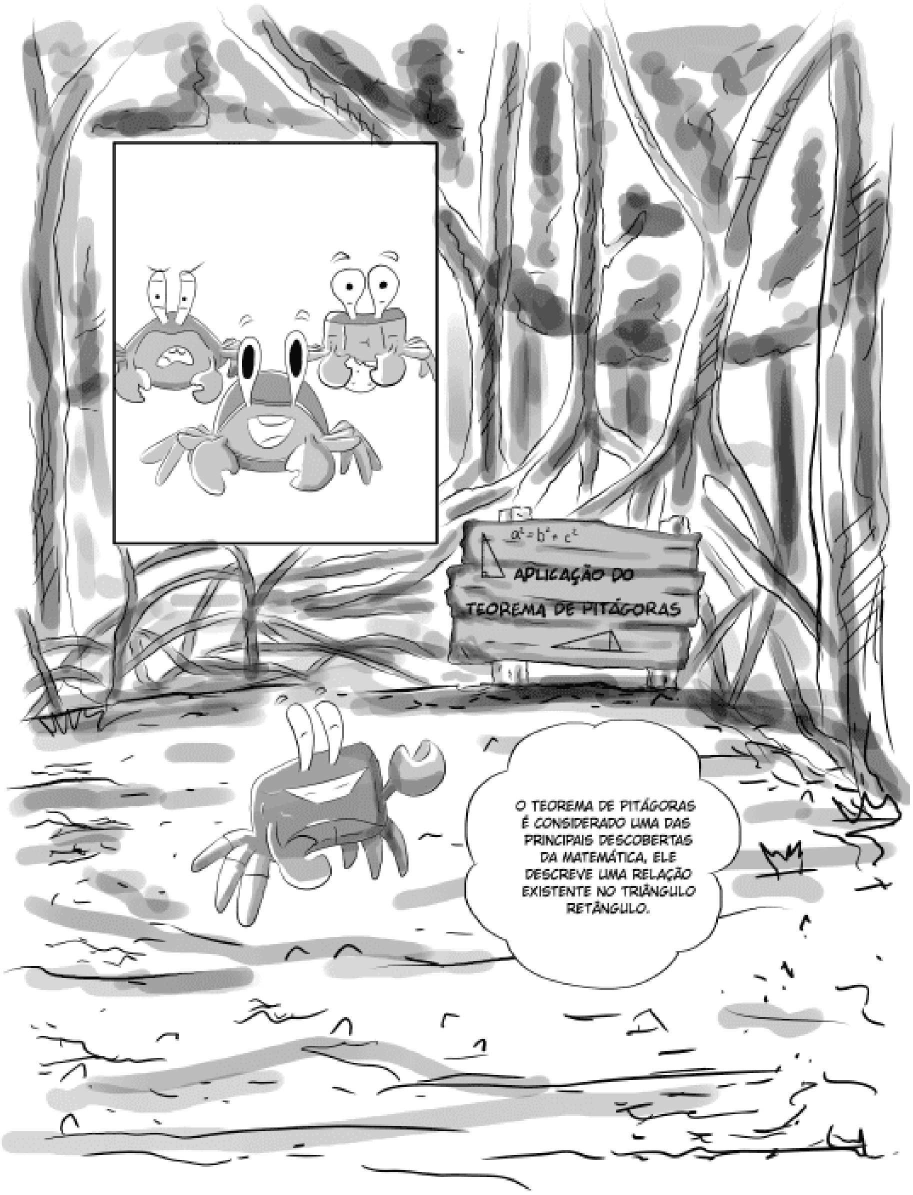
Fonte: Acervo do Autor

Figura 64: página 6, HQ – Caranguejo.



Fonte: Acervo do Autor

Figura 65: Página 7, HQ – Caranguejo.

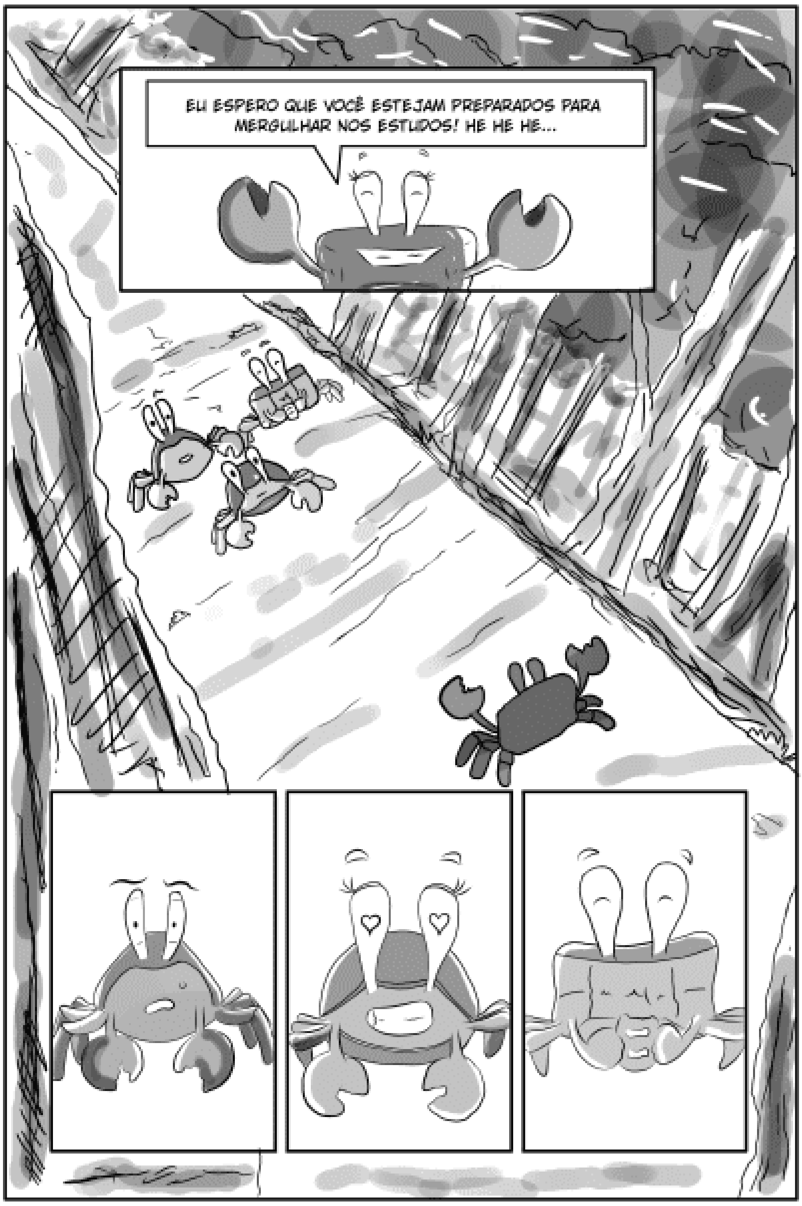


Fonte: Acervo do Autor

Figura 66: Página 8, HQ – Caranguejo.

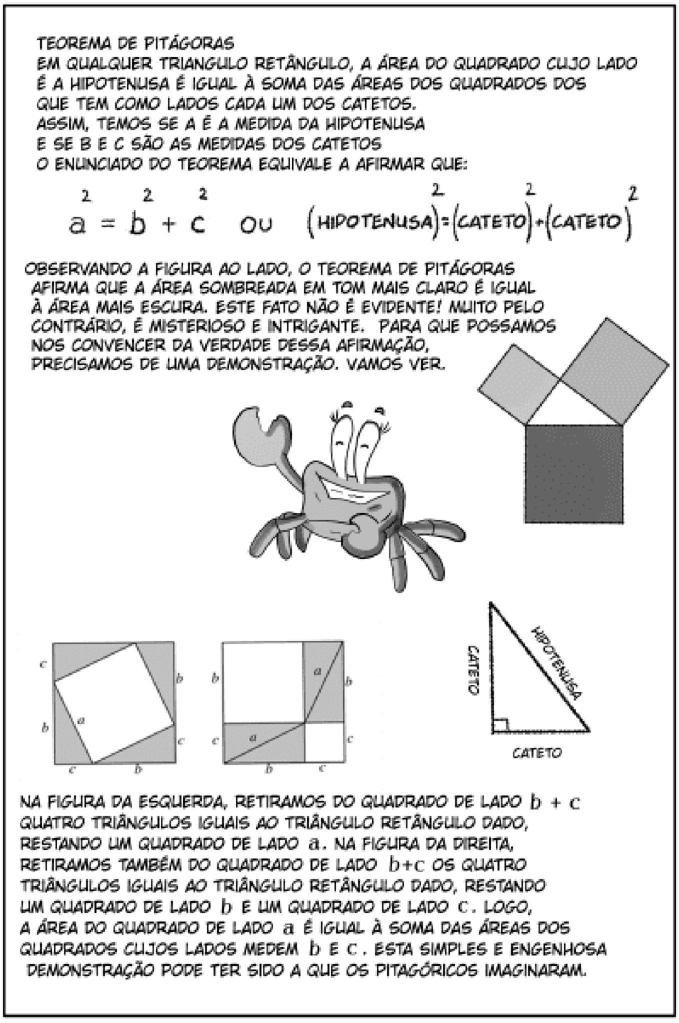
Fonte: Acervo do Autor

Figura 67: Página 9, HQ – Caranguejo.



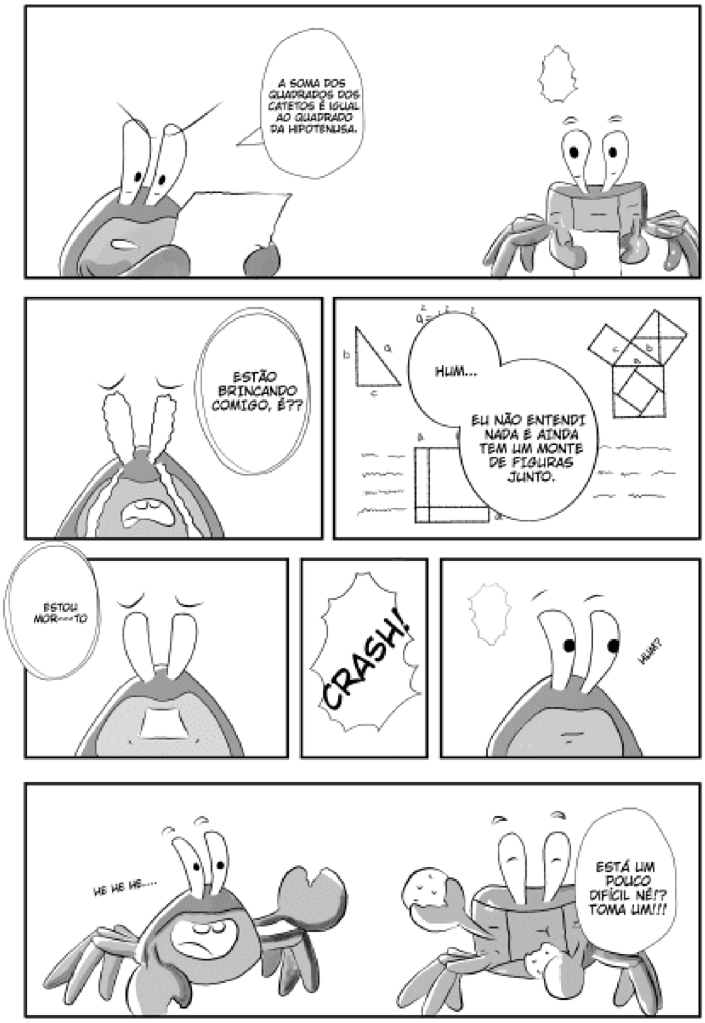
Fonte: Acervo do Autor

Figura 68: Página 10, HQ – Caranguejo.



Fonte: Acervo do Autor

Figura 69: Página 11, HQ – Caranguejo.



Fonte: Acervo do Autor

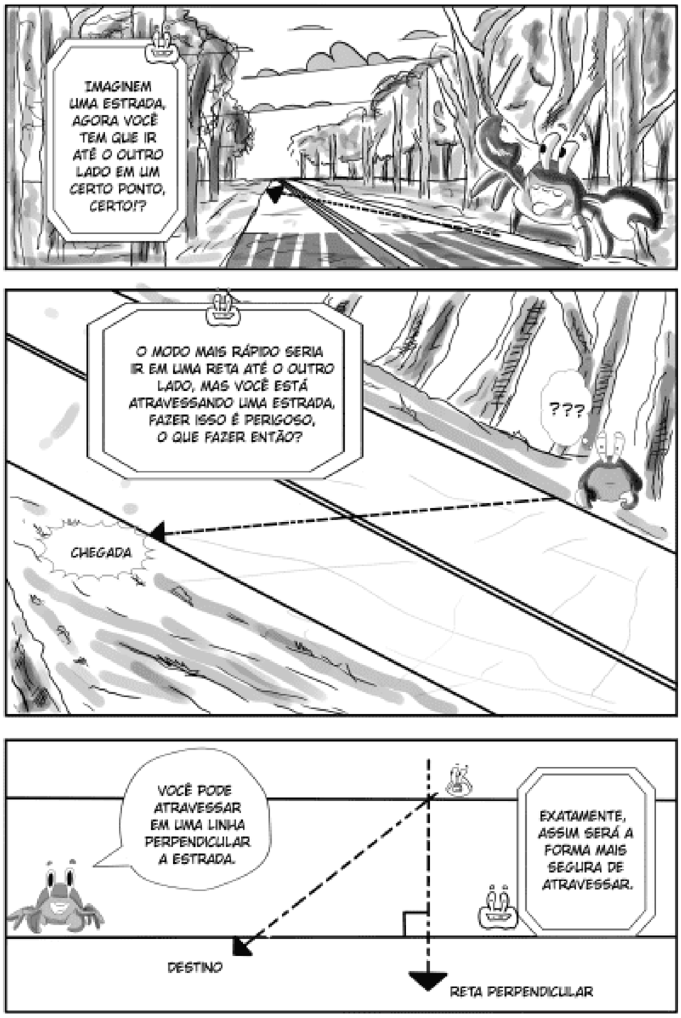
Figura 70: Página 12, HQ – Caranguejo.

Fonte: Acervo do Autor

Figura 71: Página 13, HQ – Caranguejo.

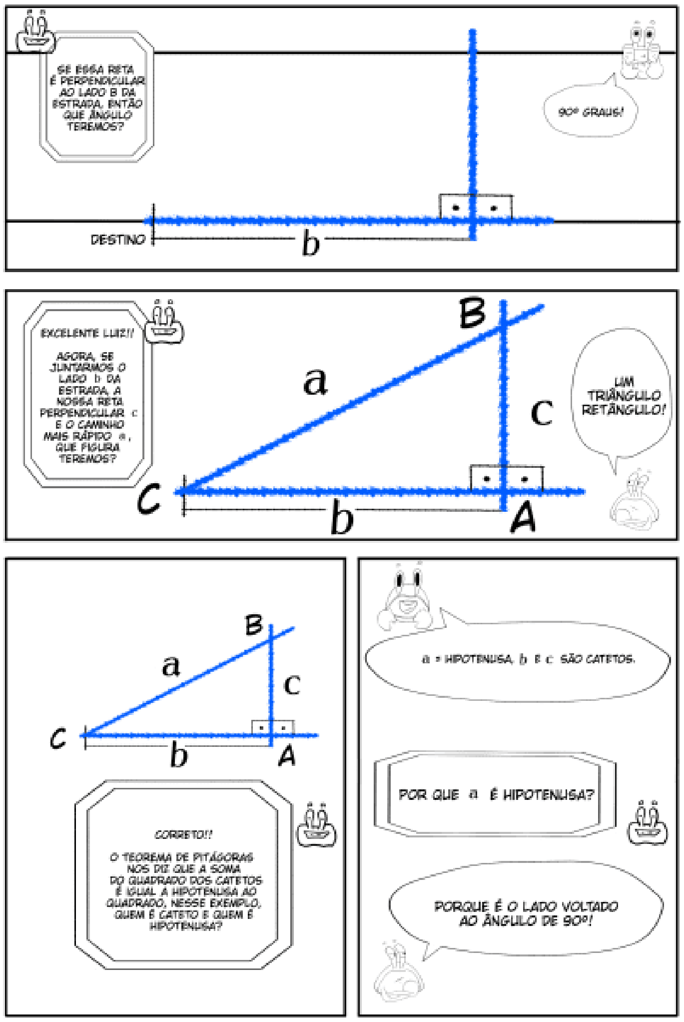
Fonte: Acervo do Autor

Figura 72: Página 14, HQ – Caranguejo.



Fonte: Acervo do Autor

Figura 73, Página 15, HQ – Caranguejo.



Fonte: Acervo do Autor

Figura 74: Página 16, HQ – Caranguejo.

Fonte: Acervo do Autor

CONCLUSÃO

O presente trabalho destaca o histórico e diversas situações do uso das histórias em quadrinhos (HQs) como recurso didático na sala de aula considerando ser isso uma maneira diferente, possuir alta capacidade de motivar, de forma divertida de transmitir os assuntos e exercita à criatividade, fatores esses que diversas pesquisas educacionais defendem ser base para melhorar aprendizagem.

Assim, considerando os problemas atuais que envolve ensino de matemática no Brasil, fica plausível enxergar quadrinhos como ferramenta didática com potencial de aplacar um pouco dessa situação, o que torna relevante tudo exposto e, ao mesmo tempo, amplia e diversifica tanto o campo de estudo e formação que fica exigindo um aprofundamento mais cuidadoso, posto que, mesmo em situação mais simples solicita conhecimentos inter(trans)disciplinares.

Finalizando, podemos dizer que as HQs ainda são poucas usadas no ensino da matemática e não podemos dispensar das possibilidades que essas oferecem para adquirir e transmitir conhecimentos, ficando relevante não apenas usar quadrinhos em sala de aula, como também envolver-se com os discente em algum processo de criação dessas, buscando além do conhecimento matemático, servir de base para que os estudantes desenvolvam senso e raciocínio lógico-matemático, expressando tudo isso na produção física de um HQ para socializar.

REFERÊNCIA

ASSIS, E, S. A confecção de histórias em quadrinhos como mecanismo de aprendizagem de geometria. **Educação Matemática Pesquisa.** V.22, n.2, pp. 441-465, 2019.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais terceiros e quarto ciclos do ensino fundamental - Língua portuguesa**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro02.pdf>. Acesso em: 30 de nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - Linguagens, Códigos e suas Tecnologias.** Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_01_internet.pdf. Publicado em 2006. Acesso em: 30 nov. 2022

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais, 5ª a 8ª Séries - Artes.** Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/arte.pdf >. Publicado em 2006. Acesso em: 31 nov. 202.

CALAZANS, F. (org.), **As histórias em quadrinhos no Brasil**: teoria e prática, São Paulo: Intercom; Unesp, 1997.

CASTIGLIO, S, M. **PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS SOBRE MATEMÁTICA NOS CARTUNS.** 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

CAVALCANTE, L. A. de O. **No dia mais claro:** um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

CHINEN, N. ***Seduction of the innocent.*** UNIVERSOHQ. Publicado em 19 de. Dez 2018. Disponível em < https://universohq.com/reviews/seduction-innocent/>. Acesso em 30 nov. 2022.

CINER, M. **Quadrinhos, sedução e paixão**. Petrópolis: Vozes, 2000.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à Ação**: Reflexões sobre Educação e Matemática. 6. ed. Campinas: Summus/UNICAMP, 1986.

DOLCE, O. POMPEU, J, N. **Fundamentos de matemática elementar 9:** geometria plana. 9ª. ed. São Paulo: Atual, 2013.

GAY, M, R,G. et al. **Araribá mais matemática:** manual do professor. São Paulo: Moderna 2018.

GONICK, Larry. **Álgebra em quadrinhos.** Tradução: Castro. H. São Paulo: Blucher, 2020.

GONICK, Larry. **Cálculo em quadrinhos.** Tradução: A. Marcelo. 5. ed. São Paulo: Blucher, 2019.

IFRAG, G. **História universal dos algarismos, volume 1**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997 – 2v.

JUNIOR, F, P, S, A.; TRINDADE, A, K, B.; OLIVEIRA, L, J, N. Histórias em quadrinhos como ferramenta de contextualização de conceitos matemáticos. **Ensino da Matemática em Debate.** v.6, n.1, p. 34-45, 2019.

LUYTEN, S. M. B. HQ como prática pedagógica. In. LUYTEN, S. M. B. (Organizadora). **História em Quadrinhos**: Leitura Crítica. 2a ed. São Paulo: Paulinas,1985c. p. 84 – 91.

LUYTEN, S. M. B. **O que é História em Quadrinhos**. São Paulo: Brasiliense, 1985a.

MACHADO, P, F. **Fundamentos de geometria plana**. Belo Horizonte, CAED – UFMG, 2012.

MARTÍN, A. **Historia del comic español**: 1875 – 1939. Barcelona: Editorial Gustavo Gilli, 1978.

MORAES, P. **HQS E MATEMÁTICA**. 2009. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MOYA, Álvaro. **História da história em quadrinhos**. Porto Alegre: L&pm, 1987.

MURRAY, C. **propaganda**: Superhero comics and propaganda in world Two. In: MAGNUSSEN, A.; CHRISTIANSEN, H. (ed.). comics and culture: analytical and theoretical approaches to comics. Copenhagen: Museum Tusculanum Press, University of Copenhhagen, 2000.

NETO, E, D, S., SILVA, M, R, P. **História em quadrinhos e práticas, Volume I**: o trabalho com universo ficcionais e fanzines. São Paulo: Criativo, 2013.

NETO, E, D, S., SILVA, M, R, P. **História em quadrinhos e práticas, Volume II**: os gibis na escola, e agora? São Paulo: Criativo, 2015.

NEVES, S, C. **A HISTÓRIA EM QUADRINHOS COMO RECURSO DIDÁTICO EM SALA DE AULA.** 2012. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Arte Visuais) – Departamento de Artes Visuais, Universidade de Brasília. Palmas, 2012.
REZENDE, E, Q, F.; QUEIROZ, M, L, B, de. Geometria euclidiana plana e construções geométricas. 2ª. ed. Campina – São Paulo: Editora da Unicamp, 2008.

SALSA, I, S.; MOREIRA, J, A. **Probabilidade e estatística.** 2ª. ed. Nata: EDUFRN, 2014.

SANTOS, G, O.; SILVA, C, V, S. Aprendizagem matemática baseada em histórias em quadrinhos (HQs) para o ensino médio. *In*: RIBEIRO, J, C.; SANTOS, C, A. (org.). **Estudos teórico-metodológicos nas ciências exatas, tecnologia e terra 2:** Ponta Grossa: Atena, 2020. p. 189-200.

VASCONCELOS, C, B.; ROCHA, M, A. **Análise combinatória e probabilidade**. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/552535?mode=full. Acesso em 30 nov. 2022.
VERGUEIRO, W. **Pesquisa acadêmica em história em quadrinhos**. São Paulo: Criativo, 2017.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, Â.; VERGUEIRO, W. (orgs.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4a. ed. 1a reimpressão. São Paulo: Contexto, 2012, p. 7- 29.

VERGUEIRO, W.; RAMOS, P.; CHINEN, N. **Os pioneiros no estudo de quadrinhos no Brasil.** São Paulo: Criativo, 2013.