Universidade Federal do Pará
Campus Universitário de Castanhal
Licenciatura em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso

Sequência didática para o ensino de Funções Quadráticas usando Atividades Interativas da Camada de Computação do Desmos

Jhonatan Oliveira da Silva

Castanhal
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586s Silva, Jhonatan Oliveira da.
Sequência Didática para o Ensino de Funções Quadráticas usando Atividades Interativas da Camadas de Computação do Desmos / Jhonatan Oliveira da Silva. — 2023.
vi,56 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Valdelírio da Silva E Silva
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal, Faculdade de Matemática, Castanhal, 2023.

1. TDIC no Ensino da Matemática. 2. Funções Quadráticas. 3. Camada de Computação do Desmos. I. Título.

CDD 373

Sequência didática para o ensino de Funções Quadráticas usando Atividades Interativas da Camada de Computação do Desmos

03/2018 – 12/2023

Submissão 23/11/2023
Defesa 04/12/2023
Versão Final 27/12/2023

Universidade Federal do Pará
Campus Universitário de Castanhal
Faculdadde de Matemática

Jhonatan Oliveira da Silva

jhonatanods@gmail.com
Graduando em Licenciatura em Matemática

Banca Examinadora:

Prof. Valdelírio da Silva e Silva
Orientador

Profª. Dra. Maria Eliana Soares
Membro Externo

Prof. Dr. Renato Germano Reis Nunes
Membro da faculdade

Resumo

Este trabalho apresenta estratégias educacionais através de uma sequência didática na camada computacional do Desmos voltadas ao ensino e aprendizagem de funções do segundo grau, a fim de tornar o ensino desse conteúdo mais atrativo e dessa forma refletir de forma positiva nesse processo de aprendizagem. São exploradas atividades interativas já criadas no Desmos, como também outras atividades autorais para exploração dos elementos de funções quadráticas, propriedades gráficas, problemas de máximos e mínimos, e aplicação na física; promovendo, dessa forma um ensino mais diversificado com as demandas contemporâneas da era digital.

Palavras-chaves: TDIC no Ensino da Matemática. Funções Quadráticas. Camada de Computação do Desmos.

Abstract

This essay presents educational strategies through a didactic sequence in the Desmos computational layer aimed at teaching and learning quadratic functions, in order to make the teaching of this content more attractive and thus reflect positively on this learning process. Interactive activities already created in Desmos are explored, as well as other authorial activities to explore the elements of quadratic functions, graphical properties, maximum and minimum problems and application in physics; thus promoting more diversified teaching with the contemporary demands of the digital age.

Keywords: DICT in mathematics. Quadratic functions. Desmos' computation layer.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

A educação é um campo dinâmico que constantemente se reinventa para atender às demandas de uma sociedade em constante evolução. Nesse contexto, a integração da tecnologia torna-se um elemento crucial para potencializar as práticas pedagógicas e proporcionar experiências de aprendizagem mais significativas. Este trabalho propõe uma investigação sobre a aplicação de sequências didáticas aliadas a um ambiente educacional computacional, explorando essa combinação com intuito de impactar positivamente o processo de ensino e aprendizagem.

A diversidade nas práticas de ensino é algo que os educadores devem considerar ao planejar suas aulas. Cada aluno é um aprendiz único, o que torna única a forma como adquire conhecimento. Portanto, não devemos utilizar apenas um método de ensino e esperar que todos os alunos adquiram o mesmo nível de conhecimento.

Neste ponto, encontramos na sequência didática de ensino uma daquelas alternâncias que podem proporcionar muitos bons resultados na busca por um melhor aprendizado; em que envolve os alunos de forma mais ativa na sala de aula, e mostra o caminho que os educadores precisam seguir para atingir os objetivos finais na aprendizagem.

É de extrema importância que os educadores busquem conhecer os seus alunos e reconhecer como as sequências didáticas podem agregar novos conhecimentos, buscando dessa forma promover uma educação mais igualitária, que faça com que todos os alunos possam ter as mesmas oportunidades de aprendizado, mas com os estímulos que os favorecem.

Enquanto alguns alunos aprendem facilmente através de aulas explicativas, outros aprendem melhor através de exemplos, alguns através da leitura e outros através de aulas mais interativas e envolventes, como é o caso quando a tecnologia é adicionada à sala de aula. Portanto, é necessário buscar essa alternância de estímulos em sala de aula para ampliar o alcance do conhecimento.

É necessário entender as necessidades de cada aluno e assim encontrar formas de explorar suas habilidades e facilidades, só assim poderemos produzir alunos mais interessados e motivados. Quando os alunos têm autonomia para aprender na prática o que estão estudando, resultados mais importantes emergem do processo de aprendizagem, pois os alunos precisam de motivação e incentivo para buscar conhecimento.

Neste contexto, o presente trabalho visa analisar como a integração de uma camada computacional em sequências didáticas pode contribuir para a melhoria do processo educacional, considerando aspectos como a motivação dos alunos, a acessibilidade a recursos multimídia, a individualização do aprendizado e a formação de habilidades digitais essenciais para o presente momento.

Ao compreender a interseção entre sequência didática e camada computacional, esperamos identificar estratégias eficazes para otimizar a prática pedagógica, promovendo uma educação mais alinhada às demandas contemporâneas e preparando os alunos para os desafios do mundo digital.

1

Abordagem Teórica e Prática

Tratar sobre o ensino e aprendizagem de Matemática no contexto do século XXI, numa época de predominância das tecnologias de mídias exige um repensar de políticas e práticas que sustentem as ações curriculares e que contemplem a realidade social e cultural das novas gerações, por estarem permeadas desses mecanismos.

Alguns elementos são indispensáveis para que a educação escolar esteja engajada nesse processo, e que os conhecimentos, especificamente os matemáticos possam estar inseridos no movimento de uma educação voltada para "o homem como indivíduo integrado, imerso, numa realidade natural e social, o que significa estar em permanente interação com seu meio ambiente, natural e sociocultural" D'Ambrósio (1996, p. 19).

Conforme o teórico, o ensino nessa lógica deve se dá numa dinâmica de descoberta contínua, de modo que os alunos sejam motivados a tornarem-se protagonistas do processo, sob influência da Educação Matemática enquanto movimento que permite o ensino de matemática na perspectiva humanista, crítica, reflexiva e criativa D'Ambrósio (1996); Skovsmose (2001); dentre outros, portanto, interpretativa, emergente e desafiadora.

A Educação Matemática como propõem D'Ambrósio (1996), Skovsmose (2001), dentre outros estudiosos da área, é um movimento que deve permear no currículo escolar na perspectiva que a área de conhecimento Matemática seja desenvolvida prazerosa no ato de aprender e significativa no ato das vivências, de tal modo que, o ensino nessa perspectiva torne-se mais real, mais palpável e mais vívido para os aprendizes.

São elementos estruturantes desse processo, no aspecto institucional do ambiente escolar, e que devem ser refletidos para a qualidade do ensino e melhoria da aprendizagem escolar no contexto da educação contemporânea: a amplitude na formação docente; o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) na Educação; as Metodologias Ativas como estratégia de ensino e aprendizagem; os critérios nas práticas da Avaliação da Aprendizagem, elementos discorridos sequencialmente.

1.1 Amplitude na formação docente

A formação docente é um dos elementos mais necessários para o movimento da Educação Matemática, haja vista que esse movimento permite aos professores seram mediadores entre os alunos e o conhecimento, necessitando assim que tenham o domínio deste.

D'Ambrósio (1996, p. 21) ao tecer reflexões sobre realidade e ação na Educação Matemática, evidencia que "O conhecimento é o gerador do saber, que vai por sua vez, ser decisivo para a ação, e, por conseguinte, é no comportamento, na prática, no fazer que se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento". Isso é possível a partir da consciência como impulsionadora da ação, sendo por meio da consciência que se configuram as concepções e, consequentemente, as práticas docentes.

Estando atrelada a essas competências docentes a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) Brasil (2018), documento norteador da Educação Básica deste novo século, na competência 5, que trata da Cultura Digital, apresenta a necessidade de se "Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolas) [...]" Brasil (2018).

Essas práticas educativas com uso das tecnologias são impulsionadoras da qualificação profissional, outrossim, aqueles professores que ainda não dominam as ferramentas tecnológicas são condicionados à necessidade formativa nesse sentido, a considerar que, conforme Imbernón (2010) o uso das tecnologias constitui-se uma das práticas inovadoras que qualifica a profissionalização docente. A amplitude na formação dos professores está para além da formação acadêmica inicial ou continuada, mas afirma-se na formação adquirida cotidianamente na própria prática, que deve tomar como base a necessidade de reconstrução curricular e o aperfeiçoamento metodológico.

1.2 Uso das (TICs) na Educação Escolar

Explorar as Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) na educação escolar é adentrar num espaço e num tempo a altura do que necessitam as novas gerações, a partir da utilização das máquinas e dos programas como mecanismos geradores do acesso ao conhecimento. Para tais práticas os professores devem sair do comodismo e adentrar num processo de mudança, de aprendizagem contínua, pela qual a docência é desenvolvida numa perspectiva investigativa, experimental, construtiva e ressignificava.

Perrenoud (2000) destaca o uso da informática, das ferramentas multimídias, da cultura tecnológica, como ações que constituem uma das competências da docência, para as quais muitas coisas devem mudar, e "Muitas estão nas mãos dos próprios professores, que terão que redesenhar seu papel e sua responsabilidade na escola atual” Imbernón (2010, p. 36).

Daí a importância da relação entre tecnologia e currículo escolar, de modo que as ações educativas contemplem aquilo que realmente é significativo para o aluno e que com certeza terá validade para a sua vivência social, pois a educação a partir das novas tecnologias permite a formação em vários aspectos, dentre eles: “julgamento, senso crítico, pensamento hipotético e dedutivo, faculdades de memorizar e classificar, leitura e análise de textos e imagens, representação de redes, procedimentos e estratégias de comunicação” Perrenoud (2000, p. 128).

E, conformando essa ideia Moran & MASSETTO (2012) definem o uso das TICs na escola como a oportunidade de promoção da cultura, das normas e tradições do grupo, além de contribuir para o desenvolvimento de estilo, aptidão e motivação, do ensino e aprendizagem, a considerar a dinâmica com o uso das TICs, pois “A exploração das imagens, sons e movimentos simultâneos ensejam aos alunos e professores oportunidades de interação e produção de saberes” Moran & MASSETTO (2012, p. 13).

1.3 Metodologias Ativas como estratégias de ensino e aprendizagem

Bacich & Moran (2018, p. 16) apresentam como característica de Metodologia Ativa “a inter-relação entre educação, cultura, sociedade, política e escola, sendo desenvolvida por meio de métodos ativos e criativos, centrados na atividade do aluno com a intenção de propiciar a aprendizagem”. Nessa feita podem ser consideradas Metodologias Ativas todas as atividades que envolvam os aspectos culturais do aluno, seus modos de vida, suas percepções, suas curiosidades e suas capacidades intelectivas, de tal modo que o aluno seja protagonista do processo de ensino e aprendizagem.

Estando inserida nas ações de aprendizagem ativa, o uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) passam a fazer parte do cotidiano escolar com mais frequência, permitindo o ensino mais dinâmico e interativo, e uma aprendizagem mais profunda, a partir do uso de dispositivos móveis que minimizam as “fronteiras entre espaço virtual e espaço físico e criam um espaço híbrido de conexões” Bacich & Moran (2018).

Como afirmam os autores “A combinação de metodologias ativas com tecnologias digitais móveis é hoje estratégica para a inovação pedagógica” Bacich & Moran (2018, p. 50). Isso é possível pelas características das TICs: Sincronismo na comunicação; Difusão da informação; Interação e Interatividade; Ferramentas colaborativas; e Mobilidade, favorecem dinamismo, criatividade, autoinstrução, armazenamento e divulgação das descobertas Bernini (2017), por meio das quais por si só o aluno pode ir em busca do conhecimento desejado, criá-lo ou transformá-lo de acordo com suas competências e habilidades.

1.4 Critérios nas práticas da Avaliação de Aprendizagem

O momento crucial da educação escolar pode ser considerado o da avaliação, momento em que o professor confirma o aprendizado dos alunos e com essa certeza planeja e, ou replaneja sua prática a partir daí. Para isso, os critérios estabelecidos para avaliar devem contemplar as expectativas esperadas, os objetivos a serem alcançados.

Para Luckesi (2008) "A avaliação pode ser caracterizada como uma forma de ajuizamento da qualidade do objeto avaliado, fator que implica uma tomada de posição a respeito do mesmo, para aceitá-lo ou para transformá-lo". Nessa perspectiva, os critérios a serem avaliados pelo professor devem consistir num olhar global, mas com foco em aspectos específicos, pois são estes que definirão o nível de aprendizagem e os pontos que devem ser aprofundados para o processo evolutivo do aluno.

Eis a importância da avaliação mediadora que Perrenoud (1999) e Hoffmann (2014) convergem que seja processual, contínua, intencional (observação, análise e tomada de decisão) com atenção para as singularidades, a partir de atitudes docentes diferenciadas, constituídas nos princípios formativo/mediador e ético, e, regulada de forma sensível, sem desconsiderar o contexto e a interatividade para a aprendizagem.

2

Abordagem teórica metodológica

A experiência apresentada constituiu-se no desenvolvimento de uma pesquisa exploratória, que proporciona “maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses” Gil et al. (2002, p. 41), e consiste na exploração de um objeto de conhecimento ou problema, a partir de uma investigação mais aprofundada, para descobrir ideias e pensamentos e confirmá-la com hipóteses e intuições.

A pesquisa seguiu a abordagem quantitativa com método de análise para a referida investigação as “hipóteses derivadas de simples palpites ou de intuições, a considerar que as intuições, por sua própria natureza, não deixam claro as razões que as determinaram, torna-se difícil avaliar a priori a qualidade dessas hipóteses” Gil et al. (2002, p. 36).

Foi durante a busca de contemplar metodologias ativas com tecnologias para o ensino de funções quadráticas que se deparou com a plataforma Desmos, e cuja exploração e desenvolvimento levaram cerca de um ano. A plataforma Desmos possibilita endereçar atividades aos discentes com uma gama de recursos de interatividade, e sob registro de desempenho/respostas dos alunos numa *Classroom* (Painel de Controle do professor).

Essas atividades podem ser tomadas dentro das disponíveis da plataforma, ou, criadas por uma coleção de comandos, que possibilitam interagir vários blocos funcionais, como: botão de ação, resposta matemática, itens de múltipla escolha, calculadora gráfica, dentre outros. Esse conjunto de comandos compõem a chamada *Computation Layer* (Camada de Computação), a qual é disponibilizada para qualquer professor cadastrado no Desmos. Para conhecimento das funcionalidades dos comandos existe um acesso dentro da própria área de construção, a exemplos (em inglês); mas na época do desenvolvimento das atividades autorais apresentadas neste trabalho, não se encontrou um manual ou livro fora da plataforma que pudéssemos usar. Existem também comunidades que discutem as dificuldades encontradas pelos participantes na construção de atividades com a *CL*, por exemplo no seguinte *link:* Reddit. Também é possível aprender muito com os exemplos existentes pelas redes sociais, ou digitando nos sites de buscas comandos da *CL*.

Abaixo mostra-se a imagem (figura 2.1), logo quando se entra na *Classroom* do

Desmos. Vê-se a página inicial da plataforma, que pode ser acessada através da seguinte URL: Plataforma Desmos . Ele possui um pacote de ferramentas gratuitas que podem ser acessadas por qualquer navegador de internet, tablet ou smartphone, não importa o sistema operacional utilizado, por sua estrutura ser fortemente baseada em navegadores web, desse modo permitindo seu funcionamento em qualquer tipo de dispositivo. Ou seja, o Desmos é um website e por isso necessita apenas de um navegador web para aceder ao mesmo, o que garante o acesso a partir de qualquer dispositivo com navegador web.

Figura 2.1: Página inicial da plataforma Desmos

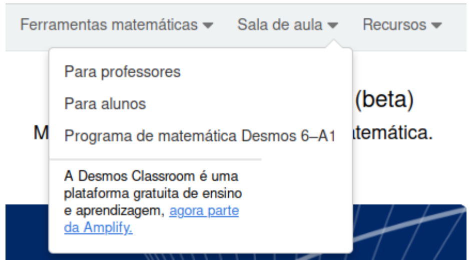
Fonte: Extraída da plataforma Desmos.

A figura 2.2 mostra um guia inicial que contém todas as ferramentas matemáticas que a plataforma possui destinadas a funções de professores e/ou alunos. Nesta aba encontramos funções destinadas aos professores, onde lá pode-se utilizar do chamado Criador de Atividades Matemáticas, que é uma outra grande ferramenta que o Desmos possui em seu site.

O Criador de Atividades Matemáticas (figura 2.3) é uma ferramenta muito simples e intuitiva que permite criar atividades simples, e caso o professor tenha conhecimentos básicos de programação, atividades ainda mais criativas e interativas podem ser criadas utilizando a camada de cálculo do próprio criador.

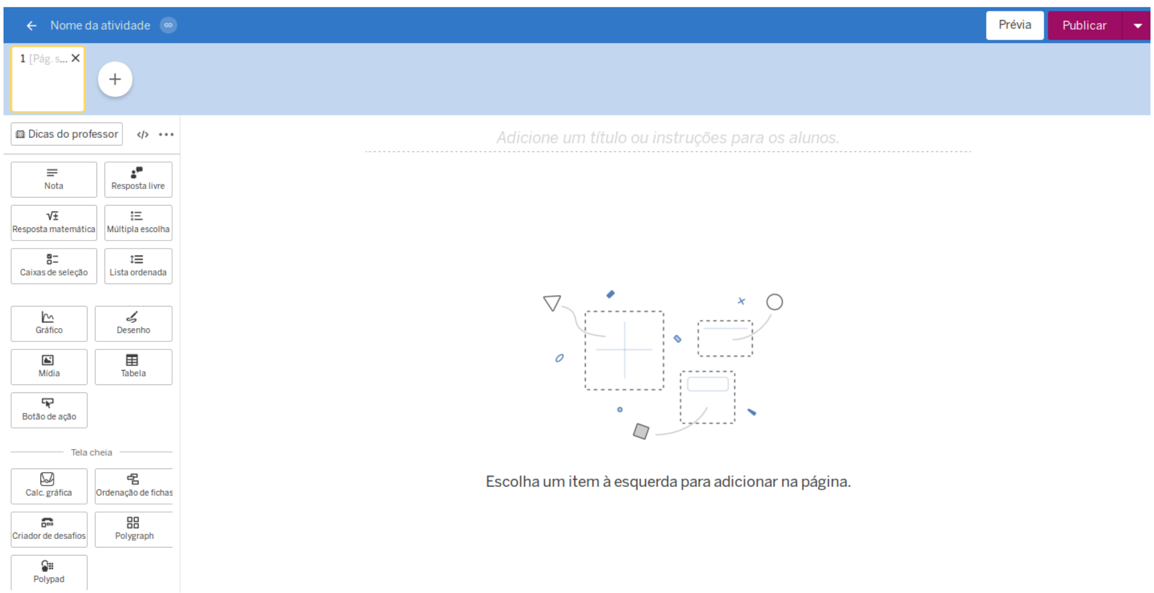
O lado esquerdo da figura 2.3 é o menu de recursos do Criador de Atividades, permi-

Figura 2.2: Aba de funções destinadas a professores e alunos



Fonte: Extraída da plataforma Desmos.

Figura 2.3: Página em branco do criador de atividades

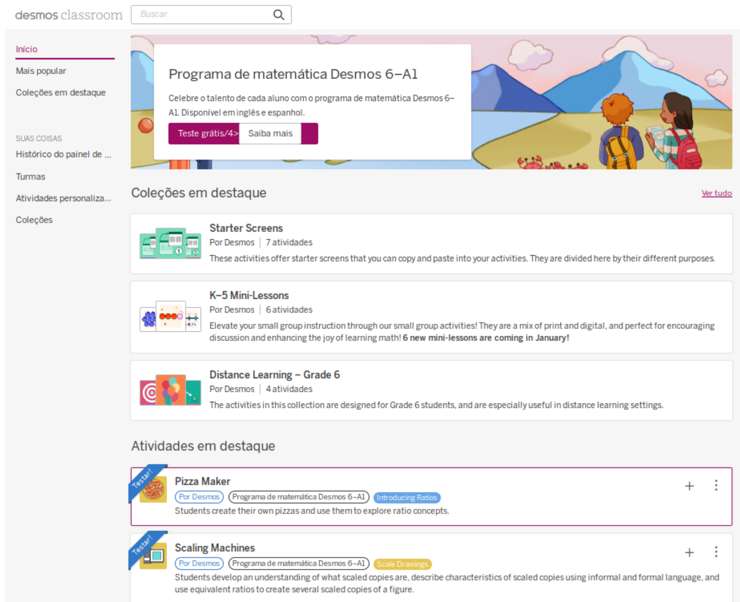


Fonte: Extraída da plataforma Desmos.

tindo que os professores criem suas próprias atividades do zero. Para criar as suas atividades, você também pode se inspirar em uma série de atividades marcantes (figura 2.4) produzidas pela equipe de professores do Desmos e que estão à disposição de toda a comunidade.

A plataforma também oferece diversas atividades de teste que podem servir de inspiração aos professores para criar suas próprias atividades. Esses tipos de atividades que correspondem ao que os professores estão pensando em criar podem ser encontradas usando a barra de pesquisa da própria plataforma (veja o destaque da barra de pesquisa na figura 2.5. Assim, por exemplo, se um professor quiser criar uma atividade que inclua o conceito de função linear, poderá pesquisar por “linear function” e experimentar as atividades retornadas pela pesquisa. Observa-se que a pesquisa foi feita no idioma inglês ja que a maior parte das atividades pertencentes a coleção de atividades do Desmos não estão no idioma brasileiro. Portanto, ao encontrar uma atividade que atenda aos desejos do professor, pode-se consultar

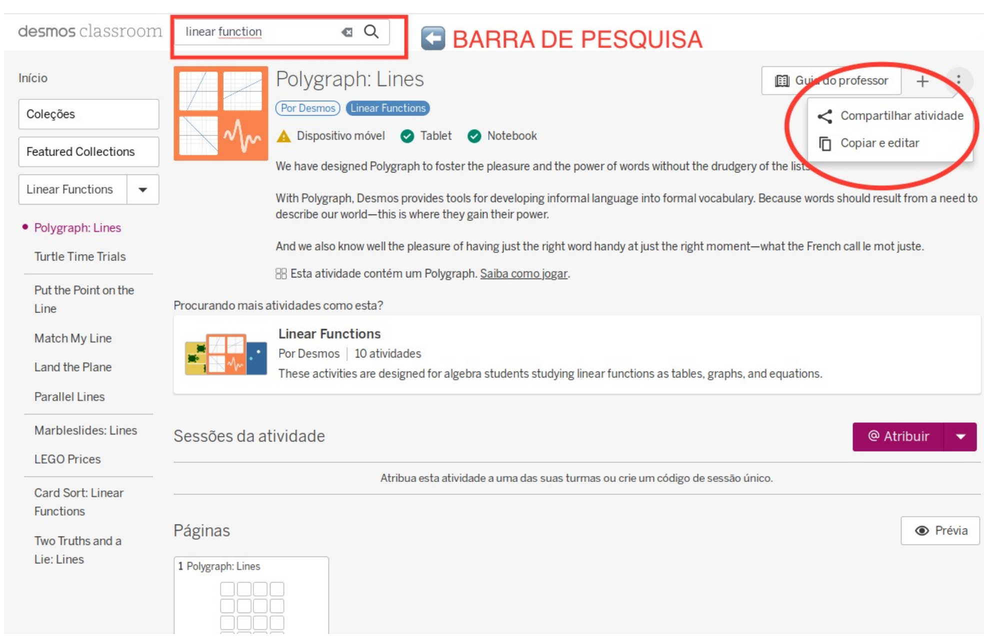
Figura 2.4: Coleções de Atividades prontas para toda a comunidade



Fonte: Extraída da plataforma Desmos.

o autor original, podendo o professor copiá-la e editá-la diretamente, além de acrescentar materiais adicionais de acordo com suas sugestões e ideias.

Figura 2.5: Exemplo de uma atividade contida nas coleções do Desmos



Fonte: Extraída da plataforma Desmos.

Valente (1993) classifica os softwares educacionais em dois grupos "os que promovem o ensino e os que oferecem suporte para a construção do conhecimento. Os primeiros possibilitam a apresentação dos conteúdos prontos como tutoriais e as enciclopédias, já os segundos, ajudam na construção dos conhecimentos, pelos quais os alunos expressam suas ideias e apresentam os resultados de suas ações, como editores gráficos, planilhas de cálculo, bancos de dados e outros.

Está inserida nessa classificação do autor, especificamente no segundo grupo, ou seja, no grupo de instrumentos que permitem a construção do conhecimento matemático a proposta de Sequência Didática a partir do Desmos, que será tratada na próxima seção.

3

Sequências Didáticas

Este capítulo apresenta de forma sumarizada dois dos principais alvos do trabalho: funções quadráticas e sequências didáticas. O primeiro é do conteúdo que se destina compor material que se propõe como sugestão de sequência didática para ensiná-lo; sendo tal proposta fundamentada na teoria de sequências didáticas usualmente aceita.

Trata-se de uma sequência de atividades e estratégias pedagógicas planejadas de forma coerente e progressiva, com o objetivo de promover a assimilação de conhecimentos, habilidades e competências por partes dos estudantes.

De acordo com PERETTI & COSTA (2013), sequência didática é:

> um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido (PERETTI; COSTA, 2013).

Uma sequência didática bem elaborada permite ao professor distribuir os conteúdos de forma adequada, de modo que os estudantes possam compreender a lógica subjacente ao tema abordado, bem como os conceitos e procedimentos mais relevantes.

Em conformidade com Dolz, Noverraz e Schneuwly (DOLZ et al., 2004), a sequência didática tem como propósito

> Criar contextos de produção precisos, efetuar atividades ou exercícios múltiplos e variados: é isso que permitirá aos alunos apropriarem-se das noções, das técnicas e dos instrumentos necessários ao desenvolvimento de suas capacidades [$\cdots$], em situações de comunicação diversas (DOLZ et al., 2004)

Partindo desse pressuposto, e já que nem todas as turmas são uniformes de conhecimento, uma outra característica importante da sequência didática é que ela precisa se adaptar às características e necessidades dos estudantes. Por isso, é importante que o professor realize um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos, de modo a identificar seus interesses, dificuldades e lacunas. Esse diagnóstico permite ao professor selecionar estratégias pedagógicas adequadas a cada aluno e, dessa forma, maximizar o potencial de aprendizagem de cada um.

Uma sequência didática pode ser elaborada tanto para um único tema quanto para um conjunto de temas relacionados. Em geral, ela começa com uma atividade introdutória que visa despertar o interesse dos estudantes pelo tema. Em seguida, o professor apresenta os principais conceitos e procedimentos, utilizando diferentes recursos didáticos (livros, textos, vídeos, jogos, etc.)

A parte central da sequência didática é composta pelas atividades propriamente ditas, que podem variar de acordo com o tema abordado e com a fase do processo de ensino e aprendizagem. Essas atividades podem ser realizadas individualmente ou em grupo, de forma oral ou escrita, e devem permitir que os estudantes apliquem os conceitos e procedimentos aprendidos.

Quando você pensa nas ações de uma sequência didática, já tem na cabeça uma primeira ideia da ordem lógica para colocá-las. Para que esta organização funcione, lembre-se de pensar no conhecimento que sua turma precisa para trespassar de uma atividade para outra. (Lembre-se sempre de que os alunos têm diferentes necessidades de aprendizagem). Como escreve Nemirovsky (2002), no livro O Ensino da Linguagem Escrita, "a sequência didática será composta por ampla gama de situações com continuidade e relações recíprocas". Quanto mais você souber sobre a prática, as condições didáticas necessárias para o aprendizado e a forma como os conteúdos individuais são transferidos, mais fácil será esse planejamento.

A avaliação é uma outra etapa fundamental em qualquer processo de ensino e aprendizagem, e não é diferente em sequências didáticas. Segundo (PERRENOUD, 1999), a avaliação deve ser vista como um processo contínuo e sistemático, que permite ao professor verificar se os objetivos propostos foram alcançados pelos alunos e, a partir disso, planejar novas estratégias de ensino.

Para que a avaliação seja efetiva, é importante que ela esteja alinhada com os objetivos da sequência didática e que permita ao professor identificar as dificuldades dos alunos e as possíveis lacunas na aprendizagem. Nesse sentido, é fundamental que o professor utilize diferentes instrumentos de avaliação, como provas, trabalhos individuais ou em grupo, apresentações, debates, entre outros, de forma a obter uma visão ampla e abrangente do processo de aprendizagem dos alunos.

Além disso, é importante que a avaliação seja formativa, ou seja, que permita ao aluno identificar seus erros e acertos e, a partir disso, buscar melhorias em sua aprendizagem. Segundo (HOFFMANN, 2014), a avaliação formativa é aquela que tem como objetivo principal orientar o processo de ensino e aprendizagem, permitindo ao aluno identificar seus pontos fortes e fracos e, a partir disso, buscar novas estratégias de aprendizagem.

Por fim, é importante que o professor faça uma reflexão sobre a sequência didática como um todo, avaliando não apenas os resultados obtidos, mas também o processo de ensino e aprendizagem. Segundo (PERRENOUD, 1999), a reflexão é uma etapa fundamental do processo de avaliação, pois permite ao professor identificar pontos positivos e negativos da sequência didática e, a partir disso, buscar melhorias para as próximas aulas.

Apesar de ser direcionada ao aprendizado do aluno, a sequência didática também pode servir para o professor melhorar seus conhecimentos sobre o tema que está trabalhando:

> Por meio da sequência didática, o docente que tenha fragilidade em algum conhecimento pode ter a oportunidade de adquiri-lo enquanto se prepara para lecionar tal tema. A sequência didática vem como uma sugestão da ação pedagógica. A todo momento, o docente pode intervir para a melhoria no processo ensino e aprendizagem, oportunizando situações para que o educando assuma uma postura reflexiva e se torne sujeito do processo de ensino e aprendizagem (FRANCO, 2018).

De acordo com esse autor, a sequência didática é um recurso fundamental para garantir não somente a qualidade do ensino e aprendizagem em sala de aula, mas também permite ao professor organizar de forma coerente os seus ensinamentos e também disponibilizar a figura do especialista em conhecimento para ajudar e apoiar no crescimento estudantil.

3.1 Funções Quadráticas na Educação Básica

O conceito de equação do 2º grau pertence ao campo da Álgebra. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998) o trabalho relacionado com o campo da álgebra deve ser desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e ampliado nos anos finais, bem como, no Ensino Médio. Este documento ressalta que:

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998).

Neste sentido, o estabelecimento de relações entre duas grandezas, observação de padrões e generalização, possibilitarão o entendimento da noção de função desde os anos finais do Ensino Fundamental. Já a abordagem formal do conceito deverá ser abordada com maior ênfase no Ensino Médio (BRASIL, 1998).

Os PCNs (BRASIL, 1998) sublinham que o estudo da Álgebra possibilita ao estudante desenvolver aspectos referentes ao processo de abstração e generalização, fazendo com que adquiram estratégias de resolução de problemas. No que se refere à equação do 2º grau, (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) sugerem que o método de completar quadrados seja abordado na perspectiva de que os estudantes desenvolvam suas estratégias, inicialmente, a partir de equações com coeficientes numéricos e, também, por meio da representação geométrica.

É importante saber que, as origens de estudos sobre função quadrática repousam principalmente na resolução de equações do segundo grau, onde os babilônios a quase quatro mil anos, se depararam com o problema de determinar dois números, conhecidos sua soma s e seu produto p (GARBI, 2009).

No Ensino Fundamental, as funções quadráticas geralmente são introduzidas de forma simplificada, com a apresentação da fórmula geral da equação quadrática e exemplos de sua aplicação em situações do cotidiano. Os alunos aprendem a identificar as características das parábolas, como o vértice, e a analisar as soluções da equação em relação ao eixo x.

A partir dessa base, no Ensino Médio, o estudo das funções quadráticas se aprofunda, incluindo conceitos como discriminante, raízes, gráficos e aplicações em problemas de otimização. Os alunos também aprendem a resolver equações do segundo grau de diversas formas, incluindo a fatoração, completando o quadrado e a fórmula de Bháskara.

Sendo assim, de forma geral, objetiva-se realizar discussões teóricas acerca do conceito de Equação do 2º grau por atividades interativas no Desmos.

Formas da função quadrática

Forma de trinômio

A forma de trinômio da função quadrática é uma das três formas possíveis de se escrever uma função do segundo grau. É bastante comum os professores do 9º ano trabalharem as funções e equações quadráticas na forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{3.1}$$

A forma (3.1) apesar de ser a mais usada não traz aos alunos o entendimento direto de vértices e raízes de uma função quadrática. A forma canônica, apresentada a seguir, não é comum ser trabalhada na educação básica. No entanto, ela proporciona a realização de análises gráficas, uma vez que se tem uma maior facilidade em relacionar suas variáveis visuais e compará-las, onde a partir de expressões algébricas, pode-se determinar os movimentos ocorridos no gráfico, em relação a uma função padrão.

Forma canônica

Considere o trinômio (3.1), com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Colocando a em evidência e utilizando a técnica de completar quadrados, temos:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left[x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right] \\ &= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \\ &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \qquad (3.2) \end{aligned}$$

Essa expressão (3.2) equivalente a $ax^2 + bx + c$ e permite determinar as raízes, se existirem, da equação, pois:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c = 0 &\Longleftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = 0 \\ &\Longleftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \frac{\Delta}{4a^2} \\ &\overset{\Delta \geq 0}{\Longleftrightarrow} x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &\Longleftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad (3.3) \end{aligned}$$

não possuindo raízes reais quando $\Delta < 0$. Essa expressão de raízes x contempla a conhecida fórmula de Bháskara.

Com (3.2) pode-se reescrever a lei de formação da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ da seguinte forma:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k, \qquad (3.4)$$

em que:

- a é o coeficiente que multiplica o termo x^2 e determina a concavidade da parábola (se $a > 0$, a parábola é voltada para cima e se $a < 0$, é voltada para baixo).
- $m = \dfrac{-b}{2a}$ é a coordenada x do vértice da parábola.
- $k = \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \dfrac{-\Delta}{4a}$ é a coordenada y do vértice da parábola.

Essa expressão (3.4) da função quadrática, denominada de canônica, é útil porque permite identificar facilmente as coordenadas do vértice da parábola, o que pode ser importante em alguns cálculos e aplicações. Além disso, também é possível determinar o sinal de a e a abertura da parábola a partir da forma canônica.

Forma fatorada

Para escrever a forma fatorada da função quadrática, precisamos das expressões para a soma e o produto das raízes da equação do segundo grau em função apenas de seus coeficientes. Chamando as raízes da equação de $\alpha = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e $\beta = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ e denotando por s a soma das raízes obtemos:

$$s = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = -\frac{2b}{2a} = -\frac{b}{a} \tag{3.5}$$

Denotando por p o produto das raízes e procedendo de maneira análoga:

$$\begin{aligned} p &= \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) \\ &= (-1)\left[\frac{\left(-b+\sqrt{b^2-4ac}\right)\left(b+\sqrt{b^2-4ac}\right)}{4a^2}\right] = (-1)\left(\frac{-b^2+b^2-4ac}{4a^2}\right) = \frac{c}{a} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Colocando a em evidência na lei de formação da função f e usando as equações (3.5) e (3.6) obtemos:

$$\begin{aligned} f(x) &= a\left(x^2 - \frac{-b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\right] \\ &= a\left[x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta\right] = a\left[x(x-\alpha) - \beta(x-\alpha)\right] = a\left[(x-\alpha)(x-\beta)\right]. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Portanto a função polinomial do segundo grau escrita na forma (3.7) é chamada forma fatorada.

É bom observar a relação existente entre a abscissa do vértice e as raízes! Tem-se que $m = \dfrac{-b}{2a}$, mas pela fórmula (3.5) tem-se a soma das raízes, e consequentemente a média aritmética delas simplesmente será $\dfrac{s}{2} = \dfrac{-b}{2a} = m$. Ou seja, a localização da abscissa do vértice é a média aritmética das raízes!

3.2 Atividades do Desmos

Nesta seção são apresentadas as atividades que foram selecionadas para compor a proposta de sequência didática do ensino de funções quadráticas. As duas primeiras foram copiadas, traduzidas do inglês para o português para destinação de alunos brasileiros, e também foram editadas com finalidade de foco no conteúdo apenas, enquanto a terceira atividade foi produzida para fixação da aprendizagem sobre o conteúdo trabalhado. As duas primeiras atividades estão nos *links* Match my parabola e Marbleslides: Parabolas, enquanto as originais encontram-se em Match My Parabola e Marbleslides

Em cada atividade faz-se comentários de cada uma das suas páginas, a fim de evidenciar o que ela contém.

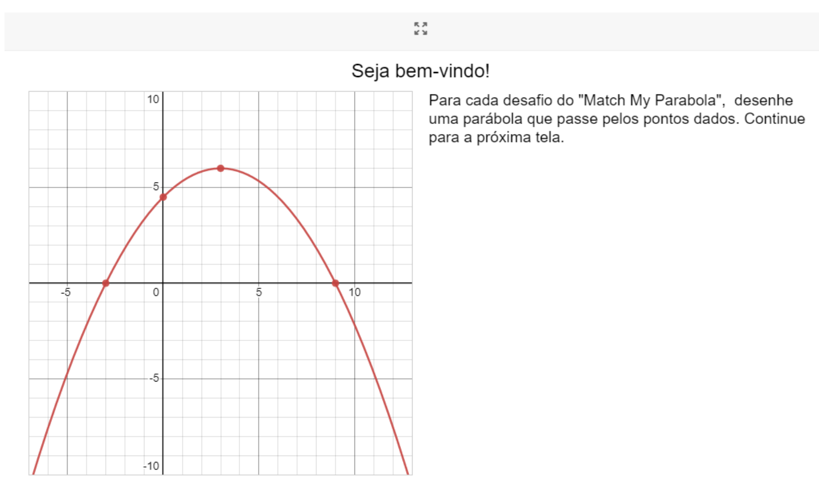
3.2.1 *Match My Parabola*

A descrição que se tem no Desmos é a seguinte: "Nesta atividade, os alunos trabalham em uma série de desafios de gráficos quadráticos para desenvolver sua proficiência com formas canônica e fatorada." E os objetivos nela são justamente o que se tem nessa descrição.

Página 1

A primeira página (figura 3.1) destina-se apenas a dar boas vindas à atividade.

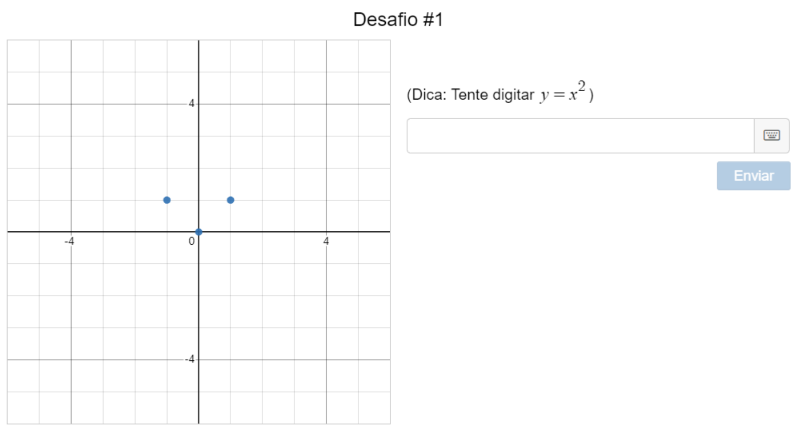
Figura 3.1: Página 1 da atividade *Match my parabola*



Página 2

Desafio 1: Trace a parábola pelos pontos $(-1,1), (0,0)$ e $(1,1)$. Tal página está apresentada na figura (3.2) abaixo. Note que existe um campo na página destinada à inserção da expressão algébrica para a função quadrática que se deseja satisfazer o casamento com os pontos.

Figura 3.2: Página 2 da atividade *Match my parabola*



Resposta: $y = x^2$

COMENTÁRIO: Esta página já traz como sugestão para inserir no campo de inserção de expressão algébrica a função quadrática responsável por traçar uma parábola nos pontos dados no desafio. Tendo conhecidas as três formas de função quadrática, o discente poderá avaliar qual, ou quais delas trarão mais facilidade em encontrar a expressão final.

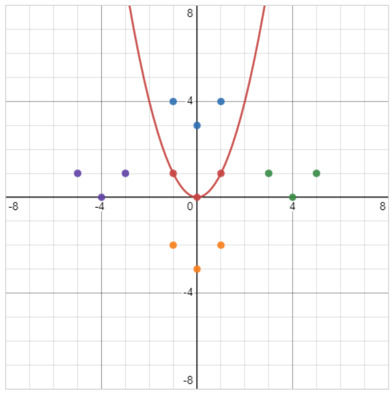
Página 3

Desafio 2: Trace cinco parábolas, cada uma através de um conjunto de coordenadas por cores, como apresentada na figura (3.3)

Respostas:

- Vermelho: $y = x^2$
- Azul: $y = x^2 + 3$
- Verde: $y = (x+4)^2$
- Laranja: $y = x^2 - 3$
- Roxo: $y = (x+4)^2$

Figura 3.3: Página 3 da atividade *Match my parabola*



Parábola	Equação
Vermelho	$y = x^2$
Azul	
Verde	
Laranja	
Roxo	

Comentário: Usa-se a forma canônica de uma função quadrática $y = a(x-m)^2+k$. Pega-se os pontos que representam o vértice de cada parábola. Considerando que o vértice pode ser definido pela coordenada (m, k) de uma função quadrática na sua forma $y = a(x - m)^2 + k$. E para encontrar o valor do coeficiente a, pega-se um outro ponto da parábola e substitui-se na função quadrática já com os valores definidos. Dessa forma encontrando a melhor função quadrática que passam pelos pontos dados. Como também são fornecidas informações de três pontos, o discente pode encontrar as expressões das funções pela forma do trinômio. Além disso, como as parábolas com pontos roxos e verdes têm pontos sobre o eixo x, o discente poderá usar a forma fatorada para obtenção de suas expressões finais.

Página 4

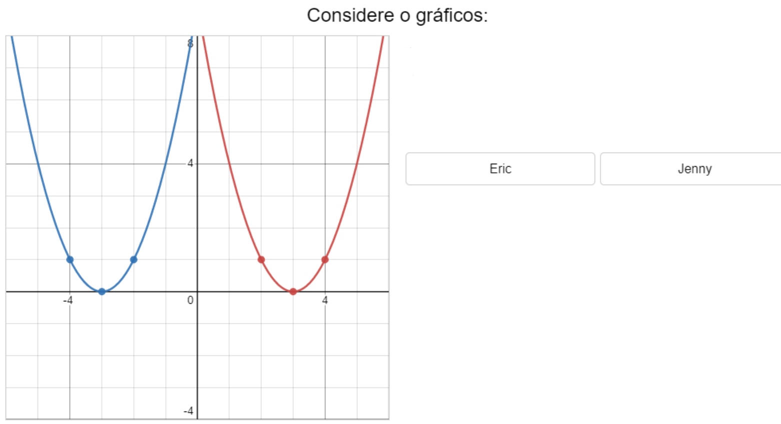
Considerar os gráficos (figura 3.4): "Eric acha que a equação corresponderá ao gráfico azul. Jenny acha que vai combinar com o gráfico vermelho. Quem está certo?"

Equação: $y = (x - 3)^2$

Resposta: Jenny

Comentário: Já que são três pontos informados, também é possível que os discentes usem a forma do trinômio, assim como a forma fatorada pois se tem raízes. No entanto, caso o discente já tenha percebido, quando o vértice é informado, usa-se como base a forma canônica da função quadrática $y = a(x - m)^2 + k$; e considerando que o vértice da parábola pode ser definido pela coordenada (m, k), pega-se a equação dada $y = (x-3)^2$ e tem-se como coordenada do vértice $(3, 0)$, então o gráfico que representa a equação é o gráfico de Jenny. O objetivo desta página é a de fazer o discente fixar em mente que o valor da abscissa do vértice entra diretamente na expressão $x - m$, e que atente ao "jogo" de sinal para obtenção da expressão final.

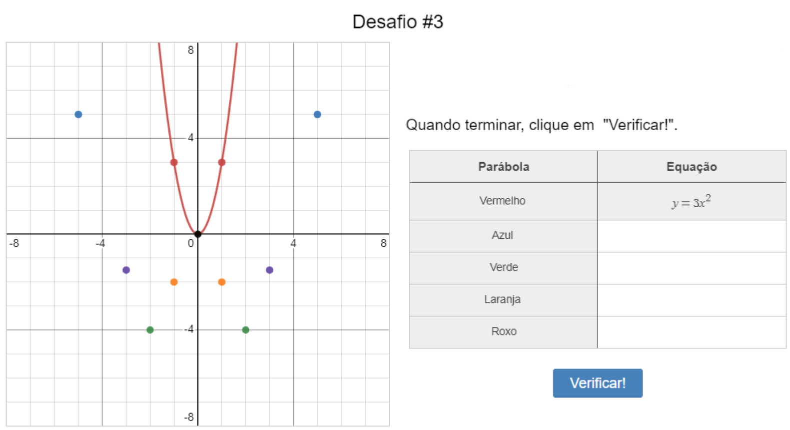
Figura 3.4: Página 4 da atividade *Match my parabola*



Página 5

Desafio 3: Desenhe cinco parábolas. Cada parábola deve passar pela origem e um par de pontos coordenados por cores, conforme figura (3.5).

Figura 3.5: Página 5 da atividade *Match my parabola*



Respostas:

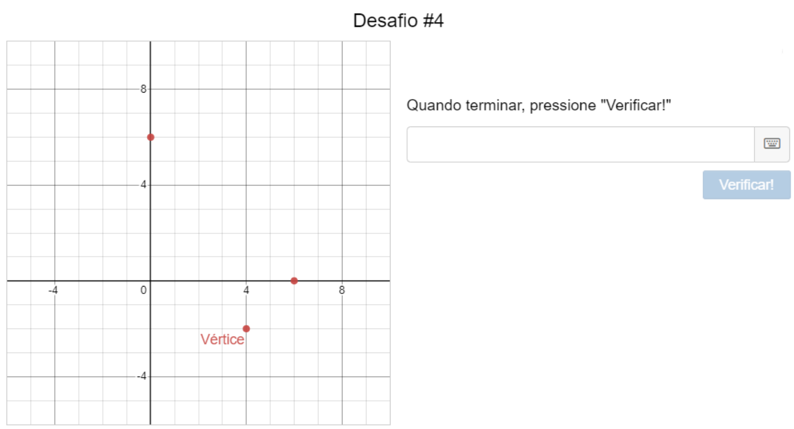
- Vermelho: $y = 3x^2$
- Azul: $y = \dfrac{x^2}{5}$
- Verde: $y = -x^2$
- Laranja: $y = -2x^2$
- Roxo: $y = \dfrac{-x^2}{6}$

Comentario: Observando-se o plano, temos que cada parábola passa pela origem $(0,0)$. Então tem-se como vértice de cada parábola a coordenada $(0,0)$. Usando a forma canônica da função quadrática $y = a(x-m)^2+k$ e considerando que o vértice pode ser definido pela coordenada (m,k) então, a função quadrática se resume em: $y = ax^2$. Para saber-se o valor do coeficiente a de cada parábola, substitui-se na função quadrática encontrada as coordenadas de um ponto na parábola. Esta página reforça a facilidade de que quando o vértice é informando, a forma canônica é preferível em vez das duas outras formas.

Página 6

Desafio 4: Trace a parábola considerando os pontos: $(0,6), (4,-2)$ e $(6,0)$, como mostra a figura (3.6).

Figura 3.6: Página 6 da atividade *Match my parabola*



Resposta: $y = \dfrac{1}{2}(x-4)^2 - 2$.

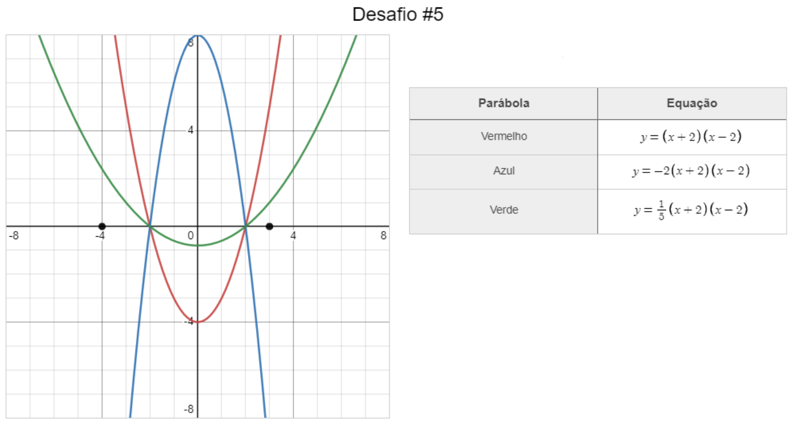
Comentário: Assim como todas as outras páginas, três pontos informados possibilitam o uso da forma de trinômio da função quadrática. Além disso, como uma raiz e o vértice também são informações, a forma fatorada também possibilita uso para obtenção da resposta. Mas com tal forma precisar-se-ia trabalhar a relação entre raizes e vértice de uma parábola (a abscissa do vértice é média aritmética das abscissas das raízes). No entanto, como se pode perceber na páginas anteriores, quando o vértice é informado a forma canônica é mais fácil para obtenção da expressão.

Página 7

Desafio 5: Ajuste as equações para criar três parábolas diferentes que passam pelos pontos: $(-4,0)$ e $(3,0)$, como apresentado na figura (3.7).

Respostas:

Figura 3.7: Página 7 da atividade *Match my parabola*



- Vermelho: $y = (x+4)(x-3)$
- Azul: $y = -2(x+4)(x-3)$
- Verde: $y = \dfrac{1}{5}(x+4)(x-3)$

Comentário: Observa-se uma função quadrática fatorada, partindo-se da ideia $x^2 - sx + p = 0$, onde aparecem as raízes. Então ajustam-se as raízes das equações dadas pelo desafio, conforme os pontos marcados no gráfico.

Página 8

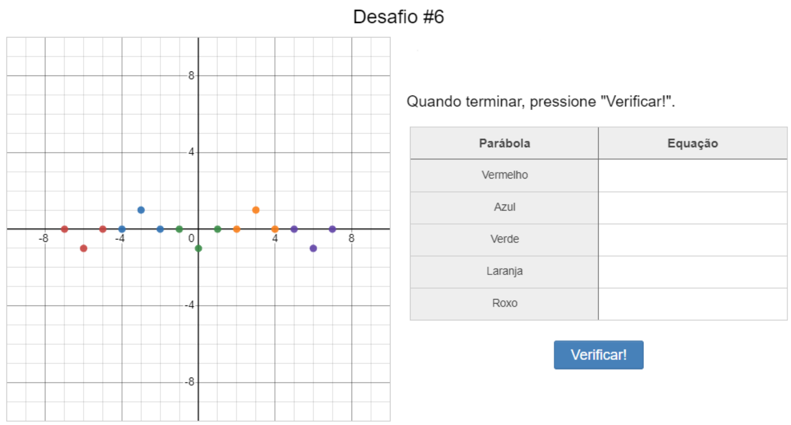
Trace cinco parábolas, uma através de cada conjunto de pontos coordenados por cores (figura 3.8).

- Vermelho: $(-7,0), (-6,-1)e(-5,0)$
- Azul: $(-4,0), (-3,1)e(-2,0)$
- Verde: $(-1,0), (0,-1)e(1,0)$
- Laranja: $(2,0), (3,1)e(4,0)$
- Roxo: $(5,0), (6,-1)e(7,0)$

Respostas:

- Vermelho: $y = (x+6)^2 - 1$
- Azul: $y = -(x+3)^2 + 1$

Figura 3.8: Página 8 da atividade *Match my parabola*



- Verde: $y = x^2 - 1$
- Laranja: $y = -(x-3)^2 + 1$
- Roxo: $y = (x-6)^2 - 1$

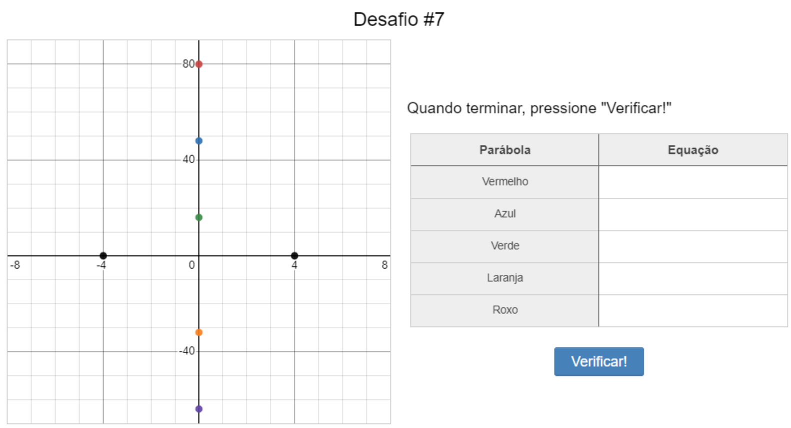
Comentário: Usa-se a forma canônica de uma função quadrática $y = a(x-m)^2 + k$. Pega-se os pontos que representam o vértice de cada parábola. Considera-se que o vértice pode ser definido pela coordenada (m, k) de uma função quadrática na sua forma $y = a(x-m)^2 + k$. E para se encontrar o valor do coeficiente a, pega-se um outro ponto da parábola e substitui-se na função quadrática já com os valores definidos de m e k; dessa forma encontrando a função quadrática que passam pelos pontos dados. Observa-se que apesar de ser possível deteminar as expressões de cada uma das parábolas pela outras formas, a canônica é mais rápida porque são dadas as raízes de cada uma, e posteriormente só um ponto para ter toda a expressão.

Página 9

Trace cinco parábolas com as mesmas interceptações, em pontos pretos $(-4, 0)e(4, 0)$, mas diferentes vértices, como apresentado na figura (3.9).

- Vermelho: $(0, 80)$
- Azul: $(0, 48)$
- Verde: $(0, 16)$
- Laranja: $(0, -32)$
- Roxo: $(0, -64)$

Figura 3.9: Página 9 da atividade *Match my parabola*



Respostas:

- Vermelho: $y = -5(x+4)(x-4)$
- Azul: $y = -3(x+4)(x-4)$
- Verde: $y = -1(x+4)(x-4)$
- Laranja: $y = 2(x+4)(x-4)$
- Roxo: $y = 4(x+4)(x-4)$

Comentário: As raízes são iguais para todas as parábolas, logo o termo $(x+4)(x-4)$ apresenta-se em todas. Como haverá apenas mudança vertical das parábolas, logo deverá ser encontrado o valor do coeficiente a para todos, utilizando a forma canônica da função quadrática $y = a(x-m)^2 + k$.

Página 10

Qual equação corresponde ao gráfico mostrado na figura (3.10)?

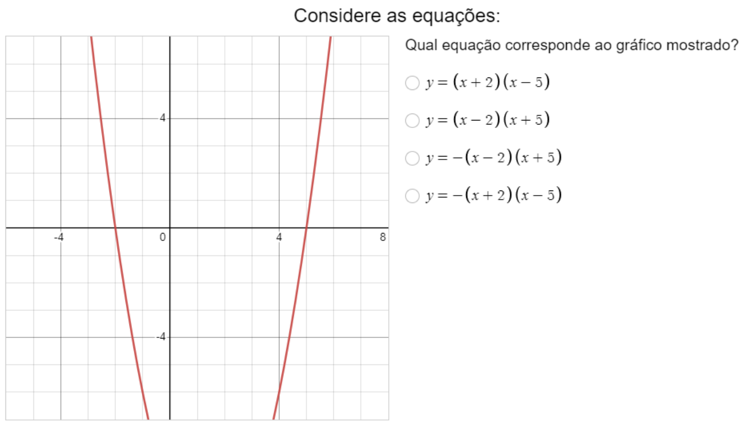
Resposta: $y = (x+2)(x-5)$

Comentário: Observando o gráfico, tem-se que a parábola intercepta o eixo x nos pontos $(-2, 0)$ e $(5, 0)$, logo o termo $(x-2)(x+5)$ deve se apresentar, e como a concavidade da parábola está para cima, tem que $a > 0$.

Página 11

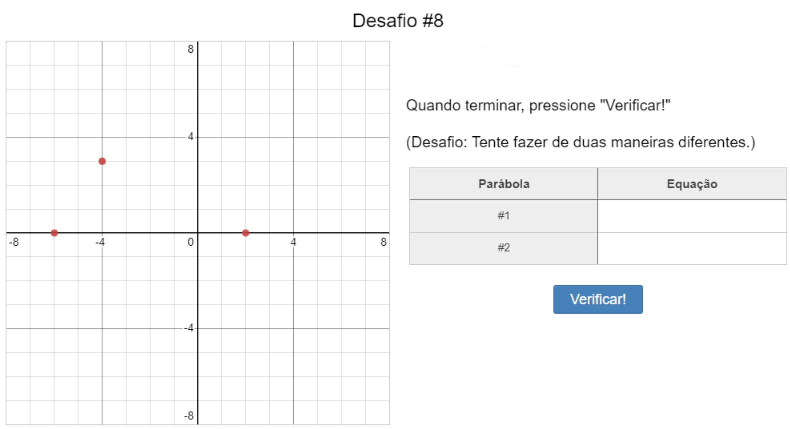
Desafio 8: O gráfico mostrado na figura (3.11), mostra três pontos localizados em: $(-6, 0), (-4, 3) e (2, 0)$. Trace uma parábola passando pelos três pontos. Tente fazer de duas

Figura 3.10: Página 10 da atividade *Match my parabola*



maneiras diferentes.

Figura 3.11: Página 11 da atividade *Match my parabola*



Resposta:

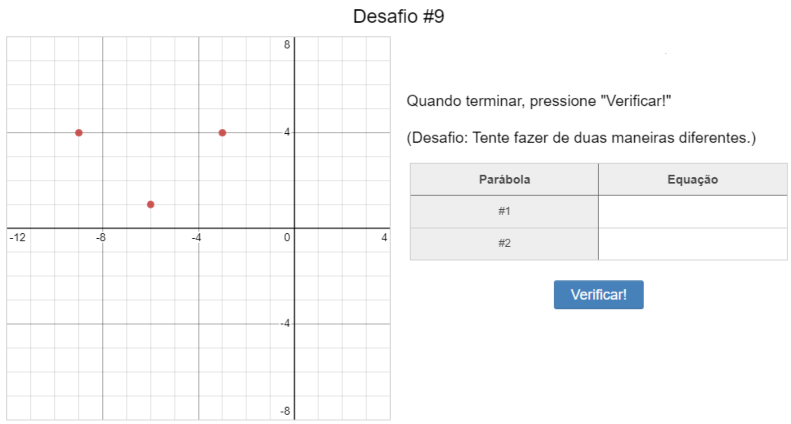
- Parábola 01: $y = \dfrac{-1}{4}(x+2)^2 + 4$
- Parábola 02: $y = \dfrac{-1}{4}(x+6)(x-2)$

Comentário: A partir dos pontos dados, nota-se que $(-6, 0)$ e $(2, 0)$ interceptam o eixo x, logo são as raízes da equação do 2º grau $f(x) = a(x+6)(x-2)$, e já que o ponto $(-4, 3)$ também pertence à parábola, usa-se tal ponto para determinar a. Outra expressão é encontrada pela forma canônica da função quadrática $y = a(x-m)^2 + k$, encontrando m pela média aritmética das raízes. Os demais coeficientes, a e k podem vir utilizando dois pontos informados, que geram um sistema linear de duas incógnitas[1]. Também é possível determinar uma outra expressão fazendo-se uso da forma do trinômio; mas nesse caso um sistema de três incógnitas deve ser resolvido.

Página 12

Desafio 9: Trace uma parábola que passe pelos pontos: $(-9, 4), (-6, 1)$ e $(-3, 4)$, conforme figura (3.12). Tente fazer de duas maneiras diferentes.

Figura 3.12: Página 12 da atividade *Match my parabola*



Respostas:

- Parábola 01: $y = \dfrac{1}{3}(x+6)^2 + 1$
- Parábola 02: $y = \dfrac{1}{3}(x+9)(x+3) + 4$

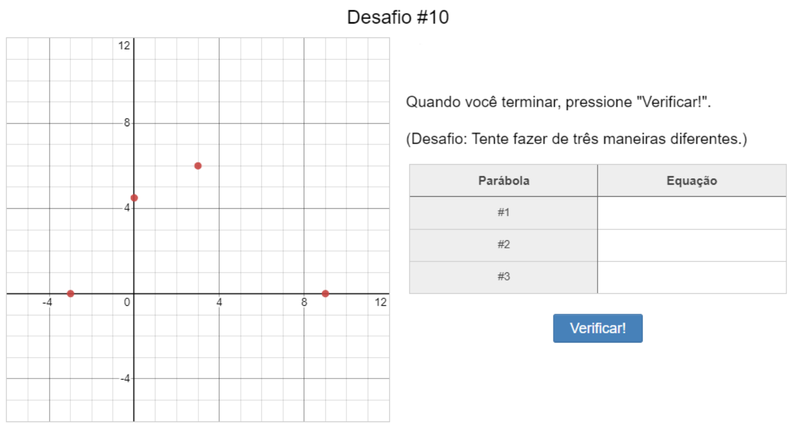
Comentário: Com os pontos dados, tem-se que a coordenada do vértice é $(-6, 1)$, usando a forma canônica da função quadrática $y = a(x-m)^2 + k$, encontra-se a primeira equação da parábola, com a sendo encontrado mediante uso de um outro ponto informado. Desenvolvendo o membro direito da equação anterior chega-se à segunda maneira de representar a parábola. Uma outra expressão advém da utilização da forma do trinômio, que tem seus coeficientes resolvendo-se um sistema de três incógnitas.

Página 13

Desafio 10: Trace uma parábola que passe pelos pontos: $(-3, 0), (0, 4.5), (3, 6)$ e $(9, 0)$, conforme apresentado na figura (3.13). Tente fazer de três maneiras diferentes.

[1]Se para a segunda expressão se conhecer a basta então tomar um ponto informado a fim de descobrir o valor de k.

Figura 3.13: Página 13 da atividade *Match my parabola*



Resposta:

- Parábola 01: $y = \dfrac{-1}{6}(x-3)^2 + 6$
- Parábola 02: $y = \dfrac{-1}{6}(x+3)(x-9)$
- Parábola 03: $y = \dfrac{-1}{6}x^2 + x + 4.5$

Comentário: Após notar que o ponto $(3, 6)$ é vértice, utilizando-se a forma canônica da equação quadrática $y = a(x-m)^2 + k$, encontra-se a primeira maneira de representar a parábola; em que o coeficiente a é determinado utilizando-se um outro ponto. Observando os pontos que interceptam o eixo x, encontram-se as raízes, logo encontra-se a segunda maneira de representação da parábola (sendo a encontrado pela forma anterior, ou utilizando outro ponto informado). Desenvolvendo uma das funções anteriores obtém-se a terceira maneira de representar a parábola. No entanto, caso nenhuma tenha sido encontrada antes, a forma do trinômio é determinada mediante a resolução de um sistema de três incógnitas.

Página 14

Que equação representa esse gráfico (figura 3.14)?

Resposta: $y = -(x-1)^2 + 9$

Comentário: Observando-se as coordenadas do vértice e utilizando o ponto $(0, 8)$ na forma canônica da função quadrática $y = a(x-m)^2 + k$, encontra-se a equação que representa o gráfico.

Página 15

Esboce o gráfico da seguinte equação: $y = \dfrac{1}{4}(x-2)^2 - 4$ (figura 3.15).

Figura 3.14: Página 14 da atividade *Match my parabola*

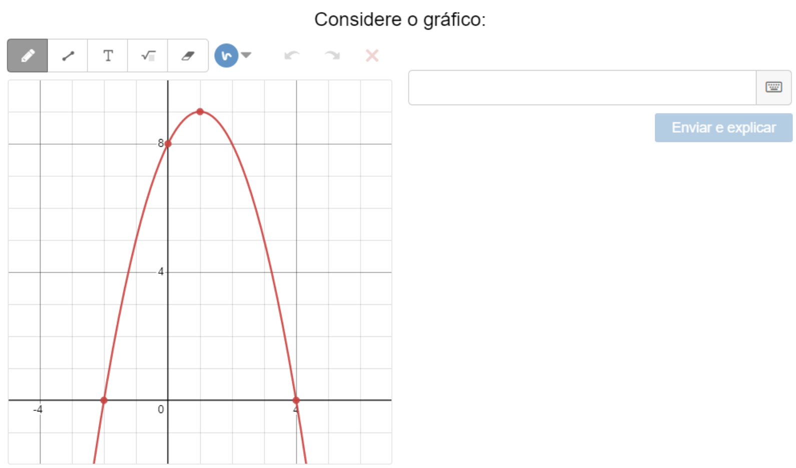
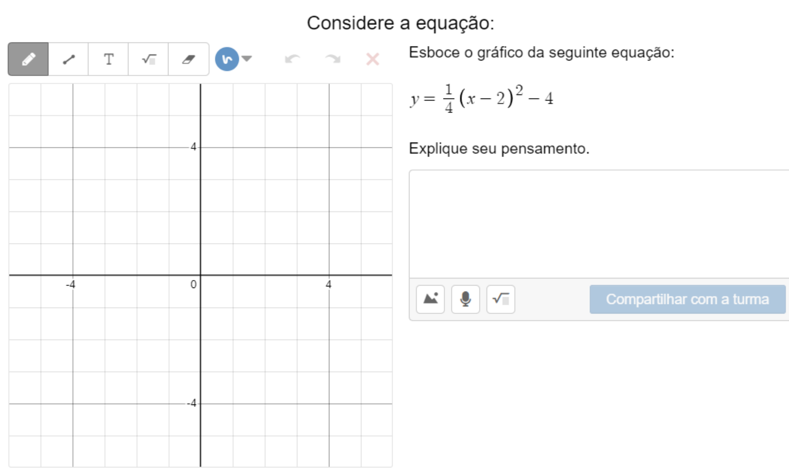


Figura 3.15: Página 15 da atividade *Match my parabola*



Comentário: O objetivo desta página é fazer com que o aluno esboce o gráfico já sabendo a localização do vértice, mas que faça marcação de mais um ponto (ou de outros pontos) mediante substituições de valores x na expressão dada, e explique seu raciocínio.

3.2.2 *Let's Marbleslides*

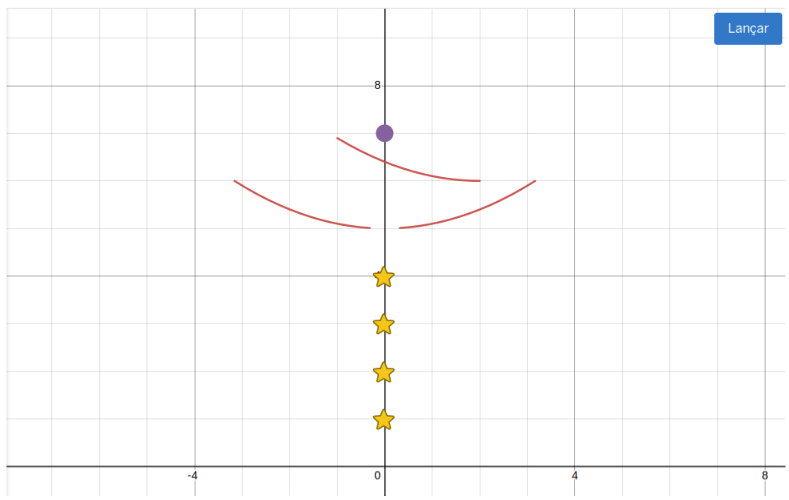
No Desmos esta atividade tem a seguinte descrição (em tradução livre): "Nesta atividade agradável e desafiadora, os estudantes transformarão as parábolas a fim de fazer as petecas deslizarem para atingirem todas as estrelas. Os estudantes testarão suas modificações e terão chance de revisá-las antes de passar para o próximo desafio!"

Dentre os objetivos, ela pretende mostrar considerando a forma canônica $y = a(x - m)^2 + k$ que; a concavidade é afetada pela sinal do coeficiente a; a abertura também é afetada pelo valor de a; a translação horizontal é modificada pelo coeficiente m; a translação vertical alterada pelo coeficiente k; além disso, a fim das petecas atingirem as estrelas, mostra-se que o estudante deve fazer modificação também no domínio da parábola.

Página 1

A primeira página vem mostrar o objetivo da atividade que é de deslizar as petecas para atingir todas as estrelas, e em seguida demonstra de como se executarão as demais atividades, conforme a figura (3.16).

Figura 3.16: Página 1 da atividade *Let's Marbleslides*



Página 2

Fixação 1: Altere o sinal de um número na linha abaixo ($y = 0.1(x-2)^2 + 8$) para fazer as petecas atingirem as estrelas, como mostra a figura (3.17).

Resposta: $y = -0.1(x-2)^2 + 8$

Comentário: Adicionando-se o sinal negativo no coeficiente a, que está no campo de inserção de expressão algébrica, a concavidade da parábola volta-se para baixo adequando desse modo a parábola para as petecas atingirem todas as estrelas, isto é, adequando o Marbleslides.

Página 3

Fixação 2: Altere a linha abaixo ($2(x-4)^2 + 2\{x < 5\}$) para fazer as petecas atingirem as estrelas, como mostra a figura (3.18).

Resposta: $\frac{1}{2}(x-4) + 2\{x < 7\}$

Figura 3.17: Página 2 da atividade *Let's Marbleslides*

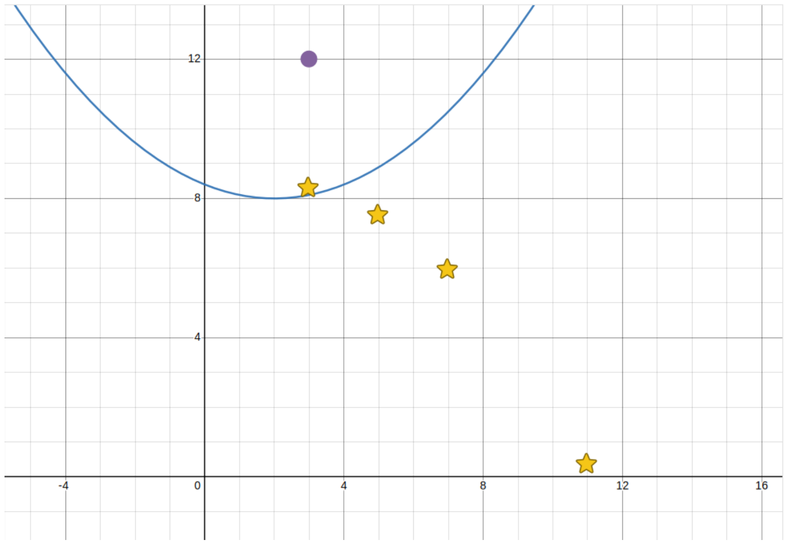
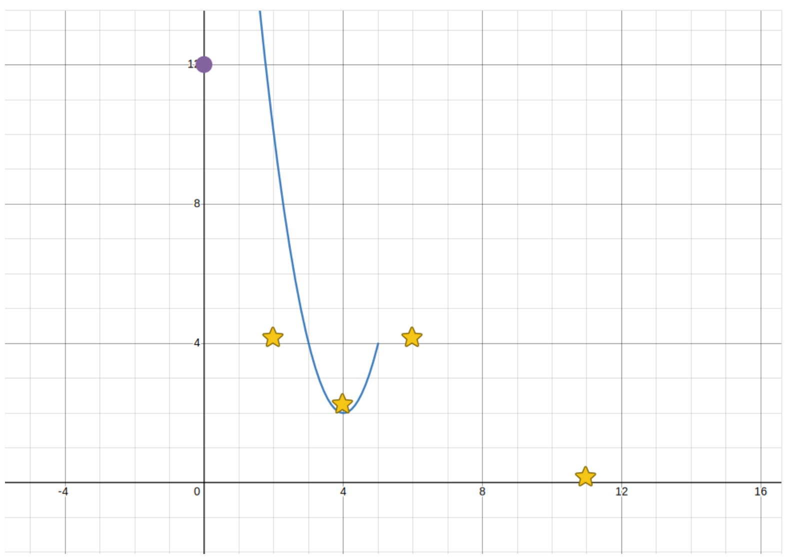


Figura 3.18: Página 3 da atividade *Let's Marbleslides*



COMENTÁRIO: Para conseguir o objetivo deve-se fazer com que a parábola fique mais aberta, e essa alteração faz-se no coeficiente a. Após a alterado, deve-se modificar o domínio.

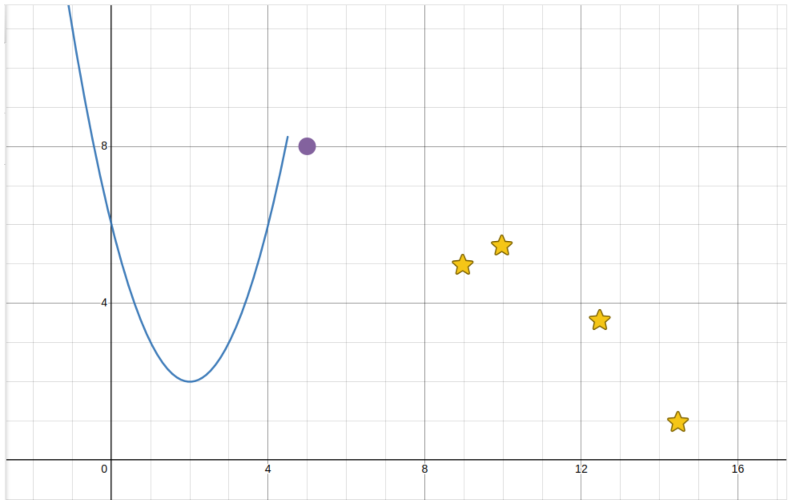
Página 4

Fixação 3: Altere dois números na linha abaixo $((x-2)^2 + 2\,\{x < 4.5\})$ para fazer as petecas atingirem as estrelas (figura 3.19).

Resposta:$(x-7)^2 + 2\,\{x < 7.8\}$

COMENTÁRIO: Deve-se fazer alterações na translação horizontal da parábola, alterando-se o coeficiente linear m da forma canônica da função quadrática e, na restrição do domínio.

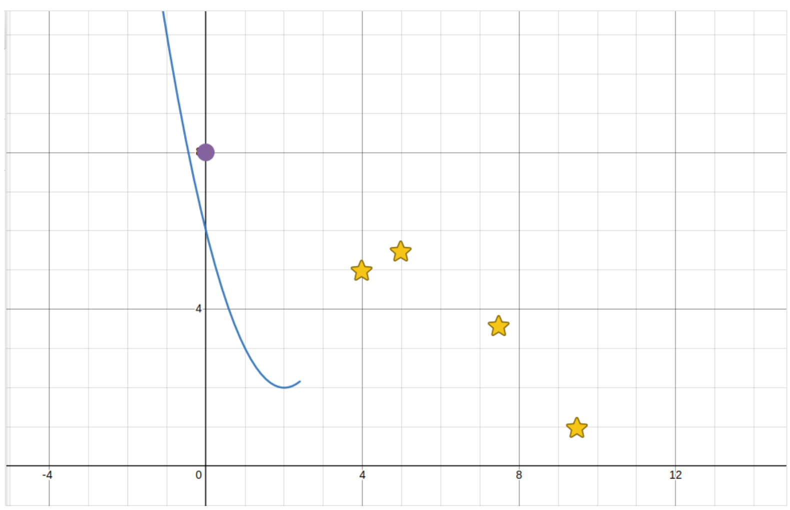
Figura 3.19: Página 4 da atividade *Let's Marbleslides*



Página 5

Fixação 4: Altere um número na linha abaixo ($y = (x-2)^2 + 2\,\{x < 2.4\}$) para corrigir o Marbleslides, conforme a figura (3.20).

Figura 3.20: Página 5 da atividade *Let's Marbleslides*



Resposta: $y = (x-2)^2 + 2\,\{x < 2.8\}$

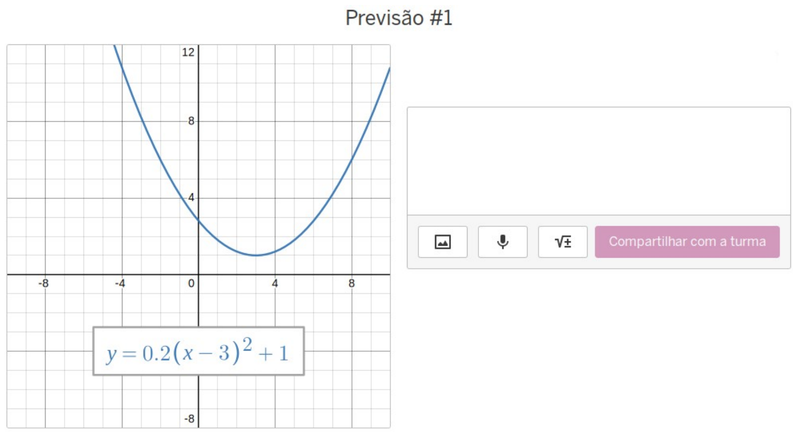
COMENTÁRIO: Altera-se apenas a restição do domínio para corrigir o Marbleslides.

Página 6

Previsão 1: Se mudássemos de 0,2 para -4 na equação, o que aconteceria com o gráfico mostrado na figura (3.21)?

Resposta: A concavidade da parábola muda-se para baixo

Figura 3.21: Página 6 da atividade *Let's Marbleslides*

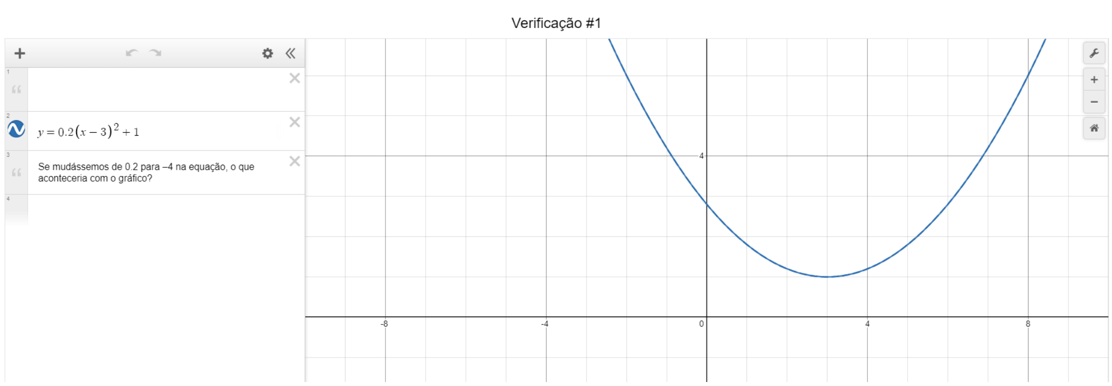


COMENTÁRIO: Observa-se que seriam feitas duas alterações no coeficiente a da equação que esta na forma canônica da função quadrática 3.4. Alteriam-se a abertura da parábola e a concavidade.

Página 7

Verificação 1: Altere a equação abaixo para ver se sua previsão da última tela estava correta (figura 3.22).

Figura 3.22: Página 7 da atividade *Let's Marbleslides*



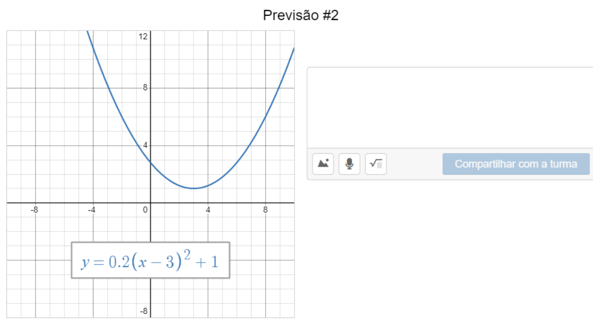
Resposta: $y = -4(x-3)^2 + 1$

COMENTÁRIO: Nesta página são feitas as alterações citadas no comentário anterior, verificando a veracidade das alterações no coeficiente a da equação, quanto ao valor e seu sinal.

Página 8

Previsão 2: Se mudássemos de -3 para 2 na equação, o que aconteceria com o gráfico mostrado na figura (3.23)?

Figura 3.23: Página 8 da atividade *Let's Marbleslides*



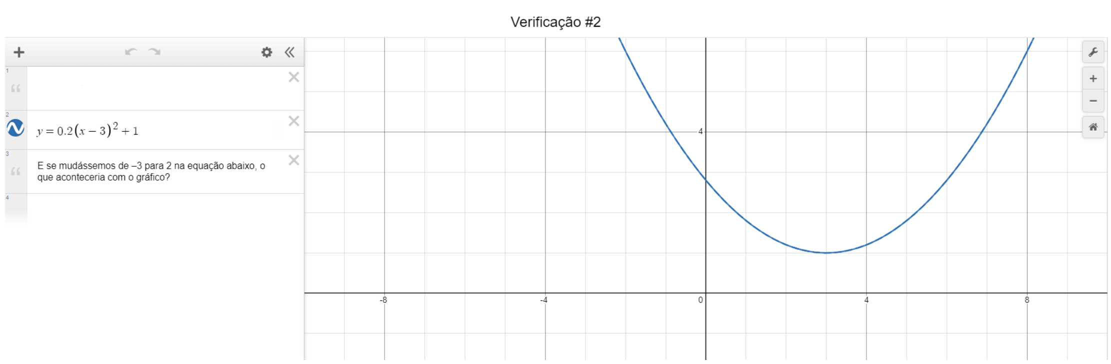
Resposta: A parábola transladará cinco unidades para a esquerda.

COMENTÁRIO: A alteração se daria no coeficiente linear m da forma canônica da parábola 3.4 que é responsável para o mover a parábola na horizontal, desse modo não alterando a sua forma.

Página 9

Verificação 2: Altere a equação abaixo para ver se sua previsão da última tela estava correta (figura 3.24).

Figura 3.24: Página 9 da atividade *Let's Marbleslides*



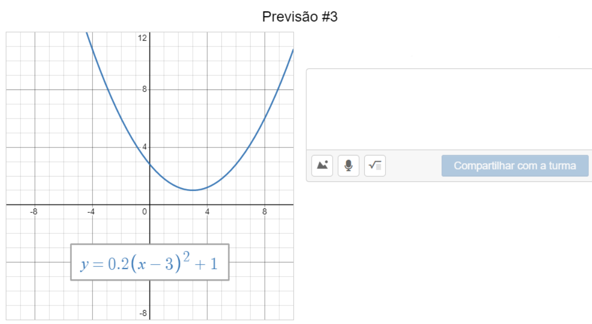
Resposta: $y = 0.2(x+2)^2+1$

COMENTÁRIO: Como comentado anteriormente, nesta página as alterações no coeficiente linear m da forma canônica da equação quadrática 3.4 são realizadas, verificando a veracidade dessas alterações.

Página 10

Previsão 3: Se mudássemos de 1 para -2 na equação, o que aconteceria com o gráfico mostrado na figura (3.25)?

Figura 3.25: Página 10 da atividade *Let's Marbleslides*



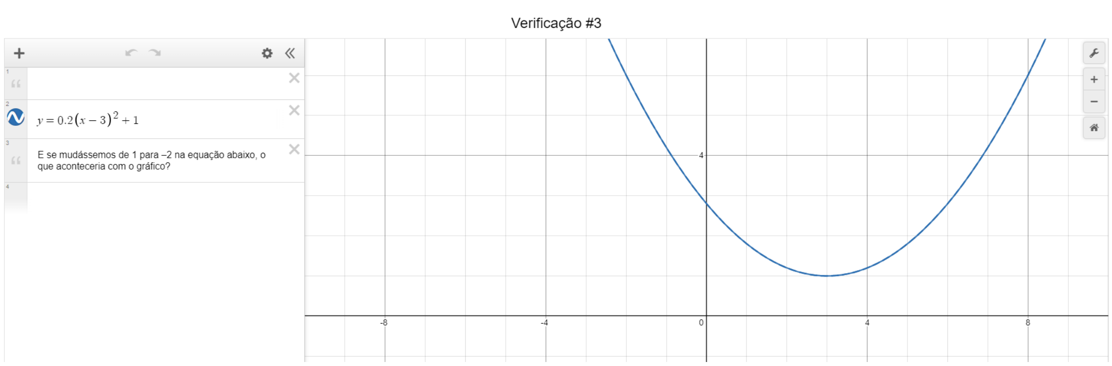
Resposta: A parábola irá transladar 3 unidades para baixo.

Comentário: O coeficiente k da forma canônica da equação quadrática 3.4, por ser um termo que não depende de x e também ser um termo constante, se alterado, a parábola irá transladar verticamente não alterando a sua forma.

Página 11

Verificação 3: Altere a equação abaixo para ver se sua previsão da última tela estava certa (figura 3.26).

Figura 3.26: Página 11 da atividade *Let's Marbleslides*



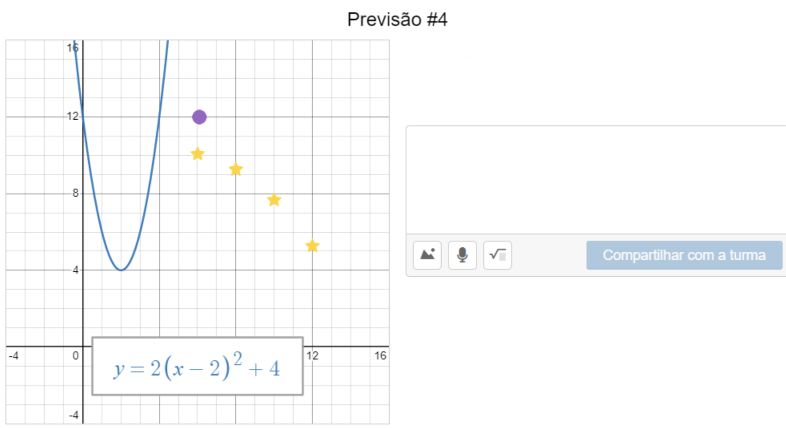
Resposta: $y = 0.2(x-3)^2 - 2$

Comentário: Nesta página, verifica-se as alterações propostas na página anterior que se trata da alteração do coeficente k da forma canônica da função quadrática 3.4.

Página 12

Seu amigo não vai ganhar tantas estrelas assim, observe a figura (3.27). Que mudanças você faria na equação para ajudar seu amigo a coletar todas as estrelas? Por que essas mudanças vão funcionar?

Figura 3.27: Página 12 da atividade *Let's Marbleslides*



Resposta: A parábola precisa ser refletida em um eixo horizontal, depois esticada para cima e para a direita. Talvez: $\dfrac{-1}{6}(x-6)^2 + 10$

Comentário: Devem-se fazer alterações no coeficiente a da forma canônica da equação quadrática 3.4 responsável em alterar a forma e concavidade da parábola. O coeficiente linear m também deve ser alterado, transladando horizontalmente a parábola para a direita e por fim alteração no coeficiente k também deve ser feita para transladar verticalmnete a parábola.

Página 13

Verificação 4: Use seu próprio conselho da última tela (figura 3.28). Ajudou?

Resposta: $\dfrac{-1}{6}(x-6)^2 + 10$

Comentário: Nesta página, verifica-se o que foi comentado na página anterior, alterando os coeficientes necessários no campo de expressões algébricas.

Página 14

Desafio 1: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.29). Incluímos a equação de uma parábola que pode ajudá-lo a começar. (Mas você pode excluí-lo se não gostar!).

Resposta: $y = 0.03(x-15)^2 + 20\,\{x < 14\}$ e $y = 0.03(x-15)^2 + 20\,\{x > 15\}$

Figura 3.28: Página 13 da atividade *Let's Marbleslides*

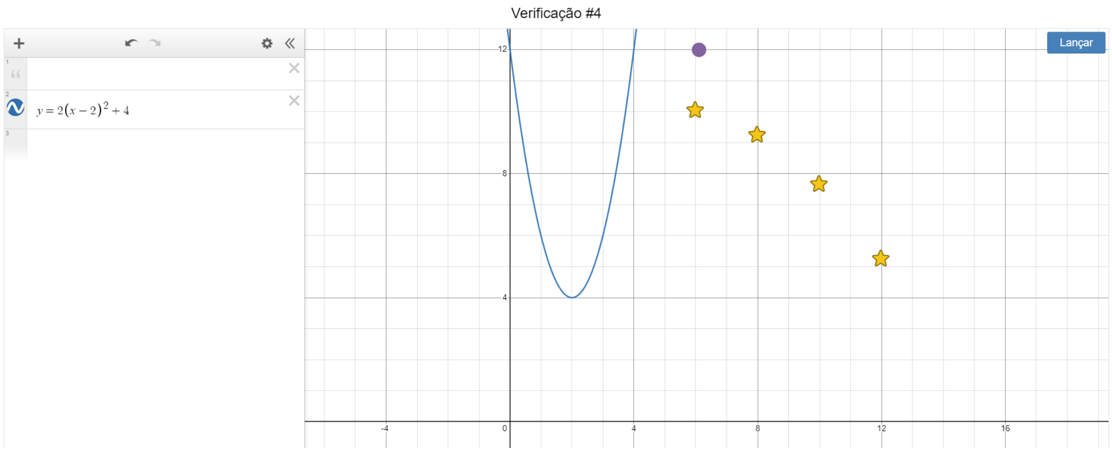
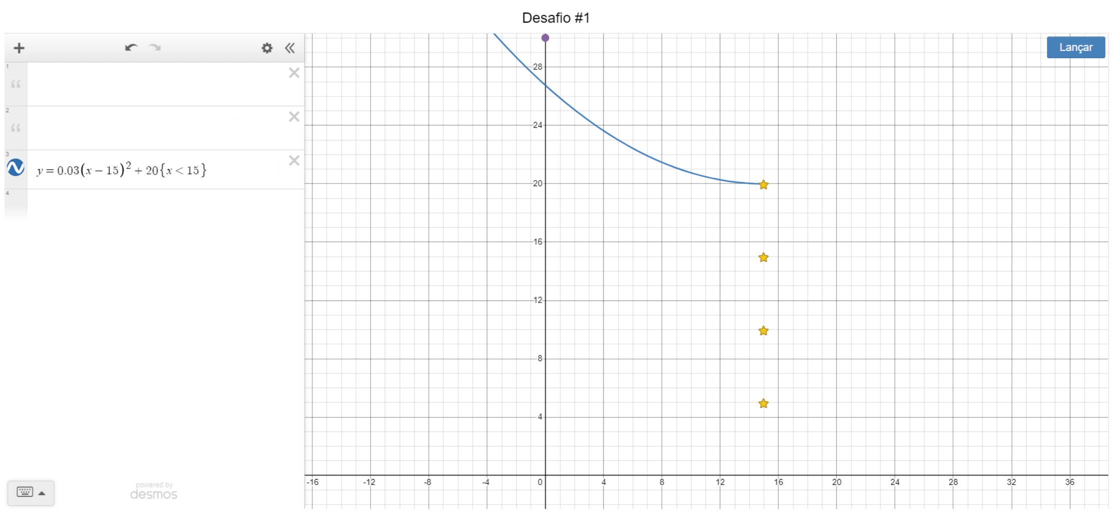


Figura 3.29: Página 14 da atividade *Let's Marbleslides*



Comentário: Para coletar todas as estrelas no Marbleslides, utiliza-se duas equações quadráticas da forma canônica 3.4 idênticas, alterando em cada uma, apenas as restrições do domínio.

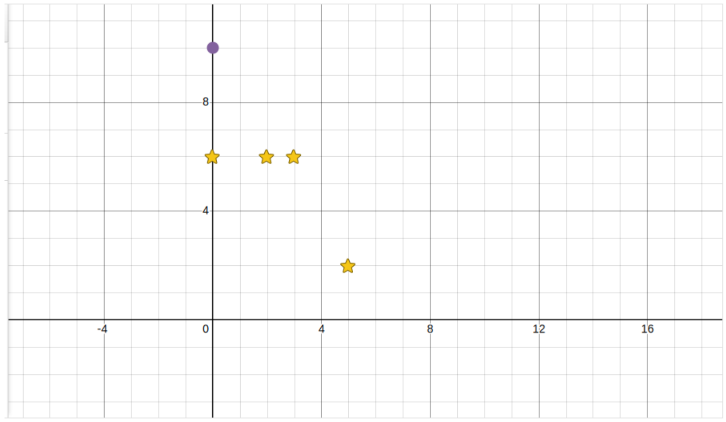
A partir da página 15 até a 21 da atividade, o aluno "brinca" com os coeficientes de modo a introduzir uma ou mais funções quadráticas com objetivo de fazer as petecas passarem pelas estrelas. Não se dá nestes casos comentários para soluções, mas estão respostas de possíveis funções.

Página 15

Desafio 2: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.30).

Resposta possível: $y = 1.5(x-1)^2 + 3\,\{x < 2\}$

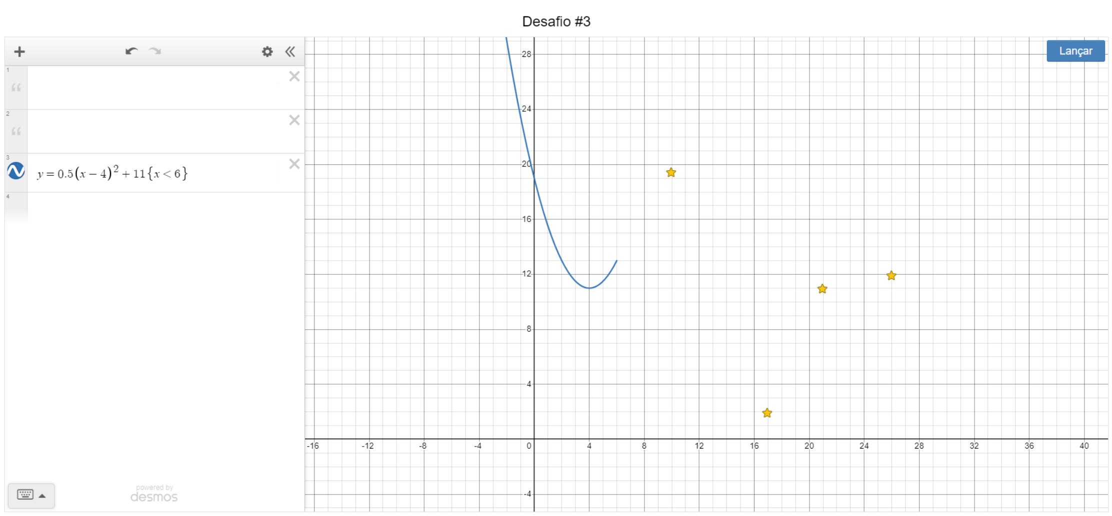
Figura 3.30: Página 15 da atividade *Let's Marbleslides*



Página 16

Desafio 3: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.32). Incluímos a equaçõa de uma parábola que pode ajudá-lo a começar. (Mas você pode excluí-lo se não gostar).

Figura 3.31: Página 16 da atividade *Let's Marbleslides*



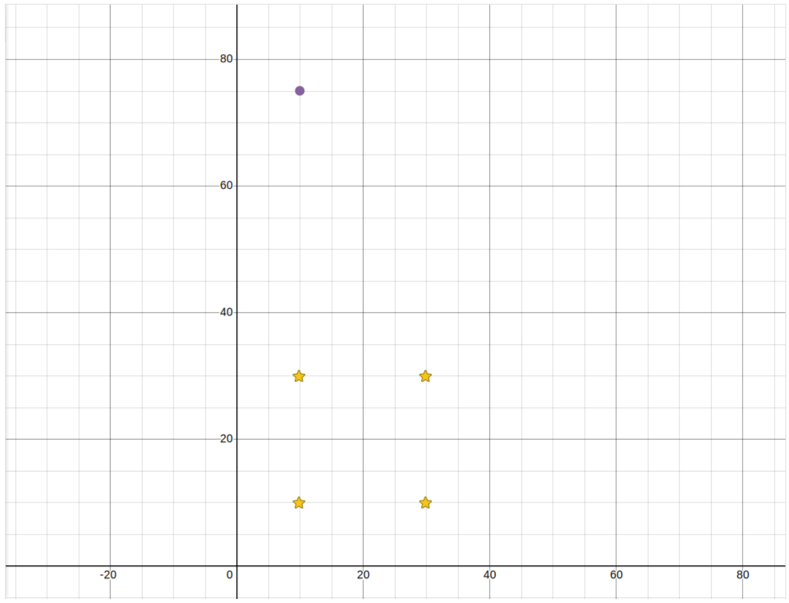
Respostas possíveis: $y = 0.5(x-4)^2 + 11\,\{x < 6\}$ e $y = 0.5(x-24)^2 + 4\,\{x > 20\}$

Página 17

Desafio 4: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.32).

Respostas possíveis: $y = (x-21)^2 - 120$ e $y = -0.015(x-5)^2 + 38\,\{10 < x < 29\}$

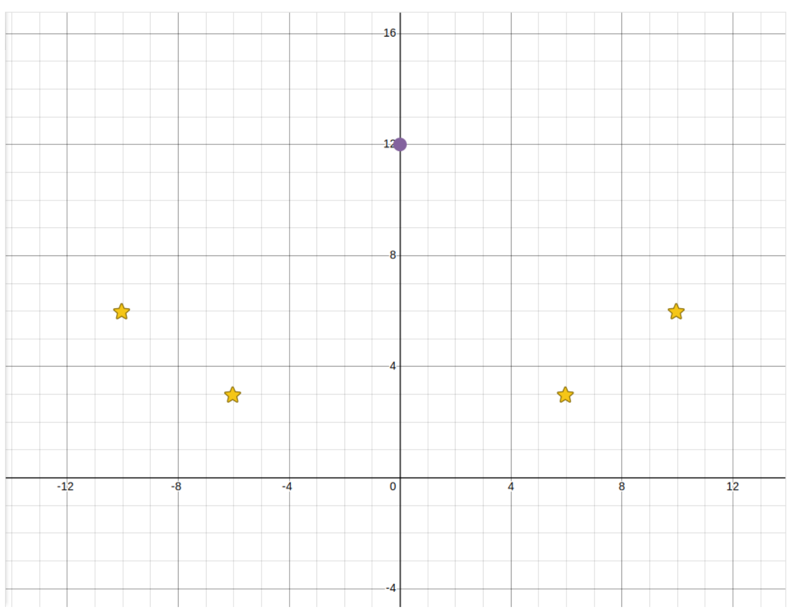
Figura 3.32: Página 17 da atividade *Let's Marbleslides*



Página 18

Desafio 5: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.33).

Figura 3.33: Página 18 da atividade *Let's Marbleslides*

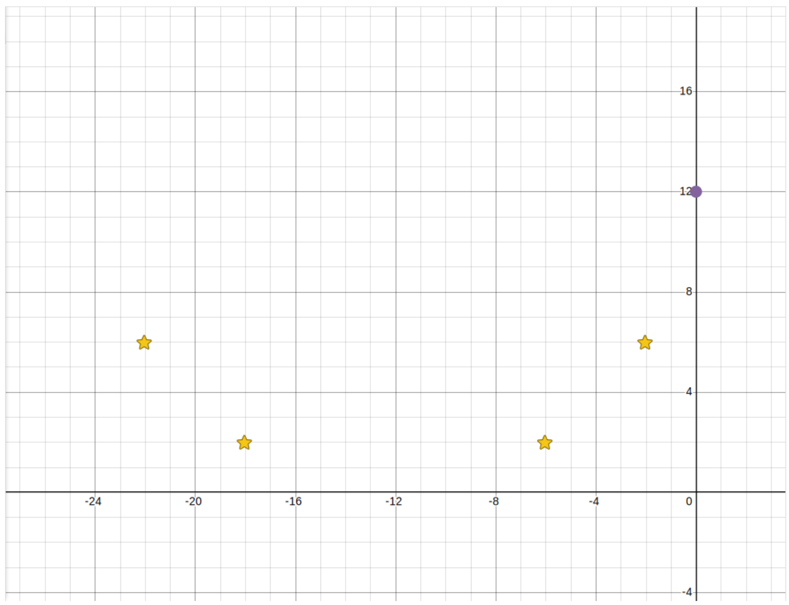


Respostas possíveis: $y = 0.05x^2 + 1$ e $y = 0.05(x - 8)^2 + 8\,\{x > -11\}$

Página 19

Desafio 6: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.34).

Figura 3.34: Página 19 da atividade *Let's Marbleslides*



Resposta possível: $y = \dfrac{1}{20}(x+12)^2$

Página 20

Desafio 7: Nas linhas abaixo, digite quantas equações de parábolas forem necessárias para coletar todas as estrelas (figura 3.36).

Resposta possível: $y = \dfrac{-1}{200}(x+40)^2 + 18$

Página 21

Não há estrelas para coletar aqui. Use qualquer função para construir seu Marbleslides (figura 3.36).

3.2.3 Estudando mais os coeficientes da parábola e algumas aplicações

Uma atividade interativa autoral foi criada a fim de realizar confirmações das interpretações dos coeficientes da parábola e apresentar algumas aplicações. Apesar de aparecerem

Figura 3.35: Página 20 da atividade *Let's Marbleslides*

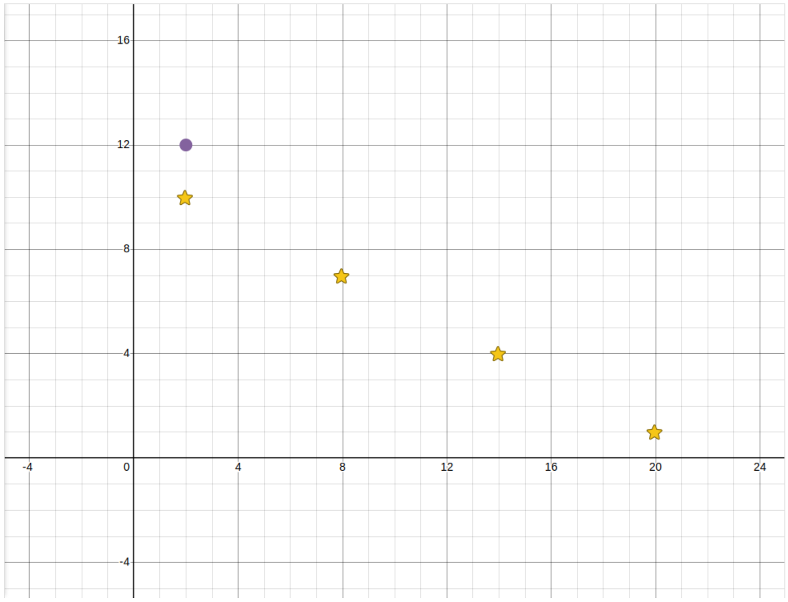
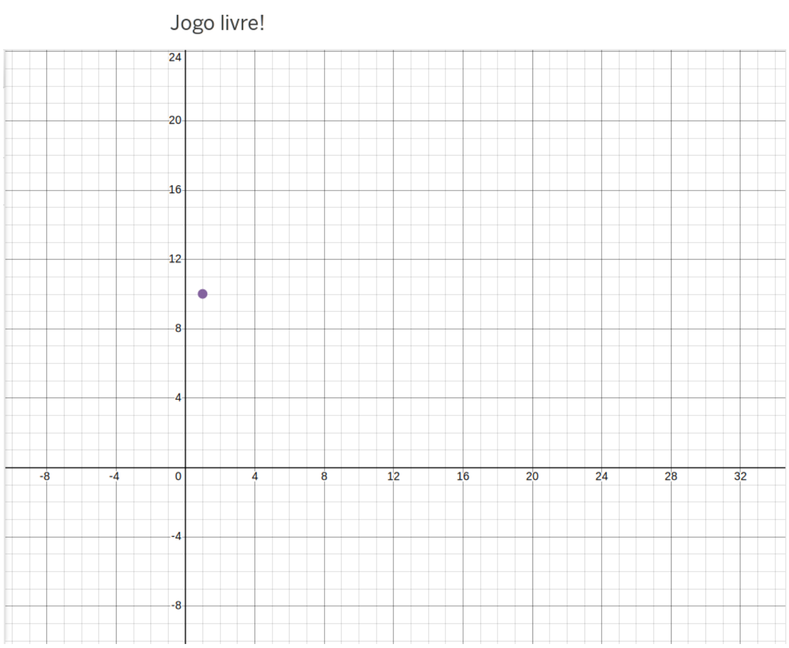


Figura 3.36: Página 21 da atividade *Let's Marbleslides*

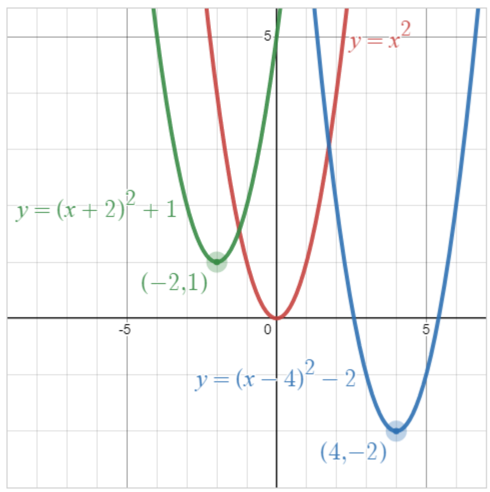


repetitivas as ideias das primeiras páginas, elas evoluem em exigência de raciocínio e por isso devem ser colocadas após as duas primeiras. Algumas páginas contém um pouco da teoria que se deseja o aluno possuir, mas outras podem requerer que o docente discuta antes ou mesmo acompanhe os discentes. Em algumas páginas de múltipla escolha, é possível que o aluno faça uma verificação se a alternativa selecionada está correta ou incorreta, possibilitando sua correção, caso necessário, antes do envio ao professor.

Página 1:

No capítulo 1, página 23, foi discutida a forma canônica $y = a(x - m)^2 + k$ e na qual foram dadas as afirmações que os coeficientes m e k são da abscissa e ordenada do vértice da parábola. Designando $x_v = m$ e $y_v = k$, esta página de atividade tenta apresentar que a partir da parábola com parâmetro a e vértice na origem dos eixos, obtém-se qualquer outra parábola y cujo vértice será um deslocamento horizontal de x_v unidades e deslocamento vertical y_v (figura 3.37); reafirmando o que tinha sido estudado na atividades anteriores.

Figura 3.37: Página 1 da atividade 3 *Coeficientes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Página 2:

Escreva cada uma das funções quadráticas abaixo, conforme figura (3.38), na forma $f(x) = a(x - m)^2 + k$. A seguir, calcule suas raízes (se existirem), o eixo de simetria de seu gráfico e seu valor mínimo ou máximo.

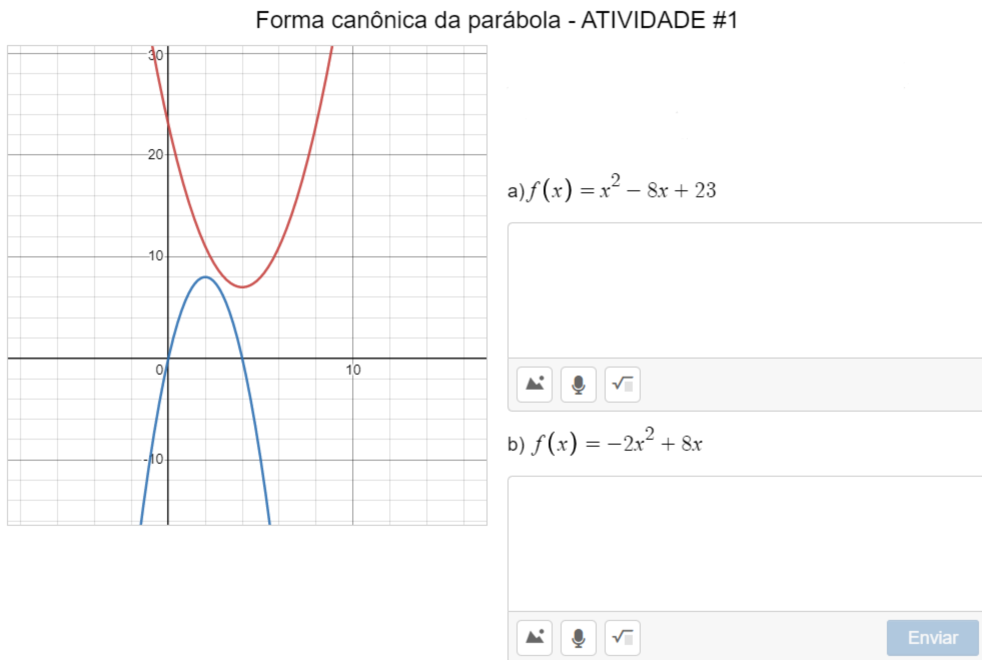
Respostas:

- a) $f(x) = (x - 4)^2 + 7$. Não há raízes reais. O eixo de simetria é a reta $x = 4$ e o valor mínimo é 7.

- b) $f(x) = -2(x - 2)^2 + 8$. o eixo de simetria é a reta $x = 2$, o valor máximo é 8 e as raízes são os valores para os quais $(x-2)^2 - 4$, ou seja, $x - 2 = \pm 2$. As raízes são $x_1 = 4$ e $x_2 = 0$.

Comentário: Na página 2 é pedido que o aluno reescreva as duas funções apresentadas, graficamente e em texto, na forma canônica. Isso faz a exigência de manipulação

Figura 3.38: Página 2 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



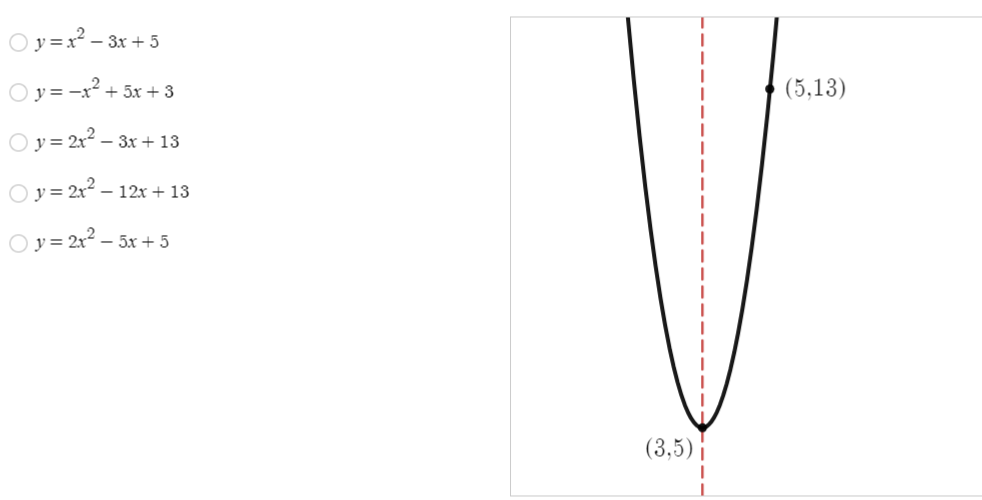
Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

algébrica do discente, que, ao verificar a existência ou não de raízes, deve escrever toda a dedução e seu raciocínio numa caixa de texto do Desmos.

Página 3:

Qual a equação que representa a parábola ilustrada no gráfico (figura 3.39)?

Figura 3.39: Página 3 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

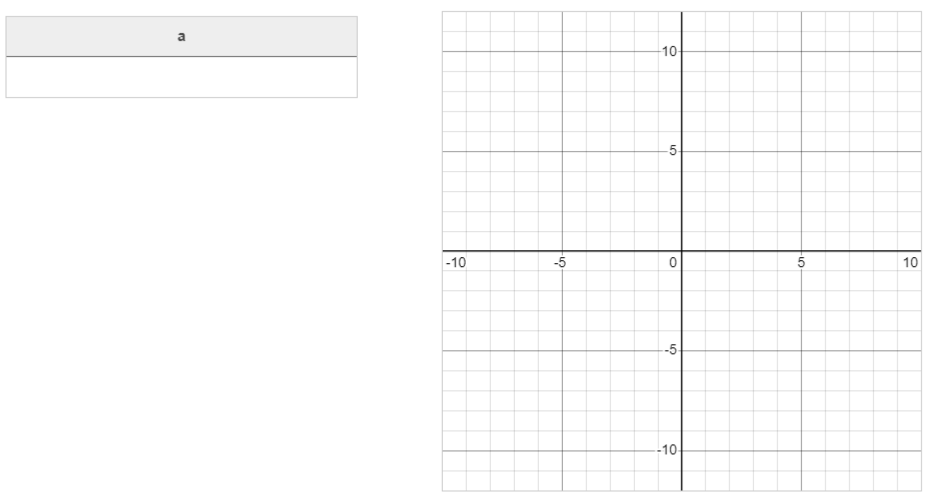
Resposta: $y = 2x^2 - 12x + 13$

COMENTÁRIO: Aqui o aluno deve verificar que o ponto $(3, 5)$ é o vértice da parábola, e usar tal ponto na forma canônica. Depois desse passo basta que ele utilize as coordenadas do outro ponto para encontrar o coeficiente a. Depois faz manipulação aritmética para encontrar a equação do trinômio.

Página 4:

Insira valores de a para a função $f(x) = ax^2$, e observe o que acontece (figura 3.40). Dica: comece com valor negativo e vá aumentando para valores positivos!

Figura 3.40: Página 4 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

COMENTÁRIO: Esta página tem por objetivo reafirmar qual o papel do coeficiente a no gráfico de uma parábola.

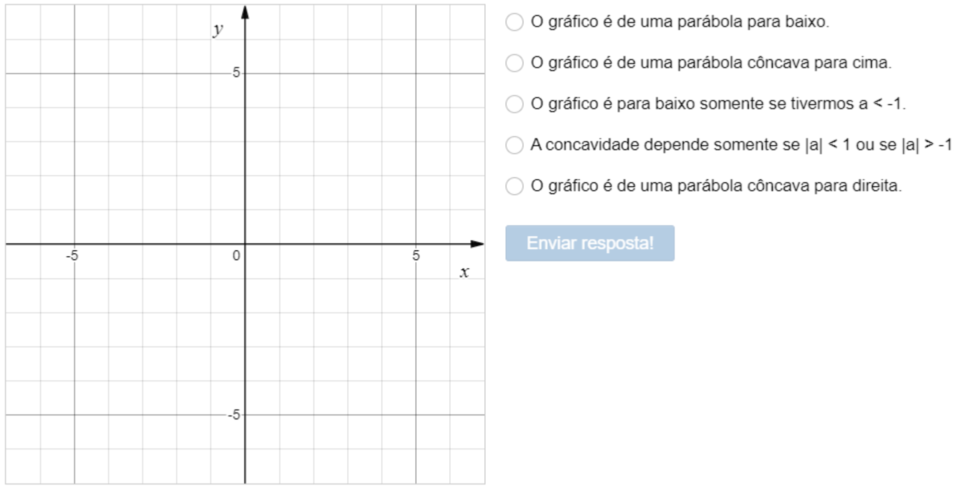
Página 5:

Mediante o que se observou na página anterior, o que acontece no gráfico de $f(x) = ax^2$ quando $a < 0$ (figura 3.41)?

Resposta: O gráfico é de uma parábola para baixo.

COMENTÁRIO: Com observações feitas na página anterior (3.40) sobre o comportamento gráfico com alterações feitas no coeficiente a, o aluno toma conhecimento de como se comportará a concavidade de uma parábola, dessa forma possibilitando uma comparação na resolução ao problema proposto.

Figura 3.41: Página 5 da atividade 3 *Coeficientes da Parábola*

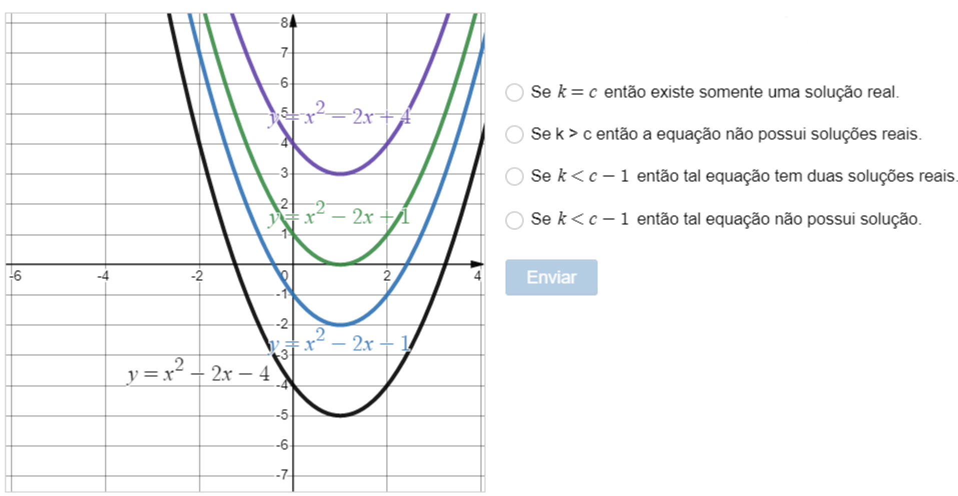


Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Página 6:

Observe o que acontece com diferentes valores do coeficente c da função $f(x) = x^2 - 2x + c$ (figura 3.42). Agora considere a equação $x^2 - 2x + c = k$, com k sendo um número real fixo. O que é correto afirmar?

Figura 3.42: Página 6 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

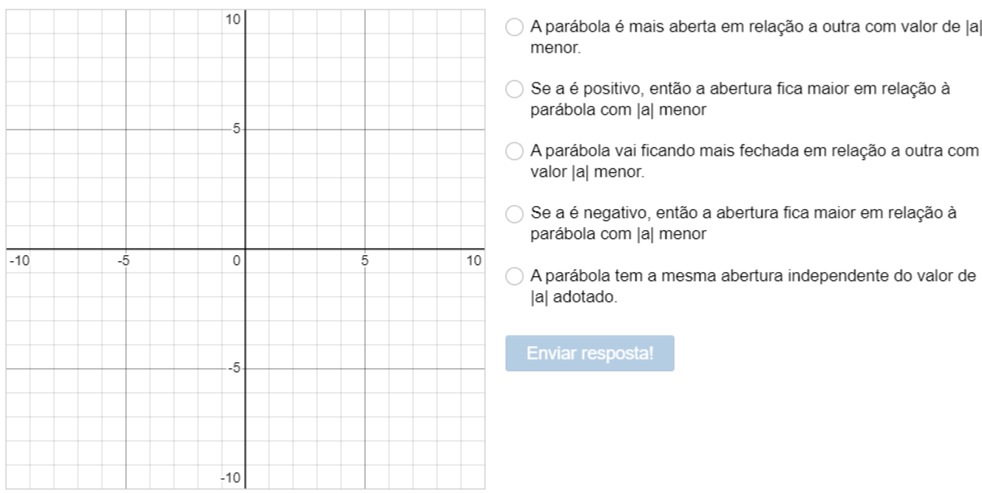
Resposta: Se $k < c - 1$ então tal equação não possui solução.

COMENTÁRIO: Esta página apresenta o que o coeficiente c é responsável graficamente, e faz com que o aluno reflita sobre solução de uma equação quadrática. Já que c altera o posicionamento vertical do vértice de uma parábola, o discente é obrigado a fazer comparações relativas entre c e k de modo que a parábola itersecte ou não a reta horizontal no nível k (que são mostradas graficamente quando o aluno escolhe uma das opções!).

Página 7:

Em relação à abertura dos ramos da parábola, o que acontece quando o valor de $|a|$ vai aumentando (figura 3.43)?

Figura 3.43: Página 7 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Resposta: A parábola vai ficando mais fechada em relação a outra com valor $|a|$ menor.

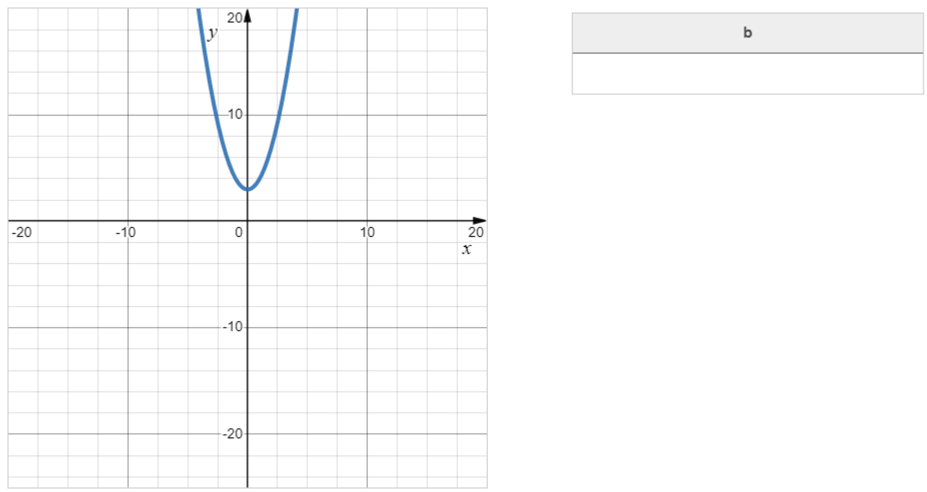
Comentário: Como ja visto em atividades anteriores, a é o coeficiente que determina a concavidade e a abertura da parábola. Quando você aumenta o valor absoluto de a (ou seja, $|a|$), você está alterando a excentricidade da parábola, isto é, a abertura dos seus ramos. Assim, quando o valor absoluto de a é maior que 1, a parábola se fecha mais "rapidamente". Para visualizar isso, basta ter em mente o que acontece com as imagens de x^2 e $2x^2$, por exemplo. E, quando o valor absoluto de a está entre 0 e 1, a parábola se abre mais lentamente.

Página 8:

Entre com valores para b na função $f(x) = x^2 + bx + 3$, e observe o que acontece (figura 3.44).

Comentário: Esta página apresenta o que o coeficiente b é responsável graficamente. Observa-se que b afeta tanto o deslocamento horizontal, quanto vertical da parábola.

Figura 3.44: Página 8 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Dessa forma, temos que quando b aumenta (positivo), a parábola será deslocada para a esquerda; quando b diminui (negativo), a parábola será deslocada para a direita. Isso significa que o coeficiente b controla o ponto onde a simetria da parábola ocorre no eixo x. Se b for igual a zero, a equação $ax^2 + c$ representa uma parábola verticalmente simétrica em relação ao eixo y. Aqui também é bom relembrar a forma canônica 3.4 de uma função quadrática. Aqui temos, após completar quadrados, que $y = (x - \frac{b}{2})^2 + 3 - \frac{b^2}{4}$, mostrando que ao variar b teremos alteração em x_v e y_v do vértice.

Página 9:

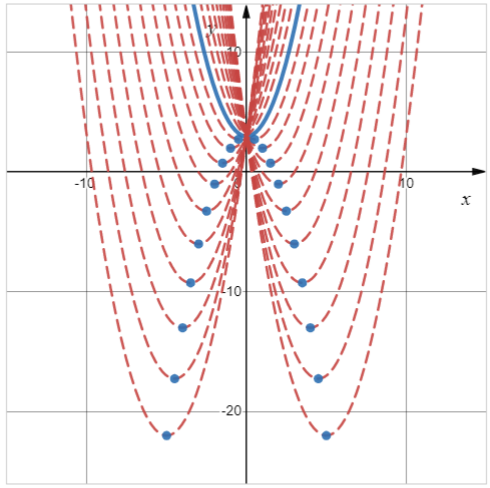
Lugar geométrico dos vértices de $f(x) = x^2 + bx + 3$. Na página anterior pudemos perceber que o lugar geométrico dos vértices da função $f(x) = x^2 + bx + 3$ variando-se b parecer ser também de uma parábola. E realmente é! Lembre-se que a abscissa e ordenada do vértice são dadas por $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Daí, aqui teremos $x_v = \frac{-b}{2}$ e $y_v = -\frac{b^2-12}{4} = -\frac{b^2}{4} + 3$. Consequentemente, teremos $y_v = -x_v^2 + 3$. Portanto traçando o gráfico dessa parábola junto à família de parábolas anterior, teremos (figura 3.45):

Página 10:

Função horária da posição no movimento uniformemente variado.

A função quadrática é o modelo matemático que descreve o movimento uniformemente variado. Nesse tipo de movimento a velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo. Se nesse movimento, num intervalo de tempo Δt a variação da velocidade foi Δv, então para o intervalo de tempo $a\Delta t$, a variação da velocidade será $a\Delta v$, ou seja, a razão $\frac{\Delta v}{\Delta t}$

Figura 3.45: Página 9 da atividade 3 *Coeficientes da Parábola*



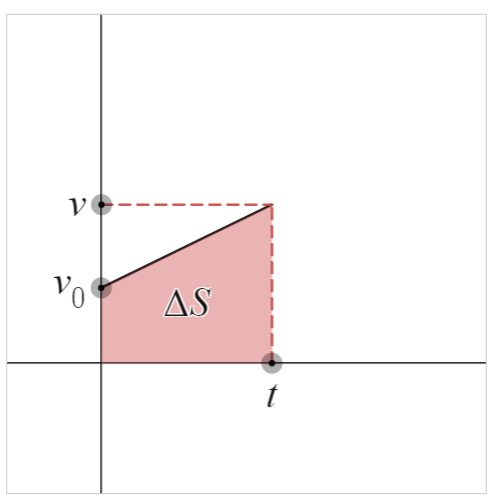
Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

é constante, e é igual a aceleração a. Desse modo, se v_0 é a velocidade inicial de um móvel num instante inicial $t_0 = 0$, teremos a função afim $v = v_0 + at$ sendo a função horária da velocidade. A variação da posição desse móvel $\Delta S = S - S_0$ partindo de S_0, é calculada como sendo a área compreendida pela reta da função horária da velocidade e o eixo horizontal do tempo. Então:

$\Delta S = \frac{(B+b)\cdot h}{2} \Rightarrow \Delta S = \frac{(v+v_0)\cdot t}{2}$

$\Delta S = \frac{(v_0+a\cdot t+v_0)\cdot t}{2} = \frac{(2v_0+a\cdot t)t}{2}$ $\Delta S = \frac{2v_0\cdot t+a\cdot t^2}{2} = \frac{2v_0\cdot t}{2} + \frac{a\cdot t^2}{2} = v_0 \cdot t + \frac{a\cdot t^2}{2} \Rightarrow S - S_0 = v_0 \cdot t + \frac{a\cdot t^2}{2}$. Isto é, a função horária da posição é dada por: $S = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + S_0$ (figura 3.46).

Figura 3.46: Página 10 da atividade 3 *Coeficientes da Parábola*

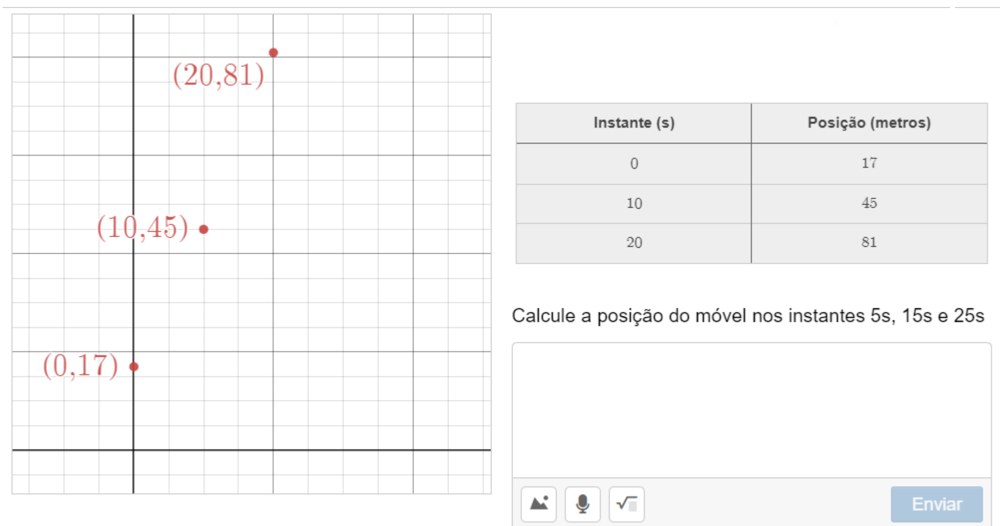


Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Página 11:

Problema 1: Um estudante anotou a posição, ao longo do tempo, de um móvel sujeito a uma força constante e obteve os dados abaixo mostrado na figura (3.47):

Figura 3.47: Página 11 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Resposta: No instantes:

- $5s = -30$
- $15s = 62$
- $25s = 102$

COMENTÁRIO: Seja $f(t)$ a posição, em metros, no instante t segundos. Temos $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$. Como $f(0) = 17$, $f(10) = 45$ e $f(20) = 81$, obtemos o sistema: $\begin{cases} c &= 17 \\ 50a + 10b + c &= 45 \\ 200a + 20b + c &= 81 \end{cases}$.

Substituindo $c = 17$, obtemos $\begin{cases} 50a + 10b &= 28 \\ 200a + 20b &= 64 \end{cases}$. Subtraindo da segunda equação o quádruplo da primeira, obtemos $-20b = -48$, $b = 2,4$.

Substituindo, resulta $a = 0,08$. Temos $f(t) = 0,04t^2 + 2,4t + 17$.

Página 12:

Problema 2: Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia área exigiu de cada passageiro $R\$800,00$ mais $R\$10,00$ para cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa é máxima (figura 3.48)?

Figura 3.48: Página 12 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*

Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Resposta: 90 passageiros

COMENTÁRIO: Se x passageiros ocupam os lugares, a receita da empresa é $800x + 10(100 - x) = -10x^2 + 1800x$. A receita será máxima para $x = -\frac{b}{2a} = 90$

Página 13:

Problema 3: João tem uma fábrica de sorvetes. Ele vende, em média, 300 caixas de picolés por $R\$20,00$. Entretanto, percebeu ele, cada vez que diminuía $R\$1,00$ no preço da caixa, vendia 40 caixas a mais (figura 3.49). Quanto ele deveria cobrar pela caixa para que sua receita fosse máxima? Digite abaixo a expressão final da função quadrática que você obteve! Você tem somente duas tentativas!

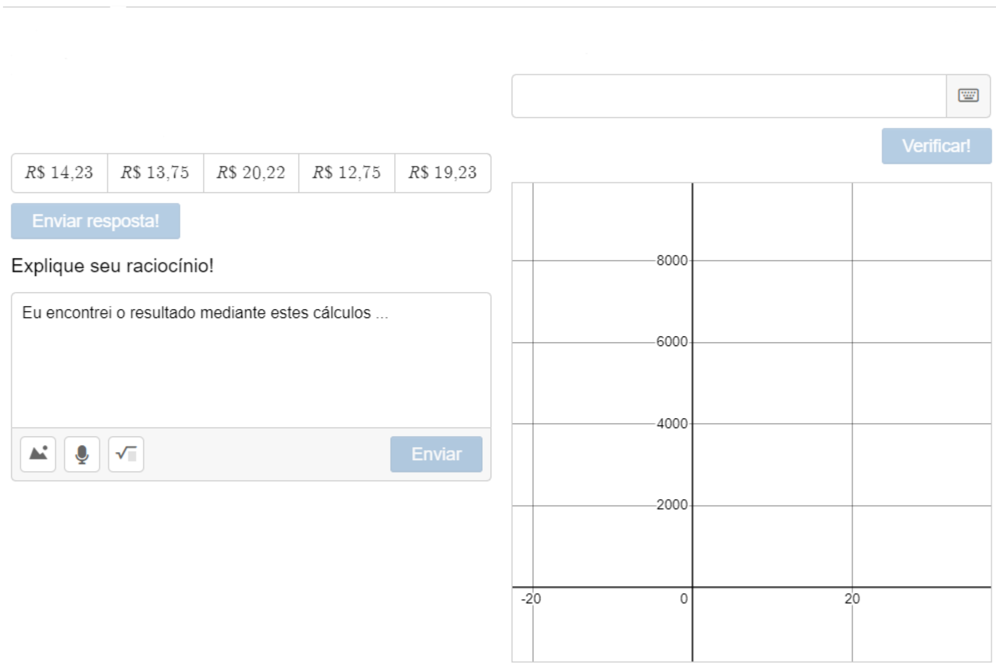
Resposta: $R\$13,75$

COMENTÁRIO: Reduzindo t reais no preço da caixa, ele venderá $300 + 40t$ caixas a $20 - t$ reais cada, arrecadando $R = (300 + 40t)(20 - t) = -40t^2 + 500t + 6000$. A receita será máxima se $t = -\frac{b}{2a} = 6,25$. O preço deve ser $20 - 6,25 = 13,75$ reais para que a receita seja máxima.

Página 14:

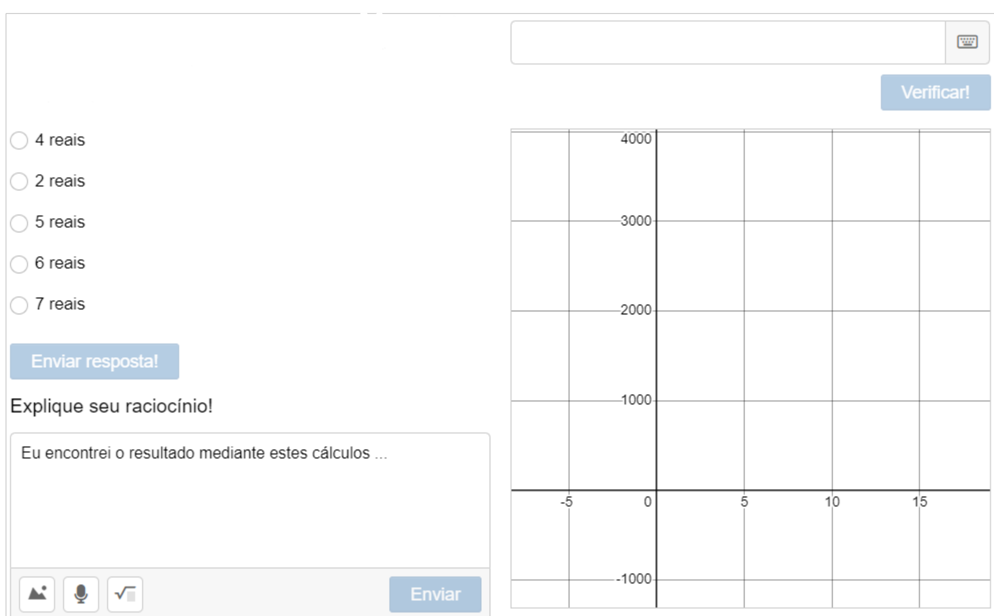
Problema 4: O diretor de uma orquestra parcebeu que, com o ingresso a $R\$9,00$, em média 300 pessoas assistem aos concertos e que, para cada redução de $R\$1,00$ no preço dos ingressos, o público aumenta de 100 espectadores (figura 3.50). Qual deve ser o preço do ingresso para que a receita seja máxima? Digite abaixo a expressão final da função quadrática que você obteve! Você tem somente duas tentativas!

Figura 3.49: Página 13 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Figura 3.50: Página 14 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*



Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Resposta: 6 reais.

Comentário: Reduzindo t reais, são vendidos $300+100t$ ingressos a $9-t$ reais cada e a receita é de $(300+100t)(9-t) = 100(-t^2+6t+27)$ reais. A receita será máxima para

$t = -\frac{b}{2a} = 3.$

Página 15:

Problema 5: Determine entre os retângulos de mesma área, aquele que tem o menor perímetro (figura 3.51). Existe algum retângulo cujo perímetro seja maior do que os de todos os demais com a mesma área? Coloque sua resolução a baixo!

Figura 3.51: Página 15 da atividade 3 *Coeficentes da Parábola*

Fonte: Extraída da atividade do próprio autor

Comentário: Uma forma de resolver o problema é designar por x um dos lados do retângulo, cujo perímetro é expresso, então, pela função $f(x) = 2(x + \frac{a}{x})$. Normalmente, o valor mínimo de f é obtido através do uso de Cálculo, assunto normalmente não conhecido pelos alunos do Ensino Médio. Alternativamente, designemos por $2p$ o perímetro. Os valores possíveis de $2p$ são aqueles para os quais o sistema $\begin{cases} x + y & = p \\ xy & = a \end{cases}$ tem solução ou, equivalentemente, a equação $x(p-x) = a$ (ou seja, $x^2 - px + a = 0$) tem solução. Deve-se ter, portanto, $p^2 - 4a \geq 0$, isto é, $p \geq 2\sqrt{a}$. Logo, o valor mínimo do perímetro é $4\sqrt{a}$. Tem $y = \sqrt{x}$ se e somente se $y^2 - x$ e $y \geq 0$. Logo, o gráfico de $y = \sqrt{x}$ é formado pelos pontos da parábola $y^2 = x$ situados acima do eixo dos x ou sobre ele.

4

Considerações Finais

Em vista de todos os aspectos que foram discutidos neste trabalho, o surgimento das novas tecnologias veio para tornar o trabalho do educador ainda mais proveitoso, pois através dessas tecnologias o professor ganha um universo de possibilidades, que podem ser inseridas em suas aulas, de modo a facilitar e ampliar, tanto a aprendizagem do estudante como também a capacidade de aplicar o que estão aprendendo no seu dia a dia.

É possível também perceber que as sequências didáticas desempenham um papel crucial no processo de ensino e aprendizagem. Elas são estruturas pedagógicas que guiam o desenvolvimento de conteúdo ao longo do tempo, proporcionando uma abordagem organizada e coerente para a transmissão de conhecimento.

Foram explorados a importância e estratégias pedagógicas das sequências didáticas e, como proposta de Trabalho de Conclusão de Curso utilizou-se a camada de computação Desmos de forma a facilitar o aprendizado, de maneira que se tornasse muito interessante em sala de aula. Através dela é possível aumentar a capacidade de compreensão dos estudantes, trazendo um impacto considerável no resultado da aprendizagem.

A Sequência Didática se mostra importante para que os professores consigam elaborar suas aulas de forma que beneficie o aprendizado dos estudantes. Ela dá ao educador a possibilidade de montar as suas aulas com foco nas necessidades reais dos seus alunos, pois somente o professor conhece os seus alunos e sabe o que precisa ser feito para estimular ainda mais a aprendizagem em sala de aula.

Com o avanço do uso da tecnologia, veio a necessidade da escola de atualizar e acrescentar novas formas de ensino. Os estudantes, como qualquer ser humano, tem curiosidade pelo novo, tem interesse de aprender quando se é apresentado algo diferente do que é comumente utilizado.

Por ser uma abordagem pedagógica inovadora e que tem ganhado destaques nas práticas educacionais contemporâneas, esta proposta tem uma importância na capacidade de transformar a experiência do aprendizado, promovendo uma abordagem mais centrada no aluno e ativa. Ao transferir a passagem de informações para fora da sala de aula, os estudantes têm a oportunidade de absorver o conteúdo no seu próprio ritmo, revisando os materiais conforme necessário. Isso permite uma personalização do aprendizado, atendendo as diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos, é o que chamamos de sala invertida.

Além disso, a sala invertida promove o desenvolvimento de habilidades críticas, como a autonomia e a autorregulação. Os alunos assumem a responsabilidade por sua própria aprendizagem, tomando decisões sobre quando e como revisar os materiais. Isso os prepara para uma aprendizagem ao longo da vida, habilidade essencial em uma sociedade em constante evolução.

Essa facilidade de aprendizado quando as sequências de ensino são aliadas à tecnologia fica bem evidente nos casos apresentados. Observou-se que a utilização da camada de computação Desmos para a realização de atividades pode alcançar efeitos de aprendizagem consideráveis, o que serve de alerta positivo para que tais recursos sejam cada vez mais incorporados à prática escolar. Quanto maior o interesse dos alunos em aprender, maior será o efeito de aprendizagem. A oportunidade de ter cidadãos mais conscientes, cada vez mais curiosos e motivados para pesquisar e aprender é importante não só quando se é estudante, mas também na sua futura carreira.

Referências

BACICH, L.; MORAN, J. *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre, RS: Penso Editora, 2018. 12

BERNINI, D. S. D. Uso das tics como ferramenta na prática com metodologias ativas. *Práticas inovadoras em metodologias ativas*, p. 102, 2017. 13

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2022. 11

BRASIL, P. C. N. matemática. *Secretaria da educação fundamental. Brasília: MEC/sef*, 1998. 21

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas, SP: Papirus Editora, 1996. 10, 11

DOLZ, J. et al. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. *Gêneros orais e escritos na escola. Campinas: Mercado de Letras*, p. 95–128, 2004. 19

FRANCO, D. L. A importância da sequência didática como metodologia no ensino da disciplina de física moderna no ensino médio. *Revista triângulo*, v. 11, n. 1, p. 153, 2018. 21

GARBI, G. G. *O romance das equações algébricas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 22

GIL, A. C. et al. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo, SP: Atlas Editora, 2002. v. 4. 14

HOFFMANN, J. *Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade*. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Editora Mediação, 2014. 192 p. 13, 20

IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo, SP: Cortez editora, 2010. 11, 12

LUCKESI, C. C. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. São Paulo, SP: Cortez editora, 2008. 13

MORAN, J. M.; MASSETTO, M. T. Behrens marilda aparecida. *Novas tecnologias e mediações pedagógicas*, Campinas, SP, 2012. 12

NEMIROVSKY, M. *O ensino da linguagem escrita*. Porto Alegre, RS: Artmed Editora, 2002. 20

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. D. Sequência didática na matemática. *Revista de Educação do IDEAU*, v. 8, n. 17, p. 1–15, 2013. 19

PERRENOUD, P. *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens entre duas lógicas*. Porto Alegre, RS: Artmed, 1999. 13, 20, 21

PERRENOUD, P. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre, RS: Artmed editora, 2000. 11, 12

PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no ensino básico. *Portugal: Ministério da Educação-BGIdc*, p. 92–115, 2009. 22

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus editora, 2001. 10

VALENTE, J. Diferentes usos do computador na educação. *Em aberto*, v. 12, n. 57, 1993. 17