



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**PROJETO DE FIXAÇÃO DE ABSORVEDOR DE IMPACTOS
ACOPLADO AO CHASSÍ DE CAMINHÃO PARA TRANSPORTE DE
BOMBAS ANFÍBIAS EM TERRENO DE MINA**

CLOVES AUGUSTO COELHO BARROS JUNIOR

**Tucuruí – PA
2023**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**PROJETO DE FIXAÇÃO DE ABSORVEDOR DE IMPACTOS ACOPLADO AO
CHASSI DE CAMINHÃO PARA TRANSPORTE DE BOMBAS ANFÍBIAS EM
TERRENO DE MINA**

CLOVES AUGUSTO COELHO BARROS JUNIOR

Monografia apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de Tucuruí, como parte dos requisitos para obtenção do título bacharel em Engenheiro Mecânica.

**Orientador:
Prof. Me. Walter dos Santos Sousa**

**Tucuruí – PA
2023**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUI

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO/TCC Nº 2 / 2023 - CTUCU (11.16)

Nº do Protocolo: 23073.093726/2023-24

Tucuruí-PA, 20 de dezembro de 2023.

PROJETO DE FIXAÇÃO DE ABSORVEDOR DE IMPACTOS ACOPLADO AO CHASSI
DE CAMINHÃO PARA TRANSPORTE DE BOMBAS ANFÍBIAS EM TERRENO DE
MINA

CLOVES AUGUSTO COELHO BARROS JUNIOR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus
de Tucuruí, como parte dos requisitos para
obtenção do título bacharel em Engenharia
Mecânica.

Data da aprovação: 20/12/2023

Conceito: Excelente

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Me. Walter dos Santos Sousa
FEM/CAMTUC/UFPA

Membro Interno: Prof. Dr. Bruno Wallacy Martins Lima
FEM/CAMTUC/UFPA

Membro Interno: Prof. Dr. Alexandre Luiz Amarante Mesquita
FEM/ITEC/UFPA

(Assinado digitalmente em 20/12/2023 23:03)
ALEXANDRE LUIZ AMARANTE MESQUITA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
ITEC (11.41)
Matrícula: ###578#2

(Assinado digitalmente em 20/12/2023 22:24)
BRUNO WALLACY MARTINS LIMA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
CTUCU (11.16)
Matrícula: ###771#3

(Assinado digitalmente em 20/12/2023 19:22)
WALTER DOS SANTOS SOUSA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
CTUCU (11.16)
Matrícula: ###112#8

Para verificar a autenticidade deste documento entre em
<https://sipac.ufpa.br/public/documentos/index.jsp> informando seu número: **2**, ano: **2023**,
tipo: **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO/TCC**, data de emissão: **20/12/2023** e o código
de verificação: **08c3081751**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

B277p Barros Junior, Cloves Augusto Coelho.
Projeto de Fixação de Absorvedor de Impactos Acoplado ao
Chassi de Caminhão para Transporte de Bombas Anfíbias em
Terreno de Mina / Cloves Augusto Coelho Barros Junior. — 2023.
xviii, 103 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Me. Sousa Walter dos Santos
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, , , Tucuruí, 2023.

1. Isolamento de Vibração, Método dos Elementos Finitos,
Análise Dinâmica, Modelagem 3D. I. Título.

CDD 620.3

*Dedico este trabalho aos meus pais que são a
base da minha vida, muito do que sou e
realizei é graças aos valores passados por
eles.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à Deus por todas as bênçãos que me concedeu ao longo da vida, por guiar meus passos e me abençoar com as pessoas incríveis que me cercam.

Agradeço aos meus pais, Cloves Barros e Carmen Barros, por toda educação, valores e paciência repassados a mim até aqui, por todo o incentivo e apoio concedido durante a graduação. Ao meu irmão, Danilo Barros, que também se fez presente com conselhos que muito contribuíram para que eu pudesse chegar até aqui.

Agradeço a todos aqueles que estão no céu torcendo por mim, em especial meu tio Francisco da Conceição, que também muito me aconselhou e me ensinou ao longo da vida.

Agradeço ao meu professor e orientador, Walter Sousa, por toda disponibilidade, paciência, ajuda e por ter acreditado no potencial do meu trabalho oferecendo todo suporte necessário para a finalização deste estudo.

Aos amigos que fiz durante minha graduação, todos do “Parceria”, em especial meus amigos Kauê Jhonata e Pedro Ribeiro que compartilharam comigo boa parte dos trabalhos e histórias vividas.

Agradeço a Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de Tucuruí e cada membro do corpo docente, em especial ao professor Maciel Costa e ao técnico do Laboratório de Engenharia Mecânica, Rodmilson. Ao laboratório FluidPar pelo fornecimento das máquinas e o *software* de elementos finitos utilizado na produção deste trabalho.

Agradeço, imensamente, às pessoas e empresas ajudaram com informações e disponibilizaram seu tempo. À área de hidrogeologia da Vale S.A, em especial ao Wanderson, o Wederson e o Thiago. À empresa Manos Implementos por fornecer o modelo 3D do chassi do caminhão utilizado neste trabalho. À empresa Vibranihil, por fornecer uma amostra do amortecedor que foi utilizado neste trabalho. À empresa Higma por fornecer catálogo e desenhos técnicos da bomba utilizada neste trabalho.

Por fim, agradeço a todas as pessoas que torceram por mim e contribuíram, direta ou indiretamente, para o alcance desse objetivo.

“Não acaba até eu vencer”

Les Brown

PROJETO DE FIXAÇÃO DE ABSORVEDOR DE IMPACTOS ACOPLADO AO CHASSI DE CAMINHÃO PARA TRANSPORTE DE BOMBAS ANFÍBIAS EM TERRENO DE MINA

RESUMO

O isolamento de vibração é essencial para prevenir desgaste e falhas em máquinas, concentrando-se na redução da vibração transmitida da base para a máquina. Reduzir a vibração sofrida por uma bomba submersível durante seu transporte em terreno de mina significa prolongar sua vida útil e reduzir gastos em manutenção. O projeto busca suprir essa necessidade com objetivos como a seleção de amortecedores, ensaios mecânicos, modelagem para simulações computacionais e avaliação do comportamento vibratório pós-instalação dos amortecedores. Baseado nas bibliografias e por meio do método dos elementos finitos (MEF), dá-se início ao projeto, gerando o modelo 3D dos componentes do sistema e realizando ajuste nos modelos, se necessário, para a simulações em software de elementos finitos. Foi selecionado o coxim que atende às exigências do projeto, sendo posteriormente obtidos a rigidez e do módulo de elasticidade em testes de compressão em laboratório. Foram desenvolvidos modelos equivalentes para o coxim e a bomba, ajustando dimensões e massa para simulações precisas. Sob carga estática, a base apresentou desempenho satisfatório com deslocamento pequeno, tensões equivalentes de Von Mises abaixo do limite de escoamento um aço estrutural e o fator de segurança indica adequação da estrutura para o projeto. Os seis primeiros modos de vibração do conjunto coincidiram com movimentos de translação e rotação com frequências entre 8,6334 e 33,173 Hz. A análise harmônica revelou desempenho satisfatório em três pontos, contrastando com a rigidez anterior do sistema visto que introdução de um elemento de elasticidade reduziu a transmissão de vibração. Na análise transiente, o sistema mostrou-se subamortecido com redução nas forças de amortecimento e de mola ao longo do tempo, tendendo a zero, em conformidade com as teorias das vibrações. A adição de um sistema amortecedor à bomba indica claramente benefícios à saúde da máquina, reduzindo intervenções de manutenção e economizando custos para a empresa.

Palavras-chave: Isolamento de vibração, Método dos elementos finitos (MEF), Modelagem 3D, Análise dinâmica.

PROJECT TO FIX AN IMPACT ABSORBER COUPLED TO THE TRUCK CHASSIS FOR TRANSPORTING AMPHIBIOUS BOMBS IN MINE LAND

ABSTRACT

Vibration isolation is essential to prevent wear and failure in machines by focusing on reducing vibration transmitted from the base to the machine. Reducing the vibration suffered by a submersible pump during transport on mine land means extending its useful life and reducing maintenance costs. The project seeks to meet this need with objectives such as the selection of shock absorbers, mechanical tests, modeling for computer simulations and evaluation of post-installation vibration behavior. Based on the bibliographies and using the finite element method (FEM), the project begins, generating the 3D model of the system components and making adjustments to the models, if necessary, for simulations in finite element software. The cushion that meets the project requirements was selected, and the stiffness and modulus of elasticity were subsequently obtained in laboratory compression tests. Equivalent models were developed for the cushion and pump, adjusting dimensions and mass for accurate simulations. Under static load, the base presented satisfactory performance with small displacement, Von Mises equivalent stresses below the yield limit of a structural steel and the safety factor indicates suitability of the structure for the project. The first six vibration modes of the set coincided with translation and rotation movements with frequencies between 8.6334 and 33.173 Hz. The harmonic analysis revealed satisfactory performance in three points, contrasting with the previous rigidity of the system since the introduction of an elasticity element reduced vibration transmission. In the transient analysis, the system was shown to be underdamped with a reduction in damping and spring forces over time, tending to zero, in accordance with vibration theories. The addition of a damper system to the pump clearly indicates benefits to the health of the machine, reducing maintenance interventions and saving costs for the company.

Key words: Vibration isolation, Finite element method (FEM), 3D modeling, Dynamic analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Sump em Área de Mineração.....	20
Figura 2. Bomba submersível em operação.....	21
Figura 3. Bomba R4 360_400B da Higrá.....	21
Figura 4. Sistema massa-mola-amortecedor.....	26
Figura 5. Comportamento da Lei de Hooke.	27
Figura 6. Sistema massa-mola.....	29
Figura 7. Sistema Massa-Mola-Amortecedor.....	31
Figura 8. Comparação dos movimentos entre diferentes tipos de amortecimento.....	35
Figura 9. Sistema com Força Aplicada.....	35
Figura 10. Sistema massa-mola--amortecedor com dois graus de liberdade.	37
Figura 11. Sistema -massa-mola-amortecedor com múltiplos graus de liberdade.....	38
Figura 12. Sistema massa-mola com múltiplos graus de liberdade.....	39
Figura 13. Isolamento de Vibrações.....	40
Figura 14. Transmissibilidade em função do deslocamento.....	42
Figura 15. Estrutura da malha e seus componentes.....	47
Figura 16. Tipos de Elementos.....	48
Figura 17. Irregularidades e trânsito no terreno da mina.....	52
Figura 18. Caminhão utilizado pela empresa no transporte das bombas.....	53
Figura 19. Amortecedor AM-500-TCB.....	54
Figura 20. Modelo 3D grampo.	55
Figura 21. Modelo 3D da chapa do grampo.	55
Figura 22. Modelo 3D chapa de referência.	55
Figura 23. Modelo 3D da arruela do projeto.	56
Figura 24. Modelo 3D da porca do projeto.	56
Figura 25. Desmonte do amortecedor.....	56
Figura 26. Modelo 3D do amortecedor.	57
Figura 27. Vista explodia do modelo 3D do amortecedor.....	57
Figura 28. Modelo 3D da base.....	58
Figura 29. Vista explodida do modelo 3D da base.....	58
Figura 30. Desenho técnico da bomba R4-360/400B.....	59
Figura 31. Modelo 3D da bomba R4-360/400B.....	59
Figura 32. Modelo 3D da carroceria.....	60

Figura 33. Modelo 3D dos barrotes, longarinas e grampos.....	60
Figura 34. Montagem 3D da carroceria e os elementos de ligação e suporte.	61
Figura 35. Modelo 3D do caminhão.....	61
Figura 36. Modelo 3D da bomba acoplada ao sistema projetado.....	62
Figura 37. Vista aproximada do sistema acoplado ao chassi.	62
Figura 38. Vista de seção do sistema completo.....	63
Figura 39. Vista do sistema completo acoplado ao chassi.	63
Figura 40. Disposição do amortecedor para o teste de compressão.	64
Figura 41. Ensaio de compressão no coxim: carga x deslocamento.	64
Figura 42. Adequação do modelo numérico.....	65
Figura 43. Carregamento análise estática coxim.	66
Figura 44. Resultado do comportamento do coxim com módulo de elasticidade ajustado sob carga estática em escala real.....	66
Figura 45. Comportamento do coxim adquirido pelo método otimizado.....	67
Figura 46. Modelo simplificado da bomba R4-360/400B.....	67
Figura 47. Pontos de apoio da bomba.....	68
Figura 48. Centro de gravidade da bomba da bomba R4-360/400B.	68
Figura 49. Centro de gravidade ajustado ao modelo da bomba R4-360/400B.....	69
Figura 50. Condições de contorno análise estática da base.	70
Figura 51. Malha para análise estática da base.....	71
Figura 52. Carregamentos para análise estática da base.....	71
Figura 53. Condições de contorno do sistema.....	72
Figura 54. Malha do sistema para análise modal.....	72
Figura 55. Modelo equivalente simplificado.....	74
Figura 56. Deslocamento vertical em função do tempo.....	75
Figura 57. (a) Deformação da base após aplicação da carga; (b) Vista frontal aproximada de A; (c) Vista aproximada de A; (d) Vista aproximada de B.	76
Figura 58. (a) Tensões de von Mises após aplicação da carga; (b) Vista aproximada de A; (c) Vista frontal aproximada de A; (d) Vista aproximada do apoio da base para o coxim.....	77
Figura 59. (a) Ilustração dos fatores de segurança da base; (b) Vista aproximada de A; (c) vista aproximada dos pontos mais críticos de fadiga.....	77
Figura 60. Primeiro modo de vibrar em vistas isométrica e frontal.	78
Figura 61. Segundo modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.	79

Figura 62. Terceiro modo de vibrar em vistas isométrica e superior.	79
Figura 63. Quarto modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.	79
Figura 64. Quinto modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.	80
Figura 65. Sexto modo de vibrar em vistas isométrica e frontal.	80
Figura 66. Deslocamento da bomba em função de uma frequência de 8 Hz.	81
Figura 67. Pontos de resposta analisados	81
Figura 68. Gráficos da resposta do ponto 1 em termos de aceleração.	82
Figura 69. Gráficos da resposta do ponto 1 em termos de deslocamento.	82
Figura 70. Gráficos da resposta do ponto 2 em termos de aceleração.	83
Figura 71. Gráficos da resposta do ponto 2 em termos de deslocamento.	83
Figura 72. Gráficos da resposta do ponto 3 em termos de aceleração.	84
Figura 73. Gráficos da resposta do ponto 3 em termos de deslocamento.	84
Figura 74. Gráfico do deslocamento em função do tempo.	85
Figura 75. Gráfico da força de amortecimento.	86
Figura 76. Gráfico da força de mola.	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Propriedades ajustadas dos materiais utilizados nas análises.	70
Tabela 2. Deslocamentos da base estabelecidos para direção Y.	74
Tabela 3. Modos de vibração e frequências naturais do sistema.	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAD Computer-Aided Design

CG Centro de Gravidade

DIN *Deutsche Industrie Normen*

GDL Graus de Liberdade

MEF Método dos Elementos Finitos

SAE *Society of Automotive Engineers*

USG *U.S. Standard Gauge*

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Constante
a_0, a_1, a_n	Coefficientes constantes
B	Constante
b_0, b_1, b_n	Coefficientes constantes
C, C_1, C_2	Constante
c	Coefficiente de Amortecimento
$[c]$	Matriz de Amortecimento
c_c	Coefficiente de Amortecimento Crítico
d_0, d_1, d_n	Coefficientes Constantes
E	Módulo de Elasticidade
F	Força
F_0	Magnitude da Força Excitante
\vec{F}	Vetor de Força
F_T	Magnitude de Força Transmitida
$[F_t]$	Matriz de Carga Dinâmica
x_h	Solução Homogênea
x_p	Solução Particular
k	Rigidez Elástica
$[k]$	Matriz de Rigidez
m	Massa
$[m]$	Matrizes de Massa
n	Número inteiro indeterminado, número de graus de liberdade
r	Razão das Frequências
s	Constante Indeterminada
$s_{1,2}$	Raízes
t	Tempo
T_d	Transmissibilidade de Deslocamento
T_f	Transmissibilidade de Força
T_r	Transmissibilidade em função da razão das frequências.
U	Energia Potencial
v_0	Velocidade Inicial

X, x	Deslocamento; Amplitude de Oscilação
$[x]$	Matriz de Deslocamento
\vec{x}	Vetor de Deslocamento
\dot{x}	Velocidade em função do tempo
$[\dot{x}]$	Matriz de Velocidade
\ddot{x}	Aceleração em função do tempo
$[\ddot{x}]$	Matriz de Aceleração
x_0	Deslocamento Inicial
X_0, x_0	Amplitude Inicial de Oscilação
Y	Deslocamento da Base
\emptyset	Ângulo de Fase
\emptyset_0	Ângulo Inicial de Fase

SÍMBOLOS GREGOS

ε	Deformação
ξ	Fator de Amortecimento
δ_{st}	Deflexão Estática
σ	Tensão
τ	Período de Oscilação
ω	Frequência
ω_n	Frequência Natural
ω_d	Frequência Natural Amortecida

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	19
1.1 JUSTIFICATIVA	20
1.2 OBJETIVOS	22
1.2.1 Objetivo Geral.....	22
1.2.2 Objetivos Específicos	22
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO	25
2.1.1 Classificação dos Sistemas de Vibração.....	26
2.1.1.1 <i>Sistemas Livres e Forçados</i>	26
2.1.1.2 <i>Sistemas Amortecidos e Não Amortecidos</i>	26
2.1.1.3 <i>Sistemas Lineares e Não Lineares.....</i>	27
2.1.1.4 <i>Sistemas Determinísticos ou Aleatórios</i>	27
2.1.2 Elementos de Mola.....	27
2.1.3 Sistemas com 1 GDL.....	28
2.1.3.1 <i>Vibração Livre Não Amortecida.....</i>	29
2.1.3.2 <i>Movimento Harmônico</i>	30
2.1.3.3 <i>Vibração Livre Amortecida</i>	30
2.1.3.4 <i>Vibração Livre Subamortecida.....</i>	32
2.1.3.5 <i>Vibração Livre Criticamente Amortecida</i>	33
2.1.3.6 <i>Vibração Livre Superamortecida</i>	34
2.1.3.7 <i>Vibração Amortecida Forçada Harmonicamente</i>	35
2.1.4 Sistemas com N GDL.....	37
2.1.4.1 <i>Vibração Amortecida com N GDL</i>	38
2.1.4.2 <i>Vibração Livre Não Amortecida com N GDL</i>	39
2.2 ISOLAMENTO E CONTROLE DE VIBRAÇÃO	39
2.2.1 Controle de Vibrações	39
2.2.2 Isolamento de Vibrações	40
2.3 EXPANSÃO POR SÉRIE DE FOURIER	43

2.4 ANÁLISE LINEAR E NÃO LINEAR.....	44
2.5 ANÁLISE ESTÁTICA	44
2.6 ANÁLISE DINÂMICA	45
2.6.1 Análise Modal.....	46
2.7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	46
2.7.1 Geração de Malha.....	48
2.7.2 Condições de Contorno	49
2.7.3 Carregamentos.....	49
2.7.4 Software de Elementos Finitos	50
2.7.5 Software de Modelagem 3D.....	50
3 MATERIAIS E MÉTODOS	52
3.1 ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO.....	52
3.2 SELEÇÃO DO AMORTECEDOR PARA O SISTEMA	53
3.3 COMPONENTES INDIVIDUAIS DO SISTEMA.....	54
3.3.1 Especificações, Materiais e Modelagem 3D dos Componentes.....	54
3.3.1.1 Grampos de Fixação.....	54
3.3.1.2 Chapa de Referência.....	55
3.3.1.3 Arruelas e Porcas	55
3.3.1.4 Amortecedor	56
3.3.1.5 Base.....	57
3.3.1.6 Bomba.....	58
3.3.1.7 Carroceria	59
3.3.1.8 Caminhão.....	61
3.3.2 Posicionamento e Fixação dos Componentes na Carroceria e no Chassi.....	62
3.4 DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS	63
3.4.1 Ensaio de Compressão sobre o Conjunto do Amortecedor	63
3.4.2 Determinação do Módulo de Elasticidade para Modelo Numérico do Coxim.....	64
3.5 MODELO SIMPLIFICADO DA BOMBA	67
3.6 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO POR ELEMENTOS FINITOS	70
3.6.1 Condições da Base sob Carga Estática	70
3.6.2 Modos e Frequências Naturais de Vibração	71

3.6.3 Resposta Dinâmica à Excitação Harmônica.....	73
3.6.4 Resposta ao Impulso	74
4 RESULTADOS	76
4.1 ANÁLISE ESTÁTICA	76
4.2 ANÁLISE MODAL	78
4.3 ANÁLISE HARMÔNICA	80
4.4 ANÁLISE TRANSIENTE	85
5 CONCLUSÕES.....	87
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.	88
REFERÊNCIAS.....	90
APÊNDICE A – DIMENSÕES DOS COMPONENTES DO SISTEMA	93
APÊNDICE B – LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES DO AMORTECEDOR	95
APÊNDICE C – COMPONENTES INTERNOS REAIS DO COXIM.....	96
APÊNDICE D - LOCALIZAÇÃO E DIMENSÕES DOS COMPONENTES DA BASE	98
APÊNDICE E – LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES DO SISTEMA	101
ANEXO A – CATÁLOGO VIBRANIHIL	102
ANEXO B - CATÁLOGO GERDAU	103

1 INTRODUÇÃO

Em quaisquer processos industriais, cada etapa possui sua particularidade e relevância. A logística de transporte de equipamentos, de alguma maneira sensíveis, pode representar significativos custos financeiros quando não realizada da maneira mais eficiente, faz-se necessário então buscar alternativas que visem reduzir futuros custos na manutenção destes equipamentos. A vibração sofrida pelo maquinário está dentre as principais causas deste tipo de problema.

O conhecimento acerca das vibrações acompanha o surgimento da música (vibrações acústicas) por volta de 4000 a.C., entretanto Pitágoras (582 – 507 a.C.) foi o primeiro estudioso a trazer um caráter científico para os sons musicais utilizando um instrumento chamado monocórdio. Aristóteles (384 – 322 a.C.), Galileu Galilei (1564 - 1642), Isaac Newton (1642 – 1727) juntamente com outros estudiosos também deram contribuições científicas a respeito do estudo das vibrações.

Através de diversas maneiras e situações, o fenômeno da vibração se mostra presente no cotidiano das atividades humanas, apresentando-se como desejável ou indesejável. O próprio corpo humano conta com a vibração para realizar tarefas, como a por exemplo a fala, que ocorre através da vibração das cordas vocais, e a audição, que é resultado do estímulo da vibração dos tímpanos. Nos relógios, nas sirenes, no ultrassom, na acústica, marteleiros, peneiras, correias transportadoras e entre outros maquinários, a vibração é classificada como importante para a realização ou funcionamento, em contrapartida em diversos outros maquinários e estruturas, a vibração pode causar desgaste, falhas por fadiga, desconforto e entre outros males, sendo para estes então um fenômeno inconveniente. Tendo em vista essas situações, para a engenharia, o estudo a respeito das vibrações em projetos de máquinas e estruturas é essencial.

A situação mais crítica na vibração ocorre quando o sistema, equipamento ou estrutura entra em ressonância, isto é, o momento em que a frequência natural é atingida. Visando a redução da problemática de vibrações indesejáveis, saber conduzir e controlar a vibração torna-se indispensável, dá-se início então aos estudos a respeito de isolamento de vibração. Este fenômeno ocorre utilizando a relação entre duas propriedades mecânicas específicas, rigidez e amortecimento, ambos são características determinantes do componente responsável por agir no isolamento de vibração, o isolador. A rigidez é a propriedade mecânica responsável pela resistência de um corpo a uma determinada carga aplicada expressando o esforço relacionado

a deformações elásticas, já o amortecimento é conceituado como habilidade de resistir a um movimento vibratório.

Para Bastos (1984), o conceito de isolamento de vibrações é definido como uma maneira de conter forças vibratórias e limitar transmissão de movimento entre duas ou mais estruturas, o alcance deste ocorre com a mediação de um membro flexível entre as estruturas. Há duas situações a serem consideradas a respeito da técnica de isolamento: a diminuição da vibração do equipamento transmitida para sua base ou fundação e o caminho inverso, redução da vibração da base ou fundação para a máquina (BASTOS, 1984). Este trabalho apresenta o problema descrito na segunda situação, onde ocorre a excitação pela base.

1.1 JUSTIFICATIVA

Este estudo foi instigado partindo dos custos e a frequência de manutenções realizadas em bombas anfíbias que são parte dos equipamentos utilizados pela área de Hidrogeologia de uma mineradora.

O trabalho parte do transporte de uma bomba submersível (anfíbia) que faz parte do processo de secagem do minério de ferro, atividade de responsabilidade da área de hidrogeologia, de uma mineradora localizada na cidade de Parauapebas, região sudeste do estado do Pará. De maneira geral, a atividade da empresa se resume em: infraestrutura (preparação), extração, transporte, beneficiamento e embarque do produto para chegar até o cliente. O processo secagem faz parte do preparo para a extração do minério de ferro, consiste em retirar a água dos lençóis freáticos ou *sumps* (pequenos lagos escavados na superfície da mina com o objetivo de conter os resíduos trazidos pela chuva, como demonstrado na Figura 1), para que no momento da extração o minério esteja o mais livre de umidade possível, buscando facilitar os processos seguintes com foco em entregar um produto com mais qualidade na etapa final.

Figura 1. Sump em Área de Mineração.



Fonte: Site da Vetor Bombas

Para a realização desse processo, entre vários tipos de motobombas, as bombas submersíveis atuam também na retirada de água dos *sumps*, este processo é exemplificado na Figura 2. Em específico, a motobomba utilizada como referência para este estudo é a modelo R4 360_400B da fabricante Higrá, demonstrada na Figura 3. A bomba é transportada na carroceria de um caminhão até a localidade requerida, o contato com a carroceria é rígido e direto e sua fixação é feita através de cintas de amarração.

Os inúmeros maquinários pesados que transitam na mina criam um terreno bastante irregular, resultando em consideráveis vibrações ao longo do percurso do caminhão de transporte das bombas. Isso, por sua vez, provoca uma vibração excessiva na bomba. Destaca-se a presença do rotor horizontal na motobomba, componente sensível que intensifica a demanda de duas manutenções anuais, com custo de sessenta a oitenta mil reais cada, visando a segurança operacional do equipamento.

Portanto, uma maneira de moderar esta quantia foi elaborada: projetar um sistema com amortecedor acoplado ao chassi do caminhão que reduza a vibração sofrida pela bomba no transporte. Isto resultaria na diminuição da frequência das manutenções necessárias, gerando um impacto direto na redução dos gastos da mineradora. Essa abordagem se apresenta como uma solução viável e benéfica para a empresa.

Figura 2. Bomba submersível em operação.



Fonte: Site da Higrá.

Figura 3. Bomba R4 360_400B da Higrá.



Fonte: Autoria própria.

Com objetivo de amenizar o problema, realizar uma análise precisa de vibrações, um projeto de amortecimento e uma aplicação correta focados na redução da vibração sofrida pelo equipamento tornam-se indispensáveis, tendo como consequência a melhoria da vida útil da máquina, aumentando assim os intervalos entre manutenções, e a confiabilidade na mesma em termos de funcionamento.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O interesse central deste trabalho consiste em projetar uma base isoladora de vibração que será acoplada ao chassi de um caminhão, auxiliando-o no transporte de uma bomba submersível. Além disto, o projeto busca identificar os pontos corretos para apoio no chassi, reduzindo assim os impactos gerados pela vibração na carroceria e, conseqüentemente, na bomba.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar estes objetivos, delimitam-se os seguintes objetivos específicos:

- De acordo com o equipamento de referência, selecionar os amortecedores adequados para o projeto;
- Realizar ensaio mecânico em laboratório para descobrir a rigidez e módulo de elasticidade da borracha existente no amortecedor escolhido;
- Fazer um modelo simplificado equivalente ao coxim e à bomba, com propriedades semelhantes de massa para realização de simulações computacionais;
- Realizar simulação Estática, Modal, Harmônica e Transiente utilizando *software* de elementos finitos;
- Avaliar o comportamento vibratório do sistema após a aplicação dos amortecedores.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 1 são apresentadas a introdução, a justificativa e os objetivos do trabalho.

No capítulo 2 será abordada a fundamentação teórica que embasa o problema de pesquisa deste trabalho. Primeiramente, foi realizada uma revisão do estado da arte, a fim de identificar discussões atuais pertinentes ao assunto. Posteriormente, serão debatidos aspectos teóricos sobre sistemas de vibração, análise modal e método de elementos finitos.

No capítulo 3 é apresentado um detalhamento da metodologia com as descrições das técnicas utilizadas e procedimentos utilizados para realização deste estudo.

No capítulo 4 são expostos os resultados obtidos através do *software* de elementos finitos e a discussão a respeito destes resultados sobre sua viabilidade no que diz respeito à resultados positivos, segurança, praticidade e financeiro.

No capítulo 5 o autor expressa suas conclusões acerca do que foi apresentado inicialmente e sugestões para pesquisas futuras embasadas neste estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta o embasamento teórico dos conhecimentos necessários em vibrações mecânicas e métodos aplicados para a compreensão e resolução do problema proposto. Inicialmente, os assuntos a serem revisados são conceitos básicos de vibração, sistemas com um, dois ou múltiplos graus de liberdade e como são classificadas as vibrações. Será exposto também a fundamentação teórica de análise, controle e isolamento de vibração. Esta revisão facilita o entendimento da necessidade do projeto apresentado.

Vergara (2005) aborda a avaliação do potencial eólico de uma região utilizando torres anemométricas e turbinas eólicas em torres reticuladas e tubulares. A análise estrutural envolve forças, momentos, frequências e modos de vibração, utilizando técnicas da mecânica clássica e elementos finitos. Critérios de falha por fadiga e flambagem são aplicados para garantir a segurança das estruturas em situações normais e sob força harmônica.

Moura (2010) revisa métodos de identificação de forças, propondo um novo método que utiliza matrizes aleatórias para lidar com problemas numéricos em sistemas instáveis. Ele também apresenta uma análise alternativa para decompor ruídos em sistemas vibroacústicos e propõe uma estratégia de identificação de forças em baixas frequências usando o método da soma das acelerações ponderadas em sistemas vibratórios com elementos de apoio de baixa transmissibilidade. Os resultados são validados por simulações e testes experimentais.

Owen (1998) analisa brevemente algoritmos essenciais na criação de malhas não estruturadas, categorizando métodos para malhas triangulares, tetraédricas, quadrilaterais e hexaédricas. Também discute algoritmos de suavização, limpeza e refinamento, além de comparar características de *softwares* de geração de malhas.

Assis, Felício e Cintho (2017) analisaram a resistência à tração de aços convencionais (Fe-C) com diferentes teores de carbono em temperaturas criogênicas. Mostraram que a resistência à tração dos aços SAE 1006, SAE 1020, SAE 1045 e eutetoide a temperatura ambiente foi de 260, 410, 370 e 400 MPa, respectivamente.

Zorzal (2019) trata da avaliação das vibrações provocadas por explosões de desmontes, utilizando uma abordagem numérica com o programa ANLOG. A autora emprega o método dos elementos finitos para analisar campos de deslocamento, velocidade e tensão gerados por detonações. Os resultados mostram concordância satisfatória com análises da literatura especializada, indicando precisão na predição da velocidade de pico de partícula resultante do desmonte de rochas.

Bastos (1984) examinou as transmissibilidades de vibrações de um corpo rígido em isoladores elásticos em várias direções e quantidades. Ele analisou as frequências naturais e modos de vibração de um modelo de isolamento com múltiplos graus de liberdade, considerando tanto abordagens analógicas quanto computacionais. A validação experimental das características dinâmicas dos isoladores foi realizada, incluindo a análise dos esforços transmitidos por eles à carcaça de um compressor hermético, comparando esses resultados com a potência sonora irradiada em faixas de 1/3 de oitava.

Barbetti (2005) comparou coxins hidráulicos e elastoméricos na indústria automobilística, ressaltando a melhoria do elastomérico desde os anos 70. Explica que o coxim hidráulico tem amortecimento em baixa frequência e maior rigidez dinâmica em alta frequência, mas sua eficácia depende de vários fatores. O elastomérico é mais atrativo devido ao custo inferior, sendo uma opção no sistema de apoio do motor.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO

Para Rao (2008), vibração (ou oscilação) é definida como quaisquer movimentos oscilatórios que repitam em um determinado intervalo de tempo.

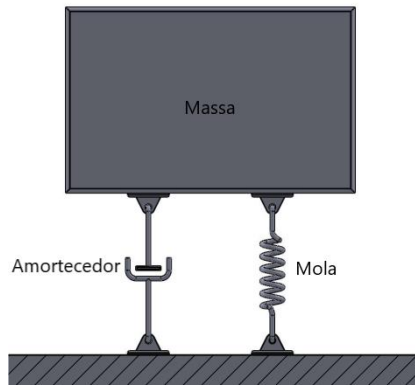
Para Beards (1995), a vibração é um fator indesejável em sua maioria devido aos movimentos desagradáveis que são consequências das tensões dinâmicas resultando em fadiga ou falha da estrutura ou máquina, ambos trazem também perda e redução na energia de desempenho que acompanha as vibrações.

A vibração é possível para qualquer sistema que possua massa ou elasticidade (THOMSON, 1993). Hibbeler (2011) apresenta o conceito de vibração como o deslocamento de uma posição de equilíbrio em movimento periódico realizado por um corpo ou vários corpos conectados.

No geral, sistemas de vibração são constituídos por três partes elementares que garantem a vibração podendo até mesmo conter elementos que possam dissipá-la, estes elementos são voltados às suas funções de: elemento que armazena energia potencial (mola), elemento que armazena energia cinética (massa) e o elemento que realiza o processo de perda gradual de energia (amortecedor). Partindo disto, conclui-se então que um sistema de vibração está relacionado a transferência energia potencial para energia cinética e vice-versa (RAO, 2008). O autor ainda relata que se for necessário manter o regime constante de vibração em sistemas amortecidos, uma fonte de energia externa deve substituir a energia que é dissipada a cada ciclo de vibração.

Na Figura 4 são expostas estas três partes elementares de um sistema mecânico vibratório de maneira simplificada, o bloco de massa, a mola e o amortecedor.

Figura 4. Sistema massa-mola-amortecedor.



Fonte: Adaptado de Quesada (2019)

2.1.1 Classificação dos Sistemas de Vibração

Os sistemas vibrações podem ser classificadas de muitas maneiras diferentes. Seguem abaixo algumas dessas diferentes classificações importantes.

2.1.1.1 Sistemas Livres e Forçados

Para Hibbeler (2011), as vibrações podem classificadas de acordo com sua excitação. Vibrações livres são aquelas que uma vez excitadas o sistema continua em movimento com sua energia potencial, contando apenas com este estímulo inicial sem contar com outras forças externas. Já a vibração forçada ocorre quando o sistema recebe periodicamente ações de forças externas.

2.1.1.2 Sistemas Amortecidos e Não Amortecidos

Nos sistemas amortecidos, por quaisquer formas de resistência, há a dissipação de uma certa quantidade de energia. Logo, se não houver nenhuma perda de energia por qualquer forma de resistência durante a vibração, afirma-se que este é um sistema não amortecido. Vale ressaltar que todas as vibrações são amortecidas, mas de acordo com a influência do amortecimento na vibração, este pode ser desconsiderado com a finalidade de facilitar o problema.

2.1.1.3 *Sistemas Lineares e Não Lineares*

O entendimento a respeito de ambos é no sentido literal de seus respectivos nomes, em sistemas vibratórios os componentes básicos (mola, massa e amortecedor) se comportam de maneira linear, este tipo de sistema possui uma matemática bem desenvolvida uma vez que compreende o princípio da superposição. Quando ao menos um dos componentes básicos não se comporta de tal maneira, o sistema é dito como não linear (RAO, 2008).

2.1.1.4 *Sistemas Determinísticos ou Aleatórios*

Classificados por forças que agem no sistema. É classificada como determinística a oscilação que revelar a magnitude de excitação (força ou movimento) que age sobre ela. Já as vibrações aleatórias excluem essa possibilidade de conhecer o valor de excitação.

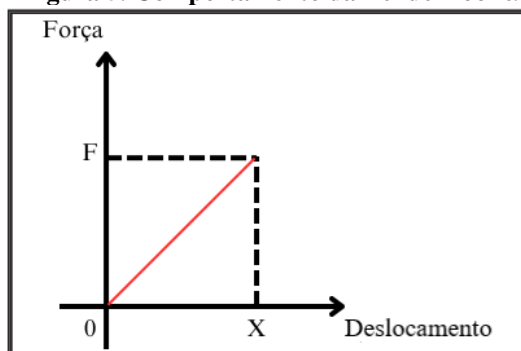
2.1.2 **Elementos de Mola**

Rao (2008) expõe em sua obra conhecimentos acerca dos elementos de mola, explica que é dada pela Lei de Hooke a relação entre força e deslocamento de uma mola, esta que quando solicitada demonstra flexibilização elástica e deformação. A força elástica é como se determina a força aplicada que a mola exerce sobre um corpo, pois ela estica, mas quando é solta tende a voltar ao seu estado inicial. Esta relação é exposta na Equação 1:

$$F = k \cdot x \quad (1)$$

Em que, F , k e x representam força [N], constante elástica da mola [N.m] e deformação [m], respectivamente. Na Figura 5 é expressa a representação de F e x na Equação 1 e exposta a linearidade do resultado entre a relação.

Figura 5. Comportamento da Lei de Hooke.



Fonte: Autoria própria.

O cálculo que representa a energia potencial na mola resultante do trabalho realizado no deslocamento da mola é demonstrado na Equação 2:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2)$$

Onde, U , k e x representam energia potencial [J], constante elástica da mola [N.m] e deslocamento [m], respectivamente.

2.1.3 Sistemas com 1 GDL

Um conceito importante a ser considerado dentro do estudo das vibrações é o número de graus de liberdade (GDL) dos sistemas. Para Rao (2008), o grau de liberdade de um sistema mecânico é definido a partir da mínima quantidade de coordenadas independentes necessárias para descrever de maneira completa o movimento espacial de todas as partes de um sistema mecânico em quaisquer instantes de tempo.

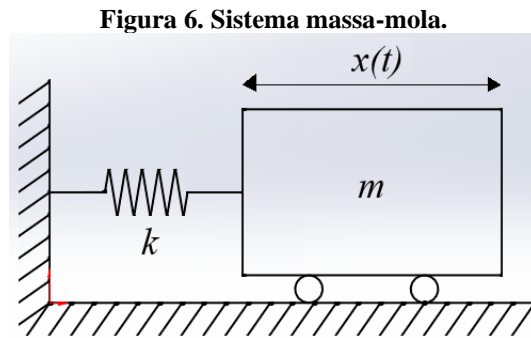
Kelly (2012) afirma que as vibrações podem ser classificadas de acordo com sua quantidade de graus de liberdade essenciais para sua modelagem. Denominados sistemas discretos são os sistemas que possuem finitos graus de liberdade e os denominados sistemas contínuos são os que possuem infinitos graus de liberdade.

Com o objetivo de encontrar soluções de maneiras mais simples, em sua maioria, sistemas contínuos são interpretados como sistemas discretos, como massas, molas, amortecedores finitos concentrados. Para obter resultados de maior precisão, é necessário aumentar a quantidade destes elementos, ou seja, aumentar seu número de graus de liberdade (RAO, 2008).

Beards (1995) afirma que todos os sistemas reais são contínuos, portanto, um número infinito de coordenadas é necessário para descrever seu movimento. Do ponto de vista analítico, um sistema com um grau de liberdade (1 GDL), quando apenas uma coordenada é necessária para descrever seu movimento, é mais simples de ser analisado do que um sistema com muitos graus de liberdade e, por isto, torna-se desejável para análise do sistema em questão. O autor ainda explica que a vibração de alguns sistemas dinâmicos pode ser interpretada como sistema de 1 GDL, ainda que existam movimentos em outras coordenadas, estes podem ser desprezados quando comparados a coordenada considerada.

2.1.3.1 Vibração Livre Não Amortecida

Na Figura 6 é ilustrado um caso bem simples de sistema com 1 GDL, a amplitude de movimento do sistema continua a mesma visto que não há a presença do elemento de dissipação de energia (amortecedor) durante este movimento, o corpo de massa m é livre para movimentar-se na direção horizontal por uma distância x , num instante de tempo t , acoplado a uma mola de rigidez k que também está acoplada a um ponto fixo.



Fonte: Autoria própria.

Na Equação 3 é ilustrada a aplicação da segunda lei de Newton à massa do sistema da Figura 6:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (3)$$

Onde, m , k e t representam a massa, constante de rigidez elástica da mola e o tempo, respectivamente. Na Equação 4 é ilustrado como determinar a frequência natural do sistema, onde ω_n representa a frequência natural não amortecida:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

A Equação 3 é diferencial linear de segunda ordem, portanto sua solução é representada pela Equação 5:

$$x(t) = A \cos\omega_n t + B \sin\omega_n t \quad (5)$$

Onde, A e B são constantes necessárias que dependem das condições iniciais de velocidade (v_0) e deslocamento (x_0) do movimento, tem-se então:

$$x(t = 0) = A = x_0 \quad (6)$$

$$\dot{x}(t = 0) = v_0 = B \omega_n \therefore B = \frac{v_0}{\omega_n} \quad (7)$$

Substituindo as condições iniciais na Equação 5, obtém-se a Equação 8 que descreve o comportamento do mecanismo da vibração livre não amortecida:

$$x(t) = x_0 \cdot \cos \omega_n t + \frac{v_0}{\omega_n} \cdot \text{sen} \omega_n t \quad (8)$$

Na Figura 8 é ilustrado o gráfico do comportamento da curva descrita pela Equação 8.

2.1.3.2 Movimento Harmônico

Rao (2008) descreve o movimento harmônico como simétrico no que se refere a posição de equilíbrio da massa do sistema. A solução do movimento harmônico pode ser descrita como:

$$x(t) = X \cos(\omega_n t - \emptyset) \quad (9)$$

Onde, X representa a amplitude de oscilação do movimento que fornece o deslocamento máximo ao longo do período de oscilação do mesmo em metros. \emptyset representa o ângulo de fase em relação à excitação.

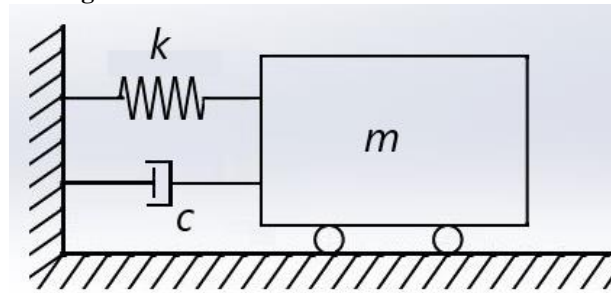
$$X = \sqrt{x_0 + \left(\frac{v_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (10)$$

$$\emptyset = \tan^{-1} \left(\frac{v_0}{x_0 \omega_n}\right) \quad (11)$$

2.1.3.3 Vibração Livre Amortecida

Thomson (1993) explica que quando ocorre uma excitação em sistemas de vibração com um grau de liberdade, a resposta no comportamento depende do tipo de excitação e o amortecimento presente. Na Figura 7 é ilustrado um sistema massa-mola-amortecedor:

Figura 7. Sistema Massa-Mola-Amortecedor.



Fonte: Autoria própria.

Aplicando a segunda lei de Newton à massa do sistema da Figura 7, obtém-se a Equação 12 que descreve o movimento de sistema amortecido com 1 GDL, considerando o termo $F(t) = 0$ que representa as vibrações livres:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (12)$$

Em que, c representa o coeficiente de amortecimento.

Em cada sistema que o elemento de armazenamento de energia cinética é presente, há um fator de amortecimento que, segundo Rao (2008), é a razão entre a constante de amortecimento e o amortecimento crítico.

$$c_c = 2m\omega_n \quad (13)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (14)$$

Onde, c_c representa o coeficiente de amortecimento crítico e ξ representa o fator de amortecimento. Manipulando a inserção da Equação 13 na Equação 14, obtém-se:

$$2\xi\omega_n = \frac{c}{m} \quad (15)$$

Admitindo uma solução $x(t) = Ce^{st}$, onde C e s são constantes indeterminadas, derivando e substituindo a condição na Equação 12 obtém-se então as raízes:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (16)$$

Manipulando e substituindo a Equação 15 na Equação 16, obtém-se:

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n \quad (17)$$

Logo, a solução da Equação 12 é a combinação linear:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (18)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes que serão determinadas nas condições iniciais do problema. Portanto, a solução geral da equação do movimento livre amortecido pode ser escrita por:

$$x(t) = C_1 e^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad (19)$$

A atuação da solução acima depende do fator de amortecimento ξ . Tratando-se de vibrações amortecidas, ou seja $\xi \neq 0$, os amortecimentos são classificados em três tipos: Subamortecidos, Criticamente Amortecidos e Superamortecidos.

2.1.3.4 Vibração Livre Subamortecida

A vibração livre subamortecida é um movimento oscilatória também chamada de subcrítica. Este caso demonstra a situação em que a constante de amortecimento é menor que a constante de amortecimento crítico, ou seja, $0 < \xi < 1$. Desta forma, substituindo a relação nas equações 17 e 19, obtém-se as raízes negativas e solução:

$$s_{1,2} = (-\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2})\omega_n \quad (20)$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[C_1 e^{(i\sqrt{1-\xi^2})\omega_n t} + C_2 e^{(-i\sqrt{1-\xi^2})\omega_n t} \right] \quad (21)$$

Considerando a relação de Euler $e^{\pm i\alpha} = \cos \alpha \pm i \operatorname{sen} \alpha$ a Equação 21 pode ser descrita como:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[A \cos \sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t + B \operatorname{sen} \sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t \right] \quad (22)$$

A frequência natural amortecida é descrita como:

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad (23)$$

As constantes A e B da Equação 22 são determinadas a partir de condições iniciais de velocidade e deslocamento, dadas por:

$$A = x_0 \quad (24)$$

$$B = \frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_d} \quad (25)$$

Por consequência, a solução geral para sistema em movimento livre subamortecido é descrito na Equação 26 ou Equação 27:

$$x(t) = e^{-\xi \omega_n t} \left[x_0 \cos \omega_d t + \left(\frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\omega_d} \right) \sin \omega_d t \right] \quad (26)$$

ou,

$$x(t) = C e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \emptyset) \quad (27)$$

Em que as constantes de integração C e \emptyset , são obtidas através das condições iniciais que promovem a oscilação amortecida. Portanto, inserindo as condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = v_0$ da vibração livre tem-se:

$$C = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0 + \xi \omega_n x_0}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n} \right)^2} \quad (28)$$

$$\emptyset = \tan^{-1} \left(\frac{v_0}{\omega_d x_0} + \xi \frac{\omega_n}{\omega_d} \right) \quad (29)$$

Na Figura 8 é mostrado o gráfico do comportamento da curva descrita na Equação 26.

2.1.3.5 Vibração Livre Criticamente Amortecida

Diferente do primeiro caso, o amortecimento crítico se apresenta como um movimento não oscilatório. Neste caso, $\xi = 1$ e aplicando isso nas Equações 17 e 18 encontra-se as raízes reais iguais demonstradas na Equação 30 e, conseqüentemente, a solução para a Equação 12:

$$s_{1,2} = -\omega_n \quad (30)$$

$$x(t) = (C_1 + C_2)e^{-\omega_n t} \quad (31)$$

Aplicando as condições iniciais de velocidade (v_0) e deslocamento (x_0), $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = v_0$, na equação anterior, as constantes obtidas são $C_1 = x_0$ e $C_2 = \omega_n x_0 + v_0$. Diante disto, conclui-se que a solução geral para o sistema criticamente amortecido:

$$x(t) = [x_0 + (\omega_n x_0 + v_0)t]e^{-\omega_n t} \quad (32)$$

Na Figura 8 é ilustrado o gráfico do comportamento da curva descrita na Equação 32.

2.1.3.6 Vibração Livre Superamortecida

O sistema superamortecido é, assim como o criticamente amortecido, um movimento não oscilatório. Neste caso, $\xi > 1$ e aplicando isto à Equação 17 têm-se as raízes reais e negativas expressas como:

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n \quad (33)$$

A solução da equação diferencial retorna à forma descrita na Equação 19 e aplicando as condições iniciais $x(t = 0) = x_0$ e $\dot{x}(t = 0) = v_0$ na mesma as constantes e a solução final ficam determinadas como:

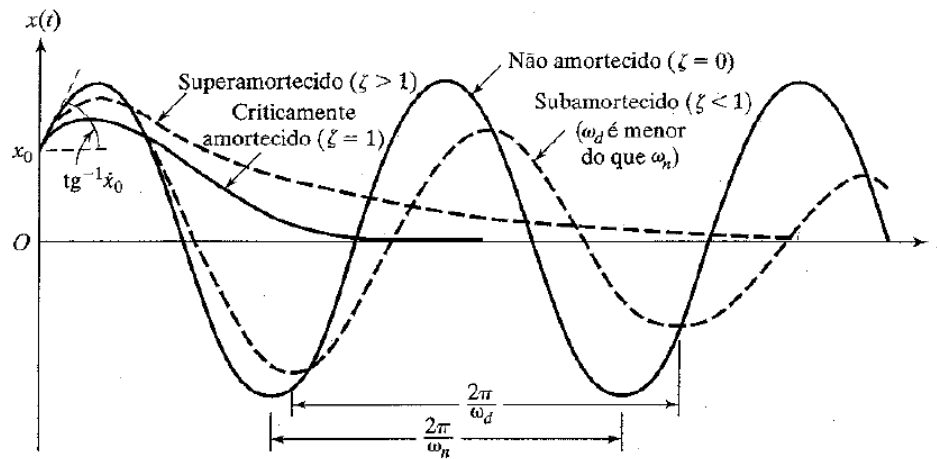
$$x(t) = C_1 e^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad (34)$$

$$C_1 = \frac{x_0 \omega_n (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) + v_0}{2\omega_n (\sqrt{\xi^2 - 1})} \quad (35)$$

$$C_2 = \frac{-x_0 \omega_n (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) - v_0}{2\omega_n (\sqrt{\xi^2 - 1})} \quad (36)$$

Na Figura 8 é ilustrado o gráfico do comportamento da curva descrita na Equação 34.

Figura 8. Comparação dos movimentos entre diferentes tipos de amortecimento.

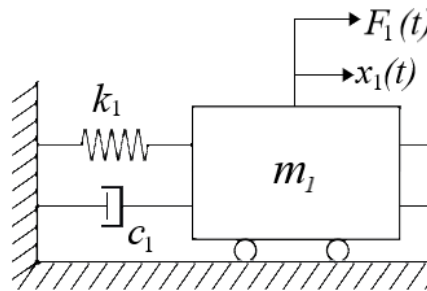


Fonte: RAO (2008)

2.1.3.7 Vibração Amortecida Forçada Harmonicamente

As respostas de vibração podem ter características diferentes dependendo da força de excitação que agir sobre o sistema, a excitação por força harmônica é a mais simples dentre estas.

Figura 9. Sistema com Força Aplicada.



Fonte: Autoria própria.

Considerando a equação do movimento de um sistema massa-mola-amortecedor com uma força $F(t)$ aplicada sobre a massa m do bloco da Figura 9, tratando-se de uma força harmônica, a força é descrita por $F(t) = F_0 \cos \omega t$. A Equação 37 que é diferencial ordinária de segunda ordem que responde a força harmônica é descrita da seguinte maneira:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos \omega t \quad (37)$$

Visto que esta é uma solução diferencial ordinária não homogênea, a Equação 38 é a solução geral $x(t)$ e é composta por uma solução particular $x_p(t)$ e uma solução homogênea $x_h(t)$.

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (38)$$

Segundo Thomson (1993), a solução desta equação diferencial ordinária não homogênea é repartida em solução homogênea e solução particular. A solução homogênea $x_h(t)$ representa a vibração livre quando $F(t) = 0$. Já a solução particular $x_p(t)$ segue o regime permanente da excitação $F(t)$. A solução particular $x_p(t)$ é dada pela Equação 39:

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi) \quad (39)$$

Onde, X e ϕ representam a amplitude máxima de oscilação e o ângulo de fase que mede o atraso na resposta em relação a excitação, respectivamente. ω é a frequência de aplicação da força. Derivando a Equação 39 e substituindo na Equação 37, é possível conhecer a amplitude de resposta.

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}} \quad (40)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{c\omega}{k-m\omega^2} \right) \quad (41)$$

Inserindo X e ϕ na Equação 39, chega-se à solução particular da Equação 37. Dividindo o numerador e o denominador da Equações 40 e 41 e utilizando as relações entre a Equação 4 e Equação 12 é possível obter a seguinte solução (RAO, 2008).

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (42)$$

Em que:

$\frac{X}{\delta_{st}}$ corresponde ao fator ampliação máxima;

$\delta_{st} = \frac{F_0}{K}$ deflexão estática;

$r = \frac{\omega}{\omega_n}$ razão das frequências.

Obtém-se então as seguintes equações:

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}}} \rightarrow \frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\sqrt{\{ [1-r^2]^2 + [2\xi r]^2 \}}} \quad (43)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right) \rightarrow \phi = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi r}{1-r^2} \right) \quad (44)$$

Então a solução geral da equação do movimento para um sistema subamortecido é dada por:

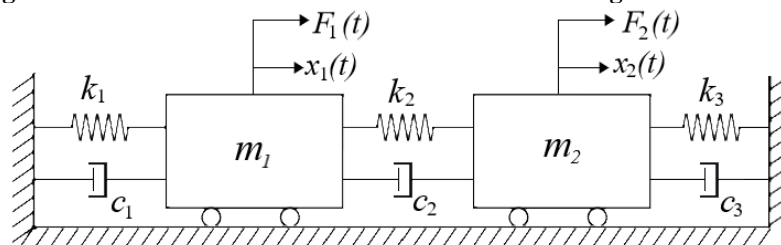
$$x(t) = X_0 e^{-\xi \omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi_0) + X \cos(\omega t - \phi) \quad (45)$$

Onde as constantes X_0 e ϕ_0 são obtidas através das condições iniciais $x(t=0) = x_0$ e $\dot{x}(t=0) = v_0$ e utilizando as relações descritas na Equação 28 e Equação 29.

2.1.4 Sistemas com N GDL

Sotelo Junior e França (2006) explicam que um sistema vibratório com dois graus de liberdade é aquele que precisa de duas coordenadas de espaço para ser caracterizado, podendo tratar de sistemas amortecidos ou não, forçados ou livres. Na Figura 10 é descrito este tipo de sistema, o deslocamento x das massas m ocorre em relação ao tempo t , para sistemas forçados como mostrado na figura em questão, as forças externas F também agem no sistema. Em um sistema de dois ou mais graus de liberdade, ilustrado na Figura 11, o movimento de uma massa depende do movimento da outra, fazendo com que o sistema possua vários modos de vibração.

Figura 10. Sistema massa-mola--amortecedor com dois graus de liberdade.



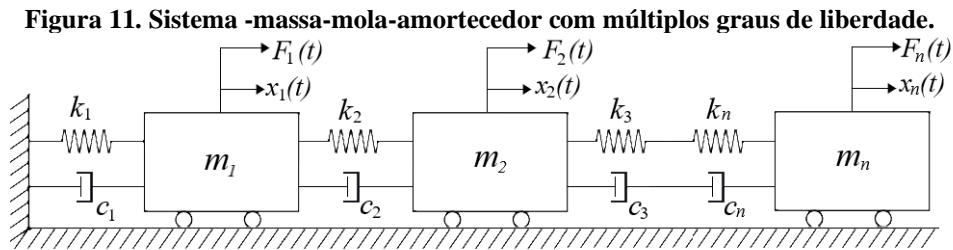
Fonte: Autoria própria.

Um sistema que possui múltiplos graus de liberdade detém as frequências naturais e os modos de vibrações equivalentes ao número de graus de liberdade do sistema. Matematicamente, um sistema com n grau de liberdade tem n equações diferenciais ordinárias

paralelas do movimento, gerando a dependência do movimento de uma massa em relação as demais do sistema (MEIROVITCH, 2001).

2.1.4.1 Vibração Amortecida com N GDL

Para um sistema massa-mola amortecido com n graus de liberdade, como observado na Figura 11 a seguir, o movimento também ocorre de acordo com as coordenadas x_n que definem as posições de m_n em relação ao tempo t .



Fonte: Autoria própria.

Considerando a força F_n aplicada ao sistema, aplicando a segunda lei de Newton, a solução é dada por:

$$[m]\ddot{\vec{x}}(t) + [c]\dot{\vec{x}}(t) + [k]\vec{x}(t) = \vec{F}(t) \quad (46)$$

Onde $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. Já em \vec{F} e \vec{x} são denominados vetores de força e deslocamento, respectivamente.

Como visto anteriormente, o movimento que resulta de uma perturbação inicial é de vibração livre se nenhuma força externa for aplicada ao sistema. Considerando que o vetor $\vec{F}(t)$ da Figura 11 é nulo, a solução é dada por:

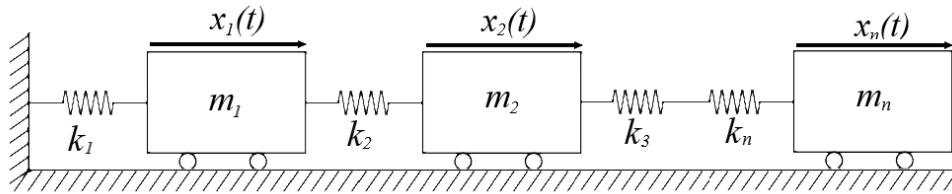
$$[m]\ddot{\vec{x}}(t) + [c]\dot{\vec{x}}(t) + [k]\vec{x}(t) = 0 \quad (47)$$

Em um sistema considerado não amortecido, não haverá nenhum elemento que cause dissipação de energia durante o movimento da massa e a amplitude permanece constante (RAO, 2008).

2.1.4.2 Vibração Livre Não Amortecida com N GDL

Na ausência de influências externas atuando sobre os corpos de um sistema, é possível que a vibração surja mesmo quando as condições iniciais não são nulas. Nesse caso, o sistema entrará em um estado vibratório devido às forças das molas, e o movimento ocorrerá de maneira interligada, conforme explicado por Sotelo Junior e França (2006).

Figura 12. Sistema massa-mola com múltiplos graus de liberdade.



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 12 é apresentado um modelo massa-mola de um sistema livre, não amortecido com n graus de liberdade. Desta maneira, como $[c]$ é uma matriz nula e $\vec{F}(t)$ sendo um vetor nulo, a Equação 46 torna-se:

$$[m]\ddot{\vec{x}}(t) + [k]\vec{x}(t) = 0 \quad (48)$$

2.2 ISOLAMENTO E CONTROLE DE VIBRAÇÃO

2.2.1 Controle de Vibrações

Devido aos possíveis danos estruturais e de comportamento no funcionamento das máquinas e equipamentos, o controle de vibrações é de interesse em muitos projetos de engenharia (THOMSON, 1993).

O controle de vibrações pode ser realizado de duas maneiras, ativa ou passiva. Inman (2006) explica que o controle ativo possui a característica de utilizar energia externa no processo de absorção das vibrações através do atuador. Por outro lado, o controle de passivo dá-se sem a necessidade de energia externa e sim com alterações na estrutura física do sistema. Kryszinski e Malburet (2007) exemplificam os isoladores e amortecedores como métodos passivos de controle de vibração, sendo o segundo o mais comum dentre os dois.

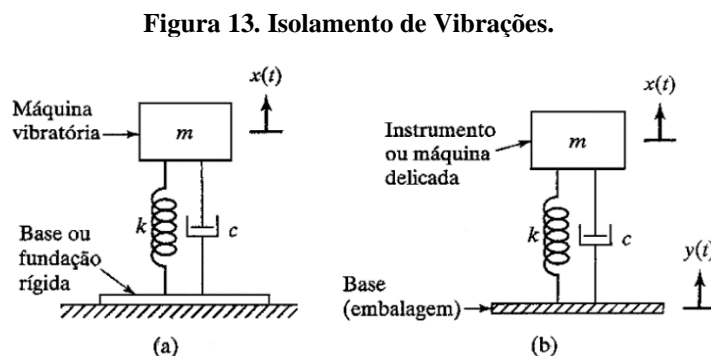
2.2.2 Isolamento de Vibrações

O isolamento de vibrações é o processo que descreve a redução ou eliminação dos efeitos vibratórios. O isolador tem como função reduzir a intensidade das forças transmitidas do equipamento para a base ou da base para o equipamento (HARRIS E CREDE, 1976).

Para Rao (2008), o isolamento de vibrações dá-se, basicamente, através da inserção de um isolador entre a massa vibratória e a fonte de vibração com o objetivo de atingir a redução na resposta dinâmica do sistema até condições aceitáveis de vibração. Os isolamentos podem ser separados em ativos ou passivos, dependerá da atuação ou não de forças externas para o isolador realizar sua tarefa (RAO, 2008).

Neste estudo, o chassi do caminhão que sofre com o terreno irregular da mina é considerado a fonte de vibração do sistema, o coxim assume o papel de absorvedor com a finalidade de reduzir os danos gerados pela vibração no transporte das bombas dentro do terreno.

Na Figura 13 são expostas duas situações em que o isolamento de vibrações em sistemas de um grau de liberdade é empregado. Em (a) o objetivo é reduzir a vibração que passa da máquina vibratória para a fundação, já em (b) essa proteção tem o objetivo inverso, proteger a máquina da vibração gerada na base, ou seja, caso de excitação pela base.



Fonte: RAO (2008)

Transmissibilidade define a redução da força transmitida através de um isolador. Se a vibração for originária do desbalanceamento do equipamento (força de excitação), a transmissibilidade é a relação da amplitude de força transmitida para a fundação sobre a amplitude de força de excitação (OGATA, 1998).

A transmissibilidade é a fração da força de vibração que é transmitida para a parte do sistema que será isolado (CROCKER, 2007). É possível realizar a análise deste conceito em

relação ao deslocamento, descrito na Equação 49, ou em relação à força, descrito na Equação 50:

$$T_d = \frac{X}{Y} \quad (49)$$

$$T_f = \frac{F_T}{F_0} \quad (50)$$

Onde, X, Y, F_T e F_0 são deslocamento da massa, deslocamento da base, magnitude de força transmitida e magnitude de força excitadora.

Thomson (1993) explica que em sistemas como o da Figura 13 (b), as forças atuantes são geradas pelo amortecimento e rigidez relativa entre eles. Na Equação 51 é descrito o movimento:

$$m\ddot{x}(t) = k[x(t) - y(t)] + c[\dot{x}(t) - \dot{y}(t)] \quad (51)$$

Simplificando, tem-se o movimento da base descrito na Equação 52 e o movimento da massa descrito na Equação 53:

$$y(t) = Y \sin(\omega t) \quad (52)$$

$$x(t) = X \cos(\omega t - \phi) \quad (53)$$

Partindo da Equação 51 é possível chegar à relação entre deslocamento da massa X e deslocamento da base Y :

$$T_d = \frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{k^2 + (\omega c)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (54)$$

Na Figura 13 (a) é mostrado um sistema que pode gerar ou é submetida às forças harmônicas, em que a vibração do sistema é transmitida da máquina para a base rígida, o que pode gerar falhas por fadiga nos elementos fixadores (KELLY, 2012). Na Equação 55 é mostrado o movimento do sistema quando $F(t) = F_0 \cos \omega t$ aplicado sobre a massa e a Equação 56 é a resposta do regime permanente com F_0 isolado.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos \omega t \quad (55)$$

$$F_0 = X\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} \quad (56)$$

Na Equação 57 é descrita a força transmitida $F_t(t)$ para a base por meio da mola k e o amortecedor c .

$$F_t(t) = c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (57)$$

$$F_t(t) = X\sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \quad (58)$$

$$T_f = \frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{k^2 + (c\omega)^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (59)$$

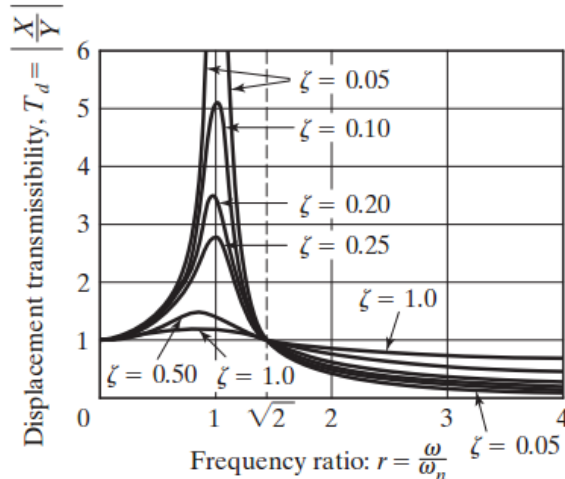
Rao (2008) descreve uma situação mais geral, onde a base do sistema não sofre deslocamento, a equação da transmissibilidade T_r :

$$T_r = T_d = T_f = \left[\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right]^{1/2} \quad (60)$$

Onde, ξ é o fator de amortecimento e r é a razão das frequências, T_d é a transmissibilidade em função do deslocamento para o sistema da Figura 13 (b) e T_f é a transmissibilidade em função da frequência para o sistema da Figura 13 (a).

Na Figura 14 é mostrada a variação comportamento da transmissibilidade T_r em relação a razão das frequências.

Figura 14. Transmissibilidade em função do deslocamento.



Fonte: RAO (2008)

É possível algumas realizações importantes a respeito do gráfico da Figura 14 (RAO, 2008)

- Se r tende a 0 ou a $\sqrt{2}$, então T_d tende a 1;
- Se $r > \sqrt{2}$, então $T_d < 1$ para qualquer valor de ξ ;
- Se $r < \sqrt{2}$ (região de amplificação), quanto maior for ξ menor será T_d ;
- Se $r > \sqrt{2}$ (região de isolamento), quanto maior for ξ maior será T_d ;
- Se $r > \sqrt{2}$, tem-se $T_d < 1$ para qualquer ξ .

2.3 EXPANSÃO POR SÉRIE DE FOURIER

Rao (2008) explica que quando em um sistema existe vibração periódica, mesmo que não harmônica, ela pode ser descrita no domínio da frequência através da Série de Fourier. As frequências naturais do sistema que antes não eram representadas no domínio do tempo podem ser representadas pelos picos de amplitude.

Considerando $x(t)$ uma função periódica com período τ em segundos, sua representação por série de Fourier descrita na Equação 61:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots \quad (61)$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (62)$$

Em que:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} \text{ é a frequência fundamental [rad/s]}$$

$a_0, a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$ são coeficientes constantes.

$$a_0 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} x(t) dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) dt \quad (63)$$

$$a_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} x(t) \cos n\omega t dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \cos n\omega t dt \quad (64)$$

$$b_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} x(t) \sin n\omega t dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} x(t) \sin n\omega t dt \quad (65)$$

Rao (2008) apresenta outra maneira de representar a série de Fourier sendo está dada pela soma dos senos ou dos cossenos como descrita na Equação 66:

$$x(t) = d_0 + d_1 \cos(\omega t - \phi_1) + d_2 \cos(2\omega t - \phi_2) + \dots \quad (66)$$

$$d_0 = \frac{a_0}{2} \quad (67)$$

$$d_n = (a^2n + b^2n)^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (69)$$

2.4 ANÁLISE LINEAR E NÃO LINEAR

Alves Filho (2012) explica que na análise linear as equações algébricas são diferenciais lineares de coeficientes constantes ou variáveis. O conceito de rigidez é definido pela relação entre forças e deslocamentos nodais, semelhante ao comportamento de uma mola, onde a rigidez determina a relação entre deslocamento e força. No MEF, a constante elástica da mola é considerada como coeficiente de rigidez (ALVES FILHO, 2007). Ao compreender a rigidez da estrutura e a força requerida para o deslocamento unitário, obtém-se a relação entre força e deslocamento, resultando na força total para quaisquer deslocamentos. Na análise linear, a rigidez da estrutura permanece constante, independentemente do ponto no processo de aplicação do carregamento (ALVES FILHO, 2012).

Diferente da análise linear que ocorre em apenas um passo, a análise não linear ocorre em múltiplas etapas e requer que a aplicação das cargas e deslocamentos ocorram de maneira gradual dentro destas etapas. Tratando-se de não linearidade, a matriz de rigidez da estrutura é alterada ao passo que ela deforma, logo, o mesmo acontece com a equação de equilíbrio do sistema durante a análise, isto torna a relação entre forças externas e internas e as deformações equilibrada ocasionando numa melhor precisão de resultados (ALVES FILHO, 2012).

2.5 ANÁLISE ESTÁTICA

Segundo a definição de Alves Filho (2012), a análise estática acontece submetendo a estrutura a carregamentos arbitrários. O autor ainda explica que nessa análise a carga não sofre variação com o tempo ou essa variação de carga ocorre lentamente, fazendo com que cada instante seja considerado estático. Em estruturas mais simples (molas, treliças, vigas etc.) esse método permite que determinar a magnitude da matriz de rigidez através das relações entre força nodal aplicada na estrutura e os deslocamentos nodais equivalentes, assim tornando possível qualificar as tensões e esforços internos da estrutura (ALVES FILHO, 2007). Visto que estas magnitudes são determinadas, o critério de falha estrutural por deformação elástica é aplicado à estrutura.

Os esforços internos são repassados através dos elementos da estrutura, quando o comportamento desta transmissão é linear, o comportamento da estrutura pode ser representado pela lei de Hooke (ALVES FILHO, 2007). O autor ainda expressa que isto demonstra que há um equilíbrio interno da estrutura pelas forças elásticas quando as cargas são aplicadas sobre uma superfície ou nós da estrutura deslocando seus pontos de aplicação, tal situação é descrita na Equação 70:

$$[F] = [K] \cdot [x] \quad (70)$$

Onde, $[F]$ representa a matriz de força externa, $[K]$ representa a matriz de rigidez e $[x]$ representa a matriz de deslocamento.

2.6 ANÁLISE DINÂMICA

Segundo Alves Filho (2005), em diversas situações práticas, considerar representar a realidade através de um modelo estático de elementos finitos torna-se inviável. A análise dinâmica busca determinar parâmetros de velocidade, aceleração e deslocamento resultantes de carregamentos dinâmicos em estruturas. Nesse tipo de análise, as respostas das estruturas variam no tempo, influenciadas por forças inerciais e de amortecimento. Ao contrário do carregamento estático, as magnitudes de posição e direção variam temporalmente. Compreender as frequências naturais e modos de vibração é crucial para interpretar a velocidade do carregamento dinâmico (ALVES FILHO, 2012).

Aplicar carga à estrutura, perturbando seu equilíbrio estático, resulta em deformação no perfil. Repetir essa ação gera perfis variados de deformação, relacionados aos conceitos de frequências naturais e modos de vibração. Esses fenômenos estão ligados à distribuição de massa, rigidez e condições de apoio da estrutura (ALVES FILHO, 2005).

Tomando como base a análise estática, na análise dinâmica são incluídas novas parcelas na equação, uma que se relaciona com a inercia e outra com amortecimento da estrutura, nesta as cargas pelo tempo estão em equilíbrio por forças internas elásticas, inerciais e de amortecimento, como descrito na Equação 71 (ALVES FILHO, 2012).

$$[M][\ddot{x}] + [C][\dot{x}] + [K][x] = [F_t] \quad (71)$$

Em que, $[M]$, $[C]$, $[K]$ e $[F_t]$ representam as matrizes de massa, de constante de amortecimento, de constante elástica e de carga dinâmica, respectivamente, $[\ddot{x}]$, $[\dot{x}]$ e $[x]$ representam matrizes de aceleração, de velocidade e de deslocamento.

Segundo pensamento de Clough e Penzien (1975), na Equação 71 é representado o equilíbrio dinâmico de um sistema com múltiplos GDL, expresso como um conjunto de equações diferenciais lineares de segunda ordem. A resolução do sistema pode ser realizada através do método de superposição modal, que desagrupa as equações, resolve-as separadamente e combina os resultados, ou pelo método de integração numérica, mantendo as interconexões entre as equações diferenciais.

2.6.1 Análise Modal

Esta análise consiste em encontrar as frequências naturais e os modos de vibração da máquina ou estrutura. Neste contexto, os autovalores e autovetores desempenham papéis distintos e significativos. Os autovalores estão associados às frequências naturais, representando valores característicos, enquanto os autovetores descrevem os padrões de deslocamento ou deformação durante as vibrações naturais.

Compreender conceitos é essencial para projetar estruturas resilientes a vibrações, como a Base deste projeto. A análise modal é uma ferramenta valiosa para otimizar e garantir a segurança de sistemas mecânicos expostos a vibrações, permitindo a implementação de amortecimento eficaz para evitar colapsos.

Em máquinas ou estruturas, sempre que houver a equidade de valores entre frequência natural de vibração e frequência da força externa, ocorre o fenômeno da ressonância, podendo levar o sistema ao colapso. Testes de vibração tornaram-se um procedimento padrão em boa parte dos projetos de engenharia devido a este fenômeno (RAO, 2008). É crucial verificar o comportamento de estruturas sujeitas a cargas variáveis com o tempo para evitar a ressonância. Se necessário, é possível prevenir a ressonância ajustando a massa ou rigidez do sistema por meio de alterações na geometria, o que resultaria em uma frequência natural mais alta (MOURA, 2010).

2.7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A análise por método dos elementos finitos (MEF) surge atualmente como uma ferramenta necessária na formulação de projetos de engenharia, pois torna-se viável simular o

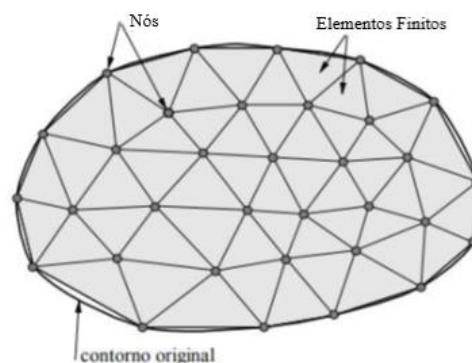
desempenho da estrutura sem exigir a criação de protótipos físicos, isso resulta na diminuição dos custos e do tempo necessários para desenvolver ou aprimorar um projeto.

Para Alves Filho (2007), o MEF tem objetivo de encontrar soluções numericamente aproximadas para problemas complexos da engenharia, problemas estes que não podem ser resolvidos de forma precisa por meio dos métodos analíticos clássicos.

Segundo o pensamento de Vergara (2005), o método dos elementos finitos guia-se pelo ideal de discretização, que nada mais é do que subdividir o domínio contínuo da estrutura em partes menores, denominadas elementos. Isso simplifica problemas complexos, transformando-os em uma série de problemas simples resolvidos por interpolações.

Alves Filho (2007) explica que a interligação dos elementos ocorre por nós, cada um com GDL específico. Logo, a solução é obtida numericamente realizando a simulação da montagem de elementos de tamanho finito não diferencial. Esta divisão da estrutura em análise por MEF, elementos e nós, é denominada malha, exemplificada na Figura 15. Cada elemento na malha representa o comportamento físico mecânico da estrutura e é descrito por funções matemáticas que representam seu comportamento interno, como o estado plano de tensões, placas, cascas, membranas e sólidos. É crucial compreender a importância de conhecer e selecionar adequadamente o tamanho do elemento para análise, dependendo das propriedades específicas da estrutura em estudo (ALVES FILHO, 2007).

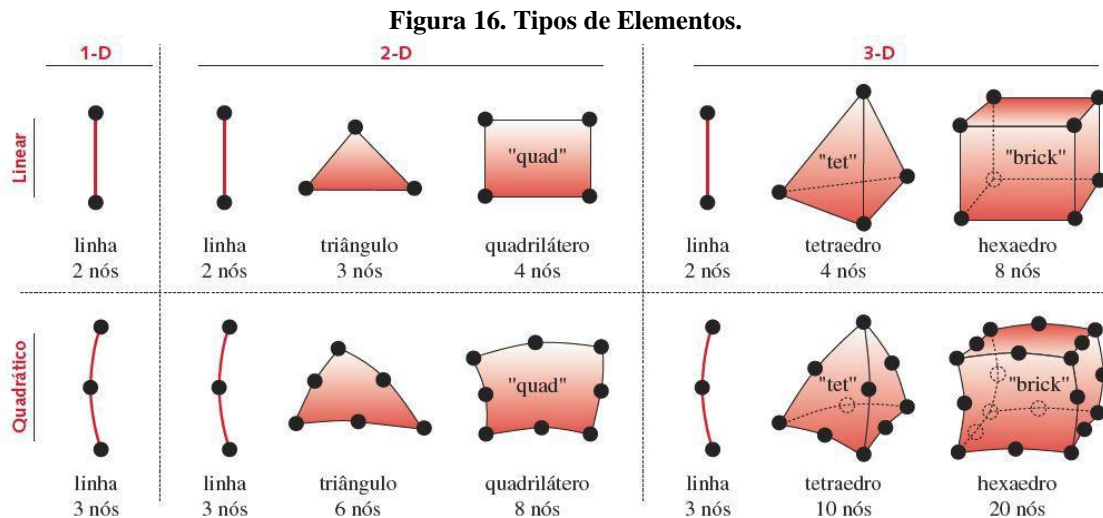
Figura 15. Estrutura da malha e seus componentes.



Fonte: Adaptado de Souza (2003)

Segundo o pensamento de Owen (1998), a eficiência da malha dependerá da adequação do refinamento aplicado. Esse refinamento está intrinsecamente relacionado a operações aritméticas proporcionais ao tamanho do elemento finito escolhido. Diversos tipos de modelagem são empregados na construção da malha, incluindo o triangular, o quadrilátero, os hexaedros, entre outros. Segundo Soriano (2009), cada uma destas formas se adequa da melhor

maneira a geométrica da estrutura em análise, quais condições físicas será exposta e materiais. Cabe ao engenheiro responsável determinar qual o melhor tipo de elemento para o problema proposto. Na Figura 16 são ilustradas algumas destas formas de apresentação dos elementos.



Fonte Norton (2013)

A precisão da análise depende da quantidade, tamanho e tipo de nós e elementos na malha. Em malhas consistentes, a diminuição do tamanho dos elementos finitos aumenta o número de nós, levando a uma convergência mais próxima da solução exata do problema (SOUZA, 2003). É válido lembrar que refinar a malha desta maneira gera maior exigência computacional, é necessário cautela para não exagerar neste detalhe, visto que o resultado pode não convergir ou o tempo de processamento ser relativamente alto.

Segundo Bathe (2014), as análises da estrutura estão relacionadas com os muitos e diferentes tipos de geração de malha, condições de contorno e contato e ao carregamento aplicado à estrutura.

2.7.1 Geração de Malha

A geração da malha ocorrerá seguindo as exigências e complexidade do objeto de estudo, com a delimitação das regiões de maior relevância para a análise. Tanto o método de qualidade quanto o método de subdivisão desempenharão um papel crucial na condução e avaliação dos resultados.

No início da adoção da análise por MEF, criar uma malha para componentes estruturais demandava esforço significativo. Atualmente, a tarefa é facilitada por geradores automáticos de malha e pré-processadores integrados em *softwares* comerciais. Diversos programas

permitem a importação direta do modelo do CAD e a geração automática da malha de elementos finitos, simplificando o processo (NORTON, 2013).

Uma malha inicial mais grosseira pode ser aplicada a um componente, porém o designer ou analista deve empregar princípios de engenharia fundamentados na compreensão da distribuição de tensão em elementos sob carga, a fim de determinar se aquela região necessita de uma malha mais refinada (NORTON, 2013).

Com a finalidade de otimizar o processo de simulação computacional para este estudo, antes de determinar o tamanho de malha ideal para as simulações computacionais descritas no capítulo 3, foram testados diferentes tamanhos de malhas até encontrar as que correspondessem à necessidade dos cálculos.

2.7.2 Condições de Contorno

Condições de contorno também são fundamentais em simulações, representando restrições essenciais para resolver modelos matemáticos determinadas pelo usuário. Sua definição adequada é crucial, pois condições inadequadas podem resultar em imprecisões nos resultados da simulação.

Os elementos de contorno têm aplicação na modelagem de condições de contorno em juntas aparafusadas e soldadas dentro de análises por MEF. Eles são empregados para impor deslocamentos específicos não nulos e para lidar com condições de contorno que não estejam alinhadas com o sistema global de coordenadas (BUDYNAS & NISBETT, 2011).

2.7.3 Carregamentos

Existem duas formas de aplicar cargas em estruturas: pelos nós ou pelos elementos. Apenas os nós dos elementos podem receber forças aplicadas, transformando as cargas em forças nos nós. Não é possível aplicar condições de momentos concentrados a todos os tipos de elementos. Para os que não permitem graus de liberdade rotacionais, é viável converter o momento concentrado em duas componentes de força perpendicularmente a um ponto comum, onde a soma delas em um plano seja zero (BUDYNAS & NISBETT, 2011).

Norton (2013) destaca que a aplicação de carregamentos em modelos é semelhante à aplicação de condições de contorno. Em problemas analíticos, a carga é aplicada em um ponto único, facilitando sua utilização no método dos elementos finitos. No entanto, cargas reais são divididas ao longo de uma pequena porção finita do componente, logo, se a carga fosse aplicada em um único ponto, a tensão local resultante se tornaria infinita.

Para lidar com essa questão, *softwares* de análise por MEF oferecem uma ampla variedade de modelos de carregamento e estes distribuirão uma carga específica, com magnitude e direção definidas, sobre qualquer região requerida do modelo. A aplicação é feita por meio de valores de carga nodal, definido pela função escolhida (NORTON, 2013).

2.7.4 Software de Elementos Finitos

A utilização do MEF em problemas de engenharia foi impulsionada a partir do surgimento da computação digital na década de 1960. Através de programação, foi possível desenvolver ferramentas capazes de apontar, de maneira automatizada, soluções para problemas físicos equacionando na forma de sistemas de equações algébricas (ZORZAL, 2019). O presente trabalho utilizou o *software* de elementos finitos Ansys®.

O *software* Ansys® disponibiliza uma variedade de simulações, com a contribuição de ferramentas operacionais é possível gerar diversas situações reais de engenharia, obter dados precisos com certa facilidade e analisando resultados, baseando-se sempre pelo MEF. Vale ressaltar a elevada exigência computacional que deve existir para tal processo.

Para este trabalho, o *software* de elementos finitos utilizado foi o Ansys® 2022 R1 em máquinas cedidas pelo laboratório de fluidodinâmicos e particulados (FluidPar) do NDAE (Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia).

Moaveni (2003) explica a sequência básica para análise por MEF. Inicia-se com o pré-processamento, onde o usuário insere dados da estrutura tipos elementos, discretização, geometria, materiais etc. Segue-se a solução, onde são definidas condições de contorno e resolvidas equações diferenciais. Por fim, a etapa de pós-processamento envolve a obtenção numérica e visualização da resposta do sistema.

2.7.5 Software de Modelagem 3D

A modelagem 3D é crucial na criação de produtos na indústria, envolvendo a concepção virtual de objetos tridimensionais por meio de *softwares* especializados. No caso, o SolidWorks® 2021 é o *software* de modelagem utilizado neste estudo.

A modelagem permite aos engenheiros ajustarem projetos sem a necessidade de desenhos físicos, maquetes ou modelos, reduzindo custos e facilitando a visualização do projeto final, evitando discrepâncias com a concepção desejada.

A modelagem 3D é amplamente utilizada na engenharia mecânica para diversos propósitos. Empregada na divisão de objetos em geometrias menores conectadas por nós, sendo aplicada nos MEF.

O SolidWorks é um *software* CAD (Computer-Aided Design) 3D utilizado em setores como aeroespacial, automotivo e de dispositivos médicos para criar modelos tridimensionais precisos de produtos e componentes mecânicos. Essa ferramenta é fundamental para a eficiência no processo de design, facilitando a comunicação de ideias e a detecção de problemas antes da produção.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esta etapa do trabalho terá como foco apresentar os ideais e as metodologias utilizados no processo desde seu princípio até a conclusão do projeto do absorvedor. Os dados deste estudo foram coletados no setor da empresa e tendo como base também os informes e relatos de empregados responsáveis pelo transporte e manutenção destas bombas.

3.1 ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO

Conforme mencionado no primeiro capítulo deste estudo, a irregularidade do terreno na mina, resultante do tráfego de maquinaria pesada (ilustrado na Figura 17), amplifica a questão das vibrações experimentadas pelas bombas na carroceria do caminhão durante o transporte, desde a área de Hidrogeologia até os sumps de destino. Com base nas razões expostas no mesmo capítulo um, este trabalho apresentará um projeto de uma base absorvedora de vibrações a ser integrada ao chassi de um caminhão, com o objetivo de mitigar as vibrações enfrentadas pela bomba durante seu deslocamento em terreno de mina.

A seguir, serão detalhadas as condições de espaçamento, dimensões, materiais, entre outros, utilizados no projeto da base, enfatizando a importância de aderir às condições já presentes no caminhão e na carroceria atualmente empregados pela empresa.

Figura 17. Irregularidades e trânsito no terreno da mina.



Fonte: Autoria própria.

O projeto parte da escolha da bomba que será utilizada como base para este estudo, a modelo R4-360/400B da fabricante Higura, ilustrada na Figura 3. O modelo foi selecionado pois demonstra características, dimensões e massa próximos da média dentre todas as bombas utilizadas pela Hidrogeologia.

Na Figura 18 é exposta a carroceria real utilizada para transporte dos equipamentos na empresa, da fabricante Carroceria Serrana, caminhão da marca Scania modelo G450 XT.

Figura 18. Caminhão utilizado pela empresa no transporte das bombas.



Fonte: Autoria própria.

3.2 SELEÇÃO DO AMORTECEDOR PARA O SISTEMA

Tendo em vista que os coxins selecionados possuem características que suprem a necessidade do projeto, como rigidez elástica em todas as direções, compactos, baixo custo e pouca manutenção, optou-se então por um amortecimento com coxins de borracha natural. O amortecedor que melhor se enquadrava no quesito sustentar a bomba no transporte foi o de modelo AM-500-TCB da Vibranihil, Figura 19, que possui borracha natural de dureza Shore A60. Dado que as frequências reais de excitação são desconhecidas, o amortecedor selecionado é de uso geral para aplicações em regime embarcado, específico para situações em que a frequência de excitação é incerta, e não para uso em regimes estacionários. Tal situação não diminui a importância de conhecer frequência de excitação para aplicação nestes tipos de projeto.

A escolha do modelo em específico, deu-se ao fato do coxim suportar cargas entre 200 kg e 1000 kg, conforme expressa o catálogo disponibilizado pela empresa no Anexo A. Com a carga total (massa da base + massa da bomba) suportada pelos coxins sendo 2397,1 kg, cada dupla de coxins que são descritos pelas reações de apoio R_A e R_B , demonstrados no item 3.5, suportarão cargas de 1310,91 kg e 1086,19 kg, respectivamente. Ou seja, cada coxim em R_A suportará 655,45 kg e cada coxim em R_B suportará 543,1 kg.

O material utilizado no amortecedor é do tipo viscoelástico, entretanto, seu comportamento foi considerado como linear com o intuito de simplificar as análises e procedimentos.

Figura 19. Amortecedor AM-500-TCB.



Fonte: Autoria própria.

3.3 COMPONENTES INDIVIDUAIS DO SISTEMA

Buscando encontrar perfis, peças e materiais mais adequados ao projeto, pesquisas e seleções que resultaram na escolha dos materiais que serão descritos a seguir. Outro ponto chave para o trabalho consiste em encontrar como e onde fixar corretamente o sistema do amortecedor ao veículo, visto que caso feito de maneira inadequada, prendendo-o apenas na carroceria por exemplo, traria instabilidade na firmeza dele, insegurança para os empregados e o deslocamento em si.

3.3.1 Especificações, Materiais e Modelagem 3D dos Componentes

Para realizar o desenho 3D dos componentes do projeto foi utilizado um *software* de modelagem geométrica, *SolidWorks* 2021, o que tornou a visualização de projeto mais didática no que diz respeito a compreensão de suas partes individuais.

3.3.1.1 Grampos de Fixação

Os grampos de fixação são do tipo U e feitos de material Aço SAE 1020 com 1/2" x 105 mm (largura) x 730 mm (comprimento), estes apresentam rosca M12 – 1,75 MA x 191,5 mm. Na Figura 20 é ilustrado o modelo 3D do grampo de fixação especificado para o projeto e na Figura 21 é ilustrada a chapa do grampo 5/16" x 60 mm (largura) x 140 mm (comprimento),

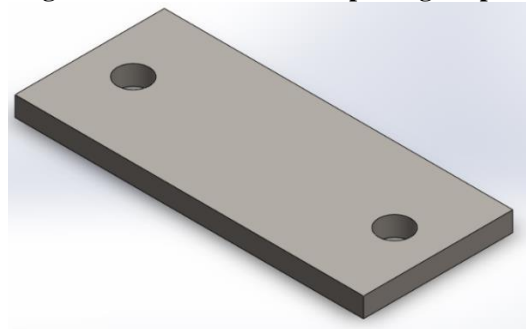
chapa nº 0 dentro do padrão USG, que acompanha o grampo para a fixação, esta possui o mesmo material do grampo. As dimensões destes componentes são detalhadas no Apêndice A.

Figura 20. Modelo 3D grampo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 21. Modelo 3D da chapa do grampo.

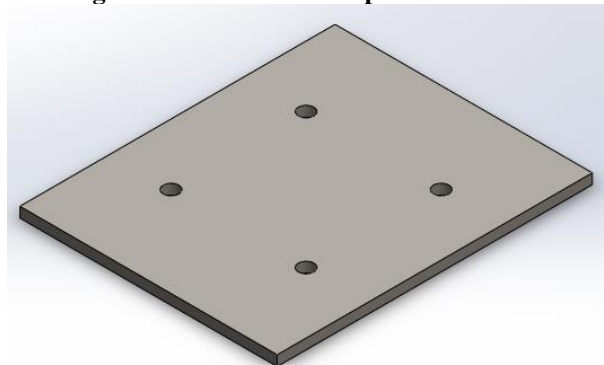


Fonte: Autoria própria.

3.3.1.2 Chapa de Referência

A chapa de referência é o componente que vai mediar o contato entre amortecedor e a carroceria, colocando uma chapa de área maior que a base do amortecedor há a redução de pressão sofrida diretamente na carroceria, tal decisão visa além de carrocerias de ferro (como a utilizada pela empresa) mas também carrocerias de outros materiais que podem vir a utilizar este tipo de projeto. Na Figura 22 é ilustrada a chapa de referência 5/16" x 200 mm (largura) x 245 mm (comprimento), chapa nº 0 dentro do padrão USG, conforme ilustrado no Apêndice A.

Figura 22. Modelo 3D chapa de referência.



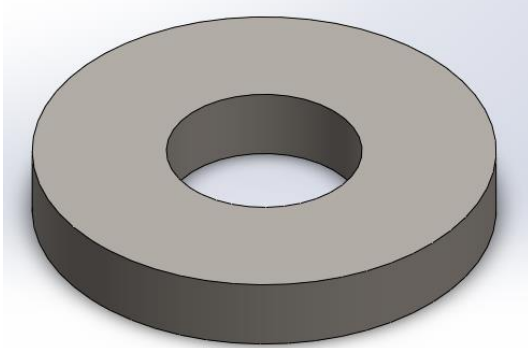
Fonte: Autoria própria.

3.3.1.3 Arruelas e Porcas

Compreendendo que as arruelas estariam sob grande carga, concluiu-se que a melhor opção para o projeto seria usinar as mesmas sob medida deixando-as mais espessas do que é

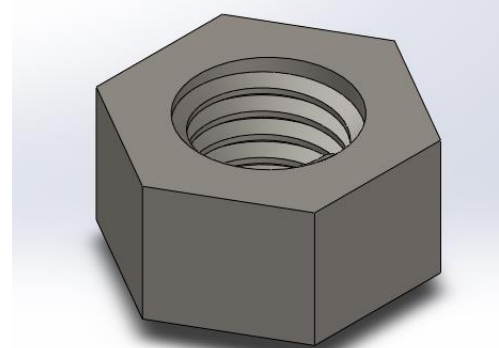
possível encontrar em normas. Portanto, o projeto utiliza 36 arruelas lisas de 1/2” dentro do padrão da DIN 125 A, detalhada no Apêndice A, feitas com aço SAE 1020 e espessura de 5 mm. As porcas são M12 DIN 934 com roscas M12 – 1,75 MA. Abaixo segue a Figura 23 e Figura 24 em que são ilustrados os modelos 3D das arruelas e porcas, respectivamente:

Figura 23. Modelo 3D da arruela do projeto.



Fonte: Autoria própria.

Figura 24. Modelo 3D da porca do projeto.



Fonte: Autoria própria.

3.3.1.4 Amortecedor

Para realizar a modelagem 3D do amortecedor foi necessário realizar o desmonte do mesmo à fim de compreender suas peças, dimensões e funcionamento internos, visto que isto não é fornecido pelo fabricante. Então assim o foi feito em laboratório, como mostrado na Figura 25, e deu-se seguimento com a criação do modelo.

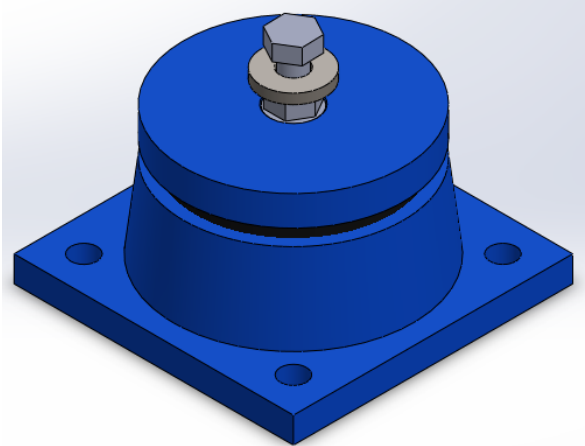
Figura 25. Desmonte do amortecedor.



Fonte: Autoria própria.

Com as peças já separadas individualmente foi possível realizar a desenho com dimensões e massas respectivas, abaixo seguem imagens da modelagem 3D de cada peça e do amortecedor por completo, Figura 26. Uma vista explodida (Figura 27) das peças do amortecedor facilita a visualização e a compreensão do encaixe dele. É possível ver uma vista com corte de seção do amortecedor no Apêndice B com todos os seus componentes descritos e no Apêndice C as peças reais tomadas como base para a modelagem 3D do amortecedor.

Figura 26. Modelo 3D do amortecedor.



Fonte: Autoria própria.

Figura 27. Vista explodida do modelo 3D do amortecedor.



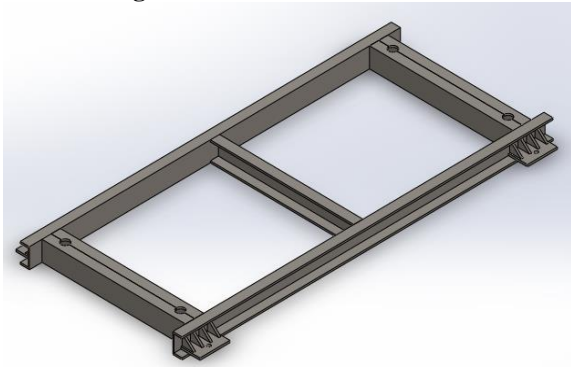
Fonte: Autoria própria.

3.3.1.5 Base

A base foi pensada de acordo com a massa da bomba, suas características individuais de estrutura, material e pontos de fixação na carroceria e no chassi. A viga metálica é de perfil U, pois além de sua versatilidade e praticidade quando comparado aos demais perfis, apresenta algumas características interessantes para o projeto, como: alta inércia, boa resistência a compressão e tração (quando posicionado da maneira correta) e etc., isto o torna o perfil ideal seguindo a linha de proposta do trabalho. Portanto, conclui-se que o perfil U laminado de 3” da fabricante Gerdau confeccionado no material SAE 1020 atende as necessidades do projeto compondo a estrutura principal da base de sustentação da bomba.

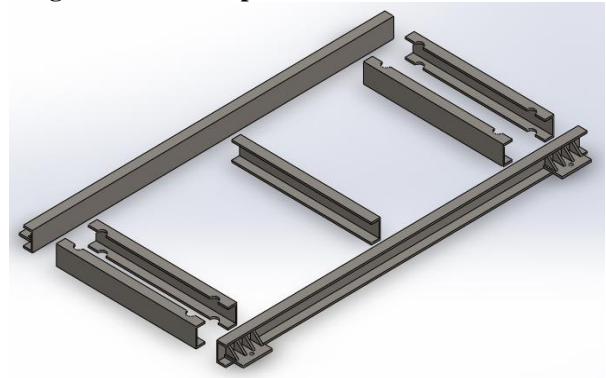
Na Figura 28 e Figura 29 é mostrada a base completa desenhada no *software* de modelagem geométrica com todos os seus componentes, é importante ressaltar que os perfis metálicos foram desenhados de acordo com as dimensões apresentadas no catálogo da própria fabricante, exposto no Anexo B deste trabalho. As dimensões destes componentes se encontram no Apêndice D deste trabalho.

Figura 28. Modelo 3D da base.



Fonte: Autoria própria.

Figura 29. Vista explodida do modelo 3D da base.



Fonte: Autoria própria.

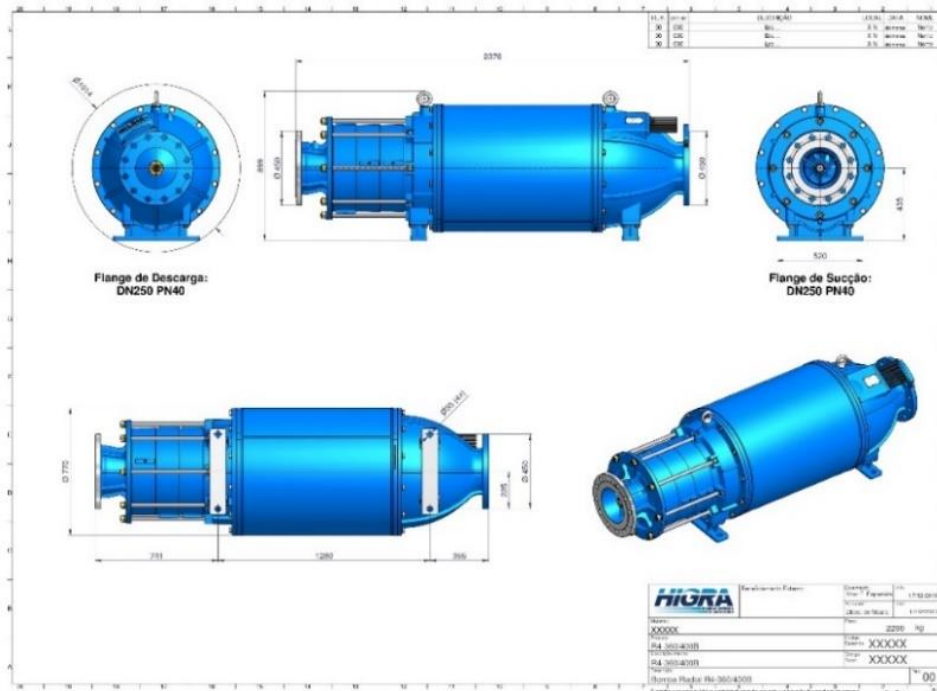
Para a fixação da base ao coxim, nas barras laterais da base foram adicionados 4 suportes que são um conjunto de uma chapa metálica, chapa nº 0 dentro do padrão USG, com um furo e 4 chapas triangulares de mesma especificação. Devido suas características serem adequadas e se encaixarem ao projeto, a solda por eletrodo revestido 7018 é a utilizada para a fixação dos perfis metálicos entre si.

As dimensões destes suportes para fixar a base ao coxim estão descritas no Apêndice D deste trabalho.

3.3.1.6 Bomba

A fabricante forneceu o catálogo e o desenho técnico da bomba em questão (Figura 30), assim sendo, foi possível realizar o modelo 3D com dimensões e massa baseando-se no modelo real fabricado pela empresa. Por falta de algumas dimensões, houve a necessidade de mensurá-las presencialmente.

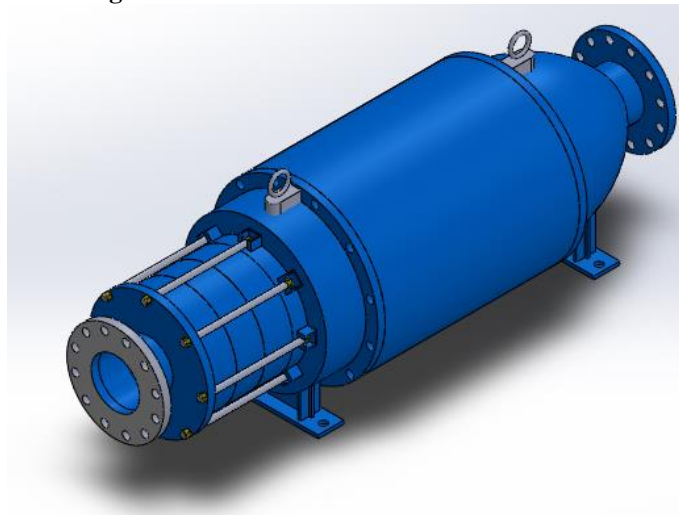
Figura 30. Desenho técnico da bomba R4-360/400B.



Fonte: Catálogo Higura (2021)

As medidas foram colhidas levando em consideração todos os pontos importantes para o sistema, para que fosse possível a reprodução precisa em um modelo 3D, como ilustrado na Figura 31.

Figura 31. Modelo 3D da bomba R4-360/400B.



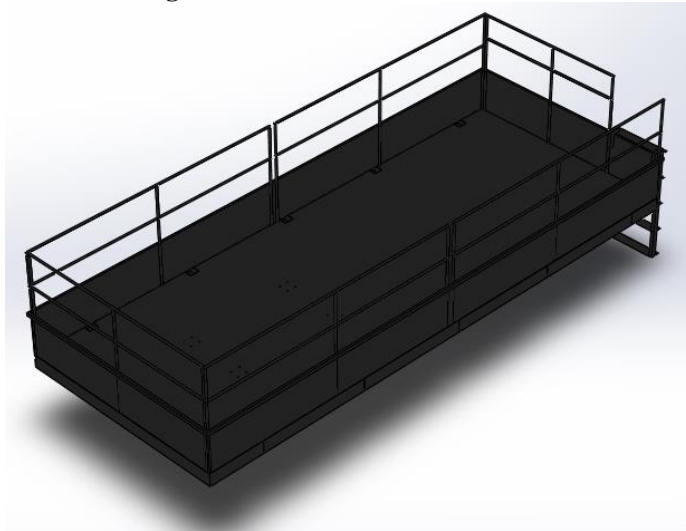
Fonte: Autoria própria.

3.3.1.7 Carroceria

Assim como os demais componentes, não menos importante, todos os detalhes da carroceria, barrotes e longarinas também foram levados em consideração para a fixação destes ao caminhão. Portanto, a precisão quanto as dimensões destes componentes foram

indispensáveis, na Figura 32 é exposto o modelo 3D da carroceria utilizada pela empresa e na Figura 33 são expostas as longarinas e barrotes que a sustentam no caminhão.

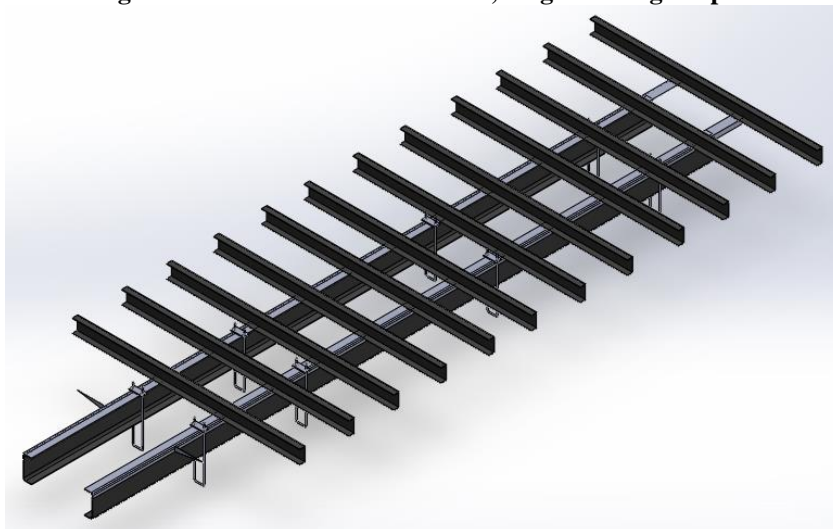
Figura 32. Modelo 3D da carroceria.



Fonte: Autoria própria.

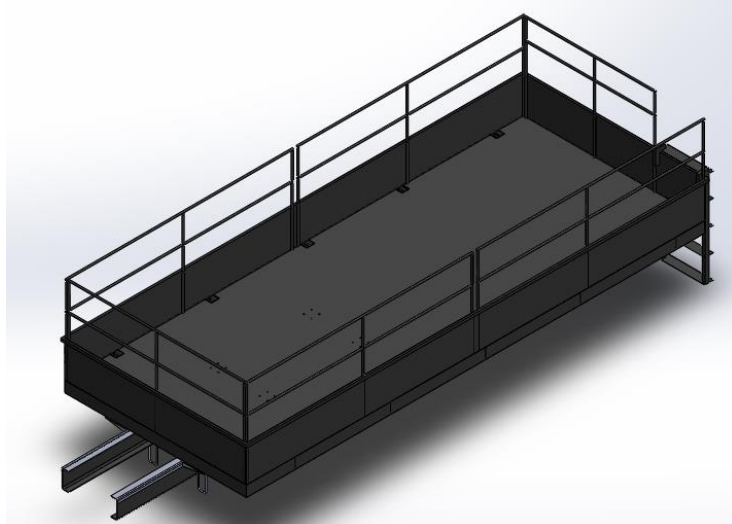
Um detalhe importante, na Figura 34 são mostrados os 8 grampos de fixação utilizados para firmar a carroceria no chassi que foram posicionados no local exato dos grampos do modelo real, isto porque a posição e a distância entre eles têm papel importante para o sistema para não haver um conflito com os grampos que serão utilizados para prender a base ao chassi.

Figura 33. Modelo 3D dos barrotes, longarinas e grampos.



Fonte: Autoria própria.

Figura 34. Montagem 3D da carroceria e os elementos de ligação e suporte.

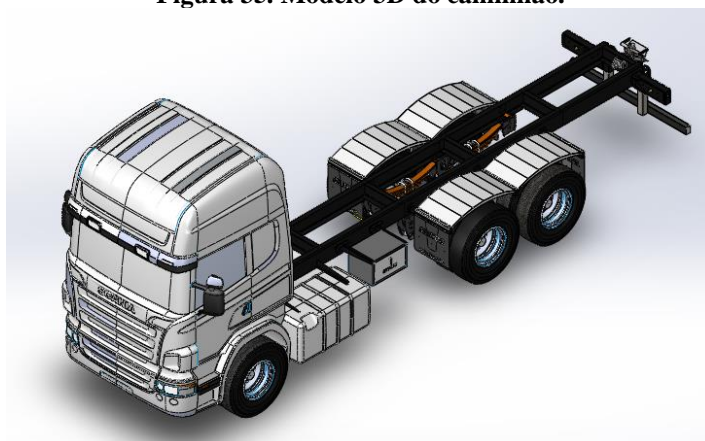


Fonte: Autoria própria.

3.3.1.8 Caminhão

Fez-se necessário modelar também um caminhão com chassi que se aproximasse do real utilizado pelo setor de hidrogeologia da mineradora, da marca Scania e modelo G450 XT, mostrado na Figura 18. A empresa Manos Implementos forneceu um modelo 3D do caminhão Scania ilustrado na Figura 35.

Figura 35. Modelo 3D do caminhão.



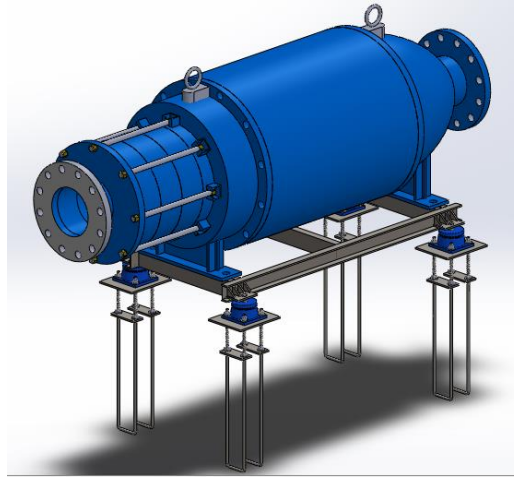
Fonte: Cortesia da Empresa Manos Implementos (2021).

A finalidade é não apenas criar um sistema que reduza a vibração da bomba no transporte, mas sim que este também seja de fácil manuseio facilitando o traslado até os *sumps*, não prejudicando o andamento do trabalho e estando totalmente de acordo com as medidas de segurança para quem operá-lo.

3.3.2 Posicionamento e Fixação dos Componentes na Carroceria e no Chassi

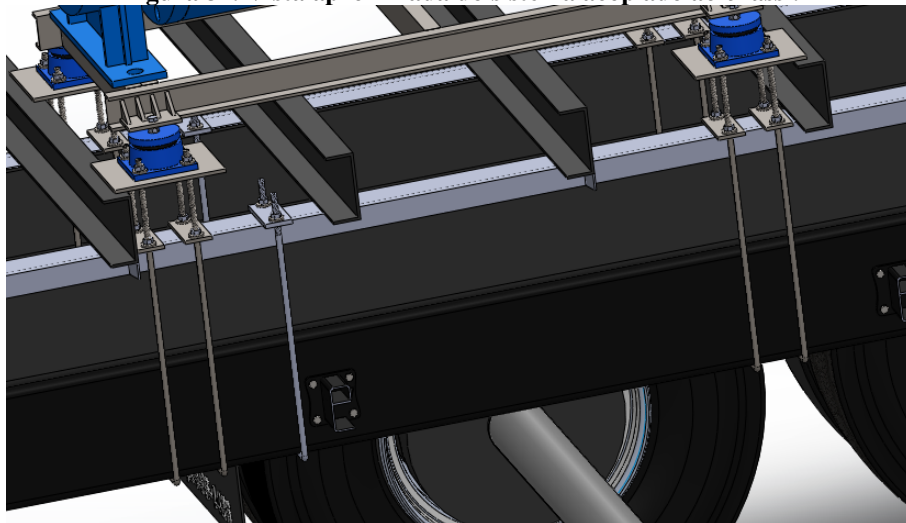
Tendo em vista que apenas a carroceria não possui estrutura o suficiente para garantir total estabilidade do sistema, prendê-lo ao chassi torna-se a melhor opção e isto é possível utilizando grampos de fixação e uma chapa (chapa de referência) abaixo do amortecedor para dar um suporte à estrutura da carroceira, fixando o sistema com mais firmeza e segurança. Na Figura 36 é mostrado o sistema projetado completo com a bomba em cima. O Apêndice E mostra os componentes na estrutura. Na Figura 37 é mostrado o sistema já em contato com o chassi do caminhão e as longarinas.

Figura 36. Modelo 3D da bomba acoplada ao sistema projetado.



Fonte: Autoria própria.

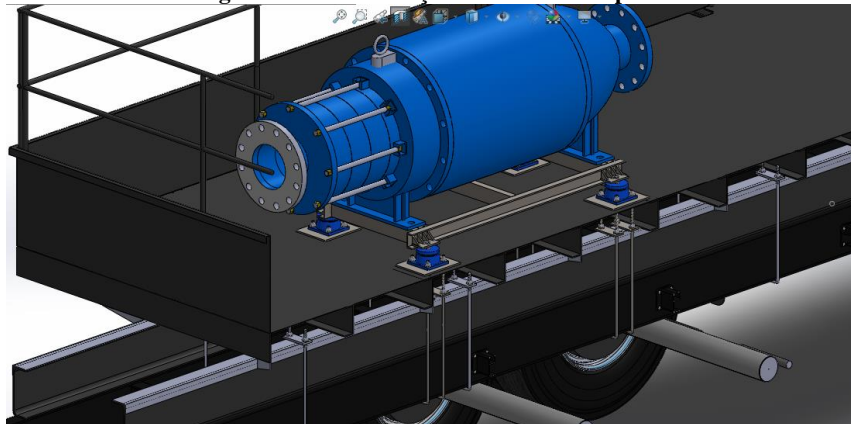
Figura 37. Vista aproximada do sistema acoplado ao chassi.



Fonte: Autoria própria.

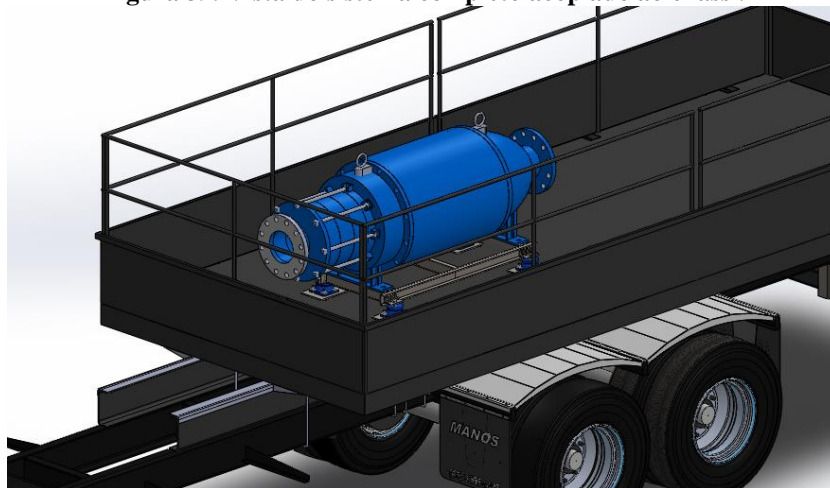
Nas Figuras 38 e 39 são mostradas uma vista de seção do sistema já com todas os componentes importantes para o projeto e uma vista sem corte, respectivamente, agora incluindo a carroceria.

Figura 38. Vista de seção do sistema completo.



Fonte: Autoria própria.

Figura 39. Vista do sistema completo acoplado ao chassi.



Fonte: Autoria própria.

A posição da bomba na carroceria foi pensada com a finalidade de preservar o centro de gravidade do sistema mais próximo da cabine, o que reduz as possíveis instabilidades durante o percurso. Outro ponto importante para o posicionamento do sistema são os furos na carroceria, eles foram projetados de acordo com as dimensões do próprio amortecedor e pelo posicionamento das longarinas e barrotes, conforme mostrado na Figura 37, visto que isto influenciaria nos grampos que serão utilizados para fixar o amortecedor e a base ao chassi do caminhão.

3.4 DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

3.4.1 Ensaio de Compressão sobre o Conjunto do Amortecedor

Para obtenção do módulo de elasticidade equivalente do amortecedor, foram realizados testes em laboratório na amostra do coxim cedida pela fabricante e utilizando a máquina universal de testes modelo WDW-100. A configuração de testes para encontrar as propriedades

mecânicas reais da peça é exposta na Figura 40. O carregamento foi aplicado até o limite de 10 kN, que é estabelecido pelo fabricante, aplicando-se um deslocamento vertical de 0,5 mm/min.

Figura 40. Disposição do amortecedor para o teste de compressão.

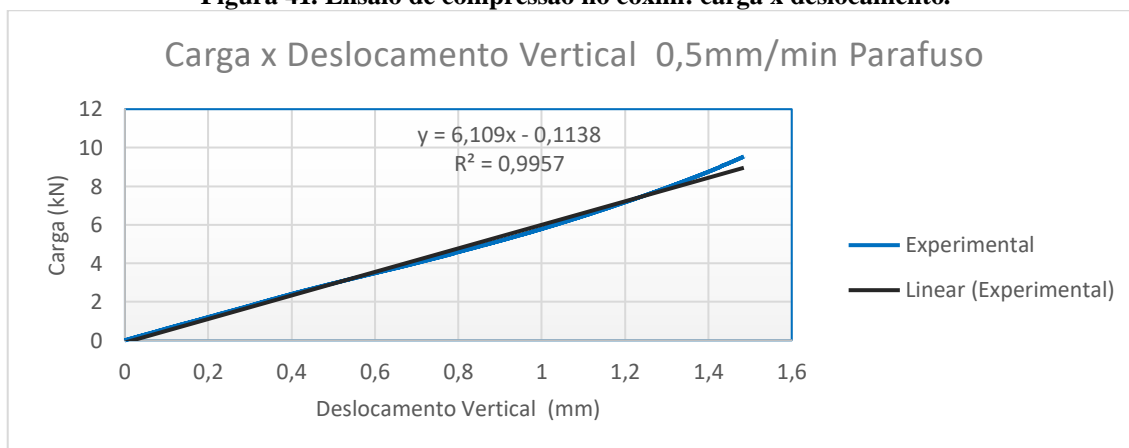


Fonte: Autoria própria.

No gráfico da Figura 41 são expostos os resultados obtidos no ensaio, a linha azul mostra os resultados reais do comportamento do coxim sob uma determinada carga em kN. É possível observar a linearidade no comportamento do coxim.

Considerando um ajuste linear, obtém-se a linha de tendência mostrada a seguir (em preto) e o coeficiente de determinação (R^2) estando próximo de 1 confirma que o comportamento linear do coxim amortecedor até a carga submetida.

Figura 41. Ensaio de compressão no coxim: carga x deslocamento.



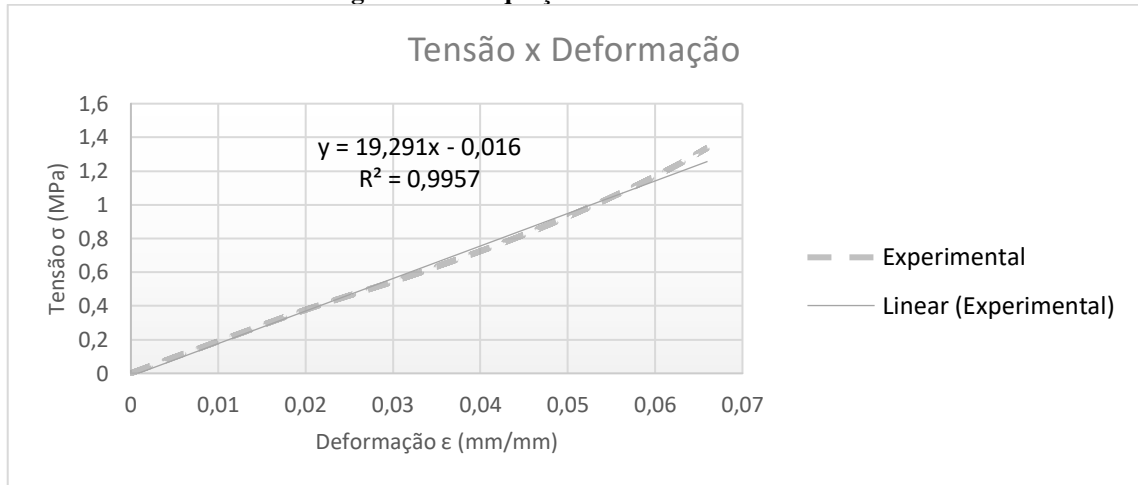
Fonte: Autoria própria.

3.4.2 Determinação do Módulo de Elasticidade para Modelo Numérico do Coxim

Para realizar as análises por método dos elementos finitos, é importante conhecer e adequar ao modelo numérico o módulo de elasticidade do coxim e para trazer clareza na

informação, no gráfico da Figura 42 são apresentados os resultados em termos de tensão x deformação. Seguindo o mesmo raciocínio do gráfico anterior, a linha pontilhada representa os resultados do teste de compressão e a linha contínua representa o ajuste de curva.

Figura 42. Adequação do modelo numérico.



Fonte: Autoria própria.

Tomando como exemplo a deformação (ϵ) 0,06 mm/mm da linha de ajuste, a tensão (σ) que corresponde é 1,14146 MPa. Encontra-se então o módulo de elasticidade (E) do coxim:

$$E = \sigma / \epsilon \quad (72)$$

$$E = \frac{1,14146}{0,06}$$

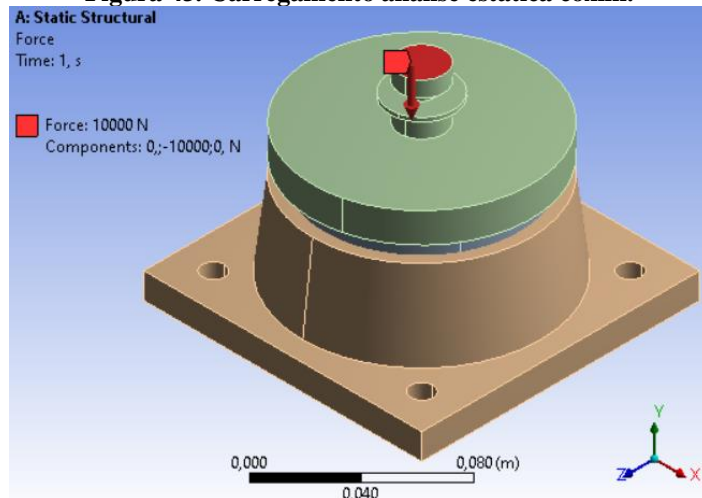
$$E = 19,0243 \text{ Mpa}$$

Para fins de validação de dados e ajuste do modelo, foi realizada, em *software* de elementos finitos, uma análise estática para verificar o comportamento do modelo numérico utilizando o módulo de elasticidade do coxim encontrado acima. Isto é fundamental em projetos que envolvem modelagem 3D devido à dificuldade em replicar com precisão o comportamento da peça real no modelo numérico. Isso não se deve apenas à complexidade de reproduzir exatamente as dimensões, mas também às condições externas, como temperatura e umidade, que influenciam diretamente o desempenho dos componentes estudados, especialmente no caso da borracha.

Aplicando carga de até 10 kN e quando a carga alcança 8,4388 kN no modelo numérico, o deslocamento vertical obtido foi de 1,09 mm, sendo que conforme o modelo real deveria fornecer o deslocamento de 1,4 mm. Isso significa que o valor de módulo de elasticidade e a geometria do modelo não possuem equivalência com o modelo real do amortecedor. Portanto,

buscando o ajuste do módulo de rigidez linear do coxim ($E \cdot A$), procurou-se determinar um módulo de elasticidade equivalente que represente o comportamento elástico real. Na Figura 43 é ilustrado o ponto de aplicação segue a aplicação no ensaio do modelo real.

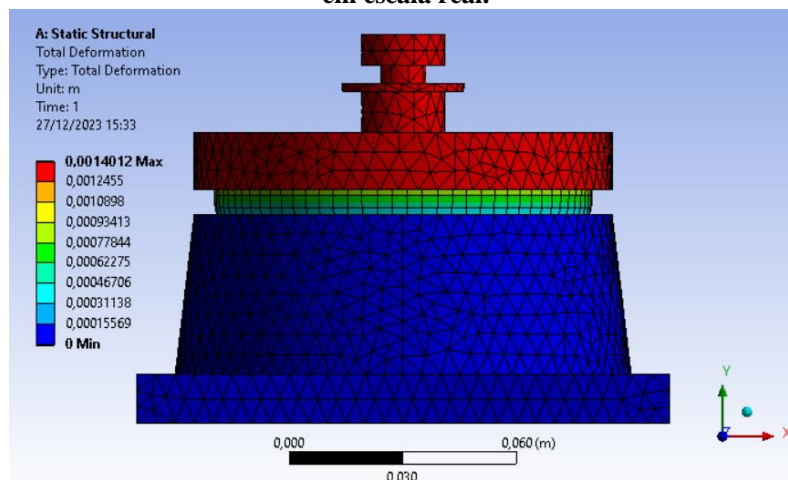
Figura 43. Carregamento análise estática coxim.



Fonte: Autoria própria.

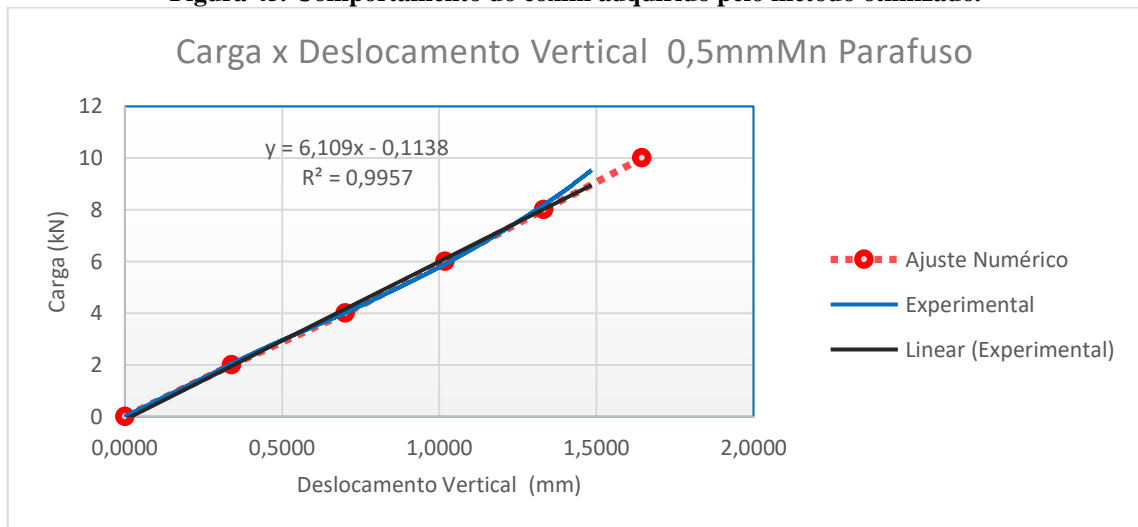
Utilizando um método de otimização para descobrir o valor do módulo de elasticidade que corresponderia ao comportamento do coxim real, valores entre 10 MPa e 20 MPa foram testados, obtendo-se o valor de 14,487 MPa. Para confirmar o módulo de elasticidade equivalente encontrado, outra análise estática foi realizada aplicando a carga de 8,4388 kN e, como esperado, foi obtido o valor próximo de 1,4 mm, conforme Figura 44. Na Figura 45 é ilustrado o gráfico em que são apresentados os dados obtidos no modelo numérico ajustado que serão utilizados nas simulações no *software* de método dos elementos finitos, dado pela linha tracejada em vermelho.

Figura 44. Resultado do comportamento do coxim com módulo de elasticidade ajustado sob carga estática em escala real.



Fonte: Autoria própria.

Figura 45. Comportamento do coxim adquirido pelo método otimizado.



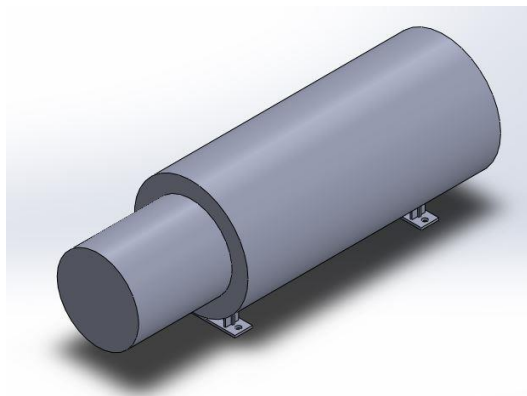
Fonte: Autoria própria.

A linha vermelha mostra que o comportamento do coxim, em termos de carga x deslocamento, do modelo real e do modelo numérico são equivalentes e isto prova estar de acordo e dentro do aceitável para realização das análises no modelo numérico do coxim.

3.5 MODELO SIMPLIFICADO DA BOMBA

Na Figura 31 é mostrado o modelo 3D que segue todas as dimensões reais da bomba, entretanto com a finalidade de realizar análise por método dos elementos finitos é necessário adequar o modelo para facilitar os testes e análises reduzindo a quantidade de nós no mesmo, assim exigindo e necessitando menos dos recursos computacionais. Ilustrado na Figura 46, um modelo ajustado da bomba foi desenhado respeitando características importantes como dimensões essenciais (distâncias entre apoios e furos), massa e centro de gravidade ajustados manualmente no desenho.

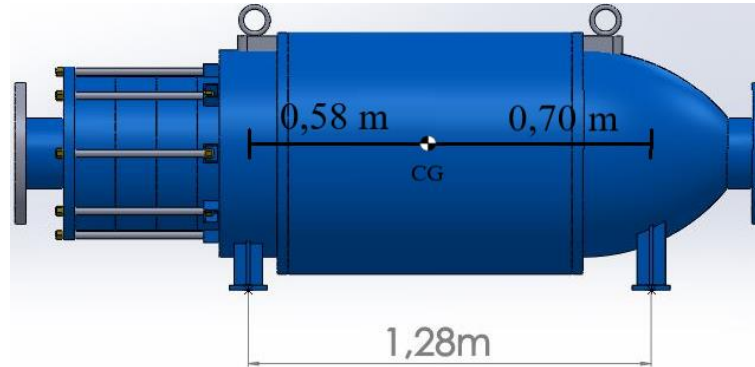
Figura 46. Modelo simplificado da bomba R4-360/400B.



Fonte: Autoria própria.

O centro de gravidade da bomba real foi obtido tomando como base os pontos de sustentação da bomba (olhais) que são utilizados no momento de içamento da bomba pré e pós transporte. No sentido transversal a partir da distância média entre os pontos de sustentação e, no sentido longitudinal, mantendo no mesmo plano de direção dos olhais, como demonstrado na Figura 47.

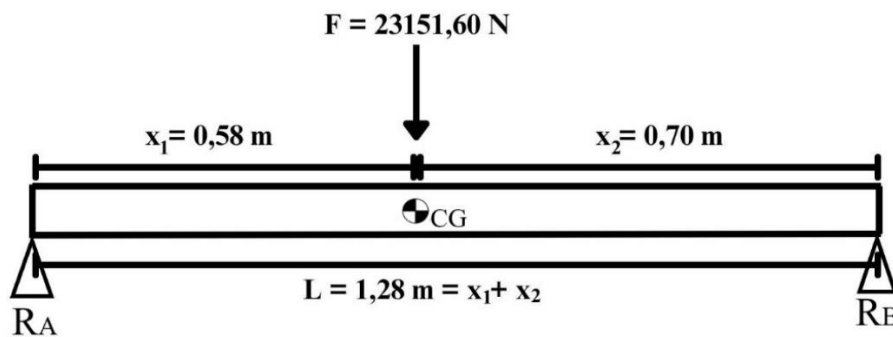
Figura 47. Pontos de apoio da bomba.



Fonte: Autoria própria.

A partir das configurações descritas acima foi possível calcular as reações de apoio que são descritas nas equações abaixo. Em que, R_A , R_B , ΣM_A , F , L , X_1 , X_2 e ΣF_y representam, respectivamente, as reações de apoio (N) no lado A, as reações de apoio (N) no lado B, o somatório de momentos em torno de A, a força (N) aplicada sobre o sistema, o comprimento total (m) entre os pontos de apoio da bomba, a distância (m) entre o centro de gravidade da bomba e o lado A, a distância (m) entre o centro de gravidade da bomba e o lado B e o somatório de forças na direção y.

Figura 48. Centro de gravidade da bomba da bomba R4-360/400B.



Fonte: Autoria própria.

(Sentido horário)

$$\Sigma M_A = 0$$

$$- F \cdot X_1 + R_B \cdot L = 0$$

$$- 23151,60 \text{ N} \cdot 0,58 \text{ m} + R_B \cdot 1,28 \text{ m} = 0$$

$$R_B = 10490,57 \text{ N}$$

(Sentido de baixo para cima)

$$\Sigma F_y = 0$$

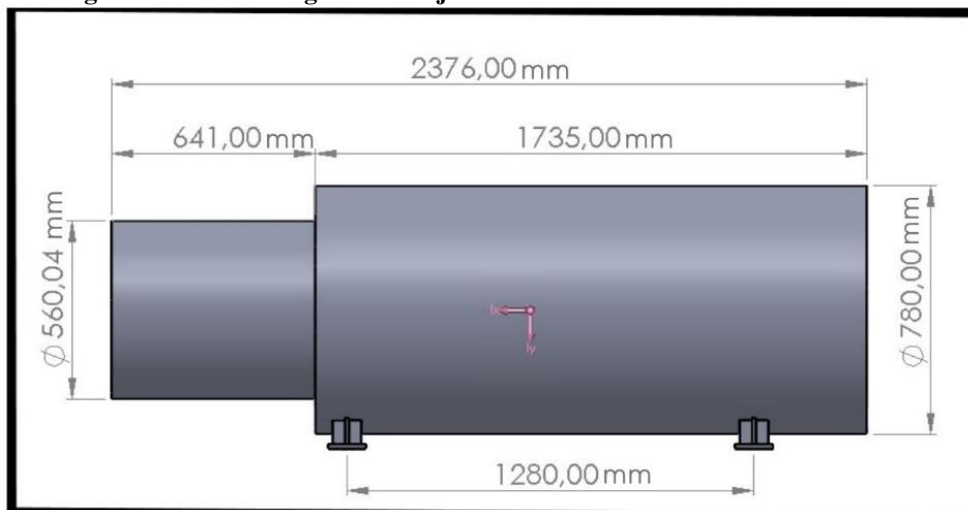
$$R_A + R_B - F = 0$$

$$R_A + 10490,57 \text{ N} - 23151,60 \text{ N} = 0$$

$$R_A = 12661,03 \text{ N}$$

As dimensões deste modelo ajustado foram determinadas de maneira a posicionar o centro de gravidade, conforme demonstrado na Figura 48. Após isto, demonstram-se o valor da massa específica da bomba sendo $2385,1 \text{ kg/m}^3$ para fazer com que o modelo ajustado represente o modelo real respeitando a necessidade de conservar as propriedades dinâmicas, como massa e centro de massa, ilustrado na Figura 49.

Figura 49. Centro de gravidade ajustado ao modelo da bomba R4-360/400B.



Fonte: Autoria própria.

A critério de conhecimento, os valores das propriedades dos materiais utilizados no modelo numérico são descritos na tabela a seguir. Vale ressaltar que as propriedades da Borracha Natural Shore A60 e o Material da Bomba são valores ajustados para condizer com a realidade dentro das simulações computacionais.

Tabela 1. Propriedades ajustadas dos materiais utilizados nas análises.

	Aço 1020	Borracha Natural Shore A60	Material Bomba
Densidade (kg/m ³)	7870	1060	2385,1
Coefficiente Poisson	0,3	0,3	0,3
Módulo de Elasticidade (Pa)	2,05E+11	1,4487E+7	2,05E+11

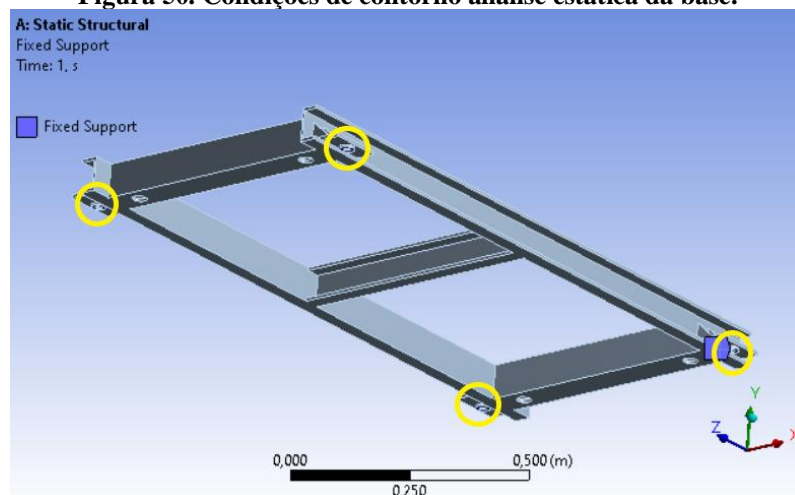
Fonte: Autoria própria.

3.6 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO POR ELEMENTOS FINITOS

3.6.1 Condições da Base sob Carga Estática

Para validar a resistência da base em condições de carregamento estático, uma análise estática foi realizada no *software* de elementos finitos. Para as condições de contorno foram estabelecidas como fixas as faces inferiores das arruelas de conexão entre base e coxim, demonstradas na Figura 50.

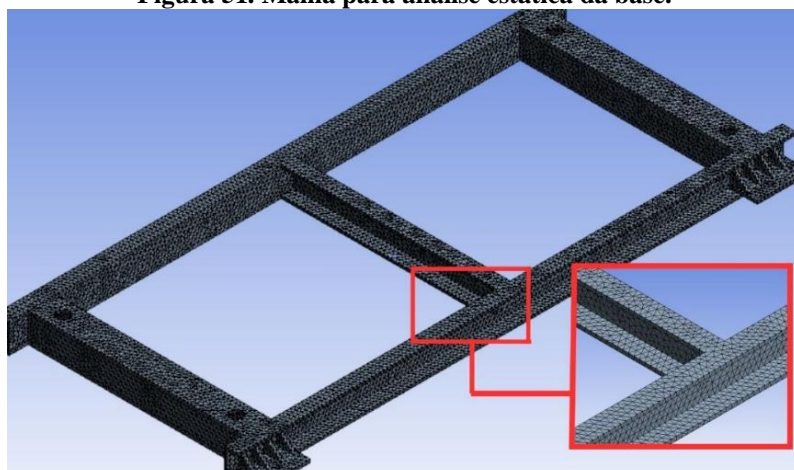
Figura 50. Condições de contorno análise estática da base.



Fonte: Autoria própria.

A malha dos sistemas nos ensaios foi ajustada até que fosse possível concluir qual corresponderia de maneira adequada o que lhe foi requisitado. Na análise estática da base foi utilizada a malha com elementos triangulares e tamanho de 10 mm cada. Ao todo para esta foi utilizado um total de 110686 nós e 55410 elementos, conforme ilustrado na Figura 51.

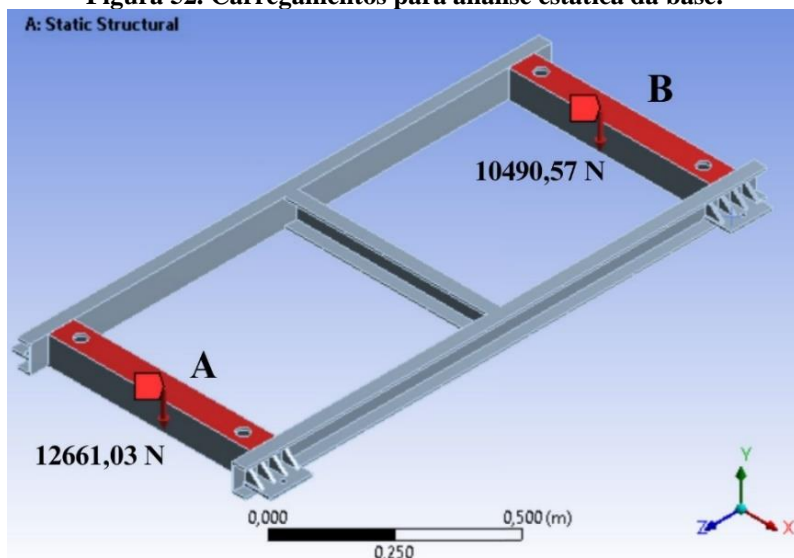
Figura 51. Malha para análise estática da base.



Fonte: Autoria própria.

A aplicação dos carregamentos em cada tipo de análise foi determinada de acordo com a massa nos pontos de apoio da bomba sobre a base. Como já exposto, o centro de massa (CG) da bomba não é centralizado entre os pontos de apoio, logo a distribuição da carga foi disposta seguindo os dados e cálculos de reações de apoio demonstrados no item 3.5 deste trabalho, na face A foi aplicada uma força de 12661,03 N e na face B uma força de 10490,57 N aplicada, ilustradas na Figura 52.

Figura 52. Carregamentos para análise estática da base.



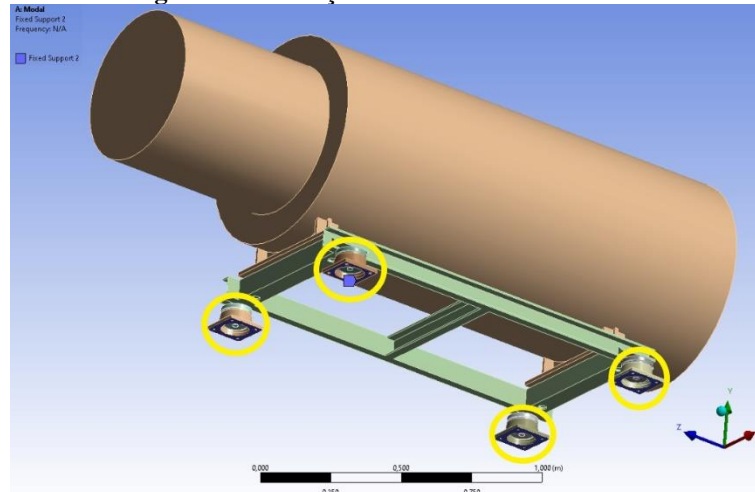
Fonte: Autoria própria.

3.6.2 Modos e Frequências Naturais de Vibração

Para determinar as frequências naturais do sistema, a análise modal no *software* de método dos elementos finitos foi realizada seguindo os parâmetros descritos a seguir. Para as condições de contorno do sistema desta análise, foram estabelecidas como fixas as faces

inferiores dos quatro coxins exatamente na face que mantém em contato com a Chapa de Referência, ilustradas na Figura 53.

Figura 53. Condições de contorno do sistema.

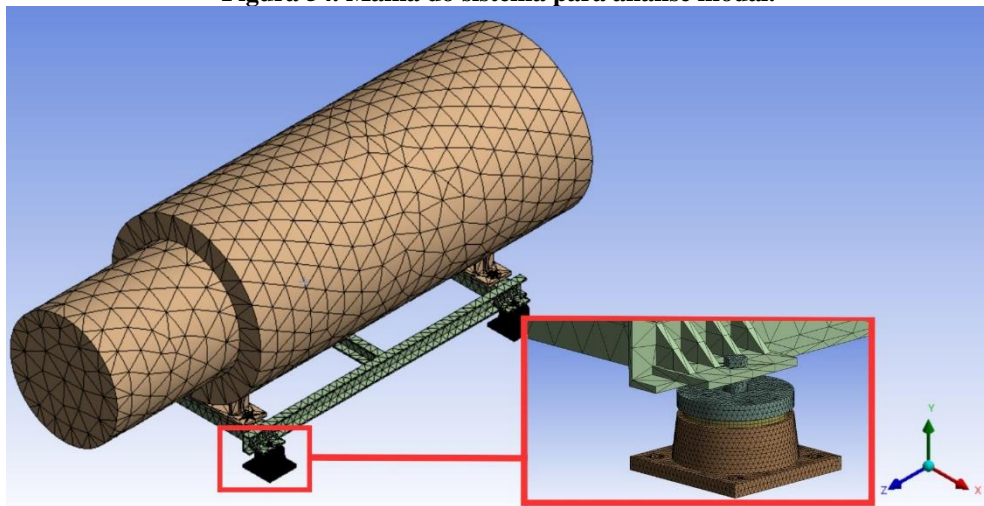


Fonte: Autoria própria.

Os contatos utilizados nos modelos para análise modal no *software* de elementos finitos foram para quaisquer contatos de faces com as borrachas estabeleceu-se um atrito áspero e sem deslizamento fácil, já para os demais contatos estabeleceu-se faces sem deslizamento ou separação, dita como coladas.

Uma malha foi determinada em cada tipo de item do sistema, bomba, base, borrachas do coxim e partes metálicas dos coxins, os elementos tiveram formas triangulares (ou quadráticas, apenas nas borrachas do coxim) com tamanhos na bomba de 100 mm, na base 10 mm, nas borrachas do coxim de 4 mm e na parte metálica do coxim de 5 mm. Ao todo, nesta análise foram 520305 nós e 245541 elementos.

Figura 54. Malha do sistema para análise modal.



Fonte: Autoria própria.

Para alcançar referências e resultados satisfatórios, foi determinado que o *software* obtivesse as frequências naturais de 10 modos de vibração.

3.6.3 Resposta Dinâmica à Excitação Harmônica

A análise harmônica é uma metodologia empregada na determinação da resposta dinâmica de estruturas sujeitas a carregamentos harmônicos. No contexto do sistema investigado neste estudo, tal como nas simulações anteriores, foi imprescindível a definição de diversos parâmetros para conduzir essa análise.

Nesta análise harmônica, as condições de contorno foram estabelecidas de modo a realizar a definição de deslocamentos nas direções X, Y e/ou Z do sistema de coordenadas com aplicação nas faces estabelecidas como fixas na análise modal, ilustrado na Figura 53.

Para a análise harmônica, a malha também foi dividida entre os itens do sistema (bomba, base, borrachas do coxim e partes metálicas dos coxins), todos os elementos são triangulares (ou quadráticas, nas borrachas do coxim) com tamanhos na bomba de 100 mm, na base 38,87 mm, nas borrachas do coxim de 4 mm e na parte metálica do coxim de 5 mm. Ao todo, nesta análise foram 436530 nós e 204499 elementos.

Para a realização desta análise, foi estabelecida uma vibração de 10 m/s² na base do sistema para analisar o comportamento do sistema de 1 a 50 Hz, com intervalo de frequência de 1 Hz. O ponto de análise escolhido foi localizado sobre a bomba na direção do centro de gravidade dela. Aplicando a Equação 73, foram determinados os deslocamentos verticais na faixa de frequência mencionada e os valores encontrados são mostrados na Tabela 2. Segundo Harris e Crede (1976) apud Barbetti (2005), o fator de amortecimento das borrachas naturais varia entre 0,01 e 0,08. Para os cálculos destas análises, foi utilizado o valor de 0,01 no fator de amortecimento da borracha na intenção de simular a exposição do projeto do sistema em situações mais críticas.

$$x = \frac{\ddot{x}}{\omega^2} \rightarrow \frac{\ddot{x}}{(2.\pi.f)^2} \quad (73)$$

Em que, x , \ddot{x} e f representam deslocamento (m), aceleração (m/s²) e frequência (Hz), respectivamente.

Tabela 2. Deslocamentos da base estabelecidos para direção Y.

Frequência (Hz)	Aceleração (m/s ²)	Deslocamento em Y (m)
1	10	0,253302959
2	10	0,06332574
3	10	0,028144773
4	10	0,015831435
5	10	0,010132118
...
10	10	0,00253303
...
20	10	0,000633257
...
30	10	0,000281448
...
40	10	0,000158314
...
50	10	0,000101321

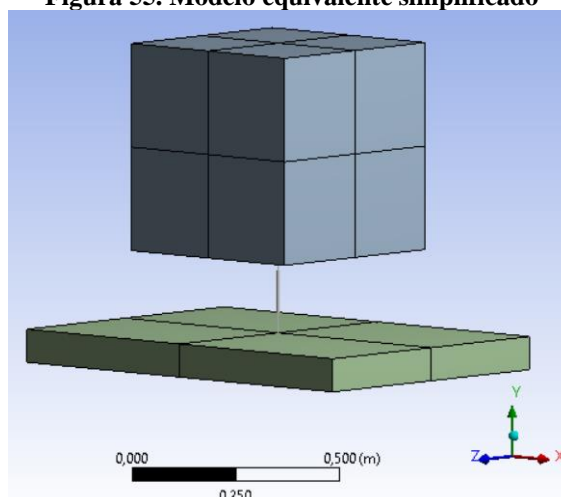
Fonte: Autoria Própria.

3.6.4 Resposta ao Impulso

A análise transiente é um método de avaliação do comportamento dinâmico de um sistema respondendo a um impulso ao longo do tempo, fornecendo informações sobre as características dinâmicas e de estabilidade do sistema em eventos transitórios.

Propondo reduzir as exigências computacionais requeridas pela análise transiente, foi criado um modelo simplificado de parâmetros concentrados de um sistema massa-mola com um grau de liberdade, mostrado na Figura 55, onde o bloco representa a massa, a mola representa o componente de rigidez de amortecimento e a base que receberá a excitação.

Figura 55. Modelo equivalente simplificado



Fonte: Autoria Própria.

A fim de alinhar o modelo equivalente com o modelo numérico previamente empregado, foi imprescindível realizar os cálculos para manter as propriedades inerciais, de amortecimento e rigidez.

O bloco deste sistema equivalente possui massa total m_t (massa da bomba + massa da base) de 2397,1 kg. Encontrou-se a rigidez k do coxim ajustado numericamente, especificado no item 3.4.2, sendo $k = 6027714,3 \text{ N/m}$. Como os 4 coxins do sistema atuando em paralelo, tem-se a rigidez equivalente $k_{eq} = 24110857,2 \text{ N/m}$.

Visto que no modelo simplificado é utilizada uma mola, o coeficiente de amortecimento foi encontrado, utilizando Equação 14 e o fator de amortecimento citado no item 3.6.3.

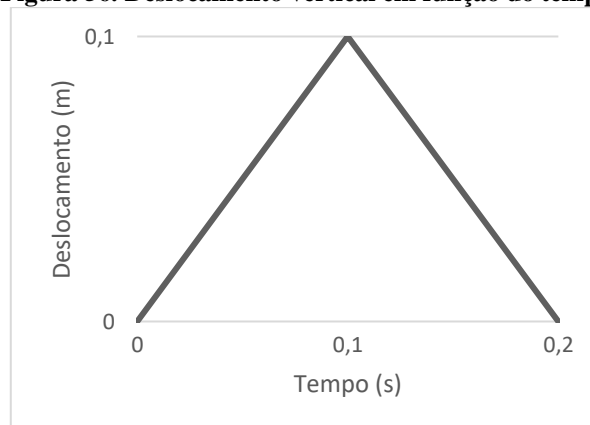
$$C_{eq} = \xi \cdot 2 \sqrt{k_{eq} \cdot m_t}$$

$$C_{eq} = 0,1 \cdot 2 \sqrt{24110857,2 \cdot 2397,1}$$

$$C_{eq} = 48081,65 \text{ Ns/m}$$

Encontrados os parâmetros acima, resta estabelecer as condições para simular um impacto que seria transmitido pela carroceria do caminhão. Para tal, no modelo simplificado foi gerado na base uma excitação na forma de deslocamento vertical de 0,1 m, num intervalo de 0,2 segundos, conforme mostrado no gráfico da Figura 56. Vale destacar que essa condição impulsiva é considerada exagerada e serve apenas para avaliar as condições de transferência de esforços da base para o sistema principal e, também, estimar a atenuação da amplitude de vibração no decorrer do tempo.

Figura 56. Deslocamento vertical em função do tempo



Fonte: Autoria Própria.

4 RESULTADOS

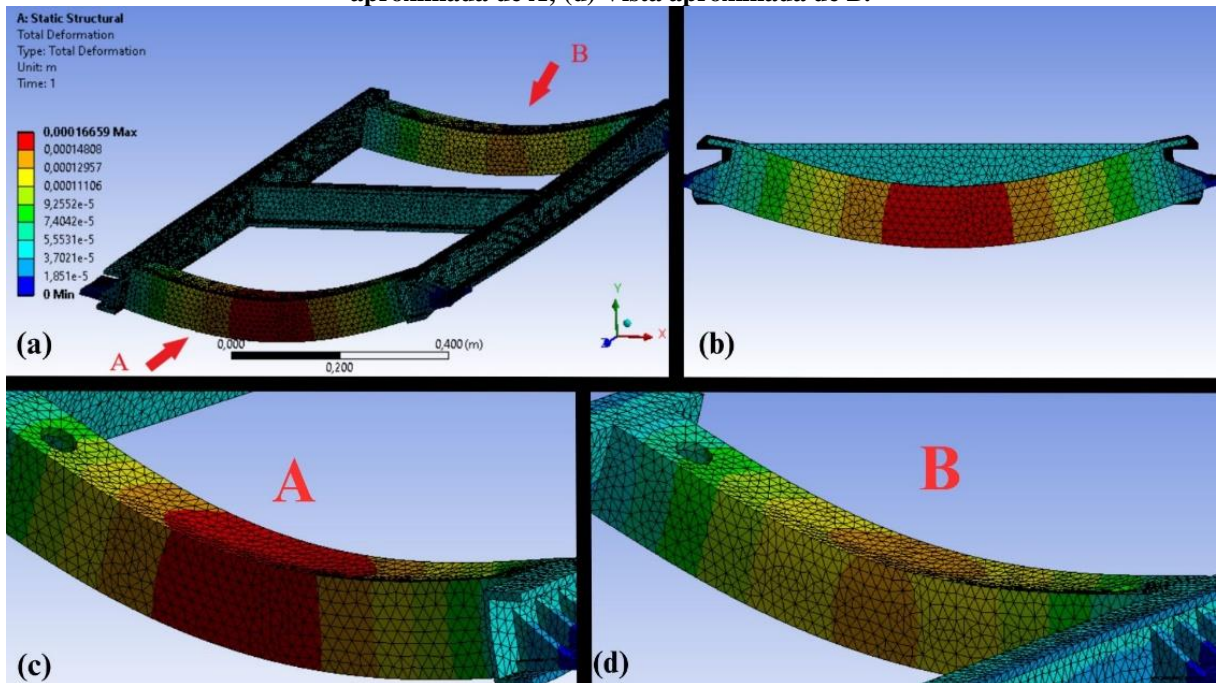
4.1 ANÁLISE ESTÁTICA

Nas figuras a seguir são ilustrados o comportamento da base sob carga estática e as informações de deslocamento, em metros.

Em todas as análises realizadas neste trabalho, foi realizada uma convergência de malha com o objetivo de reduzir as exigências computacionais nas análises sem retirar a precisão e confiança nos resultados obtidos.

Após as deformações simuladas, é demonstrado na Figura 57, em escala aumentada, o deslocamento total sofrido pela base após aplicação da carga estática em seu ponto máximo de deslocamento, que neste caso é 0,00016659 m ou 0,16659 mm.

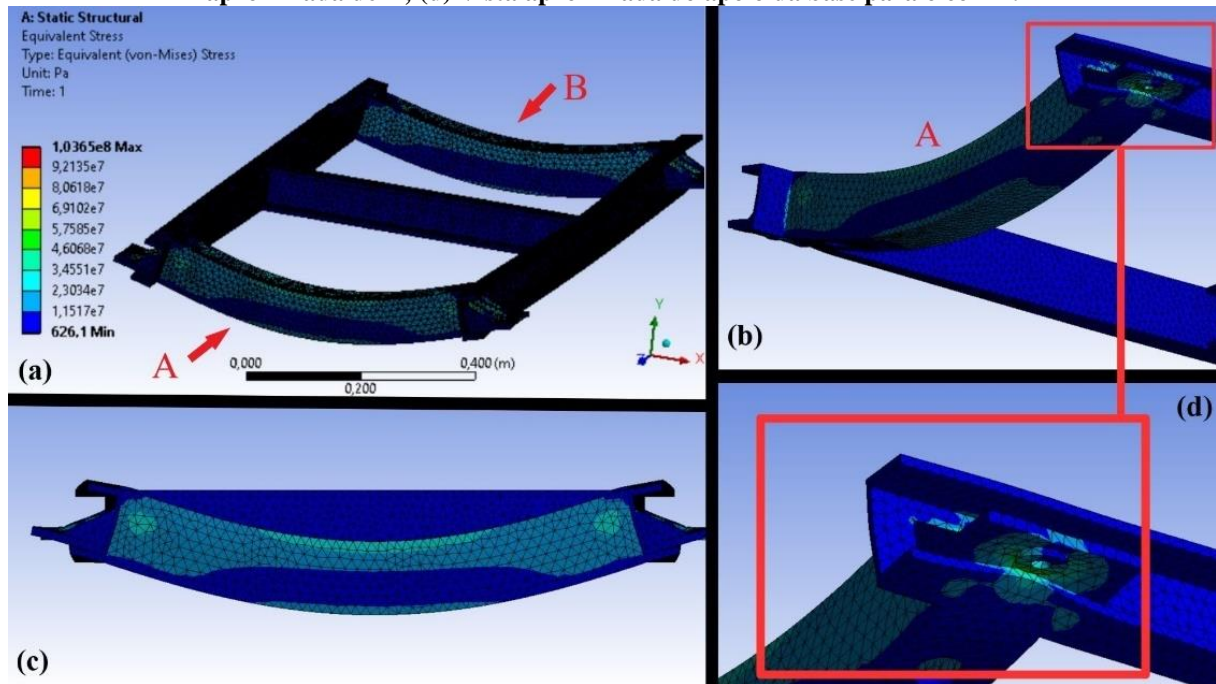
Figura 57. (a) Deformação da base após aplicação da carga; (b) Vista frontal aproximada de A; (c) Vista aproximada de A; (d) Vista aproximada de B.



Fonte: Autoria própria.

São expostas na Figura 58, também em escala aumentada, as tensões de von Mises (tensões equivalentes), em Pascal, distribuídas pela base geradas pelo carregamento estático. Em seu ponto mais crítico é indicada a tensão de $1,0365 \times 10^8$ Pa, ou 103,65 MPa, conforme escala de cores mostrada na Figura 58 (a).

Figura 58. (a) Tensões de von Mises após aplicação da carga; (b) Vista aproximada de A; (c) Vista frontal aproximada de A; (d) Vista aproximada do apoio da base para o coxim.

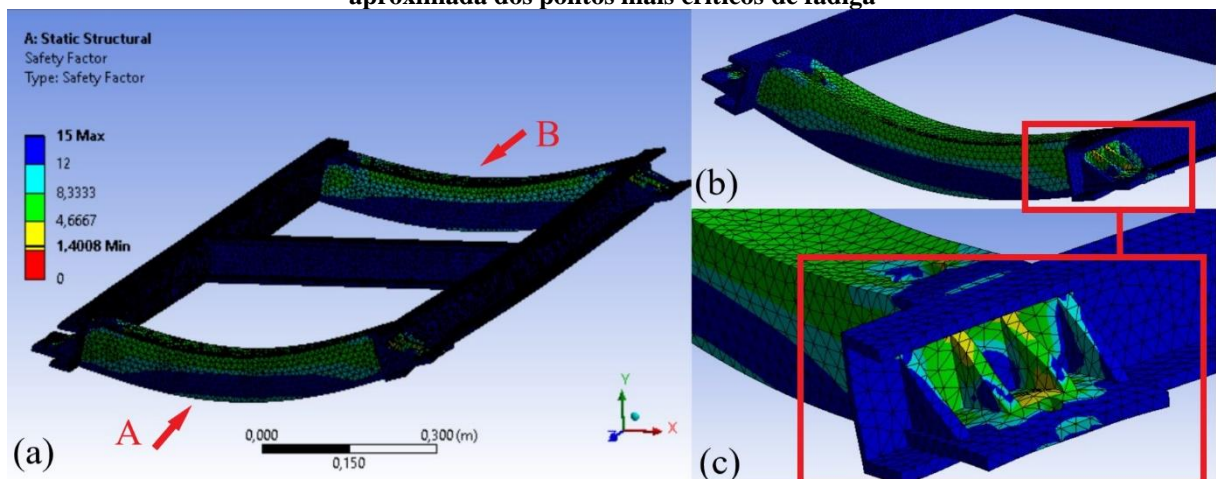


Fonte: Autoria própria.

No geral, os resultados apontam que a tensão sofrida pela base após a aplicação da carga gera deformações pequenas e as tensões de von Mises não ultrapassam o valor de 104 MPa. Este valor está muito abaixo da tensão de escoamento de um aço estrutural que, segundo Assis, Felício e Cintho (2017), é de 300 MPa.

A critério de conhecimento, é possível observar do ponto de vista de fadiga, o fator de segurança obtido através do critério de Goodman nos pontos mais críticos para base é de 1,4. Conforme apresentado na Figura 59.

Figura 59. (a) Ilustração dos fatores de segurança da base; (b) Vista aproximada de A; (c) vista aproximada dos pontos mais críticos de fadiga



Fonte: Autoria própria.

4.2 ANÁLISE MODAL

Diante das condições de contorno iniciais determinadas, a Tabela 3 apresenta os resultados encontrados a respeito dos modos de vibração e suas respectivas frequências naturais.

Tabela 3. Modos de vibração e frequências naturais do sistema.

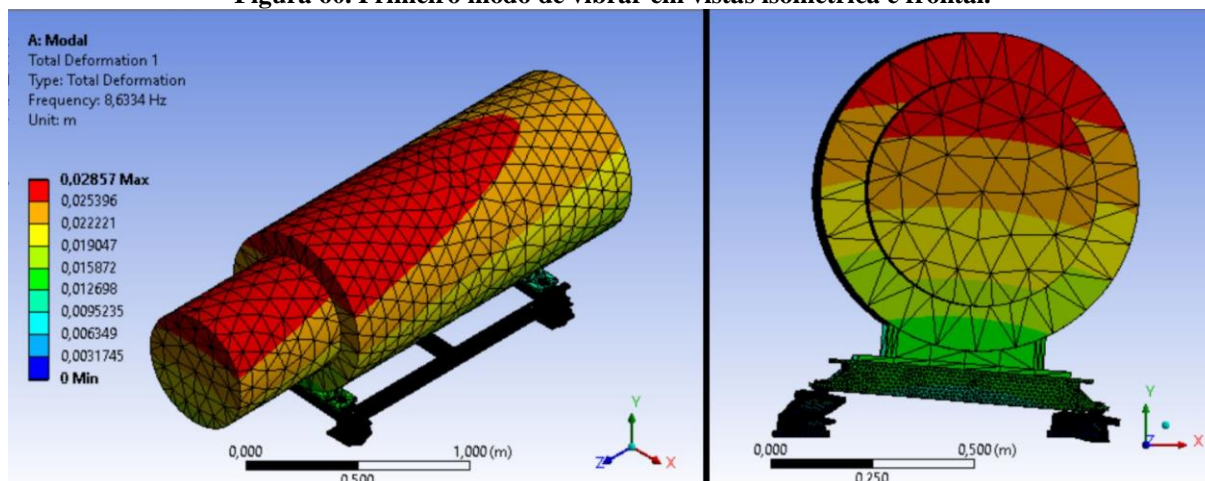
Modos de Vibração	Frequências Naturais (Hz)	Tipo	Direção
1	8,6334	Translação	X
2	10,085	Translação	Z
3	12,782	Rotação	Y
4	19,843	Translação	Y
5	22,635	Rotação	X
6	33,173	Rotação	Z

Fonte: Autoria Própria.

A critério de conhecimento, os seis primeiros modos de vibração, cujas frequências variam de 8,6334 a 33,173 Hz, são modos da base sobre os coxins. A partir do sétimo modo, cuja frequência natural é 103,84 Hz, em diante são encontrados modos estruturais da base, que são frequências muito altas e improváveis de gerar ressonância nas condições do ambiente no qual o projeto do sistema será exposto.

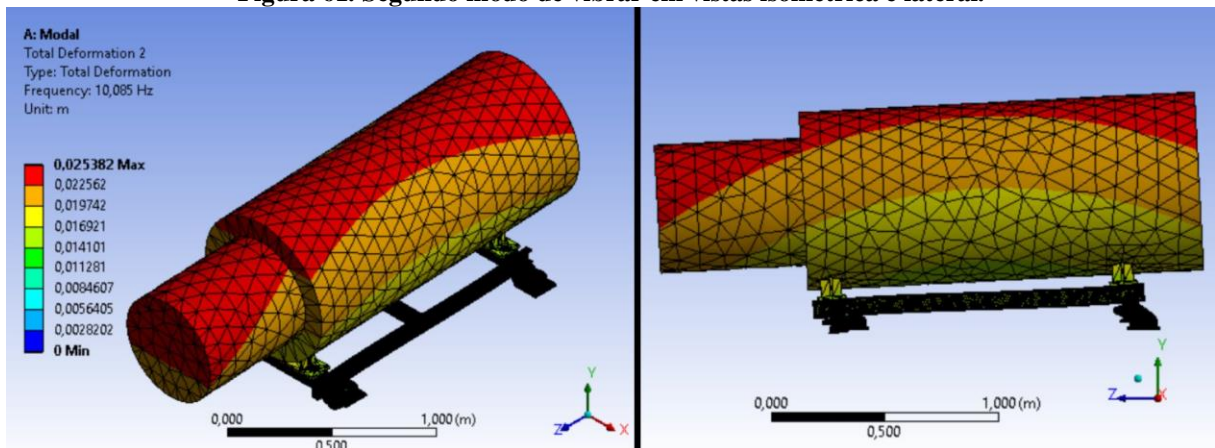
Nas figuras a seguir são ilustradas as formas modais da bomba, conforme suas respectivas frequências naturais, com escala de visualização aproximada do *software* de elementos finitos.

Figura 60. Primeiro modo de vibrar em vistas isométrica e frontal.



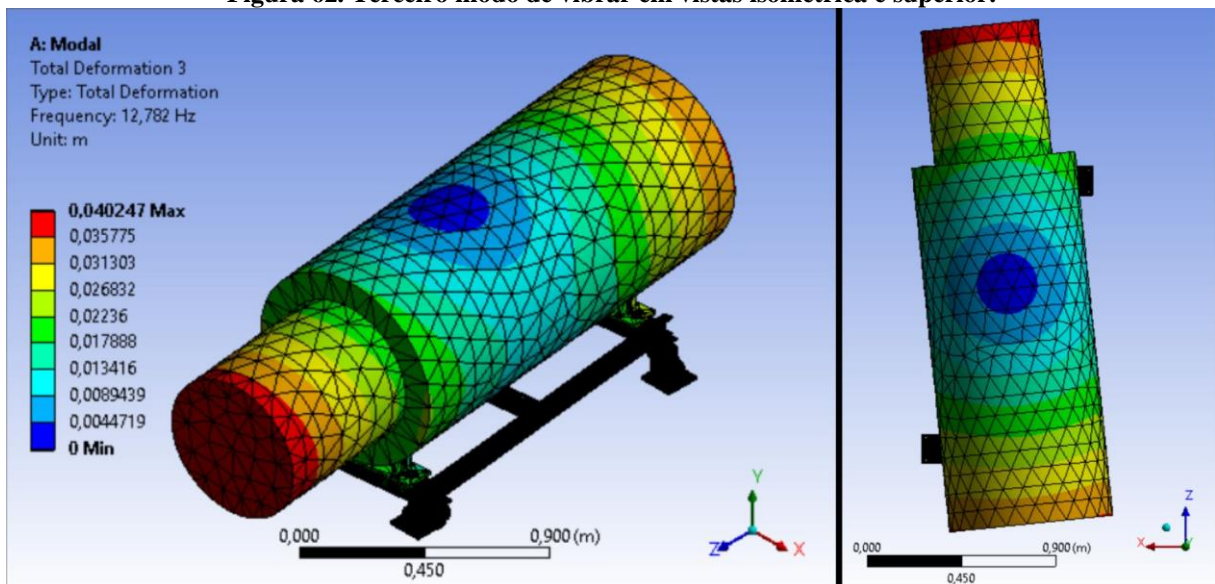
Fonte: Autoria própria.

Figura 61. Segundo modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.



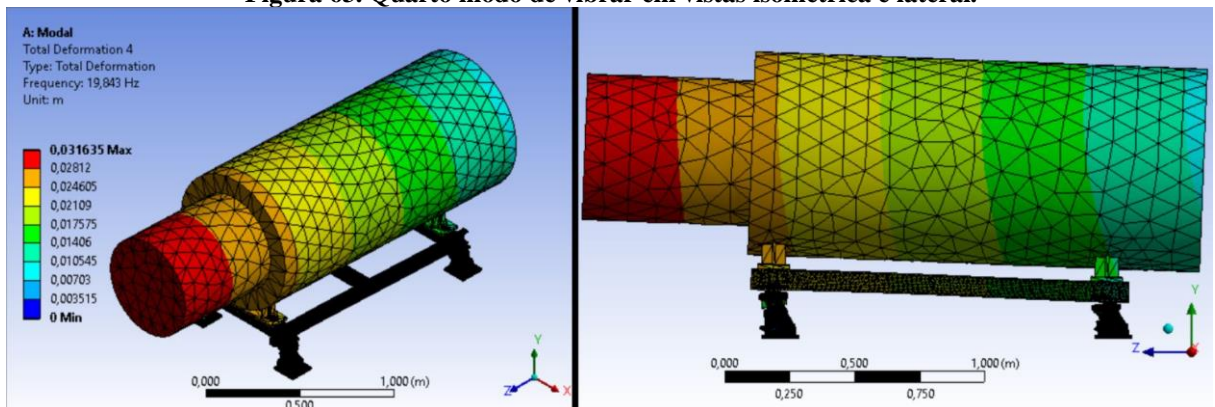
Fonte: Autoria própria.

Figura 62. Terceiro modo de vibrar em vistas isométrica e superior.



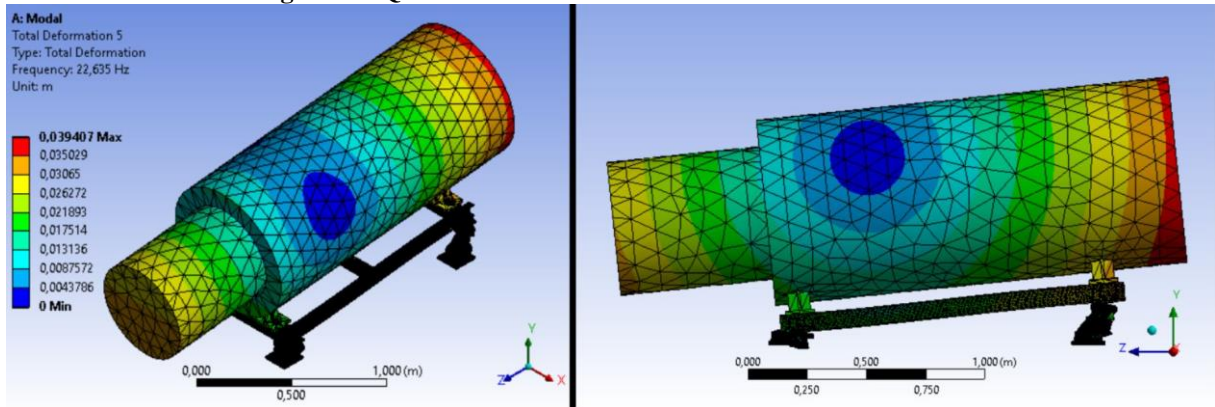
Fonte: Autoria Própria.

Figura 63. Quarto modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.



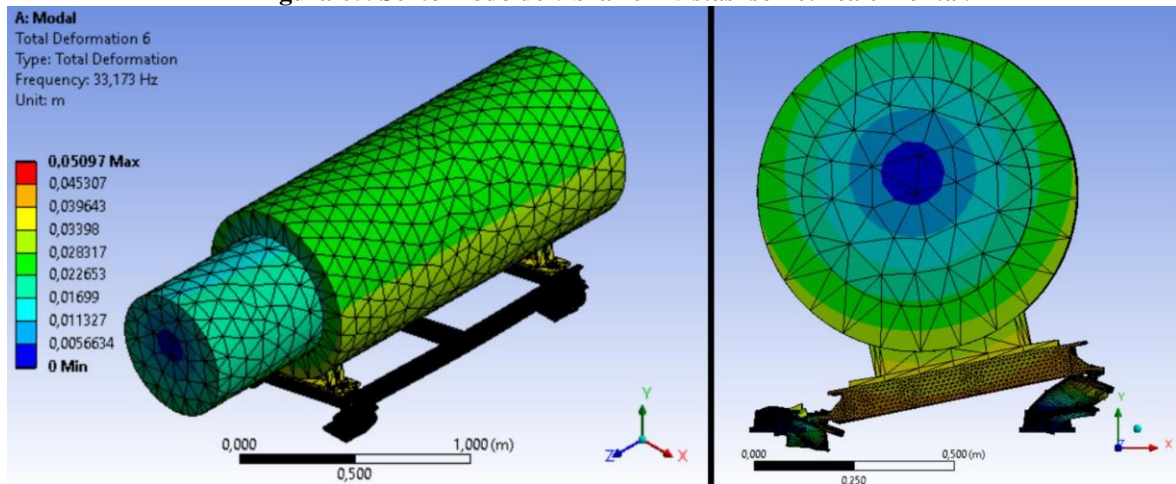
Fonte: Autoria Própria.

Figura 64. Quinto modo de vibrar em vistas isométrica e lateral.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 65. Sexto modo de vibrar em vistas isométrica e frontal.

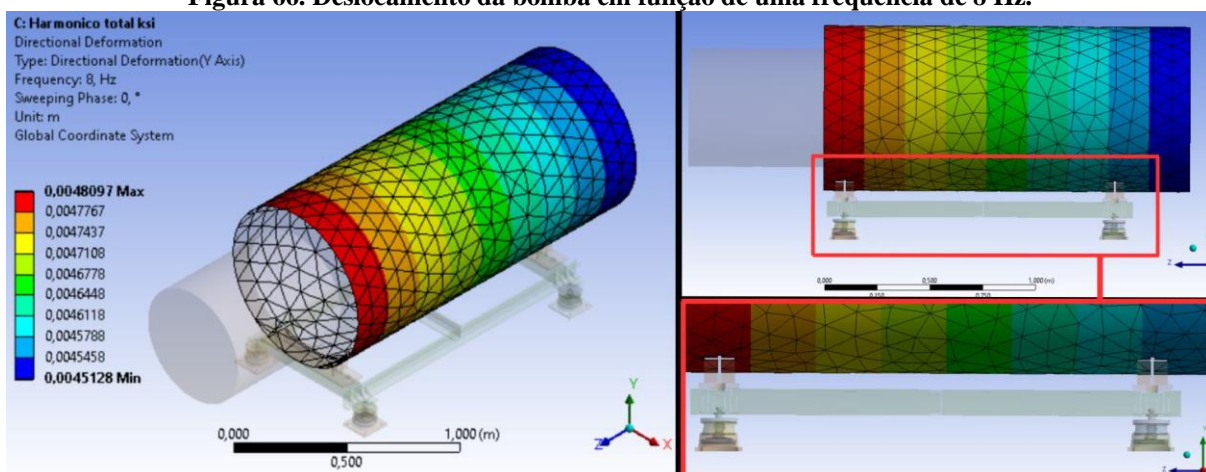


Fonte: Autoria Própria.

4.3 ANÁLISE HARMÔNICA

Diante das condições iniciais estabelecidas no item 3.6.3, com o intuito de demonstrar situações mais próximas da realidade do ambiente em que o sistema será submetido, na Figura 66 é demonstrada a resposta da bomba na frequência de 8 Hz, em metros. A saber, os resultados mostram que o maior deslocamento vertical foi de 4,8 mm. Vale lembrar que a ressonância ocorre quando a frequência da excitação externa se equipara com a frequência natural do sistema.

Figura 66. Deslocamento da bomba em função de uma frequência de 8 Hz.

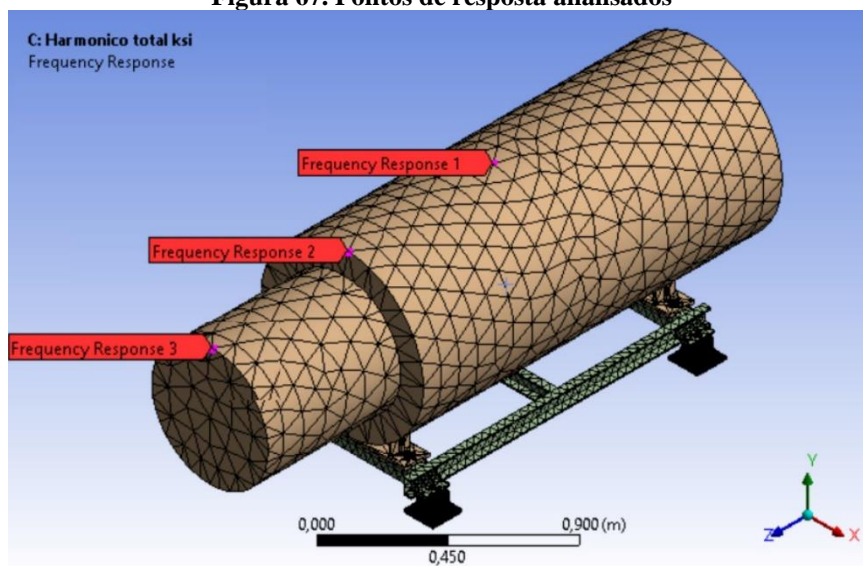


Fonte: Aatoria Própria.

Foram selecionados 3 nós em diferentes pontos da bomba para analisar a resposta em função das frequências determinadas, destacados na Figura 67. A critério de conhecimento, a resposta de frequência no ponto um foi estabelecida na mesma direção do centro de gravidade do sistema.

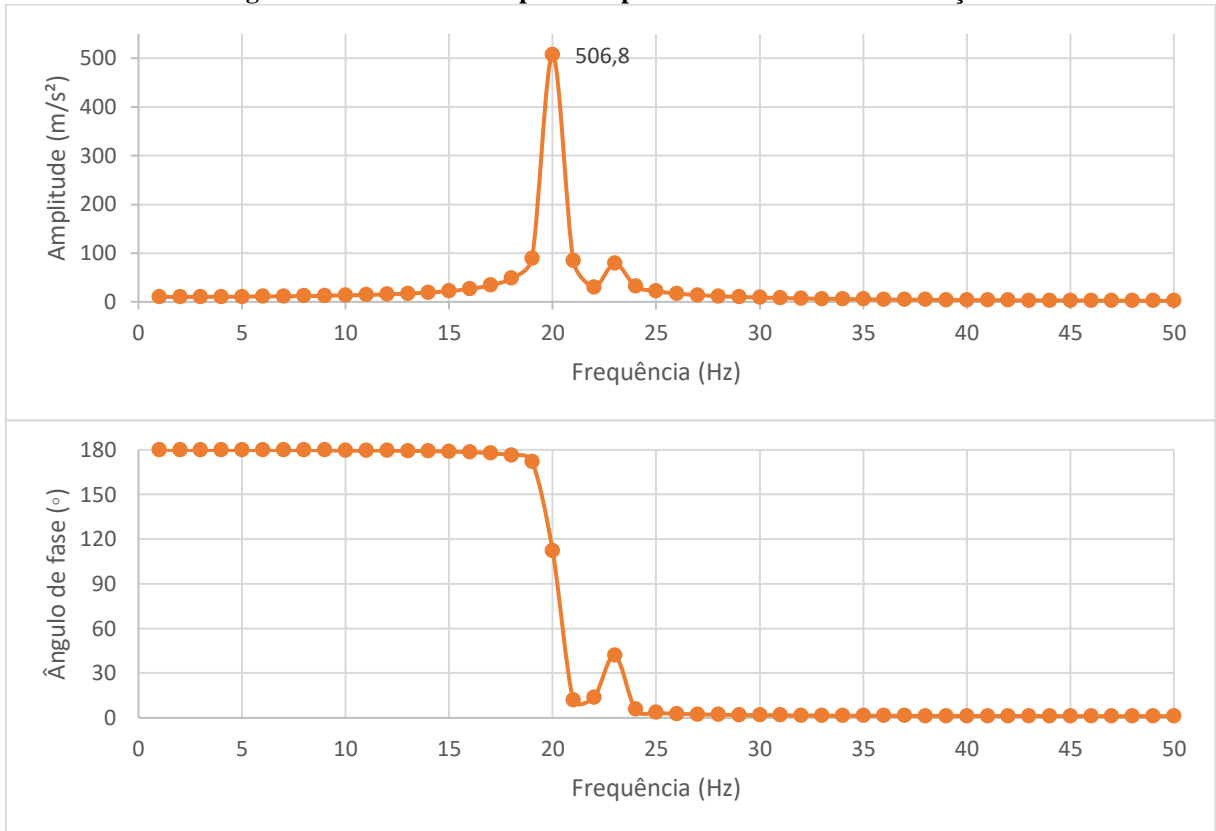
Nas Figuras 68 a 73 são apresentados os gráficos de resposta no domínio da frequência, em termos de amplitude e ângulo de fase, em relação aos pontos citados.

Figura 67. Pontos de resposta analisados



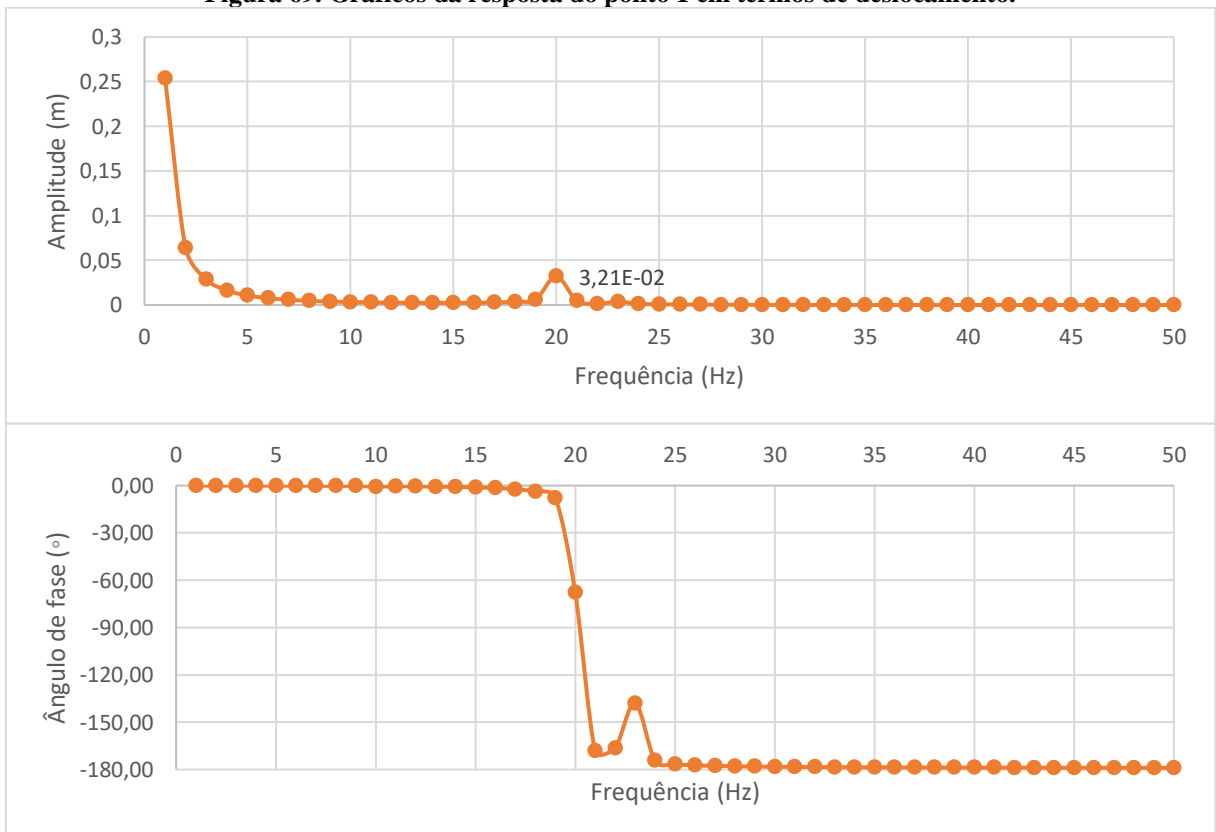
Fonte: Aatoria Própria.

Figura 68. Gráficos da resposta do ponto 1 em termos de aceleração.



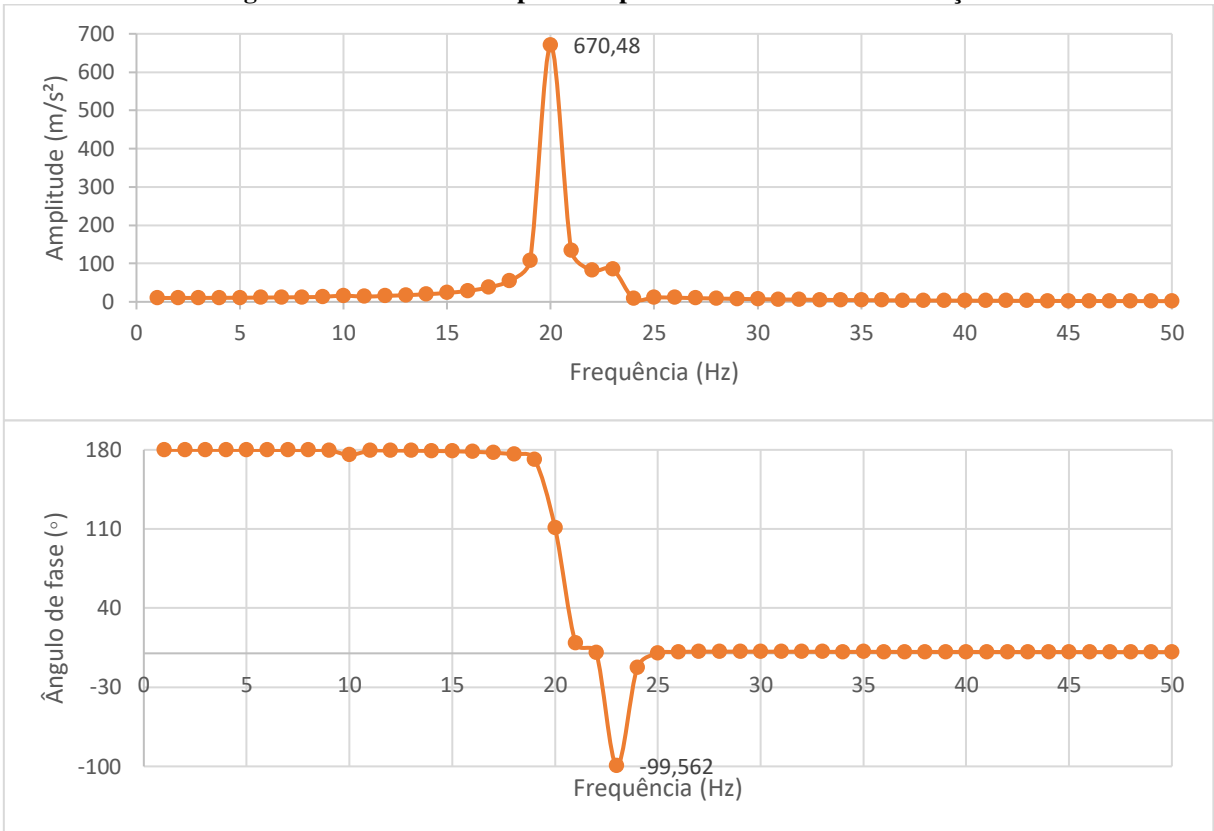
Fonte: Autoria Própria.

Figura 69. Gráficos da resposta do ponto 1 em termos de deslocamento.



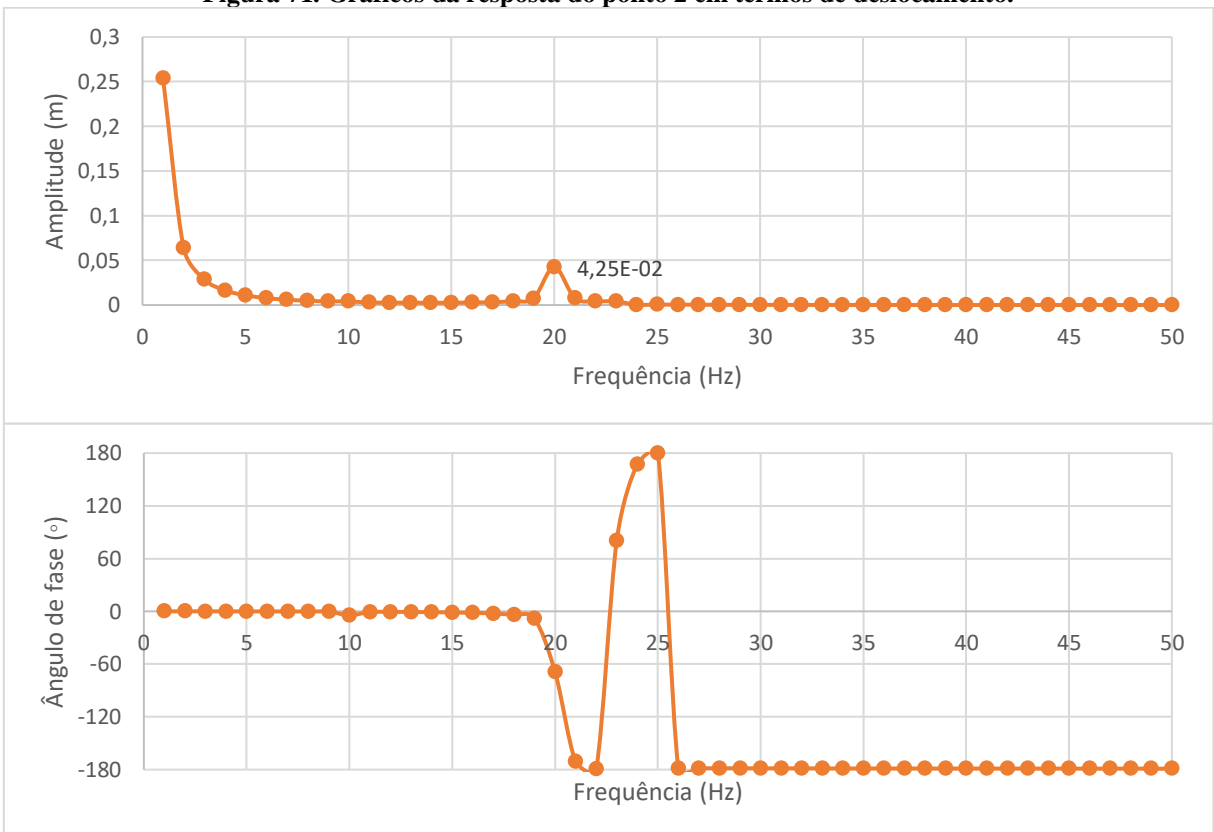
Fonte: Autoria Própria.

Figura 70. Gráficos da resposta do ponto 2 em termos de aceleração.



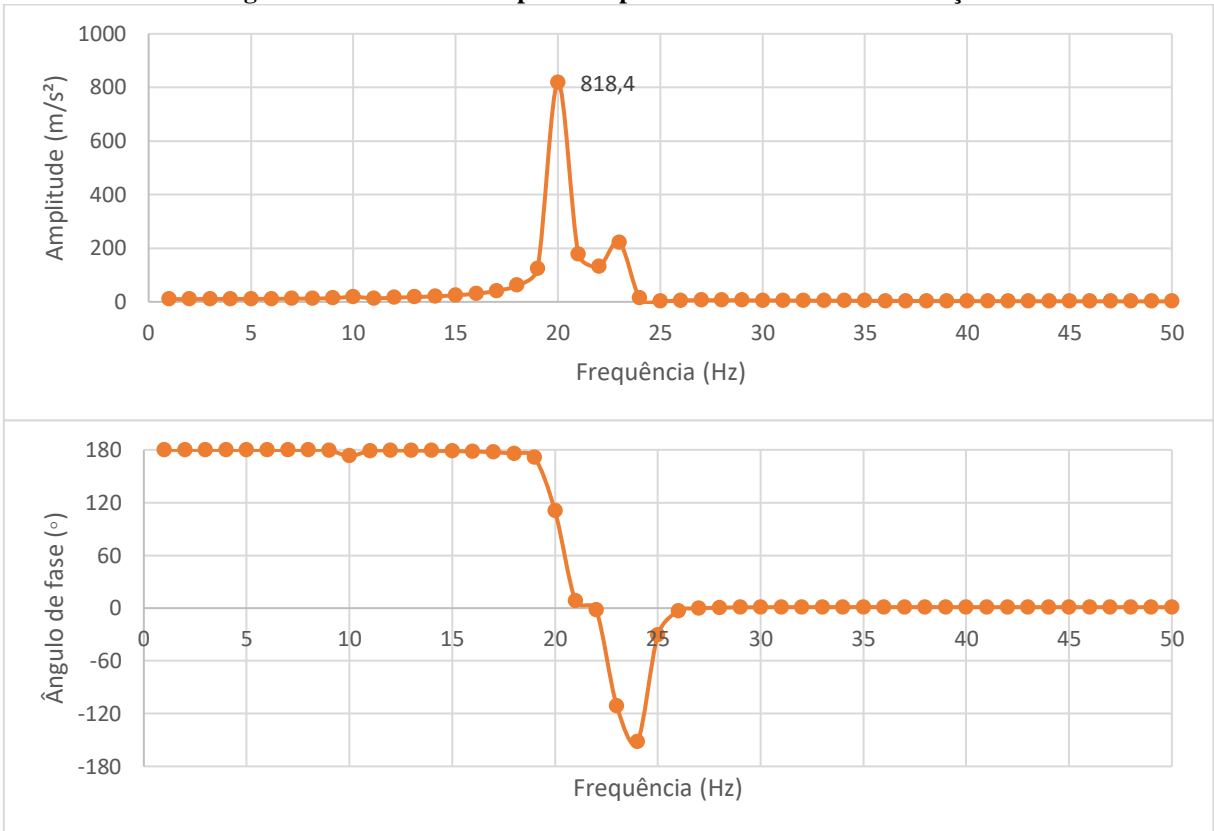
Fonte: Autoria Própria.

Figura 71. Gráficos da resposta do ponto 2 em termos de deslocamento.



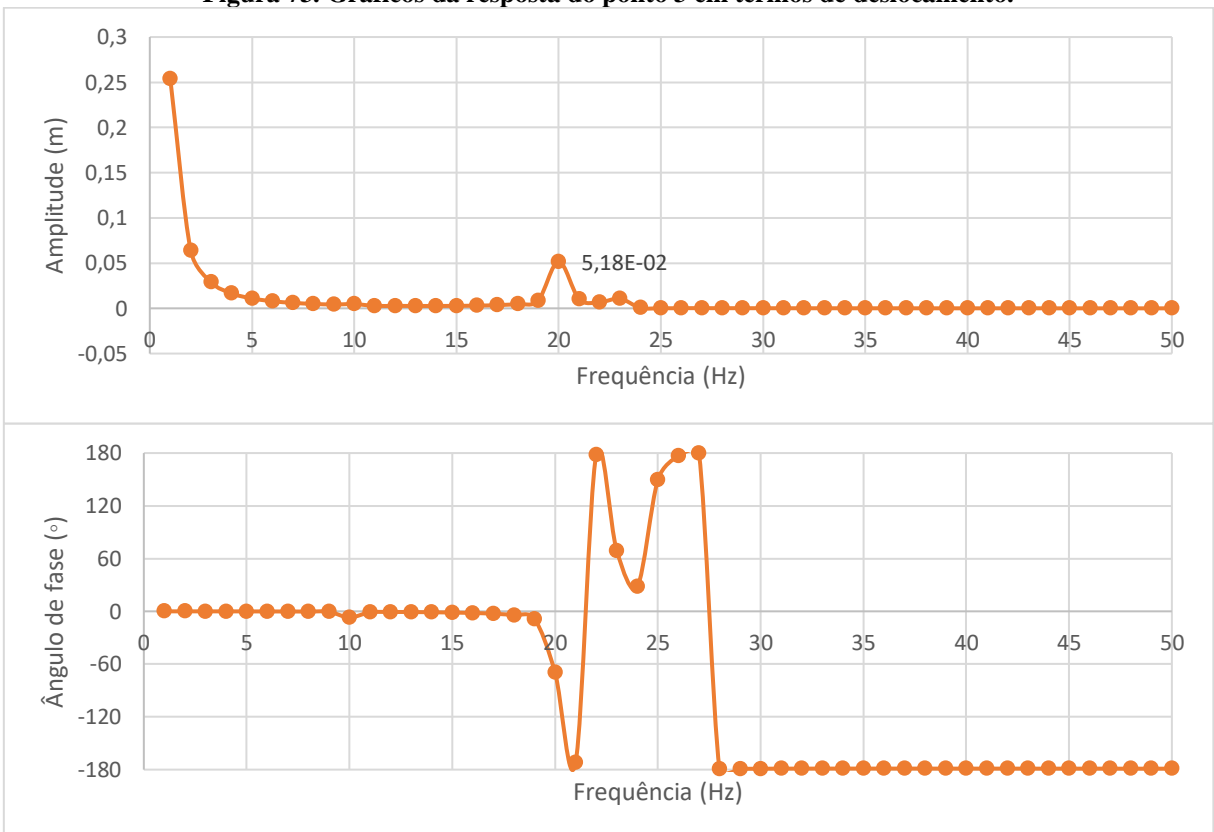
Fonte: Autoria Própria.

Figura 72. Gráficos da resposta do ponto 3 em termos de aceleração.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 73. Gráficos da resposta do ponto 3 em termos de deslocamento.



Fonte: Autoria Própria.

É possível observar nos gráficos que, em termos de deslocamento, a resposta em baixa frequência possui elevada amplitude e em alta frequência, após a ressonância, a amplitude é baixa. Em termos de aceleração, a resposta em baixa frequência é reduzida e em alta frequência ela também é amortizada. É importante realizar essa observação para relacionar a severidade de vibração em função da frequência. Ou seja, mesmo a amplitude sendo elevada em termos de deslocamento, se o sistema opera sob ação de baixas frequências significa que pouca força é transmitida.

Além disso, nota-se que nos picos de ressonância a amplitude de aceleração tende a ser alta, mas tal valor só seria alcançado se a excitação fosse constante, o que é impraticável para o caso real de aplicação deste trabalho.

4.4 ANÁLISE TRANSIENTE

Diante das condições iniciais apresentadas na seção 3.6.4, nas figuras a seguir serão ilustradas as respostas ao impulso (da base) obtidas no sistema massa-mola-amortecedor, que é equivalente ao sistema real. Na Figura 74, é possível observar o comportamento do bloco que reflete a atenuação da vibração ao longo do tempo, resultante da influência do amortecimento na resposta do sistema.

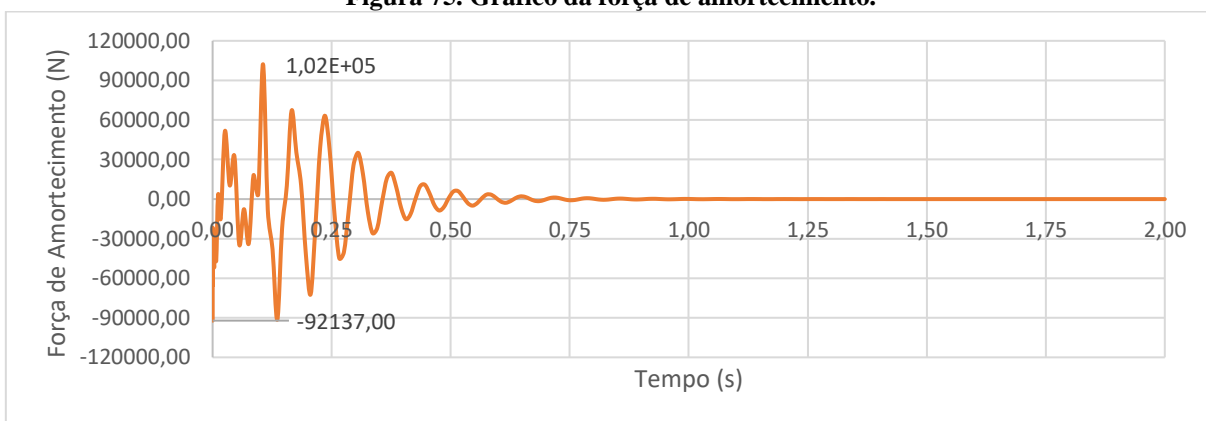
Figura 74. Gráfico do deslocamento em função do tempo.



Fonte: Autoria Própria.

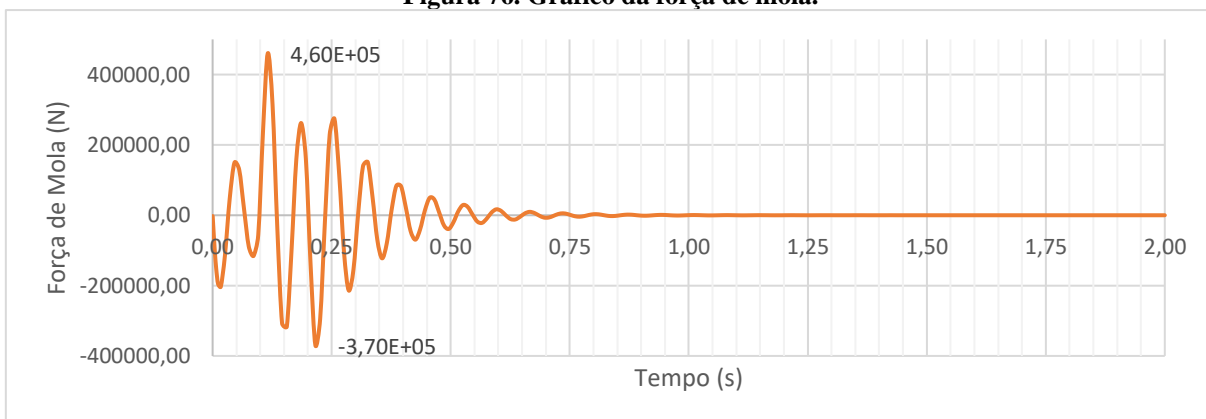
O gráfico do deslocamento da análise transiente mostra um deslocamento máximo de 104,08 mm, mas rapidamente é atenuado nos primeiros 200 ms. A critério de conhecimento, a resposta das forças de amortecimento e a força de mola são mostradas nos gráficos das Figuras 75 e 76.

Figura 75. Gráfico da força de amortecimento.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 76. Gráfico da força de mola.



Fonte: Autoria Própria.

É relevante destacar que, devido à excitação de deslocamento, ocorre a transmissão de forças de amortecimento e de mola com picos de 102 kN e 460,3 kN, respectivamente. Ambas diminuem ao longo do tempo, o gráfico mostra que após um segundo quase não há forças no sistema, evidenciando a influência do amortecimento no sistema, e indicando que essas forças tendem a zero.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho estuda a redução das vibrações em uma bomba submersível utilizada no processo secagem de minério de ferro, pelo método dos elementos finitos. Com base nos objetivos descritos no primeiro capítulo, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões principais do estudo. É possível afirmar que todos os objetivos foram alcançados, uma vez que o sistema proposto, após análise bibliográfica e experimentos realizados, está em conformidade com as exigências do projeto para mitigar os impactos de vibração na bomba.

Com base na massa da bomba e na situação a qual o sistema será submetido, identificou-se no mercado que o coxim AM-500-TCB da fabricante Vibranihil que é recomendado para situações embarcadas ainda sem conhecimento das frequências de excitação. Após realizar testes de compressão no coxim em laboratório, foi possível concluir que o coxim escolhido satisfaz as exigências do projeto, apresentando uma rigidez em torno de 6,03 MN/m e um módulo de elasticidade de 19,02 MPa.

O modelo equivalente do coxim e da bomba foi criado com as modificações necessárias nas dimensões e características de inércia, com o objetivo de preservar ou equiparar as propriedades dinâmicas dos componentes reais, permitindo a geração de simulações que refletem fielmente a realidade.

Depois de realizar a modelagem 3D e efetuar ajustes para preservar as propriedades dinâmicas nos componentes do sistema, os resultados das simulações computacionais revelaram que:

- Nas condições de carga estática, observa-se que a base respondeu de maneira positiva às cargas aplicadas, exibindo um deslocamento máximo de 0,16659 mm. O ponto de maior concentração de tensões foi identificado na região de fixação da base ao coxim, sendo que a tensão equivalente máxima (von Mises) atingiu 103,65 MPa, valor inferior à tensão de escoamento de um aço estrutural, estabelecida em 300 MPa, conforme indicado por Assis, Felício e Cintho (2017). O fator de segurança demonstrou-se satisfatório, superando a marca de 1, com um valor de 1,4. Dessa forma, é possível concluir que a estrutura da base apresenta uma resposta condizente em termos de rigidez e integridade, revelando-se apropriada para o projeto.
- Através da análise modal numérica, foi possível constatar que os seis primeiros modos de vibração se tratavam de três modos de translação e três modos de rotação,

como esperado. As seis primeiras frequências naturais do sistema estavam entre 8,6334 e 33,173 Hz. No entanto, a partir do sétimo modo, cuja frequência é 103,84 Hz, são modos estruturais da base com frequências consideradas muito elevadas, escapando da realidade do ambiente ao qual o sistema será exposto.

- Os resultados da análise harmônica revelaram que, nos três pontos de resposta especificados, o desempenho do sistema foi considerado satisfatório. Anteriormente, o sistema era caracterizado por ser rígido visto que a base era transportada diretamente na carroceria, resultando na transferência total da excitação para a máquina. Agora, com a introdução de elasticidade e considerando a excitação da frequência, nota-se uma redução na transmissão da vibração quando esta ultrapassa a ressonância.
- Através da análise transiente, confirmou-se que o sistema possui características de um sistema subamortecido. Após a aplicação da excitação impulsiva na base, que foi exagerada para proporcionar uma visualização mais clara da atenuação da vibração, nota-se uma redução ao longo do tempo da resposta em deslocamento, das forças de amortecimento e de mola, sendo praticamente anulados a partir de 0,75 s da análise.

Os resultados obtidos foram positivos, pois evidenciaram que a bomba, ao contar com um sistema amortecedor, proporciona benefícios significativos à saúde da máquina em comparação com sua condição anterior. Isso se traduz em uma redução no número de intervenções de manutenção, resultando, conseqüentemente, em economia de custos para a empresa.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O autor sugere, como possibilidade para pesquisas futuras:

- Aplicação de acelerômetros no transporte de máquinas sensíveis a vibrações, visando analisar e obter maiores conclusões sobre o tipo de excitações ocorridas ao longo do trajeto;
- Análise das propriedades mecânicas do material viscoelástico do amortecedor utilizado para aprimoramento das simulações dinâmicas do sistema;
- Construção de protótipo do sistema para realização de análise modal experimental e ajuste de modelo computacional;

- Realização de uma análise estatística modelo numérico da bomba e o modelo simplificado dela;
- Realização de um estudo analítico e numérico da transmissibilidade.

REFERÊNCIAS

- ALVES FILHO, A.. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE: Análise Não Linear**. 1. ed. São Paulo: Érica, 2012.
- ALVES FILHO, A.. **Elementos Finitos: A base da Tecnologia: Análise Dinâmica**. 1. ed. São Paulo: Érica, 2005.
- ALVES FILHO, A.. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. 5. ed. São Paulo: Érica, 2007.
- ASSIS, Bruno Garcia de; FELÍCIO, Larissa Ohana; CINTHO, Osvaldo Mitsuyuki. **Determinação de Propriedades Mecânicas em Temperaturas Criogênicas de Aços Convencionais (Fe-C) Com Diferentes Teores de Carbono**. 2017 - Departamento de Engenharia de Materiais, Universidade Estadual de Ponta Grossa.
- BASTOS, Antônio M. F. de. **Isolamento de Vibrações em Alta Frequência em Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade**. 1984. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina.
- BARBETTI, Marcos Rogério Sanches. **Estudo Comparativo entre Coxim Hidráulico e Coxim Elastomérico ao Sistema de Apoio do Motor Automotivo**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Automotiva) – Universidade de São Paulo.
- BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Watertown: Klaus-Jürgen Bathe, 2014.
- BEARDS, C. F.. **Engineering Vibration Analysis with Application Control Systems**. 1. ed. London: Edward Arnold, 1995.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. &. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.
- CLOUGH, Ray; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 1. ed. New York: McGraw Hill, 1975.
- CROCKER, Malcolm J.. **Handbook of Noise and Vibration Control**. 1. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.

ESSS; **Ansys Workbench**; 2018.2; ESSS - Simulação computacional - Representante oficial Ansys.

HARRIS, Cyril M.; CREDE, Charles E.. **Shock and Vibrations Handbook**. 2. ed. New York: McGraw-Hill Companies, 1976.

HIBBELER, R. C.. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011. p. 504-527.

INMAN, Daniel J.. **Vibration with Control**. 1. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2006.

KELLY, S. Graham. **Mechanical Vibrations: Theory and Applications, SI**. 1. ed. Stamford: Cengage Learning, 2012.

KRYSINSKI, Tomasz; MALBURET, François. **Mechanical Vibrations: Active and Passive Control**. 1. ed. London: ISTE, 2007.

MEIROVITCH, Leonard. **Fundamentals of Vibrations**. 1. ed. Singapura: McGraw-Hill Book, 2001.

MOAVENI, Saeed. **Finite Element Analysis: Theory and Applications with Ansys**. 2. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2003.

MOURA, H. G. **Métodos de Identificação de Forças em Sistemas Vibro Acústicos**. 2010 Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina.

NORTON, Robert L.. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. p. 481-520.

OGATA, Katsuhiko. **System Dynamics**. 4. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 1998.

OWEN, Steven J. **A Survey of Unstructured Mesh Generation Technology**. 1998. Artigo - Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA. and ANSYS Inc., Canonsburg, PA.

QUESADA, Ricardo Carvalho. **Controle de Vibrações**. 1. ed. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2019. p. 12.

RAO; S., Singiresu. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

DASSAULT SYSTÈME; **SOLIDWORKS**; 2021; [HTTPS://WWW.SOLIDWORKS.COM/PT-BR](https://www.solidworks.com/pt-br).

SORIANO, Humberto Lima. **Elementos Finitos: Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2009.

SOTELO JR, José; FRANÇA, L. N. F. **Introdução às Vibrações Mecânicas**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

SOUZA, R. M. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. 2003. Notas de Aula - Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia, Universidade Federal do Pará, Belém.

THOMSON, William T.. **Theory of Vibrations and Applications**. 4. ed. Santa Barbara: Springer Science + Business Media, 1993.

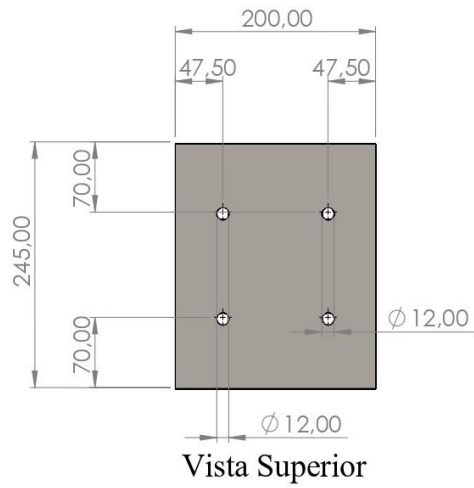
VERGARA, R. F. **Análise de Torres Anemométricas e de Sustentação de Turbinas Eólicas**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Faculdade de Engenharia Oceânica, Universidade do Rio Grande do Sul.

ZORZAL, Caroline Belisário. **Análise dinâmica via MEF das vibrações induzidas pelo desmonte de rochas**. 2019. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral) - Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto.

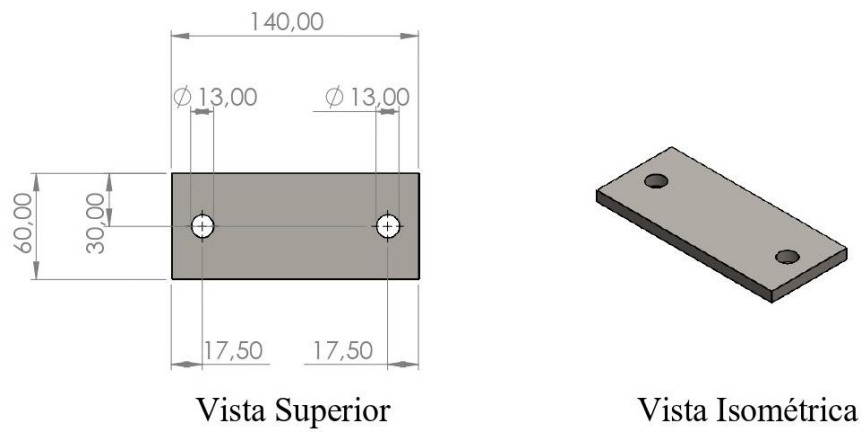
APÊNDICES

APÊNDICE A – DIMENSÕES DOS COMPONENTES DO SISTEMA

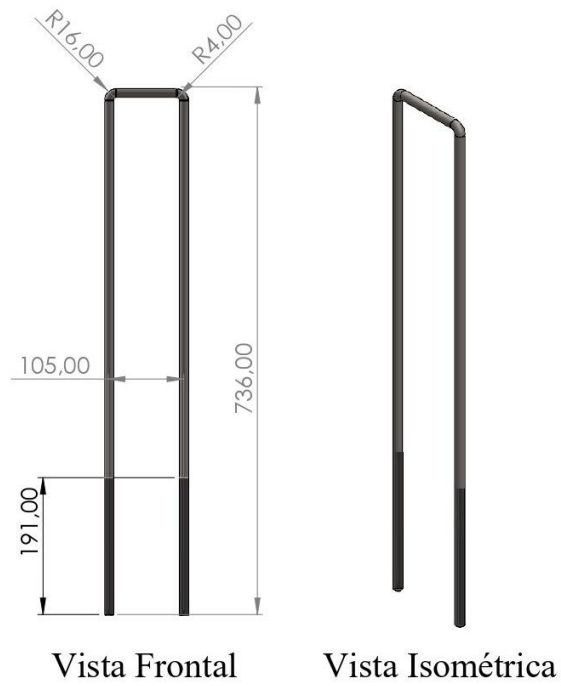
A.1 Chapa de Referência em vistas superior e isométrica



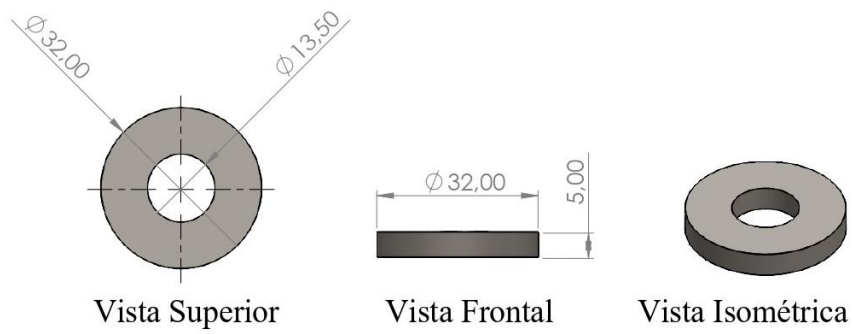
A.2 Chapa de Grampo em vistas superior e isométrica



A.3 Grampo de Fixação em vistas frontal e isométrica

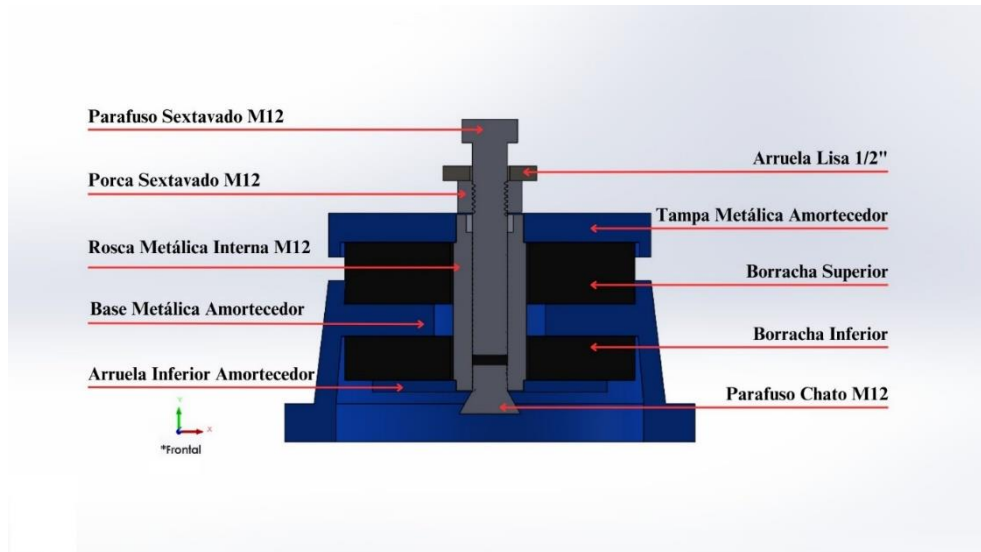


A.4 Arruela lisa em vistas superior, frontal e isométrica

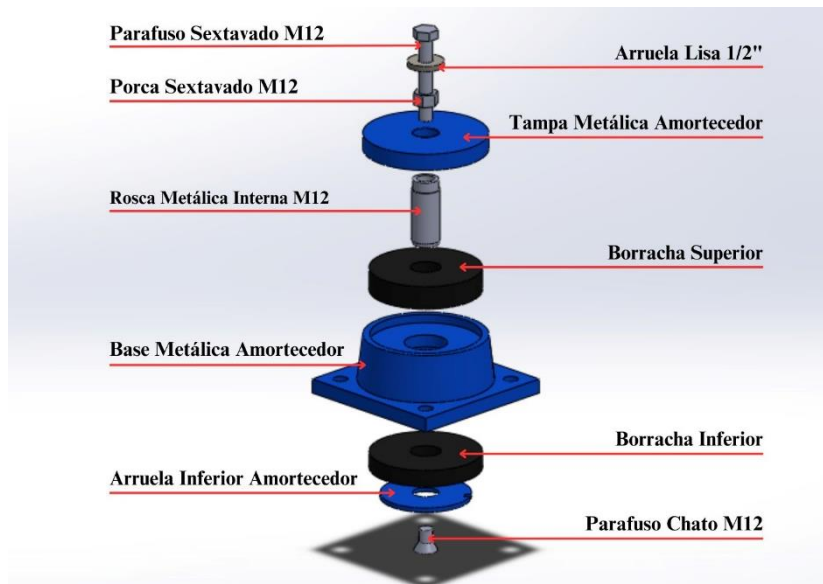


APÊNDICE B – LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES DO AMORTECEDOR

B.1 Descrição dos componentes em vista frontal do modelo



B.2 Descrição dos componentes em vista explodida do modelo



APÊNDICE C – COMPONENTES INTERNOS REAIS DO COXIM

C.1 Parafuso Sextavado M12 e Porca Sextavada M12



C.2 Tampa Metálica e Rosca Metálica Interna M12



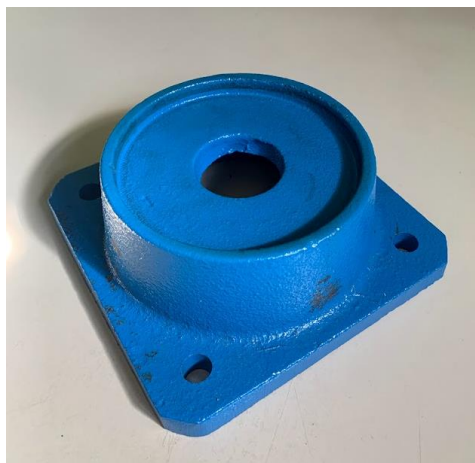
C.3 Borracha Superior



C.4 Estrutura Metálica de Base



C.5 Borracha Inferior



C.6 Parafuso Chato M12

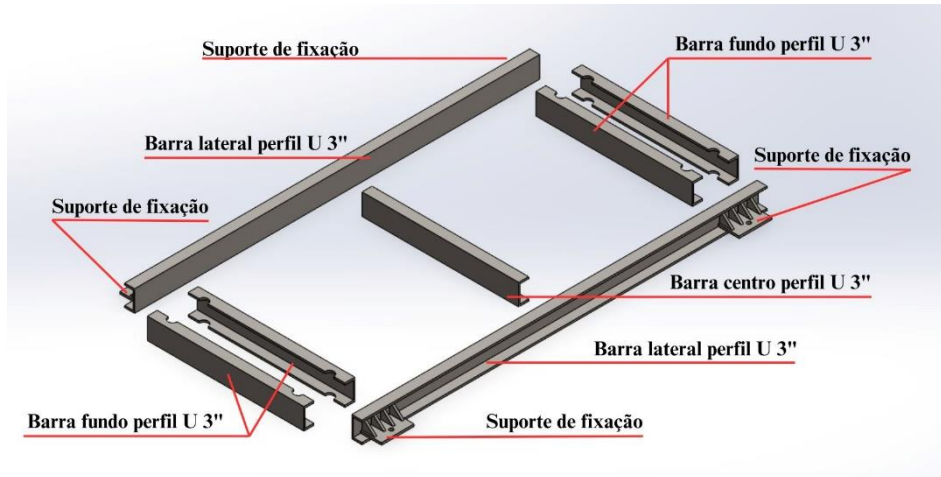


C.7 Arruela Inferior

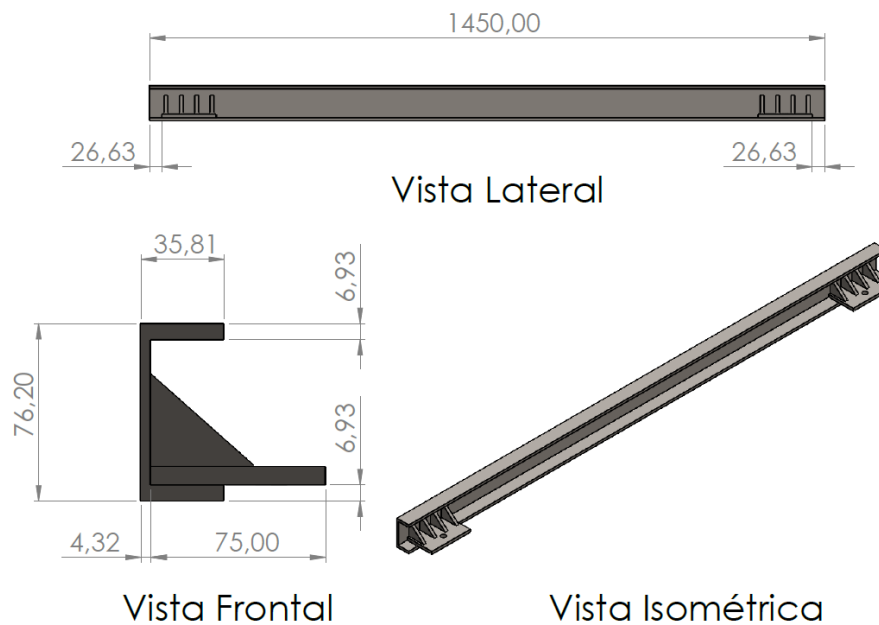


APÊNDICE D - LOCALIZAÇÃO E DIMENSÕES DOS COMPONENTES DA BASE

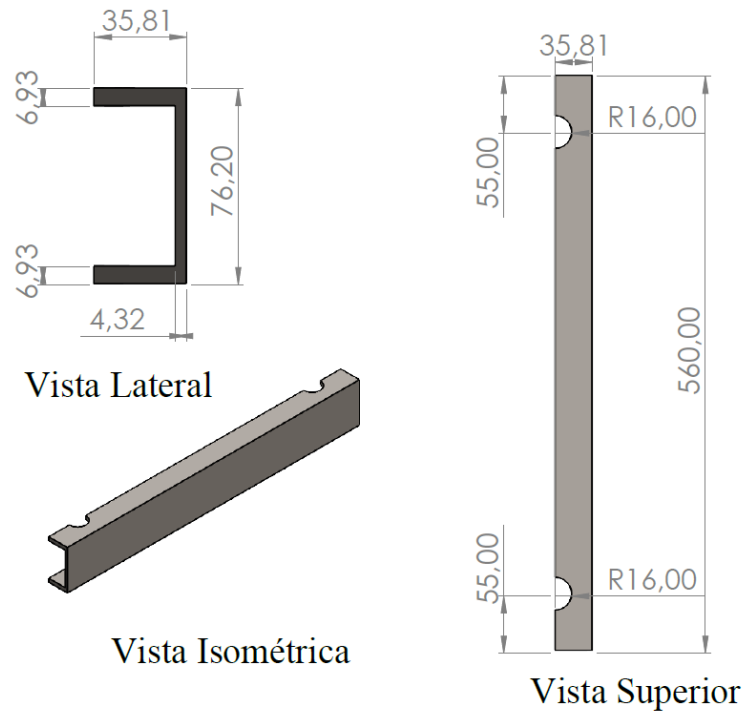
D.1 Localização dos componentes da base



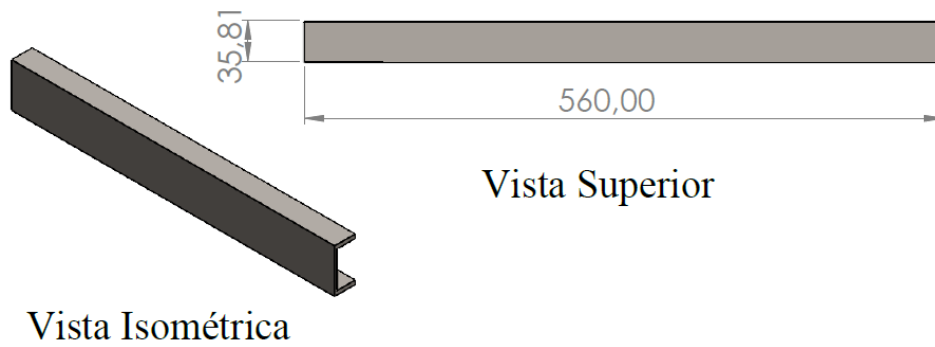
D.2 Dimensões da barra lateral em vistas lateral, frontal e isométrica



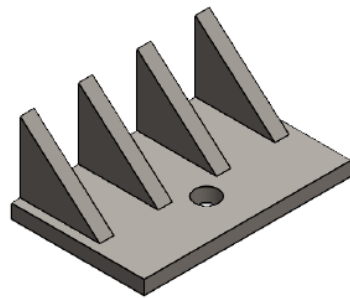
D.3 Dimensões da barra de fundo em vistas frontal, superior e isométrica



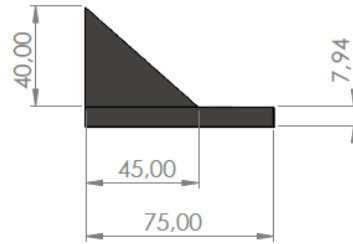
D.4 Dimensões da barra de centro em vistas lateral e isométrica



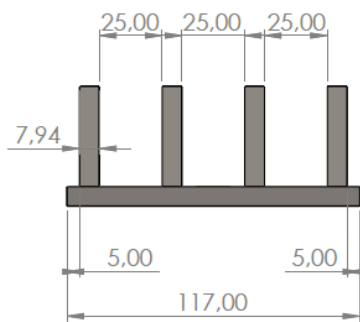
D. 5 Dimensões dos suportes de fixação da base ao coxim



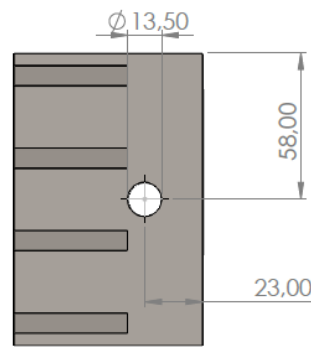
Vista Isométrica



Vista Frontal

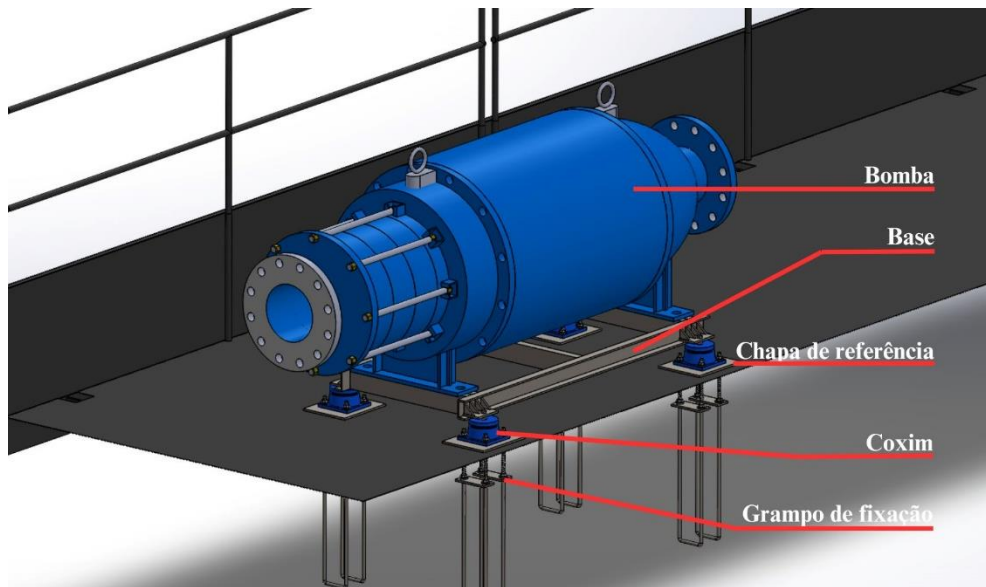


Vista Lateral



Vista Superior

APÊNDICE E – LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES DO SISTEMA



ANEXO A – CATÁLOGO VIBRANIHIL

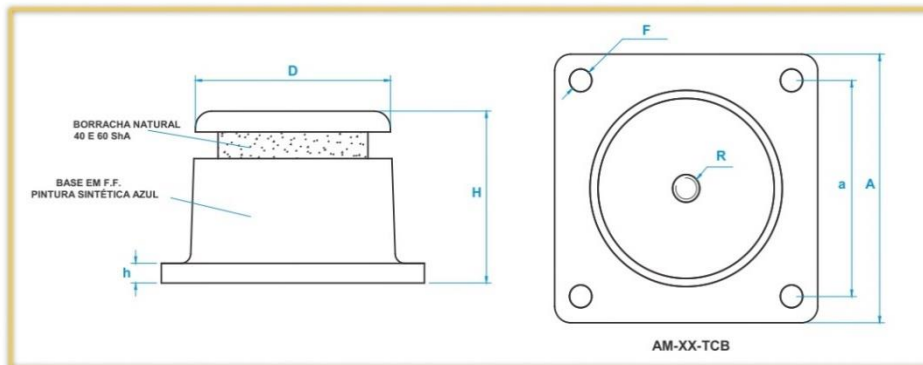
VIBRANIHIL AMORTECEDOR EMBARCADO

Linha AM - TCB



Amortecedor de Vibração trabalhando em compressão com resistência à tração e esforços horizontais.

- ✓ Frequência Natural: 22 Hz
- ✓ Produto altamente resistente, em ferro fundido.
- ✓ Pintura Epóxi.
- ✓ Parafusos zincado branco, opcional, bicromatizado e G5 e G8. Consulte-nos outras informações e aplicações.

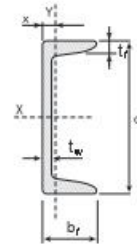


Referência	40 ShA Carga em Kg		60 ShA Carga em Kg		A	a	D	F	H	h	R
	Min	Max	Min	Max							
AM-100-TCB	20	120	50	200	82	62	60	7	56	6	3/8"
AM-500-TCB	100	600	200	1000	140	105	110	11	78	13	1/2"
AM-1000-TCB	200	2000	400	4000	200	160	170	13	110	15	3/4"
AM-1000-TCB G8 (*)	200	2000	400	4000	200	160	170	13	110	15	1"

NOTA: (*) Com parafuso de 1" - G8.8

ANEXO B - CATÁLOGO GERDAU

PERFIL U GERDAU



Bitola	Peso	ALMA		ABA		area	EIXO X			EIXO Y			x
		Nominal	d	t _w	b _f		t _f	l	W	r	l	W	
pol	kg/m	mm	mm	mm	mm	cm ²	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm
3"	6,10	76,20	4,32	35,81	6,93	7,78	68,90	18,10	2,98	8,20	3,32	1,03	1,11
	7,44		6,55	38,05	6,93	9,48	77,20	20,30	2,85	10,30	3,82	1,04	1,11
4"	8,04	101,60	4,67	40,23	7,52	10,10	159,50	31,40	3,97	13,10	4,61	1,14	1,16
	9,30		6,27	41,83	7,52	11,90	174,40	34,30	3,84	15,50	5,10	1,14	1,15
6"	12,20	152,40	5,08	48,77	8,71	15,50	546,00	71,70	5,94	28,80	8,16	1,36	1,30
	15,62		7,98	51,66	8,71	19,90	632,00	82,90	5,63	36,00	9,24	1,34	1,27
8"	17,10	203,20	5,59	57,40	9,50	21,68	1344,30	132,70	7,87	54,10	12,94	1,42	1,47
	20,50		7,70	59,51	9,50	25,93	1490,00	147,50	7,59	62,40	14,09	1,42	1,42
10"	22,77	254,00	6,10	66,04	11,10	29,00	2800,00	221,00	9,84	95,00	19,00	1,81	1,81
	29,76		9,63	69,57	11,10	37,90	3290,00	259,00	9,31	117,00	21,60	1,76	1,54
12"	30,80	305,00	7,20	74,00	12,70	39,30	5370,00	352,00	11,70	161,00	28,30	2,03	1,77
	37,00		9,80	77,00	12,70	47,40	6010,00	394,00	11,30	186,00	30,90	1,98	1,71

OBS.: As barras são fornecidas com tolerância de comprimento -0+10 cm.