



**Universidade Federal do Pará
Campus Universitário de Castanhal
Curso de Licenciatura em Matemática**

Portfólio

**Contribuições da Iniciação Científica
com o Desmos na Formação do Professor
de Matemática**

Carlos Eduardo Almeida Santos

Castanhal
2025

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)**

E21c Eduardo, Carlos Eduardo Almeida Santos.
Contribuições da Iniciação Científica com o Desmos na
Formação do Professor de Matemática / Carlos Eduardo
Almeida Santos Eduardo. — 2025.
vi,65 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Valdelírio da Silva E Silva Silva
Trabalho de Conclusão (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal,
Faculdade de Matemática, Castanhal, 2025.

1. Desmos. 2. Educação Matemática. 3. TDICs. I.
Título.

CDD 510

Contribuições da Iniciação Científica com o Desmos na Formação do Professor de Matemática

Portfólio Acadêmico, produzido como Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à comissão examinadora da Faculdade de Matemática do Campus de Castanhal da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Carlos Eduardo Almeida Santos

carlosedsantos77@gmail.com

Graduando em Licenciatura em Matemática

UFPA-Castanhal

Banca Examinadora:

Prof. Valdelírio da Silva e Silva

Orientador

Prof^a. Msc. Edriane do Socorro Silva Costa

Faculdade de Matemática – UFPa/Castanhal

Prof. Dr. Romário Silva Duarte

Seduc – Pará

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, o criador do universo, pelo sustento e pela força concedida, pois, sem Ele, seria impossível chegar até aqui.

Aos meus pais, Sr. Antonio Carlos de Assis Santos e Sra. Maria Cleide Almeida Santos, meu mais profundo agradecimento. Sem o apoio incondicional de vocês, certamente eu não teria conseguido concluir nem 0.01% desta jornada. Graças a vocês, pude almejar e conquistar aquilo que vocês sequer tiveram a oportunidade de sonhar para si. Por isso, esta não é uma conquista apenas minha — é nossa. Minha gratidão a vocês é, certamente, tão grande quanto o crescimento ilimitado da função $f(x) = e^x$ quando $x \rightarrow +\infty$.

À minha avó Margarida (*in memoriam*), por todo o amor, cuidado e pelos ensinamentos que deixou. Sua ajuda foi fundamental em muitos momentos da minha vida, e sua memória continua viva em mim, sendo uma grande inspiração ao longo desta caminhada.

Ao meu amigo Hidemi Utagawa, por me permitir usar sua internet para assistir e participar de aulas online durante o período do Ensino Remoto Emergencial — inclusive para apresentar um seminário em pleno sábado à tarde - pois, naquela época, minha internet era praticamente movida a manivela.

E, claro, agradeço ao Professor Valdelírio pela grande oportunidade de atuar em dois planos de trabalho, mas, principalmente, pelas orientações e pelo exemplo de profissionalismo, marcados por extrema dedicação e paciência. Pude presenciar o verdadeiro comprometimento de um educador, e esse é, sem dúvida, um exemplo que levarei comigo ao longo da vida. Por isso, muito obrigado, Professor.

Epígrafe

“Entrega o teu caminho ao Senhor;
confia nele, e o mais ele fará.”

(Salmos 37:5)

Resumo

Este portfólio acadêmico, em formato de trabalho de conclusão de curso, reúne estudos desenvolvidos ao longo de dois anos como bolsista do PIBIC na Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus Castanhal. As produções apresentadas envolvem a exploração da plataforma digital Desmos e de sua Camada de Computação como recurso didático no âmbito da Educação Matemática. Por meio desses trabalhos, busca-se evidenciar a relevância da experiência adquirida como bolsista, refletindo sobre a formação docente, a identidade profissional e o papel da pesquisa na educação. O portfólio contempla três trabalhos apresentados em eventos científicos de abrangência regional, nacional e internacional, abordando temas como o ensino de Funções, a Geometria Analítica Vetorial de Retas no \mathbb{R}^2 e a Congruência de Triângulos na Geometria Euclidiana Plana – todos com o uso do Desmos. As pesquisas foram conduzidas durante a execução de dois planos de trabalho. A proposta destaca a importância de uma formação inicial baseada na pesquisa e no uso crítico e criativo das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs), visando a uma prática pedagógica inovadora, reflexiva e alinhada às demandas contemporâneas da Educação Matemática.

Palavras-chaves: Desmos; Educação Matemática; TDICs.

Abstract

This academic portfolio, presented as a final course project, compiles studies developed over two years as a PIBIC scholarship holder at the Federal University of Pará (UFPA), Castanhal Campus. The presented productions explore the digital platform Desmos and its Computation Layer as a didactic resource in Mathematics Education. Through these works, the aim is to highlight the relevance of the experience gained as a scholarship holder, reflecting on teacher training, professional identity, and the role of research in education. The portfolio includes three studies presented at regional, national, and international scientific events, addressing themes such as the teaching of Functions, Vector Analytic Geometry of Lines in \mathbb{R}^2 , and Triangle Congruence in Euclidean Plane Geometry – all using Desmos. The research was conducted during the execution of two work plans. The proposal emphasizes the importance of initial training grounded in research and the critical and creative use of Digital Information and Communication Technologies (ICTs), aiming for an innovative, reflective pedagogical practice aligned with contemporary demands in Mathematics Education.

Keywords: Desmos; Mathematics Education; ICTs.

Sumário

Introdução	8
1 Percurso acadêmico e investigativo	10
2 Os trabalhos confeccionados	15
2.1 Apresentando o Potencial do <i>Desmos</i> para o Ensino de Funções no Ensino Médio	18
2.2 Geometria Analítica Vetorial de Retas do \mathbb{R}^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do <i>Desmos</i>	18
2.3 Congruência de Triângulos com Atividades Interativas Criadas na CL do <i>Desmos</i>	19
3 Reflexões finais	21
Referências	23
Apêndice	24

Introdução

Este portfólio acadêmico reúne trabalhos desenvolvidos, submetidos e apresentados em eventos científicos voltados ao ensino e à pesquisa em Educação Matemática. Tais produções foram elaboradas ao longo de dois anos de atuação como bolsista no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), vinculado à Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus Castanhal.

Durante esse período de Iniciação Científica (IC), participei de dois planos de trabalho, ambos sob a orientação e supervisão do Prof. Valdelírio da Silva e Silva. Essa vivência possibilitou compreender, na prática, a importância da pesquisa na formação docente, bem como o papel da IC na construção da identidade acadêmica e profissional. Segundo [Massi & Queiroz \(2015, p. 9\)](#), “a IC representa uma experiência de sucesso na complementação da formação acadêmica e pessoal do universitário e no encaminhamento para a pesquisa e a formação profissional.”

Nesse sentido, a IC se apresenta como um espaço privilegiado, pois possibilita ao licenciando vivenciar todas as etapas do processo de produção do conhecimento, estimulando a autonomia, a reflexão e o pensamento crítico sobre a própria prática de pesquisador. [Albuquerque & Gontijo \(2013, p. 83\)](#) destacam que a pesquisa deve ser desenvolvida junto ao professor, permitindo que este atue como agente de sua própria formação. Em vez de ser apenas objeto de investigação, o docente deve protagonizar o processo investigativo, assumindo um papel ativo na construção de seus saberes profissionais.

No que se refere ao professor de Matemática, [Abreu \(2024, p. 89\)](#) argumenta que a sala de aula de Matemática não pode ser reduzida a um espaço de mera transmissão de conteúdos, mas deve incorporar a pesquisa como parte integrante do processo educativo, promovendo uma aprendizagem mais reflexiva e crítica.

Assim, participar de projetos de ensino e/ou pesquisa ainda na graduação contribui para que o licenciando se compreenda como sujeito ativo na construção do seu saber docente, o que potencializa seu desenvolvimento profissional e fortalece sua identidade como educador.

Desse modo, elaboração deste portfólio não se limita ao registro das experiências vividas ao longo do meu período como bolsista de IC. Trata-se também de um instrumento de reflexão e socialização de estudos que podem contribuir com a formação de professores de

Matemática e com o aprimoramento do ensino por meio do uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs). Vale destacar que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece o uso das TDICs como uma competência essencial da formação básica, orientando que sua utilização vá além do domínio técnico, promovendo o desenvolvimento de atitudes éticas, reflexivas e responsáveis frente às tecnologias no contexto educacional e social (Brasil, 2018, p. 9).

Portanto, este portfólio tem como objetivo apresentar a relevância da IC durante a minha jornada acadêmica como instrumento de reflexão, inspiração e orientação para professores e futuros professores de Matemática que busquem metodologias inovadoras para aplicar em suas práticas pedagógicas, por meio dos trabalhos elaborados com foco no uso e implementação de uma plataforma digital com grande potencial para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, o *Desmos*.

Percurso acadêmico e investigativo

A trajetória acadêmica de um universitário é marcada por desafios e transformações que moldam não apenas sua formação profissional, mas também sua maneira de compreender o mundo. No meu caso, essa trajetória teve início em um contexto atípico e desafiador: a pandemia global que afetou diretamente a rotina das instituições de ensino em todo o país.

O início do curso não ocorreu como o habitual, pois fomos inseridos em um novo modelo de ensino, o Ensino Remoto Emergencial (ERE), adotado como alternativa para garantir a continuidade das atividades acadêmicas. Essa modalidade trouxe inúmeros desafios, tanto para os professores, que precisaram utilizar ferramentas digitais — muitas das quais eram desconhecidas ou de difícil manuseio para eles, situação que presenciei diversas vezes — quanto para os alunos, que, sem dúvida, enfrentaram as maiores dificuldades para se adaptar. Muitos não possuíam uma conexão de internet adequada para acompanhar as aulas online, tampouco equipamentos apropriados, como notebooks ou tablets, sendo obrigados a assistir às aulas pela pequena tela do celular, como foi o meu caso logo no início.

Em meio a essa modalidade de ensino, tivemos algumas disciplinas, entre elas a de Geometria Analítica, ministrada pelo próprio professor Valdelíro. Antes do início oficial da disciplina, o professor propôs à minha turma (Matemática 2021 - Tarde) uma série de atividades envolvendo diversos conteúdos matemáticos estudados (ou que deveriam ter sido estudados) no ensino médio. Essas atividades eram do *Desmos*, e foi nesse momento que tive meu primeiro contato com a plataforma, a qual viria a se tornar a principal ferramenta utilizada ao longo de dois anos de IC no desenvolvimento de atividades interativas.

Esse primeiro contato com a plataforma representou uma experiência significativa tanto do ponto de vista de aluno quanto de professor em formação, pois marcou a introdução ao uso de uma ferramenta digital voltada especificamente para o ensino e a aprendizagem de matemática, evidenciando seu potencial para favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico e da compreensão de conceitos matemáticos por meio da interação dinâmica com os conteúdos. Nesse sentido, [Antunes & Cambrinha \(2020, p.505\)](#) destacam que, ao explorar as funcionalidades da plataforma *Desmos*, perceberam seu potencial transformador na maneira

como as aulas de Matemática são concebidas, planejadas e executadas com o apoio das tecnologias e da internet.

Nessa perspectiva, uma das primeiras atividades que tive acesso na plataforma foi a da ovelha Shira ([Shira the Sheep](#)). Essa atividade aborda o conteúdo de inequações, e nossa tarefa era inserir a inequação correspondente para que a ovelha Shira pudesse comer toda a grama sem cair no lago. A proposta, além de lúdica, é bastante didática, pois possibilita a compreensão prática e interativa do conceito de inequações e de deslocamento na reta numérica.

Além da atividade da ovelha Shira, realizei, junto com meus colegas, diversas outras atividades interativas e dinâmicas, como: [Marbleslides: Lines](#), [Competição entre tartarugas](#) e [Coletor de pontos](#), entre outras.

Essas vivências no ERE, como a realização de atividades interativas no *Desmos*, foram essenciais para o desenvolvimento do meu pensamento reflexivo em relação à abordagem do uso das TDICs, tanto na perspectiva de aluno quanto na de futuro professor. A partir dessas experiências, surgiu o interesse em aprofundar meus estudos acerca da inserção das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Compreendi que é fundamental, tanto para professores quanto para alunos, a integração das TDICs nos ambientes educativos, pois elas transcendem o papel de meras ferramentas de ensino, constituindo-se como recursos indispensáveis para a vida cotidiana.

Diante disso, optei por explorar ainda mais as funcionalidades e ferramentas do *Desmos*, devido à sua interface intuitiva e à experiência de usuário, que facilitam a adoção por professores e alunos. Santos (2024, p.28) ressalta que o *Desmos* oferece funcionalidades que tornam a experiência do usuário mais agradável que a da maioria das plataformas similares, reduzindo a inclinação inicial da curva de aprendizagem. Sua interface clara e organizada, que permite ao usuário concentrar-se nos elementos da construção (Santos, 2024, p. 30), foi determinante para a escolha, especialmente em contextos educacionais nos quais clareza e acessibilidade são prioritárias.

Outro ponto relevante é a integração com o *Desmos Classroom*, ambiente virtual que facilita a criação, o compartilhamento e a aplicação de atividades interativas (Santos, 2024, p. 31), tornando o *Desmos* adequado para um ensino dinâmico e colaborativo.

Portanto, ao me tornar bolsista do PIBIC em 2023, eu já nutria interesse em explorar ferramentas digitais em práticas de ensino de Matemática. Em setembro do mesmo ano, iniciei minha atuação como bolsista PIBIC, vinculado à UFPA, para o desenvolvimento do plano de trabalho intitulado “Confecção de Atividades Interativas de Geometria Analítica Vetorial com a Camada de Computação do Desmos”, sob a orientação do Prof. Valdelírio.

O Desmos como Ferramenta Educacional

O *Desmos* é uma plataforma digital gratuita voltada para a exploração de conceitos matemáticos de maneira dinâmica e interativa. Sua calculadora gráfica (figura 1.1) permite aos usuários representar funções e relações matemáticas com atualizações em tempo real. Além dessa calculadora, a plataforma oferece um conjunto de ferramentas matemáticas educacionais, como mostra a figura 1.2.

Figura 1.1: Logotipo da Calculadora Gráfico do Desmos



Fonte: www.desmos.com

Um dos principais recursos da plataforma é o Desmos Classroom Activities, que recentemente foi integrado ao [Amplify Classroom](https://amplify.com/programs/2025) (consulte <https://amplify.com/programs/2025> para mais informações), mantendo seus recursos originais e incorporando novos. Trata-se de um repositório de atividades interativas, prontas para uso em sala de aula, as quais também podem ser personalizadas pelos professores para atender às necessidades específicas de cada turma.

Além disso, a ferramenta conta com o recurso Activity Builder (Criador de Atividades), que através da CL (Computation Layer), permite aos professores criar atividades sequenciadas com etapas, perguntas, gráficos dinâmicos e respostas abertas, promovendo a criatividade e a adequação ao plano de aula. Outra vantagem significativa é sua compatibilidade multiplataforma: o Desmos pode ser acessado diretamente pelo navegador em computadores, tablets e smartphones, eliminando a necessidade de downloads ou instalações. No entanto, para a utilização e aplicação de atividades prontas ou elaboradas, recomenda-se o uso de computadores ou tablets.

Figura 1.2: Página inicial da plataforma Desmos



Fonte: www.desmos.com

A respeito da plataforma *Desmos*, o estudo de Machado et al. (2023) mostra como ele é capaz de promover a autonomia dos alunos, respeitar seus ritmos de aprendizagem e oferecer *feedback* imediato, contribuindo para uma aprendizagem ativa e significativa. Além disso, os autores destacam que a utilização de ferramentas digitais não apenas melhora o domínio de conceitos matemáticos, mas também desenvolve habilidades transversais, como comunicação e resolução de problemas (Machado et al. 2023). Em linha com esses resultados, o estudo de Salas-Rueda (2023, p.387) constata que 87,5% dos alunos perceberam melhoria na aprendizagem de funções matemáticas ao usar o *Desmos* de forma colaborativa e individual, reforçando seu potencial para desenvolver tanto habilidades técnicas quanto sociais.

Em consonância com esses achados, a pesquisa de Abreu (2024) demonstra que o uso da Calculadora Gráfica Desmos (CGD), associado à metodologia de Exploração-Proposição-Resolução de Problemas (EPRP), promove experiências de aprendizagem mais ricas e significativas. O autor aponta que essa abordagem “amplia o nível do problema para patamares que dificilmente seriam alcançados na sala de aula fazendo uso apenas de lápis e papel” (Abreu, 2024, p. 60), além de permitir que “softwares, aplicativos e simuladores proporcionem novas experiências e reconfigurem a forma de pensar e representar o conhecimento matemático por parte dos alunos” (Abreu, 2024, p. 60). Ainda segundo o autor, a CGD, quando utilizada sob a ótica da EPRP, favorece a mobilização de diferentes representações matemáticas e conduz os alunos à formulação de generalizações e conjecturas (Abreu, 2024, p. 246), aprofundando a compreensão conceitual dos conteúdos trabalhados, reforçando o potencial da ferramenta para o desenvolvimento da autonomia, da exploração investigativa e da aprendizagem refle-

xiva em matemática.

Entretanto, para uma boa utilização das diversas funcionalidades que o *Desmos* oferece, alguns aspectos devem ser considerados. O uso eficaz da plataforma exige conhecimento prévio de suas principais ferramentas e funcionalidades, de modo que o professor esteja apto a orientar os estudantes e esclarecer eventuais dúvidas que surjam durante sua aplicação. Além disso, a elaboração e o planejamento de atividades no *Desmos* requerem tempo, preparo e fundamentação metodológica consistente, a fim de evitar que o recurso tecnológico seja empregado apenas de forma ilustrativa, sem gerar impacto significativo no processo de ensino e aprendizagem.

Outro aspecto relevante refere-se à avaliação da aprendizagem dos estudantes. Embora a plataforma disponibilize *feedback* imediato, é necessário refletir sobre como essas informações podem subsidiar práticas avaliativas de caráter formativo, em vez de se limitarem a uma perspectiva meramente quantitativa. Ademais, destaca-se o risco de dependência tecnológica, tanto por parte dos professores quanto dos estudantes, o que reforça a importância de equilibrar o uso de recursos digitais com outras estratégias pedagógicas, como a realização de aulas expositivas dialogadas, a resolução de problemas de forma manual no quadro ou em papel e o desenvolvimento de trabalhos em grupo que promovam a aprendizagem colaborativa. Essas práticas, associadas ao uso de tecnologias, contribuem para um processo de ensino e aprendizagem mais equilibrado e significativo. Dessa forma, o *Desmos* deve ser compreendido como uma ferramenta capaz de potencializar o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, desde que seja utilizada de maneira crítica, planejada e alinhada aos objetivos pedagógicos.

Portanto, o *Desmos* configura-se como uma ferramenta educacional robusta, capaz de facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos por meio de sua interface visual e interativa, ao mesmo tempo em que promove a autonomia dos estudantes, tornando-os protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem. Ao integrar recursos tecnológicos, práticas colaborativas e *feedback* imediato — conforme evidenciado nos estudos de [Abreu \(2024\)](#), [Machado et al. \(2023\)](#) e [Salas-Rueda \(2023\)](#) —, a plataforma demonstra grande potencial para aprimorar o ensino de Matemática, tornando-o mais acessível, dinâmico e alinhado às demandas educacionais do século XXI.

Os trabalhos confeccionados

Dos trabalhos que compõem este portfólio, dois deles foram elaborados, submetidos e apresentados em eventos durante o desenvolvimento do plano de trabalho referido no capítulo anterior. O primeiro trabalho tem o título de **Apresentando o potencial do *Desmos* para o Ensino de Funções no Ensino Médio**, apresentado na III Semana Acadêmica de Matemática de Castanhal. Embora o estudo não trate diretamente de Geometria Analítica Vetorial, o foco está apresentar o *Desmos* como uma plataforma que pode auxiliar professores e pesquisadores a superar os desafios do ensino de funções, um conteúdo frequentemente considerado abstrato pelos alunos. O estudo traz estratégias de uso do *Desmos* como ferramenta digital de ensino de funções, oferecendo subsídios para práticas pedagógicas com uso de TDICs.

O segundo trabalho elaborado tem como título **Geometria Analítica Vetorial de Retas no \mathbb{R}^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do *Desmos***, o qual foi submetido e apresentado no 6^o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Neste estudo, buscamos apresentar o uso da Camada de Computação do *Desmos* na confecção de atividades interativas de matemática, explorando essa possibilidade por meio de uma atividade sobre retas no \mathbb{R}^2 , com abordagem vetorial.

Já o terceiro trabalho que está nesse portfólio, foi elaborado e apresentado no Congresso Internacional IDEA: Inovação, Diálogo e Experiência na Aprendizagem. Esse estudo em questão foi realizado já durante o meu segundo ano como bolsista PIBIC, mas agora no desenvolvimento do plano de trabalho intitulado “Confecção de Atividades Interativas de Geometria Euclidiana Plana com a Camada de Computação do *Desmos* e Polypad Manipulatives”. O título do trabalho apresentado é **“Congruência de Triângulos com Atividades Interativas Criadas na Camada de Computação do *Desmos*”**, onde exploramos o potencial da camada de computação do *Desmos*, como ferramenta dinâmica no ensino de Matemática, por meio do desenvolvimento de uma atividade interativa, na qual exploramos Congruência de Triângulos. A atividade visa integrar teoria e prática em um ambiente digital, promovendo construções geométricas com o uso de ferramentas digitais disponíveis na

plataforma.

1. **Apresentando o Potencial do *Desmos* para o Ensino de Funções no Ensino Médio**

Autoria: Carlos Eduardo Almeida Santos & Valdelírio da Silva e Silva

Ano: 2023

Categoria: Submetido resumo expandido com apresentação por comunicação oral.

Evento: III SAMATC – Semana Acadêmica de Matemática de Castanhal;

Resumo: Este trabalho tem como objetivo apresentar o potencial da plataforma educacional *Desmos* no ensino de funções para estudantes do ensino médio. A pesquisa envolve uma análise das oportunidades oferecidas pelo *Desmos*, considerando aspectos pedagógicos, recursos disponíveis e estratégias de implementação. O propósito é fornecer diretrizes para professores interessados em utilizar essa plataforma como uma ferramenta eficaz no ensino de matemática. Este estudo teórico oferece insights valiosos sobre como o *Desmos* pode ser explorado para aprimorar a compreensão e o envolvimento dos alunos no estudo de funções no ensino médio. Também discute as possíveis barreiras e desafios ao integrar essa tecnologia na sala de aula. Espera-se que este artigo sirva como ponto de partida para futuras pesquisas e implementações práticas de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) na Educação Matemática, especialmente no contexto do ensino de funções.

2. **Geometria Analítica Vetorial de Retas do \mathbb{R}^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do *Desmos***

Autoria: Carlos Eduardo Almeida Santos & Valdelírio da Silva e Silva

Ano: 2024

Categoria: Submetido resumo expandido com apresentação por comunicação oral.

Evento: 6° SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

Resumo: Neste trabalho visamos exemplificar e explorar o potencial do *Desmos* como uma poderosa ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática. O objetivo é utilizar a sua Camada de Computação (CL) para criar atividades interativas e envolventes sobre Geometria Analítica Vetorial que possam contribuir para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos que

tangem essa área. Neste contexto, desenvolvemos uma atividade chamada “Equações da Reta”, onde é abordado a equação vetorial da reta e suas representações, incluindo as equações paramétrica, simétrica e geral da reta no \mathbb{R}^2 . Além disso, a atividade possui páginas com gráficos interativos, que possibilitam ao aluno visualizar de forma instantânea o comportamento do gráfico ao alterar os parâmetros das equações da reta, fazendo com que o aluno interaja ainda mais com o conteúdo matemático trabalhado na atividade. O objetivo final deste estudo é demonstrar o potencial que o *Desmos* tem para melhorar a qualidade do ensino e preparar os alunos para um mundo cada vez mais digital e tecnológico. Portanto, incentivamos educadores e pesquisadores a explorar o *Desmos* e sua CL, e a descobrir como essas ferramentas podem transformar o ensino da Matemática.

3. Congruência de Triângulos com Atividades Interativas Criadas na Camada de Computação do Desmos.

Autoria: Carlos Eduardo Almeida Santos & Valdelírio da Silva e Silva

Ano: 2025

Categoria: Submetido resumo expandido com apresentação oral virtual.

Evento: Congresso Internacional IDEA: Inovação, Diálogo e Experiência na Aprendizagem.

Resumo: Neste ensaio buscamos demonstrar e explorar o potencial do *Desmos* como uma ferramenta dinâmica para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Focamos especificamente na utilização da sua Camada de Computação (*Computational Layer* - CL) para desenvolver uma atividade interativa sobre Geometria Euclidiana Plana. Intitulada “Congruência de Triângulos”, a atividade foi elaborada para proporcionar uma experiência interativa, apresentando conceitos fundamentais relacionados ao tema. Algumas telas da atividade foram estruturadas para explorar construções geométricas, que os alunos podem realizar diretamente na plataforma utilizando seus recursos digitais. Essa abordagem integra os conceitos teóricos da Geometria construtiva em ambiente digital, promovendo uma conexão lógica entre teoria e aplicação prática. O objetivo principal foi propor, com possível impacto positivo, o uso do *Desmos* na melhoria de qualidade da Educação Matemática, especialmente ao proporcionar confecção de atividades autorais interativas e engajantes. O conjunto de atividades pode incentivar educadores e pesquisadores a explorarem o potencial do *Desmos*, e sua CL, reconhecendo o poder transformador dessas ferramentas no ensino de Matemática.

2.1 Apresentando o Potencial do *Desmos* para o Ensino de Funções no Ensino Médio

Este trabalho foi o primeiro desenvolvido e apresentado durante o período do plano de trabalho *Confecção de Atividades Interativas de Geometria Analítica Vetorial com a Camada de Computação do Desmos*. Embora não aborde diretamente o conteúdo de Geometria Analítica Vetorial, o trabalho em questão trata-se de uma apresentação de algumas das principais funcionalidades do *Desmos*. Seu objetivo foi apresentar o potencial da plataforma *Desmos* para o ensino de funções aos alunos do ensino médio, demonstrando algumas das diversas funcionalidades que podem ser exploradas por professores e pesquisadores.

Considerando que a abordagem do ensino de funções é bastante desafiadora tanto para professores quanto para alunos, estes frequentemente percebem o conteúdo como algo muito abstrato. Por esse motivo, os professores enfrentam dificuldades significativas para ensinar esse conteúdo matemático, que é fundamental para o aprendizado matemático e a compreensão de temas mais avançados.

Nesse sentido, no trabalho citado, buscamos analisar os diversos aspectos da plataforma *Desmos* para o ensino desse conteúdo, levando em consideração aspectos pedagógicos, recursos disponíveis e estratégias de implementação. O objetivo principal do trabalho foi fornecer subsídios para que professores e pesquisadores interessados utilizem os recursos dessa ferramenta digital na implementação de metodologias de ensino com o uso de TDICs.

2.2 Geometria Analítica Vetorial de Retas do \mathbb{R}^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do *Desmos*

Neste trabalho, apresentamos uma atividade desenvolvida com o uso da *CL* do *Desmos*, voltada para o ensino de Geometria Analítica Vetorial. A proposta tem como objetivo explorar os conceitos e definições relacionados às equações da reta no \mathbb{R}^2 , por meio de uma abordagem fundamentada em vetores. Ao longo da atividade, foram trabalhadas e definidas as equações vetorial, paramétrica, simétrica, geral e reduzida da reta no plano bidimensional.

Ao longo do trabalho, exploramos detalhadamente as páginas que compõem a atividade, destacando as definições das diferentes equações da reta, bem como os exercícios interativos com gráficos dinâmicos. Esses recursos permitem que o aluno investigue e analise o comportamento da reta ao alterar os parâmetros das equações. Para isso, a atividade conta com páginas interativas em que, ao inserir ou modificar os valores dos coeficientes, como no caso da equação reduzida da reta, o estudante pode visualizar instantaneamente, no gráfico,

as alterações no comportamento da reta resultantes dessas modificações.

Além disso, a atividade inclui exercícios de fixação que possibilitam ao aluno aplicar os conhecimentos adquiridos, favorecendo a compreensão do uso das equações da reta e de seu comportamento no plano. Também deixamos disponível o link de acesso para uma atividade somente com exercícios relacionados ao conteúdo abordado.

Com a análise e a exploração da atividade ao longo do trabalho, buscamos evidenciar o potencial que o *Desmos* e sua *CL* oferecem para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, especialmente aqueles relacionados à Geometria Analítica sob uma perspectiva vetorial. A abordagem interativa proposta facilita a visualização e a compreensão do comportamento das retas, proporcionando uma experiência de aprendizagem mais prática, dinâmica e significativa.

2.3 Congruência de Triângulos com Atividades Interativas Criadas na CL do Desmos

Neste trabalho, exploramos o uso da *CL* do *Desmos* na criação de atividades sobre Geometria Euclidiana Plana, mais especificamente, sobre Congruência de Triângulos. Este trabalho fez parte do último plano de trabalho, denominado *Confecção de Atividades Interativas de Geometria Euclidiana Plana com a Camada de Computação do Desmos e Polypad Manipulativas*.

Antes de prosseguir com a descrição do trabalho apresentado, é preciso destacar o *Polypad Manipulatives*, uma nova plataforma integrada para uso nas atividades desenvolvidas pela Camada de Computação do *Desmos*. Essa plataforma também possui diversas ferramentas voltadas para o ensino e a aprendizagem de Matemática e, o mais interessante, como o próprio nome sugere, são ferramentas manipuláveis. Além de poder ser usada como um dos componentes dentro do *Desmos Classroom* para integrar as atividades confeccionadas através da *CL* do *Desmos*. Essa ferramenta também pode ser acessada separadamente em <https://polypad.amplify.com>.

Agora, prosseguindo com a descrição do trabalho apresentado: na atividade desenvolvida, optamos por utilizar uma abordagem que combina o uso de ferramentas digitais interativas com os métodos tradicionais de construções geométricas, ou seja, aqueles que utilizam apenas régua e compasso. Isso é possível graças aos recursos disponíveis no componente *Geometry* do *Desmos*, que permite selecionar quais ferramentas estarão acessíveis aos alunos. Dessa forma, para a realização das construções ao longo do trabalho, disponibilizamos apenas as ferramentas que apresentam funcionalidades semelhantes às da régua e do compasso, os

instrumentos tradicionalmente utilizados nas construções geométricas.

Essas construções são propostas como exercícios prévios à formalização dos casos de Congruência de Triângulos. Por exemplo, na atividade ([Congruência de Triângulos](#)), antes da tela que formaliza o caso **LAL** (Lado-Ângulo-Lado) de Congruência de Triângulos, é apresentada, na tela anterior, uma construção de triângulos utilizando métodos de construção geométrica, com a indicação das medidas de dois lados e de um ângulo. A realização dessa construção torna a formalização do caso **LAL** mais significativa e compreensível para os estudantes.

Desse modo, na atividade apresentada no trabalho citado, buscamos integrar o uso de ferramentas digitais com métodos e técnicas mais tradicionais, promovendo um ambiente de aprendizagem que alie o “novo” ao tradicional, contribuindo para o ensino da geometria de forma mais colaborativa e significativa.

Reflexões finais

A constante preocupação com a qualidade do ensino de Matemática passa, necessariamente, por uma reflexão crítica acerca dos processos formativos dos professores. Nesse sentido, torna-se imprescindível promover momentos de estudo e diálogo entre teoria e prática, que favoreçam a compreensão da complexidade que envolve o trabalho docente. A valorização da formação inicial e continuada deve estar atrelada à construção de saberes que orientem, de forma consistente, a prática pedagógica.

A IC, ao longo da minha jornada acadêmica, revelou-se como uma experiência enriquecedora para o meu processo de formação como professor de Matemática, pois constituiu um espaço privilegiado de estudo, pesquisa e reflexão sobre a prática docente. Durante minha atuação como bolsista de IC passei a refletir de forma mais aprofundada sobre minha perspectiva como futuro educador, formulando questionamentos mais precisos acerca da prática pedagógica, em especial no que se refere ao uso das TDICs como recursos didáticos. Tais indagações emergem da própria reflexão sobre as experiências vividas, evidenciando a relevância dos espaços formativos que promovem estudo, diálogo e pesquisa em colaboração com professores.

Nesse processo, pude vivenciar, de forma concreta e significativa, como a IC contribuiu para minha formação docente. Essa vivência me impulsionou a desenvolver uma postura mais investigativa, ao mesmo tempo em que me motivou a explorar o potencial pedagógico da plataforma *Desmos*. A experiência ampliou minha compreensão sobre como as TDICs podem contribuir para tornar as aulas de Matemática mais interativas, exploratórias e centradas no protagonismo dos estudantes.

Dessa experiência, emergiram achados importantes: Ao explorar as funcionalidades da plataforma *Desmos*, percebi sua capacidade de criar um ambiente de ensino dinâmico e interativo para diversos conteúdos matemáticos. Essa abordagem favorece o desenvolvimento do pensamento crítico, da autonomia e da construção significativa de conhecimentos por parte dos alunos, permitindo-lhes explorar os conceitos matemáticos de maneira visual e intuitiva.

No entanto, a experiência também evidenciou os desafios enfrentados em relação

à implementação do uso de TDICs em ambientes de sala de aula. Apesar das potencialidades do *Desmos*, seu uso eficaz requer planejamento cuidadoso, conhecimento prévio das funcionalidades das ferramentas e articulação com objetivos de avaliação formativa. Além disso, permanece a necessidade de integrar essas práticas digitais de forma mais consistente ao currículo e de investigar, sistematicamente, seus impactos na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Como próximos passos, pretendo aprofundar a exploração das funcionalidades das ferramentas do *Desmos* em diferentes contextos, desenvolver estratégias que promovam a avaliação formativa a partir das TDICs e compartilhar essas experiências com colegas professores e pesquisadores, fortalecendo práticas colaborativas de ensino.

Portanto, a experiência adquirida como bolsista PIBIC foi determinante para a construção da minha identidade como professor de Matemática. A partir dela, passei também a me reconhecer como pesquisador. Além disso, as vivências acumuladas ao longo do curso — nas disciplinas, nos Estágios Supervisionados Obrigatórios e nas interações com a comunidade acadêmica — foram essenciais para consolidar minha trajetória formativa. Pretendo levar os conhecimentos construídos ao longo dessa caminhada para minha futura atuação profissional, mantendo-me em constante busca por novos saberes e experiências que contribuam com o avanço da Educação Matemática. Afinal, a busca contínua por conhecimento é condição indispensável para a formação permanente de todo professor comprometido com sua prática. Concluo, assim, esta etapa com a convicção de que ela representa apenas o início de uma nova fase da minha trajetória profissional.

Referências

- ABREU, J. D. de. *O uso didático da calculadora gráfica Desmos via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas: uma experiência na licenciatura em matemática*. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2024. 8, 13, 14
- ALBUQUERQUE, L. C. d.; GONTIJO, C. H. A complexidade da formação do professor de matemática e suas implicações para a prática docente. Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGEDU) e da Faculdade de Educação , 2013. 8
- AMPLIFY EDUCATION, INC. *Amplify Desmos Math*. 2025. Acesso em: 1 set. 2025. Disponível em: <<https://amplify.com/programs/amplify-desmos-math/>>. 12
- ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Ensino remoto de Matemática: possibilidades com a plataforma Desmos. *Professor de Matemática Online*, Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, RJ, v. 08, n. 04, 2020. ISSN 2319-023X. Disponível em: <https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/5/sites/5/2021/10/art37_vol8_PMO_SBM__2020.pdf>. 10
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. 9
- MACHADO, D. et al. Volume of geometric solids on the desmos platform—a didactic experience in cape verde. *European Journal of Science and Mathematics Education*, ERIC, v. 11, n. 3, p. 376–391, 2023. 13, 14
- MASSI, L.; QUEIROZ, S. L. Iniciação científica: aspectos históricos, organizacionais e formativos da atividade no ensino superior brasileiro. Editora Unesp, 2015. 8
- SALAS-RUEDA, R.-A. Perception of students about the effectiveness of the flipped classroom and technological tools in the learning of mathematics. *Journal of Learning for Development*, v. 10, n. 3, p. 376–391, 2023. 13, 14
- SANTOS, J. L. G. dos. *Desmos, Geogebra e GXWeb: uma comparação entre três sistemas de geometria dinâmica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Rio de Janeiro, 2024. 11

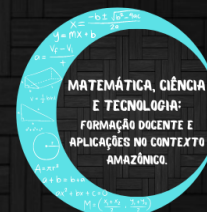
Apêndice

III SAMATC
25 a 27
outubro 2023

SAMATC

SEMANA ACADÊMICA DE
MATEMÁTICA DE CASTANHAL

Universidade Federal do Pará - Campus Castanhal



APRESENTANDO O POTENCIAL DO *Desmos* PARA O ENSINO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Carlos Eduardo Almeida Santos
Universidade Federal do Pará
carloedsantos77@gmail.com

Valdelírio da Silva e Silva
Universidade Federal do Pará
valdel@ufpa.br

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo apresentar o potencial da plataforma educacional *Desmos* no ensino de funções para estudantes do ensino médio. A pesquisa envolve uma análise das oportunidades oferecidas pelo *Desmos*, considerando aspectos pedagógicos, recursos disponíveis e estratégias de implementação. O propósito é fornecer diretrizes para professores interessados em utilizar essa plataforma como uma ferramenta eficaz no ensino de matemática. Este estudo teórico oferece insights valiosos sobre como o *Desmos* pode ser explorado para aprimorar a compreensão e o envolvimento dos alunos no estudo de funções no ensino médio. Também discute as possíveis barreiras e desafios ao integrar essa tecnologia na sala de aula. Espera-se que este artigo sirva como ponto de partida para futuras pesquisas e implementações práticas de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) na Educação Matemática, especialmente no contexto do ensino de funções.

Palavras-chave: Desmos. Funções. Educação Matemática. TDIC.

Introdução

O ensino de funções desempenha um papel fundamental no currículo educacional de matemática do ensino médio, servindo como uma base crucial para uma variedade de tópicos subsequentes e preparando os estudantes para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados. No entanto, a maneira tradicional de apresentar e ensinar funções muitas vezes pode ser desafiadora e abstrata para os alunos, o que resulta em dificuldades de aprendizado e falta de engajamento.

Neste contexto, a tecnologia educacional emergiu como uma ferramenta promissora para tornar o ensino de funções mais acessível e envolvente. O *Desmos*, uma poderosa plataforma de software de matemática interativa, tem ganhado destaque como uma ferramenta potencialmente transformadora no ensino de funções para estudantes do ensino médio, e também nos demais níveis da educação. Este estudo busca expor o potencial do *Desmos* como uma abordagem inovadora e eficaz para o uso dos educadores em relação ao ensino de funções, com o objetivo de aprimorar a compreensão conceitual, promover a resolução de problemas e aumentar o entusiasmo dos alunos em relação à aprendizagem matemática.

Ao mostrar as possibilidades e desafios do uso do *Desmos* no ensino de funções, este estudo contribuirá para o avanço do campo da educação matemática e proporcionará insights valiosos para educadores e pesquisadores interessados em melhorar a qualidade do ensino de matemática no ensino médio.



A importância do ensino de funções na educação matemática

Uma função é um conceito fundamental na matemática que descreve uma relação especial entre dois conjuntos, geralmente chamados de domínio e contradomínio. Em termos simples, uma função associa cada elemento do domínio a exatamente um elemento do contradomínio. Isso significa que, para cada entrada (valor do domínio), há uma única saída correspondente (valor imagem no contradomínio). Essa relação é representada geralmente como $f(x)$, onde “ f ” é o nome da função¹ e “ x ” representa a variável de entrada. As funções podem ser encontradas em inúmeras aplicações da matemática e da ciência, desde problemas simples de aritmética até modelagem complexa em física, economia e engenharia. Elas desempenham um papel crucial na resolução de equações, na representação de fenômenos do mundo real e na compreensão de padrões e regularidades matemáticas.

A habilidade de compreender, analisar e manipular funções capacita os estudantes a modelar fenômenos complexos, tomar decisões informadas e resolver questões práticas em suas vidas cotidianas. Além disso, aprofundar o conhecimento em funções promove o desenvolvimento do pensamento crítico, da capacidade de raciocínio lógico e da habilidade de comunicar ideias matemáticas de forma eficaz, habilidades cruciais em qualquer carreira acadêmica ou profissional. Portanto, tornar o ensino de funções mais acessível e envolvente, como proposto pelo uso do *Desmos*, é de grande importância para o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes no ensino médio e além.

Recursos do *Desmos* para o ensino de funções

O *Desmos* é uma plataforma educacional que oferece uma variedade de recursos dinâmicos e interativos que podem ser altamente benéficos para o ensino de funções para estudantes do ensino médio. Esses recursos são projetados para aprimorar a compreensão dos alunos e promover uma abordagem mais prática e visual do conteúdo. Abaixo, listamos alguns dos principais recursos do *Desmos* que podem ser aproveitados no contexto do ensino de funções.

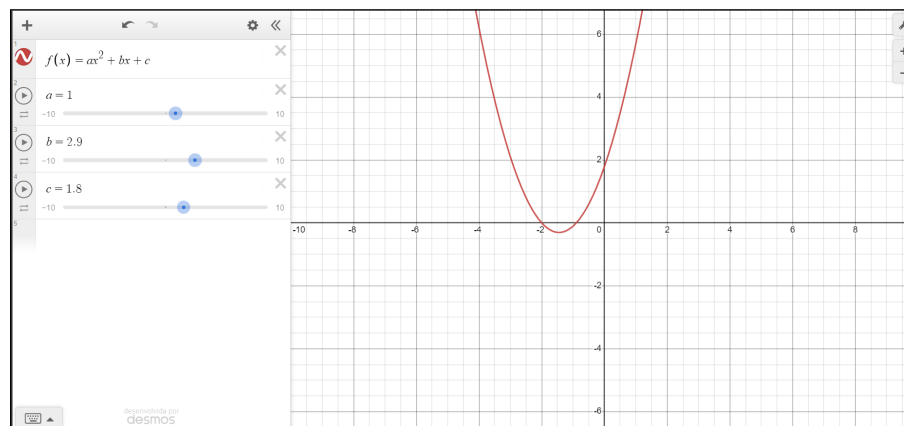
Gráficos interativos:

Uma das características distintivas do *Desmos* é a sua capacidade de gerar gráficos interativos de funções em tempo real. Isso permite que os alunos visualizem como diferentes parâmetros afetam a forma e o comportamento gráfico de uma determinada função. Nesse sentido, segundo França et al. (2022), o uso de ambientes computacionais pode ser útil no ensino-aprendizagem de funções, uma vez que eles possibilitam a visualização simultânea dos aspectos algébricos, tabulares e gráficos de uma função, além de permitir a manipulação dessas representações de forma interativa. Graças às funcionalidades da calculadora gráfica do *Desmos*, os alunos podem alterar os coeficientes de uma função através dos controles deslizantes que a plataforma fornece e ver instantaneamente como isso se reflete no gráfico, auxiliando na compreensão das relações entre os elementos da função; tal como podemos visualizar na figura 1a, a qual ilustra o gráfico de uma função quadrática; e na figura 1b, em que observamos o gráfico de uma função afim.

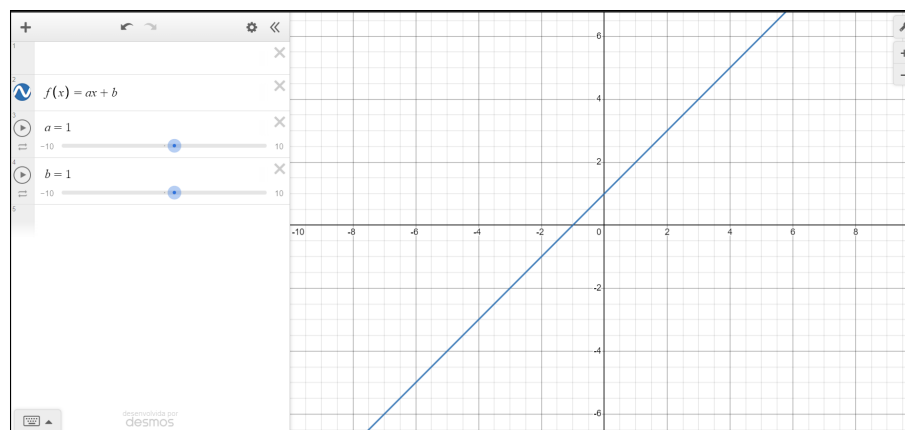
¹ as funções também podem ser representadas pela letra “ y ” em muitos contextos matemáticos.

Figura 1: Formas genéricas das funções quadrática e afim com controles deslizantes de seus coeficientes.

(a) Função quadrática



(b) Função afim



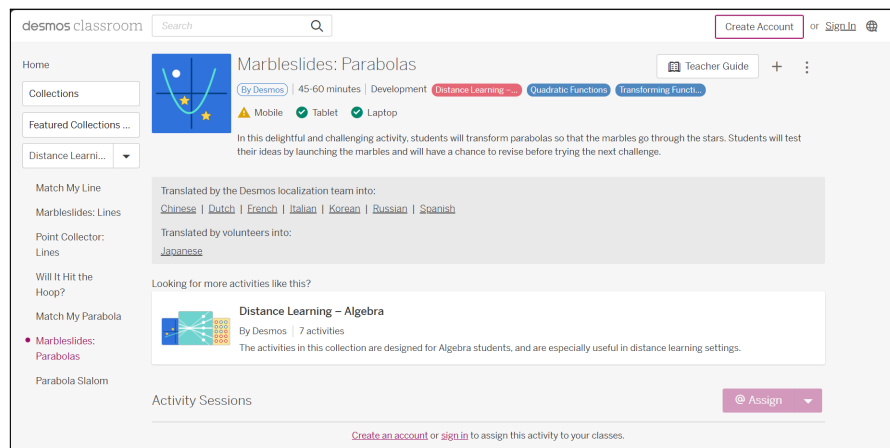
FONTE: capturada pelo autor

Atividades pré-preparadas:

O *Desmos* oferece também uma biblioteca de atividades interativas pré-preparadas, compreendendo o ensino de funções lineares, quadráticas, polinomiais, trigonométricas e exponenciais. Essas atividades são criadas por educadores e especialistas em matemática e podem ser usadas como recursos prontos para uso em sala de aula. Elas incluem perguntas, gráficos e desafios que ajudam os alunos a consolidar seus conhecimentos de forma prática. Além disso, é possível que a própria pessoa desenvolva e crie atividades personalizadas sobre o referido conteúdo para aplicar aos seus alunos. Tudo isso é possível graças ao *Desmos Classroom*. Sua principal funcionalidade é fornecer um ambiente digital interativo onde professores podem criar, compartilhar e gerenciar atividades matemáticas personalizadas para seus alunos. Nesse ambiente, além de poder criar uma série de atividades, existem várias outras atividades já prontas que podem ser adicionadas à sua turma para que os alunos as resolvam, como por exemplo, a atividade “Marbleslides: Parabolas” (figura 2). Para ter acesso a essa e a outras atividades pré-preparadas, basta criar uma conta, acessar o seguinte endereço: <https://teacher.desmos.com> e logo depois criar uma turma, adicionar essa ou

outra atividade para a respectiva turma.

Figura 2: *Marbleslides: Parábolas*



FONTE: capturada pelo autor

Além do mais, graças ao *Desmos Classroom*, você não fica limitado apenas a usar atividades pré-preparadas; você também pode criar suas ou personalizar e modificar as atividades existentes de acordo com as necessidades de sua turma. Você pode ajustar os parâmetros das atividades, criar variações e adicionar desafios extras para desafiar seus alunos de maneira específica. Nesse sentido, **Antunes & Cambraíha (2020)**, apontam que o grande diferencial do *Desmos* está “na seção *Classroom Activities* de atividades para a sala de aula. Elas são concebidas a partir de elementos que são apontados e reconhecidos pelas pesquisas científicas como sendo importantes para uma boa instrução matemática [· · ·]”. Dessa forma, o *Desmos* não é apenas uma ferramenta de ensino, mas uma plataforma que permite que você molde o conteúdo de matemática de acordo com suas metas educacionais e às necessidades dos alunos.

No anexo estão listadas algumas atividades pré-preparadas, e uma construída com co-autoria de um dos autores, sobre funções elementares para o ensino médio.

Ferramentas de análise

Grças aos gráficos e outras ferramentas interativas, o *Desmos* fornece ferramentas de análise muito úteis, essenciais, por exemplo, para a determinação dos vértices, intervalo de crescimento e positivities, restrições de domínio, taxas de crescimento, ou raízes de uma função polinomial, como se tem visualizada na figura 3). Isso permite que os alunos explorem propriedades específicas das funções de maneira mais detalhada, auxiliando na compreensão dos conceitos-chave.

Compartilhamento, colaboração e painel de controle

Os recursos do *Desmos* podem ser facilmente compartilhados com os alunos, permitindo que eles acessem as atividades tanto em sala de aula quanto fora dela, permitindo por exemplo a aplicação da metodologia ativa *Sala Invertida*, com etapas assíncronas ou não. Além disso, os alunos podem responder às atividades *online* vendo as respostas dos colegas, possibilitando trabalho conjunto para

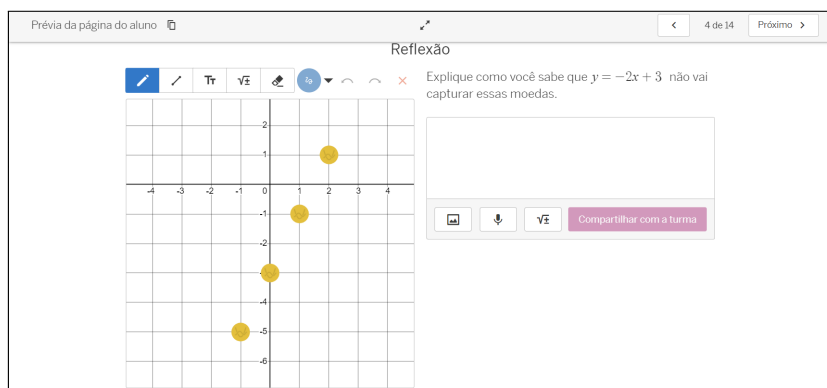
Figura 3: Exemplo de uma função cúbica com controles deslizantes nos coeficientes a, b, c e d



FONTE: capturada pelo autor

resolver problemas e explorar conceitos matemáticos, promovendo o aprendizado colaborativo. Como exemplo, a figura 4 corresponde a uma página da atividade “Captura de moedas: desenvolva suas habilidades”, que está relacionada ao ensino de funções afins e seus gráficos. Nela há uma caixa de texto onde o aluno pode explicar e justificar seu entendimento, compartilhando-o com a turma (mediante permissão ou não, programada previamente pelo professor). Além disso, ele pode inserir imagens, equações e até mesmo um arquivo de áudio para compartilhar suas ideias com os colegas.

Figura 4: Página da atividade “Captura de moedas: desenvolva suas habilidades”



FONTE: <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5fadd076eaa3a0384e3cc2f2?lang=pt-BR&collections=featured-collections/>

Para cada atividade associada a uma turma tem-se um painel de controle para o professor (a figura 5 ilustra uma utilizada!) (CÂNDIDO, 2023). Para cada questão se tem informado se o aluno acertou (\checkmark), errou (\times), deixou incompleta (\bullet) ou não a fez (vazio). Os discentes podem ser colocados com nome de matemáticos famosos para proporcionar ao professor, mediante necessidade, compartilhar em sala o resumo com anonimato. Existe um botão para pausar em qualquer momento o curso da atividade, assim como impor intervalo de tempo a fim de definir um ritmo (figura 6).

A função *Prints* (figura 7) permite que se carregue uma imagem ou arquivo, ou mesmo habilite um *smartphone* para usar o registro da câmera, para posteriormente direcionar comentários de qualquer questão da atividade numa conversa particular com um discente.

A curadoria dos alunos é feita mediante a função *Professor* (figura 8). Em cada questão o docente pode ver as respostas dos alunos, escolher aqueles que devem ter um comentário específico comum, com ou sem um arquivo de auxílio, com explanação de texto e matemática ($\sqrt{\square}$), em

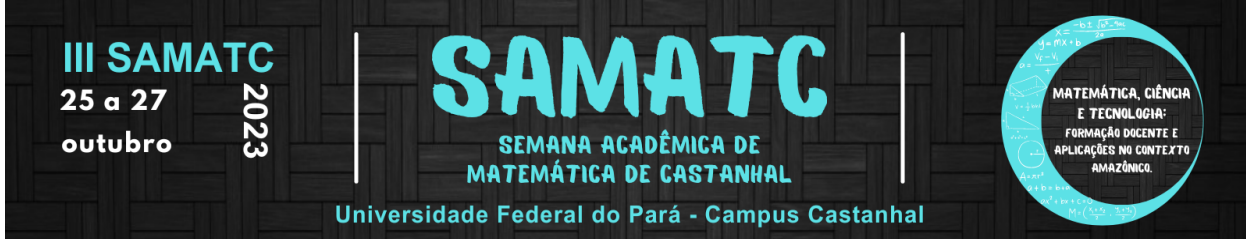
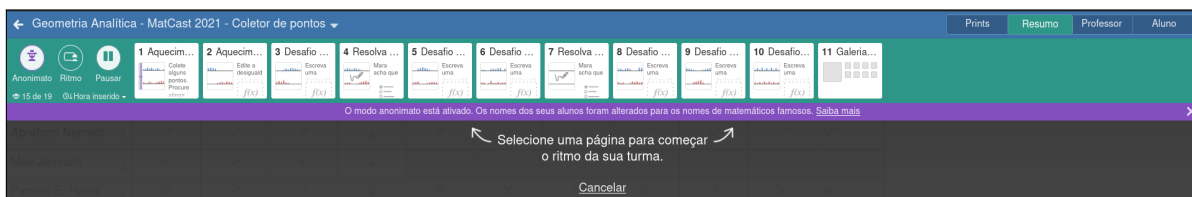


Figura 5: Exemplo de resumo de atividade do *Painel de Controle* de um professor.

Nome	1 Aquecim...	2 Aquecim...	3 Desafio ...	4 Resolva ...	5 Desafio ...	6 Desafio ...	7 Resolva ...	8 Desafio ...	9 Desafio ...	10 Desafio ...	11 Galeria...
Abraham Nemeth	✓	✓	✓	•	✓	✓	•	✓	✓	✓	✓
Mae Jemison	✓	✓	✓	•	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Pamela E. Harris	✓	✓	✓	•	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✓
Wen-Tsun Wu	✗	✓	✓	•	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓
Abu al-Wafa' Bu...	✗	✓	✓	•	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Moon Duchin	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Richard Tapia	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✓
Tasha Inniss	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✓
Christina Euban...	✓	✓	✓	•	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Jagadish Chandr...	✓	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✓
Zhang Heng	✓	✓	✓	•	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✓
Grace Hopper	✓	✓	✓	•	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✓
Euphemia Lofton...	✓	✗	✗	•	✗	✗	•	✓	✓	✓	✓
Concha Gómez	✓	✓	✗	•	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✓
Mary Winston Ja...	✓	✓	✓	•	✓	✓	✗	✗	✓	✓	✓

FONTE: capturada pelo autor

Figura 6: Definição de ritmo de uma atividade do *Painel de Controle*.



FONTE: capturada pelo autor

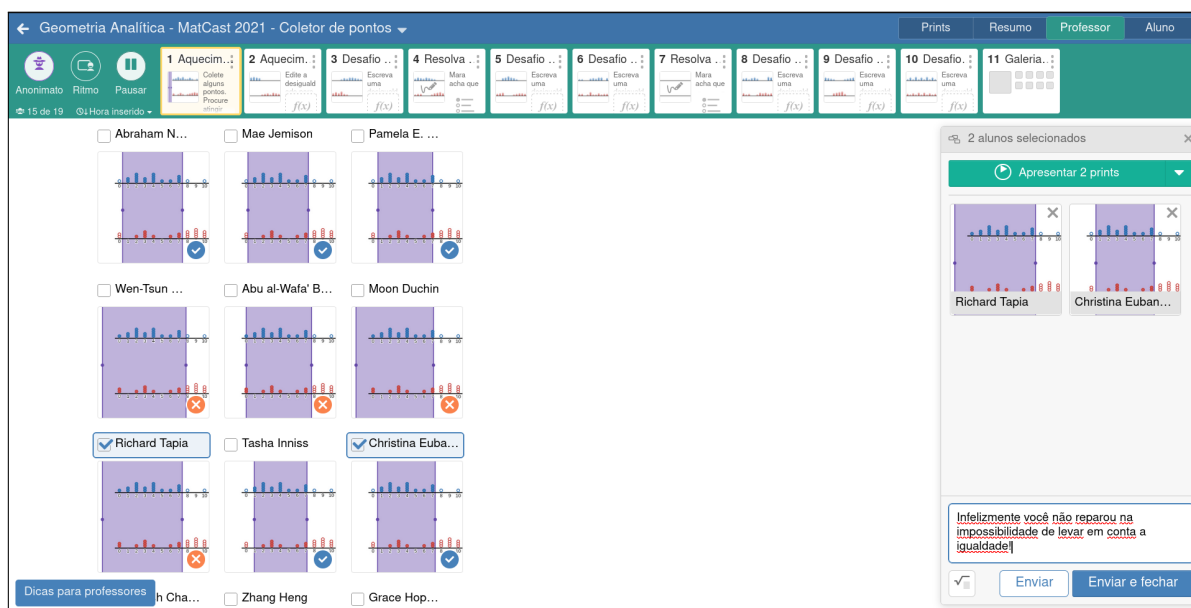
seguida simplesmente enviar, ou enviar e fechar a discussão.

Figura 7: Carregamento de arquivos via *Prints* do *Painel de Controle* de um professor.



FONTE: capturada pelo autor

Figura 8: Opções de curadoria com o *Painel de Controle*.



FONTE: capturada pelo autor

Estratégias de implementação

Implementar o *Desmos* de maneira eficaz no ensino de funções requer um conjunto de diretrizes específicas para orientar os professores em sua abordagem, pois antes de introduzir a plataforma em sala de aula, os educadores devem adquirir um bom domínio sobre essa ferramenta educacional. Isso envolve explorar as funcionalidades básicas, como criar gráficos, inserir equações, comandos utilizado para realizar as tarefas necessárias para ensino do conteúdo o qual vai ser trabalhado. Nesse sentido, segundo **COSTA et al. (2021)**, ao fazer a escolha de um *software* computacional, o educador deve analisar cuidadosamente as particularidades que o referido programa possui, devido ao fato de que, com a sua aplicação, ele venha a atender totalmente ou de forma parcial às demandas do objeto que será ensinado. Para auxiliar nisso, o próprio *Desmos* oferece tutoriais e recursos de treinamento *online* que podem ser explorados para adquirir conhecimento sobre como criar gráficos interativos, usar controles deslizantes e aproveitar as funcionalidades da plataforma (Figura 9).

A partir daí, os professores podem criar ou adaptar atividades específicas relacionadas ao ensino de funções. Para garantir uma transição suave, é aconselhável introduzir o *Desmos* gradualmente no currículo. Começando com atividades mais simples e, à medida que os alunos se familiarizam com a plataforma, avance para tarefas mais desafiadoras. Sempre se certificando de fornecer orientações claras sobre como usar as ferramentas do *Desmos*. Também é importante incentivar os alunos para que eles venham a explorar ativamente as atividades disponíveis, tendo como objetivo que eles possam aprender mais sobre as funcionalidades da plataforma e sobre o conteúdo que está sendo estudado. Eles podem ajustar os controles deslizantes, observar como as mudanças nos coeficientes afetam o gráfico e registrar suas descobertas. A ênfase deve estar na compreensão dos conceitos subjacentes, não apenas na manipulação da tecnologia.

Figura 9: Guia de ajuda da calculadora gráfica do *Desmos*



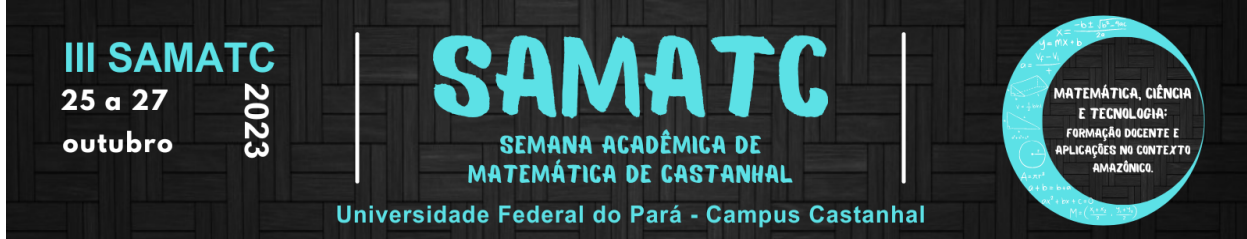
Fonte: capturada pelo autor

Após a exploração individual, é fundamental promover discussões em grupo para que os alunos compartilhem suas descobertas e *insights*. Isso os ajuda a consolidar o aprendizado e permite que eles compreendam diferentes abordagens para resolver problemas relacionados ao tipo de função que está sendo estudada. Quanto ao sentido de avaliação de desempenho dos estudantes, os professores podem criar ou adicionar atividades no *Desmos Classroom* para avaliar o progresso dos alunos e identificar áreas em que necessitem de apoio adicional. Além disso, é relevante que haja a solicitação do *feedback* dos alunos sobre a experiência de aprendizado com essa plataforma de matemática interativa, para aprimorar futuras implementações. Assim, à medida que o professor ganha experiência com ela e compreende melhor as necessidades dos alunos, o educador vai ser capaz de ir ajustando suas abordagens e atividades com o objetivo de maximizar os benefícios da plataforma.

A implementação do *Desmos* no ensino de funções pode transformar a maneira como os alunos abordam e compreendem esses tópicos matemáticos. Com uma estratégia bem planejada e o uso eficaz dessa ferramenta, os educadores podem criar ambientes de aprendizado mais interativos e envolventes, ajudando os alunos a desenvolver uma compreensão mais sólida e intuitiva das funções estudadas em sala de aula.

Barreiras e desafios potenciais

Algumas possíveis barreiras e desafios devem ser considerados ao implementar o uso do *Desmos* como uma ferramenta de ensino. Uma das mais desafiadoras é a dificuldade de acesso à tecnologia, na qual alunos e professores podem não ter acesso consistente a dispositivos e conexão à internet para utilizar a plataforma na escola ou até mesmo em casa, uma vez que nem todos os alunos podem possuir dispositivos ou conexões confiáveis à internet em seus lares. Isso pode criar disparidades no aprendizado, afetando negativamente aqueles que não têm acesso aos recursos necessários. Portanto, é importante abordar essas preocupações e buscar soluções inclusivas ao tentar implementar o *Desmos* como ferramenta de ensino.



Conclusão

Com base nesta pesquisa concluímos que o *Desmos* possui o potencial de aprimorar o ensino e a aprendizagem de funções no ensino médio. Durante a pesquisa, observamos que a plataforma oferece uma abordagem interativa e visual para o conteúdo matemático abordado. Isso permite aos educadores abordar conceitos de funções de forma mais dinâmica, promovendo a exploração prática e, conseqüentemente, uma melhor compreensão. Além disso, a plataforma dispõe de recursos de personalização, adaptando-se às necessidades individuais dos alunos e criando um ambiente de aprendizado inclusivo.

No contexto atual da educação, em que a tecnologia desempenha um papel cada vez mais importante, este estudo enfatiza a relevância de aproveitar as ferramentas disponíveis para melhorar o ensino e a aprendizagem. No entanto, é crucial reconhecer as possíveis barreiras e desafios que podem surgir ao tentar implementar o uso dessas tecnologias em sala de aula.

O *Desmos* representa uma oportunidade promissora para os educadores explorarem novas abordagens pedagógicas e envolverem os alunos de maneira mais eficaz, proporcionando uma experiência de aprendizado mais dinâmica, interativa e personalizada. Dessa forma, ele prepara os alunos para enfrentar desafios matemáticos com maior confiança e competência.

Referências

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Ensino remoto de matemática: possibilidades com a plataforma *desmos*. *Professor de Matemática Online*, <https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo837>, 2020.

CÂNDIDO, J. V. M. *Sala Invertida de Funções Trigonométricas usando a Camada de Computação do Desmos*. Universidade Federal do Pará: Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional – Profmat, 2023.

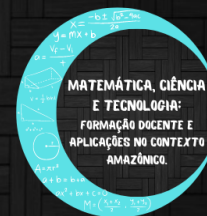
COSTA, B. S. R. d. et al. Uma proposta para o ensino de função polinomial do 1º grau utilizando a plataforma do app *inventor 2* e o software *desmos*. Universidade Federal do Pará, <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/13793>, 2021.

FRANÇA, J. d. A. et al. Proposta para o ensino de funções usando a ferramenta digital *desmos*. Universidade Federal de Santa Catarina, <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/240889>, 2022.

Anexo: Atividades pré-preparadas

Atividades de função afim

1. [Pouse o avião](#)
2. [Turtle Time Trials](#)
3. [Marbleslides: Lines](#)
4. [Slalom linear](#)



Atividades de função quadrática

1. Match My Parabola
2. Polygraph: Parabolas
3. Will It Hit the Hoop?
4. Card Sort: Parabolas

Atividades de função exponencial

1. Encontre minha exponencial
2. Polygraph: Exponentials
3. Marbleslides: Exponentials
4. Card Sort: Exponentials

Atividades de funções trigonométricas

1. Sala Invertida de seno e cosseno com o *Desmos*
2. Marbleslides: Periodics
3. Burning Daylight

III SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA DE CASTANHAL

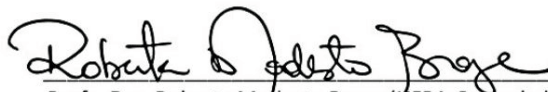
III SAMATC
25 a 27
outubro
2023

MATEMÁTICA, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA:
FORMAÇÃO DOCENTE E
APLICAÇÕES NO CONTEXTO
AMAZÔNICO.

CERTIFICADO

Certificamos que **Carlos Eduardo Almeida Santos**, participou na qualidade de **APRESENTADOR(A)** do trabalho intitulado Apresentando o potencial do Desmos para o ensino de funções no ensino médio da **III SAMATC – SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA DE CASTANHAL**, apresentando na modalidade Apresentação oral.

Castanhal (PA), 27 de outubro de 2023.



Profa. Dra. Roberta Modesto Braga (UFPA-Castanhal)
Diretora da Faculdade de Matemática – FACMAT
Coordenadora Geral da III SAMATC





6° SIPEMAT

Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática

6° INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON RESEARCH IN MATHEMATICAL EDUCATION
6° SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
6° SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LA RECHERCHE EM ÉDUCTION
MATHÉMATIQUE

23 a 25 de maio de 2024 – CAMPINA GRANDE- PARAÍBA - BRASIL

ISBN: 978-65-272-0577-7

Geometria Analítica Vetorial de Retas do \mathbb{R}^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do *Desmos*

Carlos Eduardo Almeida Santos ¹

Valdelírio da Silva e Silva ²

RESUMO

Neste trabalho visamos exemplificar e explorar o potencial do *Desmos* como uma poderosa ferramenta para o ensino e aprendizagem de matemática. O objetivo é utilizar a sua Camada de Computação (CL) para criar atividades interativas e envolventes sobre Geometria Analítica Vetorial que possam contribuir para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos que tangem essa área. Neste contexto, desenvolvemos uma atividade chamada “Equações da Reta”, onde é abordado a equação vetorial da reta e suas representações, incluindo as equações paramétrica, simétrica e geral da reta no \mathbb{R}^2 . Além disso, a atividade possui páginas com gráficos interativos, que possibilitam ao aluno visualizar de forma instantânea o comportamento do gráfico ao alterar os parâmetros das equações da reta, fazendo com que o aluno interaja ainda mais com o conteúdo matemático trabalhado na atividade. O objetivo final deste estudo é demonstrar o potencial que o *Desmos* tem para melhorar a qualidade do ensino e preparar os alunos para um mundo cada vez mais digital e tecnológico. Portanto, incentivamos educadores e pesquisadores a explorar o *Desmos* e sua CL, e a descobrir como essas ferramentas podem transformar o ensino da matemática.

Palavras-chave: Desmos. Geometria Analítica Vetorial. Educação Matemática. Retas. TDIC.

¹Universidade Federal do Pará / Campus Castanhal – UFPA/Castanhal. e-mail: carlosedsantos77@gmail.com

²Universidade Federal do Pará / Campus Castanhal – UFPA/Castanhal. e-mail: valdel@ufpa.br

Introdução

Atualmente vivemos em uma era na qual as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) permeiam todos os aspectos do nosso cotidiano. O uso dessas ferramentas tornou-se praticamente indispensável para o funcionamento da sociedade moderna. No contexto educacional, a incorporação dessas tecnologias nos ambientes de aprendizagem torna-se cada vez mais essencial, dado que tais ferramentas já integram o cotidiano dos alunos. Nessa perspectiva, conforme Camillo (2020), as tecnologias, seja por meio de softwares, jogos, simuladores, vídeos, entre outras TDIC, estão se disseminando em todas as áreas do conhecimento e em diversos níveis educacionais, abrangendo desde a pré-escola até a pós-graduação. Isso se mostrou ainda mais necessário durante a pandemia causada pela Covid-19, quando as instituições tiveram que recorrer ao ensino remoto e, conseqüentemente, ao uso de TDIC para prosseguir com suas atividades. Portanto, é fundamental que a educação acompanhe essa evolução tecnológica, preparando os alunos para um mundo cada vez mais digital.

Quando se trata de educação matemática, o uso dessas ferramentas mostra-se cada vez mais necessário. Isso ocorre porque a matemática é uma área da educação que exige uma compreensão profunda e intuitiva dos conceitos. A matemática é uma disciplina que se baseia fortemente em representações abstratas. Sejam números, equações, gráficos ou figuras geométricas, cada elemento serve como uma representação de um conceito matemático. Essas representações são essenciais para a compreensão e a aplicação efetiva da matemática. Elas permitem que os estudantes visualizem e manipulem conceitos matemáticos, facilitando a compreensão e a internalização desses conceitos.

Seguindo essa descrição, a Geometria Analítica Vetorial é uma área que combina elementos de álgebra e geometria para analisar as propriedades dos objetos geométricos. O estudo de retas no \mathbb{R}^2 é um tópico fundamental nesta área, e a representação dessas retas por meio de vetores oferece uma abordagem bastante intuitiva para compreender esses conceitos.

Com base nisso, neste trabalho queremos demonstrar como o uso da CL (*Computation Layer* ou *Camada de Computação*) do *Desmos* para a criação de atividades interativas sobre Geometria Analítica Vetorial, possui o potencial de tornar o ensino e aprendizagem desse conteúdo matemático mais atrativo e envolvente. Para isso, vamos apresentar uma atividade sobre as equações da reta no \mathbb{R}^2 . Esperamos que os resultados desta pesquisa possam contribuir para o desenvolvimento de estratégias de ensino mais atrativas e envolventes para a Geometria Analítica Vetorial, e que possam inspirar outros educadores a incorporar o uso de tecnologias digitais, como o *Desmos*, em

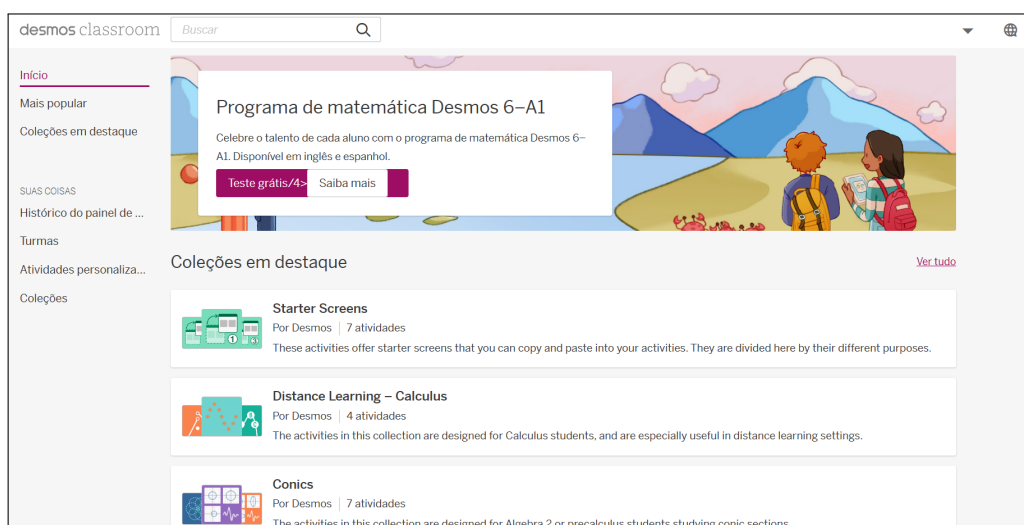
suas práticas de ensino.

Desmos e sua Camada de Computação

O *Desmos* é uma plataforma online gratuita voltada para a educação matemática. Ele permite uma abordagem de uma variedade de conteúdos matemáticos de forma totalmente interativa. De acordo com [Borba, Júnior & Filha \(2023\)](#), a implementação de uma abordagem didática com o uso do *Desmos* cria um cenário de aprendizado interativo, capaz de estimular a curiosidade e a participação dos alunos nas tarefas sugeridas.

Um dos principais recursos do *Desmos* é a sua Camada de Computação ou CL. Este recurso possibilita a criação de atividades interativas que abrangem diversos tópicos matemáticos, tornando o aprendizado mais envolvente. Para ter acesso à CL do *Desmos*, você deve ir para <https://teacher.desmos.com> e registrar uma conta. Após a criação da conta, você ganhará acesso ao *desmos classroom* (figura 1). De acordo com [Antunes & Cambraíha \(2020\)](#), o *desmos classroom* é o grande diferencial da plataforma. Dentro desse ambiente, você terá a opção de ir para *Atividades Personalizadas* ou *Custom Activities*, se a página estiver em inglês, e criar sua própria atividade. Além disso, você poderá pesquisar atividades já prontas e adicioná-las à sua turma.

Figura 1: Página do *desmos classroom*



FONTE: capturado pelo autor

O *Desmos* também permite que você compartilhe suas atividades personalizadas com outros educadores, criando assim uma comunidade de aprendizado colaborativo. Além disso, ele também disponibiliza uma variedade de recursos para monitorar o progresso dos alunos, permitindo que

os educadores forneçam *feedback* em tempo real e ajustem suas estratégias de ensino conforme necessário. Isso torna o *Desmos* uma ferramenta poderosa não apenas para o ensino, mas também para a avaliação contínua do aprendizado dos alunos. Portanto, o *Desmos* é mais do que apenas uma plataforma de aprendizado digital, é uma ferramenta que pode transformar a maneira como ensinamos e aprendemos matemática.

Desenvolvimento e Resultados

Para o desenvolvimento da atividade que será apresentada a seguir, utilizamos a CL do *Desmos* para a elaboração de uma atividade voltada para o ensino e aprendizagem de Geometria Analítica Vetorial, mais especificamente, sobre equações da reta no \mathbb{R}^2 . Paralelamente fizemos uso da Calculadora de Geometria do *Desmos*, o *Desmos Geometry*, para criar ilustração gráfica de algumas representações geométricas necessárias para a elaboração da atividade.

Atividade desenvolvida: Equações da Reta

Dentro do *Desmos Classroom*, criamos uma atividade chamada “Equações da Reta”. Inicialmente, na página 1 da atividade, abordamos a definição da equação vetorial da reta. A figura 3 ilustra os componentes que determinam a equação mencionada. A principal proposta desta página da atividade é demonstrar como se forma a equação vetorial da reta. Para isso são abordados alguns conceitos sobre vetores, conforme pode ser visualizado na figura 2.

Figura 2: Definição da equação vetorial da reta

Para definir a equação vetorial de uma reta no \mathbb{R}^2 vamos supor que, dado um ponto $P_o(x_o, y_o)$ e um vetor \vec{v}_r , para achar a equação da reta r que passa pelo ponto P_o e tenha direção \vec{v}_r , temos que considerar um ponto $P(x, y)$ qualquer da reta r . Daí tomando o vetor $\vec{u} = \vec{OP}$ e $\vec{u}_o = \vec{OP}_o$ temos que o vetor $\vec{u} - \vec{u}_o$ deve ter a direção \vec{v}_r . Veja a figura ao lado.

Daí decorre que para cada $\vec{u} = \vec{OP}$ da reta existe um número real t tal que

$$\vec{u} - \vec{u}_o = t\vec{v}_r$$

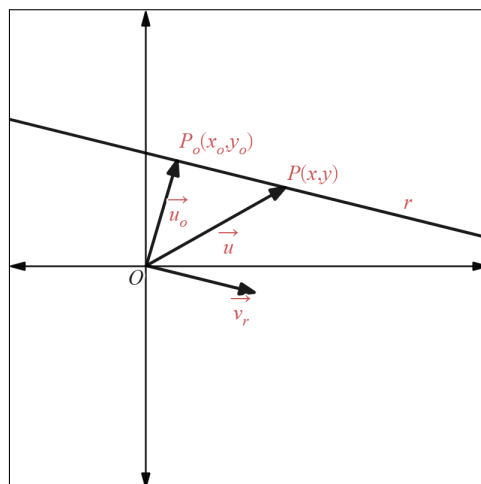
ou

$$\vec{u} = \vec{u}_o + t\vec{v}_r$$

que é chamada de equação vetorial da reta.

FONTE: do autor

Figura 3: Representação gráfica referente à equação vetorial da reta



FONTE: do autor

Na segunda página da atividade, abordamos os conceitos e a definição da equação paramétrica (figura 4a), simétrica e geral da reta (figura 4b), que foram obtidos a partir da equação vetorial da reta.

Dando continuidade à elaboração da atividade, na terceira página, exploramos a definição da equação reduzida da reta, a qual é obtida a partir da equação geral, conforme mostra a figura 5. Nesta página da atividade, buscamos proporcionar aos estudantes uma compreensão mais aprofundada sobre a transformação da equação geral de uma reta para a sua forma reduzida. Além disso, pretende-se que os alunos identifiquem e compreendam os elementos que contribuem para a determinação do coeficiente angular e do coeficiente linear na equação reduzida. O resultado final da página 3 da atividade está ilustrado na figura 6.

Na página 4 desta atividade, foi desenvolvido um gráfico interativo no qual o estudante pode inserir os valores dos coeficientes presentes na equação geral da reta (figura 7). Dessa forma, busca-se proporcionar ao aluno uma compreensão mais profunda e visual do comportamento da reta ao modificar os valores de seus parâmetros. A intenção é que o aluno perceba e analise como cada alteração nos parâmetros influencia o formato e a posição da reta no plano cartesiano. O resultado final da página 4 pode ser visualizado na figura 8.

Com o intuito de aprofundar alguns conceitos relacionados à equação geral da reta, a definição do vetor normal da reta foi explorada na página 5 da atividade (figura 9). Esses vetores têm suas coordenadas determinadas pelos coeficientes a e b presentes na equação geral da reta. Essa abordagem visa proporcionar aos estudantes uma compreensão mais detalhada sobre as propriedades geométricas das retas, destacando a relação entre a representação algébrica e a interpretação

Figura 4: Página 2 da Atividade “Equações da Retas”

(a) Equação paramétrica da reta

Da equação vetorial da reta, vamos dar continuidade nas definições de equações da reta.
Sejam $\vec{i} = (1,0)$, $\vec{j} = (0,1)$.
 $\vec{v}_r = (a_1, b_1) = a_1 \vec{i} + b_1 \vec{j}$ e
 $\vec{u} = (x,y) = x \vec{i} + y \vec{j}$

Daí, a partir da equação vetorial, teremos que
 $x \vec{i} + y \vec{j} = x_o \vec{i} + y_o \vec{j} + t(a_1 \vec{i} + b_1 \vec{j})$
ou
 $(x - x_o - t a_1) \vec{i} + (y - y_o - t b_1) \vec{j} = 0$

E como \vec{i} e \vec{j} são linearmente independentes em \mathbb{R}^2 , temos que
 $x = x_o + t a_1$
com $t \in \mathbb{R}$.
 $y = y_o + t b_1$

que são as equações paramétricas, sendo t o parâmetro.

(b) Equações simétrica e geral da reta

Se $a_1 \neq 0$, $b_1 \neq 0$ as equações ao lado podem ser escritas na forma:
 $\frac{x - x_o}{a_1} = \frac{y - y_o}{b_1}$
denominadas de equações simétricas.
A partir das equações simétricas, obtém-se:
 $b_1(x - x_o) = a_1(y - y_o)$
ou
 $b_1x - a_1y + (a_1y_o - b_1x_o) = 0$

Daí, fazendo $b_1 = a$, $-a_1 = b$, $c = a_1y_o - b_1x_o$ tem-se
 $ax + by + c = 0$
denominada equação geral da reta r.

FONTE: do autor

gráfica por meio dos vetores normais.

Dando seguimento ao aprofundamento no ensino do conceito de vetor normal da reta, na página 6 da atividade (figura 10), elaboramos questões com o propósito de consolidar o aprendizado em relação à equação geral da reta e ao vetor normal associado. Duas questões de múltipla escolha foram propostas para esse fim. A Questão 1 requer que o aluno escolha a alternativa que contenha o vetor normal à reta, enquanto a Questão 2 instrui o aluno a selecionar a alternativa que contenha a equação de uma reta para a qual o vetor fornecido é o vetor normal. Em caso de resposta incorreta, será atribuída uma nota, acompanhada de uma explicação que retoma o conceito de vetor normal da reta, proporcionando uma oportunidade de aprendizado adicional.

Figura 5: Definição da equação reduzida da reta

Considerando a equação geral da reta, $ax + by + c = 0$, se $b \neq 0$, podemos obter

$$y = -\frac{ax}{b} - \frac{c}{b}$$

Fazendo $m = -\frac{a}{b}$ e $h = -\frac{c}{b}$ podemos obter

$$y = mx + h$$

conhecida como equação reduzida da reta.

Observando que $m = -\frac{a}{b} = \frac{b_1}{a_1}$

E como (a_1, b_1) são as coordenadas do vetor \vec{v}_r , que tem a mesma direção da reta, notamos que m é a tangente dessa direção, ou seja, é a inclinação da reta ou coeficiente angular da reta.

Agora tomando $x = 0$, teremos $y = h$. Isto significa que h é o ponto de interseção da reta com o eixo y . Tal número é chamado de coeficiente linear.

FONTE: do autor

Figura 6: Página 3 da atividade “Equações da Reta”

Prévia da página do aluno

Equação reduzida da reta

Considerando a equação geral da reta, $ax + by + c = 0$, se $b \neq 0$, podemos obter

$$y = -\frac{ax}{b} - \frac{c}{b}$$

Fazendo $m = -\frac{a}{b}$ e $h = -\frac{c}{b}$ podemos obter

$$y = mx + h$$

conhecida como equação reduzida da reta.

Observando que $m = -\frac{a}{b} = \frac{b_1}{a_1}$

E como (a_1, b_1) são as coordenadas do vetor \vec{v}_r , que tem a mesma direção da reta, notamos que m é a tangente dessa direção, ou seja, é a inclinação da reta ou coeficiente angular da reta.

Agora tomando $x = 0$, teremos $y = h$. Isto significa que h é o ponto de interseção da reta com o eixo y . Tal número é chamado de coeficiente linear.

FONTE: do autor

Figura 7: Caixas de resposta para inserção dos valores dos coeficientes

Entre com o valor de a para equação geral da reta $ax + by + c = 0$

Entre com o valor de b para a equação geral da reta $ax + by + c = 0$.

Entre com o valor de c para $ax + by + c = 0$

FONTE: do autor

Figura 8: Página 4 da atividade “Equações da Reta”

Equação geral da reta

Entre com o valor de a para equação geral da reta
 $ax + by + c = 0$

Entre com o valor de b para a equação geral da reta
 $ax + by + c = 0$.

Entre com o valor de c para $ax + by + c = 0$

Essa é a equação geral da reta que você inseriu $-x + 5y - 7 = 0$

FONTE: do autor

Figura 9: Página 5 da atividade “Equações da Reta”

Vetor normal

Relembrando, temos que dado um vetor $\vec{u} = (p, q)$, temos o vetor $\vec{v} = (-q, p)$ ou $\vec{v} = (q, -p)$ perpendicular a \vec{u} . Logo temos que: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Tinhamos antes que $\vec{v}_r = (a_1, b_1)$ e adotamos $(a, b) = (b_1, -a_1)$. Então podemos interpretar que os números a e b da equação geral

$$ax + by + c = 0$$

representam as coordenadas de um vetor perpendicular da reta r , ou seja, $\vec{n}_r = (a, b)$ é o vetor normal de r . Observe a representação gráfica ao lado.

FONTE: do autor

Figura 10: Página 6 da atividade “Equações da Reta”

Determine o vetor normal

1) Seja $r: -x + 5y + 7 = 0$. Selecione a opção que representa o vetor direção da reta r .

$\vec{v}_r = (5, 1)$

$\vec{v}_r = (5, 7)$

$\vec{v}_r = (1, 5)$

$\vec{v}_r = (-1, 5)$

2) Seja $\vec{n}_s = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{5}\right)$ o vetor normal da reta s . Selecione a opção que possa representar a equação geral de s .

$\frac{1}{5}y + \frac{5}{2} = 0$

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

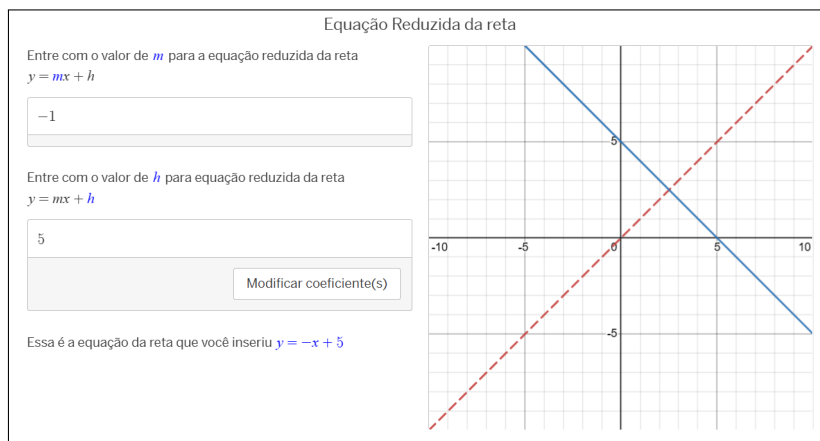
$2.5x + 0.2y + 3 = 0$

$0.2x + 2.5y + 3 = 0$

FONTE: do autor

Deixando um pouco de lado os conceitos sobre a equação geral da reta, a página 7 da atividade “Equações da Reta” (figura 11) adota uma abordagem totalmente interativa em relação ao comportamento da reta quando ocorrem alterações nos valores dos coeficientes de sua equação reduzida. A página consiste em duas *caixas de resposta matemática* e um *gráfico*, permitindo que o estudante insira os valores dos coeficientes m e h da equação reduzida da reta nas caixas de resposta. Ao realizar essa interação, o estudante poderá observar visualmente as mudanças na representação gráfica da reta no gráfico adjacente.

Figura 11: Página 7 da atividade “Equações da Reta”



FONTE: do autor

Na página 8 da atividade, é apresentado um exemplo prático de uma questão de Geometria Analítica que envolve os conceitos relacionados à equação reduzida da reta.

Nesse exemplo, é demonstrada a resolução de uma questão que solicita a determinação do valor de um ângulo formado por uma reta com o sentido positivo do eixo x do plano cartesiano. Após a exposição da solução da questão, foi incorporada uma caixa de resposta matemática, permitindo que o aluno insira a equação obtida durante a resolução (figura 12). Ao inserir a equação, a reta correspondente será automaticamente plotada no gráfico ao lado, proporcionando uma visualização prática do resultado obtido. Acompanhe o resultado final da página 8 da atividade na figura figura 13.

Na página 9 (figura 14), o objetivo é ampliar a compreensão dos estudantes sobre métodos alternativos para determinar o ângulo entre retas no contexto do plano cartesiano \mathbb{R}^2 . Ao apresentar uma abordagem adicional, buscamos proporcionar aos alunos uma visão mais abrangente e flexível na resolução de problemas envolvendo ângulos entre retas, promovendo assim a aplicação prática e a versatilidade dos conceitos abordados. O intuito é que os estudantes adquiram habi-

Figura 12: Resolução de uma questão sobre retas

1. Ache a equação da reta que passa pelo ponto $P(4,-1)$ e forma um ângulo $\alpha = 135^\circ$ com o sentido positivo do eixo de x .

Solução:
Primeiro, consideremos a equação reduzida da reta, que é dada por $y = mx + h$.
Onde $m = \tan(\alpha) = \tan(135^\circ) = -1$
Prosseguindo, temos então que $P(4,-1)$ pertence à reta r
Então temos que,
 $m = -1; y = -1; x = 4$
com esses valores encontrados, para determinar o valor de h , basta substituir esses valores em $y = mx + h$
Então
 $-1 = (-1) \cdot 4 + h$
 $h = 3$
Logo $y = -x + 3$

Insira essa equação abaixo para visualizar a reta no gráfico ao lado.

FONTE: do autor

Figura 13: Página 8 da atividade “Equações da Reta”

Observe o exemplo a seguir

1. Ache a equação da reta que passa pelo ponto $P(4,-1)$ e forma um ângulo $\alpha = 135^\circ$ com o sentido positivo do eixo de x .

Solução:
Primeiro, consideremos a equação reduzida da reta, que é dada por $y = mx + h$.
Onde $m = \tan(\alpha) = \tan(135^\circ) = -1$
Prosseguindo, temos então que $P(4,-1)$ pertence à reta r
Então temos que,
 $m = -1; y = -1; x = 4$
com esses valores encontrados, para determinar o valor de h , basta substituir esses valores em $y = mx + h$
Então
 $-1 = (-1) \cdot 4 + h$
 $h = 3$
Logo $y = -x + 3$

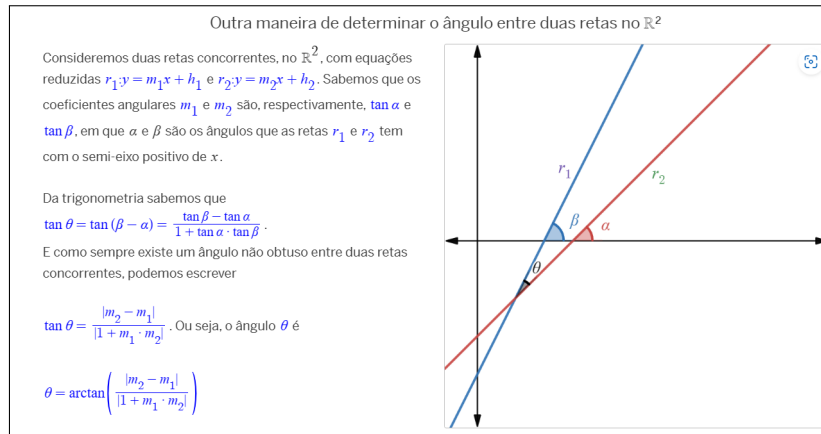
Insira essa equação abaixo para visualizar a reta no gráfico ao lado.

FONTE: do autor

lidades para escolher a abordagem mais apropriada para diferentes situações, enriquecendo assim sua compreensão em Geometria Analítica Vetorial.

Na página 10 da atividade (figura 15), é apresentado um exercício desafiador no qual o aluno é solicitado a calcular o valor do ângulo formado por duas retas. O principal objetivo deste exercício é consolidar e aplicar todos os conceitos abordados até o momento ao longo da atividade “Equações da Reta”. Ao enfrentar essa questão, os alunos terão a oportunidade de integrar os conhecimentos

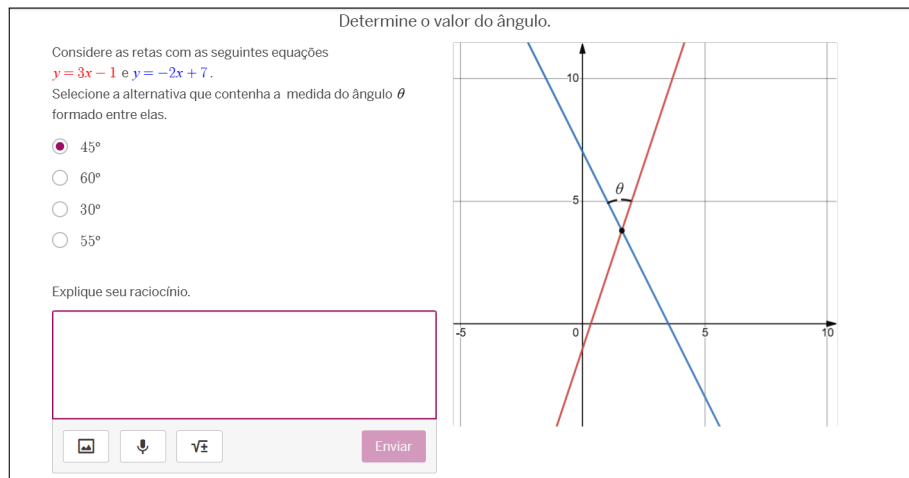
Figura 14: Página 9 da atividade “Equações da Reta”



FONTE: do autor

adquiridos sobre equações de retas, vetores normais, e métodos para calcular ângulos entre retas. Isso visa reforçar a compreensão dos conceitos e preparar os alunos para desafios mais complexos relacionados à Geometria Analítica Vetorial.

Figura 15: Página 10 da atividade “Equações da Reta”



FONTE: do autor

O link para a atividade está disponível em [Equações da Reta no \$\mathbb{R}^2\$](#) . Uma outra atividade com exercícios referente ao conteúdo é disponível no link [Retas Reveladas: Explorando o \$\mathbb{R}^2\$](#) .

Considerações

A atividade aqui apresentada foi uma amostra do potencial que o *Desmos* possui graças à sua CL, onde foi possível construir uma atividade com conceitos de Geometria Analítica Vetorial aplicados de forma interativa e atrativa. Esta atividade não é apenas um recurso de aprendizado, mas

também uma experiência envolvente que tem o potencial de despertar a curiosidade e o interesse dos alunos pela matemática.

Além disso, a flexibilidade do *Desmos* permite que os educadores personalizem as atividades para atender às necessidades específicas de seus alunos, contribuindo para tornar o processo de ensino e aprendizagem mais personalizado e eficaz. Acreditamos que a tecnologia, quando usada corretamente, pode ser uma poderosa ferramenta de ensino.

Esperamos que esta atividade possa contribuir para que professores e futuros professores apliquem essa atividade em suas turmas e, conseqüentemente, conheçam mais essa poderosa ferramenta, que é a CL do *Desmos*, para a elaboração de atividades de conteúdos matemáticos de uma forma totalmente tecnológica e interativa. Qualquer atividade dentro da plataforma pode ser atribuída às turmas, e, se o professor quiser aprender sobre os recursos usados da CL nela, ele pode copiar a atividade, examiná-la e fazer experimentações!

Ao adotar o *Desmos* de forma eficaz em suas metodologias de ensino, os professores estarão não apenas contribuindo para uma melhoria na qualidade do ensino, mas também preparando seus alunos para um mundo cada vez mais digital e tecnológico. Portanto, encorajamos educadores e pesquisadores a explorar o potencial que o *Desmos* possui com sua CL.

Agradecimento:

O primeiro autor deste trabalho agradece o auxílio de fomento de bolsa de IC do PIBIC – UFPA, para o desenvolvimento do plano de trabalho *Confecção de Atividades Interativas de Geometria Analítica Vetorial com a Camada de Computação do Desmos*, iniciado em setembro de 2023.

Referências

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Ensino remoto de matemática: possibilidades com a plataforma desmos. *Professor de Matemática Online*, <https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo837>, 2020.

BORBA, A. R. H. de; JÚNIOR, R. E. dos S. D.; FILHA, C. B. de O. F. O uso de coeficientes em equações de duas variáveis e restrições no plano cartesiano: Uma abordagem lúdica e diferenciada no software desmos. *Simpósio nacional da formação do professor de matemática*, 6, <https://anpmat.org.br/wp-content/uploads>, p. 310–316, 2023.

CAMILLO, C. M. Tecnologias digitais de informação e comunicação: contribuições para o ensino e aprendizagem de matemática. *Research, Society and Development*, <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/3272>, v. 9, n. 7, p. e182973272–e182973272, 2020.

CERTIFICADO

Certificamos que o trabalho intitulado **Geometria Analítica Vetorial de Retas do R^2 com Atividades Interativas Criadas na CL do Desmos**, inserido na modalidade **Comunicação Oral**, de autoria de Carlos Eduardo Almeida Santos e Valdelirio da Silva e Silva, foi aprovado e apresentado no **6º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, realizado nos dias 23, 24 e 25 de maio de 2024, na cidade de Campina Grande.

Campina Grande, 23/05/2024 a 25/05/2024

Verifique o código de autenticidade 1550665.83412629.751113.8.553775018627294566610 em <https://www.even3.com.br/documentos>



6º SIPEMAT
SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática num mundo pós-pandêmico

Kátia Maria de Medeiros

Kátia Maria de Medeiros
Matrícula 123412-9

Coordenadora do 6º Simpósio Internacional de Pesquisa
em Educação Matemática



CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS COM ATIVIDADES INTERATIVAS CRIADAS NA CAMADA DE COMPUTAÇÃO DO DESMOS

Carlos Eduardo Almeida Santos; carlosedsantos77@gmail.com; UFPA–Castanhal
Valdelírio da Silva e Silva; valdel@ufpa.br; UFPA–Castanhal.

Modalidade: Artigo

Área Temática: Educação a Distância e Tecnologias Digitais

Resumo:

Neste ensaio buscamos demonstrar e explorar o potencial do *Desmos* como uma ferramenta dinâmica para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Focamos especificamente na utilização da sua Camada de Computação (*Computational Layer* - CL) para desenvolver uma atividade interativa sobre Geometria Euclidiana Plana. Intitulada “Congruência de Triângulos”, a atividade foi elaborada para proporcionar uma experiência interativa, apresentando conceitos fundamentais relacionados ao tema. Algumas telas da atividade foram estruturadas para explorar construções geométricas, que os alunos podem realizar diretamente na plataforma utilizando seus recursos digitais. Essa abordagem integra os conceitos teóricos da Geometria construtiva em ambiente digital, promovendo uma conexão lógica entre teoria e aplicação prática. O objetivo principal foi propor, com possível impacto positivo, o uso do *Desmos* na melhoria de qualidade da Educação Matemática, especialmente ao proporcionar confecção de atividades autorais interativas e engajantes. O conjunto de atividades pode incentivar educadores e pesquisadores a explorarem o potencial do *Desmos*, e sua CL, reconhecendo o poder transformador dessas ferramentas no ensino de Matemática.

Palavras-chave:

Congruências de triângulos. Geometria Euclidiana Plana. Técnicas de Ensino da Educação Matemática. TDIC. Desmos.

Introdução

O uso das TDIC (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) torna-se cada vez mais presente e indispensável no nosso cotidiano. Desde as tarefas mais simples até as mais complexas, a tecnologia desempenha um papel crucial. No campo da educação, isso não é diferente. Cada vez mais, as TDIC estão sendo exploradas como ferramentas para ensinar e aprender, proporcionando novas possibilidades e experiências. A BNCC (Base Nacional Comum Curricular), em [Brasil \(2018\)](#), destaca o uso das TDIC como uma das competências gerais da educação básica,

onde ressalta a necessidade de utilizá-las de forma crítica, ética e reflexiva para comunicar, acessar informações, produzir conhecimento e exercer protagonismo na vida pessoal e coletiva.

Nesse contexto, a Educação Matemática destaca-se como uma área em que o uso de novas ferramentas e estratégias de ensino, com o uso de TDIC por exemplo, devem ser estudadas e exploradas, com o objetivo de melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Isso se torna ainda mais relevante devido ao fato de que a Matemática é uma das disciplinas na qual a maioria dos alunos tende a enfrentar maiores dificuldades de aprendizado. Essa dificuldade, em grande parte, decorre da natureza abstrata dos conteúdos matemáticos, o que pode dificultar sua assimilação. Nesse sentido, [Marques e Caldeira \(2018, p. 405\)](#) relatam que “mesmo a Matemática fazendo parte de praticamente tudo ao redor, suas fórmulas, cálculos e lógicas são conceitos abstratos, o que torna o entendimento desta mais difícil para algumas pessoas visualizá-los, entendê-los e aplicá-los na vida diária”.

No caso específico do ensino de Geometria plana, essa dificuldade pode ser ainda mais evidente, pois muitos conceitos geométricos envolvem visualizações espaciais e relações entre formas e medidas, o que pode ser desafiador para os estudantes. Embora as formas geométricas possam ser associadas aos objetos do cotidiano, essa assimilação nem sempre ocorre com facilidade pelos alunos, especialmente considerando que a Geometria plana não se limita a comparar objetos do mundo ao nosso redor com formas geométricas.

Do ponto de vista do professor de Matemática, ensinar esses conteúdos pode ser bastante desafiador em alguns momentos. Isso ocorre porque a abordagem do ensino de Geometria plana exige a representação de figuras geométricas, um processo que demanda tempo e prática para ilustrar de forma clara, a fim de que os alunos consigam visualizar e compreender adequadamente. Esse é um processo que demanda bastante tempo e, muitas vezes, não resulta no nível desejado de entendimento por parte dos estudantes.

No entanto, com o uso das TDIC, é possível representar figuras geométricas de maneira rápida e prática, facilitando a compreensão de conceitos matemáticos. Segundo [Pacheco e Barros \(2013\)](#), os *softwares* matemáticos oferecem uma alternativa que amplia os conceitos teóricos em sala de aula, tornando o aprendizado mais dinâmico e atraente, além de estimular a intuição e o interesse dos alunos por meio de abordagens inovadoras.

Essas tecnologias oferecem aos professores e alunos a oportunidade de explorar propriedades geométricas, experimentar transformações e compreender relações matemáticas de forma visual, com recursos de edição, salvamento e compartilhamento. Ferramentas como aplicativos de geometria dinâmica, simuladores e ambientes virtuais colaborativos têm o potencial de contribuir para o ensino e aprendizagem de Geometria plana, promovendo um maior entendimento dos conteúdos, pois proporcionam aos estudantes uma experiência de aprendizagem envolvente e mais dinâmica.

Neste estudo exploramos o potencial do *Desmos* e de sua *CL*, assumindo-a como uma ferramenta bastante útil na confecção de material para o ensino e aprendizagem de Matemática. Nosso

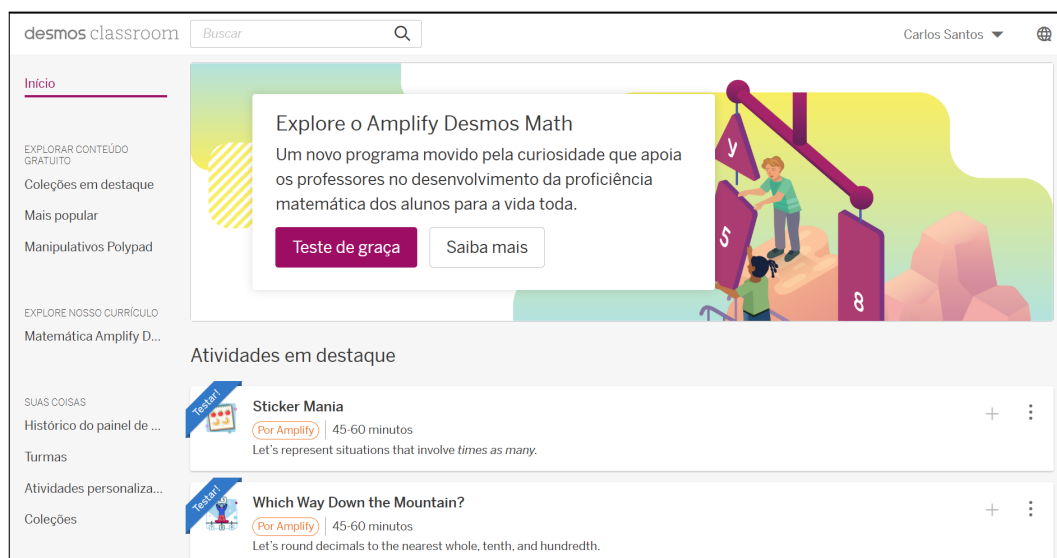
foco foi a criação e apresentação de uma atividade interativa sobre congruência de triângulos. Por meio dela buscamos evidenciar o potencial da plataforma, com destaque para a Geometria Euclidiana Plana, assunto comum na educação básica.

Desmos e sua Camada de Computação

O *Desmos* é uma plataforma online e gratuita voltada para o ensino e aprendizagem de Matemática, oferecendo ferramentas como a Calculadora Gráfica, a Ferramenta de Geometria, a Calculadora Gráfica em 3D e a Calculadora de Matrizes. Um dos grandes destaques do *Desmos*, segundo [Antunes e Cambraíha \(2020\)](#), é o ambiente de Sala de Aula, o *Desmos Classroom*. Nesse espaço, é possível criar turmas e adicionar atividades já elaboradas disponíveis na plataforma, abrangendo diversos tópicos matemáticos, incluindo Geometria. Além disso, as atividades podem ser adaptadas às necessidades específicas dos alunos ou criadas do zero utilizando a *CL* do *Desmos*, permitindo um alto grau de personalização e interatividade.

Para utilizar as funcionalidades do *Desmos Classroom* (<https://teacher.desmos.com>), o usuário deve primeiramente criar uma conta como professor e se cadastrar na plataforma. Após esse processo, ele terá acesso à página inicial conforme ilustrado na figura 1. Vale ressaltar que esse tipo de cadastro é destinado aos professores e usuários que desejam explorar o *Desmos Classroom* como ferramenta de ensino. Já para os estudantes que desejam acessar a sua turma e realizar as atividades adicionadas por seus educadores, basta inserir o código da turma para a qual desejam participar, ou acessar sua conta no seguinte endereço: <https://student.desmos.com>.

Figura 1: Página Inicial do *Desmos Classroom*



Fonte: Capturado pelo autor

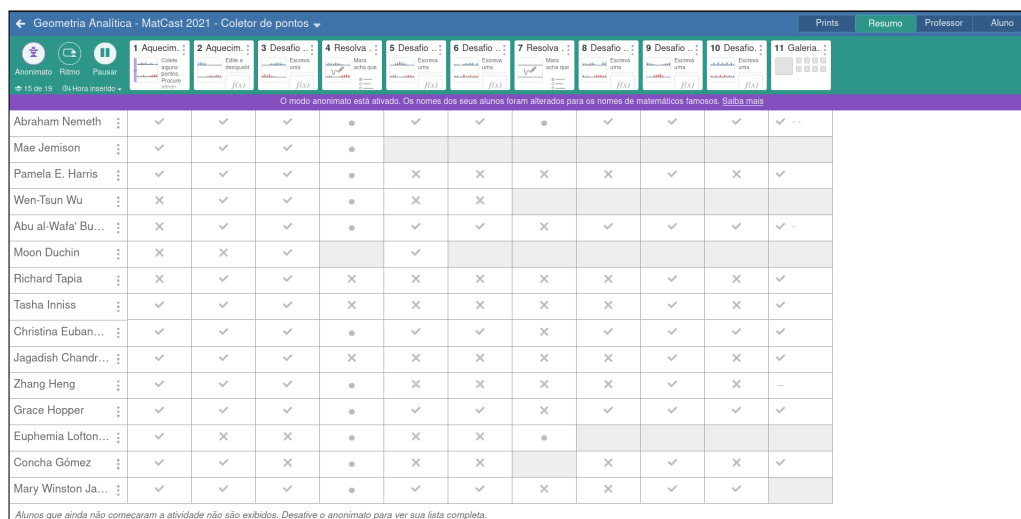
Já dentro da plataforma, o usuário terá acesso a diversas coleções de atividades prontas sobre variados conteúdos matemáticos, que podem ser selecionadas e adicionadas às suas turmas. Após criar a turma e incluir as atividades, o professor poderá acompanhar o desempenho de cada aluno por meio do *Painel de Controle*. A figura 2 ilustra um exemplo de um resumo de uma atividade exibido no *Painel de Controle* do professor.

Por meio do *Painel de Controle*, o professor poderá monitorar se o aluno acertou, errou, deixou a atividade incompleta ou sequer a iniciou. Essa funcionalidade possibilita o acompanhamento do progresso individual dos estudantes em tempo real, permitindo ao professor identificar dificuldades específicas e ajustar sua abordagem de ensino para auxiliar na superação dessas barreiras.

Além disso, o professor pode pausar a atividade a qualquer momento, ajustando o ritmo e o direcionamento do trabalho dos estudantes. Essa funcionalidade favorece a organização da aula e permite intervenções didáticas mais precisas, garantindo que todos os alunos acompanhem o ritmo planejado e possam compreender os conteúdos abordados.

Outro recurso bastante útil disponível no *Painel de Controle* é o “modo anônimo”, que permite substituir os nomes dos alunos por nomes de matemáticos famosos. Essa funcionalidade possibilita ao professor compartilhar respostas em sala sem expor a identidade dos estudantes, promovendo um ambiente mais inclusivo e encorajando a participação ativa dos alunos sem o receio de serem expostos ou julgados.

Figura 2: Exemplo de resumo de atividade do *Painel de Controle* de um professor



The screenshot shows a software interface for monitoring student progress. At the top, there are navigation buttons for 'Anonimato', 'Ritmo', and 'Pausar'. Below these are 11 activity cards labeled '1 Aquecim...', '2 Aquecim...', '3 Desafio...', '4 Resolva...', '5 Desafio...', '6 Desafio...', '7 Resolva...', '8 Desafio...', '9 Desafio...', '10 Desafio...', and '11 Galeria...'. A notification banner states: 'O modo anônimo está ativado. Os nomes dos seus alunos foram alterados para os nomes de matemáticos famosos. Saiba mais'. The main area is a grid with student names in the rows and activity icons in the columns. The grid contains checkmarks (✓) for completed activities, 'x' for incorrect answers, and empty cells for activities not started. At the bottom, a small note says: 'Alunos que ainda não começaram a atividade não são exibidos. Desative o anonimato para ver sua lista completa.'

Aluno	1 Aquecim...	2 Aquecim...	3 Desafio...	4 Resolva...	5 Desafio...	6 Desafio...	7 Resolva...	8 Desafio...	9 Desafio...	10 Desafio...	11 Galeria...
Abraham Nemeth	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Mae Jemison	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Pamela E. Harris	✓	✓	✓	✓	x	x	x	x	✓	x	✓
Wen-Tsun Wu	✓	✓	✓	✓	x	x	✓	✓	✓	✓	✓
Abu al-Wafa' Bu...	x	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓
Moon Duchin	x	x	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Richard Tapia	x	✓	✓	x	x	x	x	x	✓	x	✓
Tasha Inniss	✓	✓	✓	x	x	x	x	x	✓	x	✓
Christina Euban...	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓
Jagadish Chandr...	✓	✓	✓	x	x	x	x	x	✓	x	✓
Zhang Heng	✓	✓	✓	✓	x	x	x	x	✓	x	✓
Grace Hopper	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓
Euphemia Lofton...	✓	x	x	✓	x	x	✓	✓	✓	✓	✓
Concha Gómez	✓	✓	x	✓	x	x	✓	x	✓	x	✓
Mary Winston Ja...	✓	✓	✓	✓	✓	✓	x	x	✓	✓	✓

Fonte: Capturado pelo autor

Assim, o *Painel de Controle* oferece ao professor ferramentas que não apenas facilitam o acompanhamento do progresso dos alunos, mas também promovem uma aula mais dinâmica e inclusiva. Com a possibilidade de adaptar o ritmo, intervir quando necessário e preservar a privacidade dos

estudantes, a plataforma incentiva um ambiente de aprendizagem mais colaborativo, no qual todos os alunos podem participar e se desenvolver de maneira segura e efetiva.

Desenvolvimento e Resultados

Para a confecção da atividade, foi utilizada a *CL* do *Desmos*, que permite a personalização e a criação de interatividades avançadas. No *Desmos Classroom*, para iniciar o processo, basta clicar em “Atividades Personalizadas” e, em seguida, em “Criar nova Atividade”. Isso abrirá um menu onde é possível nomear a atividade, adicionar uma descrição e definir se a atividade estará acessível a qualquer pessoa com o link ou apenas aos criadores.

Os conceitos e definições abordados na atividade foram baseados no excelente livro de [Neto \(2012\)](#), que oferece uma abordagem clara e fundamentada sobre tópicos essenciais da Geometria Euclidiana Plana.

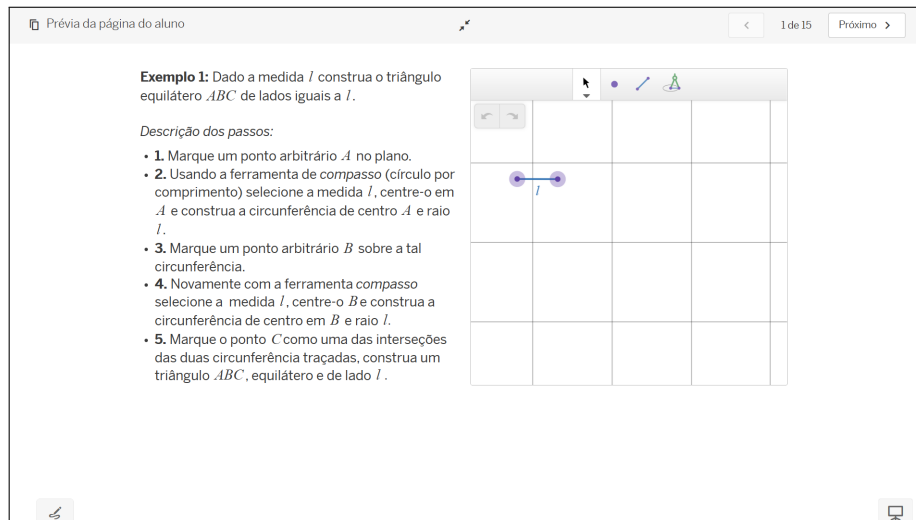
A atividade a seguir apresenta os conceitos e definições relacionados aos casos de congruência de triângulos, por meio de uma abordagem interativa envolvendo também construções geométricas. São propostas construções de triângulos a partir das medidas de determinados ângulos, lados ou ambos, com o objetivo de fortalecer a compreensão dos casos de congruência. Tais construções são realizadas com a utilização das ferramentas que estão disponíveis em cada tela da atividade, conforme é apresentado a seguir.

Atividade desenvolvida: Congruências de Triângulos

Na primeira tela dessa atividade (figura 3), propõe-se que o aluno construa um triângulo equilátero, sendo fornecida a medida l de seus lados. As ferramentas disponíveis para realizar essa construção são: marcação de ponto, segmento e compasso. É importante destacar que o componente Ferramenta de Geometria do *Desmos* (*Desmos Geometry*) permite, por meio da *CL*, restringir quais ferramentas estarão acessíveis ao estudante. Neste caso, optou-se por disponibilizar as ferramentas de ponto, segmento e compasso, conforme adequação no problema. Essa escolha visa garantir que as construções sejam realizadas com ferramentas e métodos semelhantes aos usados tradicionalmente em Geometria Construtiva (em papel, régua não graduada e compasso). Isso é importante para que o aluno, ao estudar na atividade, além de fazer uso das ferramentas tecnológicas facilitadoras, possa também usar raciocínio lógico sequencial de construções geométricas para intuitivamente relacionar (e corroborar) com a teoria da Geometria Euclidiana Plana.

Já na segunda tela da atividade (figura 4), discute-se a construção realizada na tela anterior, com foco nas ideias iniciais de congruência. Essa tela também apresenta figuras interativas de dois triângulos que possuem a medida l fornecida para a construção do triângulo anterior. Ou seja, os triângulos da tela 2 são duas possíveis construções com lados de medida l . Note que, apesar de os triângulos estarem em posições diferentes, as medidas de seus lados são iguais. Mesmo ao alterar

Figura 3: Tela 1 da atividade “Congruência de Triângulos”



Fonte: Autoria própria

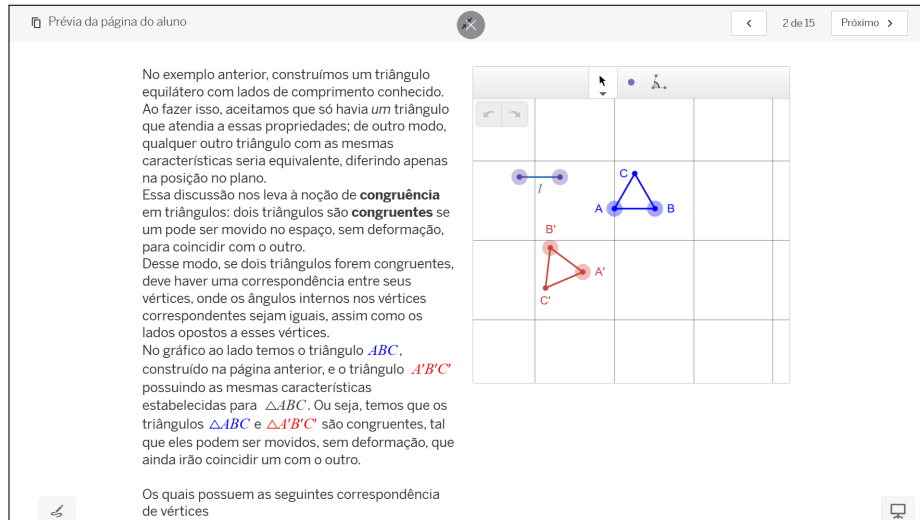
a medida l , os triângulos permanecerão congruentes, pois, embora estejam em posições distintas, as medidas dos lados continuarão coincidentes.

Na tela seguinte da atividade (figura 5), é proposta mais uma construção de triângulos. Dessa vez, são fornecidas duas medidas de lados e uma medida de ângulo, e o estudante deverá usar as ferramentas disponíveis para construir o triângulo com as medidas fornecidas. Caso o aluno não saiba ou não se recorde de como transferir ângulos, há um botão que, ao ser clicado, exibe um vídeo exemplificando o processo de transporte de ângulos. Assim, busca-se oferecer um suporte adicional dentro da própria atividade, permitindo que o estudante compreenda ou relembre o método de transferência de ângulos.

Prosseguindo, na tela 4 da atividade (figura 6), discute-se e se define o primeiro caso de congruência de triângulos, o caso **LAL** (Lado-Ângulo-Lado). Nessa discussão destaca-se que, a partir da construção realizada na página anterior, é possível observar que mesmo que o triângulo fosse construído em outra posição, haveria coincidência nas medidas dos lados e do ângulo dado. Assim, estabelece-se o caso de congruência **LAL**. A ilustração dos triângulos nessa tela foi elaborada no *Polypad*, um componente recentemente adicionado à *CL* do *Desmos*, que dispõe de diversas ferramentas matemáticas interativas e manipuláveis. Além disso, o *Polypad* também pode ser acessado separadamente, permitindo que o usuário faça suas construções e as importe para uma atividade que esteja sendo confeccionada na *CL* do *Desmos*. Para isso, basta copiar o link da construção realizada no *Polypad* e colá-lo no componente “Polypad” da página da atividade na *CL* do *Desmos*. O *Polypad* está disponível para acesso em: polypad.amplify.com.

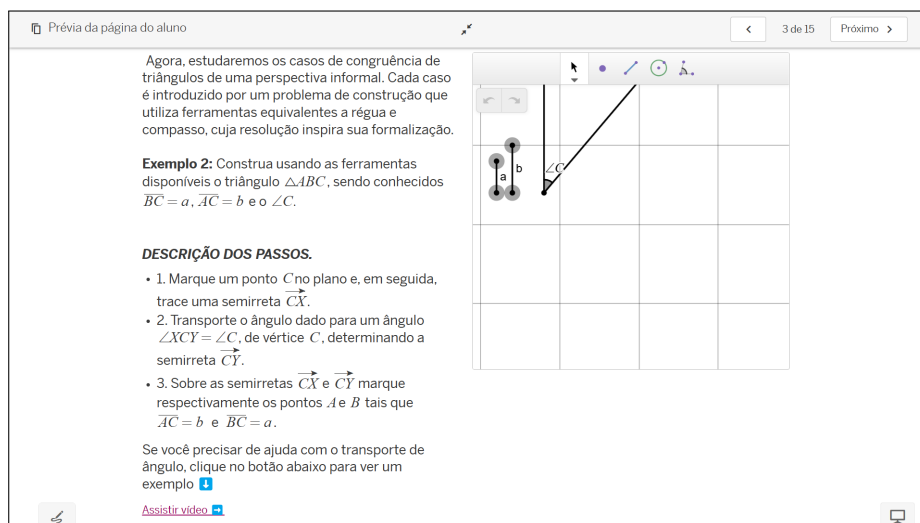
A tela 5 da atividade explora mais um exemplo de construção de triângulo, agora com base nas medidas de um lado e de dois ângulos. Aqui é proposto ao estudante utilizar as ferramentas

Figura 4: Tela 2 da atividade “Congruência de Triângulos”



Fonte: Autoria própria

Figura 5: Tela 3 da atividade “Congruência de Triângulos”



Fonte: Autoria própria

disponíveis para construir um triângulo que atenda às condições dadas, como ilustrado na figura 7. Após essa construção, a tela seguinte apresenta uma discussão que implica na definição de mais um caso de congruência de triângulos, o caso **ALA** (Ângulo-Lado-Ângulo), conforme ilustrado na figura 8.

Dando sequência, a tela 7 da atividade apresenta outro exemplo de construção de triângulos. Neste caso são fornecidas as medidas dos três lados, e o estudante deve utilizar as ferramentas dis-

Figura 6: Tela 4 da atividade “Congruência de Triângulos”

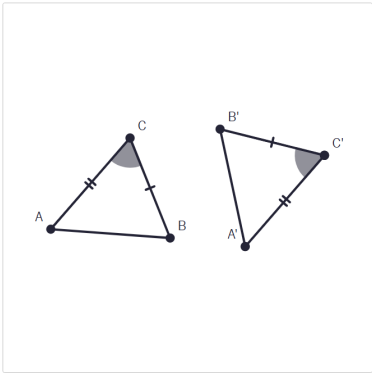
Ao analisar os passos da construção da página anterior, percebemos que, ao escolher uma posição diferente para o vértice C e uma direção diferente para os lados do ângulo $\angle XCY$, a construção do triângulo ABC ainda seria determinada pelos dados do exemplo, resultando em um triângulo congruente ao triângulo inicial. Essa análise fundamenta o nosso **primeiro caso de congruência, o caso LAL.**

LAL. Se dois lados de um triângulo e o ângulo formado por esses dois lados forem respectivamente iguais a dois lados de outro triângulo e ao ângulo formado por esses dois lados, então os triângulos são congruentes.

Em símbolos, o caso de congruência ao lado garante que, dados os triângulos ABC e $A'B'C'$,

- $\overline{AB} = \overline{A'B'}$
- $\overline{BC} = \overline{B'C'} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
- $\angle C = \angle C'$

Com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$.



Fonte: Autoria própria

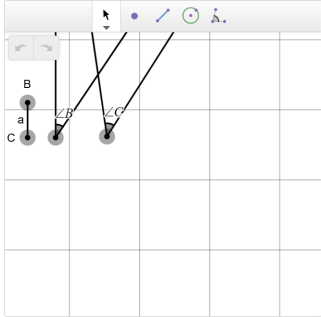
Figura 7: Tela 5 da atividade “Congruência de Triângulos”

Prévia da página do aluno 5 de 15 Próximo >

Exemplo 3. Construa usando as ferramentas disponíveis o triângulo ABC , sendo conhecida a medida do lado $\overline{BC} = a$ e as medidas dos ângulos $\angle B$ e $\angle C$.

DESCRIÇÃO DOS PASSOS:

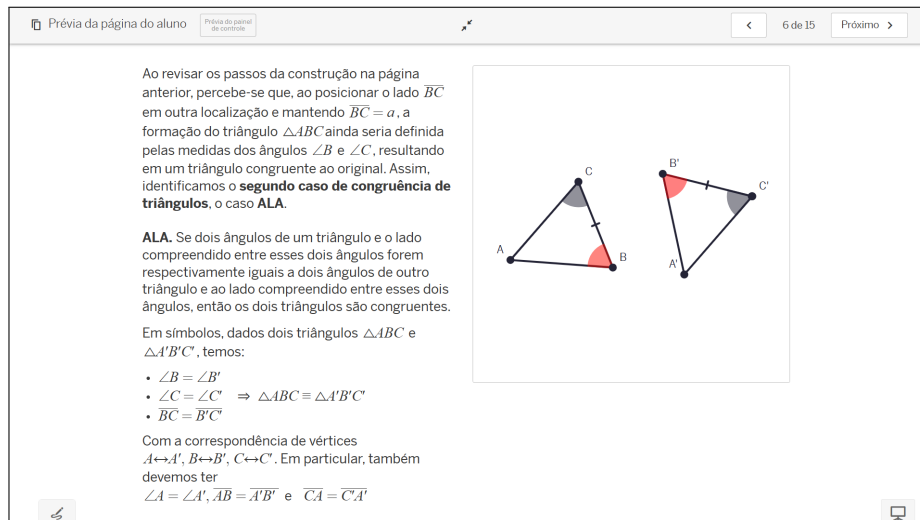
1. Trace uma reta r e, sobre a mesma, marque os pontos B e C tais que $\overline{BC} = a$.
2. Construa uma semirreta \overrightarrow{BX} tal que $\angle CBX = \angle B$.
3. No semiplano determinado por r e X construa a semirreta \overrightarrow{CY} tal que $\angle BCY = \angle C$.
4. Marque o ponto A como a interseção das semirretas \overrightarrow{BX} e \overrightarrow{CY} .



Fonte: Autoria própria

poníveis para construir um triângulo com as dimensões estabelecidas, conforme ilustrado na figura 9. Essa construção introduz e explora o caso de congruência conhecido como **LLL** (Lado-Lado-Lado). Esse caso é discutido e aprofundado na tela subsequente (figura 10). É importante destacar a abordagem adotada na apresentação dos casos de congruência ao longo da atividade. Inicialmente, propõe-se a construção de triângulos com base em medidas de lados e/ou ângulos fornecidas. Em

Figura 8: Tela 6 da atividade “Congruência de Triângulos”



Prévia da página do aluno

Prévia do painel de controle

6 de 15

Próximo >

Ao revisar os passos da construção na página anterior, percebe-se que, ao posicionar o lado \overline{BC} em outra localização e mantendo $\overline{BC} = a$, a formação do triângulo $\triangle ABC$ ainda seria definida pelas medidas dos ângulos $\angle B$ e $\angle C$, resultando em um triângulo congruente ao original. Assim, identificamos o **segundo caso de congruência de triângulos**, o caso **ALA**.

ALA. Se dois ângulos de um triângulo e o lado compreendido entre esses dois ângulos forem respectivamente iguais a dois ângulos de outro triângulo e ao lado compreendido entre esses dois ângulos, então os dois triângulos são congruentes.

Em símbolos, dados dois triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$, temos:

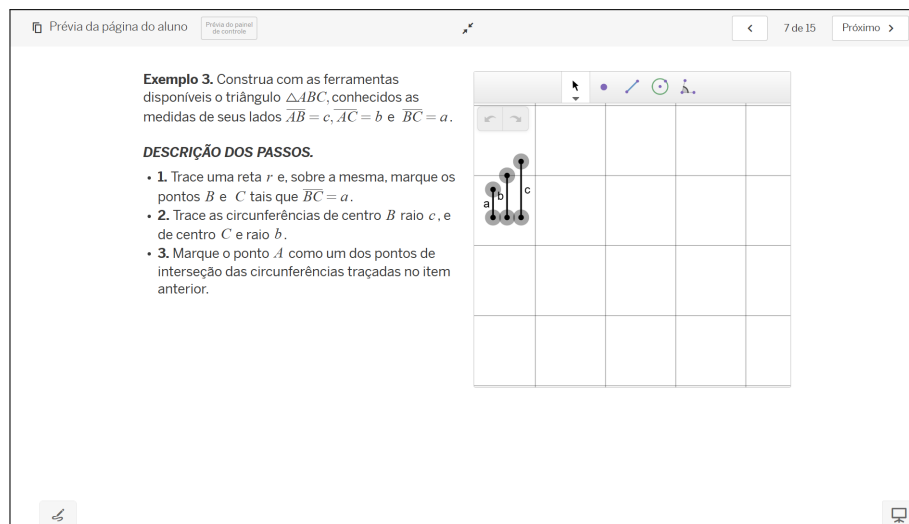
- $\angle B = \angle B'$
- $\angle C = \angle C' \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
- $\overline{BC} = \overline{B'C'}$

Com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Em particular, também devemos ter $\angle A = \angle A', \overline{AB} = \overline{A'B'}$ e $\overline{CA} = \overline{C'A'}$

Fonte: Autoria própria

seguida, é discutido o caso de congruência que decorre diretamente dessa construção. Essa abordagem cria uma conexão direta e prática entre as definições teóricas e as aplicações dos casos de congruência de triângulos no contexto de construções geométricas, contribuindo para uma melhor compreensão e aprendizado do estudante.

Figura 9: Tela 7 da atividade “Congruência de Triângulos”



Prévia da página do aluno

Prévia do painel de controle

7 de 15

Próximo >

Exemplo 3. Construa com as ferramentas disponíveis o triângulo $\triangle ABC$, conhecidos as medidas de seus lados $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$.

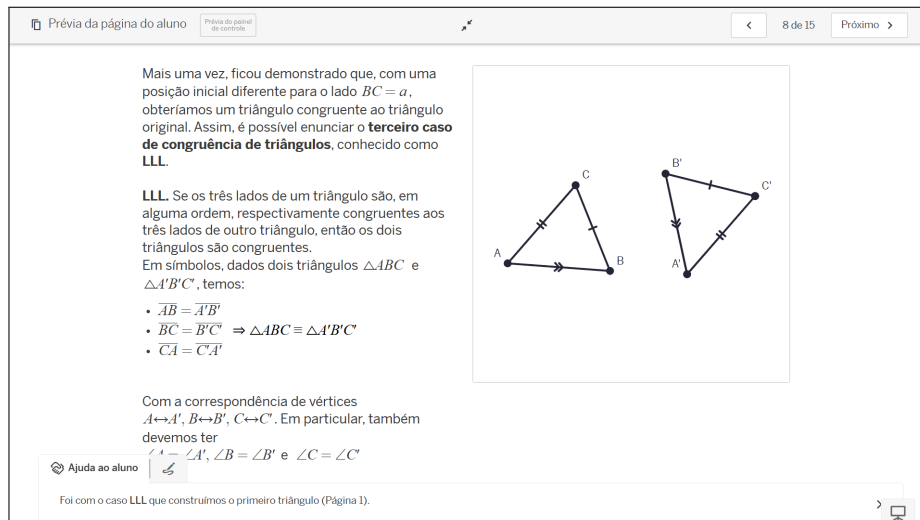
DESCRIÇÃO DOS PASSOS.

1. Trace uma reta r e, sobre a mesma, marque os pontos B e C tais que $\overline{BC} = a$.
2. Trace as circunferências de centro B raio c , e de centro C e raio b .
3. Marque o ponto A como um dos pontos de interseção das circunferências traçadas no item anterior.

Fonte: Autoria própria

Com o objetivo de exercitar o aprendizado adquirido pelos alunos ao longo da atividade, a tela 9 (figura 11) propõe um exercício interativo. Nele, o estudante deve selecionar a opção que identifica

Figura 10: Tela 8 da atividade “Congruência de Triângulos”



Prévia da página do aluno

Mais uma vez, ficou demonstrado que, com uma posição inicial diferente para o lado $BC = a$, obteríamos um triângulo congruente ao triângulo original. Assim, é possível enunciar o **terceiro caso de congruência de triângulos**, conhecido como **LLL**.

LLL. Se os três lados de um triângulo são, em alguma ordem, respectivamente congruentes aos três lados de outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes.

Em símbolos, dados dois triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$, temos:

- $\overline{AB} = \overline{A'B'}$
- $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
- $\overline{CA} = \overline{C'A'}$

Com a correspondência de vértices $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$. Em particular, também devemos ter

$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$ e $\angle C = \angle C'$

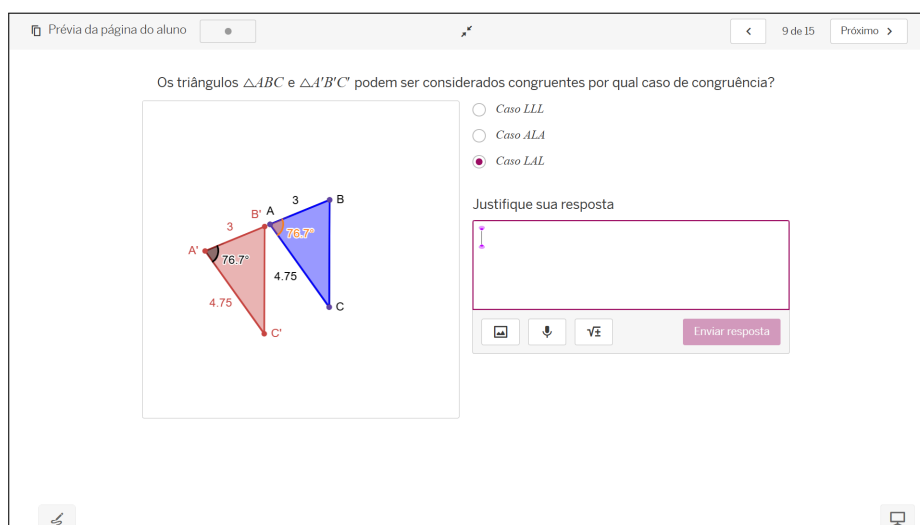
Ajuda ao aluno

Foi com o caso LLL que construímos o primeiro triângulo (Página 1).

Fonte: Autoria própria

corretamente o caso de congruência entre dois triângulos apresentados na figura. Após a escolha, uma caixa de resposta é exibida, solicitando ao aluno que justifique sua resposta. Essa justificativa pode ser enviada de diferentes formas: texto digitado diretamente na caixa, imagens, áudios ou expressões matemáticas. Essa flexibilidade permite que o aluno opte pelo formato que considera mais conveniente, promovendo maior acessibilidade na atividade.

Figura 11: Tela 9 da atividade “Congruência de Triângulos”



Prévia da página do aluno

Os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$ podem ser considerados congruentes por qual caso de congruência?

Caso LLL

Caso ALA

Caso LAL

Justifique sua resposta

Enviar resposta

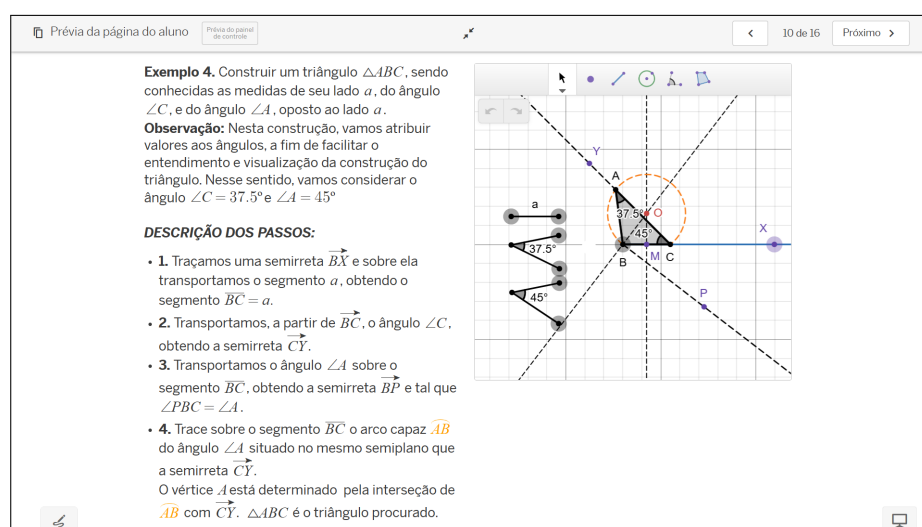
Fonte: Autoria própria

Na continuidade da atividade, a tela 10 (figura 12) apresenta mais um exemplo de construção

de triângulos. Agora são fornecidas as medidas de um lado e de dois ângulos, sendo um deles oposto ao lado fornecido. Diferentemente dos exemplos anteriores, essa construção não será proposta como exercício ao aluno, pois já está pronta e disponível para visualização em um gráfico interativo na página da atividade. O gráfico permite que o estudante interaja com a construção, ajustando, por exemplo, os valores dos ângulos por meio de controles deslizantes que proporcionam essa flexibilidade. Além disso, ao alterar os valores dos ângulos ou da medida do lado fornecido, os elementos da construção se adaptam automaticamente. Isso ocorre porque a construção foi realizada utilizando métodos de construções geométricas, garantindo que todos os elementos estejam interligados. Por esse motivo, valores específicos foram atribuídos aos ângulos neste exemplo, diferentemente das construções propostas nas páginas anteriores. Essa abordagem visa destacar as propriedades do triângulo e reforçar o entendimento do caso de congruência que será apresentado na página seguinte.

A tela 11 da atividade, que está ilustrada na figura 13, traz a definição de mais um caso de congruência de triângulos, o caso **LAAol** (Lado–Ângulo–Ângulo oposto ao lado). Nota-se que a construção apresentada na página anterior está diretamente relacionada a esse caso de congruência, servindo como base para ilustrar e contextualizar o conceito. Já na tela 12 da atividade (figura 14), são apresentadas e detalhadas as características do **Caso especial de congruência de Triângulos Retângulos**. Esse caso é explorado com base nas propriedades específicas dos triângulos retângulos.

Figura 12: Tela 10 da atividade “Congruência de Triângulos”



Exemplo 4. Construir um triângulo $\triangle ABC$, sendo conhecidas as medidas de seu lado a , do ângulo $\angle C$, e do ângulo $\angle A$, oposto ao lado a .

Observação: Nesta construção, vamos atribuir valores aos ângulos, a fim de facilitar o entendimento e visualização da construção do triângulo. Nesse sentido, vamos considerar o ângulo $\angle C = 37,5^\circ$ e $\angle A = 45^\circ$.

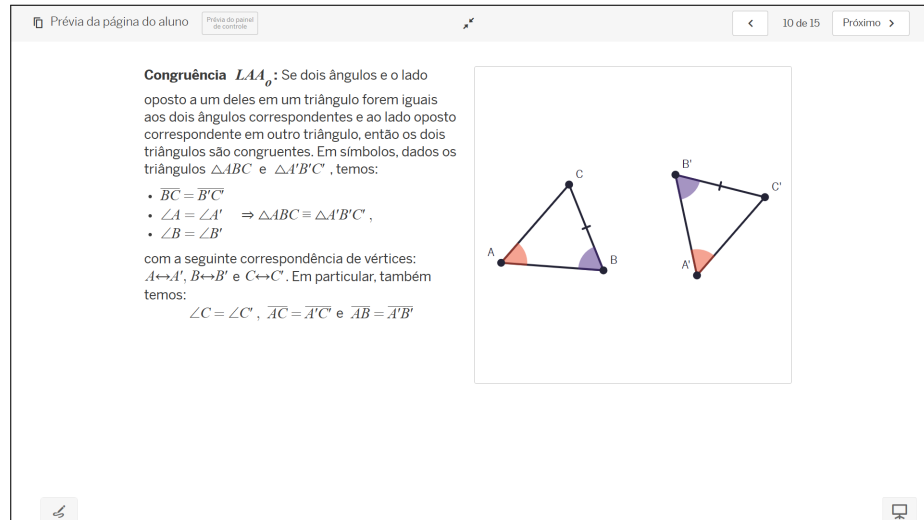
DESCRIÇÃO DOS PASSOS:

1. Traçamos uma semirreta \vec{BX} e sobre ela transportamos o segmento a , obtendo o segmento $\vec{BC} = a$.
2. Transportamos, a partir de \vec{BC} , o ângulo $\angle C$, obtendo a semirreta \vec{CY} .
3. Transportamos o ângulo $\angle A$ sobre o segmento \vec{BC} , obtendo a semirreta \vec{BP} e tal que $\angle PBC = \angle A$.
4. Trace sobre o segmento \vec{BC} o arco capaz \vec{AB} do ângulo $\angle A$ situado no mesmo semiplano que a semirreta \vec{CY} . O vértice A está determinado pela interseção de \vec{AB} com \vec{CY} . $\triangle ABC$ é o triângulo procurado.

Fonte: Autoria própria

Já na tela 13 da atividade, é proposto um exercício interativo de ordenação de fichas. A tarefa consiste em associar fichas contendo figuras de triângulos às fichas correspondentes com os nomes

Figura 13: Tela 11 da atividade “Congruência de Triângulos”



Prévia da página do aluno 10 de 15 Próximo >

Congruência LAA_o : Se dois ângulos e o lado oposto a um deles em um triângulo forem iguais aos dois ângulos correspondentes e ao lado oposto correspondente em outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes. Em símbolos, dados os triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle A'B'C'$, temos:

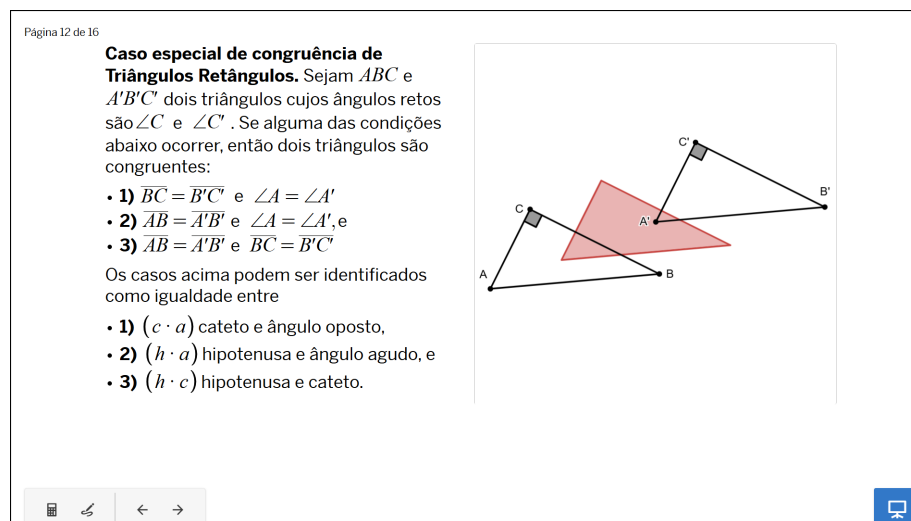
- $\overline{BC} = \overline{B'C'}$
- $\angle A = \angle A' \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C'$,
- $\angle B = \angle B'$

com a seguinte correspondência de vértices: $A \leftrightarrow A'$, $B \leftrightarrow B'$ e $C \leftrightarrow C'$. Em particular, também temos:

$$\angle C = \angle C', \overline{AC} = \overline{A'C'} \text{ e } \overline{AB} = \overline{A'B'}$$

Fonte: Autoria própria

Figura 14: Tela 12 da atividade “Congruência de Triângulos”



Página 12 de 16

Caso especial de congruência de Triângulos Retângulos. Sejam ABC e $A'B'C'$ dois triângulos cujos ângulos retos são $\angle C$ e $\angle C'$. Se alguma das condições abaixo ocorrer, então dois triângulos são congruentes:

- 1) $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ e $\angle A = \angle A'$
- 2) $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ e $\angle A = \angle A'$, e
- 3) $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ e $\overline{BC} = \overline{B'C'}$

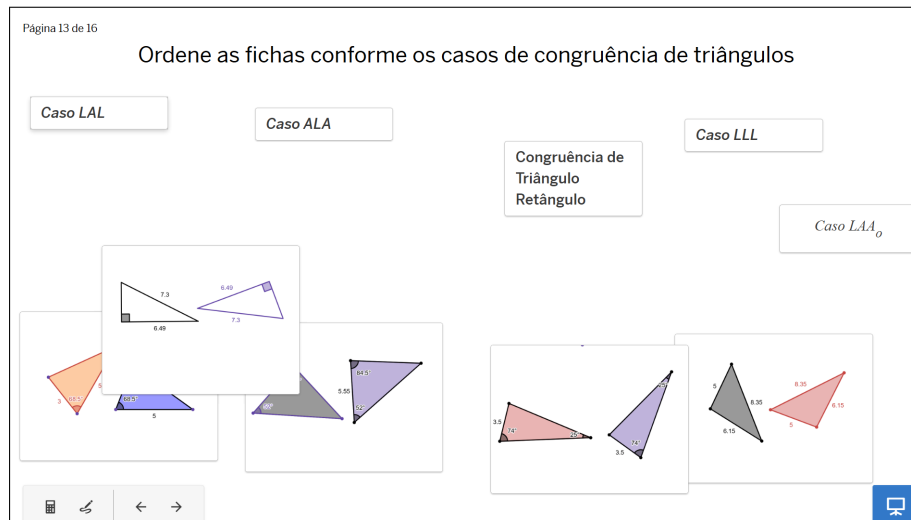
Os casos acima podem ser identificados como igualdade entre

- 1) $(c \cdot a)$ cateto e ângulo oposto,
- 2) $(h \cdot a)$ hipotenusa e ângulo agudo, e
- 3) $(h \cdot c)$ hipotenusa e cateto.

Fonte: Autoria própria

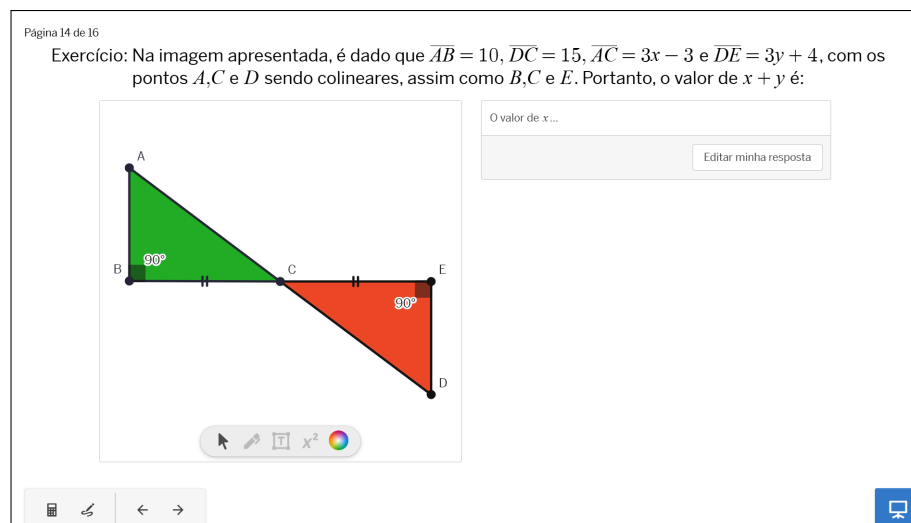
dos respectivos casos de congruência de triângulos. Esse tipo de atividade visa reforçar o reconhecimento e a aplicação prática dos conceitos de congruência abordados anteriormente. A tela 13 está ilustrada na figura 15. Na tela seguinte da atividade (figura 16), é proposto um exercício que desafia o aluno a determinar os valores de x e y com base nas informações fornecidas na figura e no caso de congruência existente entre os dois triângulos apresentados. Essa atividade reforça a aplicação dos casos de congruência para resolver problemas envolvendo medidas e relações geométricas.

Figura 15: Tela 13 da atividade “Congruência de Triângulos”



Fonte: Autoria própria

Figura 16: Tela 14 da atividade “Congruência de Triângulos”

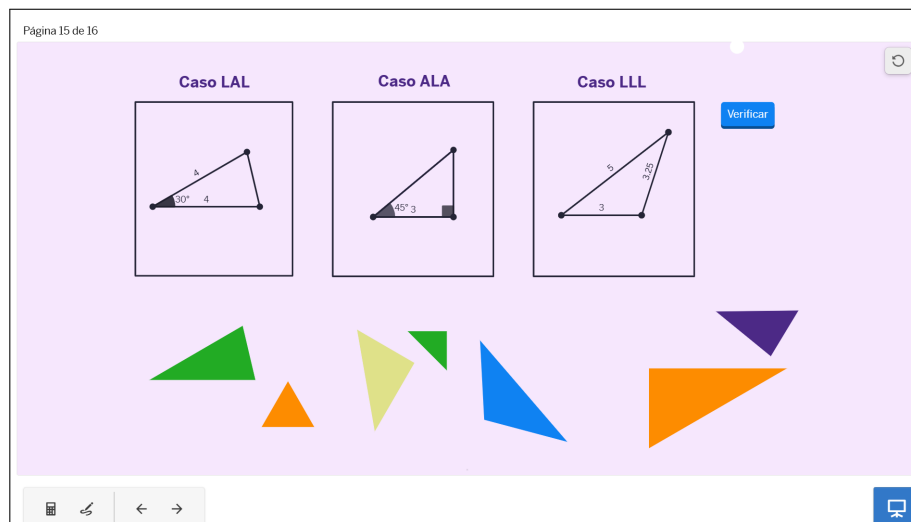


Fonte: Autoria própria

A figura 17 ilustra a tela 15 da atividade, onde foi utilizado mais uma vez o componente Polypad para criar um exercício interativo. Nesse exercício, o aluno deve selecionar e mover o triângulo que seja congruente ao triângulo presente em cada respectiva caixa. Cada caixa está associada a um caso de congruência, permitindo que o aluno, além de explorar a interatividade oferecida pela ferramenta, também reforce o aprendizado adquirido ao longo da atividade.

Por fim, a última tela da atividade (figura 18) apresenta mais um exemplo de aplicação dos

Figura 17: Tela 15 da atividade “Congruência de Triângulos”



Fonte: Autoria própria

casos de congruência de triângulos. Neste caso, a abordagem interativa permite que o aluno mova o ponto P no gráfico para determinar a menor distância até os pontos indicados no enunciado da questão. Após encontrar uma solução, o aluno poderá justificar sua resposta por meio de texto, imagem, áudio ou expressões matemáticas e, em seguida, enviá-la.

Após o envio, o aluno terá acesso a uma explicação detalhada do exemplo, permitindo comparar sua resposta com a solução apresentada ou entender o raciocínio utilizado para chegar à resposta correta. Esse exemplo foi inspirado em um aplicativo disponível no portal da OBMEP que está disponível em: (<https://portaldaobmep.impa.br>).

A atividade completa está disponível em: [Congruência de Triângulos](#). Além disso, temos uma lista de exercícios relacionada ao conteúdo estudado, que pode ser acessada através do seguinte link: [Exercícios de Congruência de Triângulos](#).

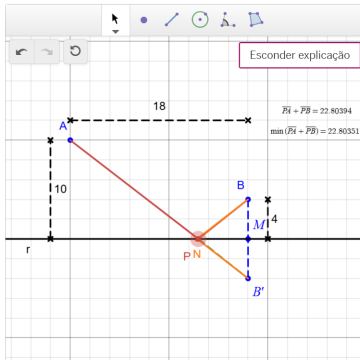
Considerações

A demonstração dessa atividade exemplificou o grande potencial que a plataforma *Desmos*, juntamente com sua *CL*, possui para a Educação Matemática. Utilizamos várias ferramentas da plataforma para criar uma atividade interativa sobre Geometria Euclidiana Plana, apresentando o conteúdo de Congruência de Triângulos de maneira totalmente interativa e intuitiva. Além disso, foi possível aplicar conceitos e métodos de construções geométricas utilizando ferramentas digitais que simulam os recursos tradicionais de régua e compasso. Essa abordagem é importante para garantir que os alunos não apenas cliquem em botões, mas usem seu conhecimento teórico, aplicando-o com as ferramentas tecnológicas, o que proporciona uma aprendizagem dinâmica.

Figura 18: Tela 16 da atividade “Congruência de Triângulos”

Página 16 de 16

Qual a abscissa de P para fazer o menor caminho de A para B passando por P ?



Analisando o ponto B' , sendo este o reflexo do ponto B em relação à reta r , tal que $\overline{MB} = \overline{MB'}$ e $\overline{BB'} \perp r$.
O ponto B' é tal que a soma das distâncias de P a A e B é a mesma que a A e B' , para todo ponto P da reta r , isto é:

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \quad (I)$$

Isso porque $\triangle PMB \equiv \triangle PMB'$ (**Caso LAL**).
 \overline{PM} comum; $\angle PMB = 90^\circ = \angle PMB'$ e $\overline{MB} = \overline{MB'}$;

Como B' e A estão de lados opostos da reta r , teremos N como o ponto de interseção de $\overline{AB'}$ com r ($\overline{AB'} \cap r = N$).
Daí, teremos que para qualquer ponto P na reta r , pela desigualdade triangular no $\triangle PAB'$:

Fonte: Autoria própria

Portanto, é fundamental que educadores e pesquisadores explorem ainda mais a plataforma *Desmos* e suas funcionalidades, dada a sua capacidade de transformar o aprendizado da Matemática em uma experiência mais envolvente. Ao integrar essas ferramentas digitais em suas metodologias de ensino, os educadores podem promover um ambiente de aprendizagem mais estimulante e colaborativo, que incentiva a criatividade dos alunos com uso de TDIC. Pesquisadores também podem investigar novas abordagens pedagógicas utilizando a plataforma, contribuindo para o desenvolvimento de métodos de ensino inovadores. A exploração contínua de tecnologias educacionais como o *Desmos* pode levar a avanços significativos na Educação Matemática, beneficiando tanto professores quanto alunos.

Agradecimento:

O primeiro autor deste trabalho agradece o auxílio de fomento de bolsa de IC do PIBIC – UFPA, para o desenvolvimento do plano de trabalho *Confecção de Atividades Interativas de Geometria Euclidiana Plana com a Camada de Computação do Desmos e Polypad Manipulatives*, iniciado em setembro de 2024.

Referências

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Ensino remoto de matemática: possibilidades com a plataforma desmos. *Professor de Matemática Online*, <https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo837>, 2020.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

MARQUES, V. D.; CALDEIRA, C. R. da C. Dificuldades e carências na aprendizagem da matemática do ensino fundamental e suas implicações no conhecimento da geometria. *Revista Thema*, v. 15, n. 2, p. 403–413, 2018. Disponível em: <<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/851>>.

NETO, A. C. M. Tópicos de matemática elementar, v. 2. *Geometria Euclidiana Plana, Coleção do Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 2012*.

PACHECO, J. A. D.; BARROS, J. V. O uso de softwares educativos no ensino de matemática. *Revista Diálogos*, v. 8, p. 5–13, 2013. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20190104124154id_/http://www.revistadiálogos.com.br/Dialogos_8/Adson_Janaina.pdf>.



CONGRESSO INTERNACIONAL IDEA
INOVAÇÃO, DIÁLOGO E EXPERIÊNCIAS NA APRENDIZAGEM

CERTIFICADO

Certificamos que *Carlos Eduardo Almeida Santos*, participou do evento **Congresso Internacional IDEA: Inovação, Diálogo e Experiências na Aprendizagem** promovido pelo Instituto Conexões 360, realizado em 17/03/2025 a 21/03/2025, submeteu e teve aprovado o trabalho intitulado **Congruência de Triângulos com Atividades Interativas Criadas na CL do Desmos**, de autoria de Carlos Eduardo Almeida Santos e Valdelirio da Silva e Silva na modalidade Artigo que foi apresentado por Carlos Eduardo Almeida Santos .

17/03/2025 a 21/03/2025

Cleber Lopes

Prof. Cleber Lopes

CEO - Instituto Conexões 360





CONGRESSO INTERNACIONAL IDEA

INOVAÇÃO, DIÁLOGO E EXPERIÊNCIAS NA APRENDIZAGEM

CONGRESSO INTERNACIONAL IDEA

Inovação, Diálogo e Experiências na Aprendizagem

O Congresso Internacional IDEA, realizado de 17 a 21 de março de 2025, teve como propósito promover um espaço de diálogo, reflexão e compartilhamento de experiências acadêmicas e práticas inovadoras na educação. Reunindo pesquisadores, professores, gestores e profissionais da educação de diversos países, o evento fomentou debates interdisciplinares e a integração de diferentes perspectivas sobre os desafios e as possibilidades do ensino e da aprendizagem na contemporaneidade. As discussões abordaram temas como inovação pedagógica, metodologias ativas, educação a distância, neurociência aplicada à educação, formação docente, inclusão educacional, competências socioemocionais e o impacto das novas tecnologias no ensino.

COMISSÃO ORGANIZADORA

Dr. Aldemar Costa (UNESPAR)

Dr. Ivo Dickmann (Unochapecó)

Me. Cleber Lopes (PUCPR e Instituto Conexões 360)

Me. Sandra Mara de Lara (PUCPR)

Dr. Walimir Fernandes Pereira (Faculté Libre des Sciences de l'Homme et de l'Environnement de Paris)

Dr. Felipe Angst (Universidade Católica de Moçambique)

Dra. Beatriz Maria Zoppo (UNINTER) Dra. Samara Mendes (UFPR)

Me. Roque Corrêa Júnior (PUCPR)

COMISSÃO CIENTÍFICA

Adriana Isabel Rodrigues Marcos (PUCPR)

Agostinho Valente Macane (UCM)

Aiana Carolina Kopezynski (IFPR)

Alba Paulo Mate (Universidade Católica de Moçambique)

Alex Branga (UFPR)

Ana Paula Dallagassa Rossetin (PUCPR)

André Luiz Gusmão Uchôa Cavalcanti (UAB - Portugal)

Arlene Moreno de Castro (Must University)

Beatriz Maria Zoppo (UNINTER)

Bruno Brandão Augusto (Universidade de Vassouras)

Carlos Eduardo Fortes Gonzalez

Carlos Gustavo Lopes da Silva (Must University)

Cassandra Maria Bastos Franco

Cleber Lopes (PUCPR e MUST University)

Dalva de Araujo Menezes (PUCPR)

Daniel Morero (UFPR)

Daniele Agner Bedin Bueno

Diana Souza Silva Mendonça

Dulce Dirclair Huf Bais (UFPR)

Eduardo Agostinho Dzeco (Universidade Católica de Moçambique)

Eliane Maass Cirqueira (UFPR)

Érika Almeida Chaves (Universidade Estadual do Ceará)

Felipe Andre Angst (Universidade Católica de Moçambique)

Gicéle Santos da Silva (UFRGS)

Gildo João Manuel (Universidade Pedagógica de Maputo - Moçambique)

Herculânium Ghirello Pires (UEM)

Hissae Janice Pereira (UFPR)

Inglyde Jeane da Silva Vieira (PUCPR)

Ivone Emmerich Pacheco (Universidade do Contestado)

Josefa Sônia Pereira da Fonseca (Universidade Estadual de Santa Cruz)

Josiane Gonçalves Barbosa (UFPR)

Julio Corcino Rodrigues Mota Junior (UFPR)

Keli Casagrande (UNESPAR)

Liane Maria Vargas Barboza (UFPR)

Lino Marques Samuel (Universidade Católica de Moçambique)

Louise dos Santos Lima (Universidade do Porto)

Luciandro Tássio Ribeiro de Souza (UFOPA)

Lucilene Bezerra da Silva

Mahomed Nazir Ibraimo (Universidade Católica de Moçambique)

Marcelo da Silva Gosçalvez (UFRR)

Maria Madalena Gracioli

Mariangela Jocelita Frigo de Campos (UFPR)

Nelson Amade

Patrícia de Almeida (Universidade de Coimbra)

Raimundo Washington dos Santos (UNEB/FATEC)

Raquel Aline Zanini (UFPR)

Roque Correa Junior (PUCPR)

Sandra Mara de Lara (PUCPR)

Sara Evelin Urrea Quintero (UFPR)

Stanley Braz de Oliveira (UESPI)

Walimir Fernandes Pereira (Faculté Libre des Sciences de l'Homme et de l'Environnement de Paris)

