



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PÓLO UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

EDUARDA SILVA PINHEIRO

**UTILIZAÇÃO DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GREGORY-NEWTON COMO
FERRAMENTA AUXILIAR NA ADAPTAÇÃO DE UM CARNEIRO HIDRÁULICO**

Abaetetuba – Pará

2021

EDUARDA SILVA PINHEIRO

**UTILIZAÇÃO DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GREGORY-NEWTON COMO
FERRAMENTA AUXILIAR NA ADAPTAÇÃO DE UM CARNEIRO HIDRÁULICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Coordenação do curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal Do Pará
como requisito parcial para obtenção do título
de licenciada em Matemática.

Orientador: _____.

Abaetetuba - Pará

2021

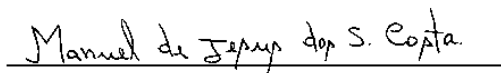
EDUARDA SILVA PINHEIRO

**UTILIZAÇÃO DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GREGORY-NEWTON
COMO FERRAMENTA AUXILIAR NA ADAPTAÇÃO DE UM CARNEIRO
HIDRÁULICO**

Trabalho de Conclusão de Curso,
apresentado como requisito parcial para
obtenção de grau de Bacharel em
Matemática pela Universidade Federal
do Pará.

Data de aprovação: ____/____/____

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos
Costa Orientador (UFPA)



Prof. Dr. Rômulo Corrêa Lima
Examinador Interno (UFPA)



Prof. Dr. José Francisco da Silva
Costa Examinador Interno (UFPA)

Abaetetuba – Pará
2021

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus por ter guiado cada passo desse trabalho.

Aos meus pais Manoel Pedro dos Santos Pinheiro e Ana Selma Silva Pinheiro, juntamente com meus irmãos, Júlio Silva Pinheiro e Jéssica Silva Pinheiro, por toda compreensão e carinho durante todo o período do curso.

A todos os familiares e amigos, inclusive meu tio Francisco Assis das Chagas, o qual teve imensa contribuição para desenvolvimento do trabalho, e meu amigo José Diogo Carvalho e Erenilson pelo apoio em ajudar nas dúvidas e realizar também contribuição ao trabalho.

Ao meu noivo Maurício Andrade Gonçalves por tamanha parceria e ajuda nos momentos que mais precisei.

Aos professores da FACET, que contribuíram para a minha formação como docente e como pessoa, em especial a Manuel Costa, Rômulo Lima, Sebastião Cordeiro, Renato Fabrício e ao professor de física, Francisco, o qual se prestou em ajudar e orientar no trabalho científico.

Ao meu orientador, Prof. Manuel Costa, pela oportunidade de desenvolver este trabalho, pela orientação e preocupação ao longo dessa jornada do trabalho de conclusão de curso.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O objetivo desse trabalho foi utilizar a interpolação como ferramenta auxiliar na determinação do rendimento de um Carneiro Hidráulico (CH), sabendo aproximadamente a quantia de árvores que poderão ser irrigadas, podendo adaptar o CH para expandir a irrigação para mais árvores, no caso estudado para a produção de açaí de agricultores familiares. Neste contexto, foi apresentado o conceito de irrigação, sua importância e custo elevado, além da importância da agricultura familiar para as comunidades locais verificando o custo benefício para os pequenos produtores. Em seguida, foi apresentado um método de captação de água para utilizar na irrigação em conjunto com uma formulação matemática (modelo matemático). Após, apresentou-se os conceitos de interpolação polinomial, apresentando o polinômio interpolador de Newton o qual foi particularizado definindo o polinômio de Gregory-Newton, sendo este o utilizado no trabalho em questão. Ainda como informação apresenta-se a comunidade do Tauerá de Beja, na qual foi realizada a instalação do CH. Ao analisar os resultados, foi possível estimar através da interpolação de Gregory-Newton, o rendimento do CH nas razões de alturas utilizadas, possibilitando determinar aproximadamente quantas árvores de açaí o CH poderia suprir na irrigação corroborando em uma perspectiva de potencializar a produção dos pequenos produtores que necessitam de um processo de irrigação levando em consideração custo/benefício.

Palavras-chaves: Agricultura. Carneiro-hidráulico. Interpolação. Gregory-Newton.

ABSTRACT

The objective of this work was to use interpolation as an auxiliary tool in determining the performance of a Hydraulic Ram (CH), knowing approximately the amount of trees that can be irrigated, being able to adapt the CH to expand irrigation to more trees, in the case studied for the production of açaí by family farmers. In this context, the concept of irrigation was introduced, its importance and high cost, in addition to the importance of family farming for local communities, verifying the cost benefit for small producers. Then, a method of capturing water was presented for use in irrigation in conjunction with a mathematical formulation (mathematical model). After, the concepts of polynomial interpolation were presented, presenting Newton's interpolator polynomial which was defined by defining the Gregory-Newton polynomial, which is the one used in the work in question. Still as information, the Tauera de Beja community is presented, in which the CH installation was carried out. When analyzing the results, it was possible to estimate through the Gregory-Newton interpolation, the CH yield in the heights used, making it possible to determine approximately how many açaí trees the CH could supply in irrigation, corroborating in a perspective of potentiating the production of small producers that need an irrigation process taking into account cost / benefit.

Keywords: Agriculture. Sheep-hydraulic. Interpolation. Gregory-Newton.

SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	8
INTRODUÇÃO.....	9
A IRRIGAÇÃO NO BRASIL E A AGRICULTURA FAMILIAR	11
1.1- IRRIGAÇÃO.....	11
1.2- CUSTOS ELEVADOS DA IRRIGAÇÃO PARA AGRICULTORES FAMILIARES ...	13
LÓCUS DE PESQUISA.....	16
2.1 – APRESENTAÇÃO DA LOCALIDADE.....	16
2.2 – FRUTO UTILIZADO COMO OBJETO DE ESTUDO.....	18
MÉTODO DE CAPTAÇÃO DE ÁGUA	21
3.1- CARNEIRO HIDRÁULICO	21
INTERPOLAÇÃO	24
4.1 – CARACTERIZAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO	24
4.2 - CONCEITO DE INTERPOLAÇÃO	25
4.3 - INTERPOLAÇÃO LINEAR	25
4.4 - INTERPOLAÇÃO QUADRÁTICA.....	28
4.5 – OUTRAS FORMAS DE INTERPOLAÇÃO.....	31
4.5.1 – Diferença dividida	32
4.5.2 – Cálculo Sistemático das Diferenças Divididas.	32
4.5.3 - Alguns resultados sobre Diferenças Divididas.....	33
4.6. – FÓRMULA GERAL DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE NEWTON USANDO DIFERENÇAS DIVIDIDAS	34
4.6.1- Diferenças Ordinárias	38
4.6. 2- Cálculo Sistemático das Diferenças Ordinárias	38
4.7. – FÓRMULA GERAL DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GREGORY- NEWTON 40	
EXPERIMENTAÇÕES NUMÉRICAS.....	41
5.1- INSTALAÇÃO DO CH	41
5.2 - MODELAGEM MATEMÁTICA.....	46
CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	51
REFERÊNCIAS.....	52
ANEXO A - TEOREMA DE ROLLE	55
APÊNDICE B – EXISTÊNCIA E UNICIDADE DA SOLUÇÃO DO SISTEMA S2	56

INTRODUÇÃO

A irrigação no Brasil vem crescendo no decorrer dos anos devido às produções em grande escala e se faz tão necessária na área da agricultura, onde há a utilização de inúmeras técnicas utilizadas para cultivar plantas com o intuito de que elas possam ter um crescimento e rendimento adequados (TESTEZLAF, 2017).

Para ultrapassar eventuais dificuldades financeiras de se obter uma irrigação funcional otimizada, será estudado um método de captação de água idealizado pelo inglês John Whitehurst e melhorada pelos irmãos franceses Montgolfier, o qual não utiliza combustível e nem energia elétrica, seu funcionamento baseia-se em um mecanismo automático que usa diferenças de pressão para bombear água, chamado de Carneiro Hidráulico(CH), também conhecido como Bomba de Aríete Hidráulico (SOCZEK, 2016).

Este trabalho objetivou utilizar a interpolação como ferramenta auxiliar na determinação do rendimento de um CH, sabendo aproximadamente a quantia de árvores que poderão ser irrigadas, podendo adaptar o CH para expandir a irrigação para mais árvores. Além, especificamente, de utilizar as principais contribuições de TESTEZLAF a respeito da discussão feita em seu livro sobre os benefícios da irrigação, apresentar o lócus de pesquisa para implementação e instalação do CH, abordar um método eficiente de baixo custo para realização de captação de água para irrigação a partir de um CH, vincular um modelo matemático atrelado a utilização de uma técnica de interpolação polinomial denominado Gregory-Newton como interpolador para a solução da problemática a que se propõe a pesquisa, destinado a finalidade e a importância para irrigação na contribuição da produção do plantio de açaí, e desenvolver o método apresentado do CH para a captura de água, e, por fim, a utilização do polinômio interpolador de Gregory-Newton, vinculado a um modelo matemático.

Neste sentido, a pesquisa em questão foi desenvolvida da seguinte maneira:

Capítulo 1 –Serão utilizadas as principais contribuições a respeito da discussão sobre os benefícios da irrigação e enfatizando a importância dela para

o agronegócio brasileiro (TESTEZLAF, 2017), ainda sobre o crescimento demográfico da população brasileira e a importância do abastecimento interno nas cidades (LIMA et al., 1999), e a respeito do cultivo, manejo e comercialização do açaí (Nogueira, 2005), além de outras contribuições. Ainda, desenvolve-se a modalidade da agricultura familiar destacando a importância para o meio social, atrelada a dificuldade de instalação de mecanismos de irrigação.

Capítulo 2—O capítulo aborda-se um método eficiente e de baixo custo que realiza tanto o processo de captação de água, como também o processo de irrigação, denominado Carneiro Hidráulico (CH), informando as condições para o seu funcionamento, o meio de irrigação apropriado para as circunstâncias, além da apresentação da modelagem matemática utilizada.

Capítulo 3 – Neste capítulo, vincula-se um modelo matemático atrelado a utilização de uma técnica de interpolação polinomial, apresentando inicialmente o polinômio interpolador de Newton, o qual será particularizado passando a se chamar polinômio de Gregory-Newton, onde este último será o interpolador utilizado na problemática abordada.

Capítulo 4 –O capítulo em questão, apresenta uma pesquisa de campo na Comunidade do Tauerá de Beja.

Capítulo 5 – Neste capítulo, desenvolve-se o método escolhido para a captura de água, de acordo com as especificidades hídricas apresentadas, além do desenvolvimento do polinômio interpolador, vinculado a um modelo matemático, seguido dos resultados obtidos.

Logo após, são apresentadas as considerações finais e perspectivas.

A IRRIGAÇÃO NO BRASIL E A AGRICULTURA FAMILIAR

Neste capítulo, enfatiza-se como se deu no Brasil o processo de irrigação fazendo analogia com o meio de captação de água para o processo, ainda, analisando as técnicas passíveis de melhor adaptação no caso estudado quando se tratam de agricultores familiares, estes que são conhecidos e responsáveis pela manutenção da agricultura familiar.

1.1- IRRIGAÇÃO

Analisando etimologicamente, para fácil entendimento, a irrigação se dá como um meio de regar artificialmente algo, mas especificamente na agricultura se dá por um mecanismo artificial de levar água às plantas, de forma que possa suprir as necessidades de acordo com as especificidades hídricas de cada planta, qualquer que seja o método utilizado, desde os mais simples até os métodos mais elaborados (TESTEZLAF, 2017).

Para suprir então a necessidade das plantas, foram criados alguns métodos de irrigação em que os agricultores e produtores investem em tecnologias para a instalação desses métodos, que são eles: a irrigação localizada, a irrigação por aspersão, pivot central, fertirrigação, micro aspersão e irrigação por superfície. Ainda, verifica-se a situação da captação da água para utilizar quaisquer que seja o método de irrigação escolhido, desde a utilização de cata-vento, bomba elétrica, entre outros. Para tanto, deve-se realizar uma avaliação no local estudado a fim de facilitar o investimento na agricultura irrigada; analisando os sistemas de irrigação passíveis de melhor adaptação no local (Marouelli, 2011).

O Brasil, dotado de grandes áreas agricultáveis localizadas em regiões úmidas, não baseou, no passado, a sua agricultura na irrigação, embora haja registro de que, em 1589, os Jesuítas já praticavam a irrigação na antiga Fazenda Santa Cruz, no estado do Rio de Janeiro (NETO, 2005, p. 01).

No Brasil, na época em que os homens viviam da caça, da coleta de frutos, raízes e grãos e da pesca, praticando somente para sua subsistência, são poucos os registros da implementação de meio ou técnicas de algum método de irrigação específica. Os nossos antepassados mantinham o cuidado com as suas plantações e cultivos; somente dependendo dos ciclos das águas das chuvas, levando em consideração o período chuvoso de cada região.

De acordo com os dados de 2017 da Agência Nacional das Águas (ANA), por mais importante que seja, demorou-se para obter um processo de irrigação no Brasil. Estima-se indiretamente a sua chegada com o primeiro projeto privado de irrigação em 1881, período em que houve uma grande expansão na cultura do arroz, como também no cultivo de outras espécies e há registro da construção de um grande reservatório utilizado na lavoura irrigada de arroz, chamado Cadro, localizado no Rio Grande do Sul.

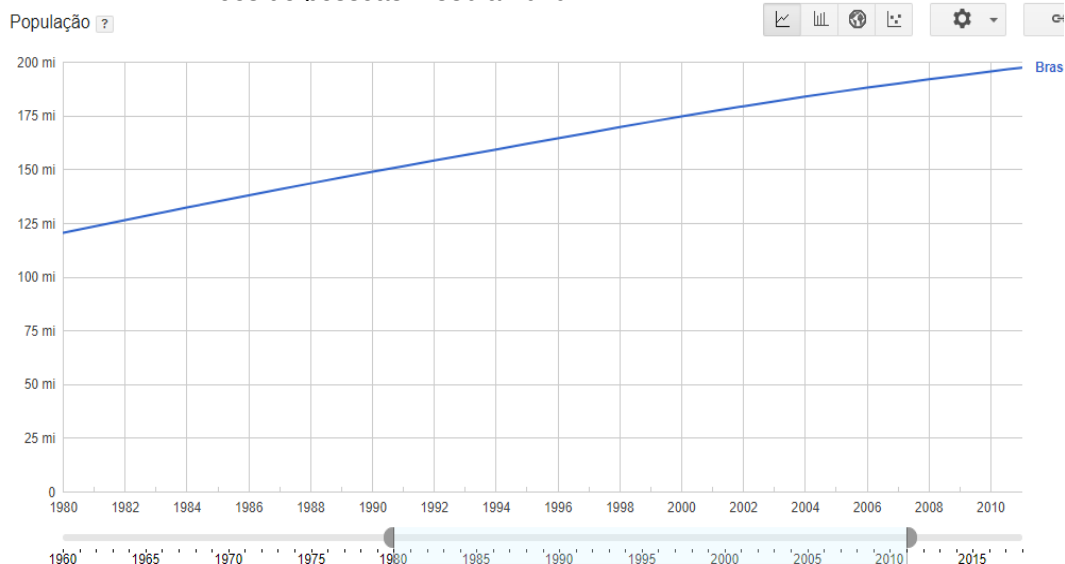
“Sobre o uso dos recursos hídricos na segunda metade do século XX (...) o aumento da população reclamou maior produção de alimentos, o que veio encontrar na agricultura irrigada o canal apropriado para satisfazer a essa demanda (LIMA et al., p. 02) ”.

Contata-se que em meados do século XX, fatores como a industrialização, que gerou um grande crescimento da mão de obra nas cidades, ocasionando a saída das pessoas do campo para a cidade, chamado de êxodo rural; exigiu que a produção de alimentos viesse a suprir a necessidade de pessoas que começavam a residir nas áreas urbanas, necessitando que houvesse a implementação de projetos particulares, feitos pelos donos das áreas e variação nos métodos de irrigação de acordo com cada região.

De acordo com os dados do Instituto de Geografia e Estatística (IBGE), aproximadamente de 120 milhões no ano de 1880; passou para 191 milhões no ano de 2010 (ver, Figura 1), tendo um aumento de 71 milhões de habitantes. O crescimento do número da população brasileira, também relacionada aos fluxos migratórios, correlaciona exatamente ao mesmo período em que foi crescente o investimento em irrigação, pois, por tal crescimento, houve a necessidade de um maior abastecimento no mercado, como também havia a necessidade de

produção em grande escala para a exportação dos materiais que aqui eram produzidos, então houve a necessidade de não somente depender dos períodos chuvosos, como também aproveitar as entressafras.

Figura 1- Imagem gráfica representativa da população brasileira total em milhões de pessoas- 1880 a 2010



Fonte: <https://brasilemsintese.ibge.gov.br/populacao/populacao-total-1980-2010.html>.

1.2- CUSTOS ELEVADOS DA IRRIGAÇÃO PARA AGRICULTORES FAMILIARES

A chegada dos meios de irrigação ainda que tardia, foi de suma importância para a produção em grande escala, visto que, a produção de uma árvore está diretamente atrelada à quantidade de água que ela absorve por dia. Segundo Costa (2001), as principais funções da água nas plantas estão relacionadas ao crescimento mais rápido, na estrutura e desenvolvimento, entre outros. Então, as terras onde eram cultivadas as plantações começaram a precisar de investimentos, pois havia a necessidade de instalar métodos eficientes para potencializar e aproveitar os períodos das entressafras a fim de que não deixassem as plantas sofrerem por estresse hídrico.

Logo, deve-se ser feito um estudo analisando a viabilidade econômica do método de irrigação, considerando também a disponibilidade de água próximo

do local e a necessidade de utilizar algum método mais específico de captação de água. Os sistemas de irrigação frequentemente usados têm preços onerosos, mas para a irrigação localizada, esses valores variam de 3000 a 6000 reais (MAROUELLI; SILVA, 2000), valor investido por hectare, além dos gastos necessários com diesel ou energia elétrica dependendo do meio de captação de água utilizado.

A partir desse entendimento sobre os valores onerosos da irrigação, analisa-se a situação dos pequenos produtores, conhecidos por manterem a agricultura familiar, que assim como os agricultores que produzem em grande escala; possuem a importância do abastecimento do mercado interno de certa comunidade ou região.

Entende-se por agricultura familiar, o cultivo da terra por parte de uma família, onde o produtor tira os produtos para consumo próprio e para possível comercialização sendo os agricultores gestores e trabalhadores das próprias terras. O cultivo é realizado por pequenos produtores rurais, tendo como mão de obra na maioria dos casos a família, eventualmente complementado pelo trabalho assalariado (VINCIGUERA, 2014, p. 08).

A terra com condições adequadas (adubação, rotação de culturas, aragem do solo, irrigação e drenagem) é de suma importância para quem cultiva plantações, pois é através dela que as famílias garantem o seu sustento ao realizar a venda dos produtos, além de ser feito a extração para a própria subsistência. O retorno que essas famílias têm das suas pequenas produções, por vezes, não são valores altos, mas são suficientes para manutenção da própria casa, compra de alimentos, passagem dos filhos que estudam na cidade, e acabam por não ter como investir na produção.

Para VINCIGUERA (2014, p. 08), “a agricultura familiar é responsável por 4,3 milhões de unidades produtivas, o que representa 84% dos estabelecimentos rurais do país, e 33% do Produto Interno Bruto (PIB) agropecuário, empregando assim 74% da mão de obra no campo”. Ainda, mesmo que suas terras não sejam valorizadas e utilizando de pouca tecnologia, os agricultores familiares são responsáveis também por gerar empregos informais e manter as famílias dessas pessoas que vivem em comunidades ou terras em que há diversos cultivos de plantações, pois contam com a mão de

obra essencialmente familiar e de familiares mais próximos. Alguns desses pequenos produtores são donos de grandes extensões de terras e acabam por não aproveitar a área como um todo, mesmo que varie o cultivo de suas plantações.

Sob o mesmo ponto de vista, suas produções, ainda que pequenas, são vendidas nos mercados locais, nas feiras das cidades, na própria comunidade em que trabalham e também transportadas para outros municípios, conseguindo realizar a sustentabilidade de suas produções mesmo sem investir em tecnologia avançada, mas como dependem da água da chuva, nos tempos mais quentes e secos, as produções caem, sendo prejudicial tanto para a nutrição das plantas que acabam morrendo ou secando, como também, para o pequeno produtor que fica sem rendimento nesses períodos de entressafras. Investir em irrigação necessita também fazer investimentos em meios que captem água para levar até as plantas, no entanto, o alto custo da energia elétrica, do combustível pode acarretar inviabilidade de investimento relacionado com alguma técnica mais especializada de irrigação, extrapolando consideravelmente a margem financeira desses agricultores familiares.

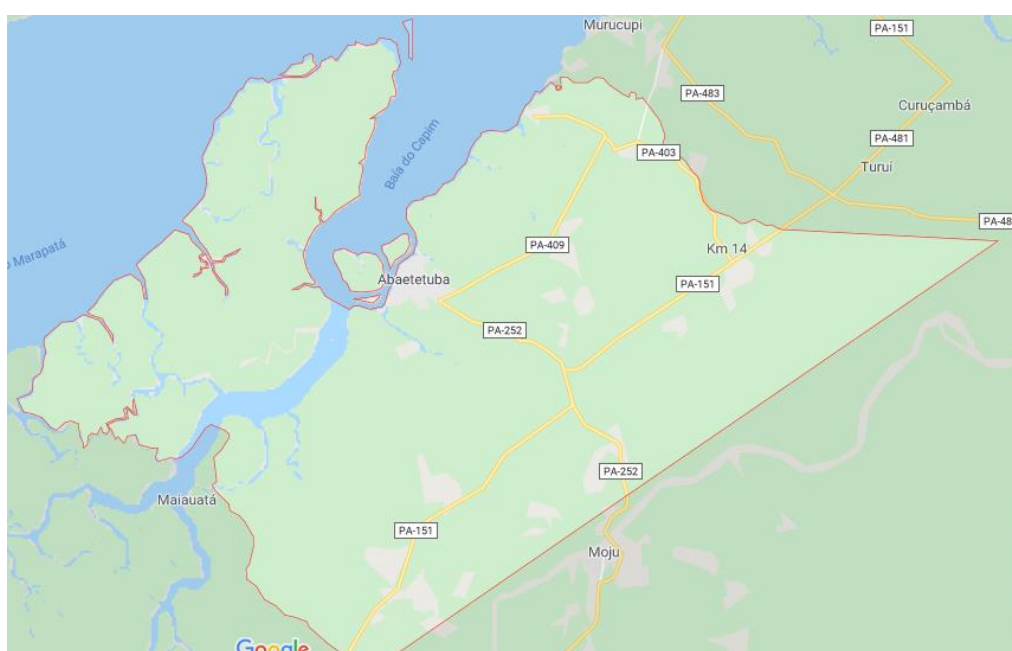
LÓCUS DE PESQUISA

Neste capítulo, apresenta-se o lócus de pesquisa e a importância da irrigação para a produção do plantio de açaí.

2.1 – APRESENTAÇÃO DA LOCALIDADE

Localizada na região do Baixo Tocantins, Abaetetuba (ver, Figura 2), sendo uma cidade do interior do estado do Pará. A região Tocantina é formada por 11 municípios: Abaetetuba, Acará, Baião, Barcarena, Cametá, Igarapé-Miri, Limoeiro do Ajuru, Mocajuba, Moju, Oeiras do Pará e Tailândia. O primeiro nome do município era Abaeté, e através do Decreto-lei 4.505, de 30 de dezembro de 1943, adicionou-se o sufixo “tuba”, para diferenciá-la do município localizado em Minas Gerais. Seu nome é formado pela junção de três palavras da língua tupi: “abá” (homem), “eté” (verdadeiro) e “tyba” (ajuntamento), sendo assim, “Abaetetuba” significa “ajuntamento de homens verdadeiros” e é a sétima cidade mais populosa do estado com uma população aproximada de 170.000 habitantes, até o ano de 2018.

Figura 2 -Imagem representativa do município de Abaetetuba



Fonte: Disponível em: <<https://goo.gl/maps/8NvqNRfSok3vzBNP9>>. Acesso em 06 de março de 2020.

Ainda, localizado no município de Abaetetuba, na zona rural, destaca-se, 18 comunidades, quais sejam: Caeté, Murutinga, Colônia Nova, Colônia Velha, Tauerá de Beja, Pontilhão, Curuperé-Miri, Itacuruçá, Piratuba, Pirocaba, Camutim, Cupuaçu, Santa Cruz, Camorituba, Itacupé, Jarumã, Piquiatuba e Abaetezinho. Nessas comunidades é comum grupos de famílias que utilizam seu próprio terreno para a produção e cultivo de frutos para a sustentação da família, os quais são conhecidos como: agricultores familiares ou pequenos produtores. Esses grupos são aqueles que vivem em comunidades que moram em ramais ou a margens das estradas, alguns possuem acesso aos rios, esses vivem da pesca, da caça, e principalmente do cultivo de plantas.

O Tauerá de Beja (lôcus da pesquisa), identificado no tracejado em vermelho presente na Figura (3), é uma comunidade localizada na PA-403 km 09. Dependendo da locomoção utilizada, pode-se levar aproximadamente 15 minutos de viagem para chegar ao centro urbano, entretanto, como a forma de locomoção das pessoas da comunidade mais comum é a bicicleta o tempo de percurso observado é de aproximadamente 35 minutos, trajeto que fazem levando também suas pequenas produções. É uma área com características físicas que propiciam o cultivo de cupuaçu, manga, ingá, e outras diversas espécies de plantas, como principalmente a do açaí, que são cultivadas pelas famílias para serem vendidas no centro urbano ou na própria comunidade, para municípios vizinhos, como também para o próprio consumo.

Figura 3—Imagem representativa da localização da comunidade do Tauerá de Beja



Fonte: Disponível em: <<https://goo.gl/maps/ey1yymDkL6AfZktf7>>. Acesso em 08 de março de 2020.

Ainda como informação, tanto o consumo, quanto a coleta do açaí é a atividade que mais gera renda para os pequenos produtores dessa localidade. É comum ver extensas áreas de açaizais, algumas árvores plantadas de maneira equidistante uma das outras, com uma plantação planejada, mas também é comum ver plantações desorganizadas, fato este podendo ser um fator impeditivo de uma boa produção. No entanto, o que mais prejudica a árvore de produzir bons frutos é a escassez da água, levando em consideração o período da safra e da entressafra, que são classificadas como os períodos de verão e inverno amazônico, respectivamente, logo, essas plantações ficam sujeitas à água da chuva para que possam se nutrir. Além disso, durante a safra, o preço do produto reduz devido à grande quantidade disponível no mercado, por outro lado na entressafra, compreendida entre os meses de janeiro a junho, o mesmo torna-se mais elevado, devido à falta de produtos para a produção.

2.2 – FRUTO UTILIZADO COMO OBJETO DE ESTUDO

O açaí (*Euterpe Oleracea* Mart.), popularmente conhecido como juçara ou açaí-do-pará, dependendo de cada localidade, é uma fruta nativa de uma palmeira da região Amazônica, como é mostrada na Figura (4), característica de área de várzea e terra firme. Na área de várzea, a plantação que se situa à margem dos rios é inundada nos períodos de cheia, a água responsável pela inundação, por sua vez, transporta nutrientes ao solo, determinado desta maneira um ambiente propício no que concerne uma fertilização consistente do mesmo. Entretanto, na área de terra firme, tem-se uma região que não é caracterizada por inundações, pois encontram-se em um local mais elevado do relevo amazônico e, por essas diferenças de solo é comum definir-se que o “açaí de várzea” apresenta uma qualidade melhor do que o “açaí de terra firme”.

Figura 4–Imagem real de uma coleta da fruta açaí



Fonte: Disponível em:<<https://www.embrapa.br/busca-de-imagens/-/midia/3477001/acai-nativo-rasa-ii>>. Acesso em 08 de março de 2020.

Para Nogueira (2005), o cultivo de açaizeiros, por ser uma espécie de ambiente úmido é conveniente que tenha nos dois primeiros anos a irrigação por micro aspersão ou por gotejamento, visto que precisará de água suficiente para se nutrir e ainda não sofrer de estresse hídrico. No entanto, de acordo com a informação fornecida pelo Agrônomo Francisco de Assis da Empresa de Assistência Técnica e Extensão Rural do Estado do Pará, o qual acompanhou o trabalho, e ratificada por Maria et al. (2017, p. 19), as árvores de açaí necessitam consumir diariamente cerca de 120 litros de água, para que não tenham estresse e nem escassez hídrica, pois com a quantidade necessária de água passam a produzir mais cachos e os caroços tem a polpa mais succulenta.

Um açaizeiro adulto possui cerca de 25 metros (*m*), com a seu estipe (caule), medindo entre 12 centímetros (*cm*) à 18 centímetros (*cm*) de diâmetro, no topo da árvore ficam os popularmente chamados “cachos de açaí”, os quais podem variar entre quatro a oito cachos por árvore, e cada cacho pesando cerca de 2,5 quilos(kg). Quando o cacho do açaí está maduro o suficiente para ser “apanhado”, nessa comunidade, ainda é utilizado um método tradicional e característico dos mais antigos: a peconha. A peconha (ver, Figura 5), também

pode ser feita com a própria folha da palmeira, entrelaçando as folhas formando uma espécie de “cinto”, então o pequeno produtor a coloca entre os pés e utiliza como um apoio para subir na árvore, se puxando também com as mãos. O mesmo, ao chegar ao topo da árvore, corta quantos cachos conseguir e desce os segurando, por isso a importância de fazer uma peconha resistente.

Figura 5– Imagem ilustrativa de uma peconha sendo utilizada para subir no açazeiro



Fonte: Disponível em: <<http://meioambienteacaiefarinha.blogspot.com/2015/12/para-os-piedosos-de-si-mesmo-peconha.html>>. Acesso em 08 de março de 2020.

MÉTODO DE CAPTAÇÃO DE ÁGUA

Neste capítulo, destaca-se o porquê de utilizar o CH como auxiliador das pequenas produções dos agricultores familiares, bem como apresentando a interpolação como facilitadora do cálculo do rendimento do CH.

3.1-CARNEIRO HIDRÁULICO

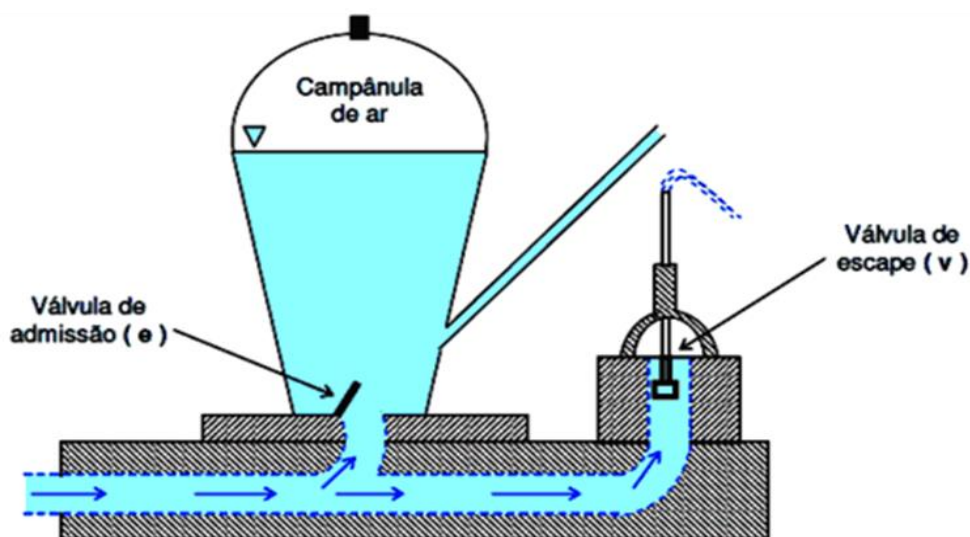
Realizou-se durante um período, pesquisas e análises de métodos de irrigação e captação de água para averiguar qual método seria facilitador para os pequenos produtores nas suas produções e cultivo de plantas. Buscou-se um meio de irrigação que pudesse captar a água de um local, como por exemplo, a água de uma fonte hídrica (lago, rio, entre outros), que imediatamente já pudesse direcionar essa água para as plantações, sem que houvesse gastos com energia elétrica e combustível.

Dito isto, chegou-se ao CH (ver, Figura 6), também chamado Bomba de Ariete Hidráulica, burrinho ou balão de ar, o qual foi criado por John Whitehurst, em 1772, e transformada para automática, por dois irmãos cientistas franceses, em 1796: Jacques e Montgolfier (SOCZER, 2016). De acordo com (Oliveira, 2005), sem causar grandes danos ao meio ambiente e sem gastar combustível fóssil, o CH se tornou um meio econômico e sustentável de captação de água, e o material além de ser reciclável, não precisa de manutenção constante.

O CH é um mecanismo de bombeamento de água em que não é necessário a utilização de energia externa (ABATE e. al., 2002, p. 198). Trata-se de um aparelho de simples funcionamento possuindo uma grande utilidade, visto que não é somente usado na agricultura. E consiste em um mecanismo que utiliza a energia gerada pela interrupção brusca do fluxo de água em movimento na tubulação. Essa interrupção gerada pela sobrepressão é denominada “**golpe de ariete**”. Segundo Netto (1998), o golpe de aríete é a sobrepressão que as paredes de um conduto fechado recebem quando o escoamento é interrompido abruptamente.

Logo, sendo uma máquina automática, com a pressão adequada, pode trabalhar 24h por dia sem pausas utilizando o “**golpe de ariete**”. A água entra pela tubulação e sai pela chamada válvula de escape (v) ou de poço, cuja saída da água sofre uma interrupção abrupta ao atingir uma determinada velocidade elevada, a válvula fecha e abre repentinamente (golpe de ariete), gerando a pressão que possibilitará a elevação da água, fazendo-a passar pela válvula de admissão ou retenção (e) até chegar à campânula de ar, de onde a água não tem como retornar, todo esse processo ocorre sem utilizar qualquer auxílio de energia externa, como ilustrado na Figura (6).

Figura 6- Imagem esquemática do funcionamento do carneiro hidráulico



Fonte: Disponível em: <<https://www.fazfacil.com.br/reforma-construção/bomba-ariete/>>. Acesso em 29 de janeiro de 2020.

“Essa bomba usa somente energia da água, com a gravidade, então precisa basicamente ter três coisas: volume de água, peso e velocidade (que se dá pela distância da captação até o 'carneiro'). A água percorre por um cano, sempre em descendente, e quando ela sofre uma interrupção surge essa força interna dentro dos canos (uma pressão muito grande dentro dos canos), que repercute numa pressão suficiente para levar a água para cima. Se tiver dois metros de desnível da captação até o carneiro, tem a possibilidade de jogar até 20 metros de altura numa distância de 200 metros”. (ALVARO/Jornal Dia de Campo, 2015).

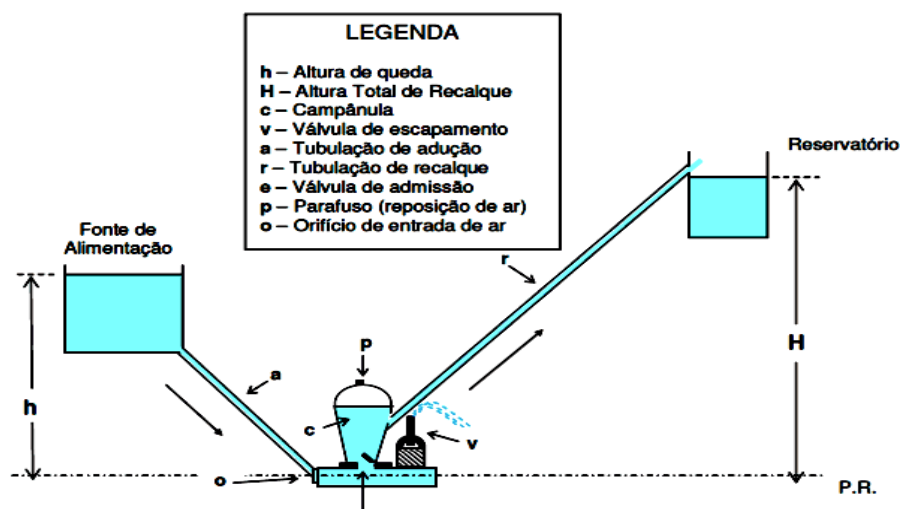
A partir desse entendimento, analisa-se para a realização do processo é necessário um desnível entre a captação da água até o carneiro, ou seja,

precisa-se ter a existência de queda de água para que haja pressão suficiente para seu funcionamento. De acordo com YOUNG (1995, apud ZÁRATE ROJAS, 2002), para instalar um sistema de bombeamento por carneiro é necessário o controle de algumas demandas, como segue:

- a) Fonte de água limpa ou natural para utilizar na captação;
- b) Tubulação de alimentação por onde ocorrerá a entrada da água captada;
- c) Carneiro Hidráulico, podendo ser artesanal;
- d) Tubulação de Recalque, que conduz a água sobre pressão pelo carneiro até a parte superior;

E, por conseguinte, a utilização de caixas, mangueiras ou reservatórios que podem depender conforme a futura utilização da água, como mostradona Figura (7), onde tem-se a altura de queda (h), altura total de recalque (H), campânula (c), válvula de escapamento (v), tubulação de adução (a), tubulação de recalque (r), válvula de admissão (e), parafuso (p), orifício de entrada de ar (o). (o).

Figura 7- Imagem esquemática dos periféricos para funcionamento do carneiro hidráulico.



Fonte:Disponível em: <<https://www.fazfacil.com.br/reforma-construção/bomba-ariete/>>. Acesso em 29 de janeiro de 2020

INTERPOLAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um processo numérico denominado interpolação, suas características e conceitos, objetivando apresentar o polinômio interpolador de Gregory-Newton, objeto de estudo utilizado no presente trabalho.

4.1 –CARACTERIZAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO

A interpolação é uma técnica antiga do cálculo numérico. Antes do advento computacional, a mesma era amplamente aplicada para o cálculo de valores de funções transcendentais estando nesta classe, por exemplo, as funções logarítmicas, exponenciais, trigonométricas e hiperbólicas. Antes se tinha a disposição algumas tabelas com valores de tais funções para certo conjunto de argumentos e, quando necessário o cálculo de alguns valores não tabelados, utilizava-se a interpolação. Atualmente, a interpolação de funções não é empregada para estes fins, uma vez que as calculadoras mais elementares já fornecem esses valores. Assim, tal técnica é rotineiramente utilizada nas mais variadas áreas das Ciências e Engenharia, visto que muitos dos problemas nessas áreas somente são resolvidos quando se recorre ao referido método numérico. A literatura apresenta várias técnicas de interpolação, conquanto seja objetos de estudo os métodos de aproximação numérica fundamentados na interpolação polinomial.

Rotineiramente, duas situações caracterizam a utilização da interpolação, quais sejam (RUGGIERO, 1996, p. 212):

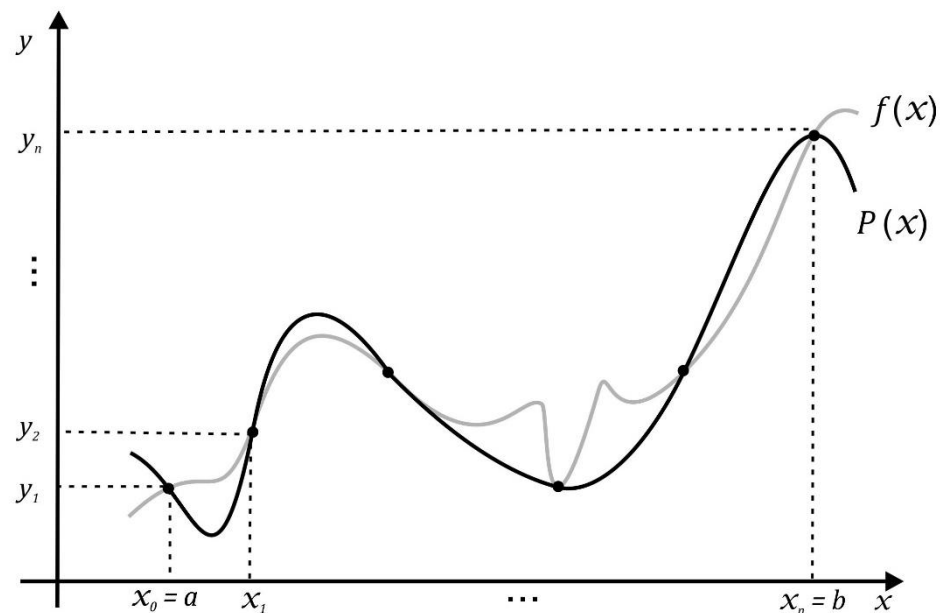
I. Quando são conhecidos somente os valores numéricos de uma determinada função $y = f(x)$ para o conjunto finito de pontos. Neste sentido, quando se faz necessário calcular o valor de $f(x)$ em um ponto não conhecido, aplica-se uma interpolação;

II. Quando uma função do tipo $y = f(x)$ apresenta um grau de complexidade elevada em relação a sua forma analítica, inviabilizando operações como a diferenciação e integração, buscando desta maneira outra função, por exemplo, $y = g(x)$ mais simples para substituí-la.

4.2 - CONCEITO DE INTERPOLAÇÃO

Sejam $(n + 1)$ pontos distintos: $x_0, x_1, \dots, x_n$, pertencentes a um intervalo $[a, b]$ chamados nós da interpolação, e os valores de $y_i = f(x_i)$, $\forall i = 0, 1, 2, \dots, n$ nesses pontos: $y_0, y_1, \dots, y_n$. Interpolair a função $f(x)$, significa aproximar $f(x)$ por um polinômio interpolador $P_n(x)$, de modo que exista uma intersecção, tal que, $y_i = f(x_i) = P_n(x_i)$, $\forall i = 0, 1, 2, \dots, n$ (ver, Figura 8), (RUGGIERO, 1996, p. 212).

Figura 8 – Representação geométrica de uma função $f(x)$ (cor preta) e um polinômio interpolador $P_n(x)$ (cor cinza).

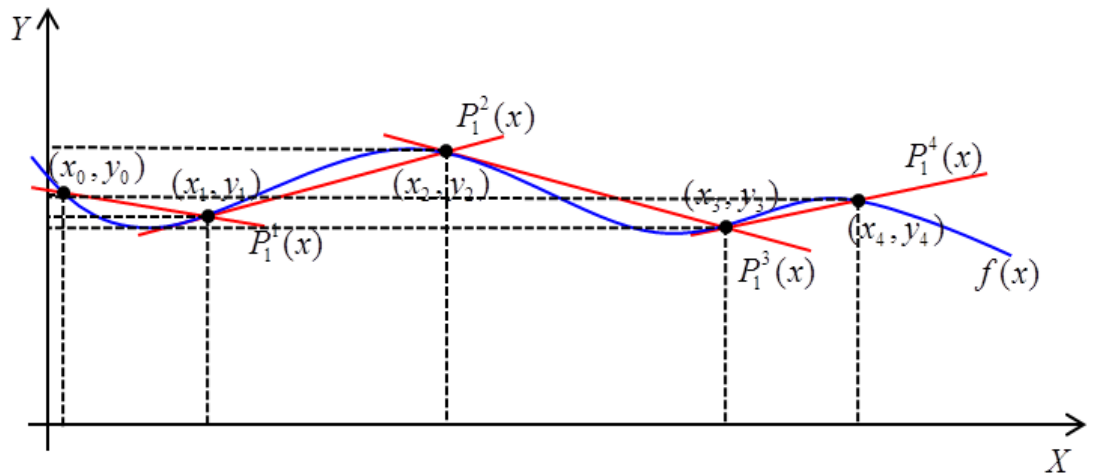


Fonte: adaptado ARENALES, 2010.

4.3 - INTERPOLAÇÃO LINEAR

Consiste em traçar segmentos de reta (polinômios de primeiro grau) através de cada par de pontos tabelados (ver, Figura 9).

Figura 9 – Representação geométrica do processo de interpolação linear de uma função $f(x)$ (cor azul) por polinômios interpoladores de grau 1 $P_1^{(i)}$, sendo $i = 1, 2, 3, 4$ (cor vermelha)



Fonte: Adaptado CLÁUDIO e MARINS, 1994.

Para efeito de exemplificação na determinação de um polinômio interpolador de grau 1 (ver, Figura 9), utilizar-se-á a forma geral do mesmo simultaneamente com a condição de interpolação (ver, Fórmula 2), respectivamente, como segue:

$$P_1^1(x) = a_1x + a_0, \quad (1)$$

onde, $a_0, a_1 \in \mathbb{R}$ sendo constantes a determinar.

$$P_1^1(x_i) = y_i, i = 0, 1 \quad (2)$$

Assim, para encontrar as constantes, consideram-se dois pontos distintos da função, (ver, Figura 5), isto é, $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$, e utilizando a condição (2), resolve-se o seguinte sistema linear

$$S_1 = \begin{cases} a_1x_0 + a_0 = y_0 \\ a_1x_1 + a_0 = y_1 \end{cases}, \quad (3)$$

onde, $M_1 = \begin{pmatrix} x_0 & 1 \\ x_1 & 1 \end{pmatrix}$, corresponde a matriz dos coeficientes de S_1 . Desse modo, como o determinante da matriz M_1 é diferente de zero, pois $x_0 \neq x_1$, tem-se como implicação que o mesmo possui solução única determinando desta maneira um único polinômio interpolador.

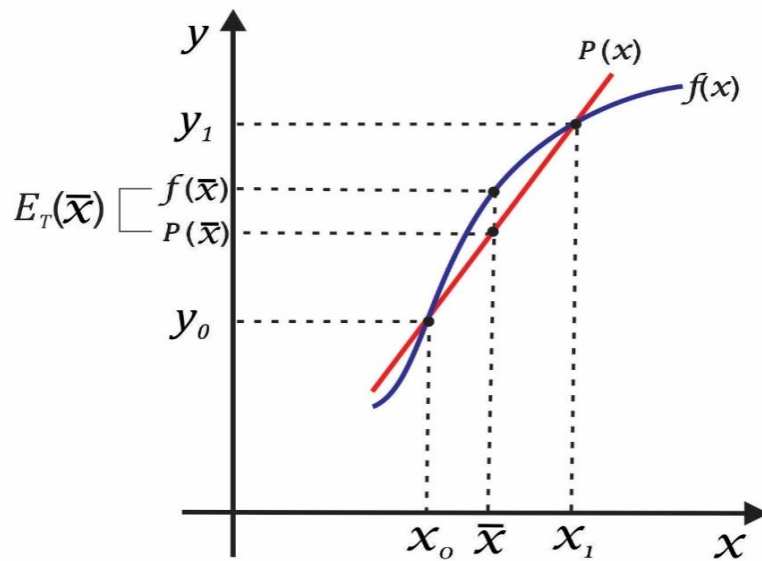
Embora o polinômio interpolador $P_1^1(x)$ apresentado anteriormente coincida com a função nos pontos (x_0, y_0) e (x_1, y_1) , espera-se que $P_1^1(\bar{x}) \approx f(\bar{x})$, para $\bar{x} \neq x_i, i = 0, 1$, ou seja, estimar a função $f(x)$ através de um polinômio

interpolador $P_1^1(x)$, significa cometer um erro teórico nesta aproximação, o qual é expresso por (BARROSO, 1987, p.156):

$$E_T(\bar{x}) = f(\bar{x}) - P_1^1(\bar{x}) \quad (4)$$

Tal situação pode ser visualizada na Figura (10).

Figura 10 - Representação esquemática do erro de truncamento $E_T(x)$ de uma função $f(x)$ (cor azul) por um polinômio interpolador de grau 1 $P_1^1(x)$ (cor vermelha)



Fonte: Adaptado BARROSO, 1987.

Assim, analisando a Figura (10), observa-se que o erro de truncamento $E_T(\bar{x})$ depende de sua posição ao longo do intervalo $[x_0, x_1]$, desta forma, se $\bar{x}$ coincide com x_0 ou x_1 o erro de truncamento anula-se, definindo-se assim, o erro de truncamento como uma função que se anula em x_0 e x_1 , podendo o mesmo ser estimado teoricamente pela seguinte expressão analítica (BARROSO, 1987, p.156):

$$E_T(x) = (x - x_0)(x - x_1)B \quad (5)$$

sendo, B uma constante a determinar. Desta maneira, a constante será determinada a partir de uma função auxiliar $G(t)$ como segue:

$$G(t) = f(t) - P_1(t) - E_T(t) \quad (6)$$

assim, substituindo

$$P_1(t) = a_1 t + a_0 \quad (7)$$

e

$$E_T(t) = (t - x_0)(t - x_1)B \quad (8)$$

em (6), tem-se:

$$G(t) = f(t) - (a_1t + a_0) - (t - x_0)(t - x_1)B \quad (9)$$

Observa-se que a função $G(t)$ se anula em pelo menos três pontos, isto é, $t = x_0$, $t = x_1$ e $t = \bar{x}$. Pelo teorema de Rolle (Anexo A), considerando $f(t)$ contínua em $[x_0, x_1]$, e diferenciável em (x_0, x_1) , pode-se concluir que $G(t)$ também preserva a propriedade de uma função contínua, visto que $P_1(t)$ e $E_T(t)$ são funções polinomiais de 1º e 2º grau, respectivamente. Desta forma, aplicando o teorema de Rolle, $\exists \varepsilon_1 \in (x_0, \bar{x})$, tal que $G'(\varepsilon_1) = 0$, bem como um $\varepsilon_2 \in (\bar{x}, x_2)$, tal que $G'(\varepsilon_2) = 0$. Agora, aplicando novamente o teorema de Rolle sobre a função $G'(t)$, verifica-se que existe um $\varepsilon \in (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ e, portanto, $\varepsilon \in (x_0, x_1)$, tal que $G''(\varepsilon) = 0$. Portanto, derivando a função $G(t)$ duas vezes, tem-se:

$$G''(t) = f''(t) - 2B \quad (10)$$

desta maneira, fazendo $t = \varepsilon$ em (10), obtêm-se:

$$G''(t) = f''(\varepsilon) - 2B = 0 \quad (11)$$

logo,

$$B = \frac{f''(\varepsilon)}{2} \quad (12)$$

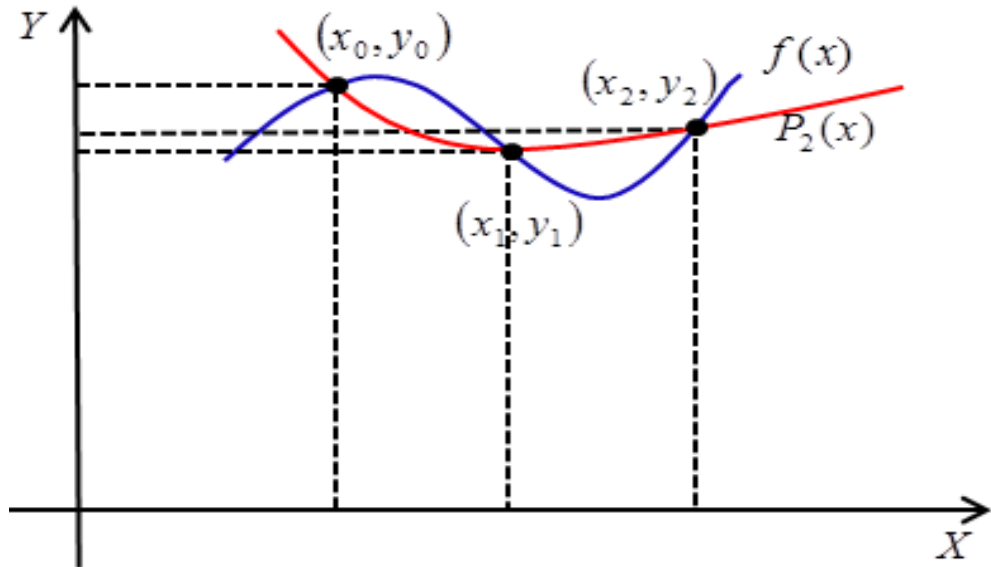
finalmente, substituindo (12) em (5), se obtém (BARROSO, 1987, p.156):

$$E_T(x) = (x - x_0) \cdot (x - x_1) \frac{f''(\varepsilon)}{2} \quad (13)$$

4.4 - INTERPOLAÇÃO QUADRÁTICA

A interpolação quadrática baseia-se em traçar polinômios do segundo grau através de um conjunto de três pontos (ver, Figura 11).

Figura 11 - Representação geométrica do processo de interpolação quadrática de uma função $f(x)$ (cor azul) por um polinômio interpolador de grau 2 $P_2(x)$, (cor vermelha)



Fonte: Adaptado BARROSO, 1987.

Se de uma determinada função são conhecidos três pontos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) e (x_2, y_2) distintos, então o polinômio interpolador é do tipo (BARROSO, 1987, p.159):

$$P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad (14)$$

Para determinar a_0, a_1 e a_2 em (14), resolve-se o sistema linear S_2 , o qual é definido pela condição de interpolação $P_2(x_i) = y_i, i = 0, 1, 2$, como segue:

$$S_2 = \begin{cases} a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0 = y_0 \\ a_2x_1^2 + a_1x_1 + a_0 = y_1 \\ a_2x_2^2 + a_1x_2 + a_0 = y_2 \end{cases} \quad (15)$$

Assim, seja M_2 a matriz dos coeficientes do sistema S_2 , isto é:

$$M_2 = \begin{pmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Como o determinante da matriz M_2 é diferente de zero (ver, Anexo B), então o sistema S_2 tem solução única caracterizando a existência e unicidade do polinômio $P_2(x)$.

Similarmente, como na interpolação linear, Erro de truncamento o E_T na interpolação quadrática é definido teoricamente por:

$$E_T(\bar{x}) = f(\bar{x}) - P_2(\bar{x}) \quad (17)$$

o erro $E_T(x)$ se anula nos pontos x_0, x_1, x_2 , então se considera a seguinte expressão:

$$E_T(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)B \quad (18)$$

neste sentido, para determinar o parâmetro B , utiliza-se a função auxiliar definida por:

$$G(t) = f(t) - P_2(t) - E_T(t) \quad (19)$$

assim, substituindo:

$$P_2(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (20)$$

e

$$E_T(t) = (t - t_0)(t - t_1)(t - t_2)B \quad (21)$$

em (19), obtêm-se:

$$G(t) = f(t) - (a_2 t^2 + a_1 t + a_0) - (t - t_0)(t - t_1)(t - t_2)B \quad (22)$$

Novamente, $P_2(t)$ e $E_T(t)$ são funções polinomiais e supondo que $f(t)$ seja contínua em $[x_0, x_2]$ e derivável em (x_0, x_2) , $G(t)$ também preserva tal característica se anulando nos pontos $t = x_0; t = x_2$ e $t = \bar{x}$. Portanto, pelo teorema de Rolle, tem-se:

$$\exists \varepsilon_1 \in (x_0, \bar{x}) | G'(\varepsilon_1) = 0 \quad (23)$$

$$\exists \varepsilon_2 \in (\bar{x}, x_1) | G'(\varepsilon_2) = 0 \quad (24)$$

$$\exists \varepsilon_3 \in (x_1, x_2) | G'(\varepsilon_3) = 0 \quad (25)$$

Por outro lado, aplicando o teorema de Rolle, obtêm-se:

$$\exists \varepsilon_4 \in (\varepsilon_1, \varepsilon_2) | G''(\varepsilon_4) = 0 \quad (26)$$

$$\exists \varepsilon_5 \in (\varepsilon_2, \varepsilon_3) | G''(\varepsilon_5) = 0 \quad (27)$$

ou ainda:

$$\exists \varepsilon \in (\varepsilon_4, \varepsilon_5) | G'''(\varepsilon) = 0 \quad (28)$$

finalmente, conclui-se que:

$$\exists \varepsilon \in (x_0, x_2) | G'''(\varepsilon) = 0 \quad (29)$$

Assim, derivando $G(t)$ três vezes, tem-se:

$$G'''(t) = f'''(t) - 6B. \quad (30)$$

Neste sentido, fazendo $t = \varepsilon$ em (30), obtêm-se:

$$G'''(\varepsilon) = f'''(\varepsilon) - 6B = 0 \quad (31)$$

logo,

$$B = \frac{f'''(\varepsilon)}{6} = \frac{f'''(\varepsilon)}{3!}. \quad (32)$$

Portanto, substituindo (32) em (18), tem-se (BARROSO, 1987, p.162):

$$E_T(x) = (x - x_0)(x - x_1)$$

$$(x - x_2) \frac{f'''(\varepsilon)}{3!} \quad (33)$$

com $\varepsilon \in (x_0, x_2)$.

4.5 – OUTRAS FORMAS DE INTERPOLAÇÃO

Existe uma grande variedade de formas alternativas para determinar um polinômio interpolador. O polinômio interpolador por diferenças de Newton encontra-se entre as formulações mais populares e úteis, salientando que os casos abordados anteriormente são particularizações do mesmo não necessitando da resolução de um sistema linear. Para a construção por este método, precisa-se da noção de diferença dividida de uma função.

4.5.1 – Diferença dividida

Sejam $x_0, x_1, \dots, x_n, n + 1$ pontos distintos no intervalo $[a, b]$ e sejam $f_0, f_1, \dots, f_n, n + 1$ valores de uma função $y = f(x)$ sobre $x = x_k, k = 0, 1, \dots, n$. Define-se (FRANCO, 2006):

$$f[x_k] = f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots, n; \quad (34)$$

⋮

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_n] - f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]}{x_n - x_0}, \quad (35)$$

onde $f[x_0, x_1, \dots, x_n]$ é a diferença dividida de ordem n da função $f(x)$ sobre os pontos.

4.5.2 – Cálculo Sistemático das Diferenças Divididas.

Pode-se construir a tabela de diferenças divididas de uma função sobre os pontos, notando que é um processo recursivo da divisão, ou seja, cada diferença dividida de ordem n é gerada a partir de pares de diferenças divididas de ordem $n - 1$, da seguinte maneira, (ver, Tabela1), (ARENALES, 2010):

- a) a primeira coluna é constituída dos pontos $x_k, k = 0, 1, 2, \dots, n$;
- b) a segunda coluna contém os valores de $f(x)$ nos pontos $x_k, k = 0, 1, 2, \dots, n$;
- c) nas colunas 3, 4, 5, ..., estão as diferenças divididas de ordem 1, 2, 3, Cada uma dessas diferenças é uma fração cujo numerador é sempre a diferença entre duas diferenças divididas consecutivas e de ordem imediatamente inferior e cujo denominador é a diferença entre os dois extremos pontos envolvidos.

Tabela 1- Cálculo sistemático das diferenças divididas

x_i	$f[x_i]$	$[x_i, x_j]$	$f[x_i, x_j, x_k]$
x_0	$f[x_0] = f_0$		
		$f[x_0, x_1] = \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0}$	
x_1	$f[x_1] = f_1$		$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$
		$f[x_1, x_2] = \frac{f[x_2] - f[x_1]}{x_2 - x_1}$	...
x_2	$f[x_2] = f_2$		$f[x_1, x_2, x_3] = \frac{f[x_2, x_3] - f[x_1, x_2]}{x_3 - x_1}$
		$f[x_2, x_3] = \frac{f[x_3] - f[x_2]}{x_3 - x_2}$	...
x_3	$f[x_3] = f_3$		$f[x_2, x_3, x_4] = \frac{f[x_3, x_4] - f[x_2, x_3]}{x_4 - x_2}$
		$f[x_3, x_4] = \frac{f[x_4] - f[x_3]}{x_4 - x_3}$	
x_4	$f[x_4] = f_4$		$\vdots$
		$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$		

Fonte: Adaptado ARENALES, 2010.

4.5.3 - Alguns resultados sobre Diferenças Divididas

Corolário 1 - As diferenças divididas de ordem k de uma função $f(x)$, satisfaz (FRANCO, 2006):

$$f[x_0, x_1, \dots, x_k] = f[x_{j_0}, x_{j_1}, \dots, x_{j_k}], \quad (36)$$

onde $(j_0, j_1, \dots, j_k)$ é qualquer permutação dos inteiros $(0, 1, \dots, k)$. A diferença dividida de $f(x)$ é uma função simétrica de seus argumentos, ou seja, independente da ordem dos pontos $x_0, x_1, \dots, x_k$.

Corolário 2 - As diferenças divididas de ordem k de uma função $f(x)$, satisfaz (FRANCO, 2006):

$$f[x_0, x_1, \dots, x_k] =$$

$$= \frac{f[x_0, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_k] - f[x_0, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_k]}{x_j - x_i}, i \neq j, \quad (37)$$

ou seja, pode-se tirar quaisquer dois pontos para construir a diferença dividida de uma função, e não necessariamente o primeiro e o último.

4.6. – FÓRMULA GERAL DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE NEWTON USANDO DIFERENÇAS DIVIDIDAS

Para obter a formulação matemática do polinômio interpolador de Newton, precisa-se inicialmente definir algumas funções. Neste sentido, seja $f(x)$ uma função contínua com derivadas também contínua em um determinado intervalo $[a, b]$, com $x_0, x_1, \dots, x_n$ sendo pontos distintos em $[a, b]$. Nestas condições, define-se as funções:

a) $f[x_0, x] = \frac{f[x] - f[x_0]}{x - x_0}$, definida em $[a, b]$, para $x \neq x_0$.

b) $f[x_0, x_1, x] = \frac{f[x_0, x] - f[x_0, x_1]}{x - x_1}$, definida em $[a, b]$,

Para $x \neq x_0$ e $x \neq x_1$.

⋮

$$(n+1)f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] = \frac{f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x] - f[x_0, x_1, \dots, x_n]}{x - x_n},$$

definida em $[a, b]$, para $x \neq x_k, k = 0, 1, \dots, n$.

Observa-se que nas funções definidas acima se acrescenta, sucessivamente, na diferença dividida o próximo ponto da tabela. Em todas aplica-se o corolário 2. Objetiva-se agora encontrar uma fórmula de recorrência para $f(x)$. Assim, de (a) tem-se que:

$$f(x) = f[x_0] + (x - x_0)f[x_0, x]. \quad (38)$$

De (b), (usando (a)), obtém:

$$f[x_0, x_1, x](x - x_1) = f[x_0, x] - f[x_0, x_1]$$

$$\Rightarrow f[x_0, x_1, x](x - x_1) = \frac{f[x] - f[x_0]}{x - x_0} - f[x_0, x_1]$$

$$\Rightarrow f(x) = f[x_0] + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x]. \quad (39)$$

De maneira análoga, de $(n + 1)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} f(x) = & \{f[x_0] + (x - x_0) f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] \\ & + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) f[x_0, x_1, x_2, x_3] + \dots \\ & + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) f[x_0, x_1, \dots, x_n]\}1 \\ & + \{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) f[x_0, x_1, \dots, x_n, x]\}2 \end{aligned} \quad (40)$$

Tem-se assim, obtido uma fórmula de recorrência para $f(x)$. Sendo seu significado $\{\dots\}1$ e $\{\dots\}2$ em (40).

Teorema 1 - O polinômio.

$$\begin{aligned} P_n(x) = & f[x_0] + (x - x_0) f[x_0, x_1] \\ & + \dots + (x - x_0) \dots (x - x_{n-1}) f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \{\dots\}1 \end{aligned}$$

é o polinômio de interpolação da função $y = f(x)$ sobre os pontos $x_0, x_1, \dots, x_n$, isto é, $P_n(x_k) = f(x_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

Demonstração por indução: Assim;

1) Para $n = 1$, tem-se que:

$$P_1(x) = f[x_0] + (x - x_0) f[x_0, x_1]$$

$$= f[x_0] + (x - x_0) \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0}.$$

Logo:

$$\text{para } x = x_0 \Rightarrow P_1(x_0) = f[x_0] + (x_0 - x_0) \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0} = f[x_0],$$

$$\text{para } x = x_1 \Rightarrow P_1(x_1) = f[x_0] + (x_1 - x_0) \frac{f[x_1] - f[x_0]}{x_1 - x_0} = f[x_1].$$

2) Suponha válido para $n = k - 1$, isto é, $P_{k-1}(x_i) = f(x_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, k - 1$.

3) Prova-se para $n = k$. Divide-se a prova em duas partes. Assim:

a) Seja $i < k$; então:

$$\begin{aligned} P_k(x_i) &= P_{k-1}(x_i) + (x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{k-1}) f[x_0, x_1, \dots, x_k] \\ &= P_{k-1}(x_i) = f(x_i), \end{aligned}$$

usando a hipótese de indução.

b) Seja $i = k$; então

$$\begin{aligned} P_k(x_k) &= f[x_0] + (x_k - x_0) f[x_0, x_1] + \dots \\ &+ (x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1}) f[x_0, x_1, \dots, x_k]. \end{aligned}$$

Faz-se $x = x_k$ em (40), com $n = k$, e compara-se com a expressão obtida acima para $P_k(x_k)$, percebe-se que $P_k(x_k) = f(x_k)$, o que completa a prova do teorema.

Teorema 2 – Para $x \in [a, b]$, $x \neq x_k$, $k = 0, 1, \dots, n$,

$$f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, x] = \frac{f^{(n+1)}(\varepsilon)}{(n+1)!}; \quad \varepsilon \in (x_0, x_n).$$

Demonstração: Usando o Teorema 1, em (40), pode-se escrever:

$$f(x) = P_n(x) + (x - x_0) \dots (x - x_n) f[x_0, x_1, \dots, x_n, x]$$

$$\Rightarrow f(x) - P_n(x) = (x - x_0) \dots (x - x_n) f[x_0, x_1, \dots, x_n, x]. \quad (41)$$

Por outro lado, utilizando (17) em sua formulação generalizada, tem-se que (Barroso 1987, p. 171):

$$f(x) - P_n(x) = R_n(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) \frac{f^{(n+1)}(\varepsilon)}{(n+1)!}; \quad (42)$$

onde $\varepsilon \in (x_0, x_n)$.

Mas $(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) \neq 0$, pois os pontos tabelados são distintos. Assim, compara-se (41) com (42), como segue:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] = \frac{f^{(n+1)}(\varepsilon)}{(n+1)!}; \quad \varepsilon \in (x_0, x_n).$$

Portanto:

$$\begin{aligned} P_n(x) &= f(x_0) + (x - x_0) f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1) f[x_0, x_1, x_2] \\ &+ \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \{\dots\}1, \end{aligned} \quad (43)$$

denomina-se **Forma de Newton do Polinômio de Interpolação** ou **Fórmula de Newton**, e $R_n(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) f[x_0, x_1, \dots, x_n, x] = \{\dots\}2$, definindo o termo do resto ou erro de truncamento.

4.6.1- Diferenças Ordinárias

Existe uma fórmula mais simples para o polinômio de interpolação quando os argumentos x_i são igualmente espaçados, considera-se a construção do polinômio de interpolação com espaçamento eqüidistante, sendo h . Mas, para isso, precisa-se da noção de diferença ordinária de uma função.

Assim, seja $x_0, x_1, \dots, x_n, n + 1$ pontos distintos em $[a, b]$ tais que $x_{i+1} - x_i = h, i = 0, 1, \dots, n - 1$ e seja $f_0, f_1, \dots, f_n, n + 1$ valores de uma função $y = f(x)$ sobre $x = x_k, k = 0, 1, \dots, n$. Define-se (FRANCO, 2006):

$$\Delta^0 f(x_k) = f(x_k), \quad (44)$$

:

$$\Delta^r f(x_k) = \Delta^{r-1} f(x_k + h) - \Delta^{r-1} f(x_k),$$

onde $\Delta^r f(x_k)$ é a **diferença ordinária** de $f(x)$ de ordem r em $x = x_k$.

4.6. 2- Cálculo Sistemático das Diferenças Ordinárias

A Tabela (2) demonstra como calcular as diferenças ordinárias de uma função $f(x)$ sobre os pontos $x_0, x_1, \dots, x_n$ (igualmente espaçados de h), seguindo os seguintes passos:

- a) a primeira coluna é constituída dos pontos $x_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$;
- b) a segunda coluna contém os valores de $f(x)$ nos pontos $x_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$;
- c) nas colunas 3, 4, 5, ..., estão as diferenças ordinárias de ordem 1, 2, 3, ... Cada uma dessas diferenças é simplesmente a diferença entre duas diferenças ordinárias consecutivas e de ordem imediatamente inferior.

Tabela 2- Cálculo sistemático das diferenças ordinárias

x	$f(x)$	Δ^1	Δ^2
x_0	$\Delta^0 f(x_0) = f_0$		
		$\Delta^1 f(x_0) = \Delta^0 f(x_1) - \Delta^0 f(x_0)$	
x_1	$\Delta^0 f(x_1) = f_1$		$\Delta^2 f(x_0) = \Delta^1 f(x_1) - \Delta^1 f(x_0)$
		$\Delta^1 f(x_1) = \Delta^0 f(x_2) - \Delta^0 f(x_1)$	...
x_2	$\Delta^0 f(x_2) = f_2$		$\Delta^2 f(x_1) = \Delta^1 f(x_2) - \Delta^1 f(x_1)$
		$\Delta^1 f(x_2) = \Delta^0 f(x_3) - \Delta^0 f(x_2)$	...
x_3	$\Delta^0 f(x_3) = f_3$		$\Delta^2 f(x_2) = \Delta^1 f(x_3) - \Delta^1 f(x_2)$
		$\Delta^1 f(x_3) = \Delta^0 f(x_4) - \Delta^0 f(x_3)$	
x_4	$\Delta^0 f(x_4) = f_4$		$\vdots$
		$\vdots$	
$\vdots$	$\vdots$		

Fonte: Adaptado de FRANCO, 2006.

A relação entre as diferenças divididas de ordem n de uma função e as diferenças ordinárias de $f(x)$ de ordem n num ponto x_0 é dada pelo Teorema (3), como segue:

Teorema 3 – Se $x_k = x_0 + kh$; $k = 0, 1, 2, \dots, n$, então:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{\Delta^n f(x_0)}{h^n n!}.$$

Demonstração por indução em n : Assim:

1) Para $n = 1$. Tem-se por definição, que:

$$f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \frac{\Delta^1 f(x_0)}{h},$$

Desde que $x_1 = x_0 + h$, $f(x_1) = \Delta^0 f(x_1)$ e $f(x_0) = \Delta^0 f(x_0)$.

- 2) Suponha válido para $n = k - 1$.
- 3) Prova-se para $n = k$. Usando a definição e a seguir a hipótese de indução, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 f[x_0, x_1, \dots, x_k] &= \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_k] - f[x_0, x_1, \dots, x_{k-1}]}{x_k - x_0} \\
 &= \frac{1}{kh} \left[\frac{\Delta^{k-1}f(x_1)}{h^{k-1}(k-1)!} - \frac{\Delta^{k-1}f(x_0)}{h^{k-1}(k-1)!} \right] = \\
 &= \frac{1}{kh} [\Delta^{k-1}f(x_0 + h) - \Delta^{k-1}f(x_0)] \\
 &= \frac{\Delta^k f(x_0)}{h^k k!}.
 \end{aligned}$$

Salienta-se que as diferenças ordinárias de ordem n de um polinômio de grau n , $P_n(x) = a_n x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ são iguais a $n! h^n a_n$. As diferenças ordinárias de ordem maior que n são todas nulas.

4.7. – FÓRMULA GERAL DO POLINÔMIO INTERPOLADOR DE GREGORY- NEWTON

Aplicando o teorema (3) no teorema (1), obtém-se que o polinômio de interpolação na forma de Newton, para uma função $y = f(x)$ no intervalo $[x_0, x_n]$ pode ser escrito, no caso de argumentos x_i igualmente espaçados de h , da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 P_n(x) &= f(x_0) + (x - x_0) \frac{\Delta^1 f(x_0)}{h} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{\Delta^2 f(x_0)}{h^2 2!} \\
 &\quad + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \frac{\Delta^n f(x_0)}{h^n n!} \quad (45)
 \end{aligned}$$

Esta forma do polinômio de interpolação é conhecida como fórmula de **Gregory-Newton**.

EXPERIMENTAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo apresenta-se as etapas da instalação do Carneiro Hidráulico, quais medidas foram adotadas, a fim de auxiliar nas produções para manutenção do mercado interno, correlacionando a necessidade hídrica de uma touceira de açaí com a implementação e adaptação de um meio de captação de água.

5.1- INSTALAÇÃO DO CH

De acordo com as informações expostas (ver, tópico (2.2)), onde a árvore de açaí necessita consumir diariamente cerca de 120 litros (l) de água por dia, verificou-se a situação dos pequenos produtores por não terem como investir em meios e técnicas de irrigação mais sofisticadas, pelo fato de necessitar de um valor oneroso, dependendo dessa maneira somente da água da chuva, além de considerar que a mesma pode não ser suficiente para a nutrição da planta, concentrando-se apenas em um período do ano. Investir em recursos como bombas elétricas ou outros meios para captação de água extrapolariam o saldo mensal que os pequenos agricultores conseguem realizando suas vendas e mantendo suas famílias. Atrelado a estas informações, constatou-se um outro complicador no que concerne a necessidade de haver desnível da captação da água até o carneiro (ver, Tópico (3.1)) para que possa levar água a uma longa distância em uma altura máxima desejada (ver, Figura 12).

Figura 12- Imagem real da água do mesmo nível do solo.



Assim, necessitou-se realizar uma adaptação no solo objetivando utilizar a fonte hídrica presente no local. Foram analisados perímetros da área de plantio do açaí otimizando a distância em relação à fonte hídrica (rio), para viabilizar e potencializar através dos cálculos a instalação que será implementada. Para isso, houve a necessidade de realizar uma abertura na terra (vala) próxima ao rio com dimensão suficiente para projetar a declividade do solo (ver, Figuras 13, 14 e 15), a qual possuiu 5,20m de comprimento e 1m ao final da vala, entretanto, elevando a mangueira acoplada, finalizamos com o desnível de 1,98m, para que obtive-se pressão suficiente para o carneiro hidráulico funcionar, inserindo uma barreira de terra para impossibilitar a entrada da água do rio no espaço aberto, em seguida, um tubo seria colocado em subsuperfície.

Figura 13—Imagem real da abertura do solo para entrada da tubulação de alimentação



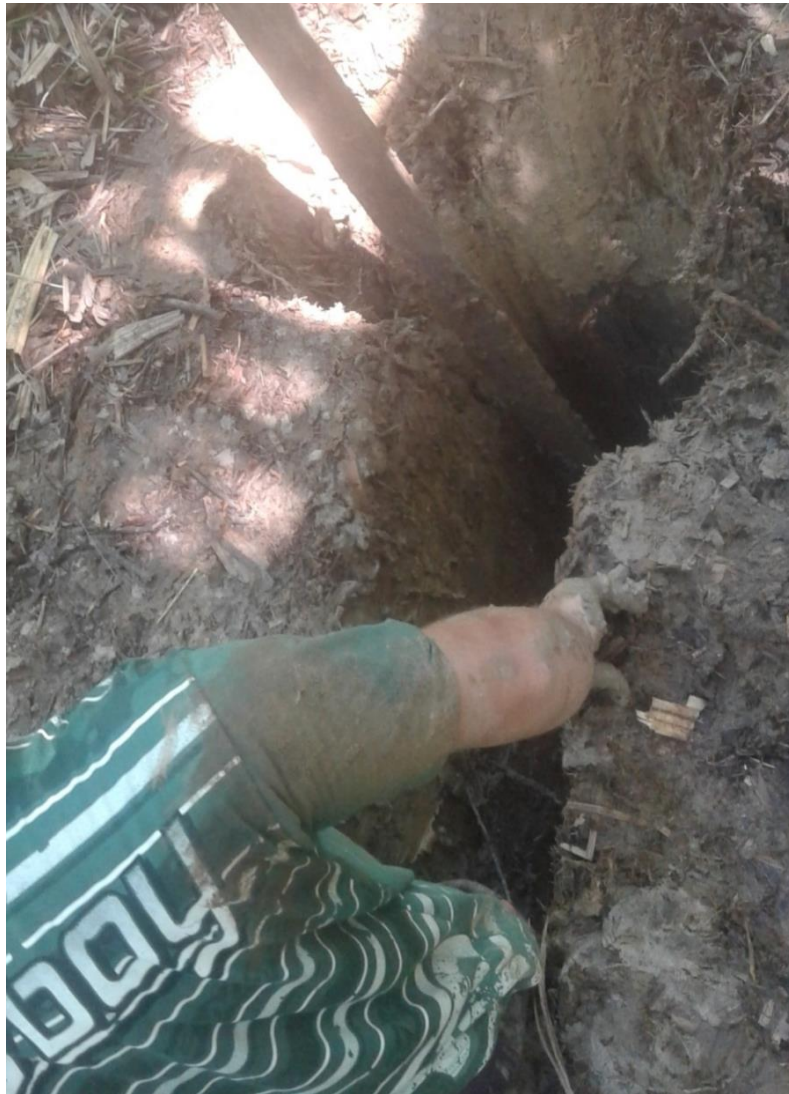
Fonte: Produção da autora.

Figura 14- Imagem real dos registros das medidas do desnível do solo



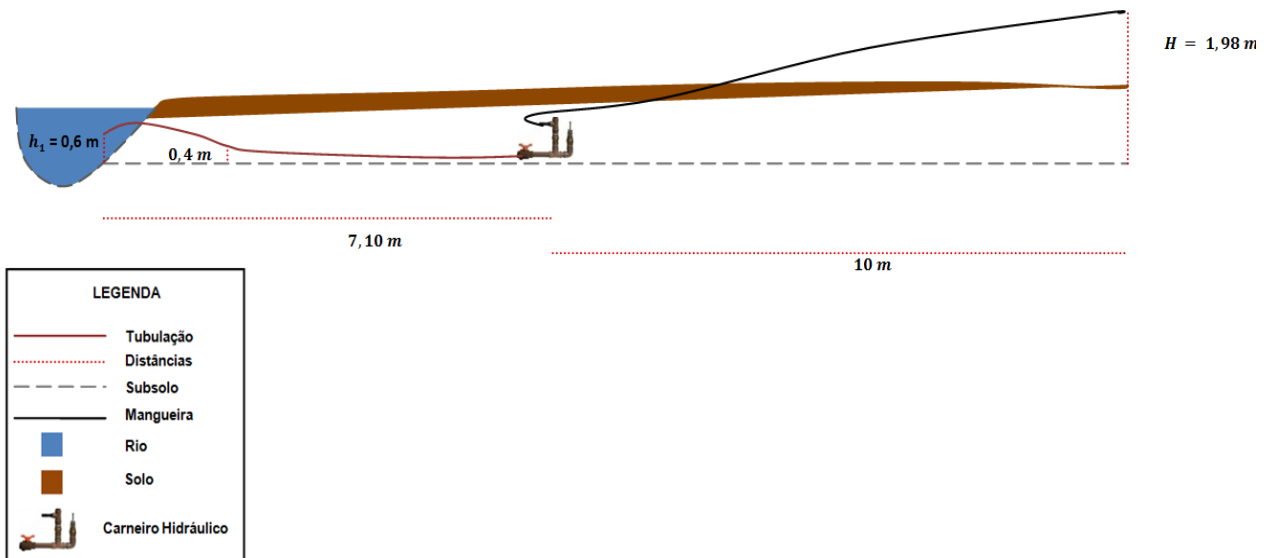
Fonte: Produção da autora.

Figura 15- Imagem real do alargamento do buraco para instalação do CH



Fonte: Produção da autora.

Depois de realizado o procedimento de abertura do solo e alargamento, realizou-se a introdução da tubulação chegando até a fonte de alimentação distante $6m$ do local onde seria colocado o CH, o valor da altura de queda apresentou $0,6m$, dessa forma, acoplando o CH ao final da tubulação, local onde foi instalado. Ainda como informação, anexou-se uma mangueira de $10m$ na saída do CH, elevando-se a mesma a uma altura de recalque de $1,98m$ suficiente para chegar ao açaiçal de referência (ver, Figura 16).

Figura 16–Imagem esquemática da Instalação do CH

Fonte: Produção da autora.

A instalação do CH baseou-se nas informações apresentadas no tópico (2.1), as quais possibilitaram uma adaptação seguindo a situação esquemática da Figura (16), analisando desde a captação da água até a elevação da tubulação de recalque.

Sendo assim, ao colocar a tubulação em subsuperfície, obteve-se a inclinação suficiente para que a água entrasse pela fonte de alimentação onde pôde ser trabalhada a vazão, dada pela seguinte fórmula (CASSIOLATO, 2008):

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (46)$$

onde, Q (litros/segundo (l/s)); V (litros (l)); t (segundos (s)), baseando-se no tempo decorrido (t) para que um determinado fluxo de água ocupe um recipiente com volume conhecido (V). Neste caso, aplicado o chamado método volumétrico, será necessário realizar três repetições e obter a média (Q_{med}), como segue:

$$Q_{med} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3} \quad (47)$$

No caso estudado, foram verificadas três vazões, sendo elas de 0,3l; 0,29l e 0,23l; todas analisadas no tempo de 20s, para que assim pudesse determinar Q_{med} , registrada na Tabela (3).

Tabela3- Cálculo da média Q_{med} das vazões de entrada da água

Vazão de entrada da água (Q_1, Q_2, Q_3)	
Vazões analisadas (l/s)	Média das vazões: Q_{med} (l/s)
$Q_1 = \frac{0,3}{20} = 0,015$	$Q_{med} = \frac{0,015 + 0,0145 + 0,0115}{3}$ $Q_{med} = 0,0136666666666667 \text{ l/s}$
$Q_2 = \frac{0,29}{20} = 0,0145$	
$Q_3 = \frac{0,23}{20} = 0,0115$	

Fonte: Produção da autora.

Para efeito de cálculos transformou-se o valor médio obtido da vazão de entrada da água (Q_{med}) de aproximadamente 0,014 l/s para 0,82 l/min, o qual a posteriori será utilizado na modelagem utilizada (ver, fórmula (48)). Assim, sabendo da vazão da fonte de alimentação (0,82 l/min), de acordo com a Tabela (3), e os dados apresentados na Figura (16) sendo altura de queda (0,6 m), e altura de recalque (1,98 m), necessitava-se saber quantas árvores o carneiro conseguiria irrigar, pois com tal informação seria possível adaptar todo o sistema envolvido objetivando irrigar todo o açaiçal do sítio. Para tal, será utilizado um processo de interpolação atrelado a um modelo matemático

5.2 - MODELAGEM MATEMÁTICA

A capacidade da vazão de água escoada do carneiro depende diretamente da vazão de entrada, chamada queda d'água e a sua altura relativa, chamada de altura de queda. Neste sentido, considerando H como a altura em que se objetiva elevar a água, a qual está condicionada ao rendimento do carneiro hidráulico (R), visto que a capacidade de vazão de recalque (q) depende diretamente da vazão da fonte de alimentação (Q) e também da altura de queda (h_1), apresenta-se a formulação matemática que estima o rendimento do carneiro hidráulico (ABATE, 2000, p.11):

$$q = Q \frac{h_1}{H} R, \quad (48)$$

onde,

q :vazão recalçada (l/min);

R :rendimento do carneiro hidráulico;

Q :vazão de alimentação (l/min);

h_1 :altura de queda (m);

H : altura total de recalque (m).

Analisando (48), verifica-se que para se obter o valor da vazão de recalque (q) é necessário conhecer o rendimento do carneiro hidráulico (R), no entanto, por vezes, pode não ser de fácil obtenção utilizando somente os dados fornecidos, visto que o mesmo depende das razões de altura entre H e h_1 . Neste sentido, utilizando a Tabela (4), onde a mesma é uma adaptação (BARROSO, 1987, p. 199), para estimar (R) faz-se uma interpolação (ver, Tópico (4.1)).

Tabela 4- Relação das alturas e rendimento associado

i	$\left(\frac{H}{h_1}\right)_i$	$R\left(\left(\frac{H}{h_1}\right)_i\right)$
0	2	1,6
1	2,5	1,75
2	3	1,899999
3	3,5	1,98333345

Fonte: Produção da autora.

De acordo com os dados expostos na Figura (16), a qual fornece os valores de altura de recalque $H = 1,98m$ e altura de queda $h_1 = 0,6m$, obtém-se o

quociente $\frac{H}{h_1} = 3,3$; que associa-se a um rendimento R não registrado na Tabela (4). Logo, substituindo os valores em (48), obtém-se:

$$q = 0,82 * \frac{0,6}{1,98} * R \quad (49)$$

Neste contexto, existem duas variáveis a serem determinadas, quais sejam, R e q . Levando em consideração que o conjunto de pontos utilizados é equidistante (ver, Tabela (4)), utiliza-se (45), para um polinômio interpolador de grau 3, como segue:

$$P_3(x) = f(x_0) + (x - x_0) \frac{\Delta^1 f(x_0)}{h} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{\Delta^2 f(x_0)}{h^2 2!} + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \frac{\Delta^3 f(x_0)}{h^3 3!} \quad (50)$$

Para tanto, inicialmente, determina-se a diferença ordinária (ver, Tópico (4.6.1)), registrada na Tabela (5), considerando os nós da interpolação $\left(\left(\frac{H}{h}\right)_i; R\left(\left(\frac{H}{h_1}\right)_i\right)\right), i = 0, 1, 2, 3$ (ver, Tabela (4)).

Tabela 5- Cálculo sistemático das diferenças ordinárias

i	$x_i = \left(\frac{H}{h}\right)_i$	$f(x_i) = \Delta^0 R(x_i)$	$\Delta^1 R(x_i)$	$\Delta^2 R(x_i)$	$\Delta^3 R(x_i)$
0	2	$\Delta^0 R(x_0) = 1,6$	0,15	-0,000001	-0,06666355
1	2,5	$\Delta^0 R(x_1) = 1,75$	0,149999	-0,06666455	
2	3	$\Delta^0 R(x_2) = 1,899999$	0,08333445		
3	3,5	$\Delta^0 R(x_3) = 1,98333345$			

Fonte: Produção da autora.

Dessa forma, inserindo em (50) as diferenças ordinárias registradas na Tabela (5), obtém-se:

$$\begin{aligned}
P_3(x) = f(x_0) + (x - x_0) \frac{0,15}{1!h} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{(-0,000001)}{h^2 2!} \\
+ (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \frac{(-0,06666355)}{h^3 3!}
\end{aligned} \quad (51)$$

Agora, substituindo em (51), os pontos equidistantes apresentados na Tabela (4) e a diferença entre os pontos, denominada de $h = 0,5$, bem como o ponto a ser interpolado $x = \frac{H}{h_1} = 3,3$; tem-se:

$$\begin{aligned}
P(3,3) = 1,6 + (3,3 - 2) + \frac{0,15}{1!0,5} + (3,3 - 2)(3,3 - 2,5) \frac{(-0,000001)}{2! 0,5^2} + \\
(3,3 - 2)(3,3 - 2,5) * (3,3 - 3) \frac{(-0,06666355)}{3! 0,5^3}
\end{aligned} \quad (52)$$

$$P(3,3) = 1,99 - 0,00000013 - 0,0004333131 \quad (53)$$

$$P(3,3) = 1,9895665529 \quad (54)$$

Portanto, o rendimento do carneiro no ponto $\frac{H}{h_1} = 3,3$ será dado por, $R \approx 1,99$.

Agora, considerando e inserindo o valor do rendimento obtido $R = 1,99$ na formulação (49), tem-se:

$$\begin{aligned}
q &= 0,82000000000000025 * \frac{0,6}{1,98} * 1,99 \\
q &= 5,38494 \text{ l/min}
\end{aligned} \quad (54)$$

Sendo assim, por (54), verificou-se o resultado da vazão recalculada do CH, possibilitando saber quantas árvores o mesmo será capaz de irrigar, e para efeitos de cálculos, foi utilizado uma regra de três simples para transformar o resultado obtido em litros por segundo, em litros por dia, como demonstrado em (55), (56) e (57):

$$\begin{aligned}
 1 \text{ l/min} &\rightarrow 1440 \text{ l/dia} \\
 5,38494 \text{ l/min} &\rightarrow x
 \end{aligned}
 \tag{55}$$

$$x = 5,38494 * 1440 \tag{56}$$

$$x = 7.754,3136 \text{ l/dia} \tag{57}$$

Logo, por dia o CH bombeia, aproximadamente, 7.753 litros de água. Dessa forma, sabendo que o consumo de uma árvore é de 120 litros diários, o CH será capaz de irrigar aproximadamente 64 árvores de açaí.

Uma árvore de açaí pode produzir de seis a oito cachos por ano, entretanto, uma árvore que tenha o consumo de 120 litros de água por dia também produz a mesma quantia de cachos, a diferença é que seus cachos serão mais cheios de frutos, tendo sua polpa mais suculenta, o que ocasionaria em uma maior quantidade de frutos por cachos de uma qualidade superior indicando possibilidades concretas de aumentar o lucro do produtor familiar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS

No presente trabalho, foi desenvolvida uma pesquisa de campo de caráter experimental, objetivando adquirir dados reais para a elaboração e desenvolvimento da problemática proposta, a qual teve a finalidade de auxiliar a produção dos agricultores familiares para o cultivo do açaí. Foram coletados dados topológicos do local de instalação do CH, volume de água de alimentação e recalque do CH, onde os mesmos foram modelados através de uma formulação matemática com auxílio de um polinômio interpolador denominado Gregory-Newton. Através deste procedimento, foi possível estimar a priori o número de árvores de açaí que o mecanismo utilizado seria capaz de irrigar sem haver escassez hídrica, potencializando dessa maneira a produção dos agricultores familiares, otimizando a relação custo/benefício.

Portanto, os resultados obtidos com a pesquisa mostraram-se uma atraente alternativa para agriculturas que dependem de irrigação levando em consideração um investimento financeiro acessível.

Como perspectiva, indica-se a expansão do processo de irrigação apresentada, por exemplo, em lavouras e/ou piscicultura proporcionando uma melhora da renda mensal de um produtor familiar com ratificação da ciência.

REFERÊNCIAS

ABATE, C.; Botrel, T. A. **Carneiro hidráulico com tubulação de alimentação em aço galvanizado e em PVC**. ScientiaAgricola, Piracicaba. v. 59. n. 1. p. 197-203, janeiro, 2002.

ABATE, Caroline. **Avaliação do desempenho de um carneiro hidráulico com tubulação de alimentação em aço galvanizado e em PVC**. Escola Superior de Agricultura. p. 11. Piracicaba, 2000.

ALVARO, Vacy. **Carneiro hidráulico é alternativa sustentável para irrigação**. **Jornal Dia de Campo**, 2015. Disponível em: http://www.diadecampo.com.br/zpublisher/materias/Materia.asp?id=31777&secao=A_grotemas. Acesso em: 15/02/2021.

ARENALES, Selma; DAREZZO, Artur. **Aproximação de funções**. In: _____. **Cálculo Numérico: aprendizagem com apoio de software**. São Paulo: Cengage Learning, 2010. Cap. IV, pg 127-188.

BARROSO, Leônidas Conceição *et al*. **Interpolação**. In: _____. **Cálculo numérico: (com aplicações)**. 2. ed. São Paulo: HARBRA, 1987. Cap. IV, pg 151-204.

CASSIOLATO, César. **Medição de vazão. Smar equipamentos industriais**. P. 02. São Paulo, 2008.

COSTA, A. R. **Texto académico: As Relações Hídricas Das Plantas Vasculares**. Portugal. Editora da Universidade de Évora, 2001. 75 p.

CLÁUDIO, D.M. & MARINS J.M. **Cálculo Numérico Computacional**. Atlas. São Paulo 1994 2 ed.

FRANCO, Neide Maria Bertoldi. **Cálculo Numérico**. Prentice Hall. 2006.

GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um curso de Cálculo**, vol. 1 - 5. Ed. [reimpr.] - Rio de Janeiro: LTC, 2008.

LIMA, Jorge Enoch Furquim Werneck; Ferreira, Raquel Scalia Alves; Christofidis, Demetrios. **O Uso da Irrigação no Brasil**. Agência Nacional de Energia Elétrica. CD-ROM. 1999.01-03.p.

MARQUELLI, W. A; SILVA, W. L. C. Irrigação. In: SILVA, J.B.C; GIORDANO, L. B. (Ed.) **Tomate para processamento industrial**. Brasília: Embrapa Hortaliças, 2000. p.60-70.

MARQUELLI, W. A; SOUSA, V. F. de; COELHO, E. F.; PINTO, J. M.; COELHO FILHO, M. A. **Embrapa Mandioca e Fruticultura** - Capítulo em livro científico.2011. 158-232. p.

NETO, José Giacoia. Eng. Agrícola. M. Sc. **Em Irrigação e Drenagem**. Universidade federal de Viçosa. Belo Horizonte-MG, 2005. P.01.

NETTO, J. M. A. **Manual de Hidráulica**. Edgard Blucher 8ª edição. São Paulo. p. 325. 1998.

NOGUEIRA, Oscar Lameira. Figueiredo, Francisco José Câmara. MÜLLER, AntonioAgostinho .Belém, PA: **Embrapa Amazônia Oriental**, 2005.

OLIVEIRA, Maria et al. **Açaí Euterpe oleracea**. Instituto Interamericano de Cooperación para La Agricultura (IICA). 2017.

OLIVEIRA, Tallis José Cardos de; Souza, Teófilo Miguel de. **Eficiência do carneiro hidráulico para bombeamento de água**. 8º Congresso de extensão universitária da UNESP, p. 1-4, 2015.

QUARTERONI, Alfio; SACCO, Ricardo; SALERI, Fausto. **NumericalMathematics**. 2nd ed. [S.l.]: Springer, 2007.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. **Interpolação**. In: _____. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2. ed. São Paulo: Person Makron Books, 1996. Cap. V, p. 211-267.

SOCZEK, Maria Luciana. **O Carneiro Hidráulico como elemento motivador ao estudo da hidrodinâmica**. Unioste. Foz do Iguaçu, 2016. p. 05-06.

TESTEZLAF, Roberto. **Irrigação: métodos, sistemas e aplicações**. -- Campinas, SP.:Unicamp/FEAGRI, 2017.

VINCIGUERA, Ana Paula. **Agricultura Familiar – Uma Análise do Pequeno Produtor Rural**. Assis/ SP. Fundação Educacional do Município de Assis – FEMA - Assis, 2014. p. 08.

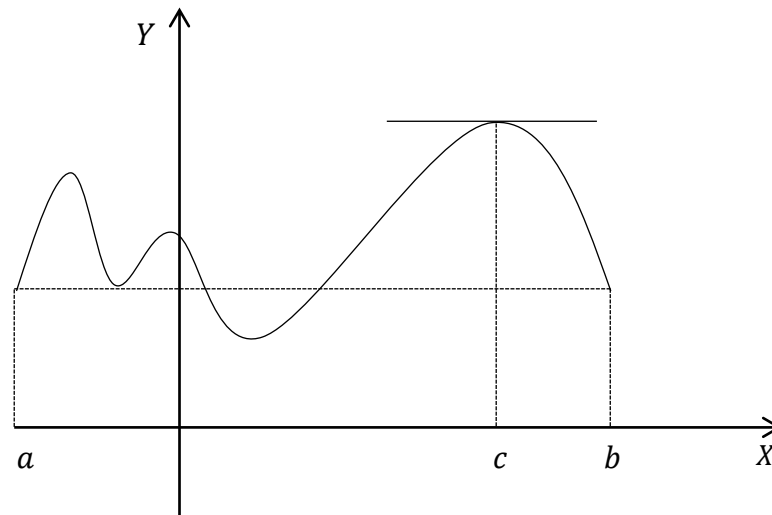
YOUNG, B. W. **Design of the hydraulic RAM pump systems**. Proc. Instn Mech. Engrs. V.209, p. 313 – 322, 1995.

ZARATE ROJAS, Ricardo Nicolás. **Modelagem, otimização, construção e avaliação de um protótipo de carneiro hidráulico**. Piracicaba, 2002. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo.

ANEXO A - TEOREMA DE ROLLE

Se f for contínua em $[a, b]$, derivável em (a, b) e $f(a) = f(b)$, então existirá pelo menos um c em (a, b) tal que $f'(c) = 0$ (Guidorizzi, 2008).

Figura A1 – Representação geométrica do teorema de Rolle



Adaptado de Guidorizzi, 2008

Demonstração:

Se f for constante em $[a, b]$, então $f'(x) = 0$ em (a, b) ; logo existirá c em (a, b) tal que $f'(c) = 0$. Suponhamos, então, que f não seja constante em $[a, b]$. Como f é contínua no intervalo fechado $[a, b]$, pelo teorema de Weierstrass (Guidorizzi, 2008), existem x_1 e x_2 em $[a, b]$, tais que $f(x_1)$ e $f(x_2)$ são respectivamente, os valores máximo e mínimo, de f em $[a, b]$. Como $f(x_1) \neq f(x_2)$, pois estamos supondo f não-constante em $[a, b]$, segue que x_1 ou x_2 pertence a (a, b) (estamos usando aqui a hipótese $f(a) = f(b)$), com $f'(x_1) = 0$ ou $f'(x_2) = 0$. Portanto, existe c em (a, b) tal que $f'(c) = 0$.

APÊNDICE B – EXISTÊNCIA E UNICIDADE DA SOLUÇÃO DO SISTEMA S_2

Seja o sistema S_2 :

$$S_2 = \begin{cases} a_2x_0^2 + a_1x_0 + a_0 = y_0 \\ a_2x_1^2 + a_1x_1 + a_0 = y_1 \\ a_2x_2^2 + a_1x_2 + a_0 = y_2 \end{cases} \quad (B1)$$

Neste sentido, usando uma combinação de operações sobre linhas e expansão em cofatores calcula-se o determinante da matriz dos coeficientes do sistema S_2 , também conhecida por Determinante de Vandermonde. Assim, seja:

$$M_2 = \begin{bmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (B2)$$

$$\det(M) = \begin{bmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1^2 - x_0^2 & x_1 - x_0 & 0 \\ x_2^2 - x_0^2 & x_2 - x_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B3)$$

$$\det(M_2) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0) \begin{bmatrix} x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1 + x_0 & 1 & 0 \\ x_2 + x_0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (B4)$$

$$\det(M_2) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0) \begin{bmatrix} x_1 + x_0 & 1 \\ x_2 + x_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B5)$$

$$\det(M_2) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0)[x_1 + x_0 - (x_2 + x_0)] \quad (B6)$$

$$\det(M_2) = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0)(x_1 - x_2) \quad (B7)$$

Assim, como x_0 , x_1 e x_2 são distintos, então $\det(M_2) \neq 0$, logo S_2 tem solução única.