UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SARA EVERLEN DE SÁ SOUSA

# APLICAÇÃO DE FUNÇÃO POLIGONAL NO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA

CASTANHAL – PA
2021

SARA EVERLEN DE SÁ SOUSA

# APLICAÇÃO DE FUNÇÃO POLIGONAL NO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Faculdade de Matemática para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. José Geraldo Gonçalves da Silva

CASTANHAL – PA

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

SARA EVERLEN DE SÁ SOUSA

APLICAÇÃO DE FUNÇÃO POLIGONAL NO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA

Este trabalho foi julgado em _____/____/______ adequado para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, e aprovado na sua forma final pela banca examinadora que atribuiu o conceito ____________________.

Prof. M. Eng. José Geraldo Gonçalves da Silva
Orientador – FACMAT/CUNCAST/UFPA

Prof. Dr. Frayzer Lima de Almeida
Membro – FACMAT/CUNCAST/UFPA

*“A matemática é o alfabeto que Deus usou para escrever o Universo”*

Galileu Galilei.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado força e coragem durante toda esta longa caminhada em busca de conhecimento.

Agradeço a minha mãe Ana Sá, que sempre me apoiou e me incentivou a lutar pelos meus objetivos, ao meu pai Orlando, aos meus irmãos Jamille e Matheus, e a minha irmã Elky (in memoria) que sei que estaria muito orgulhosa, a minha avó Alzira que com brilho nos olhos sempre me dizia para não desistir. Aos meus tios Paulo e Dalva, por terem me estendido a mão nos momentos de dificuldades.

Agradeço aos meus professores durante o curso, por tudo o que me ensinaram. Agradeço ao meu orientador Prof. M. Eng. José Geraldo Gonçalves da Silva , obrigada por não ter desistido de mim.

Um agradecimento especial aos meus professores da Educação básica, Sr. Mário Paiva e Sr.  Aldo Cezar, que foram minhas inspirações para a escolha do curso.

Aos meus colegas de sala, que estiveram comigo durante estes anos enfrentando as dificuldades de cada disciplina.

# RESUMO

A Matemática, nos dá a possibilidade de chegar a respostas semelhantes para um mesmo problema por diferentes formas de resolução. Tal como em nosso cotidiano,onde é comum algumas ocasiões conterem fatos matemáticos simples como o tempo necessário para percorrer determinada distância ou até requerendo um conhecimento mais específico, como a quantidade permitida e o período para caça de determinado animal sem interferir no ecossistema.

Acredita-se que vários conteúdos da Matemática podem ser relacionados entre si, por abordarem tópicos equivalentes ou por possuírem aplicações em comum. Quando relacionamos ensino-aprendizagem à utilização de aplicações, podemos obter uma melhor compreensão do conteúdo, diante disso, o presente trabalho propõe o uso da teoria da Função Afim e da Função Poligonal, no cálculo de imposto de renda de uma pessoa física.

Palavras-chave: função afim, função poligonal, imposto de renda.

## ABSTRACT

Mathematics gives us the possibility to come up with similar answers to the same problem through different ways of solving them. As in our daily lives, where it is common for some occasions to contain simple mathematical facts such as the time needed to travel a certain distance or even requiring more specific knowledge, such as the amount allowed and the hunting period for a certain animal without interfering with the ecosystem.

It is believed that several mathematical contents can be related to each other, because they address equivalent topics or because they have common applications. When we relate teaching and learning to the use of applications, we can obtain a better understanding of the content. Given this, the present work proposes the use of the theory of Affine Function and Polygonal Function, in the calculation of an individual's income tax.


Key-words:: affine function, polygonal function, income tax.

## LISTA DE FIGURAS

# LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

Ainda que a matemática seja vista como uma ciência de difícil entendimento, é a mais aplicada em nosso dia a dia, e suas bases matemáticas são usadas em muitas áreas de ensino e pesquisa para estabelecer resultados reais e objetivos. Apesar da disciplina prosseguir em constante evolução, buscando mais formas de resolução com o objetivo de melhorá-las, e obtendo uma solução mais simples e rápida, muitos a veem como um problema para educação, seja por receio ou desinteresse.

É notório, os altos índices de reprovações e de evasão escolar, que muitas vezes, são referentes a lacunas deixadas pela Educação Básica, assim como as práticas tradicionais, que se tornam um fator desmotivador tanto para o ensino da matemática quanto para outra disciplina. Acredita-se, portanto, que propostas direcionadas a minimizar dificuldades relacionadas a esses espaços são importantes.

É dentro desse contexto que surge a Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizado, que pode ajudar a reverter este quadro, visto que, lida com questões reais, listados do ambiente dos próprios alunos, dessa forma, melhorando a motivação e o interesse, aguçando nos discentes a busca por respostas. Neste caso, a modelagem será usada para mostrar que o cálculo do imposto de renda mensal de uma pessoa física, pode ser feito através da função afim e poligonal.

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1 Objetivo geral

Estimular o uso de aplicação da Função Afim e da Função Poligonal para desenvolver o processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos, tornando-os mais simples e relevantes para os alunos.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Refletir acerca da possibilidade de diferentes formas de resolução para problemas matemáticos, facilitar o raciocínio e a absorção de conhecimentos a respeito das funções afim e poligonal, e incentivar o uso de resoluções que fogem aos métodos tradicionais;

## 1.2. Estrutura do trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos, sendo eles: introdução, modelagem matemática, função afim, função poligonal, modelagem matemática através da função afim e função poligonal e considerações finais.

## 2.MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática desde o seu surgimento até se consolidar como metodologia para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, vem mostrando a importância do uso da matemática no dia a dia, pois muitos acreditam ser desinteressante aprender matemática, por não conseguirem associar seus conceitos a uma aplicação para a vida real; e acredita-se que o uso de métodos que estimulem os estudantes, tornando as aulas e o processo de ensino-aprendizagem mais interessantes e fáceis.

### 2.1. Um breve histórico de modelagem matemática.

A maior parte do currículo abordado em matemática se desenvolveu, e ainda se desenvolve, na tentativa de solucionar algum tipo de situação problema, sendo assim, não seria exagero afirmar que o processo de modelagem matemática já é praticado desde o início da própria matemática. Segundo Biembengut e Hein (2003, p.8). "A modelagem é tão antiga como a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos”.

Apesar de esta ferramenta aparecer na Educação Matemática a partir da década de 1970, houve um longo caminho, passando pela evolução da importância dos modelos matemáticos pela nova ciência inaugurada por Galileu - quando a matemática foi incorporada à física - e também, sem menos importância, com a criação, no início do século passado, da Matemática Aplicada. Eventos como este, em que se usa Matemática como ferramenta na solução de algum problema, é comum na história antiga da Matemática.

Um dos pioneiros em pesquisas sobre modelagem matemática no ensino no Brasil, Bassanezi (2006, p.16) diz que “modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Outros pesquisadores apresentam definições mais próprias sobre modelagem matemática, Barbosa, por exemplo, com um enfoque para a Educação Matemática, conceitua modelagem matemática como “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p.161).

Desse modo, fundamentando-se nos autores Maria Salet Biembengut e Nelson Hein, serão apontados dois episódios muito importantes na história da matemática e consequentemente da humanidade, em que pode ser observado o uso da modelagem matemática para resolver uma situação problema.

(I) Arquimedes e a coroa do Rei Hieron

Arquimedes, teve muitos trabalhos publicados, entre eles está o tratado *Sobre os Corpos Flutuantes.* Nessa obra, Arquimedes afirma que “todo corpo mergulhado em um fluido recebe um empuxo, de baixo para cima, igual ao peso do volume do fluido deslocado”. Segundo Boyer, Arquimedes, começando com um simples postulado, sobre a natureza da pressão dos fluidos, obtém resultados muitos profundos” (Boyer, 1996, p. 84), como o princípio referenciado. Em uma trabalho apreciável sobre Arquitectura dividida em dez livros, o engenheiro e arquiteto romano Marcus Vitrúvio Pollio, que viveu no século I a.C., conta que o rei Hieron de Siracusa decidiu colocar no templo uma coroa de ouro como oferta para os deuses, mas o ourives misturou prata com ouro na confecção da mesma. Enfurecido, o rei pediu que Arquimedes resolvesse o problema. Após um longo período sem uma solução para o pedido do rei, Arquimedes ao banha-se, percebeu que ao mergulhar seu o corpo na água, a água se deslocava, inclusive uma parte dela transbordou para fora da banheira que ele estava. Notando isso, ele pensou que o volume de água que deslocou é igual ao volume do corpo que é mergulhado nela. Ali estava a solução, na água. Contam que diante de tanta sua emoção, Arquimedes saiu correndo pelado pelas ruas e gritando Eureka! Diante da descoberta, o problema da coroa ficou mais fácil de ser resolvido, visto que tinha encontrado uma forma de medir seu volume. Esta ocorrendo ao mergulhar a coroa e medir o volume de água que se movia, este volume deveria ser igual ao volume da coroa. Sabendo qual era sua massa e volume, ele poderia calcular a sua densidade e, consequentemente, verificar se era ou não ouro puro. A inteligência de Arquimedes, fez com que ele também percebesse que a água deslocada faz uma força para cima do objeto que está mergulhado nela, em razão disso, quando se levanta algo debaixo d'água ele fica muito mais leve. Esta força depende exatamente do volume de água que se desloca, ou seja, quanto mais volume de água se desloca, mais força ao empurrar para cima sofre o corpo submerso. Este fenômeno físico é conhecido como o princípio de Arquimedes.

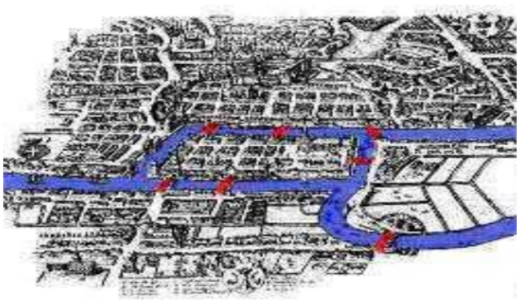
Ainda que vários escritores julguem a história narrada por Vitrúvio como lenda, é possível mostrar em uma linguagem matemática moderna, como Arquimedes pode ter resolvido o problema, o qual aparentemente não tinha nada a ver com o mundo da matemática.

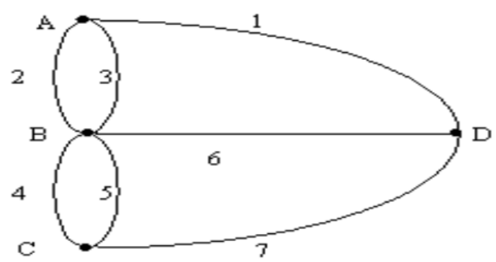
(II) Euler e as Pontes de Königsberg

Na cidade de Königsberg, os habitantes costumavam caminhar atravessando as sete pontes que ligavam o Rio Pregel à cidade. A pergunta que atormentava aos moradores era se seria possível realizar um passeio pelas ilhas, passando uma única vez em todas as sete pontes, voltando ao ponto de origem. Essa situação problema, tratada como "charada matemática", ficou conhecida como O Problema das Pontes de Königsberg e coube ao grande matemático Leonhard Euler resolvê-la.

Figura 1: esquema de pontes da cidade de Königsberg no século XVIII

Figura 2: Modelo Matemático das pontes.






Fonte: Artigo a evolução da modelagem matemática ao longo da história, o surgimento da modelagem no brasil e suas contribuições enquanto estratégia de ensino de matemática.

Para resolver o Problema de Königsberg, Euler eliminou os detalhes que não influenciavam o problema, como a distância entre as ilhas e tamanho das ilhas, e se concentrou apenas nos aspectos que considerou importantes. Com isso, acredita-se que Euler criou um modelo matemático representado por um diagrama que é parecido com a ilustração acima, de maneira que o lado direito representado por Euler é uma solução apresentada a Academia de Ciências Russa de São Petersburgo no ano de

1736. Não se contentando apenas em resolver o que inicialmente era chamado de charada matemática, que em seguida virou problema de matemática, deu também um rigor na solução do problema. Matematicamente falando, rigor corresponde a definições, postulados, axiomas e principalmente através de teoremas, dessa maneira o mesmo deu início a teoria dos grafos.

Dessa forma, percebe-se que a Modelagem Matemática formula, resolve e elabora expressões ou modelos de acordo com determinados problemas pré-estabelecidos, transformando a linguagem usual em uma linguagem matemática, porém, o matemático tende a não se limitar em apenas traduzir o problema para a linguagem matemática, mas como também a transformar em uma linguagem mais simples para um melhor entendimento. É sabido, que essa tendência de ensino trabalha com aproximações da realidade e suas expressões elaboradas valem tanto para uma expressão particular quanto para servir como suporte para outras aplicações e teorias. No entanto, vale ressaltar que ela não deve ser utilizada sempre ou em qualquer situação, seu uso só será adequado se contribuir de fato para o desenvolvimento e compreensão da situação analisada.

# 3.FUNÇÃO AFIM

## 3.1. O conceito de função afim

Uma função f: $IR \rightarrow IR$ chama-se afim quando existem constantes a, b $\in$ IR tais que f(x) = ax+b para todo x $\in$ IR. (Lima, Carvalho, *et al.*, 2005 p.87).

Neste tipo de função, o número a é chamado de coeficiente de x e representa a taxa de crescimento ou taxa de variação da função, já o número b é chamado de termo constante, ou seja, é o modelo matemático para os problemas cuja taxa de variação de uma grandeza, que será substituída por sua medida, que é um número real, em relação a uma outra é constante. Vejamos exemplos numéricos e em situação do nosso cotidiano, de função afim :

Exemplo 1: Ana pegou um táxi, que cobra R$ 7,00 pela bandeira e 3,00 por quilômetro rodado, para ir ao trabalho, que fica a 10 km de sua casa. Quanto Ana pagou pelo transporte?

Ela pagou 10 x 3,00=30,00 pela distância percorrida e mais R$ 7,00 pela bandeira, ou seja, no total ele pagou R$30,00+R$7,00=R$37,00.

## 3.2. Gráfico de uma função afim

Segundo os autores Iezzi e Murakami (1977), o gráfico cartesiano da função f(x)=ax+b (a $\neq$b) é uma reta. Podendo ser demonstrada da seguinte forma: Sejam A,B e C três pontos quaisquer , distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função y=ax+b (a $\neq$b) e ($x_1$ , $y_1$), ($x_2$ , $y_2$) e ($x_3$ , $y_3$), respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos. Para provarmos que os pontos A, B e C pertencem à mesma reta, mostremos, inicialmente, que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes.

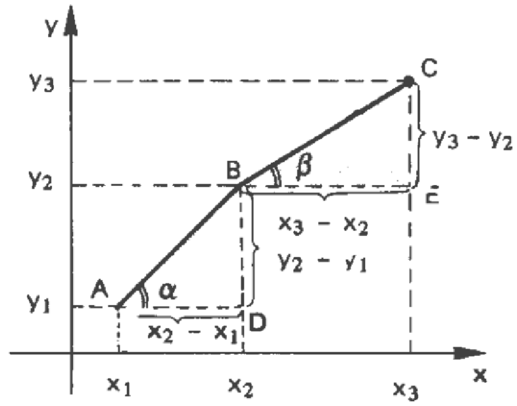
De fato:

$(x_1 , y_1) \in f \Rightarrow y_1 = a x_1 + b$

$(x_2 , y_2) \in f \Rightarrow y_2 = a x_2 + b$

$(x_3 , y_3) \in f \Rightarrow y_3 = a x_3 + b$

Figura 3: Gráfico de uma função afim




Fonte: livro “Fundamentos da matemática elementar, vol 1"

Subtraindo membro a membro, teremos:

$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2)$

$$\Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

$y_2 - y_1 = a\,(x_2 - x_1)$

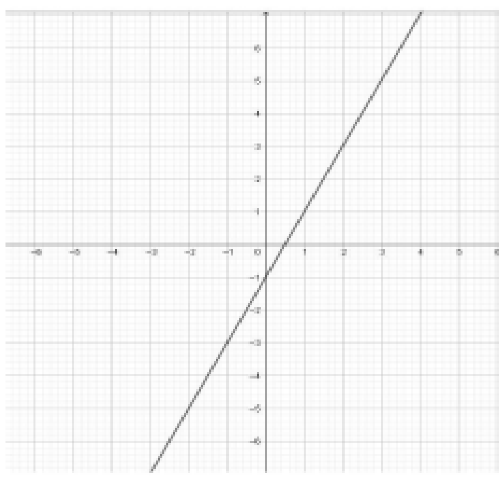
Os triângulos ABD e BCE são retângulos e têm lados proporcionais, então são semelhantes e, por tanto $\alpha = \beta$. Segue-se que os pontos A,B e C estão alinhados.

Para melhor compreensão, observemos o exemplo abaixo construção de gráficos: y = 2x-1

Para x=0, temos y =2*0-1 => y =-1. Pontos (0,-1)

Para y=0, temos 0=2x-1 => x = ½. Pontos (½,0 )

Figura 4: gráfico da função y = 2x-1



fonte: autora

### 3.3. Coeficientes da função afim

"O coeficiente a da função f(x)=ax+b é denominado coeficiente angular ou declividade da reta representada no plano cartesiano. O coeficiente b da função y=ax+b é denominado coeficiente linear" (Iezzi e Murakami, 1977). Como visto nos exemplos acima, o gráfico de uma função afim é uma reta.

O coeficiente a determina o ângulo que a reta forma com o eixo dos x, e o coeficiente b determina o ponto em que a reta intercepta o eixo dos y. Isto ocorre se, e somente se x = 0, isto é, y = ax + b = a.0 + b = b y = b.

### 3.4. Zeros da função afim

De acordo com Iezzi e Murakami, podemos definir que o zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, f(x)=0.

Assim sendo, o zero da função afim, será a resolução da equação do 1ªgrau ax+b=0, que apresenta uma única solução x= $-\frac{b}{a}$, de fato resolvendo ax+b=0, a $\neq$0, temos ax+b=0 $\Leftrightarrow$ ax=-b $\Leftrightarrow$ x= $-\frac{b}{a}$.

Vejamos um exemplo para melhor compreensão:

Encontre o zero da seguinte função: f(x) = 4x-8

$$f(x) = 4x-8=0$$

$$0= 4x-8 \Rightarrow x=8/4 \Rightarrow x=2$$

Substituindo f(x):

$$f(2)=4*2-8 \Rightarrow 8-8=0$$

Note que o valor do coeficiente (a) é positivo, portanto esta é uma função crescente.

### 3.5. Funções Crescentes ou Decrescentes

Segundo Iezzi e Murakami, temos que:

> a definição da função f: A$\rightarrow$B definida por y=f(x) é crescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes a $A_1$, com $x_1 < x_2$, tivermos f( $x_1$ ) < f( $x_2$ ). Em símbolos: f é crescente quando ($\forall$ $x_1$, $x_2$

)($x_1 < x_2 \Rightarrow$ f( $x_1$ ) < f( $x_2$ )) e isto também pode ser posto assim: ( $\forall$ $x_1$ , $x_2$ )( $x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ >0).

E a definição da função f: A $\rightarrow$ B definida por y=f(x) é decrescente no conjunto $A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes a $A_1$, com $x_1 < x_2$, tem-se f( $x_1$ )>f( $x_2$ ).

Em símbolos: f é decrescente quando ( $\forall$ $x_1$ , $x_2$ )( $x_1 < x_2 \Rightarrow$ f( $x_1$ ) > f( $x_2$ )) e isto também pode ser posto assim: ( $\forall$ $x_1$ , $x_2$ )( $x_1 \neq x_2 \Rightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ >0).

# 4.FUNÇÃO POLIGONAL

## 4.1. O conceito de função poligonal

Dizemos que uma função f : IR → IR é uma função poligonal se existem $t_0 < t_1 < \cdots < t_n$ tais que, para x ≤ $t_0$ , para x ≥ $t_n$ e em cada um dos intervalos [ $t_{i-1}$ , $t_i$ ], f coincide com uma função afim $f_i$ .

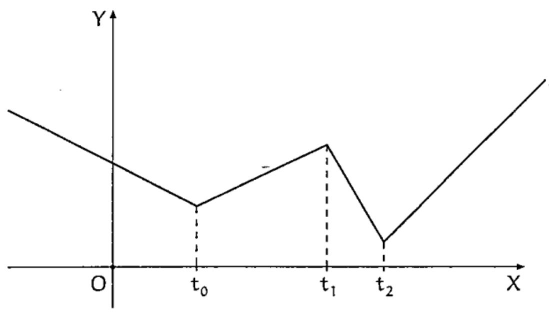
Para evitar descontinuidades, exige-se que $f_i\,(t_i) = f_{i-1}\,(t_{i-1})$.

## 4.2. Gráfico de uma função poligonal

O gráfico de uma função poligonal é uma linha poligonal, uma função f: IR —> IR., definida por f(x) = |x| , ou então f(x) = |x - c|, para algum c ∈ IR.

Sendo assim, para construirmos seu gráfico basta encontrarmos pontos que satisfaçam a função.

Figura 5: gráfico de uma função poligonal




Fonte:livro "A Matemática do Ensino Médio Vol. 1 "

As expressões do tipo f( $\chi$ )= $|\alpha x - \beta|$ ou g ( $\chi$ )= $|x - \alpha| + |x - \beta|$ são exemplos a considerar que toda função poligonal pode ser definida combinando valores absolutos de funções afins.

## 5.MODELAGEM MATEMÁTICA ATRAVÉS DA FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO POLIGONAL

Sabemos que o imposto de renda é um tributo cobrado anualmente sobre os rendimentos de uma pessoa física ou jurídica.

Para se obter o valor do imposto a ser pago por uma pessoa física, abate-se do total de vencimentos a contribuição previdenciária e as deduções legais. Após as deduções teremos um valor que será a base de cálculo para o imposto de renda, onde a alíquota será aplicada. Chamamos de parcela a deduzir, os valores fixos que são subtraídos em cada intervalo, esses valores são predeterminados na tabela de incidência mensal para cálculo do imposto sobre a renda das pessoas físicas fornecida pela Receita Federal do Brasil.

Neste tópico será abordado um exemplo de modelagem matemática para se trabalhar em relação ao assunto de função afim e poligonal, havendo como foco principal mostrar como pode ser feito o cálculo do imposto de renda mensal de uma pessoa física através dessas funções.

### 5.1. Construindo a função afim

Dado que o imposto mensal devido varia continuamente com a renda, o seu cálculo deve ser feito separando-se a base de cálculo nas faixas determinadas na Tabela abaixo e aplicando a alíquota referente a cada faixa.

Tabela 1: Incidência mensal para cálculo do imposto sobre a renda das pessoas físicas a partir do mês de abril do ano-calendário de 2015.

| Base de cálculo (R$) | Alíquota (%) | Parcela a deduzir do IRPF (R$) |
|---|---|---|
| Até 1.903,98 | - | - |
| De 1.903,99 até 2.826,65 | 7,5 | 142,80 |
| De 2.826,66 até 3.751,05 | 15 | 354,80 |

| | | |
|---|---|---|
| De 3.751,06 até 4.664,68 | 22,5 | 636,13 |
| Acima de 4.664,68 | 27,5 | 869,36 |

Fonte: Receita Federal do Brasil

Ao analisar a tabela acima, é perceptível que, tomando $x$ como base de cálculo para o imposto de renda e $a$ alíquota a ser aplicada, o imposto mensal a ser pago pode ser calculado da seguinte forma:

1. Se um salário com base de cálculo x de R$ 1903,99 a R$ 2826,65, desconta-se a parcela isenta de R$ 1903,98 e, ao resultado, aplica-se a alíquota de 7,5 %. tem-se:

$$I(x) = 0,075*(x - 1903,99) = 0,075x - 142,80.$$

2. Ao considerar $2826,66 \leq x \leq 3751,05$, é preciso aplicar a alíquota de 7,5 % à R$ 922,66 pertencente a parte da base de cálculo que se encontra na faixa de R$ 1903,99 a R$ 2826,65, subtrair de x a parcela isenta de R$ 1903,98 e a parcela de R$ 922,66 e, a diferença, empregar a alíquota de 15% adicionando os resultados encontrados. Logo::

$$I(x) = 0,075*922,66 + 0,15*(x - 1903,98 - 922,66) = 0,15x - 354,80$$

3.Semelhantemente, se $3751,06 \leq x \leq 4664,68$, teremos:

$$I(x) = 0,075*922,66 + 0,15*924,39 + 0,225*(x - 1903,98 - 922,66 - 924,39) = 0,225x - 636,13.$$

4. Finalizando, se $x > 4664,68$ então:

$$I(x) = 0,075*922,66 + 0,15*924,39 + 0,225*913,62 + 0,275*(x - 1903,98 - 922,66 - 924,39 - 913,62) = 0,275x - 869,36.$$

Dessa maneira, o imposto de renda mensal a ser pago para uma base de cálculo qualquer pode ser definido através da função $I : \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R}$ dada, da seguinte maneira:

$$I(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 1903,99 \\ 0,075x - 142,8, & \text{se } 1903,99 \leq x < 2826,65 \\ 0,15x - 354,8, & \text{se } 2826,65 \leq x < 3751,05 \\ 0,225x - 636,13, & \text{se } 3751,05 \leq x \leq 4664,68 \\ 0,275x - 869,36, & \text{se } x > 4664,68 \end{cases}$$

Veja que o intervalo da variável x é finito, porque o salário de um contribuinte é limitado e cada parte da função I(x) é uma função afim definida por: I(x)= ax-b, onde a é a alíquota correspondente e b a parcela a deduzir.

Com isso, podemos afirmar que o imposto de renda mensal devido por uma pessoa física pode ser calculado através de uma função definida em partes, onde em cada intervalo o valor de I é determinado através de uma função afim.

Exemplo: Uma professora efetiva da Rede Municipal de Ensino de Castanhal/Pa com carga horária de 40h semanais cujo vencimento base é de R$ 5288,05. Sabendo que a contribuição previdenciária mensal desse indivıduo é de R$ 581,68 e que não possui dependentes legais, a base de cálculo para o imposto de renda desse professor é de R$ 5288,05− R$ 581,68=R$ 4706,37. Conforme a Tabela 1, nota-se que a essa base de cálculo de R$ 4706,37 corresponde à alíquota de 27,5% e de acordo com a função I(x) encontra-se no intervalo x > 4664,68. Assim, o imposto de renda mensal devido por esse professor ́é dado por:

$$I(x) = 0,275x - 869,36$$

$$I(x) = 0,275 * 4706,37 - 869,36$$

$$I(x) = 424,89$$

### 5.2. Construindo a função poligonal

Compreendemos que a função poligonal pode ser definida combinando valores absolutos de funções afins e que ela surge naturalmente, tanto em diversas áreas da matemática, como no nosso dia a dia (imposto de renda como função da renda líquida, preço de uma mercadoria que oferece descontos crescentes),

Diante disso, podemos calcular o imposto de renda y pago por uma pessoa que, em 2015, teve uma renda lıquida y calculado através de uma expressão da forma y = ax − b, onde a alıquota a e a parcela a deduzir p dependem da renda x e são dadas pela tabela 1. Porém, como a tabela de taxação pode ser dada de outra forma, o cálculo do imposto pode ser feito através da expressão y = b(x − q), isto é, calculando os valores de b e q para cada faixa de renda. Em cada faixa de renda, temos ax − p = b(x − q), para todo x. Então: b = a e q=p/a.

Vejamos: Com um salário com base de cálculo x de R$ 1903,99 a R$ 2826,65, teremos:

$$y = b\,(x\text{-}q)$$

$$y = 0{,}075\ (2826{,}65\text{-}1904)$$

$$y = 69{,}20$$

Exemplo: Seja R\$3595,90 o vencimento base de um professor efetivo do Estado, com carga horária de 20h semanais em regime de dedicação exclusiva. Sendo R\$368,98 a contribuição previdenciária mensal desse professor e que o mesmo não possui dependentes legais, então a base de cálculo para o imposto de renda é de R\$3595,90−R\$368,98 = R\$3226,92. De acordo com a Tabela 1, a essa base de cálculo corresponde a alıquota de 15% e, observando a função I(x), vê-se que R\$3226,92 encontra-se no intervalo o $2826{,}66 \leq x \leq 3751{,}05$. Logo, o imposto de renda mensal a ser pago por esse indivıduo pode ser assim obtido: $q=p/a \Rightarrow q=354{,}8/0{,}15 \Rightarrow q=2365{,}3$

$$y = b(x - q)$$

$$y = 0{,}15(3226{,}92 - 2365{,}3)$$

$$y = 129{,}24$$

# CONCLUSÃO

Já faz um tempo que a modelagem matemática vem sendo usada como ferramenta de ensino e aprendizagem, e sua aplicação na resolução de problemas que envolve o cotidiano vem aumentando nos últimos anos.

É perceptível, outras áreas utilizarem seus diversos componentes para realização de eventos peculiares, para embasar pesquisas ou para criação de algo. Ainda que, mostrar uma aplicação de um conteúdo da matemática em um problema do dia a dia ou em outras áreas de ensino, não é o mesmo que a apresentação de um problema para que, em seguida, o conteúdo seja exposto.

Ao pesquisar sobre IRPF, tive o entendimento de que a cobrança do imposto considera diversos perfis e não há vinculação entre receitas de impostos e determinada finalidade. Nessa perspectiva, foi apresentado como o cálculo do imposto de renda mensal de uma pessoa física pode ser modelado através de uma função afim e poligonal, de maneira prática.

## REFERÊNCIAS

FERREIRA, J. S. P., **Modelagem matemática de imposto de renda de pessoa física e previdência oficial (inss),** 2018.

FREITAS, A.; BORGES, L. M. **As pontes de Königsberg**. C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática, 2015. Bauru, v. 5, p. 44-48.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. **Fundamentos da matemática elementar:** conjuntos e funções, vol 1**,** 3a Ed, Atual Editora.

LIMA, E.L. ; CARVALHO, P. C.P. *et al.* **A Matemática do Ensino Médio,** Vol 1, 8a Ed, SBM.

MARTINS, R. A. . **Arquimedes e a coroa do rei: Problemas históricos**. Caderno Catarinense de Ensino de Física, 2000.

SANTOS, R. M. O.;MARQUES, M. N. B. **Imposto de renda: matemática no cotidiano,** Revista PMO v.7, n.1, 2019.

SILVEIRA,A.; FERREIRA,G. P. ;SILVA, L. A. **A Evolução da modelagem matemática ao longo da história, o surgimento da modelagem no brasil e suas contribuições enquanto estratégia de ensino de matemática.** IFF - Instituto Federal Fluminense, Brasil, 2013.