



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE FÍSICA

LUIS EDUARDO DE CARVALHO MACIEL

**INTERFERÔMETRO DE MICHELSON NA ABORDAGEM DO CLUBE DO
PROBLEMA**

BELÉM – PA

2021

LUIS EDUARDO DE CARVALHO MACIEL

**INTERFERÔMETRO DE MICHELSON NA ABORDAGEM DO CLUBE DO
PROBLEMA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Faculdade de Física da Universidade Federal do Pará,
como requisito para a obtenção do grau de
LICENCIADO EM FÍSICA.

Orientador: Prof. Dr. Newton Martins Barbosa Neto.

BELÉM – PA

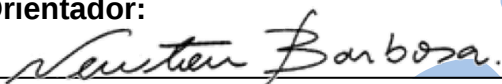
2021

LUIS EDUARDO DE CARVALHO MACIEL

“INTERFERÔMETRO DE MICHELSON NA ABORDAGEM DO CLUBE DO PROBLEMA”

Monografia apresentada como requisito para obtenção do título de Licenciado em Física pela Faculdade de Física do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal Pará, submetida à apreciação da banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Orientador:


Prof. Dr. Newton Martins Barbosa Neto
(FACFIS - UFPA)

Examinador 1:


Prof. Dr. Danilo Teixeira Alves
(FACFIS - UFPA)

Examinador 2:


Prof. Dr. Alexandre Guimarães Rodrigues
(ITEC - UFPA)

Examinador 3:


Bel. Ruan Lucas de Sousa Lima
(PPGF - UFPA)

Belém, 01 de outubro de 2021.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a minha mãe Diana Regina C. Carvalho pelo apoio incondicional, e pelos conselhos e as críticas construtivas durante a minha vida escolar e acadêmica, que foram fundamentais para as conquistas que obtive. Agradeço a meu pai Claudio Maciel, pelo suporte dado durante esse processo, e a todos os meus familiares que sempre depositaram boas expectativas em mim.

Agradeço imensamente ao professor Dr. Newton Barbosa Neto, pela alegria em que me recebeu em seu grupo de pesquisa e por esses três anos (2019-2021) de trabalho juntos. Essa experiência impactou fortemente na minha vida acadêmica e profissional. De forma que sou imensamente grato pela nossa amizade, pelos ensinamentos, os elogios, as críticas e as boas discussões que temos sobre física (sempre muito estimulantes!).

Agradeço ao meu co-orientador de pesquisa MSc. Jefferson Sanches Lopes, que me ajudou muito no desenvolvimento do meu trabalho de iniciação científica sempre de maneira atenciosa e com discussões extraordinárias. Sendo fundamental nesse período em que eu estava “engatinhando” cientificamente. Gostaria de agradecer ao professor Dr. Rubens Silva, tutor do programa PET-Física, um grande amigo a quem tenho muito apreço e respeito pela história de vida e gratidão por ter sido bolsista PET-UFPA, o grupo que me proporcionou o desenvolvimento de atividades de grande impacto social.

Gostaria de agradecer aos meus amigos da turma de 2017: Ana Paula Souza; Paulo Andrade; Robson da Silva; Pedro Henrique Moura; Mauricio Ferreira e o nosso querido agregado Wendel Moura, por todos esses anos de amizade e companheirismo. Sou grato pelas risadas que demos, os momentos em que passamos juntos, e até mesmo pelos trabalhos em grupo (sempre feitos em cima da hora). Agradeço também os meus amigos do laboratório de ótica, (ou LSMC, como chamamos agora), Ruan Lima, Leonardo Reis, Jhon Reis, Jefferson Lopes, João Marcelo e Eric Silva. Agradeço as boas risadas que demos, os experimentos que fizemos, e pela amizade. Embora a pandemia tenha tragicamente nos tirado a convivência, guardo esses momentos com muito carinho, até que tudo volte ao normal novamente.

E por fim, sou profundamente grato aos bons professores que a FAFIS me proporcionou durante a graduação, estes que me motivaram e motivam todos os dias, e que contribuíram significativamente para o meu desenvolvimento pessoal e intelectual. Vocês são os melhores!

“Dixitque Deus fiat lux et facta est lux”.

- Genesis 1:3 –

RESUMO

Neste trabalho, inspirado na metodologia de ensino-aprendizagem do Clube do Problema (CP), investigamos o interferômetro de Michelson (IM), tanto teoricamente quanto experimentalmente, e utilizamos o IM para medir o comprimento de onda de uma fonte laser, e o índice de refração de lâminas de microscópio. O Clube do problema é uma iniciativa que se baseia na ideia de aprendizado por projeto ou aprendizado pela resolução de problemas, sendo composto de três etapas gerais: (1) O aluno desde cedo é ensinado a utilizar ferramentas do método científico (coleta de dados, construção dos fundamentos científicos do problema, levantamento de hipóteses, teste das teorias e das hipóteses, etc.) para resolução de problemas de livro; (2) O estudante é encorajado a apresentar suas resoluções para que seja amplamente debatida em grupo. Importante comentar que o problema escolhido pelo estudante é anunciado para os outros participantes para que os mesmos possam ter tempo de fazer suas análises e trazer contribuições para o debate; (3) Um problema é escolhido para ser implementado em laboratório. No estudo de caso abordado, o comprimento de onda da luz foi determinado através da contagem das franjas de interferência (máximos de intensidade), e o índice de refração foi determinado através da rotação do objeto refringente em um dos ramos do interferômetro. Os valores experimentais obtidos estão em bom acordo com medidas realizadas via outros métodos experimentais e dados da literatura, apresentando erros percentuais de 0,85% para o comprimento de onda, 0,9% e 0,2% para as duas medidas de índice de refração. Concluimos que o método do clube do problema aplicado foi efetivo como ferramenta de ensino e aprendizagem de física, proporcionando ao estudante maior autonomia para a solução de problemas teóricos e experimentais. Comprovamos o potencial do IM como ferramenta de estudo de fenômenos ondulatórios e aparato para pesquisa científica. Por fim, acreditamos que o trabalho experimental aqui realizado pode perfeitamente ser inserido dentro das práticas da disciplina de laboratório especial dos cursos Física da Universidade Federal do Pará.

Palavras-chave: Aprendizagem Baseada em Problemas. Ensino por Investigação. Interferômetro de Michelson. Índice de Refração. Clube do Problema.

ABSTRACT

In this work, inspired by the teaching-learning methodology of the Problem Club (CP), we investigate the Michelson interferometer (IM), both theoretically and experimentally, and we use MI to measure the wavelength of a laser source, and the refractive index of microscope slides. The Problem Club is an initiative that is based on the idea of learning by project or learning through problem solving and is composed of three general stages: (1) The student is taught from an early on to use scientific method tools (data collection, construction from the scientific foundations of the problem, raising hypotheses, testing theories and hypotheses, et. cetera) for solving book problems; (2) The student is encouraged to present their resolutions to be fully debated in the group. It is important to note that the problem chosen by the student is announced to the other participants so that they can have time to make their analysis and bring contributions to the debate; (3) A problem is chosen to be implemented in the laboratory. In the case study discussed, the wavelength of light was determined by counting the interference fringes (intensity maxima), and the refractive index was determined by rotating the refracting object in one of the interferometer's branches. The experimental values obtained are in good agreement with measurements performed via other experimental methods and data from the literature, with percentage errors of 0.85% for the wavelength, 0.9% and 0.2% for the two measurements of the index of refraction. We conclude that the applied problem club method was effective as a physics teaching and learning tool, providing the student with greater autonomy to solve theoretical and experimental problems. We proved the potential of the IM as a tool for the study of wave phenomena and an apparatus for scientific research. Finally, we believe that the experimental work carried out here can perfectly be inserted into the practices of the special laboratory discipline of the Physics courses at the Federal University of Pará.

Keywords: Problem-Based Learning. Teaching by Investigation. Michelson interferometer. Refractive index. Problem Club.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama da metodologia do Clube do Problema.....	16
Figura 2 - Pirâmide da Aprendizagem atribuída a Glasser e Dale.....	18
Figura 3 - Superposição de ondas harmônicas gerando regiões de máximos e mínimos de amplitude.....	25
Figura 4 - Desenho esquemático do interferômetro de Young.....	27
Figura 5 - Gráfico de uma função “SINC ² ”.....	33
Figura 6 - Desenho esquemático de um interferômetro de Michelson.....	34
Figura 7 - a) Diagrama da diferença de caminho ótico entre os braços do interferômetro. b) angulação de abertura do feixe.....	35
Figura 8 - (a) Diagrama do objeto refringente perpendicular ao feixe de luz; (b) Diagrama do desvio da luz com a inclinação do objeto refringente por um ângulo θ	36
Figura 9 - (a) Fotografia da configuração do sistema fonte-interferômetro; (b) Fotografia do interferômetro de Michelson e suas componentes: (1) lente divergente; (2) DF; (3) espelhos e (4) tambor micrométrico.....	42
Figura 10 - Fotografia do anteparo com a interferência em padrão circular.....	43
Figura 11 – Gráfico da contagem de franjas pela diferença de caminho ótico.....	44
Figura 12 – Gráfico intensidade de pico do laser de Hélio-Neônio utilizando o Ocean Optics.....	45
Figura 13 - (a) Fotografia das laminas de microscópio e o paquímetro utilizado, o vibro B é a lamina com detalhe em verde; (b) Fotografia do interferômetro de Michelson após a inclusão do suporte rotativo; (c) Ilustração esquemática do interferômetro mais sistema rotativo; as franjas mudam quando θ varia.....	46
Figura 14 – Gráfico das franjas contadas pela diferença angular nas laminas de microscópio.....	48
Figura 15 – Medidas dos índices de refração.....	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Franjas de interferência contadas e as respectivas distancias entre os espelhos.....	44
Tabela 2: Franjas de interferências contadas e as respectivas variações angulares para o vidro A.....	47
Tabela 3: Franjas de interferências contadas e as respectivas variações angulares para o vidro B.....	47

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.2 Objetivos.....	12
1.2.1 Objetivo geral.....	12
1.2.2 Objetivos específicos.....	13
1.3 Aplicação do clube do problema como ferramenta de aprendizagem.....	13
1.4 Semelhanças do clube do problema com outras metodologias.....	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1 Visão histórica.....	18
2.2 Ondas harmônicas	21
2.3 Princípio da superposição	23
2.3.1 Interferência luminosa	24
2.3.2 Coerência temporal e espacial	29
2.4 Interferômetro de Michelson.....	32
2.4.2 Índice de refração por método rotativo.....	35
3 METODOLOGIA.....	38
3.1 Aparato experimental	40
4 RESULTADOS & DISCUSSÃO.....	42
4.1 – Determinação do comprimento de onda da fonte.....	42
4.2 – Índice de refração da lâmina de vidro	45
5 CONCLUSÃO.....	49
REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

São muitos os desafios na educação de jovens e adultos brasileiros, principalmente no ensino das ciências exatas como matemática, física e química, o que é revelado pelos baixos índices de aproveitamento dos estudantes em exames internacionais como o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes). A edição de 2018 aponta que 68% dos estudantes com até quinze anos de idade não possuem o nível básico em matemática necessário para o dia-a-dia, e em ciências o resultado foi de 55%. Quando comparado com os demais países, o Brasil ocupa as últimas colocações no ranking das nações: em matemática, se encontra entre 69º e 72º (384 pontos), em ciências, 64º e 67º (404 pontos), ao lado de países como Argentina e Peru. O que mostra um cenário estarrecedor e preocupante para o Governo (União, Estados e Municípios), professores e organizações em prol da educação.

Segundo Moreira (2000), a realidade do ensino de ciências no Brasil, especialmente a física, é fruto de metodologias arcaicas de ensino, voltadas para vestibulares e não para o conhecimento em si. Ele afirma que esta realidade está refletida nos próprios livros didáticos que “estão apostilados [...] com muitas cores, figuras e fórmulas e distorcidos pelo programa reduzido do vestibular; com menos texto para ser lido”. A atual conjuntura do ensino básico reflete diretamente na vida dos que alcançam a universidade. Na graduação, nas disciplinas de física em geral “O laboratório parece ser uma obrigação incomoda para muitos professores; o ideal aparenta ser explicar, ou simplesmente ler, o que está no livro e dar uma lista de problemas aos alunos” (MOREIRA, 2000). De fato, o ensino tradicional de física vem apresentando problemas a longo prazo e impactando de maneira negativa na vida dos estudantes. É nessas circunstâncias que a pesquisa no ensino de física vem se desenvolvendo e conquistando terreno como área do conhecimento, a partir do desenvolvimento de novas abordagens metodológicas mais eficientes, eficazes e condizentes com as necessidades dos alunos.

Desta forma, a utilização de metodologias ativas vem como alternativa às dificuldades de ensino-aprendizagem dos conteúdos, em especial na disciplina de Física. As **metodologias ativas** constituem-se de estratégias que possibilitam a realização de atividades nas quais os estudantes construam o próprio conhecimento. Assim sendo, o professor se torna figura secundária do processo, cabendo a ele pontuar os erros e acertos dos estudantes, e indicar o melhor caminho para a compreensão. Por serem ferramentas práticas as metodologias ativas podem ser facilmente adaptadas as necessidades de quem as aplica, seja em sala de aula, estudo em grupo ou individual. Nas últimas décadas surgiram várias propostas dessas metodologias

que ofereciam uma aprendizagem centrada no estudante, garantindo assim maior engajamento e colaboração entre alunos e professores, e se contrapondo ao ensino clássico, puramente expositivo. Segundo Bonwell e Eison (1991), as metodologias ativas são eficientes quando garantem uma *aprendizagem ativa*, que possui algumas características fundamentais: (i) O aluno precisa estar envolvido e não simplesmente ouvindo; (ii) possibilitar o desenvolvimento de habilidades superiores e de pensamento (análise, síntese e avaliação); (iii) quando em grupo, os estudantes devem interagir (lendo, debatendo, contrapondo, escrevendo, etc.).

O paradigma do ensino de física é tão complexo que grandes físicos já se preocuparam com a questão, objetivando coadunar aprendizagem ativa com os conteúdos do campo. O físico e professor Richard Feynman, no prefácio da obra *Lições de Física*, afirma que “o melhor ensino exige [...] uma situação em que o estudante discuta, pense e fale sobre física; [é] impossível aprender muito apenas sentado em sala de aula, ou mesmo resolvendo os problemas propostos” (FEYNMAN, 2002). O físico e ganhador do prêmio Nobel, Carl Wieman, aponta que para uma aprendizagem eficiente o ideal é “envolver o aluno na solução de um conjunto de tarefas ou problemas desafiadores, mas factíveis, [...] as tarefas devem ser suficientemente difíceis para exigir intenso esforço por parte dos alunos, e para que haja progresso a problemática deve ser ajustado para o estado atual do conhecimento dos estudantes” (WIEMAN, 2012).

Foi nessa perspectiva que surgiu na Faculdade de Física da Universidade Federal do Pará o Clube do Problema (CP), esta abordagem metodológica foi idealizada pelo Prof. Dr. Newton Martins Barbosa Neto, a partir de suas experiências com orientações e em sala de aula, e busca promover um ambiente convidativo a discussão de tópicos de física e evocar a comunhão de ideias e conceitos mais fundamentais. Primeiramente surge como forma de orientação de iniciação científica, onde é proposto ao estudante a solução de um problema experimental extraído de um livro de física, cabendo a ele pensar, fundamentar, e executar a atividade. Ao final o estudante apresenta suas descobertas em reuniões de grupo, mostrando o conhecimento adquirido no processo, os resultados e suas considerações. O intuito não é apenas a exposição do problema e a sua solução (quando há), mas a troca de ideias, via ampla discussão, com os participantes: propondo hipóteses, sugestões, abordagens e soluções alternativas, gerando assim o forte espírito colaborativo.

A metodologia se mostra positiva e agradável, ao passo que tempos depois o clube do problema foi adaptado para as aulas da graduação e grupos de estudo, priorizando a discussão de problemas de livro e o pensamento científico. A adaptação consiste em a partir da escolha

de um tópico, através da discussão entre os pares, distribuir os problemas de um livro texto¹, solucioná-los e apresenta-los e quando possível executar um experimento em grupo ou projetos individuais. Assim, o presente trabalho atua em duas frentes: Propor o Clube do Problema como uma metodologia ativa para a aprendizagem de física no âmbito do ensino superior, e apresentar o método a partir de um relato de experiência, sendo este a solução de um problema experimental com a seguinte situação-problema: *Como medir índices de refração usando interferômetros?*

O fenômeno da interferência luminosa e suas implicações é pouco abordado atualmente no ensino médio brasileiro, pois o tópico aparece com baixíssima frequência na maioria dos vestibulares. Esse conhecimento é apenas introduzido no ensino superior, em cursos que possuem a disciplina de Óptica em seu projeto pedagógico. Contudo, embora deixada de lado, a interferência luminosa é um fenômeno de muita importância histórica e científica, que mudou a compreensão do homem sobre a natureza da luz. Os interferômetros, aparelhos que causam a interferência da luz, são equipamentos muito importantes para a ciência moderna, com aplicações que vão desde o estudo do universo com o LIGO - *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*, responsável pela detecção das ondas gravitacionais em 11 de fevereiro de 2016, até a calibração de equipamentos ópticos e o estudo das propriedades dos materiais. Dessa forma, este trabalho busca apresentar de maneira simples os fundamentos da interferência de modo geral, a interferência luminosa, e o funcionamento de um interferômetro de Michelson. Conhecimentos que embora antigos (datam o século XIX e XX) ainda são utilizados na atualidade em pesquisas de alto nível de importância e complexidade.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos gerais

Compreender a fenomenologia da interferência luminosa, e o funcionamento de dispositivos interferométricos utilizando o Clube do Problema como metodologia investigativa; Usar o IM para desenvolver habilidades teórico experimentais uteis na resolução de problemas científicos.

¹ No caso do grupo de estudo que utiliza o clube do problema na UFPA, o livro texto nos dias de hoje é a coleção de física do professor Herch Moysés Nussenzveig (Física Básica I, II, III e IV).

1.2.2 Objetivos específicos

- I. Testar o potencial do clube do problema como metodologia ativa para a autoaprendizagem.
- II. Desenvolver um sistema interferométrico para o estudo da interferência luminosa.
- III. Medir índices de refração utilizando os conhecimentos de interferência.
- IV. Analisar os pesos e contrapesos da metodologia e avaliar sua aplicabilidade.

1.3 Aplicação do Clube do Problema como ferramenta de aprendizagem.

Grande parte dos estudantes ao depararem-se com algum tópico de física, tendem a ler capítulos inteiros antes de se debruçarem sobre os exercícios. Esta, embora intuitiva, é uma forma pouco eficaz de estudo, pois além de demandar muito tempo e energia, tende a levar o estudante ao esquecimento ou a confusão no momento da utilização dos conhecimentos. Isto ocorre, pois, uma pequena parte da carga informativa adquirida pela leitura será convertida em conhecimento, assim é comum escutarmos declarações como “*li toda a matéria e não resolvi nem a primeira questão!*” e “*Não consigo aprender física por mais que eu estude!*”. Quando se aplica o clube do problema invertemos a ordem do processo, ou seja, ao invés de despender horas de leitura do livro-texto para resolver problemas desconhecidos, nos direcionamos diretamente aos problemas propostos. Dessa forma, só depois de analisar os elementos do enunciado e avaliar os conhecimentos necessários é que iremos nos preocupar com a fundamentação teórica. Para exemplificar aplicaremos a metodologia em um problema de interferência do livro Curso de Física Básica IV (2ª ed). O enunciado diz:

3.2 No experimento de Young, com a luz incidindo perpendicularmente sobre o anteparo onde estão dois orifícios, coloca-se uma lâmina delgada transparente de faces paralelas e índice de refração n sobre um dos dois orifícios. Isso produz um deslocamento de m franjas na figura de interferência (a franja central brilhante desloca-se para a posição que era ocupada por uma franja brilhante de ordem m). O comprimento de onda da luz é λ . Qual é a espessura d da lâmina? (NUSSENZVIEG, 2017, pg. 73).

Com base na metodologia do CP, a primeira fase consiste na **Análise do enunciado**, onde deve-se destacar os conceitos-chave exigidos pela questão. Neste momento é essencial a

realização de perguntas como “*O que é o experimento de Young?* ”; “*De que maneira o índice de refração influencia o problema?* ”; “*O que significa a movimentação das franjas?* ”, de forma que a partir destes questionamentos avançamos para a segunda fase. Na **Reflexão**, as hipóteses iniciais devem ser propostas com base no conhecimento pré-existente do aluno. É provável que o estudante necessite de mais informações ao defrontar o problema, seja por falta de conhecimento ou esquecimento, de forma que não consiga avançar. Neste caso a terceira fase da metodologia consiste em **Aprofundar os conhecimentos** sobre o conteúdo e os conceitos-chave destacados. O estudo aqui será direcionado nos pontos de maior dificuldade do estudante, desta forma falhar durante a Reflexão contribui para a identificação dos obstáculos a serem superados, funcionando como método de auto avaliação. Nesta etapa o estudante entrar em contato com novas informações que proporcionam novas perspectivas sobre o problema, assim o confronto entre as hipóteses iniciais, antes do estudo, e as novas hipóteses, pós leitura, se torna inevitável. A quarta fase consiste em **Solucionar e Avaliar**, desta forma, o estudante já terá elementos suficientes para a solução do problema: definido os conceitos, identificado as hipóteses validas e superado os entraves teóricos. Ao obter uma solução devemos avalia-la; ela está de acordo com o esperado? É contra intuitiva? Testar os casos limites, checar a dimensão e ordem de grandeza entre outras coisas. Em caso de solução incorreta a terceira etapa deve retomada a fim de reorganizar as ideias, e identificar o ponto de desacordo. Um diagrama da metodologia pode ser observado na figura (1),

Figura 1 – Diagrama da metodologia do clube do problema.



Fonte: O autor

Como mostra a figura (1) a quinta fase, **Conversar sobre o problema**, é indicado em grupos de estudo, e os objetivos são: (i) buscar auxílio com terceiros, trocando ideias, hipóteses e sugestões, caso haja dificuldades na resolução do problema e (ii) buscar uma nova perspectiva do problema apresentada por outras pessoas. A sexta fase consiste em **Apresentar o problema** a terceiros de maneira dinâmica, destacando os conceitos chave e as hipóteses corretas para a solução do problema, propondo ao final um momento de ampla discussão e troca de ideias. Aqui é importante ressaltar que antes da reunião o problema é informado publicamente para permitir aos demais participantes a chance de fazerem suas análises prévias. Por fim, a sétima fase consiste em **Realizar um experimento** a partir dos conhecimentos adquiridos, e tem como objetivo solidificar os conhecimentos e adquirir habilidades experimentais que vão além do livro texto. Essa última etapa desenvolve no estudante a criatividade, a capacidade de improviso e proporciona uma maior retenção do conhecimento.

1.4 Semelhanças do Clube do Problema com outras metodologias.

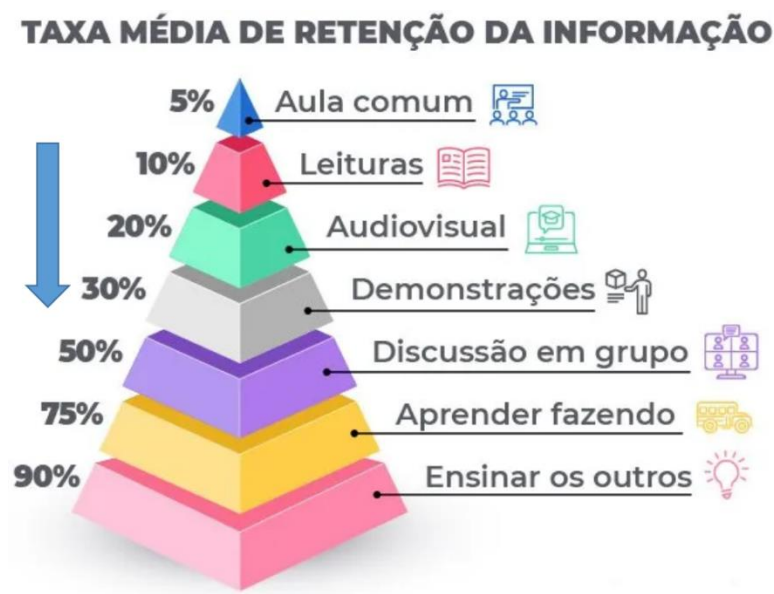
Como metodologia o Clube do Problema possui grandes semelhança com a **Aprendizagem Baseada em Problemas** (PBL, sigla em inglês), que consiste na solução de problemas pouco estruturados, visando a aprendizagem de conceitos, teorias e habilidades em sala de aula. De forma que podemos considerar o clube do problema uma variante da PBL, por possuir princípios metodológicos em comum, entre eles:

1. Um problema é o foco da aprendizagem.
2. Pode ser usada individualmente ou em grupo.
3. Um processo formal de resolução do problema é exigido.
4. Estudo independente é exigido.

Segundo Oliveira e Veit (2020) “[...] a resolução de problemas é uma das metodologias com maior potencial para favorecer: A construção de conhecimento específicos, como princípios, leis e teorias; o domínio de procedimentos e técnicas associados a construção de conhecimento científico [...] e o aperfeiçoamento da estrutura argumentativa e da articulação de raciocínio dos alunos”. Contudo o diferencial do Clube do Problema é justamente a possibilidade de expandir a compreensão do estudante através de experimentos sobre o tópico trabalhado, esta é uma etapa significativa para a aprendizagem eficiente.

O clube do problema possui também semelhanças estruturais com a **Pirâmide da Aprendizagem** atribuída a Willian Glasser e Edgar Dale, indicada na figura (2), que hierarquiza a retenção do conhecimento sobre um assunto, do processo menos eficiente (topo) até o mais eficiente (base). Como indicado, as aulas tradicionais tendem a proporcionar uma baixa assimilação dos conteúdos ao passo que quanto mais nos aproximamos da base, ou seja, quanto mais diversificamos o estudo em canais de aprendizagem, em princípio, melhor aprendemos e melhor retemos a informação.

Figura 2 – Pirâmide da Aprendizagem atribuída a Glasser e Dale.



Fonte: BUFFATO, C. Pirâmide da aprendizagem: conceito e questionamentos. Disponível em Younder.com.br/blog.

Vale ressaltar que embora seja muito difundida, a pirâmide da aprendizagem não apresenta nenhuma comprovação científica, tanto em relação a taxa de aprendizagem (porcentagem atribuída a cada canal), quanto pelos canais de aprendizagem hierarquizados na figura. Há discordâncias até mesmo se Glasser e Dale propuseram a pirâmide da forma como é definida hoje, Segundo (SILVA e MUZARDO, 2018)

“[...] eles [Willian Glasser e Edgar Dale] não criaram uma hierarquia de estratégias mais eficientes, muito menos associaram tais estratégias a porcentagem de sucesso ou insucesso na aprendizagem [...] em algum momento essa associação foi realizada e transformou-se, com o tempo, em argumento de autoridade.” (SILVA e MUZARDO, 2018).

Ainda sobre o assunto a jornalista Valerie Strauss em seu artigo intitulado “*Why the ‘learning pyramid’ is wrong*”, ao The Washington Post, argumenta que é metodologicamente errado hierarquizar esta ou aquela forma de aprender como mais eficiente ou significativa, pois não temos o controle de todas as variáveis que afetam tanto a assimilação quanto a aprendizagem das pessoas. Logo é impossível definir uma única pirâmide que contemple toda e qualquer indivíduo, de forma que o ideal seria a existência de várias pirâmides que levassem em conta faixa etária, personalidade, disposição a aprender, renda etc.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO EXPERIMENTO

2.1 Visão Histórica

Desde os tempos mais antigos, a luz representa um papel crucial para a sobrevivência do ser humano, seja pela importância fundamental da luz solar para o desenvolvimento da vida em nosso planeta, seja pelo fato de ser a visão um de nossos sentidos mais ativos quando se trata de obter informações do mundo exterior. Tais fatos implicam no surgimento de uma relação “simbiótica” entre homem e luz, em especial a luz solar, o que resultou em praticamente todas as civilizações antigas um culto ao Sol, na figura de divindades que personificavam a estrela. Este elemento arquetípico pode ser visto em Apolo, Rá, Amaterasu, Apu inti etc. das sociedades, grega, egípcia, japonesa e inca respectivamente.

Com o surgimento da filosofia ocidental, especialmente na Grécia, cada vez mais o homem buscou racionalizar os fenômenos naturais, experimentados diariamente. Esse movimento intelectual, que se distanciava dos mitos, foi o precursor da ciência moderna e contribuiu para o entendimento de diversos temas entre eles a natureza da luz. Afinal, o que é a luz? As primeiras tentativas de se explicar a luz vieram do poeta grego Homero (entre VIII e sec. IX a.C). Segundo Bassalo (1996), ele teria sido um dos primeiros defensores da chamada **Teoria Corpuscular da Luz** – teoria que entende a luz como constituída de pequenos granulados de matéria, ou corpúsculos - cuja composição era até então desconhecida. Segundo ele, a visão ocorria quando os raios luminosos (partículas de luz) deixavam os olhos em direção a um objeto, interagiam com o mesmo, e então, retornavam aos olhos, dando o entendimento de sua posição e forma. Como se sucedeu, a ideia de uma luz corpuscular ganhou grandes adeptos nos séculos anteriores a Era Cristã. Pensadores como Pitágoras de Samos (560-480 a.C), Agrigento (490-430 a.C) e Platão (427-347 a.C) foram partidários da teoria corpuscular e fizeram suas próprias contribuições as ideia de Homero.²

Por outro lado, o filósofo Aristóteles de Estagira (384-322 a.C), discípulo de Platão, entendia a luz de forma diferente. Segundo ele, a luz era a manifestação de uma atividade em um determinado meio, o que segundo Bassalo (1996), podemos considerar o precursor da **Teoria Ondulatória da Luz** – teoria que propõe a luz como uma onda propagante em um determinado meio – Aristóteles entendia que a visão era transmitida através de algo imaterial

² O filósofo Platão por exemplo, formulou a hipótese de que a visão era devido a três jatos de partículas: Um partindo dos olhos, outro proveniente do objeto a ser observado e o terceiro vindo de fontes iluminadoras (como o sol, fogueiras, etc.). Logo as partículas de luz que partiam dos olhos em direção ao ambiente, se misturavam aos outros tipos de partícula, tornando possível a visualização quando por fim retornassem aos olhos do observador.

que passava instantaneamente pelos meios transparentes, do objeto até nossos olhos. A partir de suas observações do arco íris, o filósofo conjecturava que as cores observadas deveriam obedecer às mesmas relações numéricas que o matemático Pitágoras havia encontrado para os tons musicais.

Durante a Idade Média e a Renascença, na Europa e no Oriente Médio, houveram grandes contribuições empíricas para o entendimento de espelhos e lentes: planos, côncavos ou convexos. Era a catóptrica, segmento que se destinava a entender os fenômenos de reflexão de luz com base na experimentação e na matemática, por meio do desenvolvimento da geometria. Ao passo que no século XVII d.C, os fenômenos de reflexão e refração já eram um conhecimento estabelecido. Esse período foi marcado pela publicação de grandes tratados de ótica que buscavam esclarecer a fenomenologia da luz. As teorias construídas nesse período são base para a compreensão moderna que temos hoje sobre fenômenos luminosos.

Em 1637 o matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650) publica um conjunto de três tratados científicos: a *Geometria*, a *Dióptrica* e *Meteoros*. Nessas obras, Descartes disserta o pensamento de que a luz teria natureza corpuscular, e a visão estaria associada ao movimento dessas partículas. O filósofo afirma que na natureza existem três tipos de partículas: as do primeiro elemento - grupo de pequeníssimas partículas com grande mobilidade - que constituem os corpos luminosos (O sol, as estrelas, o fogo). As do segundo elemento, redondas e de tamanho médio, que compõem os corpos transparentes e preenchem todo o espaço celeste, e as partículas do terceiro elemento, maiores, irregulares e com baixa mobilidade que dão origem aos corpos macroscópicos opacos. (MARTINS; SILVA, 2015) Desta forma, ao nos depararmos com uma chama, as partículas agitadas do primeiro elemento que compõem o fogo, empurram as partículas do segundo elemento que compõem a atmosfera, esse empurrão que se propaga de partícula em partícula imprime em nossos nervos óticos uma pressão que gera a sensação de visão. Assim, o ato de ver seria passivo e não pressupõe nenhuma interação direta entre as partículas do primeiro elemento e os olhos, sua transmissão necessita de um suporte material, que são as do segundo elemento, essa interpretação faz o filósofo classificar a luz como uma tendência ao movimento e não o movimento em si.

Outro importante tratado sobre a luz foi publicado em 1665 pelo cientista inglês Robert Hooke (1635-1703), em sua obra intitulada *Micrographia*. Este livro contém uma coletânea de experimentos realizados por ele com um microscópio por ele aperfeiçoado. Esta obra narra alguns experimentos entre eles a formação das cores em placas de mica. Observando placas transparentes de mica com o microscópio, ele percebeu que em alguns pontos da placa se

mostravam transparentes enquanto outros apresentavam as cores do arco-íris. Ao separar a mica em placas cada vez mais finas de espessura uniforme. Hooke notou que havia uma espessura limite em que só se observava uma única cor sobre a superfície, de forma que, a medida em que ele empilhava placas, novas cores surgiam. Ele também descreve fenômeno semelhante ao pressionar duas lentes convexas uma contra a outra. Esse efeito foi de grande importância para a ótica, e não era fácil de se explicar por nenhuma teoria disponível até então. Tal fato motivou Hooke a propor sua teoria para a fenomenologia da luz, onde considerou que a luz é um movimento vibratório que se espalha em superfícies esféricas a partir da origem, como ondas que se formam na superfície da água. Segundo ele, em meios homogêneos a luz era constituída de uma série de frentes de onda, que denominou pulsos orbiculares. Essas frentes, ao incidirem obliquamente em um meio mais refringente, se tornaria inclinada em relação a direção de propagação devido a diferença de velocidade da luz nas duas regiões. (MARTINS; SILVA, 2015)

Em 1690, é publicado o Tratado sobre a Luz pelo cientista neerlandês Christiaan Huygens (1629-1695). Em seu livro, Huygens propõe uma teoria ondulatória para a luz, que parecia muito com a de Hooke. Huygens se propõe a explicar a propagação retilínea, a reflexão e refração luminosa e a birrefringência da calcita (descoberta por Erasmus Bartholin em 1669) a partir de sua hipótese ondulatória. Em sua teoria Huygens descreve as ondas como não periódicas, de forma que conceitos como frequência e comprimento de onda ainda não se aplicavam a época.

Em 1807, uma aparente solução final para a controvérsia onda ou partícula é experimentalmente apresentada. O cientista inglês Thomas Young (1773-1829) publicou “A Course of Lectures on Natural Philosophy and Mechanical Arts” onde descreve um experimento com duas fendas, que entrou para a história da ciência como um *experimentum crucis*³, para a teoria ondulatória da luz. Neste experimento, Young descreve o fenômeno da interferência luminosa, provocada por duas fontes de luz coerentes. Esse fenômeno não era possível de ser explicado pela teoria corpuscular de forma que Young dedicou boa parte de seu tempo para propor uma teoria abrangente para os fenômenos luminosos. Aglutinando os conhecimentos disponíveis séculos antes, o cientista propõe a luz como uma onda de pulsos regulares e relaciona de forma brilhante o fenômeno das cores com a frequência dessa onda. Isaac Newton (1643-1727) em sua obra *Opticks* se dedicou bastante na questão da formação

³ Experimento crucial em latim, termo utilizado por Newton e indica experimentos de grande importância para comprovar uma teoria.

das cores a partir da luz branca, sem, entretanto, propor uma explicação satisfatória. Newton defendia que a luz branca era constituída de todas as cores, e ao passar por um meio refringente ocorria a separação das cores. Para Young esse fenômeno estaria associado a separação das frequências das cores que compõem o branco. Atualmente, o tratamento matemático para a teoria ondulatória deve-se em grande parte as contribuições de Hooke, Huygens, Young e Fresnel.

Em 1861, surge a grande unificação entre ótica e o eletromagnetismo, através do artigo “*On physical lines of force*”, escrito pelo físico e matemático escocês James Clerk Maxwell (1831-1879). Este artigo se baseia nas descobertas empíricas de físico Michael Faraday (1791-1867), e foi um marco para a física moderna. Nesta obra, Maxwell propõe a luz como perturbações no éter luminífero, o suposto meio na qual ocorriam as vibrações que produziam a eletricidade e o magnetismo. Embora hoje saibamos que o éter não existe, a teoria de Maxwell ainda se aplica com a introdução do conceito de campo elétrico e magnético.

2.2 Ondas Harmônicas

As ondas são comumente definidas como perturbações propagantes em um determinado meio que transportam energia sem o transporte de matéria por onde passam. Um exemplo clássico e que ajuda na visualização dessa definição é a queda de uma gota d’água na superfície de um lago. Quando isto ocorre, percebemos a formação de uma onda circular, a qual se propaga radialmente do ponto de impacto (fonte). Havendo folhagens na superfície da água elas apenas oscilam para cima e para baixo até que a onda cesse. Em geral podemos categorizar dois tipos de ondas, aquelas que se propagam como o som, também chamada de ondas mecânicas, pois precisam de um meio material para se propagarem, e aquelas que não necessitam ordinariamente de um meio material, no caso das ondas eletromagnéticas tal como a luz.

Outra característica importante das ondas é a forma de propagação. As ondas longitudinais são aquelas em que a oscilação e a propagação ocorrem na mesma direção, e são comumente conhecidas como ondas de compressão, similar a perturbação de um sistema massa-mola. O som é um exemplo claro de onda longitudinal, pois a forma como a onda sonora se propaga é através da compressão e rarefação da densidade do gás na atmosfera, ou em outras palavras as moléculas na atmosfera são empurradas, e geram colisões que se propagam⁴ sem

⁴ Um fato interessante é que podemos manipular a propagação dessas ondas alterando algumas propriedades de estado do gás.

que as moléculas sejam transportadas, mas permanecem em oscilação em torno da sua origem. Já as ondas transversais são aquelas que possuem propagação e oscilação em direções perpendiculares. Uma forma lúdica de ver esse comportamento é imaginar o caso de um pulso em uma corda, onde veremos a formação de uma perturbação para cima (ou baixo) que se propaga pela corda de uma extremidade a outra. Um exemplo de ondas transversais são as ondas eletromagnéticas, cujas oscilações da parte elétrica e magnética ocorrem ortogonalmente entre si, e essas, à direção de propagação da onda. Há ainda as ondas mistas que possuem as duas formas de vibração: longitudinal e transversal, ao mesmo tempo. Os exemplos clássicos são as ondas na superfície dos fluidos e a propagação de ondas em sólidos.

A priori podemos modelar uma onda por funções que dependam das coordenadas espaciais e do tempo, contudo essa dependência não se dá de qualquer maneira. A função que descreve a propagação de uma onda precisa ter a seguinte forma $f(x, t) = f(x - vt)$. Há uma classe de funções de onda que são muito interessantes para descrever fenômenos óticos e acústicos, como é o caso das ondas periódicas ou harmônicas. A definição matemática de uma função de onda harmônica é

$$\Psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi), \quad (1)$$

cujo argumento da função senoidal é denominado *fase da onda*, ϕ é a *constante de fase* e a amplitude é dada pela letra A. Podemos observar que, fixado o ponto x, e tendo a onda como uma função do tempo, por ser um movimento oscilatório, haverá uma frequência angular de oscilação ω , essa frequência angular pode ser definida como a *taxa de variação da fase com o tempo* (radianos por segundo), cujo período para um ciclo completo de oscilação é $T = 2\pi/\omega$.⁵

$$\omega = kv = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}, \quad (2)$$

onde v é a velocidade da onda no meio e f é a frequência temporal.

Por outro lado, fixando t e evidenciando a onda como função das coordenadas, vemos que a mesma é também oscilatória. Logo de maneira análoga a ω , se define k como a *taxa de variação da fase com a distância*, ou número de onda (radianos por metro). Logo podemos definir, da mesma forma, um período no espaço denominado comprimento de onda $\lambda = 2\pi/k$, que será a distância ocupada por um ciclo completo.

⁵ Resultados conhecidos de um Oscilador Harmônico Simples.

Também é possível escrever uma equação de onda harmônica, descrita pela equação (3), em notação complexa, através de uma função exponencial, cujo observável físico é a parte real dessa exponencial, conforme a equação abaixo,

$$\Psi(x, t) = \text{Re}\{A \exp[i(kx - \omega t + \phi)]\}, \quad (3)$$

essa possibilidade ocorre pela propriedade dos números complexos, onde uma exponencial complexa pode sempre ser escrita da forma, $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$, de forma que $\text{Re}[e^{i\theta}] = \cos\theta$. A notação complexa da onda é mais conveniente pela facilidade que temos em operar exponenciais, de forma que, adotaremos esta notação como padrão.

Apesar de termos discutido, até o momento, as propriedades das ondas tomando como exemplos ondas harmônicas unidimensionais, em muitos casos na natureza temos ondas se propagando em direções arbitrárias, de forma que se faz necessária a generalização da equação (1) para duas ou três dimensões. Assim, a forma mais geral de se descrever uma onda harmônica é vetorialmente, dada pela equação (4)

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi). \quad (4)$$

2.3 Princípio da Superposição

Há um fenômeno particularmente interessante que surge quando aproximamos fontes de ondas em uma determinada região; chama-se interferência de ondas. Uma forma simples de observar este fenômeno é gerando, via perturbação na superfície, duas ondas que se propagam continuamente em um lago conforme a figura (3). Ao fazer isso, vê-se que as duas ondas tendem a interagir entre si, e formam padrões espaciais, tal que: (i) a amplitude é a soma das amplitudes das fontes, denominada *máximos de amplitude* ou (ii) não se observa amplitudes, denominada *mínimos de amplitude*.

Matematicamente, essa interação que observamos na prática pode ser obtida com a combinação (soma) das funções de onda, segundo o **princípio da superposição**. Este estabelece que se duas ou mais funções são individualmente soluções de um sistema linear, então a combinação dessas funções também será uma solução válida. Em outras palavras, se $\Psi_1 = A \cos(kr - \omega t)$ e $\Psi_2 = B \sin(kr - \omega t)$ satisfazem, separadamente, a equação da onda (5),

$$\frac{\partial^2 f(r, t)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f(r, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

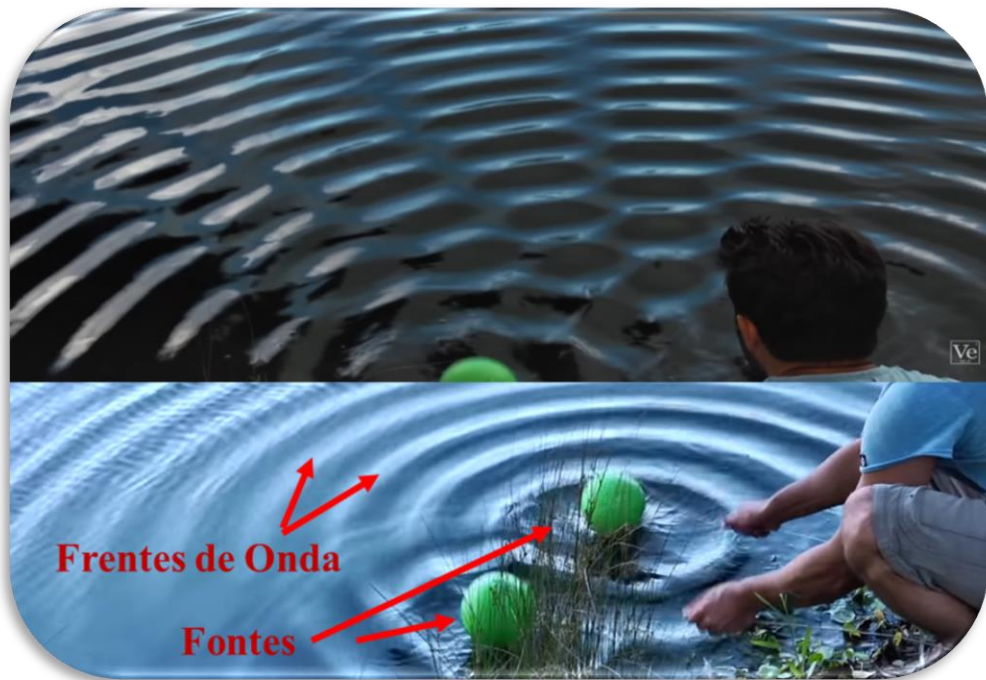
então a função superposição $G(r, t) = A\cos(kr - \omega t) + B\sin(kr - \omega t)$, também deve satisfazer. Desta maneira ao tomar suas segundas derivadas:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial r^2} = -Ak^2\cos(kr - \omega t) - Bk^2\sin(kr - \omega t), \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos(kr - \omega t) - B\omega^2\sin(kr - \omega t), \quad (7)$$

sendo $k = \omega/v$, ao substituir (6) e (7) na equação (5) então os quatro termos irão se anular, demonstrando assim a solução possível.

Figura 3: - Superposição de ondas harmônicas gerando regiões de máximos e mínimos de amplitude.



Fonte: Adaptada de *The Original Double Slit Experiment* – Veritasium.
<https://www.youtube.com/watch?v=luv6hY6zsd0&t=304s>. Acessado em 10/2021.

2.3.1 Interferência Luminosa

Na última seção adotamos uma discussão mais geral sobre as ondas, entretanto agora trataremos especificamente de fenômenos luminosos. Como sabemos, a luz pode ser descrita

pela propagação de ondas eletromagnéticas que viajam com uma velocidade finita c por meios materiais ou no vácuo (NUSSENZVEIG, H. M. 2013). Essas ondas são constituídas por campos elétricos e magnéticos que oscilam harmonicamente em fase, e podem ser descritas por:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_e)], \quad (8)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_b)]. \quad (9)$$

Vamos analisar a consequência do princípio da superposição para fontes luminosas, considerando o experimento realizado por Thomas Young em 1807. Neste experimento, a onda partia da fonte primária (lâmpada) e era dividida em duas fontes secundárias por meio de um anteparo com dois orifícios equidistantes entre si. As fontes secundárias geravam novas frentes de onda que incidindo em uma parede opaca, produziam padrões de luz e sombra, com pontos brilhantes seguidos de pontos negros, de maneira alternada. Conforme tratamos anteriormente, o fenômeno observado é um caso claro de superposição dos raios de luz denominado interferência luminosa.

A princípio é intuitivo pensar que devemos aplicar o princípio da superposição tanto para o campo elétrico quanto para o magnético e a interferência luminosa resultaria da combinação energética desses dois campos. Esse pensamento se torna válido quando analisarmos o vetor de Poynting, na equação (10), que mede a quantidade de energia transferida por unidade de área de uma onda eletromagnética.

$$\vec{S} = \vec{E} \times \frac{1}{\mu_0} \vec{B}. \quad (10)$$

Essa quantidade que está intrinsicamente relacionada a intensidade luminosa pela própria definição, e vem de um produto dos dois campos. Como para as ondas eletromagnéticas a relação $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$ é válida. Ao aplicar na equação (10) teremos que:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \frac{1}{\mu_0} \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} |\vec{E}| |\vec{B}| = \frac{1}{c\mu_0} |\vec{E}|^2 = c\epsilon_0 |\vec{E}|^2, \quad (11)$$

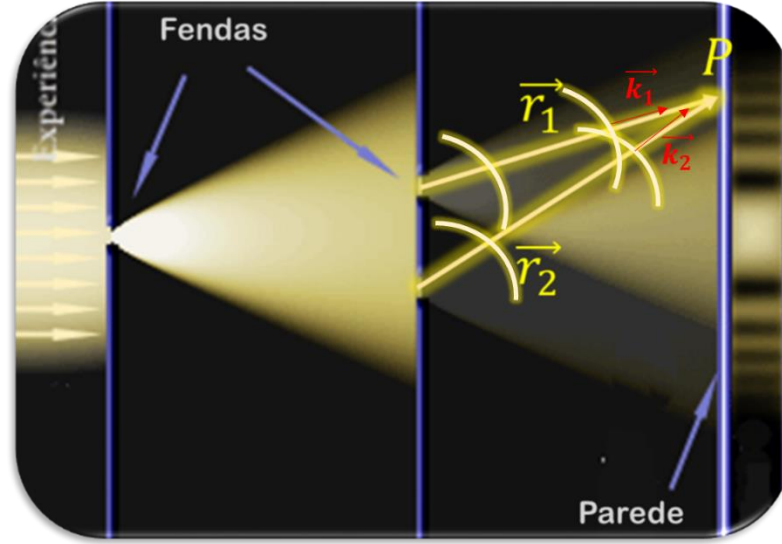
ou ainda que,

$$\vec{S} = \vec{E} \times \frac{1}{\mu_0} \vec{B} = \frac{c}{\mu_0} |\vec{B}| |\vec{B}| = \frac{c}{\mu_0} |\vec{B}|^2 = \frac{c}{\mu_0} |\vec{B}|^2. \quad (12)$$

Contudo é convenção usarmos apenas o campo elétrico no estudo da interferência das ondas luminosas, o motivo é que em geral os meios nos quais realizam-se esses experimentos são dielétricos, cujas fontes de campo magnéticos são inexistentes, de modo que o campo magnético pouco interage com este meio, o que torna a sua contribuição desprezível.

Podemos modelar o efeito observado ao aplicarmos o princípio da superposição das fontes secundárias, equações (13) e (14), em um ponto P qualquer na parede, conforme a figura (4). (ZILÍO, Z. 2009, pg.127-124)

Figura 4 - Desenho esquemático do experimento de Young.



Fonte: O Autor.

$$E_1(\vec{r}_1, t) = E_{01} \exp[i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \omega t + \phi_1)], \quad (13)$$

$$E_2(\vec{r}_2, t) = E_{02} \exp[i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \omega t + \phi_2)], \quad (14)$$

onde $\vec{r}_1 = r_1 \hat{r}_1$, $\vec{r}_2 = r_2 \hat{r}_2$, $\vec{k}_1 = k \hat{k}_1$ e $\vec{k}_2 = k \hat{k}_2$. Logo, teremos que,

$$E(P, t) = E_{01} \exp[i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \omega t + \phi_1)] + E_{02} \exp[i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \omega t + \phi_2)]. \quad (15)$$

Como neste experimento o observável imediato é a intensidade da luz, sendo esta proporcional ao quadrado do campo elétrico, aplicaremos o conjugado do campo elétrico complexo, conforme a equação (16) para obtermos a quantidade real.

$$I \propto |E(P, t)|^2 = E(P, t)E^*(P, t), \quad (16)$$

assim, obtemos que

$$|E(P)|^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + E_{01}^* E_{02} + E_{02}^* E_{01}, \quad (17)$$

uma vez que que,

$$E_{01}^* E_{02} + E_{02}^* E_{01} = E_{01} E_{02} \{ \exp[-i(k[\hat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \hat{k}_1 \cdot \vec{r}_1] + (\phi_2 - \phi_1))] + \exp[i(k[\hat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \hat{k}_1 \cdot \vec{r}_1] + (\phi_2 - \phi_1))] \},$$

então,

$$\vec{E}_{01}^* \vec{E}_{02} + \vec{E}_{02}^* \vec{E}_{01} = 2E_{01}E_{02}\cos\delta^6,$$

ou de maneira análoga,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta, \quad (18)$$

sendo as intensidades das fontes secundárias I_1 e I_2 provenientes da mesma fonte primária I_o , teremos então que, $I_1 = I_2 = I_o$, então a equação (18) se torna,

$$I = 2I_o[1 + \cos\delta]. \quad (19)$$

Vale ressaltar que a equação (18) implica que a intensidade total no ponto P não se deve apenas a soma das intensidades das fontes, mas também por um termo cruzado dessas intensidades, conhecido como *fator de interferência*. Como veremos a seguir, esse fator tende a zero para fontes policromáticas e incoerentes. A constante δ é definida como a *diferença de fase* ou *defasagem* das ondas,

$$\delta = k[\widehat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \widehat{k}_1 \cdot \vec{r}_1] + (\phi_2 - \phi_1). \quad (20)$$

No caso do experimento de Young, a posição simétrica dos dois orifícios em relação ao ponto O no segundo anteparo é muito importante, essa condição garante que as frentes de onda que saem do primeiro anteparo percorrem a mesma distância ao segundo. Dessa forma podemos concluir que as ondas luminosas chegam no segundo anteparo com mesma fase e do mesmo modo, as ondas secundárias geradas apresentarão as mesmas constantes de fase $\phi_2 = \phi_1$. Assim a equação (20) se resume a:

$$\delta = k[\widehat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \widehat{k}_1 \cdot \vec{r}_1]. \quad (21)$$

Como a função cosseno é limitada entre -1 e 1, os máximos de intensidade ocorrem nos pontos em que a defasagem é igual a valores inteiros de 2π , pois dessa forma $\delta = m2\pi$, com $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, N$, e $\cos\delta = 1$. Assim a equação (19) se torna,

$$I_{max} = 4I_o. \quad (22)$$

Por outro lado, os mínimos de intensidade se localizam nos pontos em que a defasagem é igual a valores semi-inteiros de π , $\delta = (m + 1/2)\pi$, com $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, N$, pois nesse caso $\cos\delta = -1$ e a equação (19) se torna,

$$I_{min} = 0. \quad (23)$$

⁶ Lembrando a propriedade $[\exp(ix) + \exp(-ix)]/2 = \cos x$.

Podemos relacionar a defasagem com o comprimento de onda através da equação (24), por meio do número de onda.

$$\delta = k[\widehat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \widehat{k}_1 \cdot \vec{r}_1] = \frac{2\pi}{\lambda} [\widehat{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \widehat{k}_1 \cdot \vec{r}_1] \quad (24)$$

Aqui outra consideração importante do experimento de Young precisa ser mencionada, como podemos ver pela equação (24), os versores $\widehat{k}_2$ e $\widehat{k}_1$ são diferentes pois as frentes de onda que saem dos orifícios 1 e 2 chegam no ponto de observação P com inclinações diferentes (Veja, figura ()), essa inclinação depende das características geométricas do sistema. Contudo essa condição pode ser evitada quando a distância até o ponto de observação é muito grande em relação a distância entre os orifícios. Isto faz com que os feixes luminosos fiquem “paralelos” entre si, e embora as distâncias na qual a luz percorre sejam diferentes em modulo teremos em direção que $\hat{r}_1 = \hat{r}_2 = \hat{r}$. Da mesma forma, as frentes de onda nesta aproximação estarão a apontar na mesma direção, indicando que os versores de onda $\widehat{k}_1 = \widehat{k}_2 = \hat{k}$. E assim podemos concluir que,

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} [\widehat{k}_2 \cdot r_2 \hat{r}_2 - \widehat{k}_1 \cdot r_1 \hat{r}_1] = \frac{2\pi}{\lambda} [r_2 - r_1] (\hat{k} \cdot \hat{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} [r_2 - r_1]. \quad (25)$$

Podemos definir a diferença de caminho óptico da forma $\Delta = [r_2 - r_1]$, que é diferença de percurso dos feixes de luz em um determinado meio⁷.

Reescrevendo a equação (25) para o caso de interferência construtiva $\delta = m2\pi$, podemos encontrar a primeira equação de interferência, que localiza os pontos de luz.

$$m\lambda = \Delta. \quad (26)$$

Da mesma forma, para a interferência destrutiva $\delta = (m + 1/2)\pi$ os mínimos de intensidade estão de acordo com a equação (27),

$$(m + 1/2)\lambda = \Delta. \quad (27)$$

Para o experimento de Young a diferença de caminho ótico é obtida geometricamente, a partir da aproximação de P muito longe e assume a forma, $\Delta = d \sin \theta$.

⁷ O caminho óptico tem a forma $L = nd$, onde d é uma distância e n é o índice de refração do meio, no qual para o ar atmosférico $n = 1$.

2.3.2 Coerência temporal e espacial

A condição principal para que haja o fenômeno da interferência é que as fontes de luz sejam minimamente coerentes. Fontes perfeitamente coerentes são idealizações práticas para facilitar as deduções matemáticas, contudo não estão de acordo com a realidade. Podemos generalizar o princípio da superposição considerando o caso de N ondas harmônicas, propagando-se na mesma direção, com amplitudes constantes e distintas, e constantes de fase distintas. (NUSSENZVEIG, H. M. 2014, pg. 68)

$$E = \sum_{j=1}^N E_{0j} e^{i\phi_j} e^{i(kx - \omega t)} \quad (28)$$

Para obtermos a intensidade basta aplicar EE^* , de forma que,

$$I \propto |E|^2 = \left| \sum_{j=1}^N E_{0j} e^{i\phi_j} e^{i(kx - \omega t)} \right|^2, \quad (29)$$

ou seja,

$$|E|^2 = \sum_{j=1}^N E_{0j} e^{-i\phi_j} \sum_{k=1}^N E_{0k} e^{i\phi_k} = \sum_{j=k=1}^N |E_{0j}|^2 + \sum_{j \neq k}^N E_{0j} E_{0k} e^{i(\phi_k - \phi_j)}. \quad (30)$$

Percebe-se que no segundo termo da equação (30) os índices j e k podem permutar durante a soma, ou seja: $k=1$ e $j=2$ assim como $k=2$ e $j=1$. Dessa forma podemos reescrever a equação com o objetivo de eliminar essa permutação. Então teremos que,

$$= \sum_{j=1}^N |E_{0j}|^2 + \sum_{j < k}^N E_{0j} E_{0k} \left[e^{i(\phi_k - \phi_j)} + e^{-i(\phi_k - \phi_j)} \right],$$

e concluímos que,

$$I = \sum_{j=1}^N I^2 + 2 \sum_{j < k}^N \sqrt{I_j I_k} \cos(\phi_k - \phi_j). \quad (31)$$

Analisando microscopicamente, se pensarmos agora N como o número de átomos de uma fonte térmica qualquer (lâmpada incandescente, chama de uma vela etc.) A luminosidade emitida estará associada ao fluxo de fótons que, coletivamente, se manifestam como a onda eletromagnética. A rigor cada um dos átomos constitui uma fonte independente de fótons, ou seja, emitem frentes de onda luminosa cuja duração dura em torno de 1 a 10 ns, até que os

átomos sejam novamente excitados. Neste processo cíclico, as novas frentes de onda emitidas não guardam memória da fase de oscilação da onda predecessora. Assim podemos considerar que cada átomo emite frentes de onda cuja fase varia rápida e aleatoriamente. Nessas circunstâncias, teremos que $\phi_k = \phi_k(t)$ e $\phi_j = \phi_j(t)$, de forma que é conveniente tomar a média temporal para a equação (31),

$$\langle I \rangle = \sum_{j=1}^N I^2 + 2 \sum_{j < k}^N \sqrt{I_j I_k} \langle \cos(\phi_k - \phi_j) \rangle. \quad (32)$$

Por ser uma função limitada, os valores do cosseno tendem a estar na média igualmente distribuídos entre valores positivos e negativos com igual probabilidade, já que a fase assume valores aleatórios. Deste modo, ao aplicarmos o somatório, o termo de interferência tende a se anular, de forma que a equação (32) se torna,

$$\langle I \rangle = \sum_{j=1}^N I^2 \quad (33)$$

Ou seja, a intensidade resultante é a soma das intensidades devidas as diferentes fontes, e é por esse motivo que não é possível observar interferência para fontes térmicas mesmo que as tornemos monocromáticas: elas se comportam de maneira incoerente! No caso do experimento de Young, embora tenha utilizado uma fonte térmica, o fato dele utilizar um anteparo intermediário (veja, figura (4)) com um orifício pequeno ($\sim 5mm$), foi condição suficiente para tornar a frente de onda parcialmente coerente, ou seja, os termos da interferência não se anulam na média.

Outro fator que devemos considerar é que em geral as fontes luminosas não são perfeitamente monocromáticas, mesmo para instrumentos de precisão como lasers. Dessa forma, é mais realista falar de fontes quase-monocromáticas, as quais se manifestam como uma banda de frequências de largura reduzida. Se na superposição de duas ondas as frequências flutuarem muito com o tempo, esta condição será suficiente para que perturbações ocorram nas franjas de interferência, podendo até impossibilitar o fenômeno.

Para a melhor compreensão, vamos considerar o caso de superposição de ondas com frequência angular continuamente variável admitindo para a simplificação, que todas tem a mesma densidade espectral de amplitude A (campo elétrico por unidade de frequência angular) em um determinado ponto do espaço. (NUSSENZVEIG, H. M. 2014, pg. 70-71)

$$E(t) = \int_{\omega_o - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_o + \frac{\Delta\omega}{2}} A e^{-i\omega t} d\omega, \quad (34)$$

Pensando na integral como o limite de uma soma, a equação (34) representa efetivamente uma superposição contínua dos feixes de luz. Ao solucionar a integral obtemos que

$$E(t) = \frac{A}{(-it)} e^{-i\omega t} \Big|_{\omega_o - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_o + \frac{\Delta\omega}{2}} = \frac{A}{it} e^{-i\omega_o t} \left[e^{i\frac{\Delta\omega}{2}t} - e^{-i\frac{\Delta\omega}{2}t} \right], \quad (35)$$

lembrando que $\text{sen}x = \frac{1}{2i} [e^{ix} - e^{-ix}]$, logo podemos reescrever a equação (35) da forma,

$$E(t) = A e^{-i\omega_o t} \left[\frac{\text{sen} \left(\Delta\omega \frac{t}{2} \right)}{t/2} \right], \quad (36)$$

Definiremos $\Theta \equiv \Delta\omega \frac{t}{2}$, e ao tomarmos a intensidade luminosa por meio de $I(t) \propto |E(t)|^2$, chegaremos na equação (35) onde a intensidade assume a forma de uma função “SINC²”, cuja representação gráfica está na figura (5).

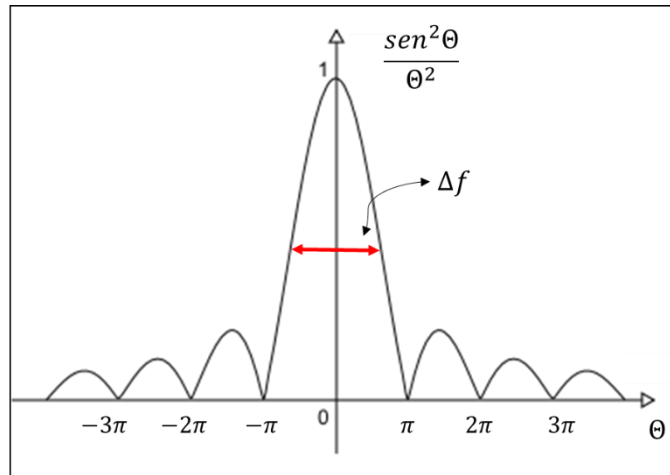
$$I(t) = (A\Delta\omega)^2 \left[\frac{\text{sen}^2 \Theta}{\Theta^2} \right]. \quad (37)$$

Como na função “SINC²” quase toda área ($\sim 91\%$) se encontra sob a curva abaixo do pico central, limitada pelos valores de $-\pi \leq \Theta \leq \pi$, então a largura temporal do pacote de onda pode ser calculada por,

$$\frac{\Delta\omega}{2} t = \pm\pi \Rightarrow t = \pm \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta f}. \quad (38)$$

O valor temporal é denominado *tempo de coerência* $\Delta\tau$ ($t \rightarrow \Delta\tau$) de uma frente de onda, e como indica a equação (38), é da ordem do inverso da largura espectral do pacote de ondas de luz. No caso limite em que temos luz perfeitamente monocromática $\Delta f \rightarrow 0$, teríamos $\Delta\tau \rightarrow \infty$, o que é impossível. Logo, podemos concluir que quando há a superposição de ondas com frequências muito distintas, todas elas estão em fase dentro de um pequeno intervalo de tempo, próximo de zero, e se cancelam rapidamente fora desse intervalo ou largura temporal.

Figura 5 – Gráfico de uma função “SINC²”, com banda central mais intensa e bandas secundárias, a função é nula nos pontos em que $\theta = n\pi$, sendo $n = \pm 1, \pm 2, \dots, N$.



Fonte: O Autor.

Podemos definir também o *comprimento de coerência* de uma fonte luminosa como sendo,

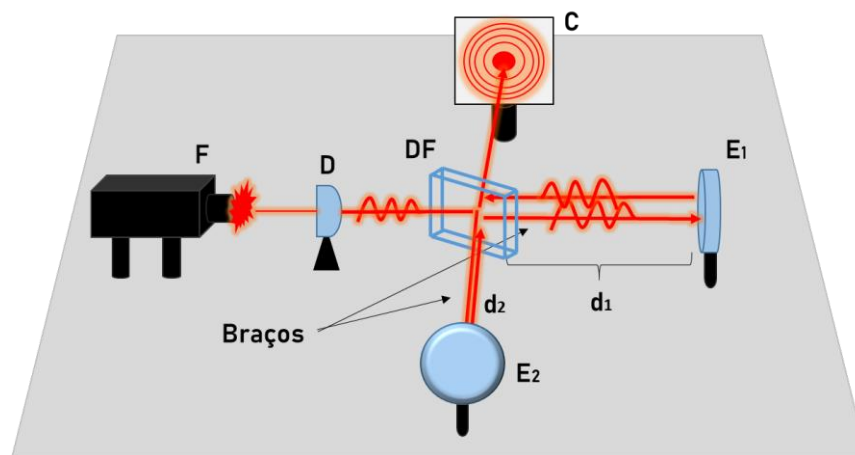
$$\Delta l = c\Delta\tau. \quad (39)$$

Dessa forma, a condição para que feixes de luz originados de uma mesma fonte possam interferir é se a diferença de caminho entre eles não exceder o comprimento de coerência da luz. A efeito de comparação, o comprimento de coerência de uma lâmpada incandescente é $\Delta l \sim 1m$, enquanto para um laser de Hélio-Neônio estabilizado é da ordem de $\Delta l \sim 10^6 m$. (HECHT, E. 2002)

2.4 Interferômetro de Michelson

O interferômetro de Michelson é um aparato que gera dois feixes secundários a partir de um feixe primário, utilizando um espelho semitransparente, denominado *divisor de feixe* (DF), que divide a luz em dois caminhos óticos diferentes e perpendiculares entre si. Estes caminhos são denominados de braços do interferômetro, como indicado na figura (6). Chegando ao final de cada braço, os feixes secundários são refletidos de volta por espelhos e se encontram novamente no DF. O padrão de interferência surge uma vez que a distância percorrida pela luz em cada braço é diferente, e isso gera uma defasagem entre os feixes.

Figura 6 - Desenho esquemático de um interferômetro de Michelson.

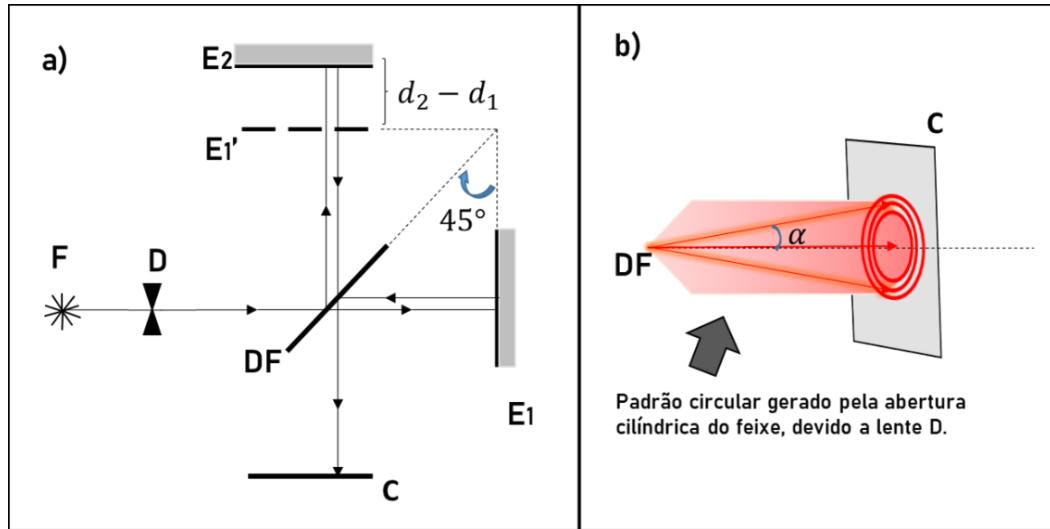


Fonte: O Autor.

Como ilustra a figura (6), as franjas apresentam um padrão circular devido a presença da lente divergente D, “abrindo” o feixe de luz e criando uma dependência radial para a posição dos máximos e mínimos. Como vimos na seção 2.3, as equações de interferência dependem da diferença de caminho óptico, o que está associada a configuração de cada interferômetro. Dessa forma, vamos determinar a diferença de caminho óptico para o IM, a fim de obter estas equações.

Neste sistema em que temos os espelhos E_1 e E_2 a 90° entre si e o DF a 45° (espessura desprezível) com os dois espelhos, teremos a formação de uma imagem virtual de E_1 no interior do DF, conforme ilustra figura (7.a)). Dado que a imagem virtual é sempre equidistante a real, a diferença de caminho entre os dois braços pode ser simplificada na distância entre E_1' e E_2 . Já que o feixe percorre duas vezes o mesmo caminho – ida e volta – a distância final será dobrada, e então a diferença de caminho óptico para o interferômetro de Michelson será $\Delta = 2(d_2 - d_1)$.

Figura 7 – a) Diagrama da diferença de caminho ótico entre os braços do interferômetro. b) angulação de abertura do feixe.



Fonte: O Autor.

Logo a defasagem será dada pela equação (40). Na figura (7.b)), o padrão circular observado nas franjas surge devido a abertura do feixe pela lente divergente, o que gera o aparecimento do ângulo α_m ; caso contrário o padrão observado é o retangular.

$$\delta = k\Delta\cos\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} 2(d_2 - d_1)\cos\alpha_m. \quad (40)$$

Para os pontos de máximo, teremos que,

$$m2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \cdot \cos\alpha \Rightarrow m\lambda = 2(d_2 - d_1)\cos\alpha_m. \quad (41)$$

Do mesmo modo, os pontos de mínimo em C serão dados pela equação,

$$(m + 1/2)\lambda = 2(d_2 - d_1)\cos\alpha_m. \quad (42)$$

Além disso, a intensidade luminosa no IM é dada pela equação (43),

$$I = I_o \left(1 + \cos \left[\frac{4\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cdot \cos\alpha_m \right] \right). \quad (43)$$

2.4.2 Índice de refração por método rotativo.

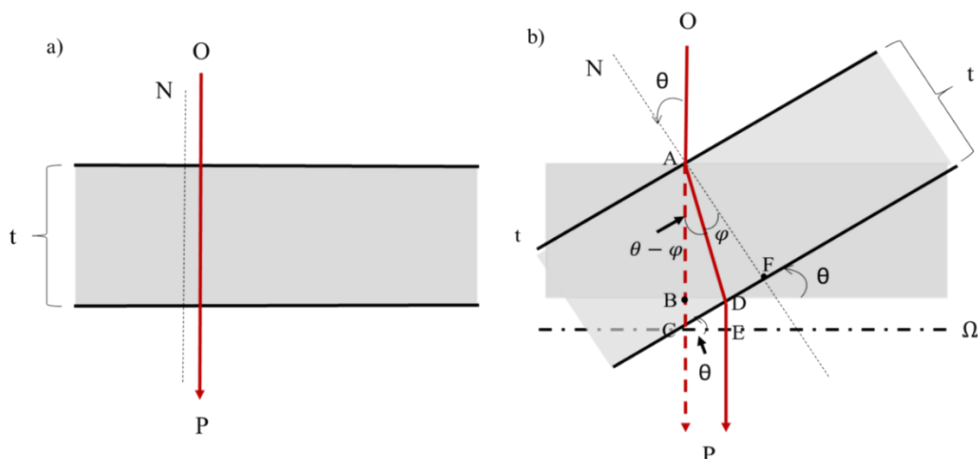
Interferômetros são equipamentos muito precisos que conseguem detectar pequenas mudanças no caminho ótico da luz. Nesse contexto uma forma conveniente de medir o índice de refração de um objeto é proporcionando uma pequena alteração na defasagem da onda luminosa, uma vez que o caminho ótico depende do índice de refração do meio. Para tal, o método demonstrado nesta seção busca alterar a diferença de caminho ótico através da rotação do objeto refringente em um dos ramos do interferômetro de Michelson.

Como indica a figura (8), temos um objeto refringente de espessura t (lâmina de vidro) sendo atravessado por um feixe de luz em duas geometrias de incidência distintas. Quando a incidência da luz é perpendicular à superfície da lâmina, figura (8(a)), o feixe atravessa em linha reta, sem mudança na sua direção de propagação. Neste caso, não há refração, muito embora a presença do objeto mude o caminho ótico do feixe, pois o índice de refração do vidro é maior do que o ar, tomado como referência. Contudo, ao se rotacionar um certo valor de θ , em torno do eixo perpendicular ao plano de propagação dos feixes, como mostra a figura (8.b) a incidência da luz na superfície passa a ser oblíqua. Isso gera um desvio na luz proporcional ao índice de refração do meio, conforme a Lei de Snell-Descartes, dada pela equação (44)

$$n_0 \sin \theta = n \sin \phi. \quad (44)$$

Assim, o feixe de luz que percorria o caminho ABC faz agora o caminho ADE, o que claramente implica em uma diferença de caminho ótico ($\delta\Delta$) entre as duas geometrias.

Figura 8 – (a) Diagrama do objeto refringente perpendicular ao feixe de luz; (b) Diagrama do desvio da luz com a inclinação do objeto refringente por um ângulo θ .



Fonte: O Autor.

O caminho ABC equivale a $\Delta = nAB + BC$, e, da mesma maneira, podemos definir o caminho refratado ADE como $\Delta' = nAD + DE$. Sabemos que o segmento AB é equivalente a espessura t do objeto. O segmento AD pode ser obtido usando relações trigonométricas aplicadas ao triângulo ADF na figura (8.b). Dessa forma,

$$\cos\phi = \frac{t}{AD} \Rightarrow AD = t \sec\phi. \quad (45)$$

Do triângulo ACF na figura (5.b)) teremos que

$$\cos\theta = \frac{AF}{AC} = \frac{t}{AC} \Rightarrow AC = t \sec\theta, \quad (46)$$

todavia, $AC = AB + BC = t + BC$, então

$$BC = t \sec\theta - t. \quad (47)$$

Por fim, o segmento DE pode ser obtido tomando a tangente do triângulo CÊD, ou seja

$$DE = CE \tan\theta = AD \sin(\theta - \phi) \tan\theta, \quad (48)$$

que equivale a

$$DE = t \sec\phi \sin(\theta - \phi) \tan\theta. \quad (49)$$

Com todos os segmentos determinados podemos obter a diferença nos dois caminhos ópticos ($\delta\Delta$) fazendo $\Delta' - \Delta$, o que nos dá

$$\delta\Delta = [nt \sec\phi + t \sec\phi \sin(\theta - \phi) \tan\theta] - [nt + t \sec\theta - t]. \quad (50)$$

Dessa forma, ao aplicar a identidade trigonométrica $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ na equação (50), podemos simplificar a expressão em

$$\begin{aligned} \delta\Delta &= nt \sec\phi + t \sin\theta (\tan\theta - \tan\phi) - nt - t \sec\theta + t, \\ \delta\Delta &= \frac{t}{\cos\phi} [n - \sin\theta \sin\phi] + t(1 - n - \cos\theta). \end{aligned} \quad (51)$$

Nesse ponto, usamos a Lei de Snell-Descartes para eliminar a dependência da equação com o ângulo de refração. Teremos então que $\sin\phi = \sin\theta/n$, e substituindo na equação (51) chegamos em

$$\delta\Delta = \frac{nt}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}}} \left[1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2} \right] + t(1 - n - \cos\theta). \quad (52)$$

Ao passar o segundo termo para a esquerda da igualdade e elevar ao quadrado os dois lados da equação (52), ficaremos com

$$\left(\frac{\delta\Delta}{t} - (1 - n - \cos\theta) \right)^2 = \left[\frac{n}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}}} \left[1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2} \right] \right]^2. \quad (53)$$

E assim, ao desenvolver teremos,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta\Delta}{t} \right)^2 - 2 \frac{\delta\Delta}{t} (1 - n - \cos\theta) + (1 - n - \cos\theta)^2 &= n^2 \left(1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2} \right), \\ \left(\frac{\delta\Delta}{t} \right)^2 - 2 \frac{\delta\Delta}{t} (1 - n - \cos\theta) + (1 - n)^2 - 2\cos\theta(1 - n) + \cos^2\theta &= n^2 - \sin^2\theta. \end{aligned} \quad (54)$$

Ao isolarmos todos os termos com o índice e refração em (54), chegaremos em

$$\left(\frac{\delta\Delta}{t} \right)^2 + 2 \frac{\delta\Delta}{t} \cos\theta - 2 \frac{\delta\Delta}{t} + 2 - 2\cos\theta = -2\cos\theta n - 2 \frac{\delta\Delta}{t} n + 2n,$$

e com ela chegamos na equação (55),

$$n = \frac{(1 - \delta\Delta/t)(1 - \cos\theta) + \left(\frac{\delta\Delta}{t} \right)^2}{(1 - \cos\theta) - \delta\Delta/t}. \quad (55)$$

Dessa forma, vemos que a equação () indica como podemos obter o índice de refração se tivermos a inclinação do objeto refringente, sua espessura e o desvio no caminho ótico causado pela angulação. Como sabemos, o método não alterará as equações de interferência demonstradas para o interferômetro de Michelson. De modo que, podemos dizer que $\delta\Delta = m\lambda/2$ para os pontos de interferência construtiva. Como o parâmetro $\delta\Delta$ é muito pequeno (da ordem de 10^{-9} m), podemos aproximar a equação (55) para,

$$n = \frac{(1 - m\lambda/2t)(1 - \cos\theta)}{(1 - \cos\theta) - m\lambda/2t}. \quad (56)$$

3 METODOLOGIA

Apresentado o funcionamento do Clube do Problema e o tema interferência luminosa ao estudante, a implementação de um dispositivo interferômetro foi proposta, de acordo com a seguinte situação-problema: *como medir índices de refração neste dispositivo?* Um cronograma de atividades foi estabelecido, com período de trabalho e reuniões de grupo para discussão de resultados.

Na primeira etapa da metodologia, dedicamo-nos ao problema proposto. Nesta fase, algumas perguntas básicas foram feitas no intuito de iniciar um raciocínio e destacar os conceitos chave. Vale ressaltar que o estudante já possuía um conhecimento prévio sobre fenômenos luminosos proveniente do curso de Física IV da graduação, o que facilitou o processo. As perguntas fundamentais foram:

1. **Que tipo de interferômetro utilizar? E como montar um?**
2. **Quais grandezas serão relevantes no problema?**
3. **Quais características a fonte deve ter para gerar interferência?**
4. **Gerando a interferência, o parâmetro observável é a intensidade das franjas; como relaciono isso com índice de refração?**
5. **Quais serão as variáveis dependentes e independentes?**

Com as perguntas feitas, passamos à segunda etapa. Nela ocorre a reflexão sobre o problema, onde tecemos as primeiras hipóteses sobre o fenômeno da interferência, a determinação do índice de refração e ainda tentamos responder as perguntas fundamentais feitas:

1. **Que tipo de interferômetro utilizar? E como montar um?**
Resposta: *Posso utilizar um interferômetro de Michelson, por ser de fácil implementação. É possível montá-lo com um divisor de feixe.*
2. **Quais grandezas serão relevantes no problema?**
Resposta: *O índice de refração com certeza, mas também o comprimento de onda, e a diferença de caminho, a qual é a causadora da interferência.*
3. **Quais características a fonte deve ter para gerar interferência?**
Resposta: *Não sei ainda.*
4. **Gerando a interferência, o parâmetro observável é a intensidade das franjas; como relaciono isso com índice de refração?**

Resposta: *O índice de refração vai entrar na expressão do caminho óptico com certeza, logo posso deduzir a expressão da intensidade com esse índice de refração no argumento da fase.*

5. Quais serão as variáveis dependentes e independentes?

Resposta: *Para o IM, certamente a distância entre os espelhos será a variável independente, e por meio dessa quantidade devo obter as outras grandezas.*

Hipóteses iniciais:

1. É possível deduzir a equação da intensidade com um objeto refringente em um dos ramos do interferômetro, isso mudará o caminho ótico, que depende do índice de refração do meio (terei dois meios), nesse ramo.
2. O objeto refringente deve adicionar um termo a mais no argumento da fase da onda (que só depende da diferença de caminho ótico). Logo é possível fazer um gráfico da intensidade das franjas pela fase, com e sem o objeto refringente. Ou seja, a intensidade sem o objeto seria, em primeira reflexão, algo do tipo $I_A = I_0[1 + \cos(a\Delta)]$ e com o objeto seria $I_B = I_0[1 + \cos(a\Delta + bn)]$.
3. Posso medir a intensidade com um fotodetector no anteparo e ao gerar o gráfico haveria um deslocamento entre as funções devido o termo constante bn . Essa quantidade pode ser determinada ao calcular a “distância” entre duas cristas consecutivas dessas funções. Determinada essa “distância” podemos obter o índice de refração.

Com tais hipóteses, partimos para a tentativa de solução do problema; sem êxito. Embora teoricamente verdadeiras, as hipóteses iniciais se defrontaram com uma limitação experimental. Era possível aproximar os espelhos com a **precisão mínima** de 1 μm , e este valor equivale a contagem de mais de uma franja (máximos de intensidade). De forma que, não foi possível observar as funções de intensidade no padrão de um cosseno pela falta de pontos experimentais inferiores a precisão mínima. Com dificuldades, partimos para a terceira fase, onde uma revisão bibliográfica foi feita para fundamentar melhor os conceitos e inspirar demonstrações matemáticas para uma nova abordagem. Por fim com novas informações, propomos novas hipóteses para a solução do problema.

Novas Hipóteses:

1. Há outras formas de mudar o caminho ótico da luz, em óptica geometria é possível mudar a trajetória de um feixe com a refringência ou birrefringência de filmes, vidros e lentes desde que a incidência não seja normal a superfície destes. Logo seria possível

modificar a defasagem natural em IM ao rotacionar um objeto refringente em um dos ramos do interferômetro.

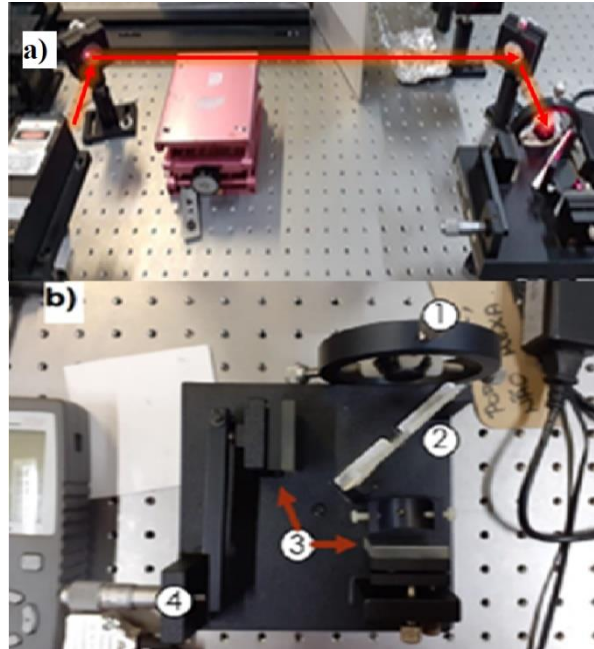
2. Será possível utilizar a equação dos máximos de interferência e relacionar esse novo caminho óptico com o número de franjas que andam.
3. Devo obter o valor do índice de refração como uma função de todas essas quantidades envolvidas nas duas equações, ou seja, $n = n(\lambda, \Delta, m, \theta)$.

3.1 Aparato Experimental

Os experimentos foram realizados empregando-se um kit interferométrico da PHYWE inc., composto por: dois espelhos (um fixo e outro móvel) e um divisor de feixe. Todos esses componentes são montados em uma base rígida que garante boa sustentação ao conjunto e aumenta sua precisão. A fonte de luz empregada foi um laser com comprimento de onda entre $635nm \leq \lambda \leq 671nm$, conforme as especificações do fabricante. O feixe de laser é injetado no interferômetro com o uso de uma lente divergente com distância focal de aproximadamente 10 cm. Todo o sistema (interferômetro, lente injetora de feixe e laser) foram alinhados em uma mesa ótica como mostra a figura (9.a).

A imagem (9.b) ilustra as componentes do interferômetro. Na posição 1, temos a lente divergente de abertura circular, necessária para gerar o padrão circular nas franjas de interferência que serão vistas no anteparo. Na posição 2, temos o divisor de feixe a 45° do eixo paralelo aos espelhos, enquanto nas posições 3, os espelhos. Por fim, na posição 4, temos o tambor micrométrico, cujo controle move um dos espelhos, e, com isso, gera diferenças de caminho óptico entre os braços.

Figura 9 - (a) Fotografia da configuração do sistema fonte-interferômetro; **(b)** Fotografia do interferômetro de Michelson e suas componentes: (1) lente divergente; (2) divisor de feixe; (3) espelhos e (4) tambor micrométrico.



Fonte: O Autor.

4 RESULTADOS & DISCUSSÃO

4.1 – Determinação do comprimento de onda da fonte

Com o sistema devidamente alinhado, é possível observar o padrão de interferência com intenso contraste das franjas entre os máximos e mínimos de intensidade, conforme a figura (10).

Figura 10 - Fotografia do anteparo com a interferência em padrão circular.



Fonte: O Autor.

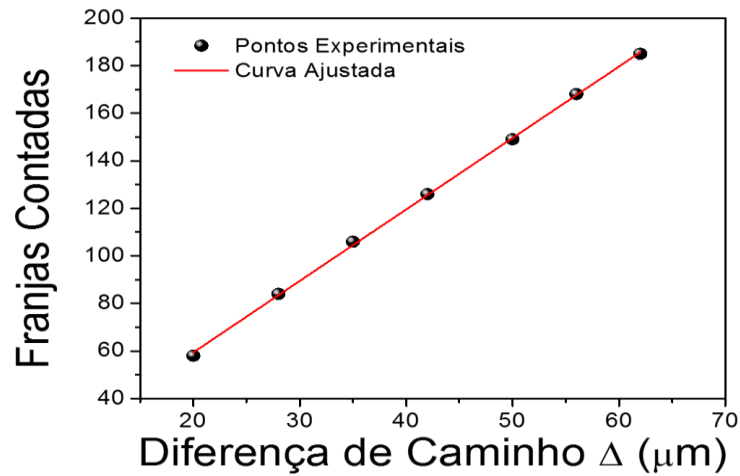
Com o aparato pronto, empregamos-lhe para determinar o comprimento de onda da luz fonte. Para isto, utilizamos a relação entre a diferença de caminho ótico entre os braços do interferômetro, determinada pelo giro do tambor micrométrico e o número de franjas corridas (m). Vale destacar que a contagem das franjas é a etapa de maior imprecisão na medida. O método utilizado para a contagem foi marcar, no plano da figura de interferência, duas retas verticais entre um arco de franja no anteparo e quando a franja saísse daquele limite e fosse substituída por outra, pelo giro do tambor, uma franja era contada. Foram realizadas sete medidas para diferentes valores de caminho ótico, e os valores são mostrados na tabela (1):

Tabela 1 - Franjas de interferência contadas e as respectivas distancias entre os espelhos. $\Delta(\mu m)$ corresponde à distância percorrida pelo espelho móvel com o giro do tambor micrométrico.

Medidas	$\Delta (\mu m)$	m
1 ^a	20	58
2 ^a	28	84
3 ^a	35	106
4 ^a	42	126
5 ^a	50	149
6 ^a	56	168
7 ^a	62	185

Os dados da tabela (1) são organizados em um gráfico que correlaciona o número de franjas deslocadas (m) com a diferença de caminha ótico entre os braços do interferômetro (Δ),

Figura 11 – Gráfico da contagem de franjas pela diferença de caminho ótico.



Observa-se a correlação linear entre as duas grandezas, o que está de acordo com a equação (24). Com o ajuste dos pontos experimentais, segundo o método dos mínimos quadrados linear, obtém-se um coeficiente angular de $\beta = 3,0062$, e desvio padrão de $\sigma = 0,0285$. Assim, podemos determinar o comprimento de onda da fonte com o valor do coeficiente angular, uma vez que $\beta = m/\Delta$. Substituindo na equação (41)⁸, teremos então que:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\Delta}{m} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \bar{\lambda} = 0,6653 \mu m = 665,3 nm. \quad (57)$$

⁸ Para $\alpha_m = 0$.

O desvio padrão nos fornece o quanto os pontos experimentais estão afastados da média, como podemos ver o desvio padrão será em relação a quantidade β e não em relação a grandeza de interesse o comprimento de onda. Para resolver este problema devemos primeiramente ver o quando o desvio padrão simboliza em valores percentuais de β ,

$$\xi = \frac{\sigma}{\beta} = \frac{0,0285 \mu m}{3,0062 \mu m} = 0,0095 = 0,95\%. \quad (58)$$

Ou seja, a taxa de erro ξ simboliza 0,95% do valor médio para mais e para menos. Essa proporção se manterá a mesma quando indiretamente obtermos o comprimento de onda, de forma que, podemos usar a taxa para obter a margem de erro no comprimento de onda.

$$\lambda_{\pm} = \pm \xi \bar{\lambda} = \pm 6,3 nm \quad (59)$$

Dessa forma, fica determinado o comprimento de onda experimental e o valor da imprecisão a ser $\bar{\lambda} = 665,3 (\pm 6,3) nm$. Como o fabricante LASERGROW Ltda. estabelece uma faixa muito larga de emissão ($635 nm \leq \lambda \leq 671 nm$), utilizamos o espectrômetro portátil (USB 2000) da Ocean Optics para obtermos de maneira direta o comprimento de onda de pico do laser, conforme a figura (12). Dessa forma, determinamos que o valor de pico do laser é $\lambda \approx 671 nm$, o qual está dentro da imprecisão estimada.

Figura 12 – Gráfico intensidade de pico do laser de Hélio-Neônio utilizando o Ocean Optics.



Podemos ainda calcular o percentual de erro utilizando o comprimento de onda medido no interferômetro e o valor de pico medido no Ocean Optics.

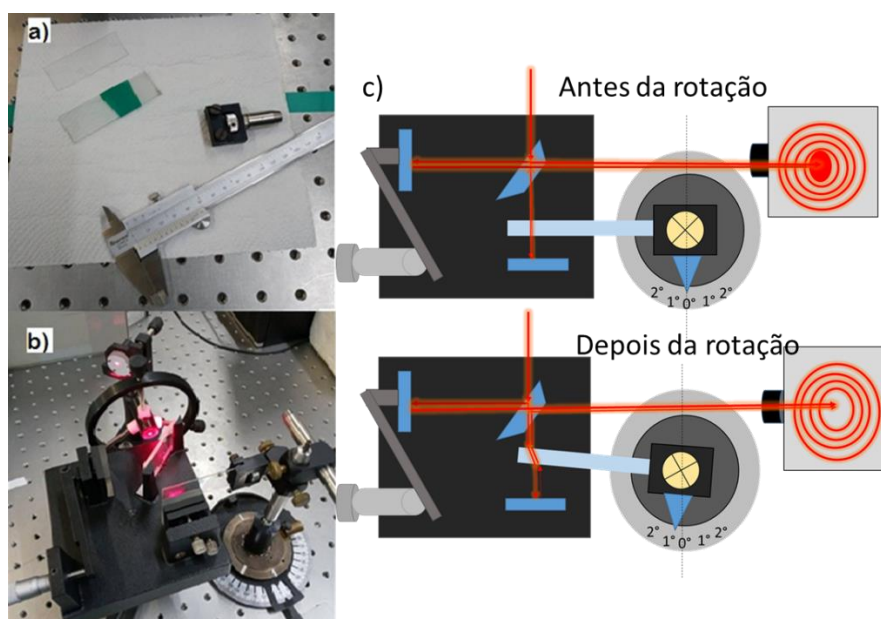
$$\epsilon\% = \frac{|665,3 - 671|}{671} 100\% = 0,85\%. \quad (60)$$

4.2 – Índice de refração da lâmina de vidro

Para determinarmos o índice de refração das lâminas de microscópio, precisávamos primeiramente medir com precisão a espessura do material utilizado. Usando um paquímetro, com precisão de 0,05 mm, medimos a espessura de algumas lâminas disponíveis. Observamos que dispendo os vidros no caminho de um dos ramos do interferômetro, as figuras de interferência tendem a perder o seu brilho e contraste, e essa perda é proporcional a espessura do objeto refringente. Como a visibilidade das franjas é crucial para contagem, optamos em utilizar uma lâmina de 1 mm (lâmina A) e outra de espessura 2,05 mm (lâmina B), conforme a figura (13.a)), sendo esta a máxima espessura possível para a boa execução do experimento.

Segundo a literatura, o índice de refração das lâminas de microscópio equivale a $n = 1,52$ para o tipo *crown*, entretanto existem lâminas de microscópio que utilizam outros materiais⁹. Como indica a figura (13.b)), fixamos a lâmina A ao suporte rotativo e posicionamos o vidro em um dos braços do interferômetro, em paralelo com o espelho daquele braço.

Figura 13 - (a) Fotografia das laminas de microscópio e o paquímetro utilizado, o vibro B é a lamina com detalhe em verde; **(b)** Fotografia do interferômetro de Michelson após a inclusão do suporte rotativo. **(c)** Ilustração esquemática do interferômetro mais sistema rotativo; as franjas mudam quando θ varia.



Fonte: O Autor.

⁹ Disponível em <https://ibidi.com/content/209-microscopy-parameters-of-surfaces>.

Observa-se a alternância contínua no padrão de interferência com rotação da lâmina por um valor angular θ em relação ao eixo perpendicular ao plano que contém os feixes. Após várias medidas que consistem em contar o número de franjas corridas (máximos de intensidade) para diferentes variações angulares θ obtivemos os dados apresentados nas tabelas (2) e (3) obtidos para os vidros A e B respectivamente.

Tabela 2 - Franjas de interferências contadas e os respectivos ângulos de varredura para o vidro A.

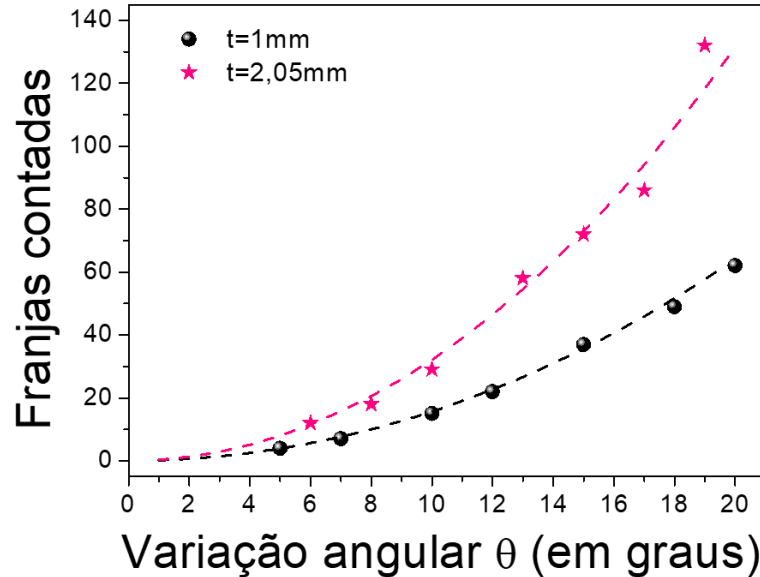
Vidro A (1,0mm)	θ (em graus)	m	n
	5	4	1,54148
	7	7	1,45559
	10	15	1,48867
	12	22	1,49777
	15	37	1,55227
	18	49	1,47994
	20	62	1,49364

Tabela 3 - Franjas de interferências contadas e as respectivas variações angulares para o vidro B.

Vidro B (2,05mm)	θ (em graus)	m	n
	6	12	1,5545
	8	18	1,4289
	10	29	1,4464
	13	58	1,5717
	15	72	1,5094
	17	86	1,4534
	19	132	1,6197

Com as tabelas (2) e (3) fizemos os gráficos de m vs θ , como indicado na figura (14).

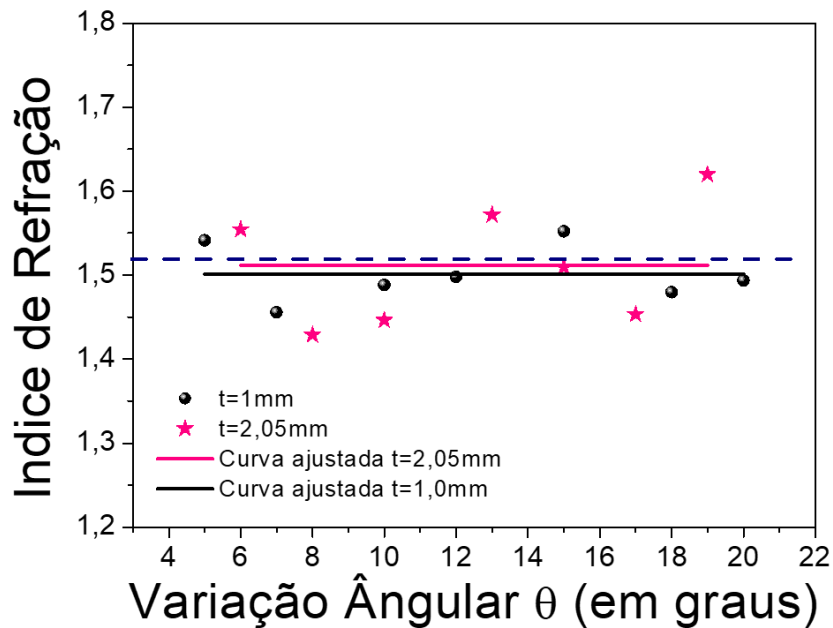
Figura 14 – Gráfico das franjas contadas (m) versus ângulo das lâminas de microscópio (θ). As esferas sólidas pretas ($t = 1 \text{ mm}$) e azuis ($t = 2,05 \text{ mm}$) correspondem aos pontos experimentais, as linhas pontilhadas correspondem ao ajuste teórico obtidos com a equação (43).



Na figura (14), a curva pontilhada em rosa e preta representa da equação (58) para as respectivas espessuras. Esta expressão sai naturalmente da equação (56) quando isolamos o número de franja. Ela expressa como os valores esperados de franjas corridas dependem do ângulo varrido θ , sendo um bom fator para estimar erros de contagem. Nesse caso, o índice de refração teórico utilizado como entrada foi de aproximadamente 1,52.

$$m = \frac{(n^2t - 2t)(1 - \cos\theta)}{\lambda(n - 1 + \cos\theta)}. \quad (61)$$

Na figura (15), mostra-se o gráfico de índice de refração calculado para cada ângulo varrido. Além disso, foi feito um ajuste de curva por uma reta constante para obtermos o valor médio e o desvio padrão para os índices de refração medidos. Esse procedimento é necessário devido a dispersão dos pontos experimentais (erros associados a contagem) em relação ao valor fornecido pelo fabricante $n = 1,52$ (reta em azul).

Figura 15 – Medidas dos índices de refração.

Dessa forma, obtemos duas retas constantes, a preta e a rosa, cujos resultados do ajuste fornecem os índices de refração $n = 1,501 \pm (0,01)$ e $n = 1,512 \pm (0,03)$ para as lâminas A e B respectivamente. A imprecisão entre parênteses é diretamente o valor do desvio padrão fornecido no processo de ajuste. Em termos percentuais essa imprecisão equivale a 0,66% e 1,2% para A e B respectivamente, e é em relação aos valores experimentais. Podemos ainda calcular o erro percentual que é em relação ao valor fornecido pelo fabricante.

$$\epsilon_A \% = \frac{|1,501 - 1,52|}{1,52} 100\% = 1,25\% \quad (62)$$

De maneira análogo,

$$\epsilon_B \% = \frac{|1,512 - 1,52|}{1,52} 100\% = 0,52\% \quad (63)$$

Dessa forma, utilizar o interferômetro para este tipo de medida fornece resultados confiáveis desde o objeto refringente não seja muito espesso, ou seja, $2\text{mm} \leq t \leq 3\text{mm}$, Pois nesse caso de grande espessura as franjas começam a perder o contraste impossibilitando a contagem.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho mostramos o potencial da metodologia do Clube do Problema como ferramenta para a aprendizagem ativa e significativa. O método tende a estimular a criatividade, a reflexão, e desenvolve a intuição científica no estudante, isto é, a habilidade de correlacionar, imaginar e tecer hipóteses sobre fenômenos físicos a partir de poucas informações. E também proporciona o desenvolvimento de habilidades experimentais, como a elaboração de experimentos e, quando surgem, a solução de problemas de medida.

Além disso, concluímos que o Clube do Problema teve grande importância para o desenvolvimento deste trabalho e demonstra forte aplicabilidade em grupos de estudo, iniciação científica e estudo individual, no âmbito do ensino superior. Embora o método não se restrinja a graduação, acreditamos que a possibilidade de implementação no ensino médio necessitaria de um estudo a parte devido a maior complexidade e dificuldades naturais deste ambiente. A metodologia em sua construção depende em grande parte do empenho e comprometimento dos estudantes para gerar resultados. Logo pode ser difícil de implementar o CP se estes estudantes estiverem desmotivados ou desinteressados. Assim é importante utilizar a versatilidade da metodologia e sua adaptabilidade para achar a melhor maneira de aplicá-la e com isto, cativar os estudantes a desempenhar os desafios propostos.

Acreditamos que a função principal deste trabalho foi desempenhada: A de apresentar o Clube do Problema como metodologia ativa; tornar pública essa metodologia para a comunidade de modo geral e trazer um exemplo, através de um relato de experiência, da aplicação deste método na iniciação científica. O objetivo geral do trabalho foi alcançado pois houve considerável aprendizagem sobre o fenômeno da interferência e sobre a construção e operação de interferômetros no decorrer do processo. E se espera uma futura aplicação desse conhecimento no estudo de materiais, após os devidos aprimoramentos no equipamento com uso da automatização.

Analisando o lado técnico do trabalho, acreditamos que o interferômetro de Michelson é uma ferramenta muito útil para a aprendizagem de ótica, por exigir a compreensão de muitos conceitos sobre a natureza ondulatória da luz. E assim concluímos que o IM é um aparato recomendável para práticas experimentais em laboratórios de física e iniciações científicas, pois pode ser usado em uma gama de experimentos, entre eles, a medida de magnostrição de matérias paramagnéticos, medida de coerência de fontes luminosas, índice de refração dentre outros. O equipamento se mostrou um instrumento de muita precisão para detectar pequenos

desvios no caminho luz e para a medida de parâmetros de interesse óptico como comprimento de onda e índice de refração, este fato se comprova pelos bons resultados obtidos e pelo baixo erro percentual em relação aos valores de referência. Em que para o comprimento de onda foi de 0,85% e para o índice de refração foi de 1,25% e 0,52% para as lâminas A e B respectivamente.

REFERÊNCIAS

- BASSALO, JOSÉ MARIA, F. **Nascimento da Física (3500 a.C. – 1900 a.C).** ed. Pará: EDUFPA, 1996.
- BONWELL, C. C; EISON, J. A. **Active Learning:** Creating Excitement in the Classroom. ASHE-ERIC Higher Education Report, n. 1. (1991)
- FEYNMAN. P.R; LEIGHTON, B.R; SAND, M. **Lições de Física**, Ed. Bookman (2008)
- HECHT, Eugene. **ÓPTICA**. Ed. Portugal: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002. 2º edição.
- MARTINS, Roberto, A; SILVA, Cibelle, C. **As pesquisas de Newton sobre a Luz: Uma visão histórica**. Rev. brasileira de ensino de física. V. 37, n. 4, 4202., 2015.
- MOREIRA, A, M. **Ensino de Física no Brasil: Retrospectiva e Perspectiva**. Rev. brasileira do ensino de física. Vol. 22, no 1, Rio Grande do Sul, 2000.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. 5. ed. São Paulo: Blücher, 2014. Vol. 3.
- NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. 5. ed. São Paulo: Blücher, 2013. Vol. 4.
- OLIVEIRA, V., ARAUJO, I. S., VEIT, E., A. **Resolução de problemas abertos como um processo de modelagem didático-científica no Ensino de Física**. Rev. Brasileira do Ensino de Física. Vol 42, e20200043, 2020.
- Relatório Brasil no PISA**, Diretoria de avaliação da educação básica, Ministério da Educação, disponível em <http://portal.inep.gov.br/>, acessado em: 12/09/2021.
- RESNICK, R. **Introdução a relatividade especial**. 1. ed. São Paulo: Polígono S. A., 1971.
- STUDART, N. **Inovando a ensinagem de física com metodologias ativas**. Rev. do professor de física, vol. 3, n. 3 p. 1-24, Brasília, 2019.
- ZILÍO, Sérgio, C. **Óptica Moderna: Fundamentos e Aplicações**. Ed. São Paulo: COMPACTA. 2009.
- WIEMAN, C. **Applying new research to improve science education**. Issues in Science and Technology, 29, no. 1 (2012).