



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA – IEMCI
FACULDADE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
CURSO DE LICENCIATURA INTEGRADA EM CIÊNCIAS, MATEMÁTICA E
LINGUAGENS

MARCOS ROBERTO PIRES DA SILVA

**ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONCEITO DE DIVISÃO**

BELÉM – PA

2019

MARCOS ROBERTO PIRES DA SILVA

**ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONCEITO DE DIVISÃO**

Texto apresentado à banca examinadora como exigência parcial para a obtenção de grau no curso de Licenciatura Integrada em ciências, matemática e Linguagens, pela Universidade Federal do Pará (UFPA).

Orientação: Prof. Dra. Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias.

BELÉM – PA

2019

MARCOS ROBERTO PIRES DA SILVA

**ANÁLISE DAS DIFICULDADES DE ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL SOBRE O CONCEITO DE DIVISÃO**

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dra. Maria Alice de V. Feio Messias - Orientadora.

Prof^a. Msc. Valdete Leal de Oliveira – Membro Interno (FEMCI/UFPA)

Prof. Msc. Hercio da Silva Ferreira – Membro Interno (FEMCI/UFPA)

Prof^a. Esp. Flávia Helena Vasconcelos dos Passos Sales – Membro Externo
(PPGECM/UFPA)

BELÉM – PA

2019

RESUMO

Este trabalho, que tem por objetivo, identificar se há dificuldades na resolução de problemas de divisão por alunos do 5º ano do ensino fundamental, a partir da estratégia utilizada pelos alunos investigados e tendo como norte a consolidação da correta utilização do algoritmo da divisão, destaca a importância do conhecimento do conceito de divisão. Foi utilizado, em consonância com os referenciais bibliográficos pesquisados, um questionário contendo problemas de divisão sem a presença de resto e com a presença de resto, cujos objetivos para cada uma das questões é descrito após a apresentação da mesma. Trabalhamos diferentes contextos para tentar facilitar o entendimento dos problemas por parte dos alunos e também mostramos como a operação de divisão pode estar presente no cotidiano desse aluno. Foram analisadas cada questão respondida pelos sujeitos investigados e as respostas foram categorizadas segundo as semelhanças nas resoluções. Foram seis questões respondidas por vinte e seis alunos, dando um total de cento e cinquenta e seis questões analisadas e em apenas duas delas tivemos respostas em branco. Buscamos ilustrar o maior número possível de sujeitos investigados diferentes nas respostas escolhidas e nenhuma das estratégias de resolução foi desprezada. As análises mostraram que existem sim dificuldades na resolução de problemas de divisão por alunos do 5º ano do ensino fundamental, que vão desde falha na interpretação do problema, passando por erros como o uso da tabuada e calculo até o não tratamento correto para problemas que apresentam a existência de resto e que pontos podem ser melhores trabalhados pelos professores quando da identificação dessas dificuldades até a correta utilização do algoritmo como estratégia de resolução mais rápida para problemas de divisão.

Palavras – Chave: Dificuldades; Conceito de Divisão; Séries Iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This work, which aims to identify if there are difficulties in solving problems of division by students of the fifth year of elementary school, based on the strategy used by the students investigated and having as a goal the consolidation of the correct use of the division algorithm, highlights the importance of knowledge of the concept of division. A questionnaire containing problems of division without the presence of rest and with the presence of rest was used, in agreement with the bibliographical references researched, whose objectives for each one of the questions is described after the presentation of the same one. We work in different contexts to try to facilitate students' understanding of problems and also show how the operation of division can be present in the daily life of this student. We analyzed each question answered by the investigated subjects and the answers were categorized according to the similarities in the resolutions. Six questions were answered by twenty-six students, giving a total of one hundred and fifty-six questions analyzed and in two of them we had blank answers. We sought to illustrate as many different investigated subjects as possible in the chosen responses and none of the resolution strategies were overlooked. The analysis showed that there are difficulties in solving problems of division by students in the 5th year of elementary school, ranging from failure to interpret the problem, through errors such as the use of the table and calculation until the correct treatment for problems that present the existence of rest and what points can be better worked by the teachers when identifying these difficulties until the correct use of the algorithm as a strategy of faster resolution for problems of division.

Keywords: Difficulties; Concept of Division; Early Years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Resposta do sujeito S17 para a 1ª questão.	19
Figura 2 - Resposta do sujeito S18 para a 1ª questão.	20
Figura 3 - Resposta do sujeito S3 para a 1ª questão.	20
Figura 4 - Resposta do sujeito S11 para a 1ª questão.	21
Figura 5 - Resposta do sujeito S14 para a 1ª questão.	21
Figura 6 - Resposta do sujeito S25 para a 1ª questão.	22
Figura 7 - Resposta do sujeito S17 para a 2ª questão.	22
Figura 8 - Resposta do sujeito S18 para a 2ª questão.	23
Figura 9 - Resposta do sujeito S1 para a 2ª questão.	24
Figura 10 - Resposta do sujeito S13 para a 2ª questão.	24
Figura 11 - Resposta do sujeito S4 para a 2ª questão.	24
Figura 12 - Resposta do sujeito S5 para a 2ª questão.	25
Figura 13 - Resposta do sujeito S11 para a 3ª questão.	25
Figura 14 - Resposta do sujeito S9 para a 3ª questão.	26
Figura 15 - Resposta do sujeito S21 para a 3ª questão.	26
Figura 16 - Resposta do sujeito S4 para a 3ª questão.	26
Figura 17 - Resposta do sujeito S10 para a 3ª questão.	27
Figura 18 - Resposta do sujeito S17 para a 4ª questão.	27
Figura 19 - Resposta do sujeito S18 para a 4ª questão.	27
Figura 20 - Resposta do sujeito S1 para a 4ª questão.	28
Figura 21 - Resposta do sujeito S9 para a 4ª questão.	28

Figura 22 - Resposta do sujeito S5 para a 4ª questão.	29
Figura 23 - Resposta do sujeito S12 para a 4ª questão.	29
Figura 24 - Resposta do sujeito S10 para a 4ª questão.	30
Figura 25 - Resposta do sujeito S11 para a 4ª questão.	30
Figura 26 - Resposta do sujeito S20 para a 4ª questão.	31
Figura 27 - Resposta do sujeito S18 para a 5ª questão.	31
Figura 28 - Resposta do sujeito S8 para a 5ª questão.	32
Figura 29 - Resposta do sujeito S2 para a 5ª questão.	33
Figura 30 - Resposta do sujeito S7 para a 5ª questão.	33
Figura 31 - Resposta do sujeito S11 para a 5ª questão.	34
Figura 32 - Resposta do sujeito S19 para a 5ª questão.	34
Figura 33 - Resposta do sujeito S17 para a 6ª questão.	35
Figura 34 - Resposta do sujeito S21 para a 6ª questão.	35
Figura 35 - Resposta do sujeito S1 para a 6ª questão.	36
Figura 36 - Resposta do sujeito S9 para a 6ª questão.	36
Figura 37 - Resposta do sujeito S5 para a 6ª questão.	36
Figura 38 - Resposta do sujeito S6 para a 6ª questão.	37
Figura 39 - Resposta do sujeito S8 para a 6ª questão.	37
Figura 40 - Resposta do sujeito S15 para a 6ª questão.	38
Figura 41 - Resposta do sujeito S16 para a 6ª questão.	38

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Pesquisas envolvendo o conceito de divisão.	11
Quadro 2 - Descrição das fases da pesquisa.	16

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO.....	10
1. JUSTIFICATIVA.....	11
2. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS.....	16
2.1. Descrição do instrumento de investigação.....	17
2.2. O instrumento de pesquisa.....	17
3. RESULTADOS.....	19
3.1. Introdução.....	19
3.2. Análises dos resultados.....	19
3.2.1. Análise referente à 1ª questão.....	19
3.2.2. Análise referente à 2ª questão.....	22
3.2.3. Análise referente à 3ª questão.....	25
3.2.4. Análise referente à 4ª questão.....	27
3.2.5. Análise referente à 5ª questão.....	31
3.2.6. Análise referente a 6ª questão.....	34
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	39

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho é um trabalho de conclusão de curso que visa identificar dificuldades na resolução de problemas de divisão por alunos do 5º ano do ensino fundamental, a partir das suas estratégias de resolução, tendo como norte a correta utilização do algoritmo da divisão. Tema este que foi verificado enquanto ainda era aluno estagiário do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) ainda no ano de 2017.

Embasado pelos referenciais bibliográficos que compõem esta pesquisa, o trabalho é composto por quatro capítulos intitulados como: **Justificativa**, **Considerações Metodológicas**, **Resultados** e **Considerações Finais**.

No capítulo 1, trazemos a justificativa pela qual se produziu este trabalho e o porquê de pesquisar sobre a divisão dentre as quatro operações fundamentais da matemática, além de fazer um breve resumo dos trabalhos utilizados como referenciais bibliográficos deste. O capítulo 2 trata-se de como foi estruturado o trabalho e os objetivos que permearam o mesmo. No capítulo 3, trazemos os resultados, onde as questões resolvidas pelos alunos são analisadas e comparadas com resultados semelhantes encontrados nos referenciais bibliográficos utilizados. Finalmente as considerações finais, capítulo 4, trazem nossas reflexões acerca do que foi visualizado quando da análise deste trabalho em consonância com os referenciais bibliográficos.

1. JUSTIFICATIVA

Através das vivências como bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), em uma escola municipal de Belém¹, busquei fazer um levantamento sobre que temática abordar para meu trabalho de conclusão de curso. Partindo do princípio que queria pesquisar na área de matemática, questionei alguns alunos de 5º ano sobre “qual assunto lhes provocavam maiores dificuldades?”. Fiz este questionamento para 10 alunos e eles foram unânimes em afirmar que apresentavam dificuldades no entendimento de divisão².

Dentre as quatro operações fundamentais, passei a fazer maiores observações quanto à divisão no decorrer de minhas atividades de estágio. Percebi grandes dificuldades sobre as concepções relativas à resolução de problemas. Diante disso, percebi a necessidade de desenvolver uma pesquisa em que o objeto de investigação fosse as **dificuldades na aprendizagem do conceito de divisão**.

Para que fosse possível delimitar o estudo apresentado nesse trabalho, foi realizado um levantamento com o objetivo de verificar o que já foi produzido em relação a essa temática. Apresentamos, no quadro 1, alguns trabalhos, os quais serão utilizados como referencial bibliográfico³:

Quadro 1 – Pesquisas envolvendo o conceito de divisão

Material	Ano	Título	Instituição	Autor
Dissertação	2014	Apropriação do conceito de divisão por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental	Universidade Federal do Espírito Santo	Alexsandra Lucia Miranda Lima Senna da Silva
Dissertação	2015	Crianças do 5º ano do ensino fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir?	Universidade Federal do Pernambuco	Fabiola Santos Martins de Araújo Oliveira

¹ Período: Maio/2017 a Dezembro/2017.

² Refiro-me à operação matemática da divisão.

³ A partir desse momento, será utilizada a 1ª pessoa do plural, representando o autor e a orientadora desse trabalho.

Dissertação	2015	Resolução de estudantes frente a problemas de divisão: antes e depois do ensino formal	Universidade Estadual de Santa Cruz	Camila Xavier Dias Souza
Dissertação	2016	Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental	Universidade Estadual da Paraíba	Sheila Valéria Pereira da Silva

Fonte: Levantamento bibliográfico do autor.

O levantamento bibliográfico foi realizado no banco de teses da CAPES. Optamos por analisar trabalhos defendidos entre os anos de 2014 e 2016. Inicialmente, buscamos trabalhos no contexto local do estado do Pará que contemplassem o conceito de divisão enquanto objeto matemático de investigação, porém não encontramos nenhum trabalho que estivesse em acordo com o critério de busca estabelecido. Consideramos, então, dissertações defendidas em programa de pós-graduação localizadas em outras regiões, dentre as quais, foram escolhidas as quatro que foram elencadas no quadro 1⁴.

Silva (2014) elaborou seu trabalho com o objetivo de analisar as estratégias de alunos do 4º ano ao resolverem situações-problemas envolvendo a operação divisão antes e após um experimento de ensino sobre o tema, no qual a autora elencou diversos tópicos envolvendo a temática da divisão, com diferentes perspectivas e possibilidades. Como metodologias, foram aplicadas o uso de observações, diário de bordo, entre outros, e o principal deles que foi o uso de sequências de atividades de ensino que foram divididos em dois eixos: a) Atividades diagnósticas, que consistia em averiguar o nível de desenvolvimento e estratégias utilizadas pelos alunos para resolver determinados problemas sem intervenção alguma da professora ou pesquisadora; b) Atividades de ensino, nas quais eram feitas intervenções e observações por meio das estratégias e respostas encontradas pelos alunos na resolução.

⁴ Como esse é um trabalho de conclusão de curso de graduação, optamos por apoiar nossa pesquisa tendo como referência as dissertações elencadas no quadro 1. Ressaltamos, no entanto, que outros trabalhos (que não foram contemplados nesse texto) podem ser encontrados no banco de teses e dissertações da CAPES.

Analisando os dados da pesquisa, a autora ressaltou o uso de desenhos como estratégias utilizadas pela maioria dos alunos para auxiliar na resolução dos problemas para, por fim, estabelecer uma representação numérica. Silva (2014) apontou que, para esses alunos “fazer a conta representava finalizar numa linguagem matemática, o procedimento padrão de resolução de problemas” (p.138),

Em seus resultados, a autora também observou que os estudantes faziam uso de materiais manipulativos para resolver as tarefas solicitadas. Silva (2014) defendeu que oportunizar aos alunos liberdade para que eles definissem qualquer que fossem as estratégias de resolução contribuiu muito para a pesquisa e fez com que eles utilizassem, inclusive, seus conhecimentos prévios do assunto; concluindo, também, que para a autora as soluções dos estudantes:

Em suma, as soluções apresentadas pelos alunos levam a crer que lhes dando oportunidade de participarem da aula por meio de argumentação, elaboração de atividades, conjecturas, eles terão condições de criar estratégias criativas e eficientes na resolução de problemas de divisão. (SILVA, 2014, p.139)

Oliveira (2015) abordou em seu trabalho o uso da calculadora como objeto de auxílio. Seu objetivo foi de investigar o desempenho de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas de divisão, estabelecendo uma análise comparativa entre uma proposta de ensino que se utiliza da calculadora e outra com uso de manipulativos (esses manipulativos eram fichas de papelão cortadas em quadrados de mesmo tamanho e cor). O trabalho consistia, dentre outras coisas, em um pré teste, pós teste e pós teste posterior que eram formados por problemas de divisão; o primeiro foi utilizado para nivelar os alunos e dividir os dois grupos para intervenção, grupo 1; papel, lápis, calculadora e grupo 2; papel, lápis e manipulativos; o segundo aconteceu com os grupos já divididos e com as primeiras intervenções; já o terceiro foi para analisar os desempenhos após as intervenções e averiguar os resultados.

A autora mostra os resultados de forma fragmentada, pois várias foram as análises possíveis e ela dá um tratamento estatístico com a amostragem de gráficos e tabelas criados a partir das respostas dos alunos, considerando que o estudo foi positivo, pois em ambos os grupos de intervenção houve melhoras significativas. Além disso, Oliveira (2015) observou que o uso das duas ferramentas favoreceu o

desempenho dos estudantes, além disso, menciona que “[...] o uso da calculadora, em sala de aula, não traz prejuízos em relação ao conhecimento, pois ajudou os estudantes a avançarem no desempenho da resolução de problemas de divisão” (p.121).

Oliveira (2015) chamou a atenção também para o fato do número de acertos nos testes terem sido maiores nos problemas sem resto do que com resto. Admitimos, nesse sentido, que “esse fato pode ser influenciado pela maioria dos livros didáticos de Matemática, ainda um dos principais suportes utilizados pelo professor, mas que não traz muitas atividades envolvendo a divisão com resto” (LIMA; BORBA, 2007; OLIVEIRA; SELVA, 2014. apud OLIVEIRA, 2015, p.122).

Outro fator bastante mencionado nos resultados de Oliveira (2015) é a importância da boa formação tanto inicial quanto continuada dos professores, para que possam se utilizar de tecnologias, como o uso da calculadora, para dar novas possibilidades de entendimento aos alunos.

Souza (2015), em seu trabalho, teve o objetivo de buscar indícios de compreensão da operação de divisão, antes e depois do ensino formal, pesquisando alunos de 3º ano do ensino fundamental, quando o ensino formal de divisão não foi apresentado e do 5º ano do ensino fundamental, quando, acredita-se que as habilidades para compreender e resolver problemas de divisão estejam mais internalizadas nos alunos. Utilizando um determinado número de problemas para que os alunos resolvessem sem intervenções, ela coletou os dados e os interpretou de forma estatística comparando as situações dos alunos sem o ensino formal da divisão e dos alunos já formalizados com o ensino, tratando-se de um estudo diagnóstico.

Em seus resultados, as análises foram categorizadas sobre tudo o que a autora achou possível como respostas dadas pelos alunos, tendo como referência quatro critérios pré-estabelecidos pela autora. E foi visível que no comparativo em seus resultados, Souza (2015) verificou que entre um grupo e outro, levou vantagem o grupo de alunos já devidamente instruídos, mas há proximidades em problemas em que os alunos não instruídos podiam utilizar estratégias como ícones para auxiliá-los no desenvolvimento da resposta, já que para os alunos de 3º ano o algoritmo pode nunca ter sido mostrado.

Silva (2016) buscou em seu trabalho investigar as potencialidades e o processo de ensino-aprendizagem via resolução, exploração e proposição de

problemas com ideias/significados e propriedades da multiplicação e divisão por alunos de uma turma do 5º ano do ensino fundamental. Ao longo de vários encontros com a turma, a pesquisadora apresentou problemas para serem resolvidos pelos alunos, primeiramente para fazer uma sondagem sobre o que os alunos fariam, e na aula posterior fazendo correções e intervenções, criando uma rotina pedagógica para o ensino de multiplicação e divisão, e estes se sentiam desafiados a buscar as respostas. A pesquisadora apontou que “[...] os problemas provocam a curiosidade, causam inquietações e desafiam o indivíduo na elaboração/busca por sua solução” (SILVA, 2016 p.32). E, ao longo da pesquisa, observamos análises detalhadas sobre todas as respostas que a autora achou relevante para tal.

A autora admitiu, ao final, o resultado como satisfatório, onde pôde fazer reflexões e formular hipóteses, identificando que com a criação de uma rotina pedagógica os alunos assimilaram melhor os problemas e com orientação, correção, análises, os mesmos superaram seus “limites” e progrediram significativamente durante o processo, revelando uma melhora significativa se comparado aos primeiros dias da pesquisa. Ela relata diferentes potencialidades que constatou ao longo da pesquisa, tais como a autonomia; a confiança, a criatividade; a reflexão; a interpretação; a consciente tomada de decisão; a criação de diferentes estratégias; a compreensão do que está sendo realizado; a apreensão de novos conhecimentos e o aperfeiçoamento dos antigos; a habilidade para resolver diferentes tipos de problemas, a concepção de que um mesmo problema pode ser resolvido por mais de uma operação, a competência para propor problemas e realizar problematizações.

Finalmente, Silva (2016) destacou que o processo gerou benefícios mútuos, tanto da pesquisadora para os alunos, quanto dos alunos para a pesquisa e formação continuada da pesquisadora.

Tendo em vista os apontamentos da literatura revisada, colocamo-nos diante de uma pergunta: **Que dificuldades estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolverem tarefas envolvendo o conceito de divisão?** Para respondê-la, desenvolvemos o estudo o qual será apresentado nesse trabalho, e cujas considerações metodológicas são destacadas no capítulo subsequente.

2. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Que dificuldades estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolverem tarefas envolvendo o conceito de divisão, até a consolidação do uso do algoritmo como estratégia de resolução? Foi essa a questão que norteou esse trabalho, cujo objetivo foi identificar se há dificuldades na aprendizagem do conceito de divisão. Elegemos como objetivos específicos os seguintes:

- Categorizar as respostas dos estudantes investigados para cada questão.
- Relacionar os resultados obtidos com a literatura pesquisada.

Organizamos nosso estudo conforme as etapas descritas no quadro a seguir.

Quadro 2 – Descrição das fases da pesquisa

Etapas da pesquisa	Breve descrição
Revisão de literatura	Buscamos em dissertações, pesquisas de pós graduação, que contemplassem a discussão sobre o conceito de divisão nos anos iniciais do ensino fundamental.
Elaboração do questionário	O questionário foi elaborado com problemas de modo que as questões nos permitissem identificar as dificuldades concernentes à resolução de problemas envolvendo o conceito de divisão abordando tanto a divisão com resto quanto a divisão sem resto.
Aplicação do questionário	O questionário foi aplicado para 26 estudantes que cursavam o 5º ano de uma escola de ensino fundamental que responderam às questões elaboradas.
Análise dos resultados	As respostas dos sujeitos ao questionário proposto foram

	analisadas e organizadas no capítulo 3 deste trabalho.
--	--

Fonte: Elaborado pelo autor.

Todas as etapas elencadas no quadro 2 são descritas no decorrer desse trabalho. Na sequência, apresentamos o instrumento de investigação elaborado e a análise dos resultados obtidos em nosso estudo.

2.1. DESCRIÇÃO DO INSTRUMENTO DE INVESTIGAÇÃO

Nosso instrumento de investigação baseou-se na aplicação de um questionário que ocorreu no dia 03-10-2018 e foi aplicado para 26 alunos de uma turma de 5º ano do ensino fundamental na Escola Municipal de Ensino Fundamental Antonio Carvalho Brasil, localizada no município de Belém.

2.2. O instrumento de pesquisa

O instrumento de pesquisa foi elaborado a partir do referencial bibliográfico utilizado neste trabalho e contou com seis questões de divisão em que três delas apresentavam resultado exato e três apresentavam resto em sua resposta. Nosso objetivo, com isso, era identificar a presença de dificuldades na resolução desses problemas e que tratamento seria dado para a presença do resto pelos sujeitos investigados. Todas as questões foram lidas para a turma a fim de que não sobressaíssem dúvidas quanto a interpretação da leitura de cada sujeito investigado. Cada questão será apresentada a seguir.

Questão 1 - Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?

A 1ª questão foi retirada do trabalho de Silva (2014) em que ela apresenta como objetivo “Verificar de que maneira os alunos procedem para resolver situações que propõem a divisão com a ideia de medida” (2014, p.76).

Questão 2 - Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?

O objetivo da 2ª questão foi verificar se, ao contextualizar itens mais presentes no cotidiano, como valor em dinheiro e açaí, isso pode ajudar os alunos na resolução.

Questão 3 - Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?

Ao elaborar a 3ª questão, pretendemos analisar que ideias os alunos tem para dividir em partes iguais um valor mais elevado.

Questão 4 - Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo numero de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?

Questão 5 - Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo numero de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?

Questão 6 - Luíza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luíza?

As questões 4, 5 e 6 apresentam problemas que envolvem a presença do resto. Nosso objetivo foi verificar se os alunos notam que o resto aparece no resultado final e que tratamento os alunos dão a ele, como, por exemplo, se ele é desprezado como parte da resolução.

No capítulo a seguir apresentaremos os resultados das respostas dos sujeitos investigados para cada problema do nosso questionário.

3. RESULTADOS

3.1. Introdução

Neste capítulo, apresentamos análise dos resultados obtidos a partir da aplicação dos questionários conforme destacado no capítulo anterior. Para fins de organização das análises, destacamos nossos resultados em classes estabelecidas conforme a semelhança das respostas dos sujeitos investigados.

Para viabilizar a interpretação das respostas dos sujeitos investigados, realizamos uma análise semelhante ao trabalho de Cury (2007). Ou seja, categorizamos as respostas referentes a cada questão em classes para, em seguida, exemplificarmos e analisarmos os resultados obtidos.

Classe A – Sujeitos que não conseguiram resolver o problema.

Classe B – Sujeitos que chegaram à resposta, mas sem fazer uso do algoritmo.

Classe C – Sujeitos que chegaram à resposta fazendo uso do algoritmo.

Classe D – Sujeitos que resolveram as questões corretamente, mas desprezaram a presença do resto (esta classe só se aplica nas questões 4, 5 e 6)

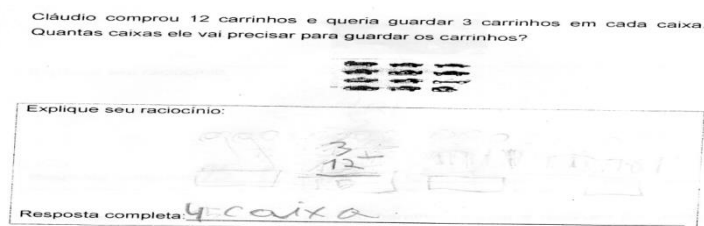
3.2. Análises dos resultados

3.2.1. Análise referente à 1ª questão

Quatro sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, ou seja, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S17 demonstrou não ter familiaridade com a operação de divisão ou não compreendeu de forma correta o que a questão solicitava, utilizando, inclusive, o sinal de subtração na tentativa de compor o algoritmo, conforme destacamos na figura 1 (a seguir)

Figura 1 - Resposta do sujeito S17 para a 1ª questão



Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

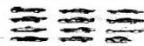
Ressaltamos que seja possível, como estratégia para resolução de problemas de divisão, o uso de subtração sucessiva de parcelas iguais, bem como pela adição

sucessiva de parcelas iguais. No entanto, esse não foi o método utilizado pelo sujeito S17. Gitirana, et al. (2014) salientaram que a “adição e a subtração são as operações mais empregadas quando os alunos não compreendem o que está sendo pedido pelo problema” (apud SILVA, 2016, p.50).

O sujeito S18 fez uso correto do algoritmo, mas de forma totalmente desconexa com o comando da questão, o que pode sugerir que esta resolução pode ter sido decorada pelo sujeito investigado, conforme destacamos na figura 2:

Figura 2 - Resposta do sujeito S18 para a 1ª questão

Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 0 - 3 \\ \hline \end{array}$$

Resposta completa: 5 caixas.


Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Oito sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, ou seja, responderam a questão corretamente, porém não fizeram o uso do algoritmo da divisão.

Os sujeitos S3 e S11, por exemplo, utilizaram-se de agrupamentos para ilustrar seus pensamentos, interpretando, inclusive, de forma literal o problema e desenhando as caixas onde cada carrinho deverá ficar para que, assim, fosse chegar a uma resposta. Apresentamos, nas figuras 3 e 4, as respostas de S3 e S11, respectivamente.

Figura 3 - Resposta do sujeito S3 para a 1ª questão

Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?



Explique seu raciocínio:


1111

Resposta completa: 4 caixas.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 4 - Resposta do sujeito S11 para a 1ª questão

Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: Cláudio precisa de 4 caixas.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Destacamos, nesse sentido, que as respostas de S3 e S11 estiveram em acordo com o que Souza (2015) denominou de estratégia de transição para a resolução de problemas envolvendo o conceito de divisão. Nesse sentido:

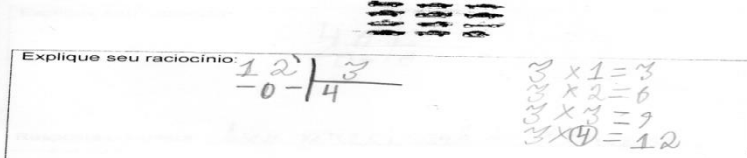
[...] as ações dos estudantes se mostram mais sofisticadas, ou seja, o estudante agrupa as cotas, pictórica ou numericamente, até chegar na quantidade total informada no problema. Esta estratégia pode levar tanto ao erro quanto ao acerto, a depender da ação de agrupamento (algumas vezes confusas) ou da interpretação dada pelo estudante para a resolução do problema. (SOUZA, 2015, p.74)

Um total de quatorze sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, isto é, resolveram a questão corretamente fazendo o uso do algoritmo da divisão.

Para fins de exemplificação, observamos que os sujeitos S14 e S25 fizeram o uso do algoritmo da divisão para chegar à resposta, indicando ter conhecimento para o tipo de problema exposto. No caso do sujeito S14, ele conseguiu utilizar a operação da multiplicação para comprovar se sua resposta estava correta, conforme destacamos na figura a seguir:

Figura 5 - Resposta do sujeito S14 para a 1ª questão

Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa. Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: Vai precisar 4 caixas.


Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

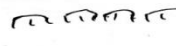
Já o sujeito S25, utilizou agrupamentos para confirmar sua resposta, conforme destacamos na figura 6 (a seguir).

Figura 6 - Resposta do sujeito S25 para a 1ª questão

Cláudio comprou 12 carrinhos e queria guardar 3 carrinhos em cada caixa.
Quantas caixas ele vai precisar para guardar os carrinhos?

Explique seu raciocínio:



$$\begin{array}{r} 12 \div 3 \\ - 0 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$


Resposta completa: Cláudio precisa de 4 caixas

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Na perspectiva de Souza (2015), podemos afirmar que os sujeitos S14 e S25 estariam num estágio de aprendizado denominado estratégia do pensamento multiplicativo. Segundo a autora:

Neste nível o estudante já utiliza estratégias bastante eficientes e claramente multiplicativas. Notemos, que alguns estudantes utilizaram como estratégia de resolução o algoritmo formal da divisão; para lidar com tal situação alguns estudantes do nível 4 usaram a multiplicação como complementar (ou inversa). (SOUZA, 2015, p.75)

3.2.2. Análise referente à 2ª questão.


Quatro sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, ou seja, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S17 até utiliza os dados da questão, mas não consegue fazer a relação entre esses dados e a interpretação do que a questão pede, não utilizando nem agrupamentos e nem o algoritmo como estratégia, mas conseguiu retirar da questão os dados que ela oferece, conforme destacamos na figura 7 abaixo.

Figura 7- Resposta do sujeito S17 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?

Explique seu raciocínio:



$$\begin{array}{r} 16 \div 4 \\ 02,00 \end{array}$$

Resposta completa: 2 açaí

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Nesse sentido, Silva (2014) destaca, em seu trabalho, a importância de se reconhecer os elementos que fazem parte do problema. De acordo com a autora:

[...] Aspecto já enfatizado por Polya (1995/1945). Para resolver um problema, segundo o autor, é preciso compreendê-lo e para isso é fundamental identificar o elemento desconhecido – a pergunta do problema, a situação implicada, os dados fornecidos pelo problema e fazer a relação entre esses dados. (SILVA, 2014, p.96)

Já o sujeito S18 não consegue fazer interpretação da questão e nem retirar os dados nela contidos. Ele faz uma tentativa de representação icônica do valor, não sabemos se para tentar agrupar. E na hora de colocar a “resposta completa” faz a utilização de dois valores sem relação com a resolução da questão, mas ele faz uso da simbologia “R\$”, demonstrando conhecer que a resposta seria em reais, conforme a figura 8 a seguir.

Figura 8- Resposta do sujeito S18 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?



Explique seu raciocínio:

○○○○○○○○○○

Resposta completa: R\$ 20,400

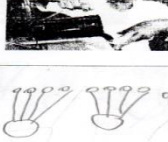
Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Sete sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, responderam sem fazer uso do algoritmo.

Os sujeitos S1 e S13, respectivamente, resolvem a questão por meio de agrupamentos, sem fazer uso do algoritmo, e conseguem chegar à resposta por meio dessa representação, conforme destacamos nas figuras 9 e 10 a seguir.

Figura 9 – Resposta do sujeito S1 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?



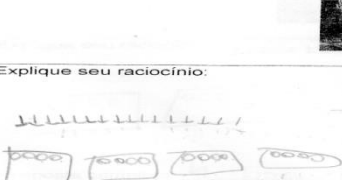
Explique seu raciocínio:

Resposta completa: a preço da açai custa 4,00

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 10 – Resposta do sujeito S13 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: 4,00

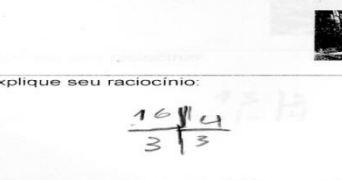
Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Quinze sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, ou seja, responderam ao problema fazendo uso do algoritmo.

Os sujeitos S4 e S5, respectivamente, fizeram uso do algoritmo para resolver, mas se equivocaram no resultado. Isso pode indicar que estes alunos não dominam o uso do algoritmo para resolução de problemas e, neste caso, o auxílio de agrupamentos para validar a resposta poderia ajudar. Vejamos as figuras 11 e 12 a seguir:

Figura 11 – Resposta do sujeito S4 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?



Explique seu raciocínio:

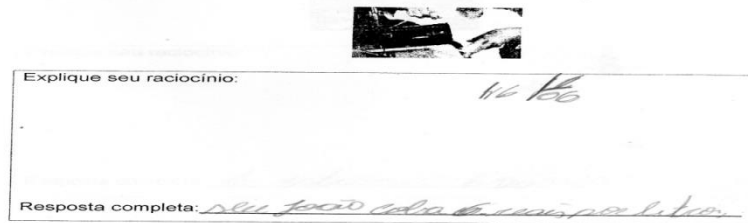
$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 4} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$$

Resposta completa: 16,00 dividido por 4 cada

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 12 – Resposta do sujeito S5 para a 2ª questão

Em uma promoção de açaí, seu João está cobrando R\$ 16,00 por 4 litros do produto. Quanto está custando cada litro de açaí na promoção do seu João?



Explique seu raciocínio: $16 / 4 = 4$

Resposta completa: seu João cobra 4 reais por litro.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

3.2.3 – Análise referente à 3ª questão

Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, isto é, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S11 tentou fazer agrupamentos, como podemos perceber na resolução que foi apagada, desenhando bolinhas e caixinhas, mas que pelo número elevado de peças de roupa do problema, talvez, não conseguiu chegar à resposta com esta estratégia e aferiu como resposta um número aleatório e sem conexão com a questão ou à resposta correta do problema para que ele não ficasse com resposta em branco, como vemos na figura 13 a seguir.

Figura 13 – Resposta do sujeito S11 para a 3ª questão

Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: 40

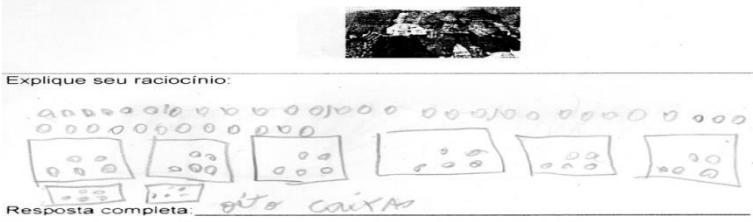
Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Oito sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, ou seja, resolveram ao problema, mas sem fazer uso do algoritmo como estratégia.

Os sujeitos S9 e S21, respectivamente, resolvem a questão fazendo agrupamentos, desenhando inclusive o número de caixas a serem utilizadas, seguindo fiéis ao comando da questão, como já vimos em exemplos semelhantes anteriormente e conforme destacamos nas figuras 14 e 15 a seguir.

Figura 14 – Resposta do sujeito S9 para a 3ª questão

Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?



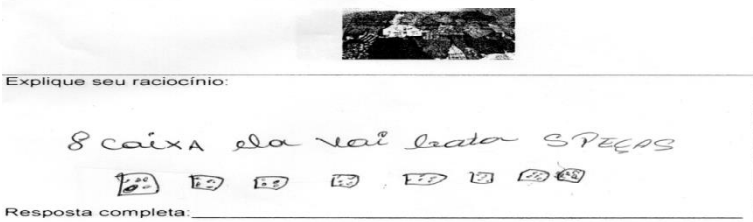
Explique seu raciocínio:

Resposta completa: 8 caixas

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 15 – Resposta do sujeito S21 para a 3ª questão

Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa:

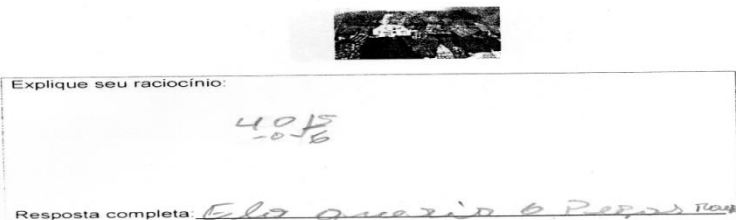
Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Um total de quinze sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, logo, resolveram o problema fazendo uso do algoritmo

Os sujeitos S4 e S10, respectivamente, utilizaram o algoritmo para armar a operação, mas se equivocaram nos resultados. Semelhante ao que foi mostrado anteriormente, na análise da 2ª questão para respostas categorizadas na classe C, conforme as figuras 16 e 17 a seguir.

Figura 16 – Resposta do sujeito S4 para a 3ª questão

Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?



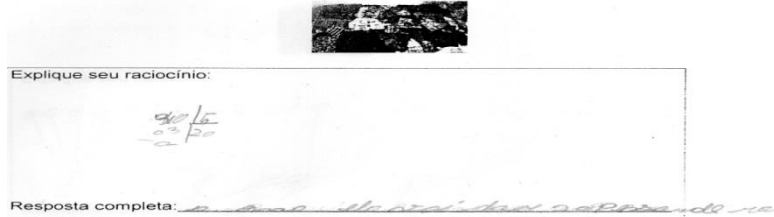
Explique seu raciocínio:

Resposta completa: Ela quer 8 peças

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 17 – Resposta do sujeito S10 para a 3ª questão

Ana possui 40 peças de roupa para doar e deseja que em cada caixa sejam colocadas 5 peças. De quantas caixas Ana irá precisar?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 40 / 5 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Resposta completa: 8 caixas

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

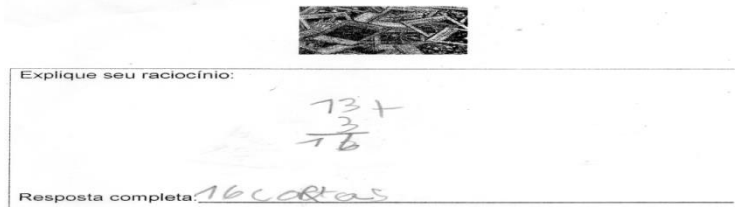
3.2.4 – Análise referente à 4ª questão

Dois sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, isto é, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S17 utiliza, para responder ao problema, o algoritmo da adição, estando em desacordo com o que se pede na questão, fato semelhante ao que já analisamos anteriormente quando o mesmo sujeito respondeu ao problema utilizando o algoritmo da subtração, conforme destacamos na figura 18 a seguir.

Figura 18 – Resposta do sujeito S17 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 13 + \\ 3 \\ \hline 16 \end{array}$$


Resposta completa: 16 cartas

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Já o sujeito S18, novamente busca através da representação de figuras icônicas a resposta para o problema, mas sem fazer uso de agrupamentos, conforme ilustra a figura 19.

Figura 19 – Resposta do sujeito S18 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: 13 para cada amigo


Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Dois sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, isto é, resolveram o problema sem fazer uso do algoritmo.


Os sujeitos S1 e S9, respectivamente, resolveram por meio de agrupamentos e ambos perceberam a presença do resto na operação e deram tratamento para ele. No caso do sujeito S1, ele indicou que para que a distribuição fosse igual entre os 3 amigos, Pedro deveria ficar com uma carta, conforme a figura 20 a seguir.

Figura 20 – Resposta do sujeito S1 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:




Resposta completa: Pedro tem que ficar com uma carta para dar igual para seus amigos

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados


Já o sujeito S9 indicou que seriam distribuídas quatro cartas para cada amigo e sobraria uma carta, conforme destacamos na figura 21 a seguir.

Figura 21 – Resposta do sujeito S9 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: sobrou uma carta para cada amigo

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Apesar de não fazerem uso do algoritmo, a idéia de divisão parece estar bem compreendida por estes alunos.

Quatro sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, ou seja, resolveram o problema fazendo uso do algoritmo da divisão.

Os sujeitos S5 e S12, respectivamente, utilizaram-se do algoritmo para solucionar o problema. Análise semelhante a esta foi encontrada anteriormente na análise da 2ª questão. Os sujeitos descritos fizeram a composição correta do

algoritmo, mas ambos se equivocaram ao efetuar o cálculo da resposta, conforme destacamos nas figuras 22 e 23 a seguir.

Figura 22 – Resposta do sujeito S5 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

$$\frac{13}{3} = 4 \frac{1}{3}$$

Resposta completa:

de 4 cartas para cada um e sobra 1

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 23 – Resposta do sujeito S12 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

$$\frac{13}{3} = 4 \frac{1}{3}$$

Resposta completa:

Pedro vai dar 4 cartas para cada um e sobra 1

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Um total de dezoito sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe D, ou seja, encontraram a presença do resto na resolução, mas não deram o tratamento⁵ correto para ele nas respostas..

Utilizamos três figuras para representar o grande número de respostas que foram categorizadas nesta classe, que se destina a mostrar as respostas encontradas de diversas maneiras, mas que tem o mesmo ponto em comum: a falta de tratamento ou desconsideração do resto como sendo parte integrante da resposta do problema.


No caso do sujeito S10, ele se utiliza de agrupamentos e o faz de forma correta, inclusive mantendo na resolução uma bolinha isolada, mas no momento de registrar a resposta do problema, simplesmente desconsidera a presença da bolinha

⁵ Por se tratarem de problemas de partição, entendemos que o correto tratamento para o resto na resposta completa seja identificá-lo como sobra.

que sobrou ou não sabe que tratamento dar a ela, conforme destacamos na figura 24 a seguir.

Figura 24 – Resposta do sujeito S10 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo numero de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:


Resposta completa: Pedro deu 5 cartas para o amigo Pedro de

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

O sujeito S11 também representa a resolução por meio de agrupamentos, mas seu tratamento para o resto foi equivocado. Ele atribuiu a carta que sobrou a um dos amigos de Pedro, o fazendo ficar com cinco cartas enquanto cada um dos outros dois amigos ficaria com quatro cartas, desprezando o comando da questão que indicava que cada um dos três amigos deveria receber o mesmo número de cartas, conforme destacamos na figura 25 a seguir.

Figura 25 – Resposta do sujeito S11 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo numero de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa: 1 ficou com 5 outras ficou com 4 cartas

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

O sujeito S20 consegue encontrar a resposta correta e a presença do resto via algoritmo, confirma isso via agrupamento, ou vice versa, e no momento de escrever a resposta, despreza o resto como parte da mesma, conforme destacamos na figura 26 a seguir.

Figura 26 – Resposta do sujeito S20 para a 4ª questão

Pedro tem 13 cartas repetidas em seu baralho de jogo e resolveu dar todas para que sejam divididas entre seus 3 melhores amigos. Cada um deve receber o mesmo número de cartas. Como ficarão distribuídas essas cartas?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 3} \\ -12 \\ \hline 1 \end{array}$$

mmmm

Resposta completa: Pedro vai dar 4 para cada um

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Como já mencionado por Oliveira (2015, p.76), esta falta de habilidade para trabalhar o resto pode estar ligado ao fato de que nos livros didáticos os problemas de divisão sem resto são muito mais freqüentes que os que apresentam resto na sua resolução e, muitas vezes, os professores seguem a sequencia conforme o livro determina e trabalhar o tratamento para o resto torna-se dificultoso para o aluno. Ainda sobre as noções de resto, a autora destaca:

Reforçamos os resultados de estudos que mostram as dificuldades envolvendo a resolução de problemas de divisão com resto (SELVA, 1993, 1998; LAUTERT; SPINILLO, 2004; SELVA; BORBA, 2005; LAUTERT; SPINILLO, 2009; BORBA; SELVA, 2012), enfatizando que o resto é uma noção complexa que precisa ser melhor trabalhada na escola. (OLIVEIRA, 2015, p.78)

3.2.5 – Análise referente à 5ª questão.

Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, Isto é, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S18, novamente apenas desenhou bolinhas e atribuiu um número aleatório na resposta, sem ligação com o que era pedido na questão, conforme ilustrado na figura 27 a seguir.

Figura 27 – Resposta do sujeito S18 para a 5ª questão

Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo número de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?



Explique seu raciocínio:

o o o o o
o o o o o
o o o

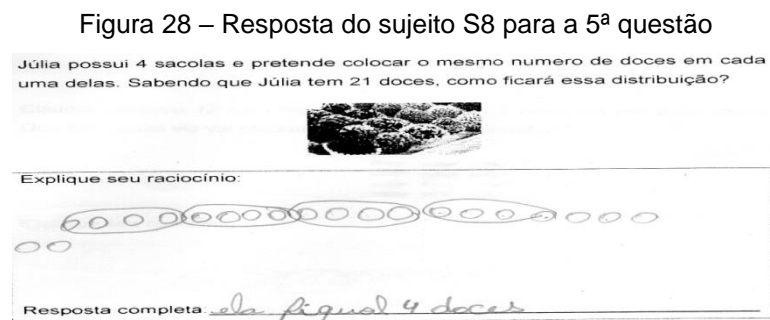
Resposta completa: 73

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Com base nas respostas das outras questões, corroboramos com o trabalho de Souza (2015), ao afirmar que os grafismos utilizados pelo sujeito S18 são classificados como idiossincráticos. De acordo com a autora, fazem parte dessa classificação “[...] os sinais gráficos (traços, riscos e letras), utilizados pelos estudantes, sem qualquer regularidade que permita a identificação de relação com os dados propostos no enunciado da situação” (Souza, 2015, p.66).

Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, ou seja, resolveram o problema sem o uso do algoritmo.

O sujeito S8, resolve o problema utilizando agrupamentos de quatro bolinhas cada, mas ele parece se esquecer das bolinhas que coloca em outra linha ou tem dificuldade em entender que juntando as 3 bolinhas que “sobraram” na linha de cima e uma bolinha da linha de baixo daria mais um agrupamento de quatro bolinhas, conforme destacamos na figura 28 a seguir.



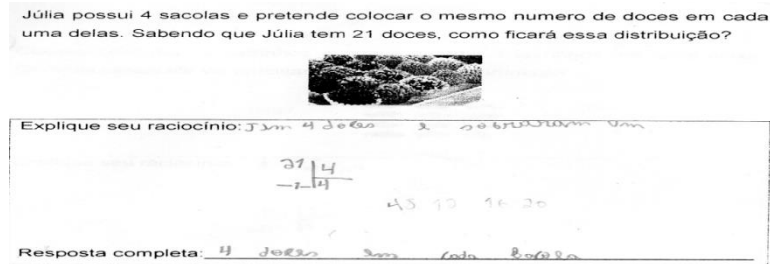
Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Quatro sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, ou seja, resolveram o problema via algoritmo.

O sujeito S2 faz uso do algoritmo, mas comete um equívoco de cálculo na operação, encontrando como resultado da divisão quatro unidades e uma unidade de resto. Se tivesse utilizado a operação inversa para validar a resposta ou a soma de quatro parcelas iguais de 4 doces, encontraria o resultado dezesseis, sobrando ainda cinco unidades a serem divididas, conforme ilustramos na figura 29 a seguir.

Figura 29 – Resposta do sujeito S2 para a 5ª questão

Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo número de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?



Explique seu raciocínio: $21 \overline{) 4}$ 43 10 16 20

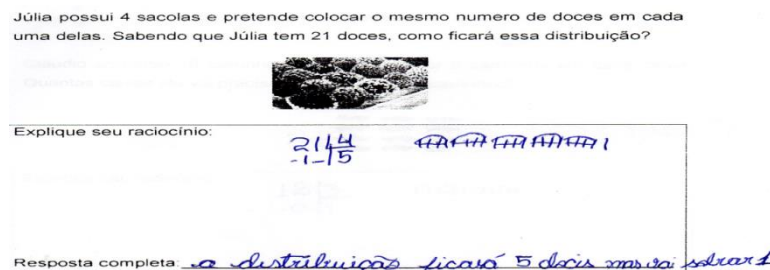
Resposta completa: 4 doces em 3m cada sacola

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Já o sujeito S7 faz a operação via algoritmo, valida essa operação fazendo agrupamentos, ou vice versa, e dá tratamento para o resto como sendo uma sobra da divisão realizada, conforme destacamos na figura 30 a seguir.

Figura 30 – Resposta do sujeito S7 para a 5ª questão

Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo número de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?



Explique seu raciocínio: $21 \overline{) 4}$ 43 10 16 20

Resposta completa: a distribuição ficará 5 doces em cada sacola

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Em seu trabalho, Souza (2015) classifica este tipo de grafismo como simbólico misto, de acordo com a autora:

Para essa categoria incluímos os grafismos nos quais os estudantes utilizam os símbolos matemáticos, que são os números e sinais que representam as operações matemáticas, acompanhados de grafismos pictográficos e/ou icônicos. (SOUZA, 2015, p.69)

Um total de dezesseis sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe D, isto é, ao encontrar o resto na resolução, não deram o correto tratamento para ele na resposta.

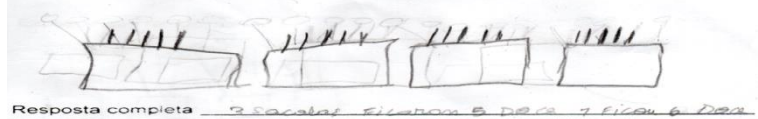
O sujeito S11 faz a distribuição por agrupamentos, mas ao perceber a presença do resto, ele o atribui para uma das sacolas, indicando que três sacolas irão ficar com cinco doces e uma sacola ficará com seis doces, entendendo que a divisão não admite resto ou que o resto deve ser atribuído a uma parte, mesmo que a divisão não fique igualitária, conforme destacamos na figura 31 a seguir.

Figura 31 – Resposta do sujeito S11 para a 5ª questão

Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo número de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: 3 sacolas ficaram 6 doces e ficou 6 doces.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Já o sujeito S19, ao fazer o uso do algoritmo e encontrar o numeral um como resto, o atribui diretamente ao quociente como dezena, fazendo com o que era cinco unidades se tornarem quinze unidades e é essa a resposta que ele escreve, conforme destacamos na figura 32 a seguir.

Figura 32 – Resposta do sujeito S19 para a 5ª questão

Júlia possui 4 sacolas e pretende colocar o mesmo número de doces em cada uma delas. Sabendo que Júlia tem 21 doces, como ficará essa distribuição?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 4} \\ - 12 \\ \hline 15 \end{array}$$

Resposta completa: 15 doces em cada caixa

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Sobre a má compreensão a respeito do resto, Oliveira (2015) aponta em seu trabalho que:

Estes dados são preocupantes, uma vez que, no cotidiano, os estudantes vão se deparar com várias situações de divisão com resto. Deste modo, parece que a escola não está cumprindo seu papel de ampliar as discussões relativas à divisão, sendo necessário repensar o trabalho que vem sendo realizado, especialmente neste tipo de problema de divisão envolvendo o resto. (OLIVEIRA, 2015, p.78)

3.2.6 – Análise referente a 6ª questão.


Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe A, ou seja, não conseguiram resolver o problema.

O sujeito S17, novamente, utiliza o algoritmo da adição, como já visto em análise semelhante anteriormente neste trabalho. Ele faz a soma entre unidades e


unidades e depois efetua a soma entre unidade e dezena, o que é uma representação equivocada da resolução do algoritmo da adição, conforme ilustrado na figura 33 a seguir.

Figura 33 – Resposta do sujeito S17 para a 6ª questão

Luíza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luíza?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: 49 estejo

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

O sujeito S21 foi o único que entregou resposta em branco dentre todos os questionários dos outros sujeitos investigados, conforme figura 34 a seguir.

Figura 34 – Resposta do sujeito S21 para a 6ª questão

Luíza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luíza?



Explique seu raciocínio:

Resposta completa:

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Respostas em branco não foram investigadas nos trabalhos pesquisados.

Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe B, ou seja, resolveram sem fazer uso do algoritmo.

O sujeito S1 resolve utilizando agrupamentos e, ao identificar a presença do resto, não o ignora, utilizando-o como parte da resposta de forma correta, conforme destacamos na figura 35 a seguir.

Figura 35 – Resposta do sujeito S1 para a 6ª questão

Luiza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luiza?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: ela colocou seis prendedores de cabelo em cada estojo e ficou com quatro prendedores

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

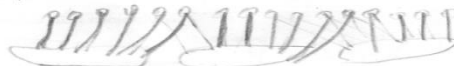
Já o sujeito S9 faz o agrupamento com seis unidades cada e mesmo que o ultimo agrupamento tenha ficado apenas com quatro unidades, ele indica na resposta que cada um ficou com seis, conforme destacamos na figura 36 a seguir.

Figura 36 – Resposta do sujeito S9 para a 6ª questão

Luiza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luiza?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: seis para cada um

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Tal resolução sugere que a ideia de divisão deve ser melhor trabalhada ainda com este aluno.

Três sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe C, logo, resolveram o problema utilizando o algoritmo da divisão.

O sujeito S5 faz a utilização do algoritmo para responder, mas se equivoca no resultado, atribuindo o valor de seis unidades e ainda tendo como resto o valor de uma unidade, conforme destacamos na figura 37 a seguir.

Figura 37 – Resposta do sujeito S5 para a 6ª questão

Luiza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luiza?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

Resposta completa: seis para cada


Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Tal resolução revela a necessidade ainda de se trabalhar o uso do algoritmo com este aluno.

Já o sujeito S6 responde utilizando o algoritmo e, ao encontrar o resto, faz a correta utilização do mesmo na resposta, mostrando que o resto faz parte do resultado, conforme destacamos na figura 38 a seguir.

Figura 38 – Resposta do sujeito S6 para a 6ª questão

Luiza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojó. Como ficará a divisão de Luiza?



$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ \underline{-1} \\ 5 \end{array}$$

Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ \underline{-1} \\ 5 \end{array}$$

Resposta completa: 5 EM CADA ESTOJO E SOB RA UM

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados


A ideia de divisão aqui parece estar bem desenvolvida com este aluno e a correta utilização do algoritmo parece estar consolidada para este nível de problema.

Um total de dezessete sujeitos tiveram suas respostas categorizadas na classe D, ou seja, ao encontrar o resto na resolução não deram o correto tratamento para ele na resposta.


Os sujeitos S8, S15 e S16, respondem fazendo uso de agrupamentos, algoritmo e os dois juntos, respectivamente, em suas respostas, e o que acontece em todas as respostas é que o resto é simplesmente desprezado na resposta final, como se ele não tivesse sido encontrado ou como se ele não fizesse parte da resposta mesmo, conforme ilustramos nas figuras 39, 40 e 41 a seguir.

Figura 39 – Resposta do sujeito S8 para a 6ª questão

Luiza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojó. Como ficará a divisão de Luiza?



Explique seu raciocínio:



Resposta completa: da igual 5 prendedores.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 40 –Resposta do sujeito S15 para a 6ª questão

Luíza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luíza?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ - 1 \\ \hline 5 \end{array}$$

Resposta completa: A divisão de Luíza ficará de 5.

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

Figura 41 – Resposta do sujeito S16 para a 6ª questão

Luíza tem 16 prendedores de cabelo e quer guardá-los em 3 estojos, colocando a mesma quantidade de prendedores em cada estojo. Como ficará a divisão de Luíza?



Explique seu raciocínio:

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ - 1 \\ \hline 5 \end{array}$$

REQUERIDA

Resposta completa: ela ficará de 5 estojo

Fonte: Anotações dos sujeitos investigados

O problema sobre os erros no tratamento do resto na operação de divisão, conforme revelou Oliveira (2015, p.122) pode estar no acompanhamento do livro didático que apresenta um numero de problemas de divisão sem resto bem maior que com resto e isso pode, de certa forma, ser reproduzido pelo próprio professor que, ao trabalhar um numero maior de exemplos de problemas sem resto, faz com que o aluno não consiga dar o devido tratamento para o resto, quando encontrado.

No capítulo seguinte traremos nossas considerações finais acerca do trabalho realizado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossas considerações finais, traçamos algumas reflexões sobre este estudo, de maneira a responder sobre nosso principal objetivo neste trabalho, que é identificar se há dificuldades na aprendizagem do conceito de divisão.

Ressaltamos, nesse sentido, que trabalhar o conceito de divisão não é tarefa tão fácil, nem para os alunos e nem para os professores de matemática, dada a pluralidade de estratégias para resolver problemas, a linguagem matemática que nem sempre é assimilada ou empregada corretamente, a adaptação de um vocabulário adequado para o nível de conhecimento dos alunos, a complexidade do uso do algoritmo, dentre outros aspectos.

Nesse sentido, Mandarino (2005) destacou que:

O mais difícil e o mais complexo dentre os algoritmos das quatro operações, pois envolve, além do sistema de numeração, dos fatos básicos e do conceito de operação, a utilização das outras operações (adição, subtração e multiplicação) e a propriedade distributiva da divisão em relação à adição. (MANDARINO, 2005, apud SILVA, 2014, p.56)

Avaliamos que, com este trabalho, conseguimos destacar algumas das dificuldades que estudantes de 5º ano do Ensino Fundamental apresentam frente à resolução de problemas de divisão, de modo que não avaliamos níveis de acertos ou erros dos sujeitos investigados, mas sim categorizamos suas estratégias para resolução das tarefas solicitadas para assim analisar suas dificuldades a partir dessas estratégias.

Observamos que um número considerável de alunos resolveu os problemas a partir de agrupamentos, demonstrando que as maiores dificuldades relativas ao conceito de divisão estão atreladas à apropriação do algoritmo da divisão. De todo modo, estamos em acordo com Silva (2014) no sentido de que:

Organizar o trabalho com o conteúdo de divisão nas séries iniciais do ensino fundamental auxilia o aluno a reconhecer que não há uma estratégia única para realizar o cálculo. Além disso, desenvolve no aluno a capacidade de escolher a estratégia mais eficiente para diferentes situações. (SILVA, 2014, p.57)

Observamos, também, que o número de alunos que utilizavam o algoritmo para a resolução dos problemas de divisão foi considerável em nosso estudo. Alguns apresentavam erros de tabuada, de cálculo, porém já tinham no uso do algoritmo uma estratégia para a resolução rápida dos problemas. Para estes alunos, trabalhar a multiplicação, o uso de agrupamentos para validar suas respostas, poderia ser algo a ser trabalhado pelo professor.

Ao analisarmos o uso do cotidiano para auxiliar na resposta da segunda questão, percebemos que, ao focalizarmos somente nos acertos, houve uma queda em relação à primeira e terceira questões, que tem estrutura semelhante (sem a presença de resto), o que pode revelar uma certa dificuldade em se trabalhar o cotidiano na contextualização para esses alunos e que eles não estejam tão habituados a trabalhar com esses elementos do dia a dia.

Um dado preocupante na pesquisa, foi o número exagerado de alunos que, pelo método de agrupamentos ou pelo método do algoritmo, não sabiam o que fazer com a presença do resto em suas respostas. Esse resultado esteve em consonância com o que foi apontado no estudo de Oliveira (2015) que, por sua vez, destacou que:

[...] os alunos têm poucas oportunidades para resolver problemas com resto, antes de estarem trabalhando com os números decimais, perdendo-se boas oportunidades de gerar maior reflexão sobre a operação de divisão, os tipos de quantidades envolvidas e os tipos de problemas. (OLIVEIRA, 2015, p.122)

Diante do que foi apresentado nesse trabalho, ressaltamos para a importância de que os professores estejam preparados para ensinar matemática, uma vez que as demandas e dificuldades dos alunos são diversas e o professor deve estar pronto para superar esses desafios.

Ressaltamos, ainda, a necessidade de realização de mais estudos voltados para a aprendizagem do conceito de divisão e esperamos, nesse sentido, que esse trabalho possa auxiliar a efetivação de estratégias que viabilizem a aprendizagem do referido conceito.

Assumimos, finalmente, que esse trabalho seja um 'ponta pé inicial' para suscitar outras pesquisas que busquem viabilizar o ensino e aprendizagem do conceito de divisão nos anos iniciais do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS:

- CURY, H.N. **Análise de Erros - o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte (MG): Autêntica, 2007.
- OLIVEIRA, F. S. M. de A. **Crianças de 5º ano do Ensino Fundamental resolvendo problemas de divisão: a calculadora pode contribuir?**.2015. 147f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.
- SILVA, A. L. M. L. S. **Apropriação do conceito de divisão por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação) – universidade Federal do Espírito Santo – Programa de Pós-graduação em Educação, Vitória, 2014.
- SILVA, S. V. P. **Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2016. 170f. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências e educação matemática) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.
- SOUZA, C. X. D. **Resolução de estudantes frente a problemas de divisão: antes e depois do ensino formal**. 2015. 97f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.