

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO E
TELECOMUNICAÇÕES

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA
ESTUDO DE PROPAGAÇÃO COM POLARIZAÇÕES HORIZONTAL
E VERTICAL EM FLORESTA COM EXTENSÃO SEMI-INFINITA**

ALEXANDRE CARDOSO OLIVEIRA

UFPA / ITEC / FEEB
Campus Universitário do Guamá
Belém – Pará – Brasil

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
ALEXANDRE CARDOSO OLIVEIRA

**Aplicação do Método dos Elementos Finitos para Estudo de
Propagação com Polarizações Horizontal e Vertical em Floresta
com Extensão Semi-Infinita**

Trabalho de conclusão de curso submetido
à Banca Examinadora da Faculdade de
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal do Pará para a obtenção do Grau
de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Karlo Queiroz da Costa

UFPA / ITEC / FEEB
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil

2025


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E BIOMÉDICA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO DE PROPAGAÇÃO COM
POLARIZAÇÕES HORIZONTAL E VERTICAL EM FLORESTA COM
EXTENSÃO SEMI-INFINITA**


AUTOR: ALEXANDRE CARDOSO OLIVEIRA

APROVADO EM: 07/04/2025


BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 **KARLO QUEIROZ DA COSTA**
Data: 07/04/2025 18:45:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Karlo Queiroz da Costa
(Orientador - FEEB / UFPA)

Documento assinado digitalmente
 **NILTON RODOLFO NASCIMENTO MELO RODRIG**
Data: 08/04/2025 19:21:19-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Nilton Rodolfo Nascimento Melo Rodrigues
(Membro - FEEB / UFPA)

Documento assinado digitalmente
 **RODRIGO MELO E SILVA DE OLIVEIRA**
Data: 08/04/2025 19:36:11-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira
(Membro - FEEB / UFPA)

UFPA / ITEC / FEEB
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil

2025

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais e irmãos que me apoiaram emocionalmente e financeiramente durante toda minha trajetória na educação, desde o berço até este momento onde posso obter o grau de ensino superior para iniciar minha carreira profissional.

Agradeço também aos professores e colegas de turma do curso de Engenharia Elétrica, por terem sanado dúvidas, acompanhado meus passos no estudo e incentivo nos momentos difíceis. Especialmente ao meu orientador Karlo Queiroz da Costa por ter me dado a oportunidade ao início na carreira científica na UFPA, de ter me dado os recursos necessários e sanado minhas dúvidas para elaboração deste trabalho.

Resumo

A região amazônica é bem vasta e composta principalmente por rios e florestas, compreendendo distâncias na faixa de centenas de quilômetros, aliado a isso o fato da importância contemporânea da radiofrequência; faz-se necessário o estudo de modelos que descrevam a realidade de forma precisa o suficiente e com viabilidade computacional. Neste trabalho apresentamos um modelo com análise espacial bidimensional, simulado no software COMSOL, que utiliza o Método dos Elementos Finitos (FEM) para o cálculo de magnitude e fase das ondas. Numa região num plano 2D colocamos o ar como meio principal de propagação, com a floresta como obstáculo (modelada como um bloco retangular) para a observação da reflexão, refração, difração e absorção, e o solo e a água localizados no “chão” da região, a onda é gerada por uma fonte de corrente operando na frequência de 521 MHz. Foram executadas 4 simulações, duas para polarização horizontal (fonte de corrente elétrica), duas para polarização vertical (corrente magnética), e cada uma com a fonte localizada abaixo ou acima da altura do bloco que representa a floresta.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos. Ondas eletromagnéticas. Difração e Refração da Onda, Propagação em Floresta.

Abstract

The Amazon region is very vast and composed mainly of rivers and forests, covering distances in the range of hundreds of kilometers. In addition to this, there is the contemporary importance of radiofrequency; it is necessary to study models that describe reality in a sufficiently precise way and with computational feasibility. In this work, we present a model with two-dimensional spatial analysis, simulated in the COMSOL software, which uses the Finite Element Method (FEM) to calculate the magnitude and phase of the waves. In a region on a 2D plane, we place the air as the main propagation medium, with the forest as an obstacle (modeled as a rectangular block) for the observation of reflection, refraction, diffraction and absorption, and the soil and water located on the “floor” of the region. The wave is generated by a current source operating at a frequency of 521 MHz. Four simulations were performed, two for horizontal polarization (electric current source), two for vertical polarization (magnetic current), and each with the source located below or above the height of the block representing the forest.

Keywords: Finite Element Method. Electromagnetic Waves. Diffraction and Refraction, Propagation through forest.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Experimento de Young da Fenda Dupla	17
Figura 2 – Configuração Espacial do Meio e das Fontes	19
Figura 3 – Menu principal do software mostrando o círculo dos meios	20
Figura 4 – Ambiente de simulação no COMSOL	21
Figura 5 – Zoom da malha, a parte azul corresponde à água	22
Figura 6 – Posições utilizadas nas simulações	23
Figura 7 – Parte real do Campo Magnético ao longo do espaço	24
Figura 8 – Módulo do Campo Magnético ao longo do espaço	24
Figura 9 – Módulo da fase do Campo Magnético ao longo do espaço	25
Figura 10 – Gráfico de linha mostrando o módulo do campo em 4 alturas diferentes .	25
Figura 11 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	26
Figura 12 – Módulo do Campo Magnético ao longo do espaço	26
Figura 13 – Módulo da fase do Campo Magnético ao longo do espaço	27
Figura 14 – Gráfico de Linha do Módulo do Campo em 4 alturas diferentes	27
Figura 15 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	28
Figura 16 – Módulo do Campo Elétrico ao longo do espaço	28
Figura 17 – Módulo da Fase do Campo Elétrico ao longo do espaço	29
Figura 18 – Módulo do Campo em 4 alturas diferentes	29
Figura 19 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	30
Figura 20 – Módulo do Campo Elétrico ao longo do espaço	30
Figura 21 – Módulo da Fase do Campo Elétrico ao longo do espaço	31
Figura 22 – Gráfico de Linha do Módulo do Campo Elétrico	31
Figura 23 – Comparação entre o Método dos Momentos e Método dos Elementos Finitos	32
Figura 24 – Módulo do Campo no Espaço	33
Figura 25 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	33
Figura 26 – Módulo do Campo no Espaço	34
Figura 27 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	34
Figura 28 – Módulo do Campo no Espaço	35
Figura 29 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	35
Figura 30 – Módulo do Campo no Espaço	36
Figura 31 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	36
Figura 32 – Módulo do Campo no Espaço	37
Figura 33 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	37
Figura 34 – Módulo do Campo no Espaço	38
Figura 35 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço	38
Figura 36 – Módulo do Campo no Espaço	39

Figura 37 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	39
Figura 38 – Módulo do Campo no Espaço	40
Figura 39 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	40
Figura 40 – Módulo do Campo no Espaço	41
Figura 41 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	41
Figura 42 – Módulo do Campo no Espaço	42
Figura 43 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	42
Figura 44 – Módulo do Campo no Espaço	43
Figura 45 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	43
Figura 46 – Módulo do Campo no Espaço	44
Figura 47 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço	44

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros elétricos dos meios	20
Tabela 2 – Tempo de Simulação	45

Lista de símbolos

B	Densidade de Campo Magnético
D	Densidade de campo elétrico
E	Intensidade de campo elétrico
H	Intensidade de campo magnético
ϵ	permissividade elétrica do meio
λ	comprimento de onda
μ	permeabilidade magnética do meio
∇	Operador nabla
ω	Frequência angular da onda
∂	Operador de derivada parcial
σ	condutividade elétrica

Sumário

1	Introdução	14
1.1	Objetivos	14
2	Abordagem Teórica:	15
2.1	Difração de Ondas	17
2.1.1	Teoria Escalar de Kirchhof:	17
2.1.2	Teoria de Sommerfield:	18
3	Modelagem do Problema	19
3.1	Simulação no COMSOL para a floresta semi-infinita:	20
3.2	Simulação no COMSOL para posições variadas da floresta e do solo (caso 5):	22
4	Resultados e Discussão	24
4.1	Caso 1: Corrente Magnética com Fonte localizada acima da altura da floresta:	24
4.2	Caso 2: Corrente Magnética com Fonte localizada abaixo da altura da floresta:	26
4.3	Caso 3: Corrente Elétrica com Fonte localizada acima da altura da floresta:	27
4.4	Caso 4: Corrente Elétrica com Fonte localizada abaixo da altura da floresta:	29
4.5	Caso 5: Figura 7-a, Corrente Elétrica:	33
4.6	Caso 5: Figura 7-b, Corrente Elétrica:	34
4.7	Caso 5: Figura 7-c, Corrente Elétrica:	35
4.8	Caso 5: Figura 7-d, Corrente Elétrica:	36
4.9	Caso 5: Figura 7-e, Corrente Elétrica:	37
4.10	Caso 5: Figura 7-f, Corrente Elétrica:	38
4.11	Caso 5: Figura 7-a, Corrente Magnética:	39
4.12	Caso 5: Figura 7-b, Corrente Magnética:	40
4.13	Caso 5: Figura 7-c, Corrente Magnética:	41
4.14	Caso 5: Figura 7-d, Corrente Magnética:	42
4.15	Caso 5: Figura 7-e, Corrente Magnética:	43
4.16	Caso 5: Figura 7-f, Corrente Magnética:	44
5	Conclusão	47
6	Referências	48

APÊNDICES	49
APÊNDICE A – Artigos Publicados	50

1 Introdução

A comunicação sem fio tem se tornado indispensável para diversas aplicações modernas, desde redes de telecomunicação até sistemas de monitoramento ambiental e navegação por satélite. O aumento da demanda por transmissão de sinais eletromagnéticos a longas distâncias e em ambientes diversos impulsionou o desenvolvimento de tecnologias que minimizam a necessidade de infraestrutura física, como cabos e antenas fixas. (Costa, K. Q., C. Oliveira, A., 2024) Para entender melhor e otimizar as tecnologias relacionadas com a propagação de ondas, diversos modelos baseados nas equações de Maxwell e em estatística foram desenvolvidos, permitindo descrever a intensidade, direção e fase das ondas eletromagnéticas ao longo do espaço e do tempo. Na literatura há métodos de modelação de onda em floresta utilizando a média ponderada entre o efeito de difração pelo método da borda de faca e o efeito de uma linha de transmissão com impedâncias em série substituindo a floresta. (Zabihi e Vaughan, 2020) Também há abordagens físicas mais diretas que resultam em um sistema de equações integrais com a utilização das funções de Green, resolvido através do método numérico dos momentos. (Costa, K. Q., C. Oliveira, A., 2024).

1.1 Objetivos

- Aplicação do Método dos elementos finitos para análise da propagação em um meio com floresta de dimensão semi-infinita;
- Modelar no espaço bidimensional a propagação em meios não homogêneos com floresta;
- Estudo da variação da polarização e alturas das fontes sobre a propagação das ondas;
- Análise dos efeitos de difração, refração e absorção de ondas em meios com floresta.
- Estudo da propagação de um sinal eletromagnético (como utilizado em tvs digitais) na frequência de 521MHz em um meio com floresta na região amazônica.

2 Abordagem Teórica:

Em geral, é possível obter os campos eletromagnéticos numa região do espaço dada qualquer configuração arbitrária de distribuições de corrente e cargas elétricas e magnéticas (Griffiths, 1942), quando temos uma densidade de corrente, é possível obter os campos quando integramos sua função em uma função potencial, que por sua vez será diferenciado para obter a função vetorial dos campos (Balanis, 1997). É mais didático começar explicando a fonte de corrente elétrica. Antes disso, apresentam-se na abaixo as equações de Maxwell em sua forma diferencial como referencial para a teoria clássica do Eletromagnetismo (em ordem, Lei de Gauss, Lei de Gauss para o Magnetismo, Lei de Indução de Faraday, lei de Ampère-Maxwell (Sadiku, 2004)):

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (2.4)$$

Como $\nabla \cdot \vec{B} = \nabla \cdot (\mu \vec{H}) = 0$, podemos escrever o campo como o rotacional de outro campo vetorial, como feito na equação (2.4):

$$\vec{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (2.5)$$

Da Lei de Faraday podemos eliminar \vec{H}_A , após algumas manipulações algébricas, temos que:

$$\nabla \times \left[\vec{E}_{\vec{A}} + j\omega \vec{A} \right] = 0 \quad (2.6)$$

Das identidades vetoriais abaixo:

$$\nabla \times (-\nabla \phi) = 0 \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.8)$$

Podemos escrever $\vec{E}_{\vec{A}} + j\omega \vec{A} = -\nabla \phi$ e chegar no resultado da equação (2.9):

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega \mu \epsilon \phi) \quad (2.9)$$

Onde podemos escolher a função ϕ arbitrariamente para zerar o termo entre parênteses, facilitando a análise, também conhecido como condição de Lorentz. Disso se extrai o sistema abaixo a ser resolvido:

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (2.10)$$

$$\vec{E}_A = -j\omega \vec{A} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (2.11)$$

Temos que (2.10) é a equação não homogênea de Helmholtz. Sabendo \vec{A} , podemos obter \vec{H}_A de (2.4) e \vec{E}_A de (2.11). Para o cálculo do campo magnético nós utilizamos o teorema matemático da dualidade, onde faz-se o mesmo raciocínio acima do qual obtém-se equações análogas para o campo magnético \vec{H} em função da densidade de corrente magnética \vec{M} , mas é importante frisar que não existem na natureza corrente ou cargas magnéticas. Feita esta observação, abaixo estão os mesmos resultados das equações (2.10) e (2.11) para o caso magnético:

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad (2.12)$$

$$\vec{H}_F = -j\omega \vec{F} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \quad (2.13)$$

Aproximando a fonte a um elemento infinitesimal na equação de onda, com análise tanto na região da fonte quanto fora dela (não homogeneidade), é possível obter os campos auxiliares \vec{A} e \vec{F} :

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \vec{J}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (2.14)$$

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \vec{M}(x', y', z') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (2.15)$$

A quantidade R é a distância radial entre a fonte e o ponto do campo. Com isso é possível calcular o campo total:

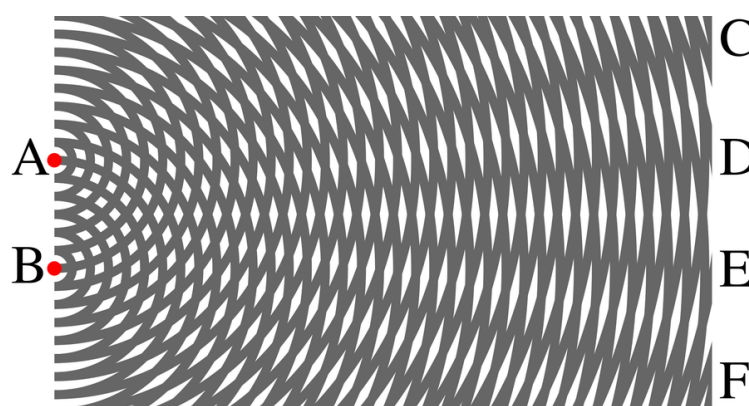
$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} - \frac{1}{j\omega\mu} \nabla \times \vec{E}_F \quad (2.16)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H}_A - \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (2.17)$$

2.1 Difração de Ondas

A difração é um fenômeno que ocorre em qualquer tipo de onda, seja mecânica, acústica e até ondas de matéria, consistindo no processo de espalhamento da onda ao contornar um obstáculo que impede a transmissão da onda. A depender do tamanho da abertura pelo qual a onda passa, mais visível é este fenômeno, onde as diversas frentes de onda se superimpõem, como mostrado na figura 1, um esquemático modernizado do desenho feito por Thomas Young:

Figura 1 – Experimento de Young da Fenda Dupla



Fonte: Wikipedia - 2016

É importante notar que a difração de ondas não se confunde com a refração, que é quando a onda se propaga entre dois meios com índices que alteram proporcionalmente a velocidade da onda, obedecendo a lei de Snell:

$$\text{sen}(\theta_1)/v_1 = \text{sen}(\theta_2)/v_2 \quad (2.18)$$

Huygens foi um dos primeiros a observar o fenômeno da interferência da luz, dando evidência ao fato da luz possuir características de onda, não só corpusculares como se acreditava nos tempos de Isaac Newton. Depois com o advento das equações de Maxwell, provando a natureza ondulatória da luz, foi-se estudado com mais profundidade o fenômeno de difração. Um dos primeiros a fazê-lo foi Kirchhof, que apresentou um modelo escalar que só é aceitavelmente preciso quando o orifício pelo qual passa a onda é grande se comparado ao seu comprimento de onda, e seu comportamento não for observado muito perto do local de espalhamento. (Goodman, 1996)

2.1.1 Teoria Escalar de Kirchhof:

Abaixo explicamos de forma básica o modelo escalar, utiliza-se o teorema de Green:

$$\iiint_V (U \nabla^2 G - G \nabla^2 U) dv = \iint_S \left(U \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial U}{\partial n} \right) ds \quad (2.19)$$

onde $\partial/\partial n = 0$ significa a derivada parcial na direção normal apontando para fora da superfície fechada S .

Escolhendo convenientemente a função G e aplicando o resultado na equação de Helmholtz, chegamos ao seguinte resultado:

$$U(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{\partial U}{\partial n} \left[\frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \right] - U \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \right] \right\} ds. \quad (2.20)$$

2.1.2 Teoria de Sommerfield:

Sommerfield eliminou as inconsistências no contorno da interface da abertura (orifício) da onda, escolhendo funções de Green diferentes, obtém-se as duas soluções de Sommerfield:

$$U_I(P_0) = \frac{-1}{4\pi} \iint_{\Sigma} U \frac{\partial G_-}{\partial n} ds. \quad (2.21)$$

$$U_{II}(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \frac{\partial U}{\partial n} G_+ ds. \quad (2.22)$$

Onde Σ é a região do plano de abertura, a solução de Kirchhof é a média aritmética de ambas as soluções. Aplicando esses resultados no caso de uma onda esférica divergindo de uma fonte pontual, e com certas manipulações matemáticas na função de Green, chegamos á fórmula de Sommerfield:

$$U_{II}(P_0) = -\frac{A}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{\exp[jk(r_{21} + r_{01})]}{r_{21}r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{21}) ds. \quad (2.23)$$

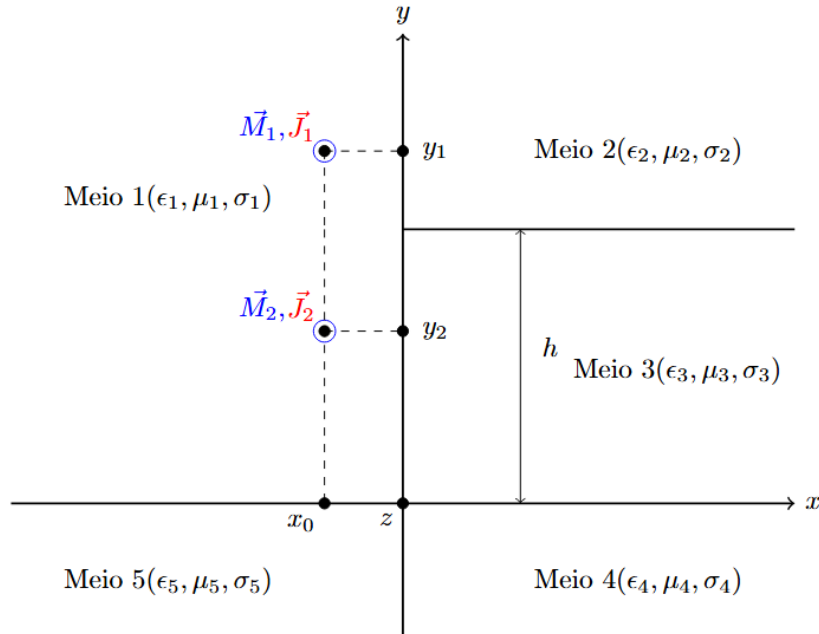
Esses resultados são para ondas monocromáticas, no caso não monocromático deve-se avaliar os espectros de Fourier, somando as contribuições de cada onda. No caso do plano xy onde temos somente a componente z ($z=0$) da onda viajando, a função U tem duas componentes de Fourier na forma da equação abaixo:

$$U(x, y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y; 0) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y. \quad (2.24)$$

3 Modelagem do Problema

A geometria do problema está mostrada na figura 2:

Figura 2 – Configuração Espacial do Meio e das Fontes



Fonte: Autor

As densidades de corrente são descritas pelas equações (3.1) e (3.2):

$$\vec{M}(x, y) = M_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \vec{a}_z \quad (3.1)$$

$$\vec{J}(x, y) = J_0 \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \vec{a}_z \quad (3.2)$$

Temos que $\vec{J} = 0$ para o caso magnético e $\vec{M} = 0$ para o caso elétrico. Como estamos no plano xy , $\partial/\partial z = 0$ na equação de Helmholtz, o que resulta na equação:

$$\nabla_{xy}^2 H_z + k^2 H_z = j\omega \epsilon M_z \quad (3.3)$$

Devemos aplicar as condições de contorno e de continuidade nas interfaces entre os meios para resolvê-la, que pode ser feito através de métodos numéricos, tais como Método dos Momentos ou Método dos Elementos Finitos.

Para estudar o caso na região Amazônica, os meios analisados são a água, solo, floresta e ar, seus parâmetros elétricos para a região foram pegos de medições publicadas em artigos científicos, em especial a permissividade dielétrica, permeabilidade magnética e condutividade elétrica. A tabela 2 mostra os valores utilizados:

Tabela 1 – Parâmetros elétricos dos meios

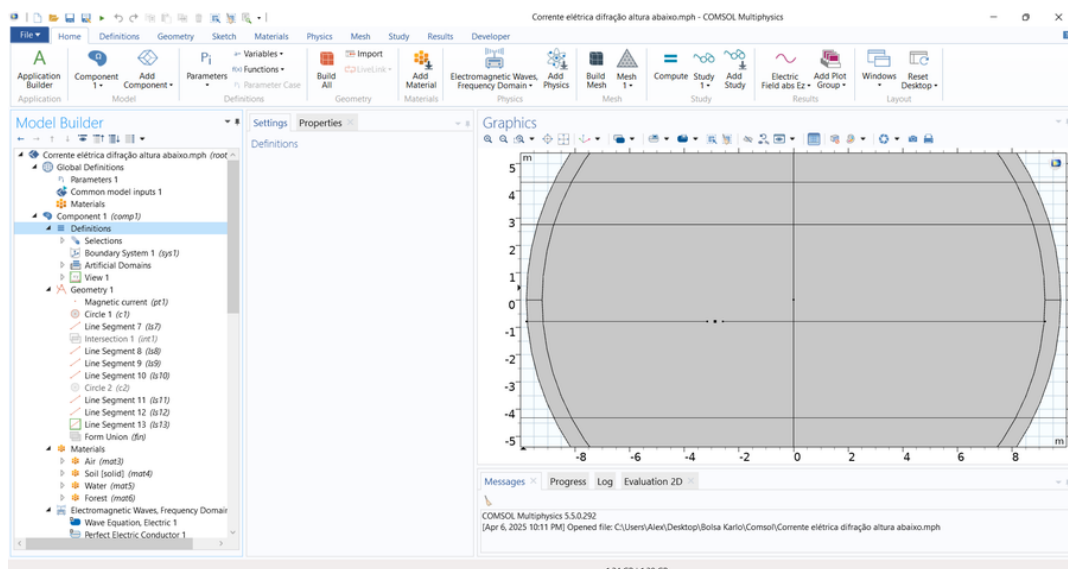
Meios	Permissividade Elétrica relativa	Permeabilidade magnética relativa	Condutividade Elétrica (mS/m)
Ar	1	1	0
Floresta	1,1	1	0,1
Água	80	1	50
Solo	1,9	1	20

Fonte: D.K.N. Silva , et al. "A Propagation Model for Mixed Paths Using Dyadic Green's Functions: A Case Study over the River for a City-River-Forest Path". IEEE, VOL. X, NO. XX

3.1 Simulação no COMSOL para a floresta semi-infinita:

Neste trabalho utilizamos o COMSOL Multiphysics, um software proprietário que resolve equações diferenciais através do Método dos Elementos Finitos. É bastante usado em áreas de pesquisa de física, química e aplicações em engenharia, devido à sua praticidade para simular situações que envolvem diversos princípios físicos simultaneamente, como transferência de calor, corrente elétrica, acústica, fluidos etc. Na Figura abaixo é mostrada a interface do software:

Figura 3 – Menu principal do software mostrando o círculo dos meios

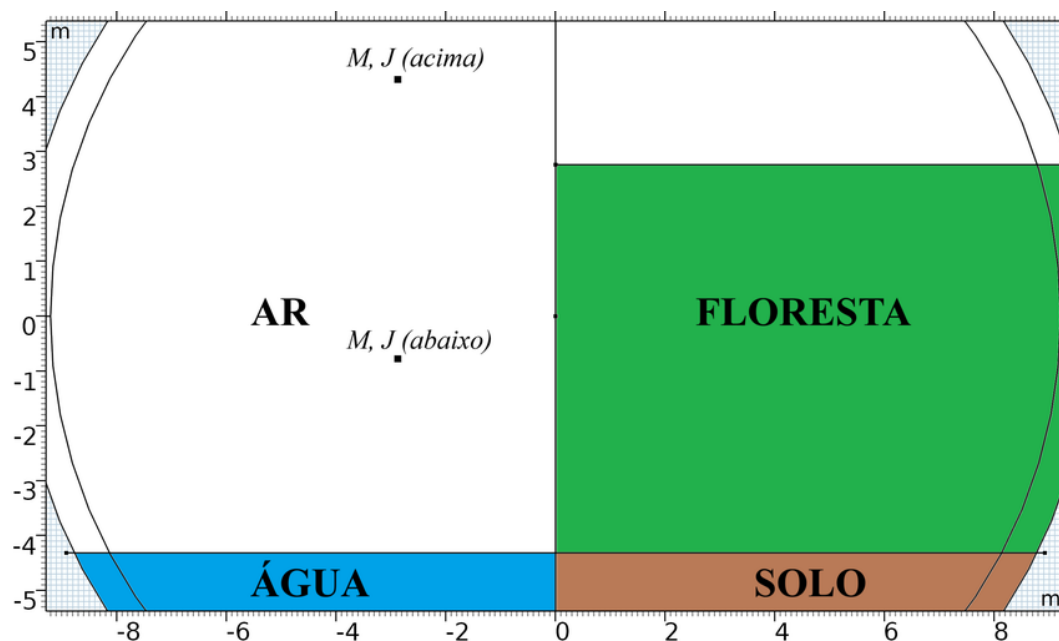


Fonte: Autor

Foram feitas quatro simulações, o ambiente geral é um círculo com raio de $17\lambda_0$ e camada externa de PML de $1\lambda_0$, sendo $\lambda_0 \approx 57,56\text{cm}$ (onda de 521 MHz), a figura abaixo mostra o arranjo dos meios e as duas posições possíveis da fonte simultaneamente,

reforçando que em cada simulação apenas uma posição é utilizada com apenas um tipo de fonte de cada vez:

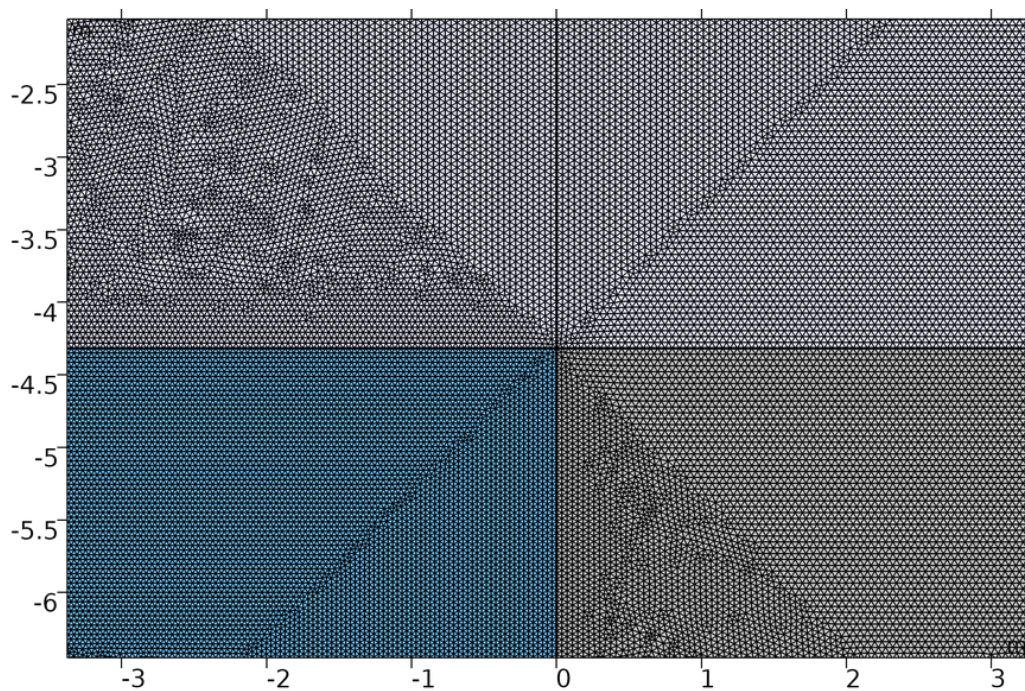
Figura 4 – Ambiente de simulação no COMSOL



Fonte: Autor

Para realizar o FEM, deve-se colocar a discretização adequada do espaço através da malha de elementos finitos, o primeiro a ser proposto na literatura é o triângulo, devido a sua simplicidade, para aumentar o grau de precisão dos cálculos, devemos escolher um tamanho proporcional ao comprimento de onda λ . No caso do ar, floresta e solo, como a permissividade é praticamente a mesma, foi utilizado um elemento de tamanho de 5 cm, na água o ideal a ser utilizado é 8 vezes menor, entretanto como a memória do computador não é capaz de executar a simulação por completo, foi utilizado um elemento de 4 cm. Na figura 5 é mostrado o espaço discretizado e a malha de elementos finitos no círculo inteiro, perfazendo um total de 351616 elementos:

Figura 5 – Zoom da malha, a parte azul corresponde à água

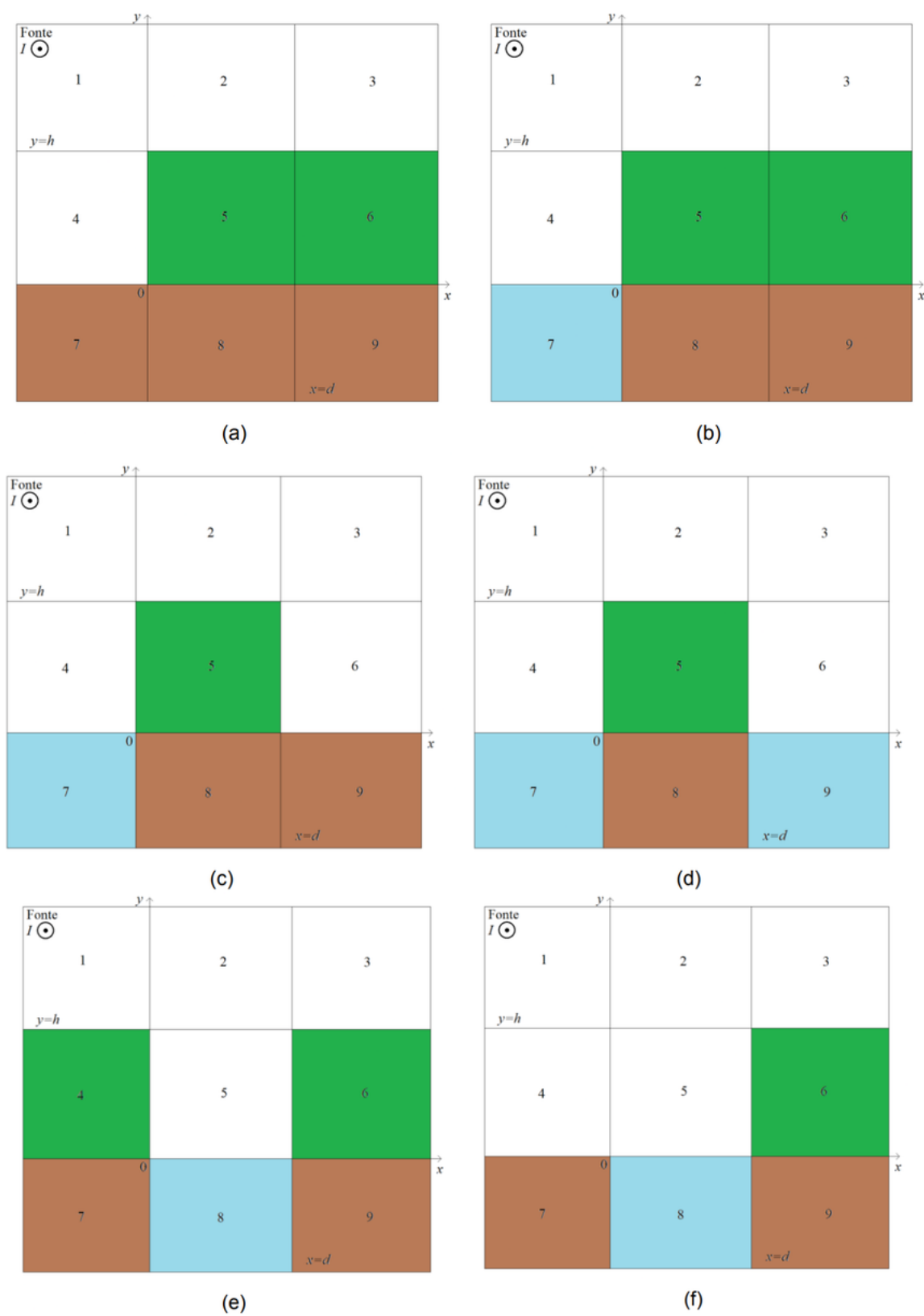


Fonte: Autor

3.2 Simulação no COMSOL para posições variadas da floresta e do solo (caso 5):

Foram feitas doze simulações, seis para corrente magnética (necessária para a análise do campo magnético na direção ortogonal ao plano, pelo teorema matemático da dualidade (Balanis, 1997)) e seis para corrente elétrica, com diferentes posições da floresta no círculo, que dessa vez tem um raio de $14\lambda_0$, em todos os casos a fonte está localizada no ponto $P_0 = (-5\lambda_0, 7, 5\lambda_0)$.

Figura 6 – Posições utilizadas nas simulações



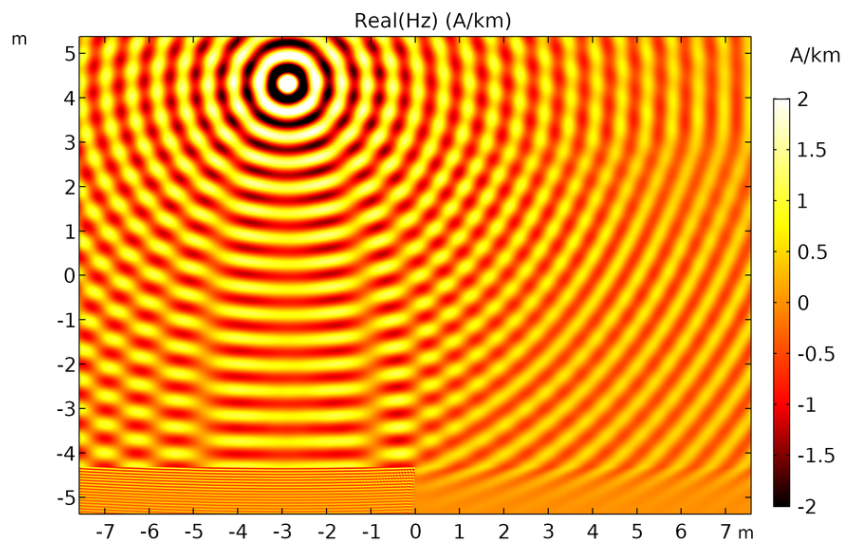
Autor

4 Resultados e Discussão

4.1 Caso 1: Corrente Magnética com Fonte localizada acima da altura da floresta:

A fonte se encontra no ponto coordenado $P_1 = (-5\lambda_0; 7, 5\lambda_0)$, o gráfico de cor para a parte real do campo magnético (considera magnitude e fase) no espaço é o mostrado abaixo:

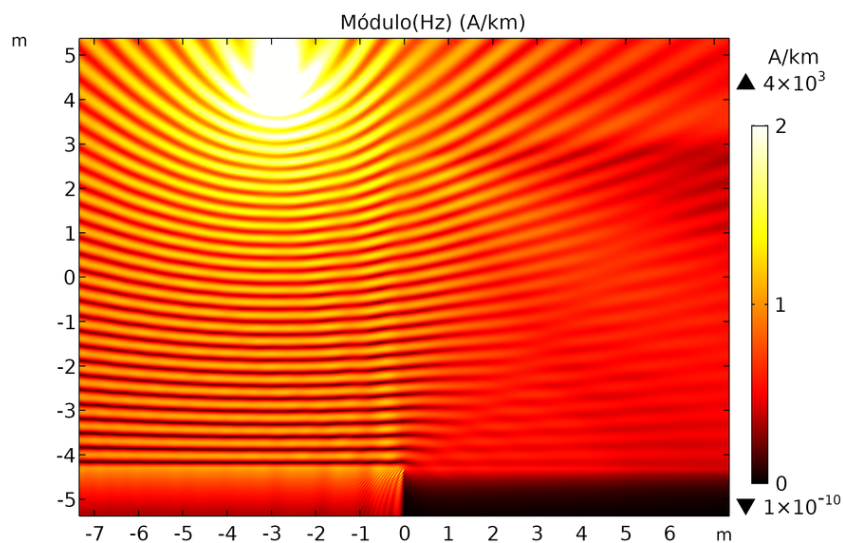
Figura 7 – Parte real do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na figura 7 podemos ver na presença da floresta uma maior interferência das ondas devido à reflexão.

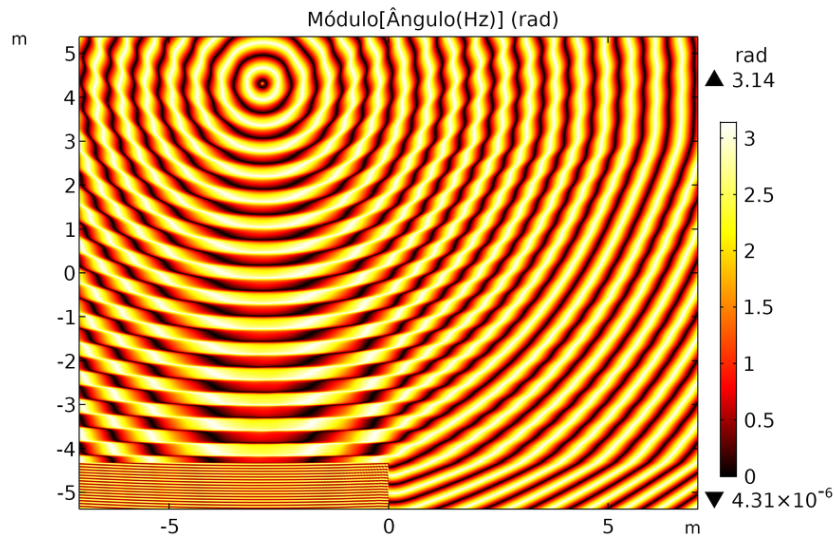
Figura 8 – Módulo do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 8 é possível ver uma clara delimitação do meio florestal, em que a onda fica significativamente mais fraca.

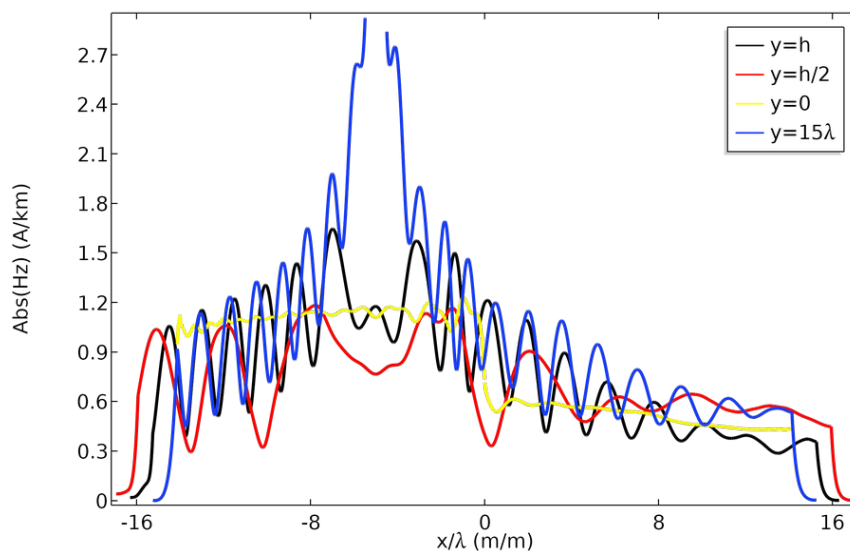
Figura 9 – Módulo da fase do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 9 é possível ver uma descaracterização da propagação isotrópica da onda na floresta.

Figura 10 – Gráfico de linha mostrando o módulo do campo em 4 alturas diferentes



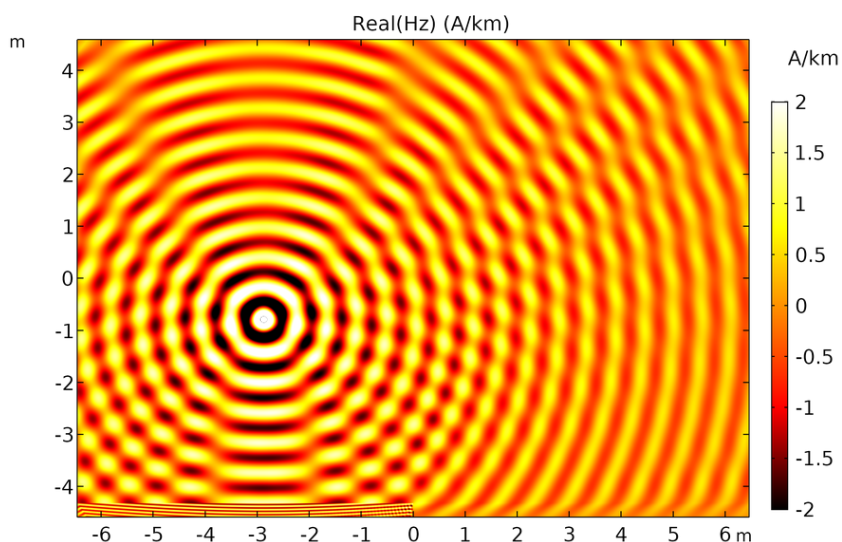
Fonte: Autor

Na Figura 10 é possível ver uma diminuição abrupta da campo magnético ao ser transmitida da água para o solo.

4.2 Caso 2: Corrente Magnética com Fonte localizada abaixo da altura da floresta:

A fonte se encontra no ponto coordenado $P_2 = (-5\lambda_0; -1, 35\lambda_0)$:

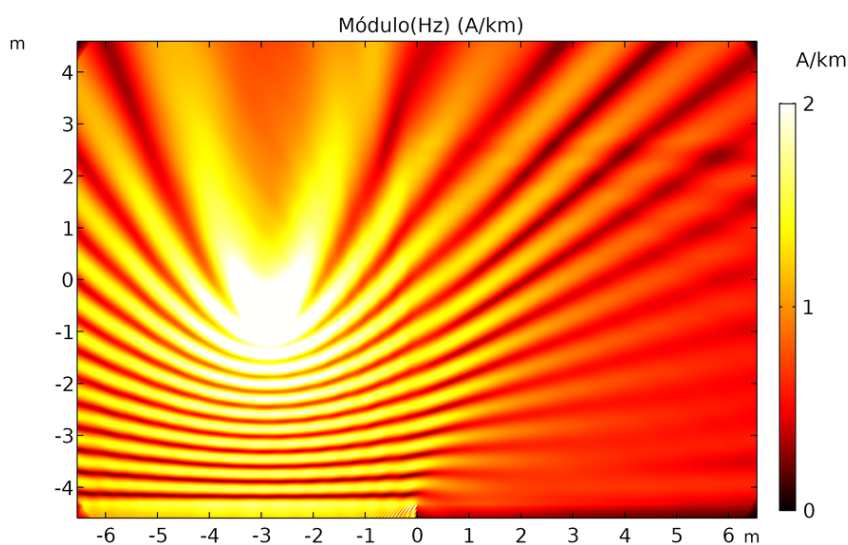
Figura 11 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 11 é possível ver uma taxa de reflexão mais acentuada da onda do que se tivesse localizada acima da altura da floresta.

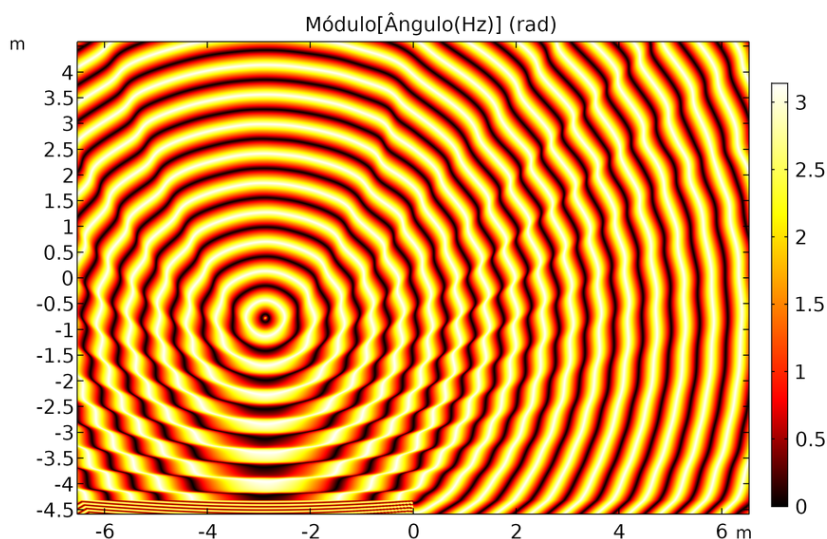
Figura 12 – Módulo do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 12 é possível ver ainda maior perda do módulo do campo ao se propagar na floresta e próximo ao solo.

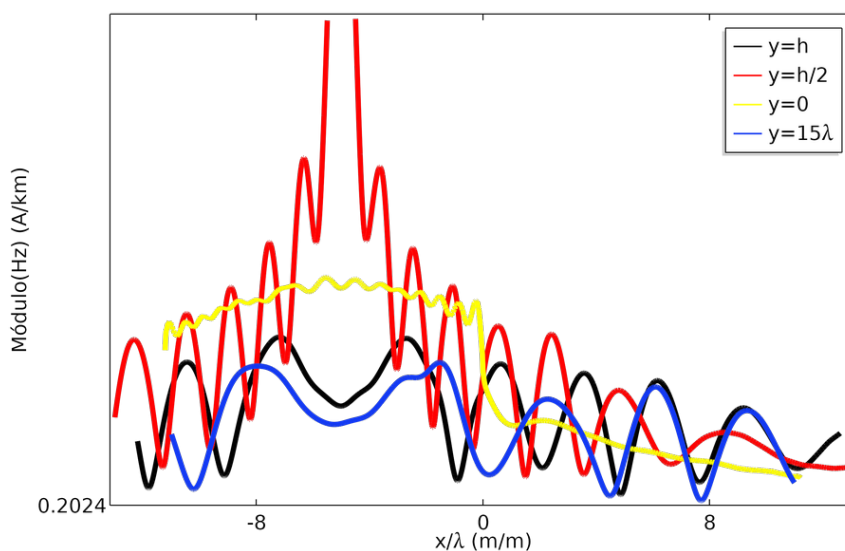
Figura 13 – Módulo da fase do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 13 vemos distorções nas fases mais acentuadas na região próxima à interface entre ar e floresta, uniformizando-se depois.

Figura 14 – Gráfico de Linha do Módulo do Campo em 4 alturas diferentes

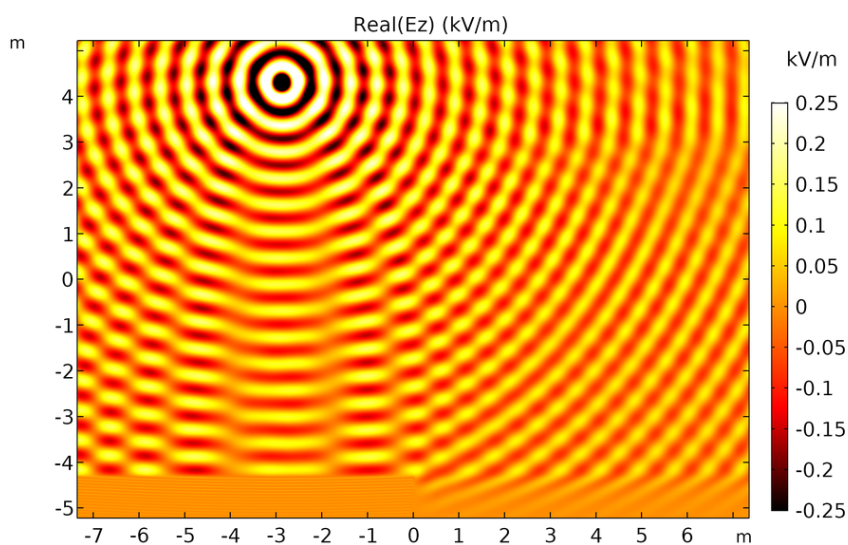


Fonte: Autor

Na Figura 14 observa-se que o módulo do campo é mais fraco em geral para alturas mais próximas à da fonte.

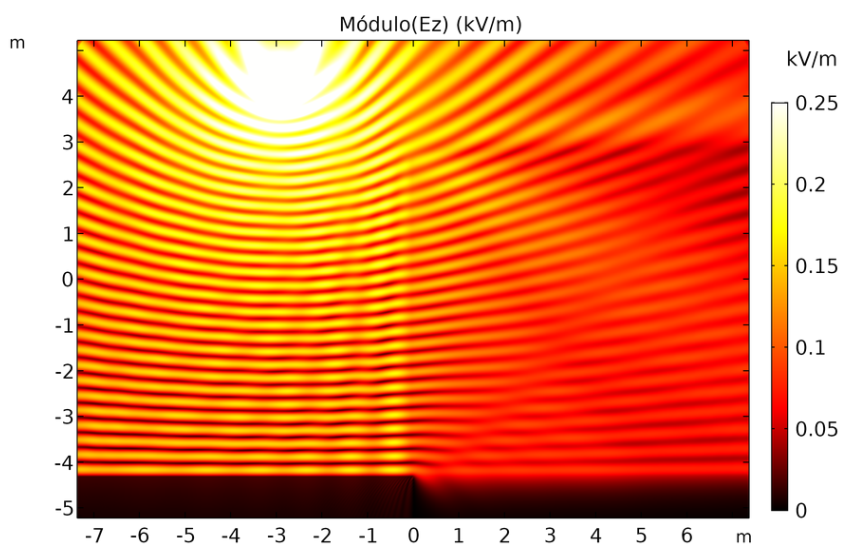
4.3 Caso 3: Corrente Elétrica com Fonte localizada acima da altura da floresta:

A fonte se encontra no ponto coordenado $P_1 = (-5\lambda_0; 7, 5\lambda_0)$:

Figura 15 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

Fonte: Autor

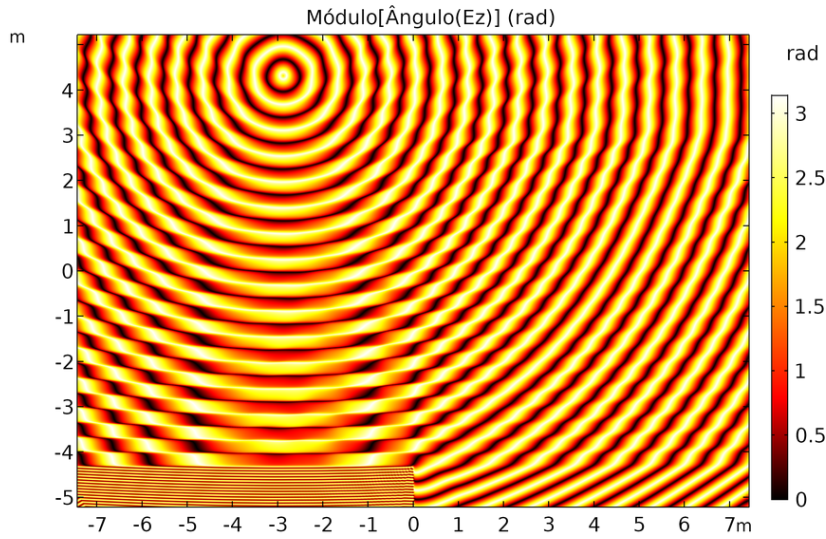
Na Figura 15 é possível ver um comportamento muito semelhante ao do campo magnético, com leve alteração na magnitude e período da onda.

Figura 16 – Módulo do Campo Elétrico ao longo do espaço

Fonte: Autor

Na Figura 16 novamente é possível ver a delimitação bem nítida da floresta, assim como observado para o campo magnético.

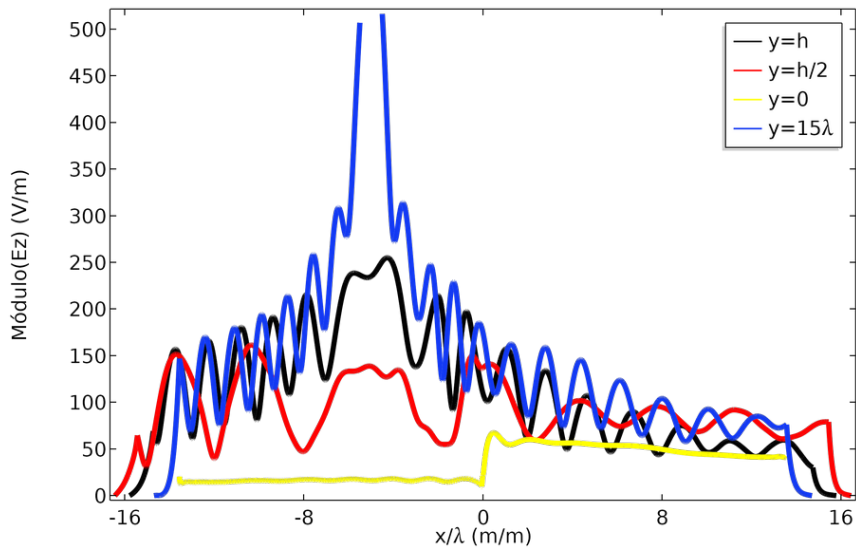
Figura 17 – Módulo da Fase do Campo Elétrico ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 17 é possível ver com mais detalhe a diferença de período da onda na região.

Figura 18 – Módulo do Campo em 4 alturas diferentes



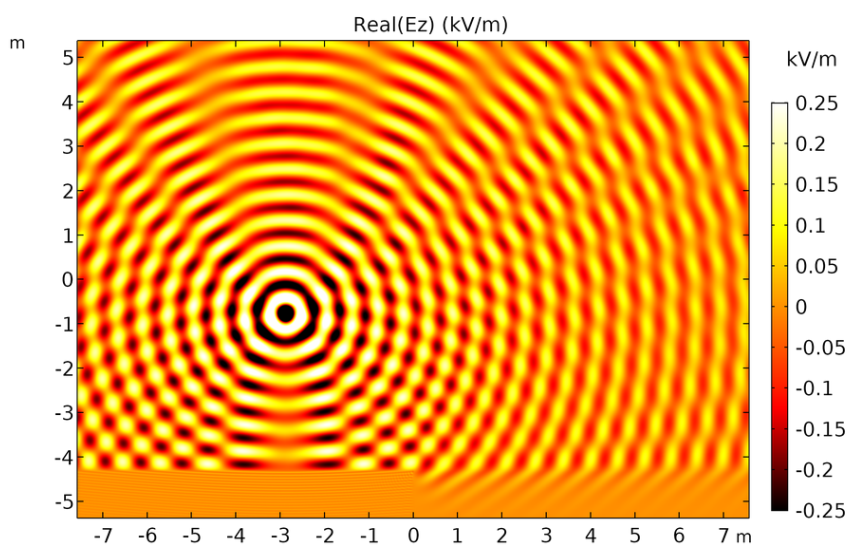
Fonte: Autor

Na Figura 18 é possível ver que o período de oscilação da onda é mais curto que no campo magnético, e ao contrário deste último, a onda aumenta abruptamente de magnitude ao ser transmitida da água ao solo.

4.4 Caso 4: Corrente Elétrica com Fonte localizada abaixo da altura da floresta:

A fonte se encontra no ponto $P_2 = (-5\lambda_0; -1, 35\lambda_0)$:

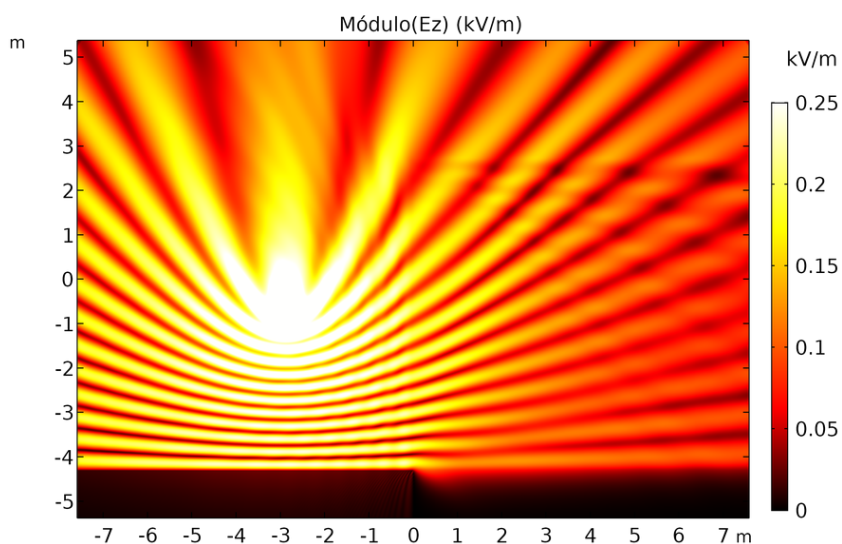
Figura 19 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 19 é possível ver novamente uma maior taxa de reflexão e absorção se comparado com a fonte localizada acima da floresta, tal como no campo magnético.

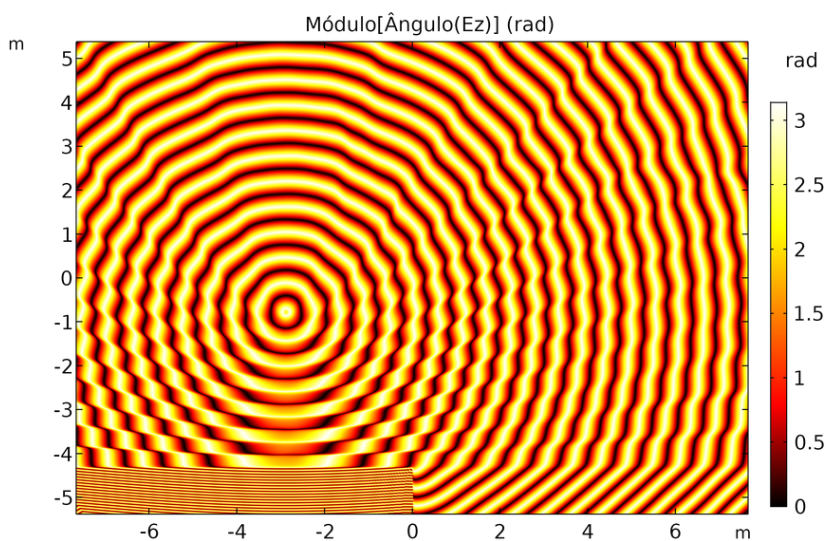
Figura 20 – Módulo do Campo Elétrico ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na Figura 20 é possível ver assinaturas de interferência mais acentuadas na floresta do que o que se observa no campo magnético.

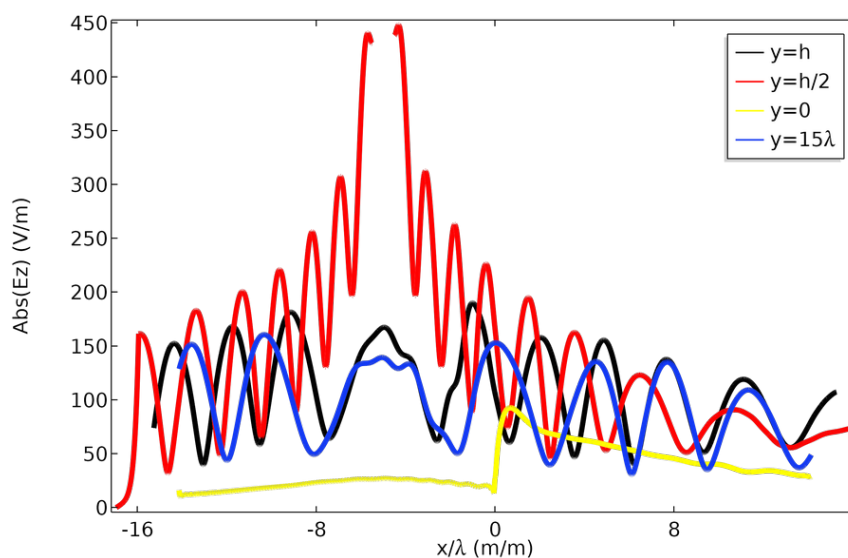
Figura 21 – Módulo da Fase do Campo Elétrico ao longo do espaço



Fonte: Autor

Na figura 21 é possível ver com mais clareza o comportamento da fase da onda.

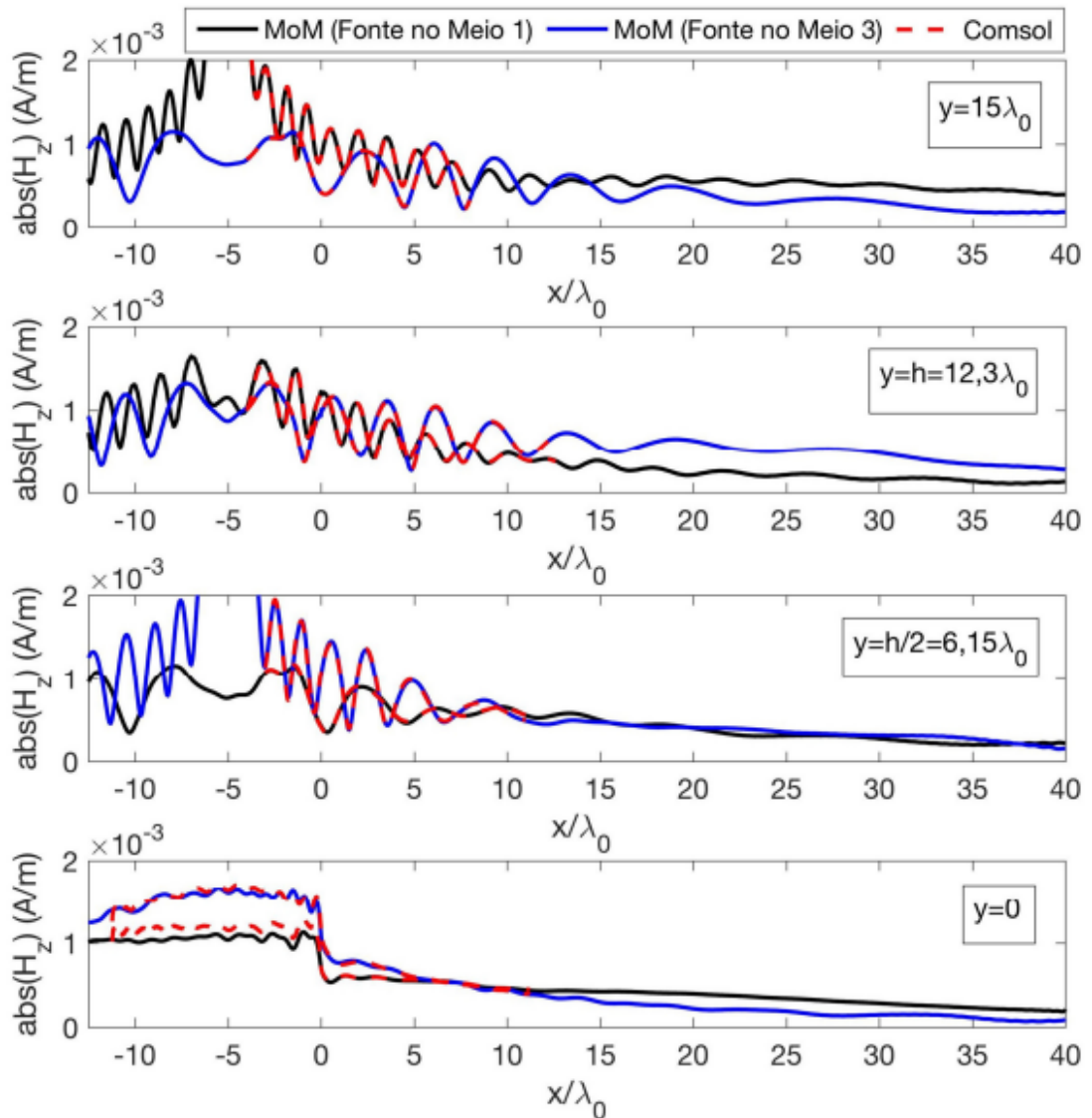
Figura 22 – Gráfico de Linha do Módulo do Campo Elétrico



Fonte: Autor

Na figura 22 é possível ver novamente o comportamento abrupto do campo na interface entre solo e floresta, e a diferente taxa de decaimento ao se propagar para longe da fonte.

Figura 23 – Comparação entre o Método dos Momentos e Método dos Elementos Finitos

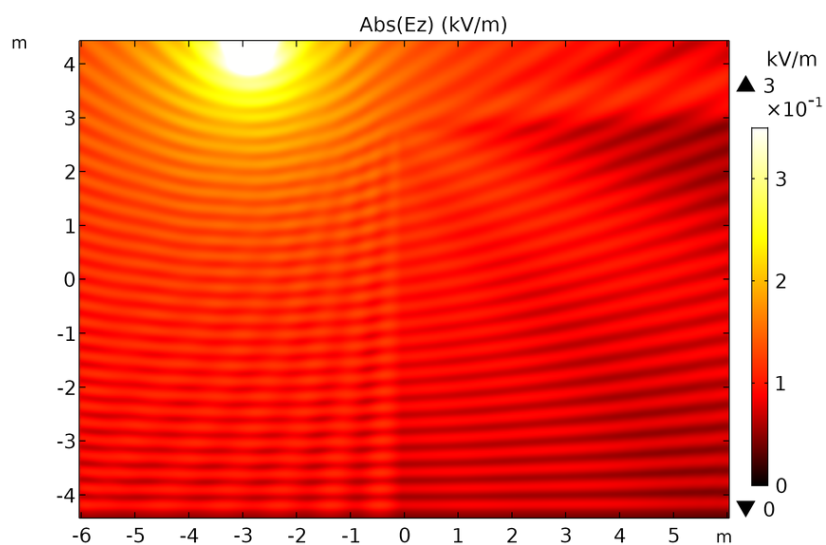


Fonte: K.Q. Costa, "Método da Função de Green para Análise da Radiação em uma Região Mista com Seis Meios"

Na Figura 23 observamos uma sintetização dos resultados conjuntamente ao método dos momentos, utilizado para resolver o sistema de equações integrais dos campos.

4.5 Caso 5: Figura 7-a, Corrente Elétrica:

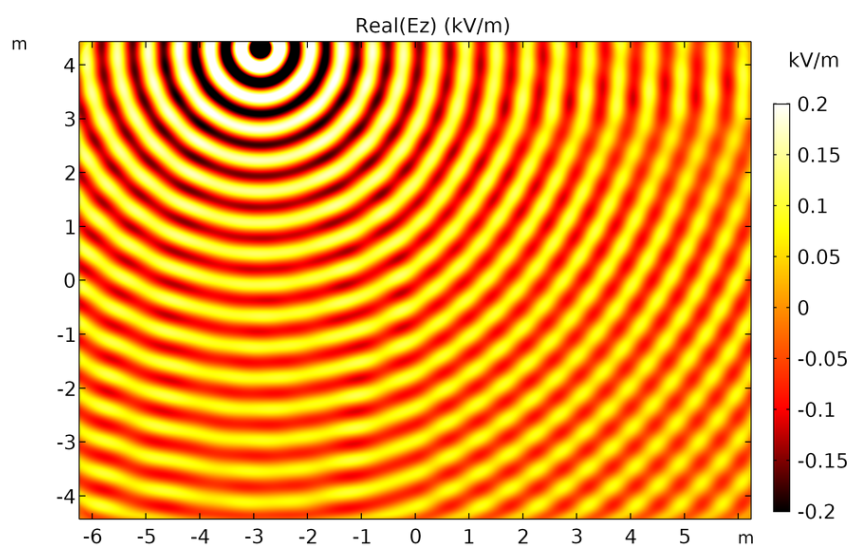
Figura 24 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na figura 24 é possível diferenciar a assinatura de interferência da onda tanto no ar quanto na floresta.

Figura 25 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

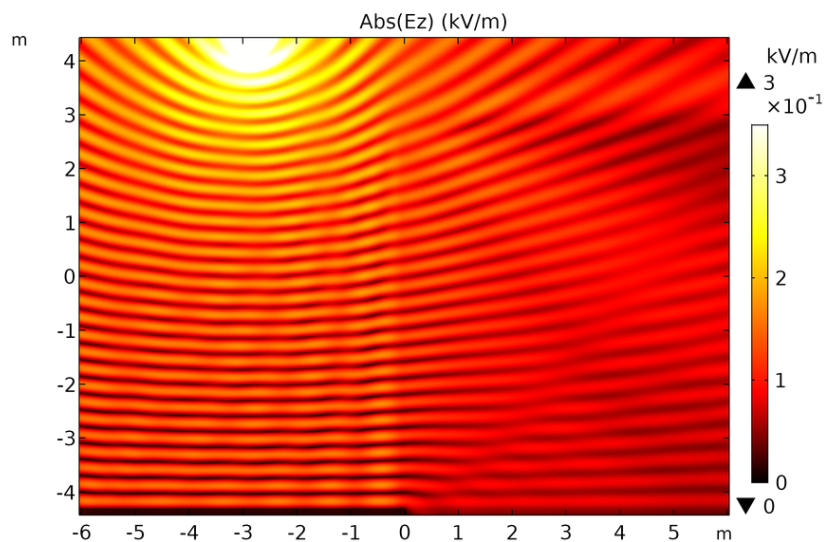


Fonte: Autor

Na Figura 25 é possível ver uma taxa de reflexão significativa da onda na floresta.

4.6 Caso 5: Figura 7-b, Corrente Elétrica:

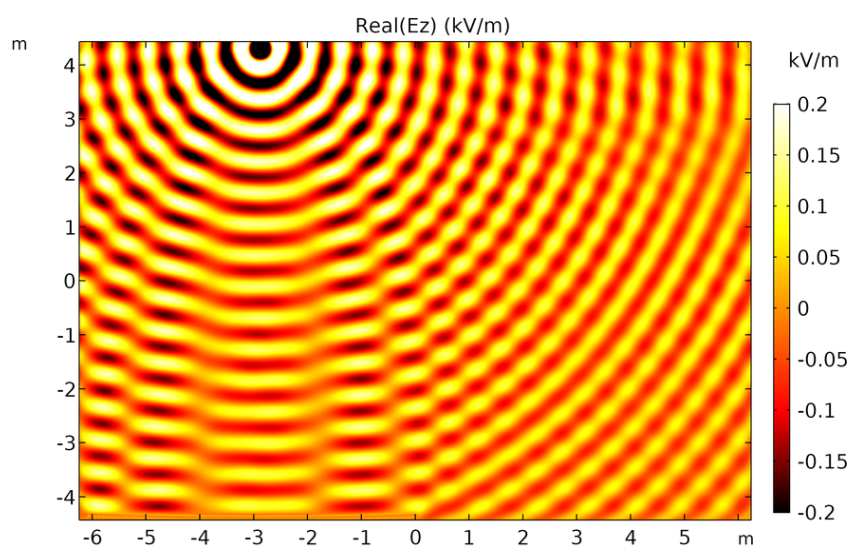
Figura 26 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 26 é possível ver menos interferência da onda no ar mas ainda assim uma delimitação clara da floresta.

Figura 27 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

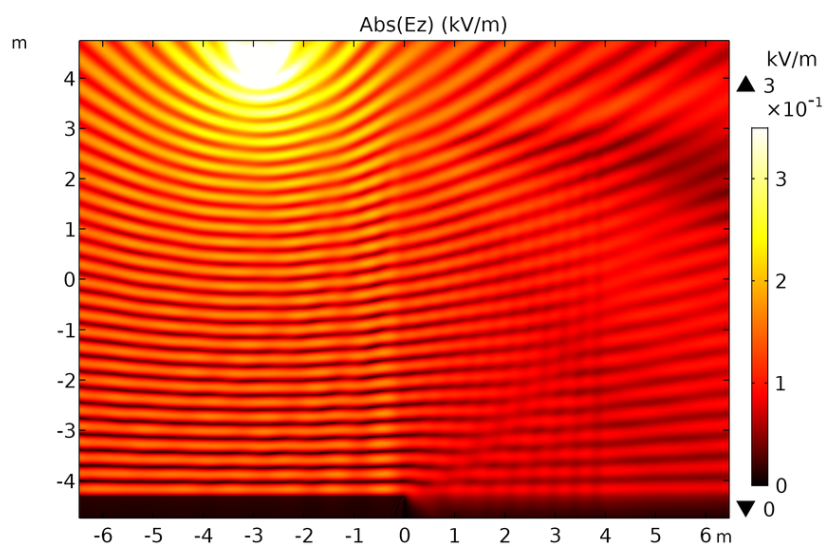


Fonte: Autor

Na Figura 27 é possível ver de forma mais acentuada a taxa de reflexão da onda na floresta e frentes de onda mais espalhadas abaixo da fonte.

4.7 Caso 5: Figura 7-c, Corrente Elétrica:

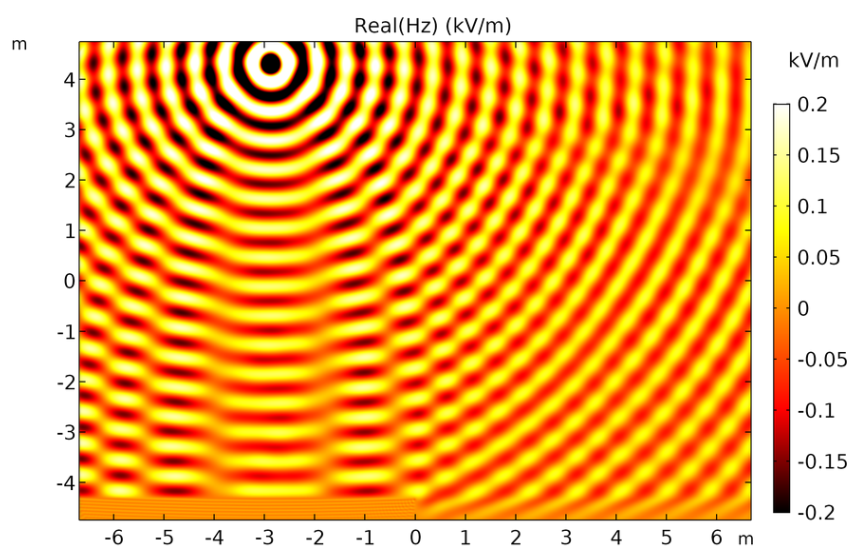
Figura 28 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 28 é possível ver um período de onda menor e interferências significativas na região da floresta, deixando de existir ao passar para o ar de novo.

Figura 29 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

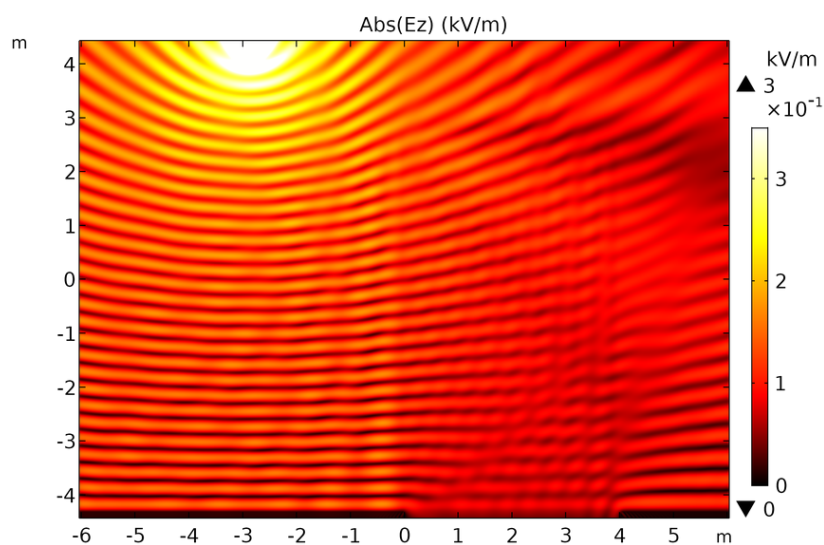


Fonte: Autor

Na Figura 29 é possível um comportamento bem similar ao da Figura 24.

4.8 Caso 5: Figura 7-d, Corrente Elétrica:

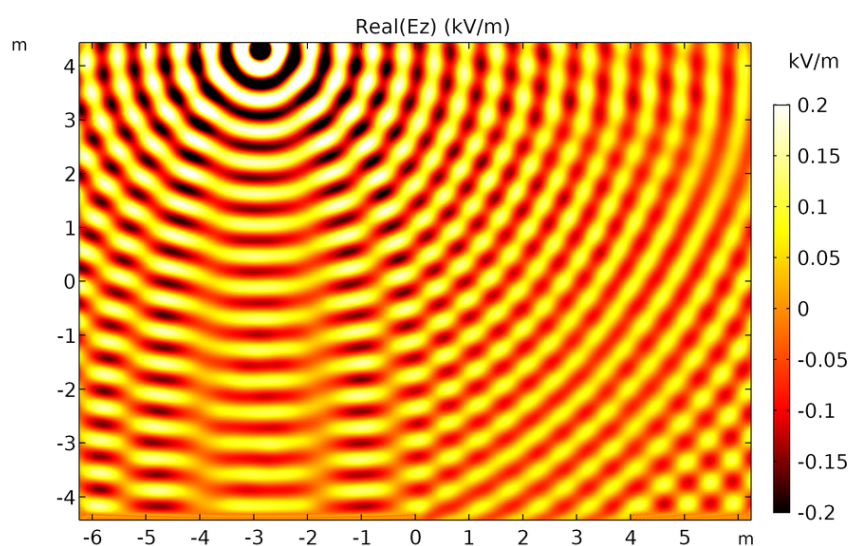
Figura 30 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 30 é possível ver mais interferência ainda na floresta, bem como para o solo.

Figura 31 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

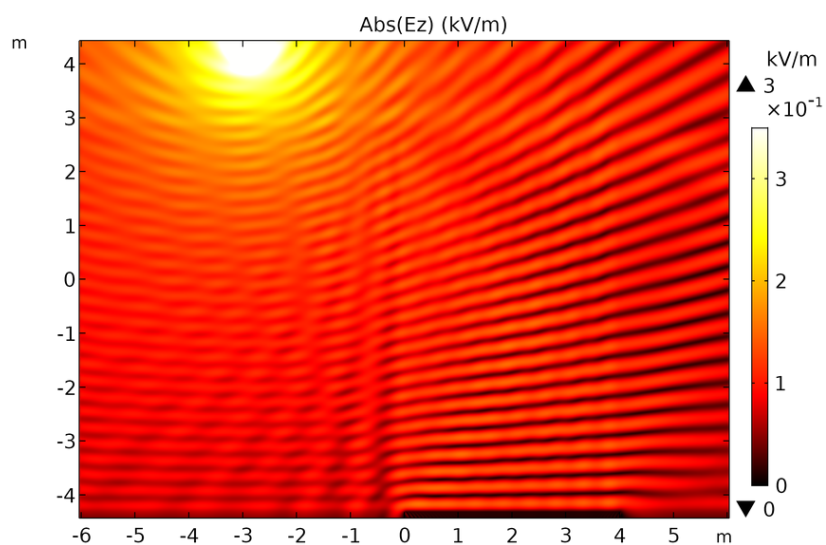


Fonte: Autor

Na Figura 31 é possível ver que a onda apresenta uma taxa de absorção mais acentuada da região mista para o chão.

4.9 Caso 5: Figura 7-e, Corrente Elétrica:

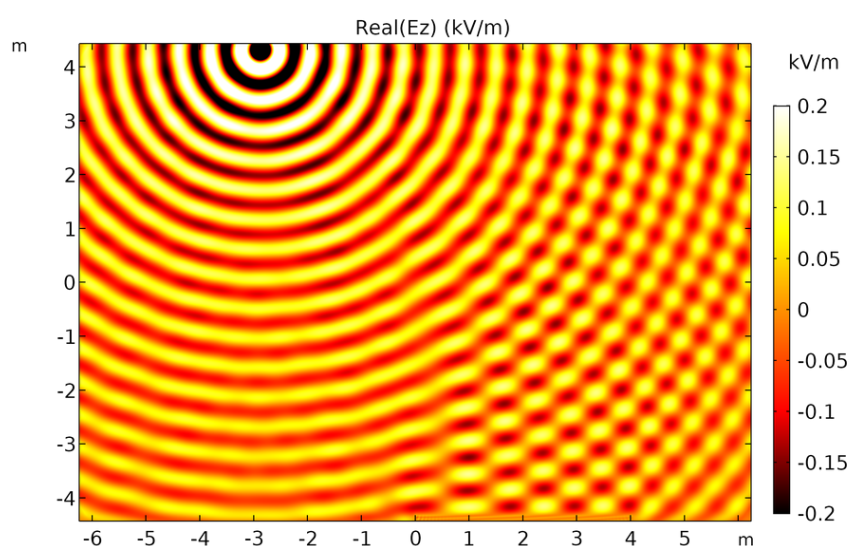
Figura 32 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 32 é possível ver novamente uma clara delimitação da floresta, alterando o comportamento ondulatório nas regiões do ar mais distantes da fonte do que se não houvesse.

Figura 33 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

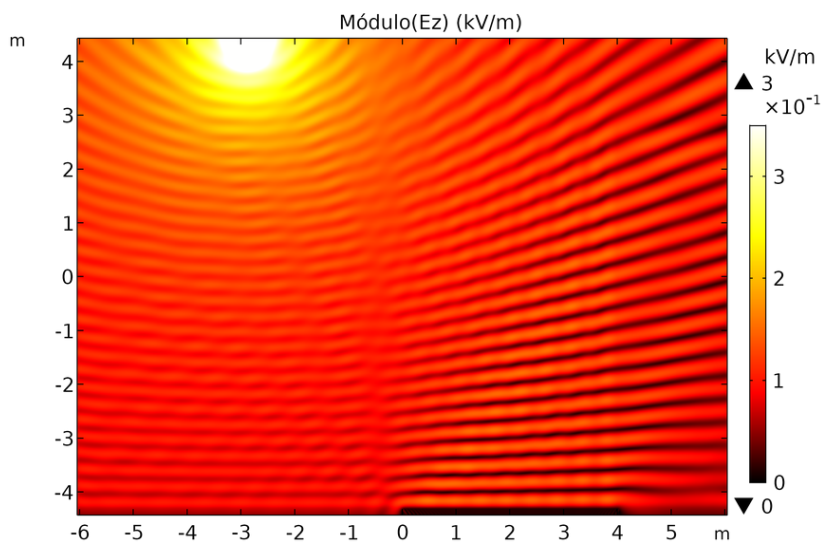


Fonte: Autor

Na Figura 33 é possível ver um efeito interessante de duas frentes de onda atuando na parte direita da imagem em razão da taxa de reflexão do solo e da floresta.

4.10 Caso 5: Figura 7-f, Corrente Elétrica:

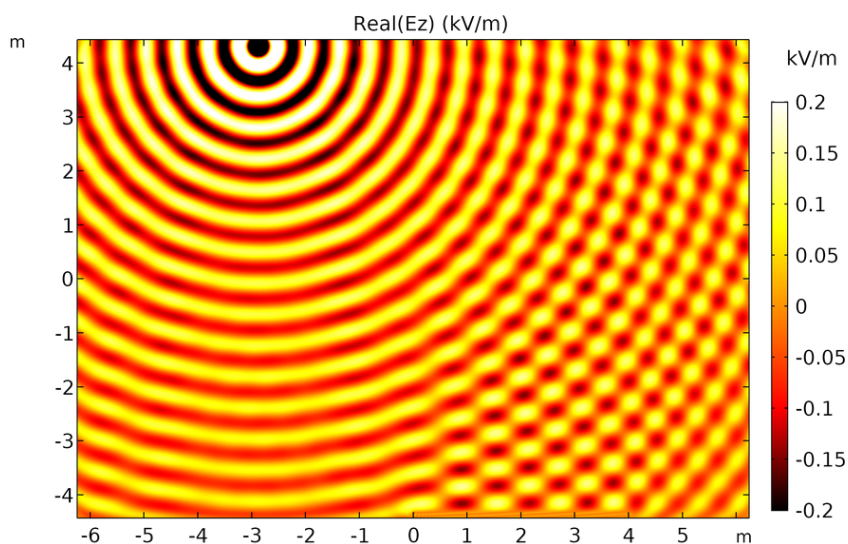
Figura 34 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 34 é possível ver mais continuidade ao longo da região, com difícil delimitação da floresta, mas ainda assim com a onda apresentando perdas visíveis.

Figura 35 – Parte Real do Campo Elétrico ao longo do espaço

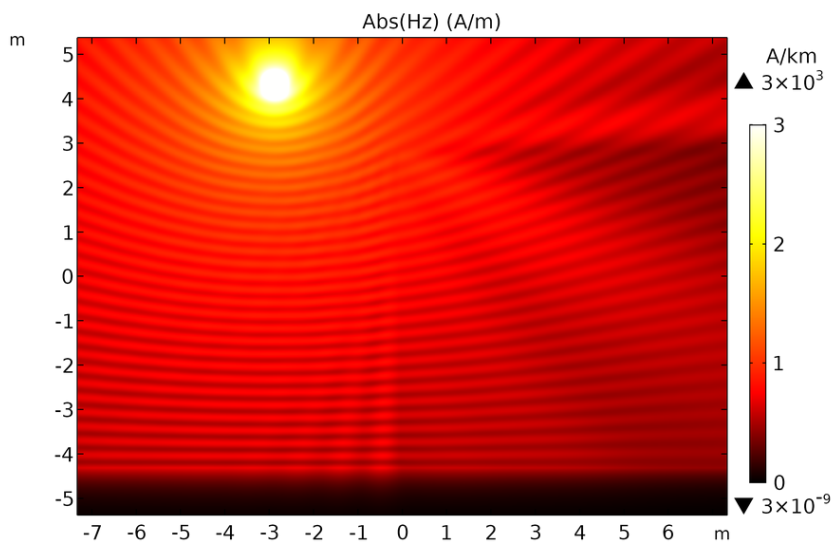


Fonte: Autor

Na Figura 35 é possível ver um efeito mais acentuado das duas frentes de onda na parte direita da imagem, com pouca influência na parte esquerda.

4.11 Caso 5: Figura 7-a, Corrente Magnética:

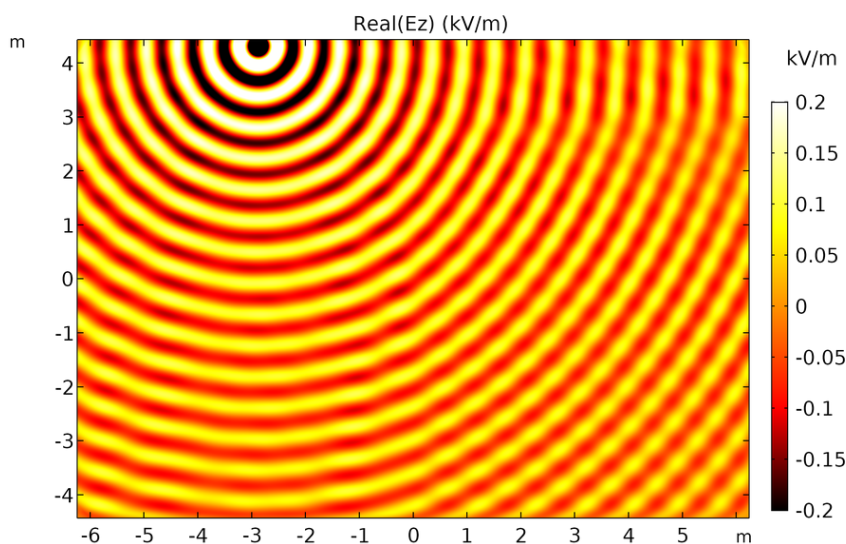
Figura 36 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 36 observamos menos perda proporcional nos meios como um todo, exceto na parte mais à direita da imagem, bem como o completo bloqueio da onda no solo.

Figura 37 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço

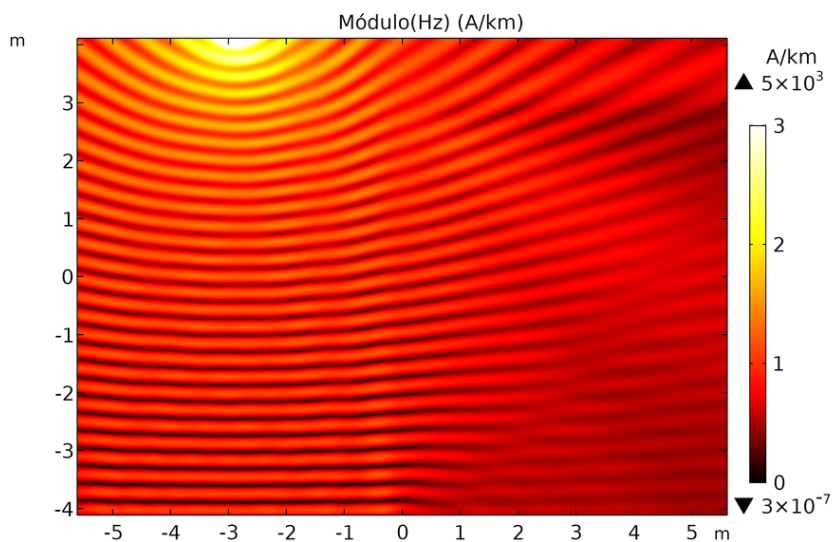


Fonte: Autor

Na Figura 37 temos que a onda apresenta um comportamento mais uniforme no decorrer dos meios, com a frente de onda estando mais apagada.

4.12 Caso 5: Figura 7-b, Corrente Magnética:

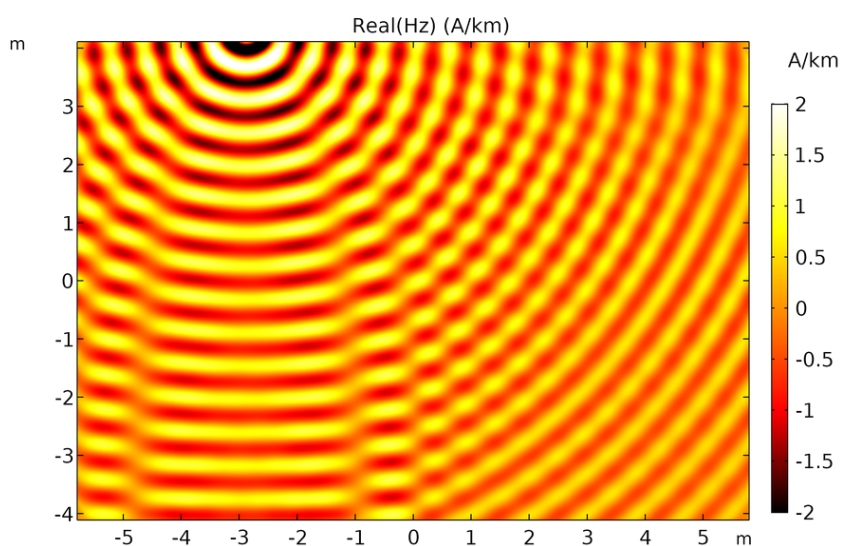
Figura 38 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 38 vê-se que a onda perde significativamente sua força em distâncias maiores do que se comparadas às imagens anteriores.

Figura 39 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço

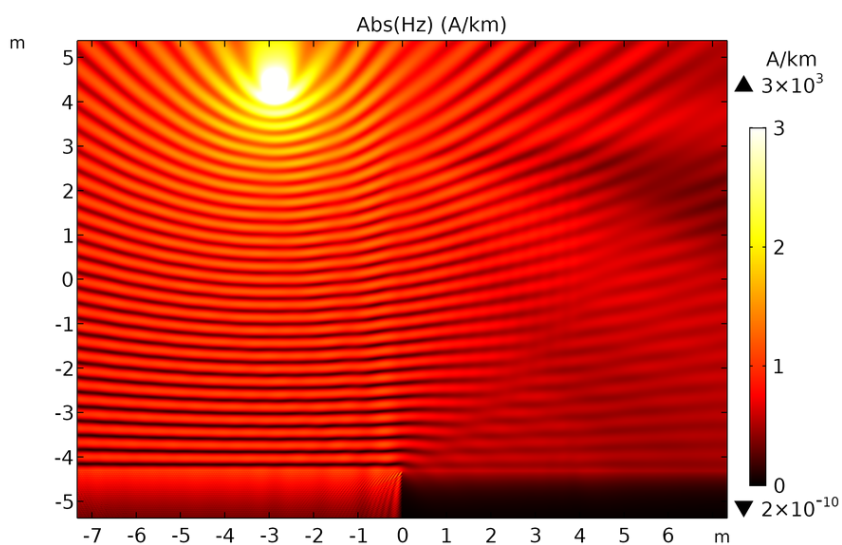


Fonte: Autor

Na Figura 39 observamos que a onda mantém sua característica de mudança de fase e frentes de onda refletidas do solo e da floresta.

4.13 Caso 5: Figura 7-c, Corrente Magnética:

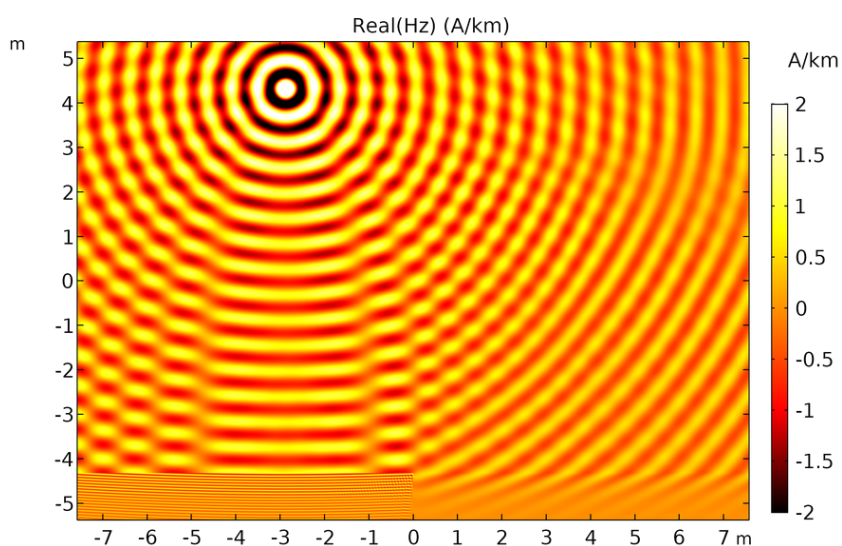
Figura 40 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 40 temos um efeito espacial mais diagonal da mudança de fase da onda e de magnitude do campo.

Figura 41 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço

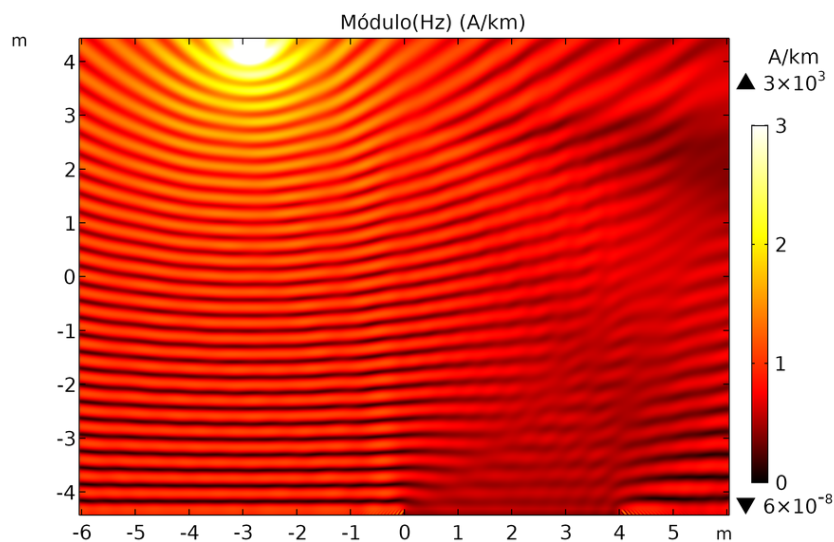


Fonte: Autor

Na Figura 41 temos um efeito de reflexão atuando na região inteira, devido à maior distribuição da floresta nos meios.

4.14 Caso 5: Figura 7-d, Corrente Magnética:

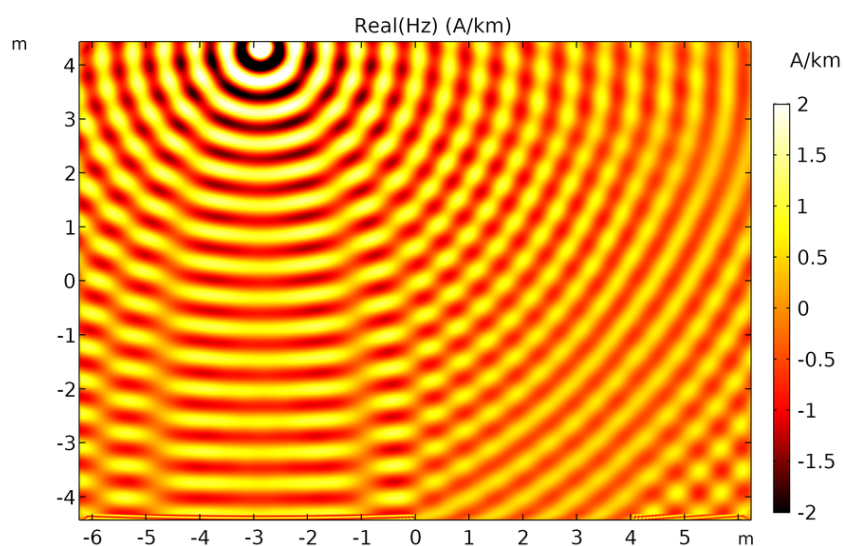
Figura 42 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 42 observa-se uma “mancha” mais proeminente na imagem na parte direita devido à interação entre meio aéreo e solo.

Figura 43 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço

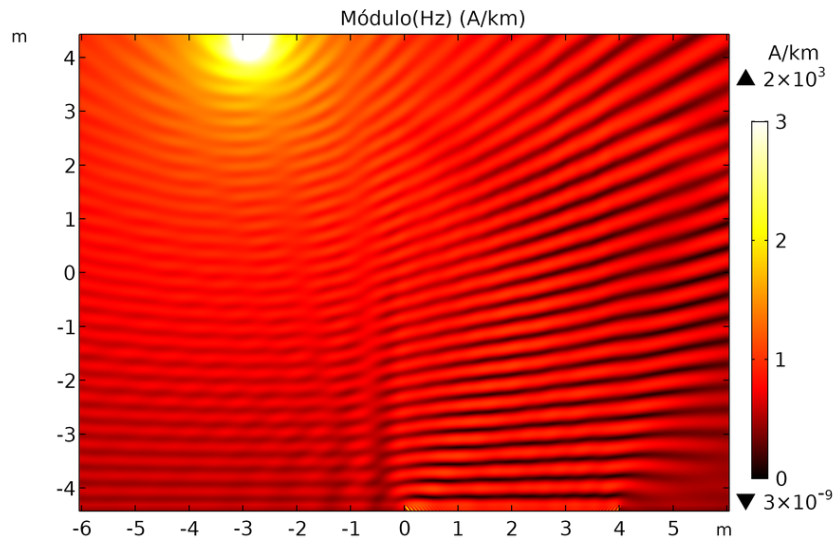


Fonte: Autor

Na Figura 43 observa-se que a onda se mescla mais entre a região aérea e o solo.

4.15 Caso 5: Figura 7-e, Corrente Magnética:

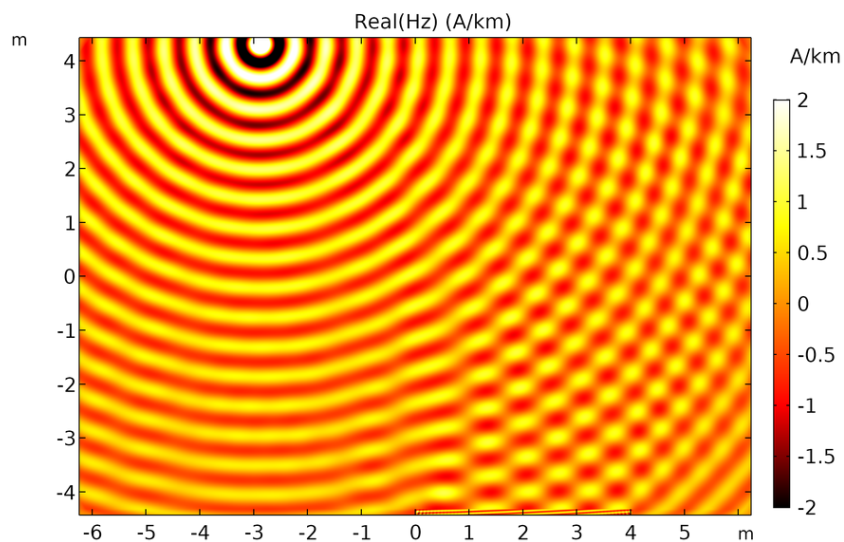
Figura 44 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Na Figura 44 observamos mais o efeito de difração e de diferentes frentes de onda.

Figura 45 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço

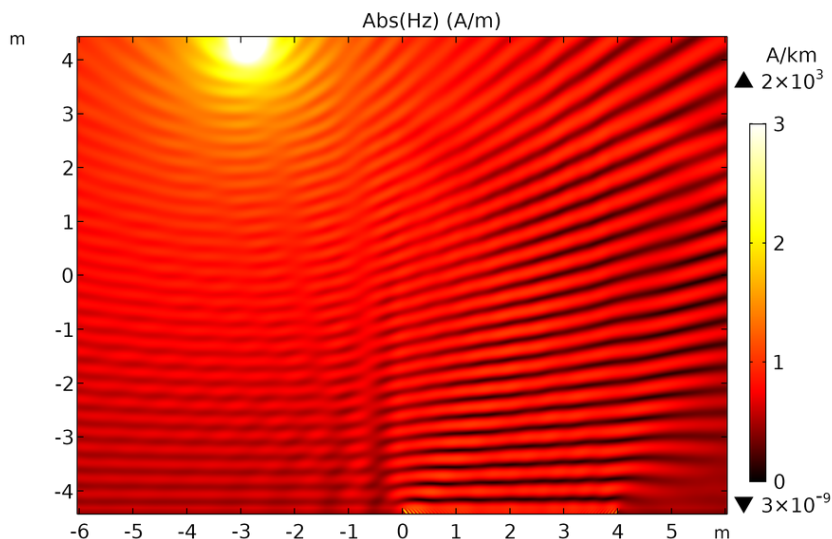


Fonte: Autor

Na Figura 45 observa-se uma transição abrupta entre propagação mais isotrópica e com mais interferência na interface central.

4.16 Caso 5: Figura 7-f, Corrente Magnética:

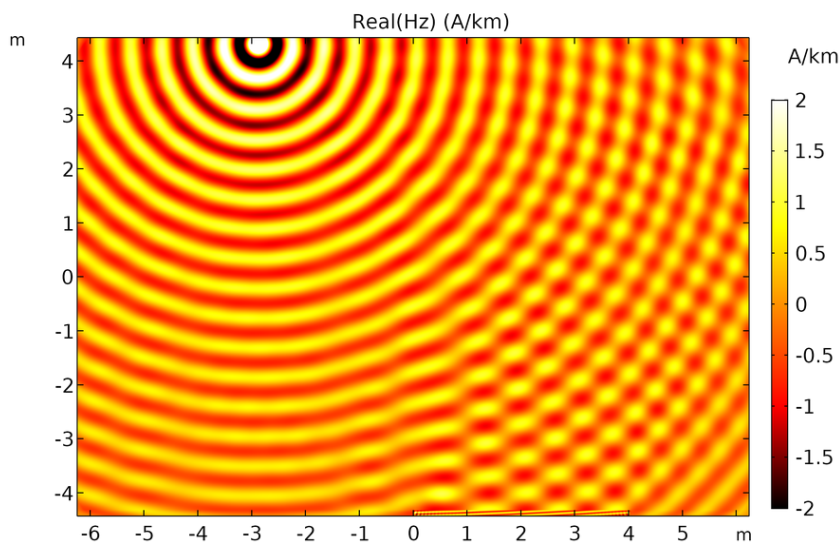
Figura 46 – Módulo do Campo no Espaço



Fonte: Autor

Nas Figuras 46 e 47 temos um principalmente a onda mais fraca na região abaixo da fonte de corrente.

Figura 47 – Parte Real do Campo Magnético ao longo do espaço



Fonte: Autor

Os gráficos indicam que, apesar de a floresta apresentar propriedades elétricas muito semelhantes às do ar, sua presença ainda pode ser percebida como um obstáculo. Além disso, verificou-se que a polarização da onda influencia a intensidade do campo

eletromagnético após a interação com a floresta. As simulações revelam que a polarização horizontal sofre maior atenuação dentro da floresta em comparação com a polarização vertical. Esse fenômeno pode ser explicado pela maior reflexão e absorção das ondas devido à disposição das folhas e galhos, que tendem a bloquear e dispersar as ondas horizontalmente polarizadas de maneira mais eficiente. Outro ponto relevante é o aumento do contraste entre a floresta e o ar na fonte de corrente elétrica.

Observamos que o comportamento dos campos elétrico e magnético apresenta notável similaridade, tanto em relação à atenuação da amplitude da onda ao longo de sua propagação quanto às variações de altura. Essas perdas foram estimadas em aproximadamente 15 dB para cada 96 metros percorridos, utilizando as aproximações para onda viajante em meio homogêneo abaixo:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]}$$

α representa o fator de atenuação exponencial da onda e β o fator de fase.

Na Tabela 03 é possível ver os dados para cada simulação do problema, feitas em notebook da marca ASUS com processador AMD Ryzen 5 com 3.00 GHz de frequência de clock, memória RAM instalada de 8,00 GB, sendo 7,42 GB utilizáveis.

Tabela 2 – Tempo de Simulação

	Tempo de Simulação
Caso 1	4 min 19 s
Caso 2	2 min 9 s
Caso 3	6 min 45 s
Caso 4	10 min 4 s
Caso Figura 7-a, Ez	2 min 26 s
Caso Figura 7-b, Ez	2 min 14 s

	Tempo de Simulação
Caso Figura 7-c, Ez	1 min 45 s
Caso Figura 7-d, Ez	3 min 14 s
Caso Figura 7-e, Ez	2 min 16 s
Caso Figura 7-f, Ez	1 min 55 s
Caso Figura 7-a, Hz	6 min 7 s
Caso Figura 7-b, Hz	1 min 48 s
Caso Figura 7-c, Hz	6 min 48 s
Caso Figura 7-d, Hz	2 min 17 s
Caso Figura 7-e, Hz	1min 44 s
Caso Figura 7-f, Hz	1 min 55 s

Fonte: Autor

5 Conclusão

Em síntese, identificamos pequenas diferenças tanto na frequência quanto na fase das ondas, sendo perceptível uma maior reflexão para a polarização horizontal dentro da floresta, quando comparada à polarização vertical.

A função responsável pelo cálculo da parte real da onda combina as informações de módulo e fase, permitindo a identificação de sutis alterações na região da floresta. Nessa área, observa-se uma leve absorção da onda, além da presença de interferências. A reflexão também se mostra mais intensa no caso da polarização horizontal dentro da floresta em relação à polarização vertical, o que reforça os efeitos da vegetação na propagação da onda.

Além disso, ao modificar a altura da fonte emissora, constatamos que as perdas são significativamente maiores quando a transmissão ocorre em menores altitudes dentro do ambiente florestal. Esse comportamento justifica a prática comum de posicionar antenas em alturas elevadas para transmissões de longa distância, garantindo uma propagação mais eficiente do sinal, apesar das semelhanças entre as propriedades da floresta e do ar em determinados aspectos.

Por fim, é relevante destacar a eficácia do método empregado para a modelagem desse tipo de problema. A abordagem utilizada apresenta um custo computacional relativamente baixo, ao mesmo tempo em que fornece resultados consistentes com aqueles encontrados na literatura científica, reforçando sua confiabilidade e aplicabilidade na análise da propagação de ondas eletromagnéticas em meios complexos.

6 Referências

SADIKU, Matthew. "Elementos de Eletromagnetismo". 3ª Edição. Porto Alegre. Editora Bookman. 2004.

GRIFFITHS, David J. "Introduction to Electrodynamics". Quarta Edição. Pearson Education, Inc. 1942.

LEITE, Jeferson B. N., DA COSTA, Karlo Queiroz. "Radiação Bidimensional de uma Linha de Corrente em Regiões Estratificadas na Horizontal na Horizontal e Vertical". XL Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SbrT 2022, Santa Rita do Sapucaí, MG. 25-28 de Setembro de 2022.

D. G. Dudley, Mathematical Foundations for Eletromagnetic Theory, IEEE Press, 1994.

Roshanak Zabihi e Rodney G. Vaughan, "Simplifying Through-Forest Propagation Modelling", IEEE, 23 de Janeiro, 2020

A. C. Oliveira e K. Q. Costa, "Análise pelo Método dos Elementos Finitos do Efeito da Polarização em Problemas de Radiação em Regiões Mistas de Rios e Florestas ", XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT 2023.

A. C. Oliveira e K. Q. Costa, Método da Função de Green para Análise da Radiação em uma Região Mista com Seis ", 21º Simpósio Brasileiro de Micro-Ondas e Optoeletrônica - SBMO 2024.

Constantine A. Balanis, "Antenna Theory: Analysis and Design", 2ª Edição, John Wiley & Sons, Inc. 1997.

Goodman, Joseph W.. Introduction to Fourier Optics. 2ª Edição. Estados Unidos: McGrawHill Companies, 1996.

Comsol Software. <https://www.comsol.com/>.

Apêndices

APÊNDICE A – Artigos Publicados

Radiação de Linhas de Corrente Magnética e Elétrica em uma Região Mista com Quatro Meios

Jeferson B. N. Leite, Alexandre C. Oliveira, Augusto C. C. de Lima e Karlo Q. da Costa

Resumo— Este trabalho apresenta um modelo numérico para análise da radiação bidimensional de linhas de corrente em uma região mista com quatro meios diferentes. Os meios estão localizados em cada quadrante do plano de análise, e as linhas de corrente magnética e elétrica estão no segundo quadrante. O problema foi inicialmente modelado pelas equações de Maxwell e o método da função de Green. As equações integrais obtidas foram resolvidas pelo Método dos Momentos (MoM). Os resultados mostram um exemplo de aplicação em microondas, onde a região mista é formada por ar, água, solo e floresta, e a frequência de operação é 521 MHz.

Palavras-chave— radiação bidimensional, polarização, meios não homogêneos, funções de Green, Método dos Momentos.

Abstract— This work presents a numerical model for analyzing the two-dimensional radiation of current lines in a mixed region with four different media. The media are located in each quadrant of the analysis plane, and the magnetic and electric current lines are in the second quadrant. The problem was initially modeled by Maxwell's equations and Green's function method. The integral equations obtained were solved by the Method of Moments (MoM). The results show an example of microwave application, where the mixed region is formed by air, water, soil and forest and the operating frequency is 521MHz.

Keywords— two-dimensional radiation, polarization, non-homogeneous media, Green's functions; Method of Moments.

I. INTRODUÇÃO

O estudo da radiopropagação terrestre é fundamental para o desenvolvimento dos sistemas de comunicação sem fio [1]. Estes estudos visam principalmente desenvolver modelos precisos e eficientes para descrever o comportamento de sinais de rádio em ambientes reais. Dentre os tipos de modelos existentes na literatura, os determinísticos são os mais precisos para análise de regiões realísticas, no entanto estes são os que exigem mais custo computacional [1].

Existem diversos modelos determinísticos de radiopropagação que simulam ambientes reais não homogêneos [2]-[15]. Trabalhos com não homogeneidade em apenas uma dimensão, por exemplo, regiões com estratificação horizontal, são bem conhecidos na literatura [2]-[6]. Um exemplo de modelo de propagação em floresta com estratificação apenas na vertical é apresentado em [7].

Problemas de propagação mais comuns em aplicações são aqueles com regiões não homogêneas em duas direções, estes casos são às vezes chamados de regiões mistas. Exemplos de trabalhos que modelam estas situações podem ser encontrados em [8]-[15]. Em [8] os autores analisam a propagação em uma

região mista composta pelos meios solo e água, sendo que a aproximação destes é feita por simples impedâncias superficiais equivalentes. Já em [9] é utilizado um método semi-analítico espectral com múltiplas estratificações verticais e uma horizontal. Já os métodos de ótica geométrica com teoria da difração são também amplamente aplicados para estudo da propagação em meios mistos contendo cidades, rios e florestas [10]-[11]. Métodos baseados em equações parabólicas também têm sido utilizados eficientemente para estudo da propagação em regiões mistas entre mares e ilhas em [12]-[13] e ruas e florestas em [14]. Também podemos encontrar na literatura modelos baseados em funções diádicas de Green que utilizam a aproximação de superposição de espalhamento [15]. A maioria destes métodos é válida apenas para determinadas faixas de frequências, e alguns efeitos são considerados de forma aproximada, como por exemplo, os efeitos de difrações em obstáculos.

Neste trabalho apresentamos um modelo numérico para análise do problema de radiação bidimensional de linhas de correntes elétrica e magnética em uma região mista com quatro meios diferentes. Os meios são localizados em cada quadrante do plano de análise e a fonte no segundo quadrante. Utilizamos as equações de Maxwell e o método da função de Green [16] para obter um sistema de equações integrais para os campos nas interfaces dos meios, e o Método dos Momentos (MoM) é utilizado para resolver numericamente este sistema [17]. Os resultados apresentam um exemplo de aplicação em microondas na frequência de 521 MHz, onde os quatro meios considerados são: ar, água, solo e floresta típicos da região amazônica [15]. Alguns resultados obtidos são comparados com o Método dos Elementos Finitos (FEM) [18].

II. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A. Descrição do Problema

A geometria dos problemas analisados neste trabalho é mostrada na Fig. 1. Nesta figura temos uma região mista bidimensional no plano xy com quatro meios diferentes 1-4 localizados em $(y>0; x<0)$, $(y>0; x>0)$, $(y<0; x<0)$ e $(y<0; x>0)$, respectivamente. As propriedades eletromagnéticas numeradas de cada meio são: permissividade relativa ϵ_{r_n} , condutividade elétrica σ_{r_n} , permissividade complexa ϵ_{c_n} e permeabilidade μ_{r_n} , sendo $n=1-4$.

A fonte mostrada na Fig. 1 é uma linha de corrente infinita, paralela ao eixo z , que pode ser magnética ou elétrica:

$$\vec{M}(x, y) = M_0 \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \vec{a}_z \quad (1)$$

$$\vec{J}(x, y) = J_0 \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \vec{a}_z \quad (2)$$

Jeferson B. N. Leite (Instituto Federal do Pará, Belém-PA, Brasil), Alexandre C. Oliveira, Augusto C. C. de Lima e Karlo Q. da Costa (Faculdade de Engenharia Elétrica e Biomédica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, Brasil). E-mails: jeferson.leite@ifpa.edu.br, augusto.lima@itec.ufpa.br, karlo@ufpa.br e alexandre.cardoso.oliveira@itec.ufpa.br.

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBrt 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP

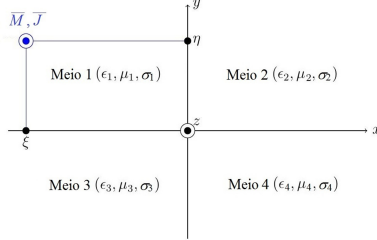


Fig. 1. Geometria do problema de radiação bidimensional (plano xy) de uma linha de corrente magnética ou elétrica, paralela ao eixo z , em uma região com quatro meios localizados em cada quadrante do plano.

onde M_0 é a intensidade da corrente magnética (V), J_0 é a intensidade da corrente elétrica (A), ξ e η são as posições das fontes localizadas no meio 1. Os campos eletromagnéticos radiados por estas fontes satisfazem as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} - \vec{M} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J} \quad (4)$$

onde a dependência temporal considerada é $\exp(j\omega t)$, sendo j a unidade imaginária, ω a frequência angular e t a variável temporal. Do caso geral descrito por (3) e (4), analisamos dois casos particulares, sendo um o magnético quando $\vec{M} \neq 0$ e $\vec{J} = 0$ e outro o elétrico quando $\vec{M} = 0$ e $\vec{J} \neq 0$. Apresentamos aqui a modelagem apenas do caso magnético e aplicamos o teorema da dualidade para analisar o caso elétrico [19].

Devido ao tipo de geometria (Fig. 1) e a fonte, o problema é bidimensional no plano xy , ou seja, $\partial/\partial z = 0$ para todas as componentes de campo. Considerando isto para o caso magnético, o desenvolvimento de (1), (3) e (4) produz uma polarização vertical (TM_y) com a seguinte equação da onda escalar para a componente z do campo magnético (H_z):

$$\nabla_{xy}^2 H_z + k^2 H_z = j\omega\epsilon M_z \quad (5)$$

onde $E_x = (1/j\omega\epsilon)\partial H_z/\partial y$, $E_y = -(1/j\omega\epsilon)\partial H_z/\partial x$, $k = \alpha(\mu\epsilon)^{1/2}$ e M_z a componente escalar de (1). Como a fonte (1) está no meio 1, à equação (5) é não homogênea para o meio 1 e homogênea para os meios 2, 3 e 4. O problema de valor de contorno é definido por (5) mais a geometria da Fig. 1 e as condições de fronteira de limite e de continuidade das componentes tangenciais dos campos nas interfaces entre os meios.

B. Sistema de Equações Integrais do Problema

Aplicando o método da função de Green e as condições de fronteira ao problema descrito na seção anterior [16], obtemos as seguintes soluções de H_z na forma integral para cada meio:

$$H_{z1}(x, y) = -j\omega\epsilon_1 M_0 g_1(\xi, \eta, x, y) - \int_{-\infty}^0 g_1(x', 0, x, y) \frac{\partial H_{z1}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} dx' + \int_0^{+\infty} g_1(0, y', x, y) \frac{\partial H_{z1}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dy' \quad (6)$$

$$H_{z2}(x, y) = - \int_0^{+\infty} g_2(x', 0, x, y) \frac{\partial H_{z2}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} dx' - \int_0^{+\infty} g_2(0, y', x, y) \frac{\partial H_{z2}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dy' \quad (7)$$

$$H_{z3}(x, y) = \int_{-\infty}^0 g_3(x', 0, x, y) \frac{\partial H_{z3}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} dx' + \int_{-\infty}^0 g_3(0, y', x, y) \frac{\partial H_{z3}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dy' \quad (8)$$

$$H_{z4}(x, y) = \int_0^{+\infty} g_4(x', 0, x, y) \frac{\partial H_{z4}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} dx' - \int_{-\infty}^0 g_4(0, y', x, y) \frac{\partial H_{z4}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} dy' \quad (9)$$

sendo as funções de Green g_u dadas por:

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} \left[H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_u^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}) + H_u^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y')^2}) \right] \quad (10)$$

onde $u=1-4$, H_0^2 a função de Hankel de 2º tipo e ordem zero e $k_u = \alpha(\mu_u \epsilon_u)^{1/2}$ as constantes de propagação dos meios.

As condições de contorno de continuidade dos campos eletromagnéticos nas interfaces entre os meios da Fig. 1 são:

$$E_a(x') = \frac{1}{j\omega\epsilon_1} \frac{\partial H_{z1}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} = \frac{1}{j\omega\epsilon_3} \frac{\partial H_{z3}}{\partial y'} \Big|_{y'=0}, \quad -\infty < x' < 0 \quad (11)$$

$$E_b(x') = \frac{1}{j\omega\epsilon_2} \frac{\partial H_{z2}}{\partial y'} \Big|_{y'=0} = \frac{1}{j\omega\epsilon_4} \frac{\partial H_{z4}}{\partial y'} \Big|_{y'=0}, \quad 0 < x' < +\infty \quad (12)$$

$$E_c(y') = -\frac{1}{j\omega\epsilon_3} \frac{\partial H_{z3}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = -\frac{1}{j\omega\epsilon_4} \frac{\partial H_{z4}}{\partial x'} \Big|_{x'=0}, \quad -\infty < y' < 0 \quad (13)$$

$$E_d(y') = -\frac{1}{j\omega\epsilon_1} \frac{\partial H_{z1}}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = -\frac{1}{j\omega\epsilon_2} \frac{\partial H_{z2}}{\partial x'} \Big|_{x'=0}, \quad 0 < y' < +\infty \quad (14)$$

$$H_{z1}(x, 0) = H_{z3}(x, 0), \quad -\infty < x < 0 \quad (15)$$

$$H_{z2}(x, 0) = H_{z4}(x, 0), \quad 0 < x < +\infty \quad (16)$$

$$H_{z3}(0, y) = H_{z4}(0, y), \quad -\infty < y < 0 \quad (17)$$

$$H_{z1}(0, y) = H_{z2}(0, y), \quad 0 < y < +\infty \quad (18)$$

onde E_a , E_b , E_c e E_d são os campos elétricos tangenciais nas interfaces entre os meios 1-3, 2-4, 3-4 e 1-2, respectivamente. Substituindo (11)-(18) em (6)-(9), obtemos o seguinte sistema de equações integrais:

$$\int_{-\infty}^0 \epsilon_1 g_1(x', 0, x, 0) + \epsilon_3 g_3(x', 0, x, 0) E_a(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_1 g_1(y', y, x, 0) E_c(y') dy' + \int_0^{+\infty} \epsilon_1 g_1(0, y', x, 0) E_d(y') dy' = -\epsilon_1 M_0 g_1(\xi, \eta, x, 0) \quad (19)$$

$$\int_0^{+\infty} \epsilon_2 g_2(x', 0, x, 0) + \epsilon_4 g_4(x', 0, x, 0) E_b(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \epsilon_1 g_1(0, y', x, 0) E_c(y') dy' - \int_0^{+\infty} \epsilon_2 g_2(0, y', x, 0) E_d(y') dy' = 0 \quad (20)$$

LXI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBrt 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP

$$\begin{aligned}
 & - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' + \int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' + \\
 & + \int_{-\infty}^0 [\varepsilon_3 g_3(0, y', 0, y) + \varepsilon_4 g_4(0, y', 0, y)] E_c(y') dy' = 0
 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\infty}^0 \varepsilon_1 g_1(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_2 g_2(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' + \\
 & + \int_0^{+\infty} [\varepsilon_1 g_1(0, y', x, y) + \varepsilon_2 g_2(0, y', 0, y)] E_d(x') dx' = -\varepsilon_1 M_0 g_1(\xi, \eta, 0, y)
 \end{aligned} \quad (22)$$

A solução do sistema integral acima fornece as funções E_a , E_b , E_c e E_d , as quais podem ser substituídas em (11)-(14) e (6)-(9) para obter os campos H_z em todos os meios.

C. Solução do Sistema pelo MoM

A solução numérica do sistema (19)-(22) foi realizada pelo MoM [16]-[17]. Neste método aproximamos as funções E_a , E_b , E_c e E_d por expansões em bases de funções pulso:

$$\begin{aligned}
 E_a(x') &= \sum_{n_a=1}^{N_a} \alpha_{n_a} p_{n_a}, & E_b(x') &= \sum_{n_b=1}^{N_b} \alpha_{n_b} p_{n_b}, \\
 E_c(y') &= \sum_{n_c=1}^{N_c} \alpha_{n_c} p_{n_c}, & E_d(y') &= \sum_{n_d=1}^{N_d} \alpha_{n_d} p_{n_d}
 \end{aligned} \quad (23)$$

onde α_{na} , α_{nb} , α_{nc} e α_{nd} são os coeficientes de expansão e p_{na} , p_{nb} , p_{nc} e p_{nd} as funções de base do tipo pulso retangular. Estas funções tem valor 1 ao longo de um subintervalo genérico Δx_a , Δx_b , Δy_c e Δy_d , e valor 0 fora deste subintervalo, onde $\Delta x_a = |x_{min}|/N_a$, $\Delta x_b = |x_{max}|/N_b$, $\Delta y_c = |y_{min}|/N_c$ e $\Delta y_d = |y_{max}|/N_d$ ao longo dos intervalos $x_{min} < x' < 0$, $0 < x' < x_{max}$, $y_{min} < y' < 0$ e $0 < y' < y_{max}$, respectivamente. Os parâmetros N_a , N_b , N_c e N_d são os números de subintervalos uniformes (discretizações) de cada intervalo. A Fig. 2 mostra curvas genéricas das expansões (23), onde os pontos destacados x_{an} , x_{bn} , y_{cn} e y_{dn} são os pontos centrais de cada subintervalo. As expansões em (23) convergem para as funções desconhecidas para maiores valores das discretizações e quando $x_{min} \rightarrow -\infty$, $x_{max} \rightarrow +\infty$, $y_{min} \rightarrow -\infty$ e $y_{max} \rightarrow +\infty$ [20].

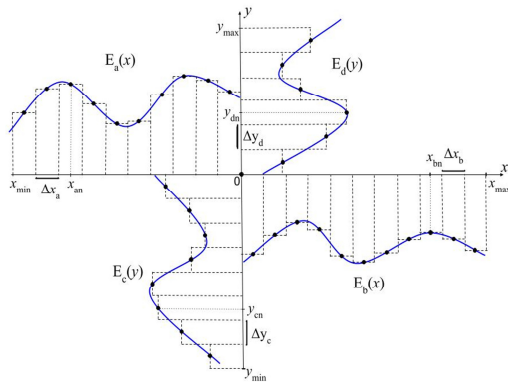


Fig. 2. Expansão por pulso retangular de E_a , E_b , E_c e E_d nas interfaces.

Substituindo (23) em (19)-(22) e aplicando o processo de teste padrão do MoM [17], obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases}
 \sum_{n_a=1}^{N_a} \alpha_{n_a} I_1^{m_a, n_a} + \sum_{n_b=1}^{N_b} \alpha_{n_b} I_2^{m_a, n_b} + \sum_{n_d=1}^{N_d} \alpha_{n_d} I_3^{m_a, n_d} = f^{m_a}, & m_a = 1, 2, \dots, N_a \\
 \sum_{n_b=1}^{N_b} \alpha_{n_b} I_4^{m_b, n_b} + \sum_{n_c=1}^{N_c} \alpha_{n_c} I_5^{m_b, n_c} + \sum_{n_d=1}^{N_d} \alpha_{n_d} I_6^{m_b, n_d} = 0, & m_b = 1, 2, \dots, N_b \\
 \sum_{n_c=1}^{N_c} \alpha_{n_c} I_7^{m_c, n_c} + \sum_{n_d=1}^{N_d} \alpha_{n_d} I_8^{m_c, n_d} = 0, & m_c = 1, 2, \dots, N_c \\
 \sum_{n_d=1}^{N_d} \alpha_{n_d} I_9^{m_d, n_d} + \sum_{n_a=1}^{N_a} \alpha_{n_a} I_{10}^{m_d, n_a} + \sum_{n_b=1}^{N_b} \alpha_{n_b} I_{11}^{m_d, n_b} + \sum_{n_c=1}^{N_c} \alpha_{n_c} I_{12}^{m_d, n_c} = f^{m_d}, & m_d = 1, 2, \dots, N_d
 \end{cases} \quad (24)$$

sendo

$$I_1^{m_a, n_a} = \int_{\Delta x_a} [\varepsilon_1 g_1(x', 0, x_{m_a}, 0) + \varepsilon_3 g_3(x', 0, x_{m_a}, 0)] dx' \quad (25)$$

$$I_2^{m_a, n_b} = - \int_{\Delta y_c} \varepsilon_3 g_3(0, y', x_{m_a}, 0) dy' \quad I_3^{m_a, n_d} = \int_{\Delta y_c} \varepsilon_1 g_1(0, y', x_{m_a}, 0) dy' \quad (26)$$

$$I_4^{m_b, n_b} = \int_{\Delta x_b} [\varepsilon_2 g_2(x', 0, x_{m_b}, 0) + \varepsilon_4 g_4(x', 0, x_{m_b}, 0)] dx' \quad (27)$$

$$I_5^{m_b, n_c} = \int_{\Delta y_c} \varepsilon_4 g_4(0, y', x_{m_b}, 0) dy' \quad I_6^{m_b, n_d} = - \int_{\Delta y_d} \varepsilon_2 g_2(0, y', x_{m_b}, 0) dy' \quad (28)$$

$$I_7^{m_c, n_c} = - \int_{\Delta x_a} \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y_{m_c}) dx' \quad I_8^{m_c, n_d} = \int_{\Delta x_b} \varepsilon_4 g_4(x', 0, 0, y_{m_c}) dx' \quad (29)$$

$$I_9^{m_d, n_d} = \int_{\Delta y_c} [\varepsilon_3 g_3(0, y', 0, y_{m_d}) + \varepsilon_4 g_4(0, y', 0, y_{m_d})] dy' \quad (30)$$

$$I_{10}^{m_d, n_a} = \int_{\Delta x_a} \varepsilon_1 g_1(x', 0, 0, y_{m_d}) dx' \quad I_{11}^{m_d, n_b} = - \int_{\Delta x_b} \varepsilon_2 g_2(x', 0, 0, y_{m_d}) dx' \quad (31)$$

$$I_{12}^{m_d, n_c} = \int_{\Delta y_d} [\varepsilon_1 g_1(0, y', 0, y_{m_d}) + \varepsilon_2 g_2(0, y', 0, y_{m_d})] dy' \quad (32)$$

$$f^{m_a} = -\varepsilon_1 M_0 g_1(\xi, \eta, x_{m_a}, 0) \quad f^{m_d} = -\varepsilon_1 M_0 g_1(\xi, \eta, 0, y_{m_d}) \quad (33)$$

O sistema linear (24), de ordem $N_a + N_b + N_c + N_d$, pode ser representado na forma matricial $[I][\alpha] = [f]$, onde $[\alpha]$ é o vetor coluna que contem as incógnitas α_{na} , α_{nb} , α_{nc} e α_{nd} de (23), $[f]$ é o vetor coluna fonte com elementos dados por (33), e $[I]$ é uma matriz quadrada que representa a interação mútua entre os subintervalos. Os elementos desta matriz são dados pelas integrais (25)-(32), as quais foram calculadas numericamente por funções de integração do Matlab [21]. Desta forma, o sistema pode ser resolvido por inversão matricial $[\alpha] = [I]^{-1}[f]$. Com os $[\alpha]$ obtidos, estes são então substituídos em (23), (11)-(14) e depois em (6)-(9) para calcular aproximadamente o campo magnético H_z em cada meio.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Baseado no método apresentado na seção anterior, desenvolvemos um programa MoM em Matlab [11] para calcular os campos elétricos tangenciais (23) nas interfaces e os campos magnéticos (6)-(9) em cada meio. Aplicamos também o teorema da dualidade para analisar o caso com fonte de corrente elétrica (2). Os resultados apresentados a seguir são de um exemplo de aplicação em microondas, na frequência de 521 MHz, em uma região contendo os meios ar, água, solo e floresta. Para comparação, apresentamos alguns resultados

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBrt 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP

calculados pelo FEM através do software Comsol [18]. Chamamos aqui os casos magnético e elétrico de polarização vertical e horizontal, respectivamente.

A. Campos Tangenciais nas Interfaces

As propriedades eletromagnéticas dos quatro meios considerados no exemplo de aplicação estão descritas na Tabela 1. Já a Tabela 2 mostra os parâmetros utilizados nas simulações e a Fig. 3 mostra os resultados obtidos para os campos E_a, E_b, E_c e E_d para as duas polarizações. Para cada polarização a simulação durou 3 min em um computador com processador i7 e 16Gb de ram. Observamos que os parâmetros utilizados (Tabela II) satisfazem os critérios de convergência conforme discutido na seção anterior e em [20].

TABELA I. PROPRIEDADES ELETROMAGNÉTICAS DOS MEIOS NA FREQUENCIA DE 521 MHz [15]

Propriedade Eletromagnética	Meio 1 Ar	Meio 2 Floresta	Meio 3 Água	Meio 4 Solo
Permeabilidade magnética, μ	1	1	1	1
Permissividade relativa, ϵ_r	1	1,1	80	1,9
Condutividade, σ (mS/m)	0	0,1	50	20

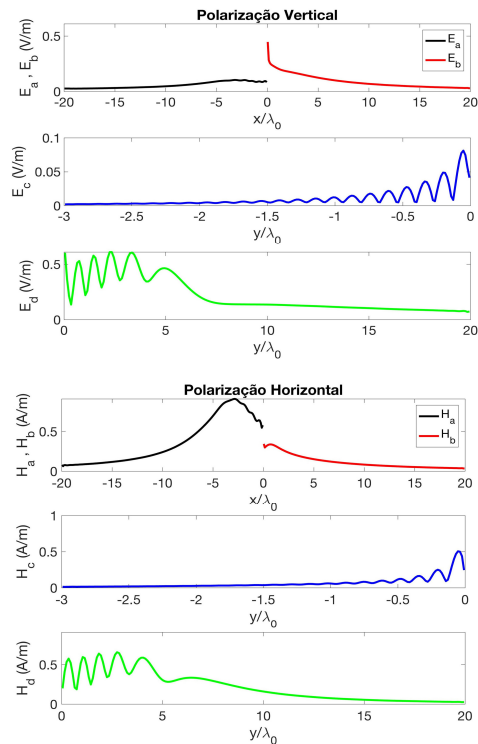


Fig. 3. Módulo dos campos eletromagnéticos tangenciais $abs(E)$ e $abs(H)$ ao longo das quatro interfaces $y=h, h/2$ e 0 para polarização vertical (superior) e polarização horizontal (inferior).

TABELA II. PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES ($\lambda_0=0,58M$)

Parâmetro	Valor			
Posição da fonte	$\xi = -3\lambda_0$	$\eta = h = 3\lambda_0$		
Limites de E_a e E_b	$x_{min} = -20\lambda_0$	$x_{max} = 20\lambda_0$		
Limites de E_c e E_d	$y_{min} = -3\lambda_0$	$y_{max} = 20\lambda_0$		
Discretizações de E_a, E_b, E_c e E_d	$N_a = 200$	$N_b = 200$	$N_c = 200$	$N_d = 200$
Área do plot de H_z	$-6\lambda_0 < x, y < 6\lambda_0$			
Discretização da área de plot 2D no plano xy	$N_x = N_y = 400$			

B. Variação dos Campos H_z e E_z em Linhas Horizontais

A Fig. 4 mostra a variação da intensidade dos campos $abs(H_z)$ e $abs(E_z)$ versus x das polarizações vertical e horizontal, respectivamente, para diferentes alturas em relação à fonte $y=h, h/2$ e 0 . Para comparação são apresentados também os resultados obtidos pelo FEM, e observamos uma boa concordância entre os métodos. Cada curva do MoM foi obtida em torno 1min depois dos cálculos iniciais apresentados na Fig. 3, e as curvas do FEM foram obtidas em 3h.

Observamos na Fig. 4 para $x>0$ um comportamento oscilatório maior da polarização horizontal. Isto ocorre porque a polarização vertical reflete menos que a horizontal em ambas as interfaces ar-agua e floresta-solo [19]. Além disso, observamos que na superfície $y=0$ o campo sofre um decaimento na interface ar-floresta para a polarização vertical e uma amplificação para a polarização horizontal.

C. Campos H_z e E_z no Plano xy

A Fig. 5 mostra os gráficos bidimensionais no plano xy do módulo e fase dos campos para as duas polarizações. Estes resultados foram obtidos em $400min=400linhas \times 1min/linha$ horizontal. Estes gráficos comprovam que a polarização vertical sofre menos reflexão que a polarização horizontal, em todos os pontos dos meios ar e floresta. No entanto, a polarização vertical sofre mais difração que a polarização horizontal na interface entre os quatro meios.

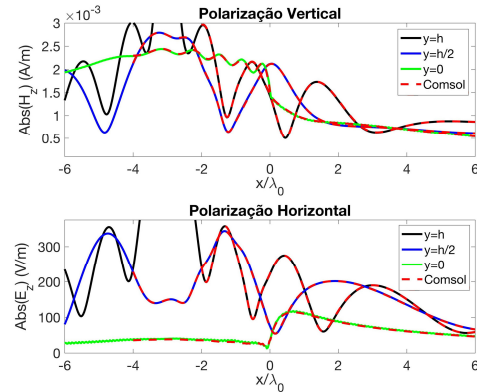


Fig. 4. Variação do módulo dos campos $abs(H_z, E_z)$ versus x para diferentes alturas $y=h, h/2$ e 0 para as duas polarizações.

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBRT 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP

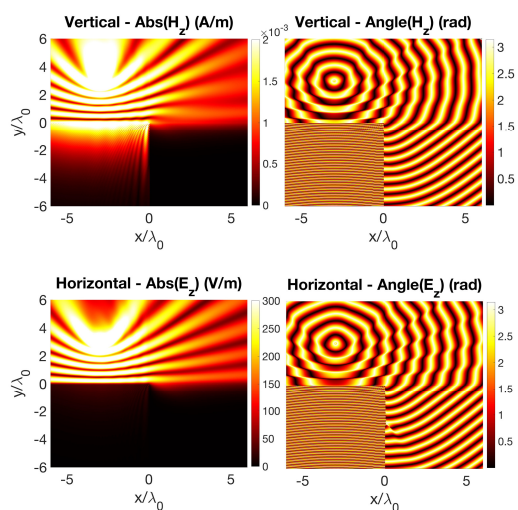


Fig. 5. Gráficos bidimensionais do módulo $\text{abs}(H_z, E_z)$ e fase $\text{angle}(H_z, E_z)$ dos campos das polarizações vertical (cima) e horizontal (baixo).

IV. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma análise numérica pelo MoM da radiação de linhas de corrente magnética (polarização vertical) e elétrica (polarização horizontal) em uma região formada por quatro meios. O problema considerado é bidimensional onde cada meio ocupa um quadrante do plano xy , e as fontes são localizadas no segundo quadrante. Dois exemplos de aplicação em microondas foram analisados, onde as fontes operam em 521 MHz e os quatro meios são: ar, floresta, água e solo. Os resultados obtidos para as duas polarizações foram: campos nas interfaces, variação dos campos em função da distância em relação às fontes, para diferentes alturas em relação ao solo, e distribuição bidimensional dos campos. Estes exemplos também foram simulados pelo FEM para comparação.

Os resultados mostraram uma boa concordância entre os métodos, sendo que aqueles calculados pelo MoM (Fig. 4) foram obtidos em apenas 4 min, enquanto que os calculados pelo FEM durou em torno de 3h. Isto mostra que o MoM possui uma boa eficiência computacional comparada ao FEM para análise destes problemas. Além disso, o modelo apresentado pode ser considerado mais preciso que outros da literatura que aproximam a difração por ótica geométrica. Isto porque o método proposto é de onda completa, ou seja, considera todos os fenômenos eletromagnéticos de radiação, difração, reflexão e refração em uma faixa ampla de frequências. Para isto basta considerar o critério de convergência conforme discutido na Seção II. Em trabalhos futuros o método pode ser generalizado para considerar regiões mistas com mais meios, por exemplo, floresta com altura finita, e considerar outras posições das fontes.

REFERÊNCIAS

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
- [2] K. Li, *Electromagnetic Fields in Stratified Media*, Springer, 2009.
- [3] J. R. Wait, *Electromagnetic Waves in Stratified Media*, 2nd ed., Pergamon Press, 1970.
- [4] W. C. Chew, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, IEEE Press, 1995.
- [5] L.-W. Li, et al, "Radio Wave Propagation Along Mixed Paths Through a Four-Layered Model of Rain Forest: An Analytic Approach," *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 46, N. 7, pp. 1098-1111, Jul. 1998.
- [6] L.-W. Li, et al, "Analysis of Electromagnetic Wave Propagation in Forest Environment Along Multiple Paths," *Progress in Elect. Res.*, vol. 23, pp. 137-164, 1999.
- [7] R. Zabihi and R. G. Vaughan, "Simplifying Through-Forest Propagation Modelling," *IEEE Open J. of Ant. Propagat.*, vol. 1, pp. 104-112, 2020.
- [8] J. R. Wait, and L. C. Walters, "Curves for ground wave propagation over mixed land and sea paths," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 11, N. 1, pp. 38-45, Jan. 1963.
- [9] W. C. Chew, "Response of a source on top of a vertically stratified half-space," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 33, N. 6, pp. 649-654, Jun. 1985.
- [10] T. Tamir, "Radio Wave Propagation Along Mix Paths in Forest Environments," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 25, N. 4, pp. 471-477, Jul. 1977.
- [11] L. E. C. Eras, et al, "A Radio Propagation Model for a Rainforest-River Environment Using UTD and Geometrical Optics," *IEEE Trans. Ant. Wir. Propagat. Lett.*, vol. 21, N. 1, pp. 54-58, Jan. 2022.
- [12] G. Apaydin and L. Sevgi, "A Novel Split-Step Parabolic-Equation Package for Surface-Wave Propagation Prediction Along Multiple Mixed Irregular-Terrain Paths," *IEEE Ant. Propagat. Mag.*, vol. 52, N. 4, pp. 90-97, Aug. 2010.
- [13] G. Apaydin and L. Sevgi, "Numerical Investigations of and Path Loss Predictions for Surface Wave Propagation Over Sea Paths Including Hilly Island Transitions," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 58, N. 4, pp. 1302-1314, Apr. 2010.
- [14] F. N. B. Magno, et al, "Propagation Path Loss in Mixed-Path Environment Using Narrow Angle and Wide-Angle Parabolic Equations," *2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011)*, Nov. 2011.
- [15] D. K. N. da Silva, et al., "A propagation model for mixed paths using dyadic Green's functions: a case study over the river for a city-river-forest path," *IEEE Antennas Wirel. Propagat. Lett.*, vol. 17, N. 12, pp. 2364-2368, Dec. 2018.
- [16] D. G. Dudley, *Mathematical Foundations for Eletromagnetic Theory*, IEEE Press, 1994.
- [17] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [18] Comsol software. <https://www.comsol.com>.
- [19] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, 2nd ed., John Wiley and Sons, 2012.
- [20] J. B. N. Leite and K. Q. Costa, "Method of Moments Analysis of Radiation in Horizontally and Vertically Stratified Media," *SBMO 2022 - 20º Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Nov. 2022.
- [21] Matlab software. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.

Análise pelo Método dos Elementos Finitos do Efeito da Polarização em Problemas de Radiação em Regiões Mistas de Rios e Florestas

Alexandre Cardoso Oliveira e Karlo Queiroz da Costa

Resumo— Este artigo estuda o problema de propagação de ondas eletromagnéticas, com 521 MHz de frequência, numa região de quatro meios não magnéticos (ar, solo, água e floresta), onde os efeitos de transmissão, reflexão e perdas são relevantes. O problema é modelado e resolvido através do Método de Elementos Finitos. Apresentamos o módulo e fase do campo magnético para o caso da polarização vertical, e do campo elétrico para o caso da polarização horizontal.

Palavras-chaves— método dos elementos finitos, polarização vertical, polarização horizontal, propagação de ondas eletromagnéticas.

Abstract— This article studies the problem of propagation in electromagnetic waves, with a frequency of 521 MHz, in a region with four non-magnetic media (air, soil, water and forest), where the effects of transmission, reflection and losses are relevant. The problem is modeled and solved using the Method of Finite Elements. We show the module and phase of the magnetic field in the case of vertical polarization, and of the electric field for the case of horizontal polarization

Keywords— finite elements method, vertical polarization, horizontal polarization, propagation of electromagnetic waves.

I. INTRODUÇÃO

Atualmente nas telecomunicações, deseja-se que os sistemas de transmissão de informação tenham cada vez menos perdas, com maior alcance aos receptores dos sinais. Dentre esses destacam-se as tecnologias sem fio, que utilizam ondas eletromagnéticas propagando-se em meios diversos existentes no planeta. [1]

Para projetar os sistemas de comunicação modernos, são necessários modelos que descrevem o comportamento das ondas nos meios de interesse, e uma propriedade pertinente é a polarização da onda. Em [2], os autores fazem um estudo teórico da propagação da onda polarizada horizontalmente, em regiões estratificadas no espaço com características elétricas diferentes. Já em [3], é estudado o campo atravessando estradas em meio a florestas, considerando os efeitos de difração e reflexão da onda utilizando o modelo de traçado de onda.

Neste trabalho consideramos uma fonte de impulso de corrente elétrica (J) para gerar uma onda de polarização horizontal, e uma fonte de impulso de corrente magnética (M) para gerar uma onda de polarização vertical num espaço bidimensional. Os campos horizontais irradiados (E_z e H_z) foram obtidos através de métodos numéricos aplicados às Equações de Maxwell, com o auxílio do software COMSOL, em uma região próxima à da Amazônia no Norte Brasileiro.

Alexandre Oliveira, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, e-mail: alexandre.cardoso.oliveira@itec.ufpa.br, Karlo Queiroz da Costa, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, e-mail: karlo@ufpa.br.

II. MODELAGEM DO PROBLEMA

O problema é modelado com uma distribuição de corrente, que será a fonte das ondas eletromagnéticas que propagarão no espaço[4], neste trabalho ela está no plano xy , como uma linha infinita paralela ao eixo z conforme a Fig. 1, matematizada pela função Delta de Dirac, como explorado em [2], denotadas pelos vetores \vec{M}, \vec{J} (corrente magnética e elétrica, respectivamente).

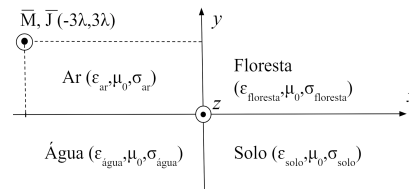


Fig. 1. Configuração espacial dos meios e da fonte de Corrente para a Simulação. $\lambda=57,58$ cm.

A fase e módulo dos campos eletromagnéticos podem ser solucionadas com métodos numéricos, neste trabalho utilizamos o método de elementos finitos [5].

Foram adicionados 4 meios (ar, água, solo e floresta) onde a onda irá se propagar, seguindo os parâmetros eletromagnéticos da Tabela I [2] para meios não magnéticos ($\mu=\mu_0$ para qualquer dos meios).

TABELA I. CARACTERÍSTICAS ELÉTRICAS DOS MEIOS.

Características Elétricas do Meio	AR	ÁGUA	SOLO	FLORESTA
Permissividade elétrica relativa ϵ_r	1	80	1,9	1,1
Condutividade Elétrica σ (mS/m)	0	50	20	0,1

Para utilizar Método dos Elementos Finitos, discretizamos da malha e o formato dos elementos, decidimos o triângulo pela simplicidade. Para melhor precisão, precisamos ter as dimensões de cada elemento comparáveis ao comprimento de onda (57,58 cm no ar), que é proporcional a $1/\sqrt{\epsilon}$, disto resulta que na água os elementos devem ser menores, sem que comprometa o tempo computacional para executar as simulações.

Será considerada uma região circular de raio igual a 13 vezes o comprimento de onda. A Fig. 2 apresenta um zoom no centro desta circunferência, para melhor visualização da discretização das malhas em cada meio e nas interfaces.

XLI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBt 2023, 08-11 DE OUTUBRO DE 2023, SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP

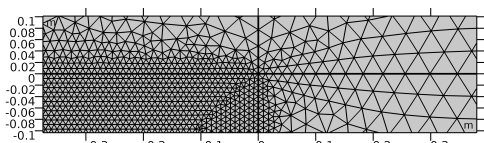


Fig. 2. Discretização da malha nos quatro meios.

Serão apresentados os gráficos de linha, mostrando o módulo da componente de campo magnético H_z para polarização vertical, e o módulo da componente de campo elétrico E_z para polarização horizontal para diferentes alturas, bem como os gráficos de superfície para os campos citados em toda a geometria do problema.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

As simulações foram feitas em um computador com processador Intel Core i5-8250U e memória RAM de 24 GB, o tempo de simulação foi de 3 horas, 8 minutos e 30 segundos para o caso de polarização horizontal, e 2 horas, 18 minutos e 31 segundos para polarização vertical.

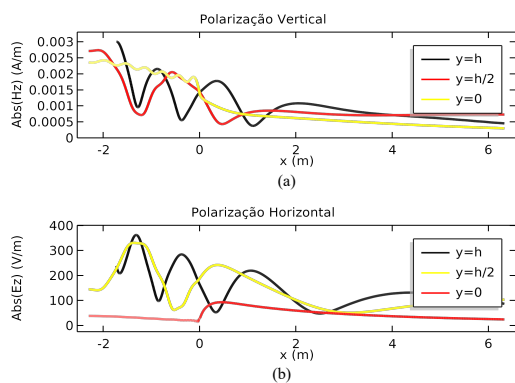


Fig. 3. Gráficos de Linha para o módulo do campo elétrico E_z (a) e do campo magnético H_z (b).

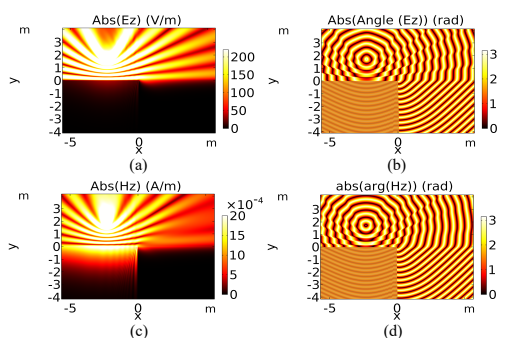


Fig. 4. Módulo do campo elétrico E_z (a); módulo da fase do campo elétrico E_z (b); módulo do campo magnético H_z (c); módulo da fase do Campo Magnético H_z (d).

É possível ver que na altura da fonte o comportamento das ondas se assemelham bastante, havendo entretanto menor intensidade relativa do campo elétrico no solo e na água do que o campo magnético, também vemos uma diferença significativa entre a variação de fase na água e nos demais meios. O fator de atenuação exponencial e fator de fase que descrevem a perda da magnitude da onda e a fase em função da distância são calculados através das equações (1) e (2)[6]:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]} \quad (1)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]} \quad (2)$$

Para o ar não há atenuação devido à ausência de condutividade elétrica, mas para a floresta, que tem características bem parecidas com o ar, há uma perda de 15 dB a cada 96 metros, o que já não pode ser desprezado quando lidamos com as vastas distâncias que entre emissores e receptores em aplicações práticas. Já o fator de fase na floresta é de 11,45 rad/m, apenas 4,8% maior do que no ar.

IV. CONCLUSÕES

Os campos horizontais para cada tipo de polarização têm características semelhantes conforme a altura se aproxima da fonte ($y=h$), havendo maior diferença conforme a coordenada y se aproxima dos meios aquático e terrestre. No limite, quando $y=0$, vemos a maior diferença entre cada caso, para a polarização vertical, o campo magnético H_z diminui de intensidade abruptamente quando é transmitido da água para o solo, todavia, para a polarização horizontal, o campo elétrico E_z aumenta abruptamente quando é transmitido entre estes meios.

Vemos também que o comportamento oscilatório é acentuado somente para valores de x próximos à fonte, diminuindo ao afastar-se. Já quanto à fase da onda, é perceptível a defasagem entre campo elétrico e magnético se comparamos os gráficos de linha entre si e os gráficos do módulo da fase na Fig. 4 (b e d), e percebe-se a variação de fase na água muito mais acentuada do que nos outros meios.

REFERÊNCIAS

- [1] T. S. Rappaport, "Comunicações sem Fio, Princípios e Práticas". Pearson, 2008.
- [2] K. Q. Costa e J. B. N. Leite, "Radiação Bidimensional de Uma Linha de Corrente em Regiões Estratificadas na Horizontal e Vertical". SbrT 2022, 25-28 de Setembro de 2022, Sta. Rita do Sapucaí, MG.
- [3] D. C. De Souza e G. P. S. Cavalcante, "A k-Ray Model for Mobile Systems in Environments with Abrupt Terrain Discontinuities", *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1996.
- [4] Constantine A. Balanis, "Antenna Theory: Analysis and Design", 2ª Edição, John Wiley & Sons, Inc. 1997.
- [5] T. L. S de Oliveira, "Análise Numérica de Programação de Ondas Eletromagnéticas em Meios Mistos", Faculdade de Engenharia Elétrica da UFPA, 2019.
- [6] M. Sadiku, "Elementos de Eletromagnetismo". 3ª Edição. Porto Alegre. Editora Bookman, 2004.
- [7] Comsol MultiPhysics: <https://www.comsol.com/>

Método dos Elementos Finitos para Estudo de Propagação com Polarização Horizontal e Vertical em Floresta com Extensão Semi-Infinita

Alexandre Cardoso Oliveira e Karlo Queiroz da Costa

Resumo— Este artigo mostra uma análise da propagação de ondas eletromagnéticas com polarização vertical (fonte corrente magnética) e horizontal (fonte corrente elétrica) sobre regiões formadas por quatro meios no plano xy . Assim, foi utilizado o Método Numérico dos Elementos Finitos para resolver o sistema físico. Os resultados consistem de quatro simulações, variando o tipo de fonte e sua altura, uma abaixo da altura da floresta e outra acima, sendo a floresta um obstáculo para mostrar os efeitos de difração, refração, reflexão e absorção.

Palavras-Chave— radiação de corrente magnética, difração em meio à floresta; meio não homogêneo, Método dos Elementos Finitos.

I. INTRODUÇÃO

O aumento da demanda por envio de sinais de comunicação sem fio em vastas distâncias e com ecossistemas diversos que se encontram no nosso planeta, em especial o Brasil, levou ao desenvolvimento de tecnologias que necessitam menos de estrutura física como fios, como a radiofrequência. [1].

Com isso novos modelos físicos que descrevem o comportamento da onda com fundamento nas equações de Maxwell e Eletromagnetismo Clássico, em especial a sua intensidade, direção e fase em função do espaço e do tempo. O problema pode ser estudado com maior complexidade acrescentando mais meios não homogêneos, no caso em tela temos quatro meios, sendo o enfoque do estudo o comportamento no ar e floresta[2]. Em [3], discute-se a existência de dois modelos que não são puramente físicos mas também não puramente aleatórios, de forma a ganhar acurácia nos resultados sem um altíssimo custo computacional.

Para realizar este trabalho, utilizou-se o software COMSOL Multiphysics [5], que trabalha com o Método Numérico dos Elementos Finitos (FEM) para o estudo de problemas físicos que envolvem vários campos de estudo simultaneamente.

II. MODELAGEM PARA SIMULAÇÃO DE SOFTWARE

Consideramos uma região não homogênea no plano xy para a radiação da onda eletromagnética a uma frequência de 521 MHz, comprimento de onda $\lambda_0 = 57,56$ cm no vácuo. Essa região é dividida em quatro meios: ar, floresta, água e solo, estes últimos abaixo do meio principal de propagação, sem muita relevância para o problema. A Fig. 1 mostra a geometria do problema e foi desenhada no software Comsol, apresentando um círculo de raio $17 \lambda_0$ e camada externa de PML de aproximadamente $1 \lambda_0$.

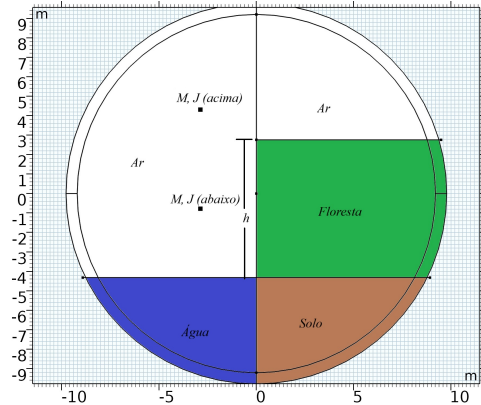


Fig. 1. Geometria do problema considerado, com ar (área branca), floresta (área verde), água (área azul escuro) e solo (área marrom). Os pontos são as localizações das fontes.

Dessa forma, utilizou-se as fontes de corrente magnética e elétrica, ambas saindo para fora do papel, descritas pelas equações 1 e 2, respectivamente:[4]

$$M_u(x, y) = M_u \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) a_z \quad 1$$

$$J_u(x, y) = J_u \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) a_z \quad 2$$

Foram feitas quatro simulações, a primeira considerando somente a fonte de corrente magnética localizada no ponto coordenado $P_1 = (-5\lambda_0, 7,5\lambda_0)$, a segunda somente a corrente magnética no ponto $P_2 = (-5\lambda_0, -1,35\lambda_0)$, a terceira a fonte corrente elétrica em P_1 , e a quarta a corrente elétrica em P_2 .

TABELA I. PARÂMETROS ELÉTRICOS DOS MEIOS.

Meios	Permissividade e relativa ϵ_r	Permeabilidade de relativa μ_r	Condutividade elétrica $\sigma(mS/m)$
Ar	1	1	0
Floresta	1,1	1	0,1
Água	80	1	50
Solo	1,9	1	20

A floresta no problema apresenta uma altura de $12,3\lambda_0$ (aproximadamente 7,08 metros) e estende-se infinitamente para a direita, simulando vasta distância. A Fig. 2 mostra um zoom da malha do problema, no centro do círculo mostrado na Fig.1, com triângulos sendo os objetos de discretização para executar a técnica do FEM, percebe-se elementos menores na região que simula a água devido ao comprimento de onda ser menor nela.

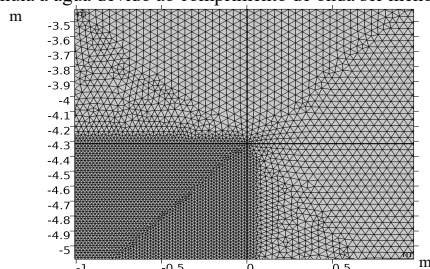


Fig. 2. Malha final do problema simulado com zoom aplicado.

III. RESULTADOS

A. Campos H_z e E_z no Plano xy

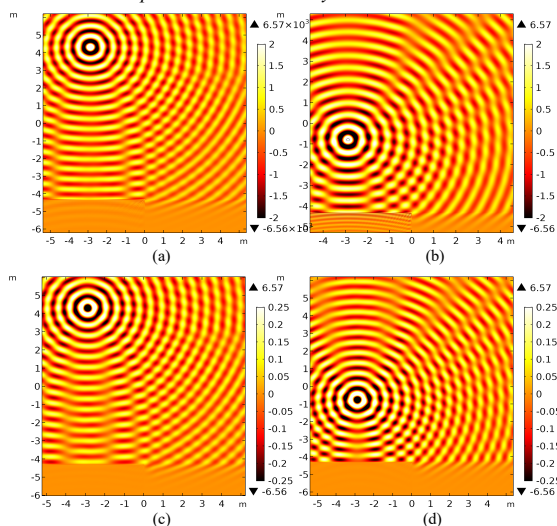


Fig. 3. Gráficos de cor. Em (a) de $Real(H_z)$ com fonte localizada acima da altura da floresta, em (b) de $Real(H_z)$ com fonte localizada abaixo da floresta, em (c) de $Real(E_z)$ com fonte localizada acima da altura da floresta, em (d) de $Real(E_z)$ com fonte localizada abaixo da altura.

A Fig. 3 mostra os gráficos de cor no plano do círculo da parte real do campo magnético e elétrico na direção do eixo z (H_z e E_z). Os círculos são exatamente os mesmos da Fig.1, mas mostrando uma fotografia da onda no espaço.

Temos que o comportamento do campo elétrico e magnético são portanto extremamente similares, tanto quanto à perda de amplitude da onda no decorrer de sua propagação quanto a alteração de altura, com perdas aproximadas de 15 dB/96 m.[4] Vemos diferenças de frequência e fase bem ligeiras, bem como uma maior reflexão para a polarização horizontal dentro da floresta do que na vertical.

A função que calcula a parte real da onda une as informações de módulo e da fase da onda, onde percebemos uma leve alteração na parte da floresta, com leve absorção da onda e interferência. Também é possível ver a maior reflexão do caso da polarização horizontal dentro da floresta do que na vertical.

Já quando escolhemos alterar a altura, presenciamos uma perda maior significativa no meio florestal quando a fonte se apresenta em altura mais baixa, o que justifica a maior altura de antenas quando deseja-se emitir sinais de longa distância, apesar da floresta ter propriedades similares a do ar.

É importante ressaltar a eficiência do método para modelagem de problemas desse tipo, com relativo baixo custo computacional e resultados corroborados pela literatura.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma análise e resultados gráficos de simulação do problema de radiação eletromagnética em meios não homogêneos que se assemelham à Amazônia.

É esperado que em trabalhos futuros haja maior grau de complexidade na modelação da floresta, utilizando obstáculos mais complexos para modelar a floresta, como blocos geométricos indicando árvores singulares, como apresentado em [3], mas como a Amazônia possui florestas extremamente densas, escolhemos tratar como um meio homogêneo na simulação, pois o computador utilizado apresenta somente 8 Gb de RAM.

V. REFERÊNCIAS

- [1] T. L. S. Oliveira, "Análise Numérica de Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Meios Mistos", Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal do Pará TUCURUI, 2019.
- [2] J. B. N. Leite e K. Q. Costa, "Radiação Bidimensional de uma Linha de Corrente em Regiões Estratificadas na Horizontal e Vertical", *xl simpósio brasileiro de telecomunicações e processamento de sinais – SBt, 2022*.
- [3] Roshanak Zabih e Rodney G. Vaughan, "Simplifying Through-Forest Propagation Modelling", *IEEE, 23 de Janeiro, 2020*
- [4] A. C. Oliveira e K. Q. Costa, "Análise pelo Método dos Elementos Finitos do Efeito da Polarização em Problemas de Radiação em Regiões Mistadas de Rios e Florestas", *XLII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBt 2023*.
- [5] Comsol software. <https://www.comsol.com>.

XLII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBt 2024, 01-04 DE OUTUBRO DE 2024, BELÉM, PA

Análise da Radiação de Fontes Elétricas e Magnéticas em uma Região Mista com Seis Meios

Karlo Q. da Costa e Alexandre C. Oliveira

Resumo— Este trabalho apresenta uma análise numérica da radiação bidimensional de linhas de corrente elétrica e magnética em uma região mista com seis meios diferentes. A partir das equações de Maxwell, são obtidas as soluções integrais dos campos em cada meio em termos das funções de Green. Em seguida as condições de contorno são aplicadas para se obter um sistema de equações integrais, o qual é resolvido numericamente pelo Método dos Momentos. Os resultados mostram um exemplo de aplicação em microondas, onde a região mista é formada por ar, água, solo e floresta com altura na frequência de 521 MHz.

Palavras-chave— Radiação bidimensional, polarização, meios não homogêneos, funções de Green, Método dos Momentos.

Abstract— This work presents a numerical analyses of two-dimensional radiation of electric and magnetic current lines in a mixed region with six different media. From Maxwell's equations, the integral solutions of the fields in each medium are obtained in terms of Green's functions. Then the boundary conditions are applied to obtain a system of integral equations, which is solved numerically by the Method of Moments. The results show an example of microwave application, where the mixed region is formed by air, water, soil and forest with a height at a frequency of 521 MHz.

Keywords— Two-dimensional radiation, polarization, non-homogeneous media, Green's functions; Method of Moments.

I. INTRODUÇÃO

Os problemas de radiopropagação em meios mistos, ou não homogêneos, são comuns e particularmente importantes para o desenvolvimento de sistemas modernos de comunicação sem fio [1]. Estes problemas podem ser classificados em termos de quantidade e tipo de estratificação. Modelos com estratificação apenas na horizontal são bem conhecidos na literatura [2]-[3].

Já problemas mistos mais gerais com estratificação vertical e horizontal, simultaneamente, são mais complexos para modelar. Por isso, nestes casos, é comum utilizar algum tipo de aproximação para simplificar a análise [4]-[9]. Por exemplo, em [4] são consideradas longas distancias entre transmissor e receptor e as reflexões do solo são desprezadas. Já em [5] as estratificações verticais são aproximadas por múltiplas difrações do tipo “gume de faca”. Existem também modelos que usam a aproximação de equações parabólicas [6], transformada *wavelet* [7], teoria da difração [8] e funções diádicas de Green com a aproximação de superposição de radiação [9].

Este trabalho apresenta um modelo numérico eficiente para descrever com precisão a radiação bidimensional em uma região mista formada por seis meios diferentes. A partir das

equações de Maxwell, os problemas de radiação são apresentados e os campos são obtidos em cada meio na forma integral em termos das funções de Green do problema [10]. Aplicando as condições de contorno, um sistema de equações integral é obtido e resolvido numericamente pelo Método dos Momentos [11]. São consideradas fontes de corrente dos tipos linhas de corrente elétrica e magnética e teorema da dualidade é aplicado. Como exemplo de aplicação, são apresentados resultados de simulação de um meio formado por: ar, água, solo e floresta com altura, com propriedades típicas da Amazônia, em uma frequência de microondas de 521 MHz.

II. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A. Descrição do Problema

A Fig. 1 mostra a geometria do problema geral considerado neste trabalho. A região é composta por seis meios com as propriedades eletromagnéticas: permissividade relativa ϵ_{ru} , condutividade elétrica σ_u , permissividade complexa ϵ_u e permeabilidade μ_u , sendo $u=1-6$. Observa-se que os meios 3 e 4 possuem três interfaces e os outros apenas duas. As fontes são do tipo linha de corrente elétrica e magnética paralela ao eixo z , e localizadas nos meios 1 e 3:

$$\vec{M}_u(x, y) = M_u \delta(x - \xi_u) \delta(y - \eta_u) \vec{a}_z \quad (1)$$

$$\vec{J}_u(x, y) = J_u \delta(x - \xi_u) \delta(y - \eta_u) \vec{a}_z \quad (2)$$

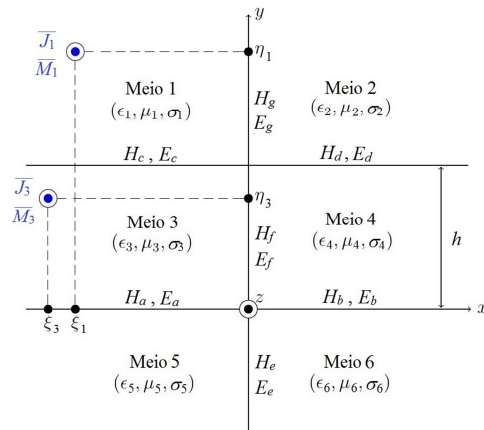


Fig. 1. Geometria do problema de radiação bidimensional (plano xy) de linhas de corrente magnética ou elétrica, paralela ao eixo z , em uma região com seis meios e sete interfaces representadas por a, b, c, d, e, f e g .

onde $u=1$ ou 3 , J_u as intensidades das correntes elétricas (A), M_u as intensidades das correntes magnéticas (V), ξ_u e η_u são as posições das fontes. Os campos eletromagnéticos radiados por estas fontes satisfazem as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} - \vec{M}_u \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J}_u \quad (4)$$

onde a dependência temporal é $\exp(j\omega t)$, ω a frequência angular, j a unidade imaginária e t a variável temporal. Do caso geral descrito por (3) e (4), analisamos dois casos particulares, sendo um magnético quando $\vec{M}_u \neq 0$ e $\vec{J}_u = 0$ e outro elétrico quando $\vec{M}_u = 0$ e $\vec{J}_u \neq 0$. Apresentamos aqui a modelagem apenas do caso magnético e aplicamos o teorema da dualidade para analisar o caso elétrico [12].

Devido a geometria e as fontes, o problema é do tipo bidimensional com $\partial/\partial z = 0$, no caso magnético a polarização é vertical, ou transversal magnética em y (TM_y) com a seguinte equação da onda escalar da componente H_{zu} para os seis meios:

$$\nabla_{xy}^2 H_{zu} + k_u^2 H_{zu} = j\omega\epsilon_u M_{zu} \quad (5)$$

sendo $u=1-6$, $k_u = \omega(\mu_u \epsilon_u)^{1/2}$ e M_{zu} a componente escalar de (1). Assim o problema de valor de contorno da Fig. 1 é dado por (4) e as condições de contorno de limite e continuidade dos campos tangenciais nas interfaces entre os meios.

B. Sistema de Equações Integrais do Problema

Utilizando o método da função de Green para o problema da seção anterior [10], obtemos as seguintes expressões integrais para os campos magnéticos nos seis meios:

$$H_{z1}(x, y) = j\omega\epsilon_1 [-M_1 g_1(\xi_1, \eta_1, x, y) - \int_{-\infty}^0 g_1(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_h^{+\infty} g_1(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (6)$$

$$H_{z2}(x, y) = j\omega\epsilon_2 [-\int_0^{+\infty} g_2(x', h, x, y) E_a(x') dx' + \int_h^{+\infty} g_2(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (7)$$

$$H_{z3}(x, y) = j\omega\epsilon_3 [-M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, y) + \int_{-\infty}^0 g_3(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_0^h g_3(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 g_3(x', 0, x, y) E_a(x') dx'] \quad (8)$$

$$H_{z4}(x, y) = j\omega\epsilon_4 [\int_0^{+\infty} g_4(x', h, x, y) E_a(x') dx' + \int_0^h g_4(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 g_4(x', 0, x, y) E_c(x') dx'] \quad (9)$$

$$H_{z5}(x, y) = j\omega\epsilon_5 [\int_{-\infty}^0 g_5(x', 0, x, y) E_c(x') dx' - \int_{-\infty}^0 g_5(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (10)$$

$$H_{z6}(x, y) = j\omega\epsilon_6 [\int_0^{+\infty} g_6(x', 0, x, y) E_b(x') dx' + \int_{-\infty}^0 g_6(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (11)$$

onde E_a , E_b , E_c , E_d , E_e , E_f e E_g são os campos elétricos tangenciais definidos nas sete interfaces conforme mostrados na Fig. 1. Estas funções no momento são desconhecidas e

serão as incógnitas do sistema que será obtido a seguir. As funções de Green g_u ($u=1-6$) podem ser obtidas pelo procedimento padrão apresentado em [10]:

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} [H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y')^2})] \quad (12)$$

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} [H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y'-2h)^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y'-2h)^2})] \quad (13)$$

$$g_3(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\epsilon_n}{2jk_n h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_n |x-x'|} + e^{jk_n (x+x')}] \quad (14)$$

$$g_4(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\epsilon_n}{2jk_n h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_n |x-x'|} + e^{-jk_n (x+x')}] \quad (15)$$

$$k_x = \sqrt{k_u^2 - (n\pi/h)^2} \text{ e } \text{Im}(k_x) < 0 \text{ para } u=3 \text{ ou } 4 \quad (16)$$

sendo ϵ_n o número de Neumann [10] e H_0^2 a função de Hankel de 2º tipo e ordem zero. Aplicando as condições de contorno de continuidade dos campos (6)-(11) nas sete interfaces da Fig. 1, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_1 g_1(x', 0, x, 0) + \epsilon_2 g_1(x', 0, x, 0)] E_a(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_3 g_1(x', h, x, 0) E_c(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_2 g_2(0, y', x, 0) E_g(y') dy' + \int_0^h \epsilon_2 g_2(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = -\epsilon_2 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, 0) \quad (17)$$

$$\int_0^{+\infty} [\epsilon_4 g_4(x', 0, x, 0) + \epsilon_6 g_6(x', 0, x, 0)] E_b(x') dx' - \int_0^h \epsilon_4 g_4(x', h, x, 0) E_f(y') dy' + \int_{-\infty}^0 \epsilon_6 g_6(0, y', x, 0) E_g(y') dy' - \int_0^h \epsilon_6 g_6(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = 0 \quad (18)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_1 g_1(x', h, x, h) + \epsilon_3 g_3(x', h, x, h)] E_c(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \epsilon_1 g_1(0, y', x, h) E_g(y') dy' - \int_0^h \epsilon_3 g_3(x', 0, x, h) E_f(y') dy' - \int_0^h \epsilon_3 g_3(0, y', x, h) E_f(y') dy' = -\epsilon_1 M_4 g_4(\xi_4, \eta_4, x, h) + \epsilon_5 M_5 g_5(\xi_5, \eta_5, x, h) \quad (19)$$

$$\int_0^{+\infty} [\epsilon_2 g_2(x', h, x, h) + \epsilon_4 g_4(x', h, x, h)] E_f(y') dy' - \int_0^h \epsilon_2 g_2(0, y', x, h) E_g(y') dy' + \int_0^h \epsilon_4 g_4(0, y', x, h) E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_4 g_4(x', 0, x, h) E_b(x') dx' = 0 \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\epsilon_5 g_5(0, y', 0, y) + \epsilon_6 g_6(0, y', 0, y)] E_g(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \epsilon_5 g_5(x', 0, 0, y) E_c(x') dx' + \int_0^{+\infty} \epsilon_6 g_6(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' = 0 \quad (21)$$

$$\int_0^h [\varepsilon_1 g_3(0, y', 0, y) + \varepsilon_4 g_4(0, y', 0, y)] E_y(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', h, 0, y) E_x(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_2 g_2(x', 0, 0, y) E_x(x') dx' + \int_0^{+\infty} \varepsilon_1 g_1(x', h, 0, y) E_x(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_x(x') dx' =$$

$$= -\varepsilon_3 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, 0, y) \int_0^{+\infty} [\varepsilon_1 g_1(0, y', 0, y) + \varepsilon_2 g_2(0, y', 0, y)] E_y(y') dy' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_1 g_1(x', h, 0, y) E_x(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_3 g_3(x', h, 0, y) E_x(x') dx' = -\varepsilon_3 M_4 g_4(\xi_4, \eta_4, 0, y)$$

C. Solução do Sistema pelo MoM

O MoM foi utilizado para resolver numericamente o sistema (17)-(23) [10]-[11]. Neste método aproximamos as funções E_q ($q=a-g$) por expansões em bases de funções pulso retangular

$$E_q = \sum_{n_q=1}^{N_q} \alpha_{n_q} p_{n_q}, \text{ para } q = a, b, \dots, g \quad (24)$$

onde α_{n_q} são os coeficientes de expansão e p_{n_q} as funções de base do tipo pulso retangular. Estas funções tem valor 1 ao longo de um subintervalo genérico Δl_{q_i} e valor 0 fora deste subintervalo. Nesta aproximação as funções E_q são definidas em um intervalo finito conforme a Fig. 2. Utilizamos uma discretização uniforme com Δl_{q_i} constante para cada função, sendo N_q o numero de divisões (discretização) de cada função.

Substituindo (24) em (17)-(23) obtém-se um sistema algébrico do tipo $[J][\alpha] = [f]$, onde $[\alpha]$ é o vetor coluna que contem as incógnitas α_{n_q} , $[f]$ é o vetor coluna que contem as fontes, e $[J]$ é uma matriz quadrada que representa a interação mútua entre todos os subintervalos. Os elementos desta última matriz contem integrais das funções de Green, as quais foram calculadas numericamente por funções de integração da biblioteca do Matlab [13]. Desta forma, o sistema pode ser resolvido por inversão matricial $[\alpha] = [J]^{-1}[f]$. Com os $[\alpha]$ obtidos, estes são então substituídos em (24) e depois em (6)-(11) para calculo dos campos magnéticos H_{zn} em cada meio.

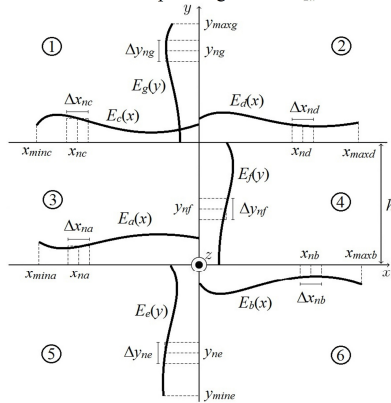


Fig. 2. Expansão por pulsos retangulares dos campos elétricos nas interfaces usadas no MoM. Utilizou-se discretização uniforme para cada E_q .

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Baseado no método da seção anterior, desenvolveu-se um programa MoM no Matlab para calcular os campos nas sete interfaces e nos seis meios, para os casos magnético e elétrico, sendo estes chamados aqui de polarização vertical e horizontal, respectivamente. Nos resultados apresentados a seguir, foi considerada uma frequência fixa de 521 MHz e uma região que simula a interface entre a água e uma ilha com floresta, onde as propriedades eletromagnéticas e os meios são dados na Tabela 1 [9]. Considerou-se também constante a altura da floresta no meio 4 (Fig. 1) com valor $h=12,3\lambda_0$, onde $\lambda_0 = 0,58$ m é o comprimento de onda no ar. Já a Tabela 2 mostra os parâmetros de simulação utilizados. Para comparação, são apresentados também aqui alguns resultados calculados pelo FEM através do software Comsol [14].

TABELA I. PROPRIEDADES ELETROMAGNÉTICAS DOS MEIOS NA FREQUENCIA DE 521 MHz [9]

Propriedade Eletromagnética	Meios 1, 2 e 3 Ar	Meio 4 Floresta	Meio 5 Água	Meio 6 Solo
Permeabilidade magnética, μ	1	1	1	1
Permissividade relativa, ε_r	1	1,1	80	1,9
Condutividade, σ (mS/m)	0	0,1	50	20

TABELA II. PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES ($\lambda_0=0,58$ m)

Parâmetro	Valor	
Altura dos Meios 3 e 4	$h = 12,3\lambda_0$	
Posição da fonte 1	$\xi_1 = -5\lambda_0$	$\eta_1 = 15\lambda_0$
Posição da fonte 3	$\xi_3 = -5\lambda_0$	$\eta_3 = h/2 = 6,15\lambda_0$
Limites de E_a, E_b, E_c e E_d	$x_{\min a} = x_{\min c} = -20\lambda_0$	$x_{\max b} = x_{\max d} = 40\lambda_0$
Limites de E_e e E_g	$y_{\min e} = -5\lambda_0$	$y_{\max g} = h + 20\lambda_0$
Discretizações de $E_a, E_b, E_c, E_d, E_e, E_f$ e E_g	$N_a = N_b = N_c = N_f = N_g = 200$ $N_d = N_e = 400$	
Área do plot 2D de H_z	$(-12,5\lambda_0 < x < 12,5\lambda_0) \text{ e } (-5\lambda_0 < y < h + 12,5\lambda_0)$	
Discretização da área de plot 2D no plano xy	$N_x = 400, N_y = 600$	

A. Campos Tangenciais nas Interfaces

Utilizando o código MoM desenvolvido, quatro simulações foram realizadas, sendo duas para cada polarização (vertical e horizontal) em duas posições das fontes localizadas nos meios 1 e 3, conforme os parâmetros descritos nas tabelas 1 e 2. A Fig. 3 mostra os resultados dos campos tangenciais (24) obtidos de duas simulações: polarização vertical com fonte 1 (Fig. 3a) e horizontal com fonte 3 (Fig. 3b). Os resultados das outras duas simulações são parecidos com estes (Fig. 3), por isso não são apresentados aqui. Em todos os cálculos foi utilizado um número de termos nas séries (14) e (15) igual a 200. Com este valor foi observada uma boa convergência das funções de Green g_3 e g_4 dentro do domínio de análise. Além disso, foi utilizado no MoM o mesmo critério de convergência daquele usado em [15]. Os resultados mostram que as discretizações e os limites das funções (24) na Tabela 2, apresentaram resultados satisfatórios para representar as respectivas variações espaciais das funções.

XLII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS - SBt 2024, 01-04 DE OUTUBRO DE 2024, BELÉM, PA

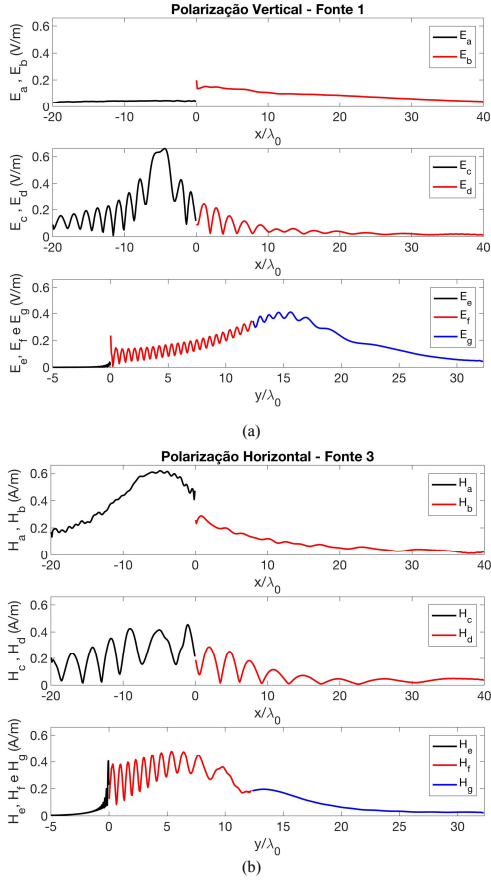


Fig. 3. Módulo dos campos eletromagnéticos tangenciais $abs(E_q, H_q)$ ao longo das sete interfaces ($q=a-g$) para duas simulações: (a) polarização vertical com fonte 1 e (b) polarização horizontal com fonte 3.

B. Variação dos Campos H_z e E_z em Linhas Horizontais

Substituindo os resultados dos campos tangenciais em (6)-(11), os campos nos seis meios, em diferentes alturas, são obtidos e mostrados na Fig. 4. Esta figura apresenta as variações do módulo dos campos $abs(H_z, E_z)$ versus x/λ_0 para as alturas $y=15\lambda_0, 12,3\lambda_0, 6,15\lambda_0$, e 0 para as duas fontes 1 e 3, e para as duas polarizações vertical (Fig. 4a) e horizontal (Fig. 4b). Para comparação, apresentam-se também os resultados calculados com o software Cmsol [14]. Os resultados mostram uma boa concordância entre os métodos, no entanto o número de variáveis no MoM é menor pois os campos iniciais são calculados apenas na interface e no Cmsol em todo o domínio. Isto ocorre porque a polarização vertical reflete menos que a horizontal em ambas as interfaces ar-água e floresta-solo. Além disso, observa-se que na

superfície $y=0$ o campo sofre um decaimento na interface ar-floresta para a polarização vertical e uma amplificação para a polarização horizontal.

Para as duas polarizações e em distancias maiores de x , se observou os seguintes resultados. As fontes 3 produz níveis de campo na altura $y=h$ maiores que a fonte localizada no meio 1. Isto pode ser explicado pela predominância das ondas superficiais produzidas pela fonte 3 [4]. Já os resultados acima da copa das árvores ($y>h$), os níveis de campo para a fonte 1 são maiores que aqueles da fonte 3. Para as alturas dentro da floresta ($0<y<h$), os níveis de campo devido as fontes 1 e 3 são próximos entre si. E na superfície ($y=0$) os campos da fonte 1 são ligeiramente maiores que os da fonte 3. Estes resultados significam que em geral a fonte 1 fornece maiores níveis de campo que a fonte 3, com exceção do caso quando o receptor estiver próximo da copa das árvores ($y=h$).

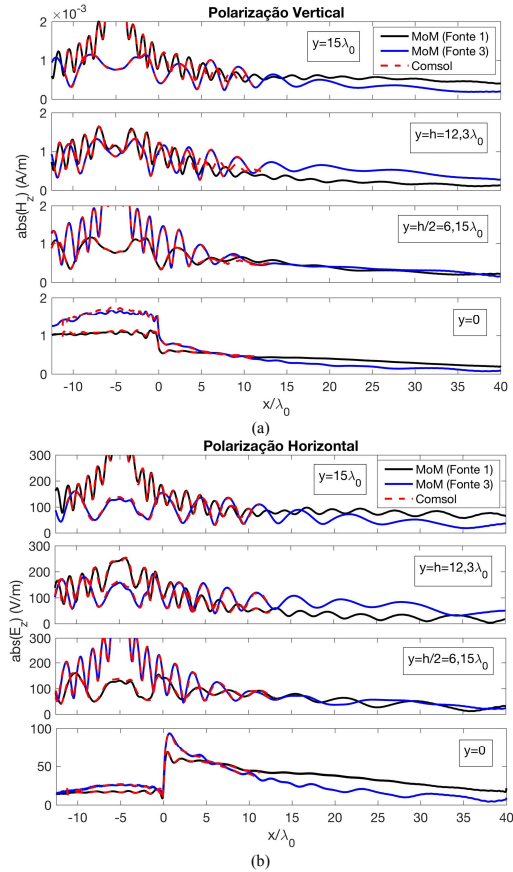


Fig. 4. Variação do módulo dos campos $abs(H_z, E_z)$ versus x para diferentes alturas $y=1,5\lambda_0, h=12,3\lambda_0, h/2=6,15\lambda_0$ e 0 para as polarizações (a) vertical e (b) horizontal para as fontes localizadas nos meios 1 e 3.

C. Campos H_z e E_z no Plano xy

A Fig. 5 mostra os plots no plano xy de $\text{abs}(H_z, E_z)$ para as quatro simulações realizadas. Estes resultados mostram a precisão do método para representar todos os fenômenos eletromagnéticos envolvidos tais como difração, reflexão, refração e absorção. Além disso, comprovam que a polarização vertical sofre menos reflexão que a polarização horizontal, em todos os pontos dos meios ar e floresta. Observam-se também melhor as oscilações dos campos, não apenas em linhas horizontais apresentadas na Fig. 4, mas também na direção vertical, e como estas oscilações variam com a altura das fontes 1 e 3. Estas oscilações resultam das interferências construtivas e destrutivas comuns que ocorrem em comunicações móveis terrestres, devido às reflexões nas superfícies da água e do solo [12].

IV. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma análise numérica da radiação de fontes magnética (polarização vertical) e elétrica (polarização horizontal) em uma região mista formada por seis meios. Inicialmente foi obtido o sistema de equações integrais do problema e a solução deste pelo Método dos Momentos. Os resultados mostram um exemplo de aplicação em microondas na frequência de 521 MHz onde se considerou uma região mista formada pela interface entre ar-água e solo-floresta com propriedades típicas da Amazônia. Quatro simulações foram realizadas para as duas polarizações e duas alturas das fontes. Para verificação do modelo, alguns resultados foram comparados com o Método dos Elementos Finitos e uma boa concordância foi observada.

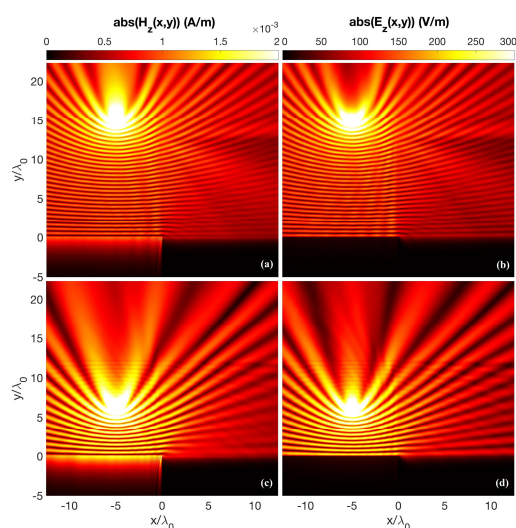


Fig. 5. Gráficos bidimensionais dos módulos dos campos $\text{abs}(H_z, E_z)$ das 4 simulações com polarização: (a) vertical fonte 1, (b) horizontal fonte 1, (c) vertical fonte 3 e (d) horizontal fonte 3.

A partir dos resultados da variação dos campos com a distância, para as diferentes fontes, as conclusões a seguir foram obtidas. Com relação ao tipo de fonte, as oscilações do nível de sinal são maiores para a polarização horizontal. Isto ocorre porque o coeficiente de reflexão desta polarização na interface floresta-solo é maior. Com relação às alturas das fontes, foram observados os seguintes comportamentos dos campos em longas distâncias para as duas polarizações. Para pontos acima das árvores ($y > h$) e na superfície do solo ($y = 0$), a fonte 1 apresentou níveis de campo maiores que a fonte 3. Para pontos na copa das árvores ($y = h$) a fonte 3 apresentou níveis de campo maiores que a fonte 1. E Para pontos dentro da floresta ($0 < y < h$), as duas fontes 1 e 3 apresentaram níveis de sinais próximos entre si. Os gráficos bidimensionais dos campos confirmam estas conclusões e permitem uma visualização melhor e entendimento geral dos fenômenos de reflexão, refração, difração e absorção. Os resultados apresentados aqui podem ser úteis para cálculos de perdas de propagação em regiões mistas e o modelo pode ser estendido para outras frequências e diferentes configurações dos meios.

REFERÊNCIAS

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
- [2] K. Li, *Electromagnetic Fields in Stratified Media*, Springer, 2009.
- [3] L.-W. Li, et al., "Radio Wave Propagation Along Mixed Paths Through a Four-Layered Model of Rain Forest: An Analytic Approach," *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 46, N. 7, pp. 1098-1111, Jul. 1998.
- [4] C. Zhang, et al., "Measurement, Data Analysis and Modeling of Electromagnetic Wave Propagation Gain in a Typical Vegetation Environment," *Plos One*, vol. 18, N. 1 (e0280035), 2023.
- [5] J.-V. Rodriguez, et al., "UTD-PO Solutions for the Analysis of Multiple Diffraction by Trees and Buildings When Assuming Spherical-Wave Incidence," *Electronics*, vol. 12, N. 899, 2023.
- [6] F. N. B. Magno, et al., "Propagation Path Loss in Mixed-Path Environment Using Narrow Angle and Wide-Angle Parabolic Equations," *2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011)*, Nov. 2011.
- [7] A. Rocha, et al., "An Efficient and Accurate Algorithm for Electromagnetic Wave Propagation Modeling Based on Wavelet Transforms," *J. of Micro., Opt. and Electro. App.*, vol. 23, N. 1, 2024.
- [8] L. E. C. Eras, et al., "A Radio Propagation Model for a Rainforest-River Environment Using UTD and Geometrical Optics," *IEEE Trans. Ant. Wir. Propag. Lett.*, vol. 21, N. 1, pp. 54-58, Jan. 2022.
- [9] D. K. N. da Silva, et al., "A propagation model for mixed paths using dyadic Green's functions: a case study over the river for a city-river-forest path," *IEEE Antennas Wirel. Propagat. Lett.*, vol. 17, N. 12, pp. 2364-2368, Dec. 2018.
- [10] D. G. Dudley, *Mathematical Foundations for Eletromagnetic Theory*, IEEE Press, 1994.
- [11] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [12] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, 2nd ed., John Wiley and Sons, 2012.
- [13] Matlab software. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [14] Comsol software. <https://www.comsol.com>.
- [15] J. B. N. Leite, A. C. Oliveira, A. C. C. de Lima, and K. Q. Costa, "Radiação de Linhas de Corrente Magnética e Elétrica em uma Região Mista com Quatro Meios," *SBt 2023 - XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*, 2023: DOI: 10.14209/sbrt.2023.1570916819.

Método da Função de Green para Análise da Radiação em uma Região Mista com Seis Meios

Karlo Q. da Costa e Alexandre C. Oliveira

Universidade Federal do Pará - UFPA

Belém-PA, Brasil

karlo@ufpa.br, alexandre.cardoso.oliveira@itec.ufpa.br

Resumo— Este artigo apresenta um método baseado em funções de Green para análise da radiação bidimensional em uma região mista formada por seis meios. Neste método, as soluções dos campos eletromagnéticos para cada meio são obtidas na forma integral em termos das funções de Green do problema. Aplicando as condições de contornos nas interfaces, um sistema de equações integrais é obtido e resolvido numericamente pelo Método dos Momentos. Os resultados mostram um estudo de convergência das funções de Green e um exemplo de aplicação do método proposto, onde a frequência da fonte é 521 MHz, com polarização vertical, e a região considerada é a margem entre um meio com água e floresta, considerando as alturas das árvores.

Palavras-chave— radiação, meios não homogêneos, método da função de Green, Método dos Momentos

I. INTRODUÇÃO

O problema de radiação em regiões mistas, formadas por vários meios diferentes, é particularmente importante e comum na área de radiocomunicação terrestre [1]. Diversos modelos existem na literatura para análise destes problemas, onde podemos citar os modelos empíricos, estatísticos e determinísticos, onde estes últimos podem ser analíticos ou numéricos [1].

Modelos analíticos clássicos de problemas com estratificação apenas na horizontal são vastos na literatura [2]-[4]. Podemos destacar o artigo [4] onde os autores apresentam um modelo de propagação em florestas com quatro camadas pelo método da função de Green.

Já problemas que envolvem regiões mistas com estratificação vertical e horizontal podem ser encontrados em [5]-[14]. Para estes tipos de problemas é comum utilizar certas aproximações, como por exemplo, em [5]-[6] onde longas distâncias são consideradas e as reflexões do solo são desprezadas. Em [7]-[8] as estratificações verticais são aproximadas por múltiplas difrações do tipo “gume de faca”. Existem também os modelos que utilizam a aproximação de equações parabólicas [9]-[10], transformada *wavelet* [11], teoria da difração [12]-[13] e funções diádicas de Green com a aproximação de superposição de radiação [14]. Todos estes modelos analíticos, para regiões mistas com estratificação vertical e horizontal simultaneamente, utilizam algum tipo de aproximação nas soluções das equações de onda.

O presente trabalho apresenta um método analítico de onda completa eficiente para análise da radiação em uma região mista estratificada na vertical e horizontal simultaneamente. O método pode ser também chamado de semi-analítico, pois as

soluções dos campos são obtidas das equações de Maxwell na forma integral, em termos das funções de Green [15], e o sistema de equações integrais obtido é resolvido numericamente pelo Método dos Momentos (MoM) [16]. O método apresentado aqui é uma extensão daquele utilizado em [17] com quatro meios, mas agora com seis meios. Inicialmente é apresentado o sistema de equações integrais em termos das funções de Green, e em seguida a solução do sistema é obtida pelo MoM. Os resultados mostram uma análise de convergência das funções de Green e um exemplo de aplicação, onde a fonte pontual tem polarização vertical na frequência 521 MHz, e a região é composta pelos meios: ar, água, floresta com altura e solo, com propriedades eletromagnéticas típicas da Amazônia.

II. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A. Descrição do Problema

A Fig. 1 mostra a geometria do problema geral considerado neste trabalho. A região é composta por seis meios com as propriedades eletromagnéticas: permissividade relativa ϵ_u , condutividade elétrica σ_u , permissividade complexa ϵ_u e permeabilidade μ_u , sendo $u=1-6$. Observa-se que os meios 3 e 4 possuem três interfaces e os outros apenas duas. As fontes são do tipo linha de corrente magnética paralela ao eixo z , e localizadas nos meios 1 e 3:

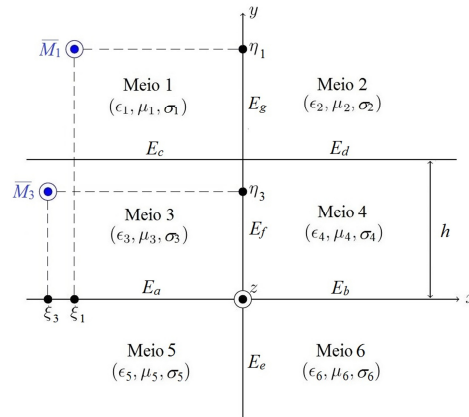


Fig. 1. Geometria do problema geral de radiação bidimensional (plano xy) de duas linhas de corrente magnética, paralelas ao eixo z , em uma região com seis meios. As fontes estão nos meios 1 e 3.

$$\bar{M}_u(x, y) = M_u \delta(x - \xi_u) \delta(y - \eta_u) \bar{a}_z \quad (1)$$

onde $u=1$ ou 3 , M_u as intensidade das correntes magnéticas (V), ξ_u e η_u são as posições das fontes. Os campos eletromagnéticos radiados por estas fontes satisfazem as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \mu \bar{H} - \bar{M} \quad (2)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \varepsilon \bar{E} \quad (3)$$

onde a dependência temporal é $\exp(j\omega t)$, ω a frequência angular, j a unidade imaginária e t a variável temporal. Devido a geometria e as fontes, o problema é do tipo bidimensional com $\partial/\partial z = 0$, neste caso a polarização é TM_y com a seguinte equação da onda escalar da componente H_{zu} para o seis meios:

$$\nabla_{xy}^2 H_{zu} + k_u^2 H_{zu} = j\omega \varepsilon_u M_{zu} \quad (4)$$

sendo $u=1-6$, $k_u = \alpha(\mu_u \varepsilon_u)^{1/2}$ e M_{zu} a componente escalar de (1). Assim o problema de valor de contorno da Fig. 1 é dado por (4) e as condições de contorno de limite e continuidade dos campos tangenciais nas interfaces entre os meios.

B. Sistema de Equações Integrais

Utilizando o método da função de Green para o problema da seção anterior [17], obtemos as seguintes expressões integrais para os campos magnéticos nos seis meios:

$$H_{z1}(x, y) = j\omega \varepsilon_1 [-M_1 g_1(\xi_1, \eta_1, x, y) - \int_{-\infty}^0 g_1(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_h^{+\infty} g_1(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (5)$$

$$H_{z2}(x, y) = j\omega \varepsilon_2 [-\int_0^{+\infty} g_2(x', h, x, y) E_d(x') dx' + \int_h^{+\infty} g_2(0, y', x, y) E_g(y') dy'] \quad (6)$$

$$H_{z3}(x, y) = j\omega \varepsilon_3 [-M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, y) + \int_{-\infty}^0 g_3(x', h, x, y) E_c(x') dx' - \int_0^h g_3(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 g_3(x', 0, x, y) E_a(x') dx'] \quad (7)$$

$$H_{z4}(x, y) = j\omega \varepsilon_4 [\int_0^{+\infty} g_4(x', h, x, y) E_d(x') dx' + \int_0^h g_4(0, y', x, y) E_f(y') dy' - \int_0^{+\infty} g_4(x', 0, x, y) E_b(x') dx'] \quad (8)$$

$$H_{z5}(x, y) = j\omega \varepsilon_5 [\int_{-\infty}^0 g_5(x', 0, x, y) E_a(x') dx' - \int_{-\infty}^0 g_5(0, y', x, y) E_e(y') dy'] \quad (9)$$

$$H_{z6}(x, y) = j\omega \varepsilon_6 [\int_{-\infty}^0 g_6(x', 0, x, y) E_a(x') dx' + \int_{-\infty}^0 g_6(0, y', x, y) E_e(y') dy'] \quad (10)$$

onde $E_a, E_b, E_c, E_d, E_e, E_f$ e E_g são os campos elétricos tangenciais definidos nas sete interfaces conforme mostrados na Fig. 1. Estas funções no momento são desconhecidas e serão as incógnitas do sistema que será obtido a seguir. As funções de Green g_u ($u=1-6$) podem ser obtidas pelo procedimento padrão apresentado em [15]:

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} [H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) +$$

$$+ H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y')^2})] \quad (11)$$

$$g_u(x, y, x', y') = \frac{1}{4j} [H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y-y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2}) + H_0^2(k_u \sqrt{(x+x')^2 + (y+y')^2})] \quad (12)$$

$$g_3(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\varepsilon_n}{2jk_x h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_x(x-x')} + e^{jk_x(x+x')}] \quad (13)$$

$$g_4(x, y, x', y') = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\varepsilon_n}{2jk_x h} \right) \cos \frac{n\pi y}{h} \cos \frac{n\pi y'}{h} [e^{jk_x(x-x')} + e^{-jk_x(x+x')}] \quad (14)$$

$$k_x = \sqrt{k_u^2 - (n\pi/h)^2} \text{ e } \text{Im}(k_x) < 0 \text{ para } u=3 \text{ ou } 4 \quad (15)$$

sendo ε_n o número de Neumann [15] e H_0^2 a função de Hankel de 2º tipo e ordem zero. Aplicando as condições de contorno de continuidade dos campos (5)-(10) nas sete interfaces da Fig. 1, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\int_{-\infty}^0 [\varepsilon_1 g_1(x', 0, x, 0) + \varepsilon_1 g_1(x', 0, x, 0)] E_c(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_2 g_1(x', h, x, 0) E_c(x') dx' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_2 g_1(0, y', x, 0) E_c(y') dy' + \int_0^h \varepsilon_2 g_1(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = -\varepsilon_2 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, 0) \quad (16)$$

$$\int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', 0, x, 0) + \varepsilon_4 g_4(x', 0, x, 0)] E_b(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', h, x, 0) E_d(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_4 g_4(0, y', x, 0) E_f(y') dy' - \int_0^h \varepsilon_4 g_4(0, y', x, 0) E_f(y') dy' = 0 \quad (17)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\varepsilon_1 g_1(x', h, x, h) + \varepsilon_1 g_1(x', h, x, h)] E_c(x') dx' + \int_h^{+\infty} \varepsilon_1 g_1(0, y', x, h) E_g(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', 0, x, h) E_a(x') dx' - \int_0^h \varepsilon_3 g_3(0, y', x, h) E_f(y') dy' = -\varepsilon_1 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, x, h) + \varepsilon_1 M_2 g_2(\xi_2, \eta_2, x, h) \quad (18)$$

$$\int_0^{+\infty} \varepsilon_2 g_2(x', h, x, h) + \varepsilon_2 g_2(x', h, x, h)] E_d(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_2 g_2(0, y', x, h) E_g(y') dy' + \int_0^h \varepsilon_2 g_2(0, y', x, h) E_f(y') dy' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', 0, x, h) E_b(x') dx' = 0 \quad (19)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\varepsilon_5 g_5(0, y', 0, y) + \varepsilon_5 g_5(0, y', 0, y)] E_e(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_6 g_6(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' = 0 \quad (20)$$

$$\int_0^h [\varepsilon_1 g_1(0, y', 0, y) + \varepsilon_1 g_1(0, y', 0, y)] E_f(y') dy' - \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', h, 0, y) E_c(x') dx' + \int_{-\infty}^0 \varepsilon_3 g_3(x', 0, 0, y) E_a(x') dx' + \int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', h, 0, y) E_d(x') dx' - \int_0^{+\infty} \varepsilon_4 g_4(x', 0, 0, y) E_b(x') dx' = -\varepsilon_3 M_3 g_3(\xi_3, \eta_3, 0, y) \quad (21)$$

$$\int_{-h}^{+\infty} [\epsilon_1 g_1(0, y', 0, y') + \epsilon_2 g_2(0, y', 0, y')] E_g(y') dy' + \int_{-\infty}^0 \epsilon_1 g_1(x', h, 0, y) E_c(x') dx' - \int_0^{+\infty} \epsilon_2 g_2(x', h, 0, y) E_c(x') dx' = -\epsilon_1 M_{gs}(\xi, \eta, 0, y) \quad (22)$$

C. Solução do Sistema pelo MoM

O MoM foi utilizado para resolver numericamente o sistema (15)-(21) [15]-[16]. Neste método aproximamos as funções E_q ($q=a-g$) por expansões em bases de funções pulso retangular

$$E_q = \sum_{n_q=1}^{N_q} \alpha_{n_q} p_{n_q}, \text{ para } q = a, b, \dots, g \quad (23)$$

onde α_{n_q} são os coeficientes de expansão e p_{n_q} as funções de base do tipo pulso retangular. Estas funções tem valor 1 ao longo de um subintervalo genérico Δl_q , e valor 0 fora deste subintervalo. Nesta aproximação as funções E_q são definidas em um intervalo finito conforme a Fig. 2. Utilizamos uma discretização uniforme com Δl_q constante para cada função, sendo N_q o numero de divisões (discretização) de cada função.

Substituindo (23) em (16)-(22) obtemos um sistema algébrico do tipo $[I][\alpha] = [f]$, onde $[\alpha]$ é o vetor coluna que contem as incógnitas α_{n_q} , $[f]$ é o vetor coluna que contem as fontes, e $[I]$ é uma matriz quadrada que representa a interação mútua entre todos os subintervalos. Os elementos desta última matriz contem integrais das funções de Green, as quais foram calculadas numericamente por funções de integração da biblioteca do Matlab [18]. Desta forma, o sistema pode ser resolvido por inversão matricial $[\alpha] = [I]^{-1}[f]$. Com os $[\alpha]$ obtidos, estes são então substituídos em (23) e depois em (5)-(10) para calculo dos campos magnéticos H_{zu} em cada meio.

Baseado neste método, desenvolveu-se um programa MoM no Matlab para calcular os campos elétricos tangencias (23) nas sete interfaces e os campos magnéticos (5)-(10) nos seis meios.

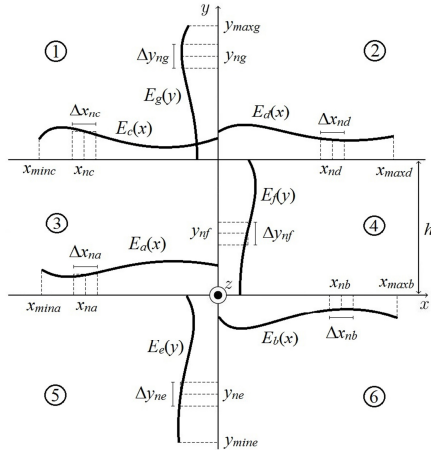


Fig. 2. Expansão por pulsos retangulares dos campos elétricos nas interfaces utilizadas no MoM. Utilizou-se discretização uniforme para cada E_q .

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nos resultados apresentados nesta seção foi considerada uma frequência fixa de 521 MHz e uma região que simula a interface entre a água e uma ilha com floresta, onde as propriedades eletromagnéticas e os meios são definidos de acordo com a Tabela 1 [14]. Considerou-se também constante a altura da floresta no meio 4 (Fig. 1) com valor $h=12,3\lambda_0$, sendo $\lambda_0 = 0,5756\text{m}$ o comprimento de onda no ar.

TABELA I. PROPRIEDADES ELETROMAGNÉTICAS DOS MEIOS NA FREQUÊNCIA DE 521 MHz [14]

Propriedade Eletromagnética	Meios 1, 2 e 3 Ar	Meio 4 Floresta	Meio 5 Água	Meio 6 Solo
Permeabilidade magnética, μ	1	1	1	1
Permissividade relativa, ϵ_r	1	1,1	80	1,9
Condutividade, σ (mS/m)	0	0,1	50	20

A. Análise da Convergência de g_3 e g_4

As funções de Green dos meios 3 e 4 dadas por (13) e (14), respectivamente, são representadas por series infinitas as quais precisam ser truncadas em um número de termos N_g para calcular valores numéricos. A Fig. 3 mostra a variação de g_3 e g_4 em função de N_g para diferentes pontos dentro dos meios 3 e 4, onde em cima temos $x \neq x'$ e embaixo $x = x'$. Observamos que a partir de $N_g=24$ para g_3 e $N_g=26$ para g_4 as curvas começam a convergir mais rápido. Isto pode ser explicado devido os meios 3 e 4 se comportarem como guias de ondas planares com altura h , onde os termos até estes valores de N_g representam os modos propagantes dos guias, e acima os modos evanescentes, que convergem mais rápido. As constantes de propagação destes modos podem ser calculadas de (15). Outra observação é que a fonte está em $y=h/2$, por isso os modos ímpares ($n=1, 3, 5, \dots$) não são excitados.

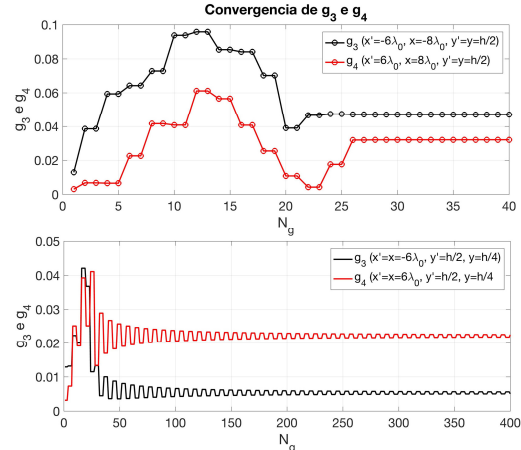


Fig. 3. Convergência das funções de Green g_3 e g_4 para diferentes pontos de observação. Em cima $x \neq x'$ e embaixo $x = x'$.

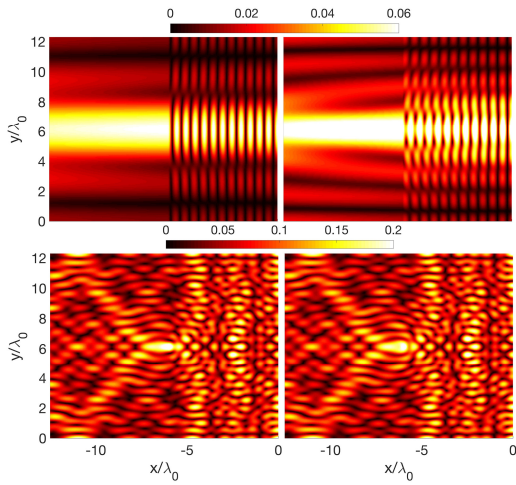


Fig. 4. Plot em xy do módulo da função de Green $abs(g_3)$ para diferentes valores de N_g do somatório em (13): $N_g=4$ (cima esquerda), $N_g=8$ (cima direita), $N_g=24$ (baixo esquerda) e $N_g=200$ (baixo direita).

Observamos também que pontos com $x=x'$ (Fig. 3 baixo) a convergência é mais lenta que os pontos com $x \neq x'$ (Fig. 3 cima). Acreditamos que isto se deve as ondas estacionárias nestes pontos logo acima e abaixo da fonte. A Fig. 4 mostra exemplos de plot de g_3 no plano xy para diferentes valores de N_g . Estes resultados confirmam a natureza dos modos propagantes a medida que aumentamos N_g , e que a solução converge mais rápido a partir de $N_g=24$, ou seja os resultados com valores $N_g=24$ e 200 são bem próximos, sendo uma pequena diferença observada nos pontos próximos de $x=x'$. Com base nesta análise, fixamos um valor razoável $N_g=200$ para g_3 e g_4 para o cálculo dos campos na próxima seção.

B. Cálculo dos Campos

Esta seção mostra os resultados obtidos das simulações com as duas fontes da Fig. 1. A Tabela 2 mostra os parâmetros utilizados nestas simulações.

TABELA II. PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES ($\lambda_0=0,58M$)

Parâmetro	Valor	
Altura dos Meios 3 e 4	$h = 12,3\lambda_0$	
Posição da fonte 1	$\xi_1 = -5\lambda_0$	$\eta_1 = 15\lambda_0$
Posição da fonte 3	$\xi_3 = -5\lambda_0$	$\eta_3 = h/2 = 6,15\lambda_0$
Limites de E_a, E_b, E_c e E_d	$x_{mina} = x_{minc} = -20\lambda_0$	$x_{maxb} = x_{maxd} = 40\lambda_0$
Limites de E_e e E_g	$y_{mine} = -5\lambda_0$	$y_{maxg} = h + 20\lambda_0$
Discretizações de $E_a, E_b, E_c, E_d, E_e, E_f$ e E_g	$N_a = N_c = N_e = N_f = N_g = 200$ $N_b = N_d = 400$	
Área do plot 2D de H_z	$(-12,5\lambda_0 < x < 12,5\lambda_0)$ e $(-5\lambda_0 < y < h + 12,5\lambda_0)$	
Discretização da área de plot 2D no plano xy	$N_x = 400, N_y = 600$	

As Figs. 5 e 6 mostram os resultados obtidos pelo MoM dos módulos dos campos elétricos tangenciais (23) para as fontes nos meios 1 e 3, respectivamente. Observamos que a quantidade de funções de base utilizadas para cada uma destas funções e seus intervalos (Tabela 2) apresentaram resultados satisfatórios para representar as respectivas variações espaciais das funções. O critério de convergência utilizado no MoM foi baseado naquele usado em [17]. Importante observar também a concordância da variação dos campos tangenciais em função de y (E_e, E_f e E_g) com as posições (alturas) das fontes.

Substituindo as funções das Figs. 5 e 6 em (5)-(10), calculamos os campos magnéticos nos seis meios mostrados nas Figs. 7 e 8. Na Fig. 7 são mostradas as variações do módulo do campo magnético $abs(H_z)$ versus x/λ_0 para as alturas $y=15\lambda_0; 12,3\lambda_0; 6,15\lambda_0$, e 0 para as duas fontes. Para comparação, apresentamos também os resultados calculados

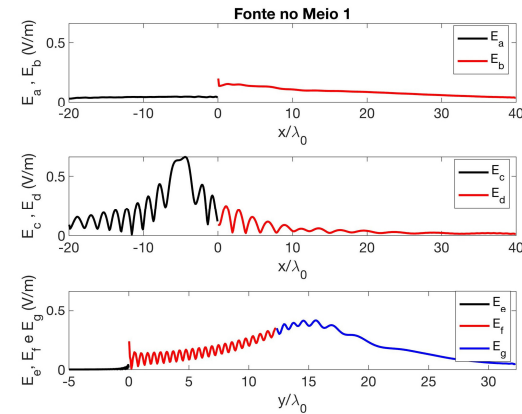


Fig. 5. Módulo dos campos elétricos $abs(E_a), abs(E_b), abs(E_c), abs(E_d), abs(E_e), abs(E_f)$ e $abs(E_g)$ ao longo das interfaces para fonte no meio 1.

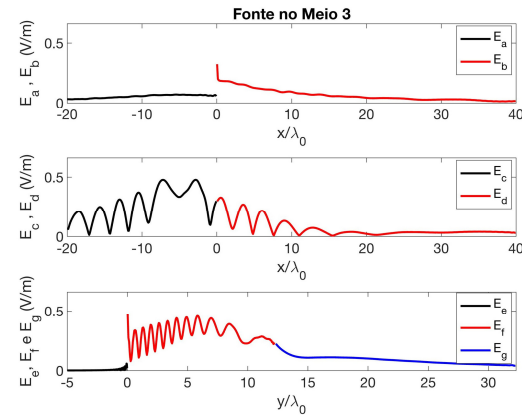


Fig. 6. Módulo dos campos elétricos $abs(E_a), abs(E_b), abs(E_c), abs(E_d), abs(E_e), abs(E_f)$ e $abs(E_g)$ ao longo das interfaces para fonte no meio 3.

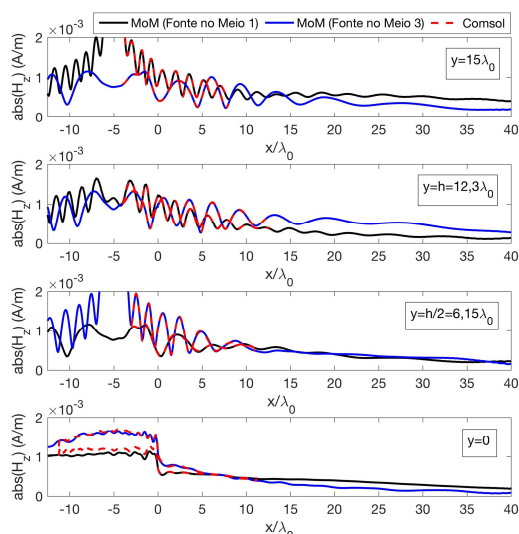


Fig. 7. Módulo do campo magnético $abs(H_z)$ versus x/λ_0 ao longo de linhas horizontais com diferentes valores de $y = 15\lambda_0$, $y = h = 12,3\lambda_0$, $y = h/2 = 6,15\lambda_0$ e $y = 0$, respectivamente, de cima para baixo.

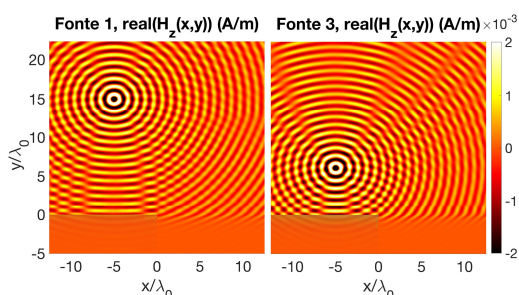


Fig. 8. Plot no plano xy do módulo $abs(H_z)$ para os casos fonte 1 (cima esquerda) e fonte 3 (cima direita) e da fase $angle(H_z)$ para os casos fonte 1 (baixo esquerda) e fonte 3 (baixo direita).

no software Comsol [19]. Os resultados mostram uma boa concordância entre os métodos, no entanto o número de variáveis no MoM é menor pois os campos E_q são apenas na interface e no Comsol devem ser calculados em todo o domínio. Já a Fig. 8 mostra o plot no plano xy de $real(H_z)$ para as duas fontes. Estes resultados mostram a precisão do método pois podemos observar todos os fenômenos eletromagnéticos envolvidos tais como difração, reflexão, refração e absorção.

IV. CONCLUSÃO

Neste artigo apresentamos um método baseado em funções de Green para análise da radiação em uma região mista com seis meios. Aplicamos o MoM para resolver numericamente o

sistema de equações integrais. Verificamos que os meios 3 e 4 da região se comportam como guias de ondas paralelos, onde as respectivas funções de Green representam séries modais. Em geral estas séries possuem uma rápida convergência quando o número de termos é maior que número de modos propagantes abaixo da frequência de corte, os quais foram 24 e 26 para os meios 3 e 4 analisados aqui, respectivamente. Utilizando estes critérios de convergência, os resultados de campo foram obtidos e comparados com outro método e foi constatada uma boa concordância. Concluímos que o método proposto possui uma boa eficiência computacional e que pode ser aplicado para análise de radiopropagação em regiões mistas mais gerais.

REFERENCIAS

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice Hall, 2002.
- [2] K. Li, *Electromagnetic Fields in Stratified Media*, Springer, 2009.
- [3] J. R. Wait, *Electromagnetic Waves in Stratified Media*, 2nd ed., Pergamon Press, 1970.
- [4] L.-W. Li, et al, "Radio Wave Propagation Along Mixed Paths Through a Four-Layered Model of Rain Forest: An Analytic Approach," *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 46, N. 7, pp. 1098-1111, Jul. 1998.
- [5] T. Tamir, "Radio Wave Propagation Along Mix Paths in Forest Environments," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 25, N. 4, pp. 471-477, Jul. 1977.
- [6] C. Zhang, et al, "Measurement, Data Analysis and Modeling of Electromagnetic Wave Propagation Gain in a Typical Vegetation Environment," *Plos One*, vol. 18, N. 1 (e0280035), 2023.
- [7] R. Zabihi and R. G. Vaughan, "Simplifying Through-Forest Propagation Modelling," *IEEE Open J. of Ant. Propagat.*, vol. 1, pp. 104-112, 2020.
- [8] J.-V. Rodriguez, et al, "UTD-PO Solutions for the Analysis of Multiple Diffraction by Trees and Buildings When Assuming Spherical-Wave Incidence," *Electronics*, vol. 12, N. 899, 2023.
- [9] G. Apaydin and L. Sevgi, "Numerical Investigations of and Path Loss Predictions for Surface Wave Propagation Over Sea Paths Including Hilly Island Transitions," *IEEE Trans. Ant. Propagat.*, vol. 58, N. 4, pp. 1302-1314, Apr. 2010.
- [10] F. N. B. Magno, et al, "Propagation Path Loss in Mixed-Path Environment Using Narrow Angle and Wide-Angle Parabolic Equations," *2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011)*, Nov. 2011.
- [11] A. Rocha, et al, "An Efficient and Accurate Algorithm for Electromagnetic Wave Propagation Modeling Based on Wavelet Transforms," *J. of Micro., Opt. and Electro. App.*, vol. 23, N. 1, 2024.
- [12] L. E. C. Eras, et al, "A Radio Propagation Model for a Rainforest-River Environment Using UTD and Geometrical Optics," *IEEE Trans. Ant. Wir. Propagat. Lett.*, vol. 21, N. 1, pp. 54-58, Jan. 2022.
- [13] Felipe M. da Costa, et al, "On the Use of UTD-Based Models for RF Path Loss Prediction Due to Diffraction on a Forest-Covered Ridge," *J. of Micro., Opt. and Electro. App.*, vol. 20, N. 2, 2021.
- [14] D. K. N. da Silva, et al, "A propagation model for mixed paths using dyadic Green's functions: a case study over the river for a city-river-forest path," *IEEE Antennas Wirel. Propagat. Lett.*, vol. 17, N. 12, pp. 2364-2368, Dec. 2018.
- [15] D. G. Dudley, *Mathematical Foundations for Eletromagnetic Theory*, IEEE Press, 1994.
- [16] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [17] J. B. N. Leite, A. C. Oliveira, A. C. C. de Lima, and K. Q. Costa, "Radiação de Linhas de Corrente Magnética e Elétrica em uma Região Mista com Quatro Meios," *SBRT 2023 - XLI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*, 2023: DOI: 10.14209/sbirt.2023.1570916819.
- [18] Matlab software. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [19] Comsol software. <https://www.comsol.com>.

Método dos Elementos Finitos para Análise de Ondas Eletromagnéticas em Floresta com Altura Finita

Alexandre Cardoso Oliveira e Karlo Queiroz da Costa
 Universidade Federal do Pará - UFPA
 Belém - PA, Brasil
 alexandre.cardoso.oliveira@itec.ufpa.br, karlo@ufpa.br

Resumo— Este artigo mostra uma discussão teórica da radiação e propagação de ondas eletromagnéticas com polarização vertical sobre regiões compostas por quatro meios num plano bidimensional. Assim, foi utilizado o Método Numérico dos Elementos Finitos para desenvolver a solução do problema físico. Os resultados mostram dois exemplos de regiões com quatro meios (ar, água, solo e floresta) com diferentes alturas da fonte e com a floresta servindo de obstáculo relativamente opaco à onda operando em 521 MHz com polarização vertical.

Palavras-Chave— radiação de corrente magnética, difração em meio à floresta; meio não homogêneo, Método dos Elementos Finitos.

I. INTRODUÇÃO

O crescimento da necessidade de envio de sinais de comunicação sem fio em vastas distâncias e com ecossistemas diferentes levou ao desenvolvimento das comunicações móveis em radiofrequência, levando à criação de novas e sofisticadas tecnologias. [1].

Diante disso, tornou-se fundamental a criação de modelos de propagação de ondas eletromagnéticas que preveem com grande acurácia a direção e intensidade destas, principalmente em Regiões Mistas, com maior enfoque nos meios com ar, rios e florestas na região Amazônica da zona tropical do planeta, a partir de fontes de ondas modeladas e descritas na literatura operando à uma frequência na faixa de micro-ondas [2]. Em [5], são apresentados dois modelos físicos não aleatórios que se propõem a melhorar a precisão dos resultados sem comprometer a capacidade de resolver o problema.

Portanto, para realizar este trabalho, utilizou-se o software COMSOL Multiphysics [6], que trabalha com o Método Numérico dos Elementos Finitos (FEM) para a simulação de problemas que envolvem vários campos da física.

II. MODELAGEM PARA SIMULAÇÃO DE SOFTWARE

Neste trabalho, considerou-se uma região não homogênea bidimensional para propagação da onda eletromagnética com frequência de 521 MHz (comprimento de onda $\lambda_0 = 57,56$ cm). Essa região é dividida em quatro meios: ar (Meio 1), floresta (Meio 2), água (Meio 3) e solo (Meio 4). Nessa figura, atribuiu-se o sistema de coordenadas cartesiano, no qual o meio 1 está em $(y > 0 \cap x < 0) \cup (y > 15\lambda_0 \cap x > 0)$, o meio 2 em $(0 < y < 15\lambda_0 \cap x > 0)$, o meio 3 em $y < 0 \cap x < 0$ e o meio 4 em $y < 0 \cap x > 0$, como desenhado na Fig. 1. O eixo x é horizontal apontando para a direita e o eixo y é vertical apontando para cima.

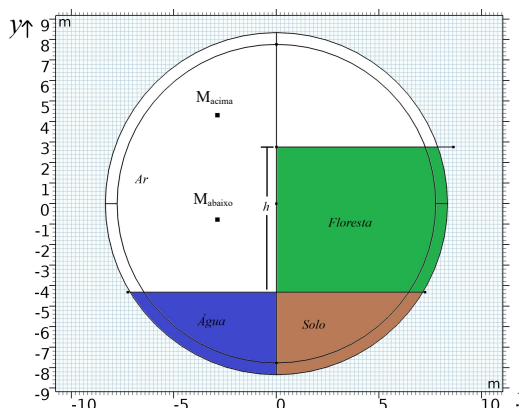


Fig. 1. Geometria do problema considerado, com ar (área branca), floresta (área verde), água (área azul escuro) e solo (área marrom).

Dessa forma, utilizou-se a fonte de corrente magnética, paralela ao eixo z (aponta para fora do papel), localizada nos pontos $(x,y) = (-2,878 \text{ m}, 4,317 \text{ m}), (-2,878 \text{ m}, -0,77706 \text{ m})$ (ambos os pontos mostrados na Fig. 1) e é descrita pela função Delta de Dirac.[4]

Para executar a simulação é necessário utilizar os parâmetros elétricos do meio, determinando a existência dos efeitos de difração, refração e reflexão da onda. A Tabela I mostra os valores considerados nesse trabalho [3].

TABELA I. PARÂMETROS ELÉTRICOS DOS MEIOS.

Meios	Permissividade relativa ϵ_r	Permeabilidade relativa μ_r	Condutividade elétrica $\sigma(mS/m)$
Ar	1	1	0
Floresta	1,1	1	0,1
Água	80	1	50
Solo	1,9	1	20

A floresta no problema apresenta uma altura de $12,3\lambda_0$ (aproximadamente 7,08 metros), estando um pouco aquém da altura real das árvores da região, que podem chegar a mais de 15 metros.

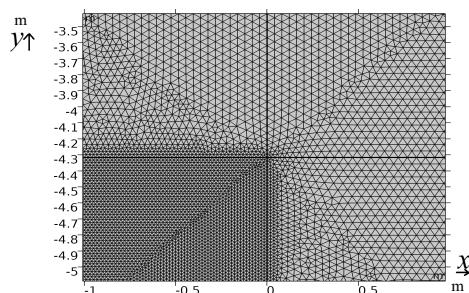


Fig. 2. Malha final do problema simulado com zoom aplicado.

A malha utilizada é importante para a diminuição dos erros associados ao FEM, que no caso em tela utilizamos o triângulo como elemento de discretização, a Fig. 2 mostra um zoom do centro da malha, no caso da água os elementos são menores pois o comprimento de onda é menor nesse meio.[4]

III. RESULTADOS

A. Campo H_z no Plano xy

A Fig. 3 mostra os gráficos bidimensionais no plano xy do módulo do campo magnético na direção do eixo z (H_z). Dessa forma, estas figuras apresentam a variação espacial dessa componente das ondas.

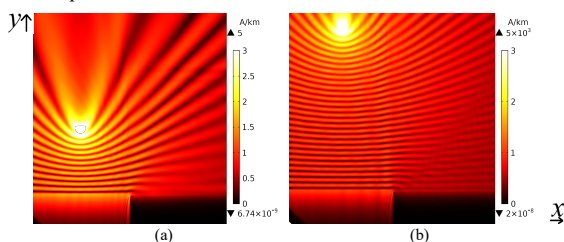


Fig. 3. Gráficos bidimensionais. Em (a) do módulo $abs(H_z)$ com fonte localizada abaixo da altura do obstáculo, em (b) do módulo $abs(H_z)$ com fonte localizada acima da altura do obstáculo.

Depreende-se dos gráficos que a fonte localizada acima do obstáculo apresenta um período de onda consideravelmente mais baixo e a onda perde de intensidade mais rapidamente conforme vai se afastando da fonte. Como a floresta assemelha-se ao ar, então o efeito de difração é pouco perceptível.

B. Campo H_z em Função da Altura

A Fig. 4 mostra a variação da intensidade do módulo do campo H_z com dependência em x , para diferentes alturas ($y = h, y = h/2, y = 0, y = 15\lambda$) em relação ao eixo x , em unidades adimensionais de distância dividida pelo comprimento de onda λ . Nas alturas mais próximas a da fonte, a onda se comporta mais proximamente a um sistema superamortecido.

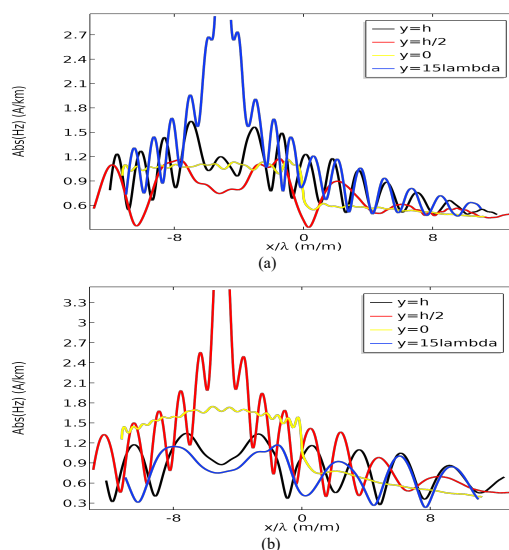


Fig. 4. Gráficos de linha em diferentes alturas $y = h, y = h/2, y = 0, y = 15\lambda$. Em (a) módulo $abs(H_z)$ do campo magnético com fonte localizada em altura superior a do obstáculo. Já em (b) módulo $abs(H_z)$ do campo magnético com fonte localizada em altura inferior ao obstáculo.

Já comparando os dois casos de localização da fonte, é possível ver maior amplitude da onda quando a fonte se localiza abaixo do obstáculo e com período maior, corroborando o resultado da Fig. 3.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma análise da radiação e propagação de uma onda com polarização vertical. Os resultados são decorrentes da modelação da floresta como um meio homogêneo, entretanto em trabalhos futuros espera-se modelar as árvores de forma individual com modelos físicos mais precisos.[5]

V. REFERÊNCIAS

- [1] Constantine A. Balanis, "Antenna Theory: Analysis and Design", 2ª Edição, John Wiley & Sons, Inc. 1997.
- [2] T. L. S. Oliveira, "Análise Numérica de Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Meios Mistos", Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal do Pará Tucuruí, 2019.
- [3] R. A. N. Oliveira, J. F. de Souza, F. N. B. Magno, K. Cozzolino and G. P. d. S. Cavalcante, "Inversion Method For Obtaining Electrical Parameters For Soil And Vegetation in the Amazon Region," 2013 7th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Gothenburg, Sweden, pp. 3483-3486, 2013
- [4] J. B. N. Leite e K. Q. Costa, "Radiação Bidimensional de uma Linha de Corrente em Regiões Estratificadas na Horizontal e Vertical", XI simpósio brasileiro de telecomunicações e processamento de sinais – SBrT, 2022.
- [5] Roshanak Zabihi e Rodney G. Vaughan, "Simplifying Through-Forest Propagation Modelling", IEEE, 23 de Janeiro, 2020.
- [6] Comsol software. <https://www.comsol.com>.

