



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
FACULDADE DE MATEMÁTICA

LEONARDO JOSÉ DOS PASSOS DIAS

**UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DA GEOMETRIA
PLANA DE POLÍGONOS PARA ALUNOS COM
DEFICIÊNCIAS VISUAIS**

BELÉM - PARÁ

2023

LEONARDO JOSÉ DOS PASSOS DIAS

**UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DA GEOMETRIA
PLANA DE POLÍGONOS PARA ALUNOS COM
DEFICIÊNCIAS VISUAIS**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Irene Castro Pereira.

BELÉM - PARÁ

2023

CERTIFICADO DE AVALIAÇÃO

LEONARDO JOSÉ DOS PASSOS DIAS

UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DA GEOMETRIA PLANA DE POLÍGONOS PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIAS VISUAIS

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade Federal do Pará como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Irene Castro Pereira.

DATA DA AVALIAÇÃO: ____/____/____

CONCEITO: _____

Prof.^a Dr.^a Irene Castro Pereira

Orientadora - Departamento de Matemática, UFPA.

Prof.^a Dr.^a Joelma Morbach

Membro - Departamento de Matemática, UFPA.

Prof. Msc. Pedro Augusto Lopes Rosa

Membro - Departamento de Matemática, UFPA.

Dedico a Deus que me deu o dom da vida, ao meu Amor Danielli Lima que valoriza cada instante da minha vida e aos meus pais que me ensinaram sobre a vida, em especial à minha mãe Maria Éster que me ensinou a nunca desistir.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que em sua infinita misericórdia permitiu que eu realiza-se meu sonho de ingressar e cursar uma faculdade pública federal.

Quero agradeço pela colaboração direta e indireta dos meus familiares, em especial meus irmãos Luana Cristina dos Passos Alves, Leandro José dos Passos Dias e Marcos Aurélio dos Passos Dias, ao meu cunhado Aldo Cesar pelas palavras de apoio aos meus sobrinhos pela fé Geovanni Lucas e Lorrana Cristina, a minha mãe Maria Ester Pereira dos Passos, pelo **amor** e **carinho**.

Ao **Amor** da minha vida Danielli Karine Tavares de Lima, pela paciência e cuidado nos momentos mais difíceis e complicados da minha vida, que foi a *Depressão*.

Ao Centro de Atendimento Psicosocial (CAPes) pelo apoio médico-psicológico e medicamentoso. Quero agradecer aos infinitos amigos que conquistei nessa jornada acadêmica.

À *Universidade Federal do Pará* (UFPA), pelo apoio, à *Faculdade de Matemática* (FacMat) pelo conhecimentos adquiridos e a todos os colaboradores que me auxiliaram no decorrer do curso.

Quero agradecer muitíssimo a minha orientadora *Professora Dr^a Irene Castro Pereira*, por iluminar minha visão, tranquilizar meus pensamentos e pelas sábias palavras e paciência do desenvolvimento deste trabalho.

E a todos que diretamente ou indiretamente contribuíram para a realização deste projeto.

“A Realidade é melhor do que o sonho.”

(Danielli Karine Taveres de Lima)

“Eu sou o Caminho a Verdade e a Vida. . .”

(Jesus de Nazaré-Jo 14:16)

“Ingrato é aquele que esquece a pátria e os amigos de infância, quando tem a felicidade de encontrar, na vida, o oásis da prosperidade e da fortuna.”

*(Beremiz Samir – **O Homem que calculava** pág 53, Malba Tahan),*

(Júlio César de Mello e Souza)

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso, tem a pretensão de transpor às dificuldades dos professores em repassar o saber da Geometria Plana para alunos cegos e de baixa visão. Utilizando – se dos materiais concretos, como a prancheta, reglete e punção, e outros materiais, como o kit-Multiplano, para um “melhor” acolhimento os deficientes visuais. Por uma forma mais lúdica e descontraída dos principais conceitos matemáticos, através dos tatos, com ângulos, retas, segmentos entre outros objetos matemáticos “palpáveis”, tendo em vista o acesso desses alunos ao universo matemático.

Palavras-chave: Geometria Plana. Deficiências Visuais. Multiplano.

ABSTRACT

This course completion work intends to overcome the teachers' difficulties in passing on the knowledge of Plane Geometry to blind and low vision students. Using concrete materials, such as a clipboard, slate and punch, and other materials, such as the Multiplane kit, for a "better" reception of the visually impaired. For a more playful and relaxed way of the main mathematical concepts, through touch, with angles, straight lines, segments and other "palpable" mathematical objects, in view of these students' access to the mathematical universe

Keywords: Flat Geometry. Visual Impairments. Multiplane.

LISTA DE SÍMBOLOS

$<$	Menor do que.
$=$	Igual a.
$>$	Maior do que.
■	Final de demonstração.
\cap	Interseção entre conjuntos.
\div	Congruente.
\cup	União entre conjuntos.
\equiv	Equivalente a.
\exists	Existe.
\forall	Para todo.
\geq	Maior do que ou Igual a.
\in	Pertence a.
\leftrightarrow	Reta.
\leq	Menor do que ou Igual a.

\Rightarrow Implica.

| Tal que.

\neq Distinto de.

\notin Não Pertence.

\perp Perpendicular a.

\subset Estar Contido.

\supset Contém.

\sim Semelhante.

\rightarrow Então.

// Paralela.

Lista de Figuras

3.1	Cela <i>Braile</i> , máquina de escrever <i>Perkins Brailier</i> , prancheta e reglete.....	29
3.2	Cela Braile: ícone A.....	30
3.3	Alfabeto em Braile.....	30
4.1	Distância do ponto A ao ponto B.....	34
4.2	Régua: $43,5$	34
4.3	O ponto C entre A e B.....	34
4.4	Segmento de reta AB	35
4.5	Semirreta \overrightarrow{AA} de origem em A.....	35
4.6	Segmento de \overline{AA} de coordenada a	36
4.7	Figuras convexas.....	36
4.8	Separação do plano pela reta r	37
4.9	Ângulo \widehat{AOA} ou ângulo $\angle A$	37
4.10	Interior e Exterior do ângulo $\angle A$	38
4.11	Transferidor.....	38
4.12	Par Linear.....	39
4.13	ângulos opostos pelo vertice.....	40
4.14	Polígonos.....	40
4.15	Postulado das Paralelas (4.3.1).....	41
4.16	Teorema 4.3.2.....	42
4.17	Teorema 4.3.3.....	42
4.18	Soma dos ângulos internos do triângulo.....	43
4.19	Paralelogramo.....	43
4.20	Área do Paralelogramo.....	45
4.21	Área do Triângulo.....	45
4.22	Área do Trapézio.....	46

4.23	Área do Losango	46
5.1	Apresentando o multiplano	49
5.2	Ana Paula manipulando a Atividade 1	50
5.3	Retas Paralelas e Retas Obliquas, Materiais Adaptados.....	51
5.4	Soma de ângulos	51
5.5	Explicando sobre retas paralelas e transversais.....	52
5.6	Angelina manipulando retas perpendiculares	53
5.7	Angelina realizando a Atividade 1	54
5.8	Aluna Angelina manipulando polígonos convexos e não-convexos.....	54
5.9	Auxiliando a aluna Ana Paula no uso do multiplano	55
5.10	Explicação como a área do triângulo retângulo é igual a metade da área do retângulo	56
5.11	Apresentação das definições das áreas geométricas.....	57
5.12	Alunos videntes manipulando o multiplano.....	58
5.13	Auxiliando os alunos videntes	59

SUMÁRIO

	Página
INTRODUÇÃO	16
1 FATOR HISTÓRICO DA DEFICIÊNCIA	17
2 MARCO NORMATIVO DA DEFICIÊNCIA	20
2.1 Conferência Mundial sobre Educação Especial	22
2.1.1 Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais	22
2.1.2 Linhas de Ação nos Níveis Nacionais a Respeito das Políticas e sua Organização	24
2.1.3 Fatores relativos à Escola	25

2.1.4	Ao Recrutamento.....	25
2.2	Convenção Sobre os Direitos das Pessoas com Deficiências.....	26
2.2.1	Artigo 24.....	26
3	A CEGUEIRA	28
4	FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS	31
4.1	Retas.....	32
4.2	Ângulos.....	37
4.3	Paralelismo.....	41
4.3.1	Quadriláteros.....	43
4.4	Áreas de Superfícies Poligonais.....	44
5	RELATOS DA PESQUISA	48
5.1	Relatos no Instituto Álvares de Azevedo.....	48
5.2	Aula Prática na Escola Municipal Profº Alfredo Chaves.....	55
5.3	Questionário das Participantes da pesquisa.....	59
6	ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	61
	REFERÊNCIAS	64

INTRODUÇÃO

A motivação deste trabalho, se deu em uma das aulas do Professor Dr. Paulo Vilhena da Silva na disciplina *Fundamentos da Educação Inclusiva*(2019) e das aulas da Professora Ma. Margareth Moreira Cordeiro (aposentada) na disciplina do *Estágio Supervisionado* □□(2019), ambas na instituição de ensino superior Universidade Federal do Pará (UFPA) que são requisitos da formação do professor de matemática.

Na aula de Fundamentos da Educação Inclusiva, do segundo tema do plano de aula: **da Educação Segregada à Escola Inclusiva**, que possuía o documento em PDF (**A JORNADA HISTÓRICA DA PESSOA COM DEFICIÊNCIA**) que é uma das referências deste trabalho. Veja [10]. Que falava das dificuldades enfrentadas pelos deficientes e suas convenções, e segundo o fala do professor Paulo Vilhena em sala, sobre a *Convenção de Salamanca*, que foi um grande marco na educação inclusiva por tratar da permanência dos deficientes na rede regular de ensino.

Nas aulas do Estágio supervisionado □□, ocorreram as visitas aos grandes centros de acolhimento aos deficientes: visita na *Fundação Pestalozzi do Pará - Escola Lourenço Filho*, que cuida dos deficientes intelectuais; visita no *Instituto Felipe Smaldone*, que cuida dos deficientes auditivos; Visita no *Instituto José Álvares de Azevedo*, que cuida dos deficientes visuais. Dentre tais instituições foram feitos diários de bordo, mas que infelizmente não ocorreu na José Álvares de Azevedo, por motivos de confronto de dados e comunicação da instituição com a professora Margareth, o que fomentou mais a curiosidades dos discentes da disciplina e se tornou motivo dessa pesquisa e realização deste trabalho.

As fundamentações teóricas estão no livro da Eliane Rezende e Maria Lúcia Queiroz **Geometria Plana e Construções Geométricas**, veja em [15]; Osvaldo Dolce e José Pompeo do livro **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**, veja em [11] e pelo artigo da Marilu Dicher e Elisaide Trevisam, **A Jornada Histórica da Pessoa com Deficiência: Inclusão como Exercício do Direto à Dignidade da Pessoa Humana**, veja em [10].

E no seguinte questionamento pessoal "*Como se daria o ensino de geometria plana, para os alunos cegos?*", para responder esta questão foram feitas visitas na instituição que "trabalha" com os deficientes visuais (Álvares de Azevedo) para obtenção de dados de referência (estudos e metodologias) no ensino para deficientes visuais, nosso objeto de pesquisa foram as alunas Ana Paula Santa Brigida e Jamily Braga Oliveira ambas cegas de nascença, inscritas no instituto e matriculadas respectivamente na rede regular de ensino no 9º ano, Escola Municipal de Ensino Fundamental Profº Alfredo Chaves e Escola Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso. Onde foi realizada a aula prática na sala da Ana Paula.

Este trabalho, ficou dividido em duas etapas. Na primeira etapa foram feitas buscas metodológicas nas referências bibliográficas que contribuíram para os processos seguintes: pesquisa de campo, plano de aula, elaboração de atividades e sua aplicação, que constitui a segunda etapa; cujo objetivo era transmitir ou desenvolver o **saber-fazer-matemática** em sala de aula, através de um instrumento didático o *kit Multiplano*.

Na segunda etapa, que foi dividida em quatro partes já mencionadas, foi feita a pesquisa de campo, observou-se no primeiro contato a realidade dos alunos com deficiências visuais, em entrevista com os mesmos de como eram ensinados a geometria plana e a partir desse momento, foi pensado na elaboração das atividades que compunham o apêndice □ □ adaptadas do livro didático do ensino fundamental **Matemática e realidade** 9º ano, do Gelson Iezzi.

E que teve dois momentos de aplicação das atividades, em momento na instituição de cuidados com os deficientes visuais e no outro na sala de aula regular, na escola em que o deficiente é matriculado.

As aulas foram ministradas pelo formando Leonardo Dias, de forma objetiva seguindo o plano de aula (apêndice □) e de forma exclusiva no Álvares de Azevedo, sendo abordado os fundamentos geométricos (Capítulo 4), que através do Multiplano, fez as orientações e mostrou os conceitos dos objetos matemáticos (retas, pontos, ângulos, entre outros) para as participantes da

pesquisa, que faziam as leituras dos objetos pelo tato. E na escola regular de uma das alunas (Ana Paula) observar e avaliar a aceitação da classe com o **Multipiano**, em uma aula prática dialógica, com o objetivo das interações entre os alunos, no que diz respeito a inclusão social, mostrando que o material é adequado para os videntes e os não videntes.

CAPÍTULO 1

FATOR HISTÓRICO DA DEFICIÊNCIA

Neste capítulo iremos abordar a trajetória da história das deficiências, em especial a cegueira, e seus aspectos em diversas culturas e tempos, onde e quando se teve a devida importância na notoriedade, principalmente na sociedade contemporânea. Ou seja, quando começamos a nos importarmos verdadeiramente com os deficientes, no caso deficientes visuais, e o incentivo da inclusão social dos referidos.

Primeiramente, cabe-nos conceituar o termo “deficiências”. Otto Marques da Silva (2009 apud Marilu Dicher) diz que ela está presente desde que a humanidade se entende por humanidade, ou seja, uma questão muito antiga. Optamos por expressá-la no plural pois as deficiências ou má formação tem diferentes níveis e áreas como a surdez, a fala (mudo) e as dificuldades motoras e intelectuais, e principalmente a cegueira.

Acreditava-se que nos primórdios das sociedades humanas os diferentes povos adotavam o infanticídio, a segregação social, abandono, exclusão do bando (grupo) entre outros, isto era uma prática aceitável (*infanticídio*) e não imoral, porém não era unânime por se tratar de povos nômades. Crenças que os deficientes provavelmente não sobreviveriam aos perigos e desventuras vivenciados em grupo (Dicher, p. 3. Veja em [10]).

Um exemplo de adaptação, ou socialização está nos povos Aonas¹ que tratam os cegos como guias para suas jornadas pesqueiras por acreditarem que os mesmos podem comunicar-se com os deuses e deles obterem as localizações dos peixes, que ao meu ver, na falta dos sentidos da visão (distinção de cor, sensibilidade à luz, distinção das formas espectrais) busca-se o aperfeiçoamento de outros sentidos, neste caso, o auditivo.

No Egito Antigo, as pessoas com deficiência não sofriam qualquer discriminação, elas eram designadas por múltiplas tarefas, desde as bajuladoras ao ensino egípcio, era de costume o respeito aos deficientes, doentes e idosos nas camadas da sociedade egípcia. Curiosamente o Egito era conhecido como “Terra dos Cegos” em virtude da alta taxa de incidência de infecções oculares. (Silva, 2009 apud Marilu Dicher. p. 5. Veja em [10])

Para os gregos essa prática (*infanticídio*) estava mais vinculada ao sacrifício ou abandono. Os grandes filósofos gregos Platão e Aristóteles defendiam que o ensino/aprendizagem não se daria às pessoas com deficiência para poder fortalecer o Estado. (Marilu Dicher, p. 6. Veja em [10])

Para os romanos, na visão de José Carlos Moreira Alves (2010, apud Marilu Dicher, p. 7 em [10]) consideravam os deficientes verdadeiros “monstros” evidente em duas situações: uma pelo inumano ou hibridismo; e a outra pela existência de deformidades externas. Ao tratar-se de cegos e cegas eram “utilizados”, em Roma, como esmoleiros (ou remadores) e prostitutas. (Marilu Dicher, p. 8. Veja em [10])

Na idade média, as pessoas que nasciam com má formação (excluídos) ou adquiriam deficiência eram vistas como sinônimo (presságio) do “castigo de Deus”. Mas pela influência da Igreja Católica nesse período foram criadas as primeiras instituições de caridade de assistência e hospitalar para pobres e menos favorecidos e deficientes. Entre outras instituições esta é a primeira destinado ao tratamento de cegos criados por Luiz $\square \square$ (1214–1270) *Hospice des Quinze-Vingts* que cuidava de 300 cegos. (Marilu Dicher, p. 9. Veja em [10])

Essa expressão 15 \square 20 significa que em quinze dias de enclausura vinte soldados tinham os olhos vazado, ao todo foram 300 soldados do Luiz $\square \square$ pelos sultões. Por isso 15 \square 20 = 300 fato não confirmado pelos historiadores. (Silva, 2009 apud Marilu Dicher, p. 9. Veja em [10])

Essas influências dos cuidados com os necessitados e desvalidos, pode se ter como exemplo o médico e **matemático** italiano Gerolamo Cardano (1501–1576) que inventou um código de

¹Nativos do Lago Rudolf (Lago Turkana) no Quênia, África; que ainda possuem esse hábito. Ilha Elmono.

sinais para o ensino de leitura e escrita para pessoas surdas. Assim como o monge Pedro Ponce de Lion (1520–1584) e Juan Pablo Bonet (1579–1633), e o francês Philippe Pinel (1745–1826) no trato com os “doentes mentais”. (GUGEL, 2007 apud Marilu Dicher, p. 10. Veja em [10])

No início do século XVIII, tiveram uma nova perspectiva do tratamento das pessoas com deficiência, em uma questão mais racional, separando a ideia de casa de apoio ou hospital de caridade, com base nas questões laborais Napoleão Bonaparte exigiu que seus generais “olhassem” com mais cuidado seus soldados feridos ou mutilados de guerra que tinham muitas utilidades.

Seguindo isso Charles Barbier (1764–1841) criou um código no qual os soldados pudessem “ler” à noite, era transmitido uma mensagem que eles tinham que decodificá-la, mas era de se esperar que o código era demasiado complicado. Charles levou seu método ao *Instituto Nacional dos Jovens Cegos de Paris*, Louis Braille (1809–1852), aluno desse instituto reformulou o código dando origem a escrita *Braille*. Mas de forma indireta Napoleão foi o grande propulsor dessa escrita.(GUGEL, 2007 apud Marilu Dicher, p. 12. Veja em [10])

No Brasil, o Imperador Dom Pedro II, influenciado por esses ideais europeias fundou o *Imperial Instituto dos Meninos Cegos* (1854), chamado hoje de *Instituto Benjamin Constant* referencial nacional no ensino e aprendizagem dos cegos.

No século XIX, houve uma busca incessante na melhoria e tratamento das pessoas deficientes, visando uma proteção e uma efetiva inserção na sociedade. Essas buscas deram início às Conferências e Congressos de Deficientes. Assim como as outras leis e a própria Constituição Federal Brasileira de 1988 que veremos no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 2

MARCO NORMATIVO DA DEFICIÊNCIA

Neste capítulo veremos as criações de leis e congressos que viabilizaram o acesso do deficiente na sociedade, não mais como um serviço paliativo, mas sim efetivo, e na educação, de uma forma gradual até os dias atuais, como a Constituição Federal Brasileira de 1988 e as Conferências Mundiais sobre Educação, como a de Salamanca.

No ano de 1961 foram criadas as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LD-BEM) que fundamentou o atendimento das pessoas com deficiência, Lei nº4024/61 que indicava o direito à educação dos ditos “excepcionais”, preferencialmente, no sistema de ensino geral. (BRASIL, 2020. p. 29. Veja em [9])

Em 1971, esta mesma lei foi ratificada pela Lei 5692/71, que altera, no que diz respeito “ao tratamento especial” para, também os alunos com “deficiências físicas, mentais, os superdotados e os que estão em atrasos considerados em virtude da idade de matrícula. (BRASIL, 2020. p. 30. Veja em [9])

Em 1973, o Ministério da Educação (MEC) cria o Centro Nacional de Educação Especial (CENESP) que era responsável pelo gerenciamento da educação especial no Brasil por uma ideia

integracionista. (BRASIL, 2020. p. 29. Veja em [9])

Na Constituição de 1988 temos o **Artigo 3º** Constituem objetivos fundamentais da República Federativa do Brasil: **inciso** III -promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de discriminações; e pelo **Capítulo** III da Educação, da Cultura e do Desporto **Seção** I da Educação **Artigo 205º** A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando o pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.

Assim como **Artigo 206º** O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios: **inciso** I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola; **inciso** II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; **inciso** III - pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino.

E o **Artigo 208º** O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia: **inciso** III - atendimento especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino. (Alencar,p 3. Veja em [2] e BRASIL, p. 10 em [8])

Em 1989 foi criada a (Lei nº7853/89) Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência (CORDE) que dava apoio e integração aos “portadores de deficiência”. (BRASIL, 2020. p. 32. Veja em [9])

Em 1990 foi criado o Estatuto da Criança e do Adolescentes (ECA-Lei 8069/90) que pelo **Artigo 55** indicava os pais e/ou seus responsáveis à preferência da matrícula no ensino regular público. Neste mesmo ano temos também a elaboração do documento **Declaração Mundial de Educação para Todos** (Tailândia,1990) que relembra que a educação é um direito fundamental de todos, mulheres, homens e crianças sendo todos de todas as idades, um documento que auxilia e valoriza o “aprender a aprender”, que do objetivo do **Artigo 1º Satisfazer as Necessidades Básicas de Aprendizagem, inciso** I, que cada pessoa, sendo criança, jovem ou adultos, deve estar em plenas condições de aproveitamento das necessidades básicas de aprendizagens; e pelo **Artigo 3º Universalizar o Acesso à Educação e Promover a Equidade, inciso** I, a educação básica dever ser proporcionada a todos, sendo crianças, jovens e adultos, com efeito de melhorar a qualidade do ensino e reduzir as desigualdades através de ações eficazes; inciso II, as necessidades básicas de aprendizagem das pessoas portadoras de deficiências requerem atenção especial. Tomando

medidas que garantam a igualdade de acesso à educação aos “portadores de todo e qualquer tipo de deficiência”, sendo parte integrante do sistema educativo.

Em 1994, na cidade de Salamanca, Espanha, ocorreu a Conferência Mundial sobre Educação Especial conhecida posteriormente como Declaração de Salamanca, que tornou-se um marco histórico na inclusão de pessoas com deficiências.

2.1 Conferência Mundial sobre Educação Especial

2.1.1 Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais

Relembrando às declarações das Nações Unidas que culminaram no documento "Regras Padrões sobre Equalização de Oportunidades para Pessoas com Deficiências", o qual demanda que os Estados assegurem que a educação de pessoas com deficiências seja parte integrante do sistema educacional. Notando com satisfação um incremento no envolvimento de governos, grupos de advocacia, comunidades e pais, e em particular de organizações de pessoas com deficiências, na busca pela melhoria do acesso à educação para a maioria daqueles cujas necessidades especiais ainda se encontram desprovidas; e reconhecendo como evidência para tal envolvimento a participação ativa do alto nível de representantes e de vários governos, agências especializadas, e organizações intergovernamentais naquela Conferência Mundial.

1 Os delegados da Conferência Mundial de Educação Especial, reafirmar o compromisso para com a Educação para Todos, reconhecendo a necessidade e urgência do “providenciamento” de educação para as crianças, jovens e adultos com necessidades educacionais especiais dentro do sistema regular de ensino e a Estrutura de Ação em Educação Especial.

2 Acreditamos e Proclamamos que:

Toda criança tem direito fundamental à educação, e deve ser dada a oportunidade de atingir e manter o nível adequado de aprendizagem,

Toda criança possui características, interesses, habilidades e necessidades de aprendizagem que são únicas,

Sistemas educacionais deveriam ser designados e programas educacionais deveriam ser implementados com o sentido da diversidade de características e necessidades,

Aqueles com necessidades educacionais especiais devem ter acesso à escola regular, capaz de satisfazer a tais necessidades,

Escolas regulares que possuam tal orientação inclusiva constituem os meios mais eficazes de combater atitudes discriminatórias, construindo uma sociedade inclusiva e alcançando educação para todos; que aprimoram a eficiência dos mesmos.

3 Aos governos:

Aptos a incluírem todas as crianças, independentemente de suas diferenças ou dificuldades individuais.

Estabeleçam mecanismos participativos aos indivíduos com necessidades especiais.

Intervenção precoces, aspectos vocacionais da educação inclusiva.

4 Às comunidades internacionais: Ao endossar a perspectiva de escolarização inclusiva e apoiar o desenvolvimento da educação especial como parte integrante de todos os programas educacionais.

5 Estrutura de Ação em Educação Especial:

Seu objetivo é informar sobre políticas e guias ações governamentais, implementação da Declaração de Salamanca sobre princípios, Política e prática em Educação Especial. Baseando-se na experiência dos países, buscando um padrão de equidade.

O direito de cada criança a educação é proclamado na Declaração Universal de Direitos Humanos e reconfirmado pela Declaração Mundial sobre Educação para Todos. Qualquer pessoa portadora de deficiência tem o direito de expressar seus desejos com relação à sua educação, educação mais apropriadas às necessidades, circunstâncias e suas aspirações.

O princípio que orienta esta Estrutura é o de que escolas deveriam acomodar todas as crianças independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, linguísticas ou outras. Aquelas deveriam incluir crianças deficientes e superdotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias linguísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos desvantajosos ou marginalizados.

No que diz respeito às necessidades educacionais especiais refere-se a todas aquelas crianças ou jovens cujas necessidades educacionais especiais se originam em função de deficiências ou dificuldades de aprendizagem. Nas escolas, modificar atitudes discriminatórias, de criar comunidades acolhedoras e de desenvolver uma sociedade inclusiva.

Para Educação Especial as diferenças humanas são normais e adaptada às necessidades da criança na aprendizagem. Garantindo um índice médio maior de rendimento escolar.

Os "problemas"(dificuldades) das pessoas “portadoras” de deficiências eram mais vistos do que suas potencialidades.

6 Inclusão e participação são essenciais à dignidade humana e ao “desfruteamento” e exercício dos direitos humanos. Promovendo a equalização de oportunidades.

É dentro deste contexto que aqueles com necessidades educacionais especiais podem atingir o máximo progresso educacional e integração social. Pelas escolas inclusivas que chegamos a este patamar.

7 O princípio fundamental da escola inclusiva é o de que todas as crianças devem aprender juntas, sempre que possível, independentemente de quaisquer dificuldades ou diferenças que elas possam ter.

8 Dentro das escolas inclusivas, crianças com necessidades educacionais especiais deveriam receber qualquer suporte extra para assegurar uma educação efetiva. Encaminhado às escolas especiais ou classes especiais, excepcionalmente quando o ensino regular é inviabilizado pela natureza da deficiência da criança.

9 Escolas especiais podem servir como centro de treinamento e de recurso para os profissionais das escolas regulares.

2.1.2 Linhas de Ação nos Níveis Nacionais a Respeito das Políticas e sua Organização

10 Legislação deveria reconhecer o princípio de igualdade de oportunidade para crianças, jovens e adultos com deficiências na educação primária, secundária e terciária, sempre que

possível em ambientes integrados.

- 11 A prática de “desmarginalização” de crianças portadoras de deficiência deveria ser parte integrante de planos nacionais que objetivem atingir educação para todos. Mesmo naqueles casos excepcionais em que crianças sejam colocadas em escolas especiais, a educação dela não precisa ser inteiramente segregada.
- 12 Atenção especial às necessidades das crianças e jovens com deficiências múltiplas ou severas.

2.1.3 Fatores relativos à Escola

- 13 Adoção de um sistema mais flexivo e adaptativo, para o sucesso educacional a respeito da inclusão.
- 14 Flexibilidade Curricular, quando às necessidades das crianças promovendo oportunidades apropriadas as suas habilidades e interesses. Apoio instrucional, não um curriculum “diferente”.
- 15 Um conteúdo voltado aos padrões dos indivíduos tornando-os aptos ao desenvolvimento, auxiliando-os às dificuldades no detrimento de superá-las, com a ajuda das Tecnologias Assistivas (TAs), desenvolvendo sistemas de apoio tecnológicos à educação especial.
- 16 A escola é responsável pelo sucesso e/ou fracasso de cada aluno. Buscando estratégias inovadoras de ensino-aprendizagem, no auxílio das tomadas de decisões.

2.1.4 Ao Recrutamento

- 17 O conhecimento e habilidades requeridas dizem respeito principalmente à boa prática de ensino e incluem a avaliação de necessidades especiais, adaptação do conteúdo curricular, utilização de tecnologia de assistência, individualização de procedimentos de ensino no sentido de abarcar uma variedade maior de habilidades.
- 18 Interação com adultos deficientes que obtiveram sucessos, materiais inscritos, seminários, papéis-chaves em programas de educação especial.

- 19 Universidades possuem um papel majoritário no sentido de aconselhamento no processo de desenvolvimento da educação especial, especialmente no que diz respeito à pesquisa, avaliação, preparação de formadores de professores e desenvolvimento de programas e materiais de treinamento.
- 20 O sucesso de escolas inclusivas depende em muito da identificação precoce, avaliação e estimulação de crianças pré-escolares com necessidades educacionais especiais.
- 21 O serviço externo é um dos principais fatores da inclusão educacional, no que se diz ao sucesso dos alunos deficientes, tais como uma identificação precoce dos intemperes educacionais à vida adulta.

Falaremos a seguir sobre a Conversão Sobre os Direitos das Pessoas com Deficiências, protocolo facultativo à esta conversão e aos decretos 186/2008 e 6949/2009.

2.2 Convenção Sobre os Direitos das Pessoas com Deficiências

Em 2011, nesta mesma linha surge a **Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiências**. Vejamos os **Art. 02** sobre as definições de “Comunicação”, “Língua”, “Descriminalização por motivo de deficiência”, “Adaptação razoável”, e “Desenho universal”. Comunicar-se tem grande abrangência, desde a língua falada à audiovisuais, e táteis, em um vínculo mútuo com falante e o interlocutor, e vice-versa, com uso de tecnologias (TAs) ou não. Qualquer pessoa, não importando sua natureza deficitária, não pode por hipótese alguma ser excluída do processo da cidadania, neste caso, o processo de integração escolar, não o excluindo e/ou impedindo de ter o ensino, ou seja, devemos garantir a razoabilidade do mesmo no sistema de ensino, mesmo que seja, na sala de Serviço de Atendimento Especializado (SAEE), desde a adaptação de uma rampa de entrada para cadeirantes, ao um *software* de leitura para alunos cegos desenvolvidos pelo desenho universal.

2.2.1 Artigo 24

- 1 Assegurar um sistema de educação inclusivo em todos os níveis, desenvolver o pleno potencial humano, o máximo desenvolvimento (possível) personalidade, talentos e criatividade

das pessoas com deficiências, assim com a sua participação em uma sociedade livre.

- 2 Como assegurar tais objetivos: a) as pessoas com deficiências sejam mantidas no sistema de ensino geral, mesmo que a autarquia alegue a deficiência do mesmo; b) adaptação (razoável) de acordo com suas necessidades; c) medidas de apoio individualizadas aos estudantes.
- 3 Competências práticas: facilitação do aprendizado do sistema Braille, do aprendizado da língua de sinais e meios de comunicação mais adequados à educação das pessoas com deficiência.
- 4 Empregar professores hábeis para o ensino da língua de sinais e/ou Braille. Buscar acesso ao ensino superior das pessoas com deficiência.

Outras leis e convenções que auxiliam na educação e inclusão dos deficientes são a Declaração Internacional de Montreal, convenção de Guatemala, Parâmetros Curriculares, Diretrizes e Bases e a Política Nacional de Educação de Educação Especial.

CAPÍTULO 3

A CEGUEIRA

Neste capítulo, definiremos às doenças que acometem os olhos dos deficientes visuais, (no nervo óptico, na retina e no cristalino do órgão), e na abordagem do sistema *Braille* de como é formado, como se desenvolve a estrita e como são separadas às celas, seus instrumentos como punção e reglete, e a máquina *Perkins Braille*.

O mundo dos cegos é um pouco diferente dos videntes, pois os mesmos têm outra percepção do mundo real, através dos pontos sensórias, em questão o áudio-tato que eles “vêm” as coisas. O termo deficiência, segundo o dicionário (Oxford), significa falta ou perda da qualidade ou insuficiência de funcionamento de algum órgão; Cegueira é a falta do sentido da visão, figurativa em paixão e/ou falta de lucidez.

As doenças que causam cegueira são: **glaucoma**, que acomete o nervo óptico; **descolamento de retina** e **catarata** (cegueira branca), doença que acomete o cristalino do olho. Outra deficiência é a Baixa Visão, que altera a acuidade visual, podendo ou não ser corrigido por lentes, e ampliação de fontes de leitura.

A cegueira em si não é o mesmo em que o vidente “tapar” os olhos, existem cegos de “olhos-vivos” que são aqueles que possuem aparentemente a pupila e córneas intactas.

Como foi mencionado no primeiro capítulo, foi introduzido o letramento do sistema Braille na busca de promover o ensino. Faça-se uso de uma cela com seis pontos denominado cela braille através da máquina de escrever (Perkins Brailier) não muito acessível, chegando ao preço de investimento de 7 000 reais, a materiais mais acessíveis tais como a reglete com punção ideias para o uso em sala de aula.

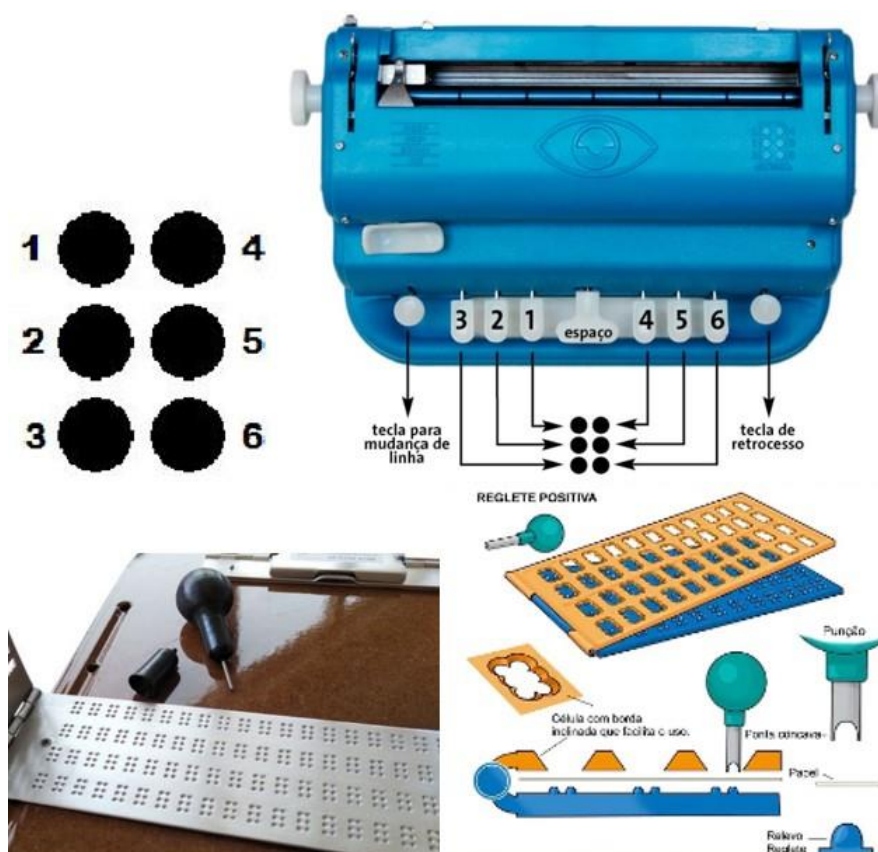


Figura 3.1: Cela *Braille*, máquina de escrever *Perkins Brailier*, prancheta e reglete
Fontes: *Wikipédia* e Livia Abreu, pág 46

Em detalhe na imagem (3.2) os regletes são de duas formas positiva, quanto ao punção, tem-se com concavidade para cima, e negativa, quando o punção tem ponta esférica, o diferencial na escrita com o uso do reglete negativo se dá ao usuário “ver” de forma espelhada, por exemplo ao forma a letra “A” no reglete negativo temos que aperta a cela 4, ao invés da cela 1, isso não ocorre no reglete positivo.

O sistema Braille adota como alfabeto 63 ícones que são divididos em 7 séries: A 1ª série é constituída por 10 sinais, todos superiores, pelo que é denominada série superior. Serve de base às 2ª, 3ª e 4ª séries, e também modelo para a 5ª série.

A 2ª série obtém-se juntando a cada um dos sinais da 1ª o ponto 3.

A 3ª série resulta da adição dos pontos 3 e 6 aos sinais da série superior.

A 4ª série é formada pela junção do ponto 6 a cada um dos sinais da 1ª.

A 5ª série é toda formada por sinais inferiores, chamada série inferior, e reproduzida da 1ª série.

A 6ª série é desenvolvida pelos pontos 3, 4, 5, 6, e consta apenas de 6 sinais.

A 7ª série é formada unicamente pelos 7 sinais da coluna direita.

Logo os símbolos ficam distribuído da seguinte, maneira na figura 3.3.



Figura 3.2: Cella Braille: ícone da letra A. Reglete negativo (esquerda) e positivo (direita)
Fonte: Wikipédia

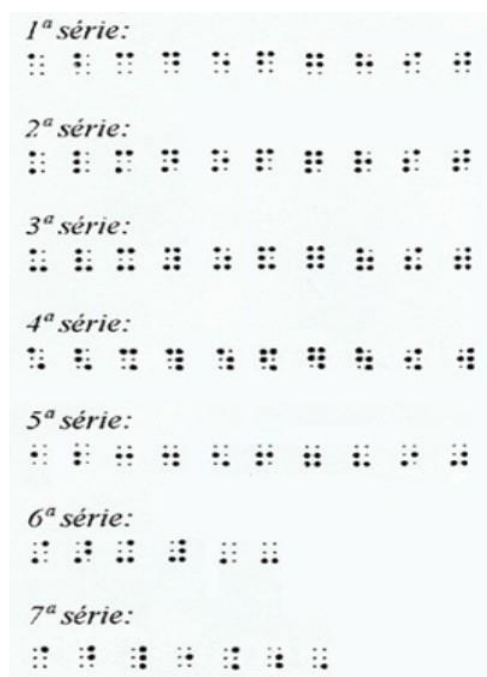


Figura 3.3: Alfabeto em Braille
Fonte: Lívia Abreu, pág. 44

CAPÍTULO 4

FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS

Neste capítulo falaremos dos fundamentos geométricos, divididos em 4 seções: Retas, Ângulos, Paralelismo, e Áreas de superfícies planas.

Onde na primeira seção trataremos dos postulados da distância e das principais definições de retas, e definição de conjuntos convexo e não-convexo, postulados e teoremas.

Na segunda seção falaremos da definição de ângulo, postulado da adição de ângulos, definições de ângulos suplementares e complementares, consecutivos e adjacentes, opostos pelo vértices, a definição de polígonos.

Na seção de paralelismo, falaremos do famoso postulado das paralelas e das principais definições de quadriláteros: paralelogramo, retângulo, quadrado, trapézio e losango.

Na última seção trataremos das regiões poligonais, como postulados da região poligonal e definições de áreas, postulado da soma de áreas poligonais e os teoremas das áreas dos quadriláteros (paralelogramo, trapézio, losango) e do triângulo.

4.1 Retas

Sabemos que a necessidade humana nos levou a desenvolver artifícios, principalmente matemáticos (geometria), para a facilidade do desenvolvimento de atividades que necessitam de contagem e/ou observações, percebemos isso no Papiro de Rhind, os Elementos de Euclides, construções Incas, registros puntiformes em geral.

Trataremos neste capítulo, sobre retas e ângulos e seus postulados¹, lembrando que o plano é constituído de vários pontos e as retas são subconjuntos deste plano.

Postulado 4.1.1 *Dados dois pontos distintos, existe uma **única** reta que os contém.*

Postulado 4.1.2 *Em qualquer reta, estão pelo menos dois pontos distintos.*

Definição 4.1.3 *Quando dois pontos pertencerem a uma mesma reta são ditos pontos **colineares**.*

Postulado 4.1.4 ² *Existem pelo menos três pontos distintos **não colineares**.*

Definição 4.1.5 *Duas retas distintas são ditas **paralelas**³ se não se interseccionam em nenhum ponto, de modo opostos são distas **concorrentes**.*

Teorema 4.1.6

- a) *Existe pelo menos um ponto não pertencente a reta dada;*
- b) *Dado um ponto qualquer existe pelo menos uma reta que não ‘passa’ por ele;*
- c) *Dado um ponto qualquer existem pelo menos duas retas que passam por ele.*

Demonstração.

¹Entende-se por *Postulado* como uma verdade inviolável, verdade absoluta, ou seja, uma *Proposição* que não precisa ser provada. O mesmo para o *Axioma*.

²O *Postulado 4.1.4* nos garante a existência de um ponto fora da reta. Ele é o **postulado da determinação do plano**. veja a referência em [11] **Fundamentos de Matemática Elementar Geometria Plana**. pág.4.

³Denotamos por // o paralelismo entre retas. ($\square // \square \mid \square \cap \square = \emptyset$)

- a) Sejam A, B e C pontos distintos de um plano que contém a reta r , pelo **Postulado 4.1.1**, temos três possibilidades: A e B pertencem à reta r , ou A e C pertencem à reta r ou B e C pertencem à reta dada; pelo **Postulado 4.1.2** esses pontos são distintos, e pelo **postulado 4.1.4**, se A e $B \in r$, logo $C \notin r$, analogamente para $(A$ e $C)$ e $(B$ e $C)$ sempre existirá um ponto que não pertença à reta r .
- b) Sejam A, B e C pontos distintos de um plano, pelo **Postulado 4.1.4**, eles são não colineares, ou seja, não pertencem ao mesmo tempo à reta dada, logo algum ponto dentre os três não pertencerá à reta dada.
- c) Sejam A, B e C pontos distintos do plano, pelo **Postulado 4.1.4**, e utilizando dos itens anteriores a) e b) temos que, se A e B pertencerem à reta r e se B e C pertencem à reta r , logo elas concorrem em B . $(A, B) \in r, (B, C) \in r \Rightarrow A, B, C \in r \mid r \cap r = r$

■

Postulado 4.1.7 [*Postulado da Distância*] *A cada par de pontos corresponde a um único número maior ou igual a zero, sendo zero quando os mesmos coincidem. Denotamos por AB a distância entre os pontos A e B .*

Postulado 4.1.8 [*Postulado da Régua*]

- a) *Cada ponto da reta corresponde a exatamente um número real.*
- b) *Cada número real corresponde a exatamente um ponto da reta.*
- c) *A distância entre dois pontos distintos é o valor absoluto diferença entre os números correspondentes. Veja na figura 4.1.*

O número correspondente a qualquer ponto da reta é chamado coordenada do ponto.

Denotamos por $AB = |x - y|$ a distância entre os pontos A e B .

O número $|x - y|$ é positivo, mesmo quando a diferença $(x - y)$ seja um número negativo, quando ocorrer $x < y$, ou seja, a distância de x for menor do que a distância de y .

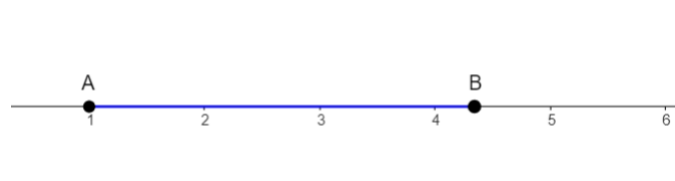


Figura 4.1: Distância do ponto A ao ponto B

Postulado 4.1.9 [Postulado da Colocação da Régua] Dado dois pontos A e B em uma mesma reta, pode-se obter um sistema de coordenadas, cuja a abcissa do primeiro ponto seja zero e do outro ponto um número positivo. Veja na figura 4.2.

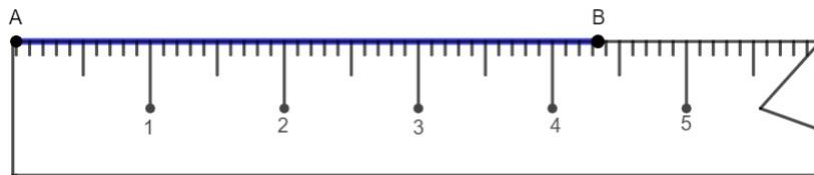


Figura 4.2: Régua: $AB = 43,5$

Definição 4.1.10 Defina-se estar entre, quando se há pelo menos três pontos colineares e distintos dois a dois. Se $AC + BC = AB$, denotamos por $A - C - B$. Veja na figura 4.3



Figura 4.3: O ponto C entre A e B

Denotamos que $A < C < B$.

Teorema 4.1.11 Dados três pontos A, B e C pertencentes à uma reta dada, com as coordenadas x , y e z , respectivamente. Se $x - y - z$, então $A - B - C$. Entendemos que B (neste caso) estar entre A e C.

Demonstração. Se $x - y - z$, pela definição 4.1.10 temos que $x < y < z$ somando $(-z)$ nas desigualdades temos que $|y - x| = |z - y|$ de modo análogo, temos que $|x - y| = |z - y|$ e $|x - z| = |z - x|$. Então

$$\begin{aligned}
 \overline{xy} + \overline{yz} &= (y - x) + (z - y) \\
 &= y - x + z - y \\
 &= z - x \\
 &= \overline{xz}.
 \end{aligned}$$

Logo temos que $A - B - C$. Análogo para $C - B - A$. ■

Definição 4.1.12

a) Sejam A e B pontos distintos, o segmento AB , denotamos por \overline{AB} , é o conjunto dos pontos que estão entre A e B , tais que qualquer ponto X pertencente ao segmento $(A - X - B)$, estes são os extremos do segmento \overline{AX} . Figura 4.4



Figura 4.4: Segmento de reta AB .

b) A medida do segmento é seu comprimento AB definida pela distância entre os pontos A e B .

c) A semirreta de origem em A que contém o ponto B , denotada por \overrightarrow{AB} definida pela união entre o segmento \overline{AB} com os conjuntos dos pontos x 's tal que $A - B - X$.⁵Veja na figura 4.5



Figura 4.5: Semirreta \overrightarrow{AB} de origem em A .

Teorema 4.1.13 [Teorema da Localização de Pontos] Seja \overrightarrow{AB} uma semirreta e x um número positivo. Então existe um único ponto X pertencente à semirreta \overrightarrow{AB} , tal que $\overline{AX} = x$. Figura 4.6.

Demonstração.

Pelo postulado da Colocação da Régua 4.1.9, podemos ter um sistema de coordenadas numéricas para a reta \overleftrightarrow{AB} de modo que a abcissa do ponto A seja zero (início do segmento) e a abcissa do ponto B seja um número positivo x .

⁵Se B está entre A e X , então \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BX} são chamados de **semirretas opostas** de mesma origem B .



Figura 4.6: Segmento de \overline{AB} de coordenada x .

Seja X um ponto da reta \overleftrightarrow{AB} cuja a coordenada positiva é x . Logo o segmento $\overline{AX} = |x - 0| = |x| = x$. Como a régua tem um único representante para o número x de correspondência biunívoca da reta, então X está a uma distância x de A . ■

Observa-se que uma reta poderá ter infinitos pontos ou quantos pontos quisermos.

Definição 4.1.14 *Um conjunto é dito convexo, se para todo par de pontos distintos A e B desse conjunto, o segmento \overline{AB} encontra-se inteiramente contido no conjunto. Veja figura 4.7.*

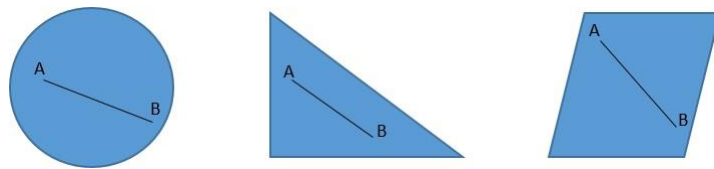


Figura 4.7: Figuras convexas

Postulado 4.1.15 [Postulado da Separação do Plano] *Dada uma reta os pontos que não pertence a mesma formam dois conjuntos disjuntos tais que*

- i) *Cada conjunto é converso⁶;*
- ii) *Se um ponto A pertence a um desses conjuntos e B a outro, então o segmento AB intersecciona à reta em um ponto P da reta. Veja a figura 4.8.*

Definição 4.1.16 *Dada uma reta r em um plano, chamamos de semiplanos os conjuntos de pontos não pertencentes à reta, e a reta de origem. Se dois pontos distintos estão no mesmo semiplano, dizemos que estes pontos estão do mesmo lado de r , caso contrário estão em lados opostos.*

- i) *Se dois pontos pertencem ao mesmo semiplano o segmento formado por eles estão no mesmo semiplano;*

⁶Se a região não for convexa, ela é dita côncava.

⁷Se a intersecção do segmento \overline{AB} com a reta r for vazia ($\overline{AB} \cap r = \emptyset$). Então os pontos A e B pertencem ao mesmo conjunto (ou lado).

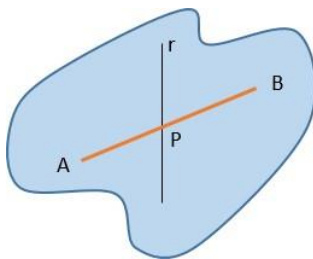


Figura 4.8: Separação do plano pela reta \square

ii) Se estão em semiplanos distintos, então o segmento formado intersecciona (corta) a reta em um único ponto.

4.2 Ângulos

Ângulo é uma figura geométrica muito antiga conhecida por diversos povos, sendo gregos, babilônicos, persas e outros. Para os filósofos gregos o ângulo possuía três categorias: quantidade, qualidade e uma relação. Para Euclides um “ângulo plano” é a inclinação simultânea de duas retas de extremo comum sem prolongamento. Para H. Schotten a diferença de direção entre duas linhas retas, a medida de rotação de um lado para o outro, e a região “entre” essas duas retas é definida como ângulo.

Definição 4.2.1 Chamamos de **ângulo** a reunião de duas semirretas de mesma origem, porém não contidas em uma mesma reta⁸. Onde o ponto A é o vértice chamado de origem do angulo e suas semirretas \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} são os lados. Veja a **figura 4.9**.

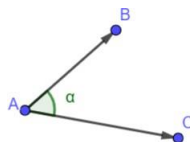


Figura 4.9: Ângulo \widehat{BAC} ou ângulo α

Definição 4.2.2 Dizemos que um ponto está no **interior** de um ângulo \widehat{BAC} quando os pontos P e B estão no mesmo lado da reta suporte \overleftrightarrow{AC} e os pontos P e C no mesmo lado da reta \overleftrightarrow{AB} , ou seja a interseção dos semiplanos abertos formam o interior do ângulo \widehat{BAC} que é uma região convexa.

⁸Podemos observar que quando as semirretas forem colineares. Trata-se dos ângulos raso ou nulo, respectivamente semirretas opostas ou coincidentes

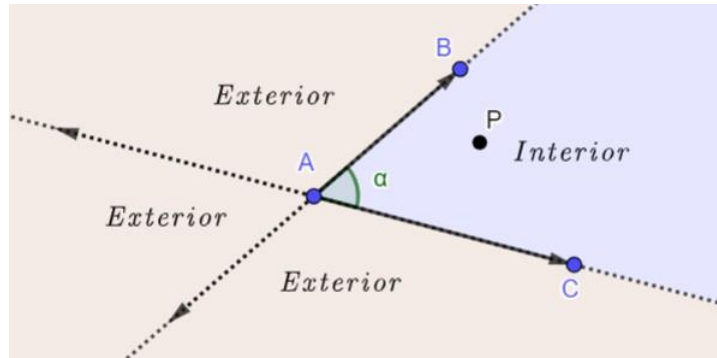


Figura 4.10: Interior e Exterior do ângulo \sphericalangle

O *exterior* de um ângulo é a reunião de todos os pontos que não pertencem ao interior do ângulo, ou seja, é uma região côncava. Veja a **figura 4.10**.

Postulado 4.2.3 [Postulado da Medida de Ângulos] Cada ângulo corresponde a um número único real entre 0 e 180. Veja a **figura 4.11**.

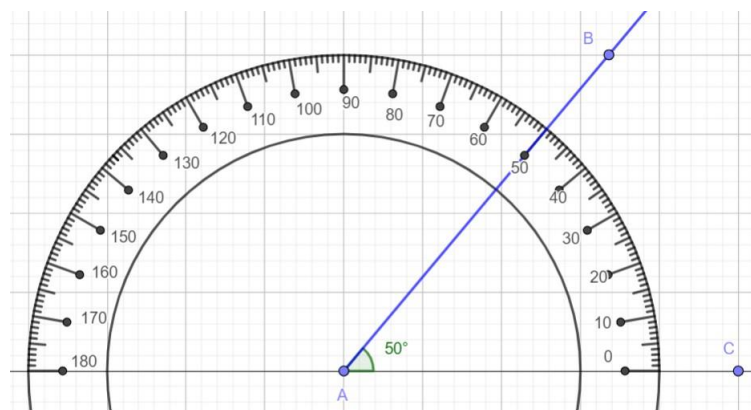


Figura 4.11: Transferidor
 Ângulo $\sphericalangle BAC = 50^\circ$

$\sphericalangle BAC$,

Postulado 4.2.4 [Postulado da Adição de Ângulos] Se uma semirreta divide um ângulo então $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAP + \sphericalangle PAC$.

Definição 4.2.5 Dois ângulos são ditos **suplementares**, se a soma de suas medidas são 180.

Definição 4.2.6 Dois ângulos são ditos **complementares**, se a soma de suas medidas é o ângulo reto (90).

Definição 4.2.7 Sejam \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} e \overrightarrow{AD} semirreta, sendo uma delas oposta a outra, então o ângulo \widehat{BAC} e \widehat{CAD} formam um **par linear**, quando a soma entre eles for suplementar. Figura 4.12.

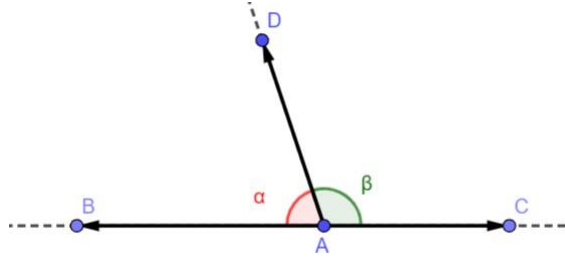


Figura 4.12: Par Linear
Ângulos α e β

Definição 4.2.8 Dois ângulos são **consecutivos** quando um lado de um deles é lado do outro. Na figura 4.12 os ângulos \widehat{BAC} e \widehat{CAD} são consecutivos pois o segmento \overline{AC} é comum e D é ponto interior de \widehat{BAC} e pertence ao lado \overline{AC} do ângulo \widehat{CAD} .

Definição 4.2.9 Dois ângulos consecutivos são ditos **adjacentes**, quando não se têm pontos internos comuns. Na figura 4.12 os ângulos \widehat{BAC} e \widehat{CAD} são adjacentes.

Definição 4.2.10 Dois ângulos são **opostos pelo vértice (o.p.v)** quando os lados de um são as semirretas opostas do outro. Figura 4.13

Teorema 4.2.11 Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes⁹.

Demonstração. Considere dois ângulos opostos pelo vértice \widehat{BAC} e \widehat{CAD} , o ponto A é vértice comum desses ângulos, tais que suas semirretas formam pares lineares, ou seja, \widehat{BAC} e \widehat{CAD} são ângulos suplementares. Logo $\widehat{BAC} + \widehat{CAD} = 180$ pelo *postulado da adição de ângulos* 4.2.4 e a definição de *ângulos suplementares* 4.2.5; analogamente temos para os ângulos \widehat{CAD} e \widehat{BAE} , logo $\widehat{CAD} + \widehat{BAE} = 180$. Então $\widehat{BAC} + \widehat{CAD} = \widehat{CAD} + \widehat{BAE}$, por \widehat{CAD} ser oposto pelo vértice (o.p.v.) com \widehat{BAE} eles têm o mesmo suplemento, com isso $\widehat{BAC} = 180 - \widehat{CAD} = \widehat{BAE}$.

Portanto $\widehat{BAC} = \widehat{BAE}$. ■

⁹Entende-se por congruência aqui como objeto de igualdade, ou seja, quando um é sobreposto a outro sem que haja, excesso ou falta, mesmo que mínima do outro objeto. Exemplo: um lápis em cima de uma caneta de mesmas dimensões

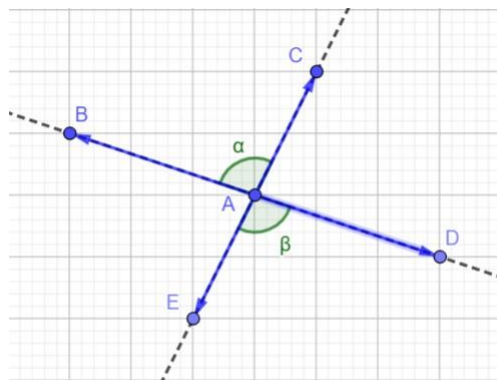


Figura 4.13: ângulos opostos pelo vertice.

$$\hat{\text{ângulo}} \square = \hat{\text{ângulo}} \square$$

Definição 4.2.12 Entende-se por **polígono** a reunião dos seus pontos com seus segmentos, formando uma “região” de muitos ângulos. Os segmentos interseccionam somente nas extremidades, seus pontos são os vértices, e os segmentos seus lados.

A união de todos os segmentos desse polígono é chamada de *perímetro*, que é um número real não negativo.

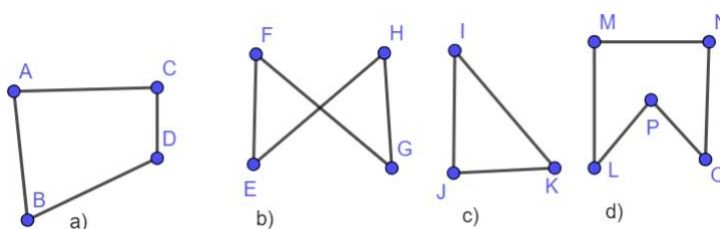


Figura 4.14: a) Polígono b) Não-Polígono c) Polígono Convexo d) Polígono Côncavo

Definição 4.2.13 Um polígono é **convexo**, se nenhum par de seus pontos está em semiplanos opostos em relação a reta que contém o lado do polígono. O exemplo (figura 4.14) d) acima não é convexo.

São polígonos os triângulos, quadrados, retângulos, trapézios, paralelogramo, losangos (quadriláteros em geral), pentágonos, hexágonos, eneágonos, entre outros. São ditos regulares quando há congruência entre seus lados e ângulos.

4.3 Paralelismo

A essência da Geometria Euclidiana é o postulado das paralelas, que por muitos matemáticos contemporâneos gerou certa controvérsia, essas geometrias garantiam os primeiros postulados euclidianos, mas que diferiam ao postulado das paralelas, em que, por um ponto fora da reta dada poderiam existir mais de uma reta paralela ou nenhuma, porque queria-se provar que o postulado das paralelas poderia ser resultado dos axiomas anteriores, ou seja um teorema, mas isso abriu um “leque” para **novas geometrias**¹⁰

Postulado 4.3.1 [*Postulado das Paralelas*]: Por um ponto fora de uma reta dada pode-se traçar uma única reta paralela à ela.

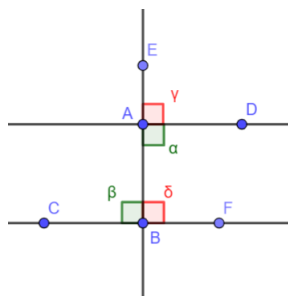


Figura 4.15: Retas paralelas intersectada por uma reta perpendicular

Os ângulos delimitados pelas retas são chamados de alternos, correspondentes e colaterais, sendo os alternos e os colaterais subdivididos em internos e externos.

Teorema 4.3.2 ¹¹ *Duas retas distintas e coplanares a uma outra reta transversal dada são retas paralelas.*

Demonstração. Se o teorema fosse falso, então teríamos nas retas um ponto em comum, ou seja, poderíamos formar o ΔPAB , logo o ponto A pertence a intersecção das retas r e s ($r \cap s$), e o ponto B pertence a intersecção entre as retas r e t ($r \cap t$), P é ponto comum das retas r e t por construção. Então pelo teorema do ângulo externo $\widehat{APB} > \widehat{PAB}$, o que é um absurdo, pois $\widehat{APB} \div \widehat{PAB}$ por serem alternos internos. Portanto r é paralelo à t ($r \parallel t$). ■

¹⁰Queremos nos referir aqui em “novas geometrias” a saber às **Geometria Hiperbólica** e **Geometria Geodésica**.

¹¹O teorema 4.3.2 faz referência à condição de existência paralelismos

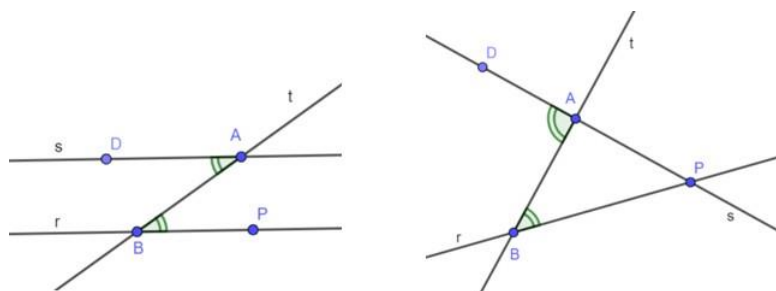


Figura 4.16: Teorema 4.3.2

Teorema 4.3.3 *Dois retas paralelas distintas “cortadas” por uma transversal formam ângulos alternos¹² congruentes.*

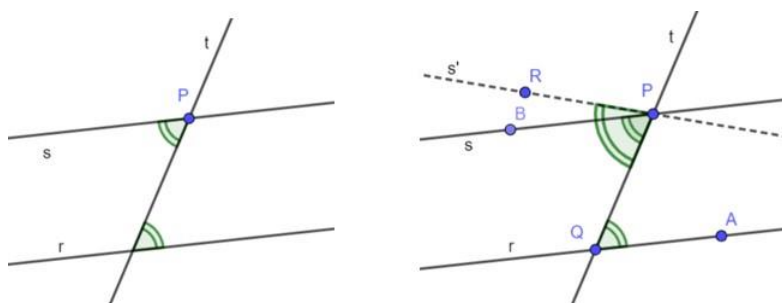


Figura 4.17: Teorema 4.3.3

Demonstração. Se existisse uma outra reta paralela distinta que intersecta num ponto P que é comum a uma reta paralela com a reta transversal, pelo teorema anterior temos ângulos alternos internos, $\widehat{\alpha} = \widehat{\beta}$ por hipótese; ou seja, teríamos duas retas paralelas passando por P e paralelas a reta α , absurdo, pois contraria o postulado das paralelas. Logo, os ângulos $\widehat{\alpha} = \widehat{\beta} \div \widehat{\beta} = \widehat{\alpha}$, portanto são alternos internos.

Então a única possibilidade de isso ocorrer é que a reta α' seja coincidente à reta α . ■

Os dois teoremas anteriores fazem parte da condição necessária e suficiente do paralelismo.

Teorema 4.3.4 *A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180.*

Demonstração. Seja um triângulo qualquer, pelo ponto do vértice oposto à base, trace uma reta paralela a base, de modo que a reta suporte dos lados sejam as transversais que passam pelo vértice C, logo temos ângulos alternos internos de modo que $\widehat{\alpha} = \widehat{\alpha'}$ e $\widehat{\beta} = \widehat{\beta'}$.

¹²O teorema também tem validade para os ângulos correspondentes.

Repare que a união dos ângulos forma um par linear, por isso, $\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} + \widehat{\gamma} = 180$.
 Portanto a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é igual a um ângulo raso. ■

4.3.1 Quadriláteros

Definição 4.3.5 Um paralelogramo¹³ é um quadrilátero com seus lados opostos paralelos.

Teorema 4.3.9 Em qualquer paralelogramo todos os lados são paralelos dois a dois, e seus ângulos opostos são congruentes.

Demonstração. Seja ABCD um paralelogramo, traçamos a reta $\overleftrightarrow{AA'}$, como $\overleftrightarrow{AA'}$ e \overleftrightarrow{BC} são paralelas por hipótese, temos que os $\triangle ABC \div \triangle A'B'C$ pelo caso A – L – A, pois os ângulos $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C}$,

¹³Outros exemplos de paralelogramos são: retângulos, losangos e quadrados.

Definição 4.3.6 Um retângulo é um paralelogramo que possui ângulos retos;

Definição 4.3.7 Um losango é um paralelogramo que possui os lados congruentes;

Definição 4.3.8 Um quadrado é um losango que possui ângulos retos.

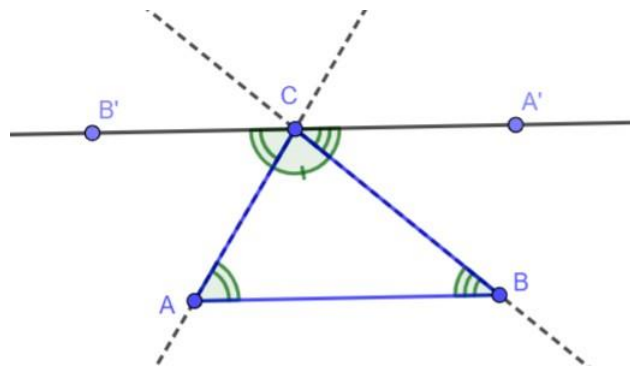


Figura 4.18: Soma dos ângulos internos do triângulo

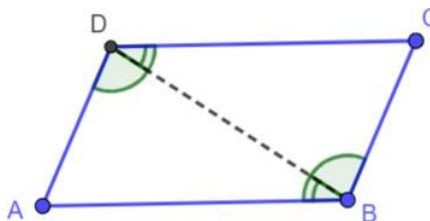


Figura 4.19: Paralelogramo

$\widehat{AB} = \widehat{BA}$ e \overline{AB} é comum, conseqüentemente $\overline{AB} = \overline{BA}$, $\overline{AB} = \overline{BA}$ e $\widehat{A} \div \widehat{B}$ e $\widehat{B} \div \widehat{A}$ são opostos pela reta \overleftrightarrow{AB} , segue o teorema. ■

De modo análogo $\widehat{A} \div \widehat{B}$, basta traçamos a reta \overleftrightarrow{AB} , \overline{AB} e \overline{BA} são chamadas de diagonais do paralelogramo.

4.4 Áreas de Superfícies Poligonais

Entende-se por área, a junção de regiões poligonais convexa, ou seja, ‘preenchida’ e delimitadas.

Postulado 4.4.1 *Toda região poligonal corresponde a um número real positivo.*

Definição 4.4.2 *Definimos área como a região poligonal que corresponde o número real que lhe contém.*

Postulado 4.4.3 *Uma área pode possuir duas ou mais regiões poligonais, desde que não tenham pontos em comum, ou seja, a área delimitada por essas regiões é a soma das duas ou mais áreas.*

Postulado 4.4.4 *Se dois triângulos são congruentes, então suas áreas são numericamente iguais.*

Postulado 4.4.5 *Em qualquer quadrado sua área é igual ao produto entre seus lados.*

Postulado 4.4.6 *Seja ABCD um retângulo qualquer, e adotando um quadrado como unidade, tem-se que, a área do retângulo é o produto entre seus lados não paralelos.*

Teorema 4.4.7 [Teorema da Área do Paralelogramo] *Seja um paralelogramo qualquer, sua área é o produto do comprimento pela altura relativa a esse lado.*

Demonstração. Seja um paralelogramo ABCD, e um retângulo EFGH, tal que $\overline{EF} = h$, sendo h altura dos dois polígonos, e $\overline{EF} = \overline{GH}$. Seja o ponto I oposto ao ponto A na semirreta \overleftrightarrow{AD} , de igual modo J oposto ao D na mesma semirreta.

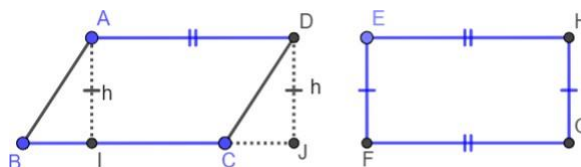


Figura 4.20: Área do Paralelogramo semelhante com a Área do Retângulo

Repare que $\triangle ABC \div \triangle DCI$ pelo **caso especial de congruência de triângulos retângulos**, logo $\overline{AI} = \overline{DJ}$. E pelo **postulado 4.4.3** eles têm áreas iguais. Com isso podemos formar o retângulo AIJD, “sobrepondo” o $\triangle DCI$ ao $\triangle ABC$. Portanto o retângulo AIJD tem área igual ao retângulo EFGH. Logo a área do paralelogramo é igual ao do retângulo EFGH, pelo **postulado 4.4.1** conclui-se que a área do paralelogramo é igual ao produto do comprimento pela altura. ■

Teorema 4.4.8 [Teorema da Área do Triângulo] *A área de qualquer triângulo é a metade do produto de um dos lados pela altura referente a esse lado.*

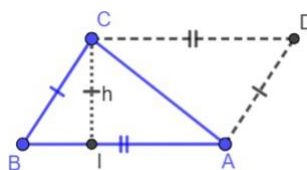


Figura 4.21: Área do Triângulo

Demonstração. Seja $\triangle ABC$ um triângulo qualquer, seja o ponto D oposto ao ponto A na semirreta paralela ao lado \overline{AC} no ponto C, tal que o segmento $\overline{CD} = \overline{AC}$. Repare que $\widehat{C} = \widehat{A}$, pelo fato de $\overline{CD} \parallel \overline{AC}$ ser transversal dos lados paralelos. Podemos observar que os triângulos $\triangle ABC \div \triangle CBD$ pelo **caso L - A - L**, pois o segmento \overline{BC} é comum, $\widehat{C} = \widehat{A}$ e $\overline{CD} = \overline{AC}$, logo o lado $\overline{CD} \div \overline{AC}$. Portanto, ABCD é um paralelogramo. Então a área do paralelogramo é igual ao produto do comprimento pela altura.

Observe que a altura relativa ao lado \overline{CD} que passa pelo ponto C é altura dos triângulos mais o paralelogramo, pelo **postulado 4.4.3** temos que as áreas dos triângulos são iguais. Logo a área do paralelogramo é igual à área dos dois triângulos, ou seja, $\overline{CD} \cdot h = 2 \cdot \overline{AC} \cdot h$.

Portando, a área do $\triangle ABC = \frac{1}{2}$ área do paralelogramo.

$$\overline{CD} \cdot h = \frac{1}{2} \overline{CD} \cdot h.$$

■

Teorema 4.4.9 [Teorema da Área do Trapézio] A área de qualquer trapézio é igual a metade do produto da soma de seus comprimentos paralelos pela sua altura.

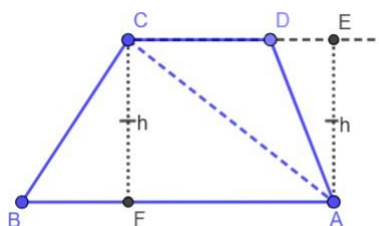


Figura 4.22: Área do Trapézio

Demonstração. Seja um trapézio qualquer ABCD, tracemos a diagonal \overline{AC} , repare que formamos dois triângulos, a saber $\triangle ABC$ e $\triangle CDA$, seja os pontos $F \in \overline{AB}$ e $E \in \overline{AB}$, tal que $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ e $\overline{DE} \perp \overline{AB}$, pois são transversais dos lados paralelos (\overline{CD} e \overline{AB}). Pelo **postulado 4.4.3** temos que a área do trapézio é igual a soma das áreas dos triângulos ABC e CDA.

$$\begin{aligned} A_{ABCD} &= A_{ABC} + A_{CDA} \\ A_{ABCD} &= \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CF} + \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{DE} \\ A_{ABCD} &= \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CF} + \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{DE} \\ A_{ABCD} &= \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot (\overline{CF} + \overline{DE}) \end{aligned}$$

Portanto, segue o teorema. ■

Teorema 4.4.10 [Teorema da Área do Losango] A área de qualquer losango é igual a metade do produto de suas diagonais.

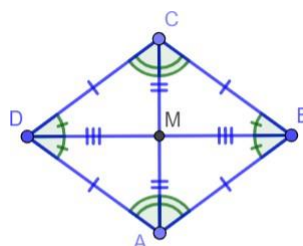


Figura 4.23: Área do Losango

Demonstração. Seja ABCD um quadrilátero, a saber losango, tracemos as diagonais \overline{AC} e \overline{BD} . Observe que os $\triangle ABC$ e $\triangle CDA$ são isósceles por hipótese, pois os lados $\overline{AB} = \overline{BC}$ e $\overline{CD} = \overline{DA}$,

e todos são congruentes pela definição de losango. Como \overline{AC} é comum tem-se que os triângulos são congruentes pelo **3º caso L – L – L**. Então eles têm a mesma área.

Observamos os outros dois triângulos isósceles ΔABC e ΔADC , logo a diagonal \overline{AC} é comum, seja o ponto M, ponto de encontro das diagonais, temos que os quatro triângulos são retângulos e o ponto M é ponto médio das diagonais. Pelo **2º caso de congruência de triângulos (A – L – A)** Portanto, as alturas dos triângulos são $\overline{BM} = \overline{DM} = \frac{1}{2} \overline{BD}$ para os triângulos ABC e ADC respectivamente e $\overline{AM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{AC}$ para os triângulos ΔABC e ΔADC respectivamente.

Por fim temos que a área do quadrilátero ABCD é igual às áreas dos dois triângulos dois a dois ou da união dos quatro triângulos retângulos menores.

$$\begin{aligned} \square_{ABCD} &= \square_{ABC} + \square_{ADC} \\ \square_{ABCD} &= \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BM} + \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{DM} \\ \square_{ABCD} &= \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot (\overline{BM} + \overline{DM}) \end{aligned}$$

Como a diagonal $\overline{BD} = \overline{BM} + \overline{DM}$, temos que a $\square_{ABCD} = \frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BD}$. Segue o teorema. ■

CAPÍTULO 5

RELATOS DA PESQUISA

Neste capítulo iremos falar das atividades realizadas no *Instituto Álvares de Azevedo*, que é referência estadual no ensino para deficientes visuais e em outro momento na *Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Alfredo Chaves* a saber a atividade 2 do apêndice 00, aplicando o plano de aula do apêndice 0 e resultado do questionário dos participantes da pesquisa(apêndice 000).

5.1 Relatos no Instituto Álvares de Azevedo

Foram feitas algumas visitas de pesquisa na *Unidade Educacional Especializada (UEES) José Álvares de Azevedo*, conhecida popularmente como *Instituto Álvares de Azevedo*, que opera no sistema educacional na modalidade de *contra-turno*, ou seja, o estudante matriculado na rede regular, tem retorno das suas atividades (curriculares ou extracurriculares) no caso das nossas participantes, o retorno é matutino, e vespertino na rede de ensino regular.

O instituto oferece apoio educacional e social para os estudantes do ensino fundamental e médio, apoio às disciplinas regulares, desde a sala de *produção em Braille*, sala de *soroban*, sala de *música para alunos de Baixa Visão* entre outras; no âmbito social temos as atividades de lazer

(esporte e dança), e sala de *atividades do cotidiano* que é de extrema importância na independência dos deficientes visuais, ou seja, a tão esperada **autonomia**, atividades básicas: como escovar os dentes, pentear os cabelos, calçar os sapatos; às complexas: como se situar no ambiente, uma espécie de "**planificação**" do espaço e localização de objetos, entre outras atividades domésticas.

Nas salas de ensino, a maioria dos estudantes cegos, já sabem manusear a máquina de escrever *Perkins Braille* e o *Sistema Braille*, pois os professores da UEES priorizam muito o letramento (alfabetização) em *Braille* como afirmado pelas alunas Ana Paula Santa Brigida e Angelina Jamily Braga Oliveira, ambas do 9º ano, cegas de nascença, que fazem parte da instituição desde as séries iniciais. Depois de entender a dinâmica de ensino do estabelecimento, foi feito o plano de aula junto com as atividades do (Apêndice □□) cuja a referência é **Matemática e realidade** foi e aplicados na sala de *Soroban* □□ em que o titular é o Profº Marcelo Diniz Pereira, que colaborou muito com as imagens fotográficas; O ensino em sala (não-coletivas) é individualizado, pois garante mais atenção e cuidados ao alunado, palavras do professor Marcelo. Na aplicação da aula, foi feita

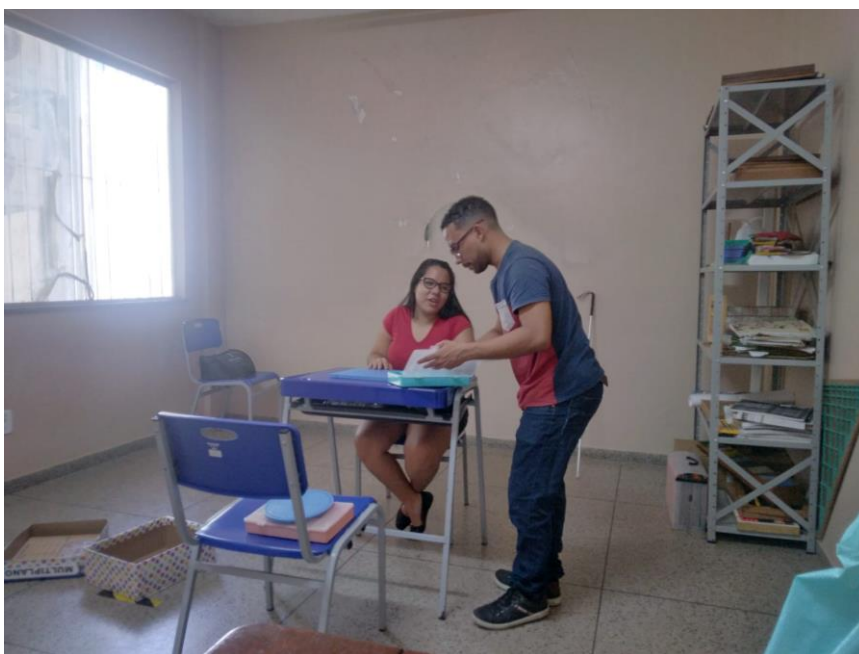


Figura 5.1: Apresentando o multiplano
Acervo pessoal

a apresentação do material didático **multiplano**, para as alunas tatiarem e conhecerem às peças do *kit* para se familiarizarem como está na imagem 5.1, depois das explicações conceituais foram feitas as montagens das atividades no **multiplano** com o meu auxílio, terminada a montagem do primeiro item da lista, foi pedido para a aluna diferenciar os objetos em questão, a mesma dizia que as paralelas são iguais e que as transversais se cruzam, aproveitamos para falar sobre os ângulos

formados entre elas, e com auxílio de transferidor adaptado medimos os ângulos entre as retas oblíquas e paralelas. , assim como as variadas posições das retas como mostra a imagem 5.2 e a

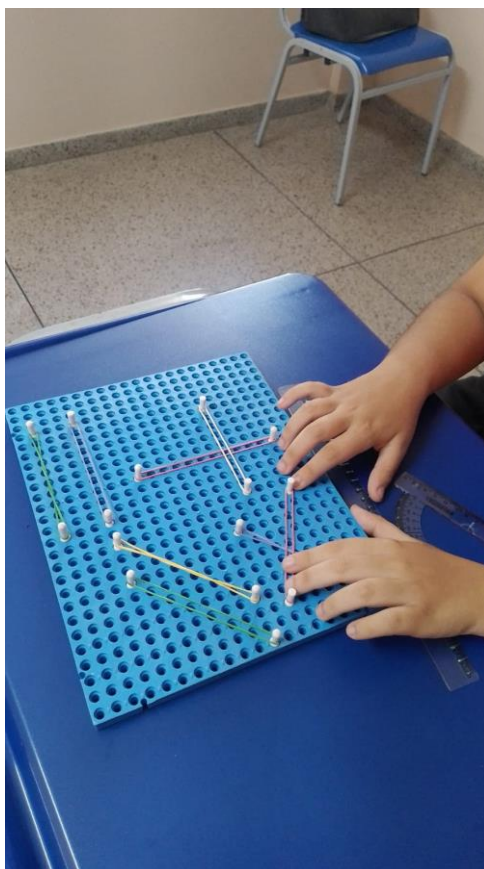


Figura 5.2: Ana Paula manipulando a Atividade 1
Acervo Pessoal

além de utilizar os foros do multiplano como unidade de medida usamos uma régua adaptada para para saber quantos centímetros os segmentos teriam, sendo que cada 1cm da régua é marcada com um ponto de cola colorida. Veja a imagem 5.3.

Em outro momento utilizou-se tanto o multiplano retangular quanto o circular para as representações dos ângulos, com as definição e as devidas classificações em ângulos: agudos, obtuso e reto. Foi explicado as componentes dos ângulos: lados, vértices, interior e exterior, a aluna Angelina Oliveira manipulou os objetos feitos no material didático e indicou quais eram os "tipos" dos ângulos, na mesma sequência foram abordados os ângulos adjacentes e consecutivos, que gerou certa dúvida em ambas às participantes, pois adjacente significa "vizinho", então ficou fácil para elas "observar" que os ângulos agudo e reto eram vizinhos, veja a imagem 5.4, o problema ficou em como identificar os ângulos consecutivos, pois os consecutivos tem lado comum e alguns pontos interiores compartilhados, ou seja o ângulo obtuso e o reto são consecutivos, a dificuldade

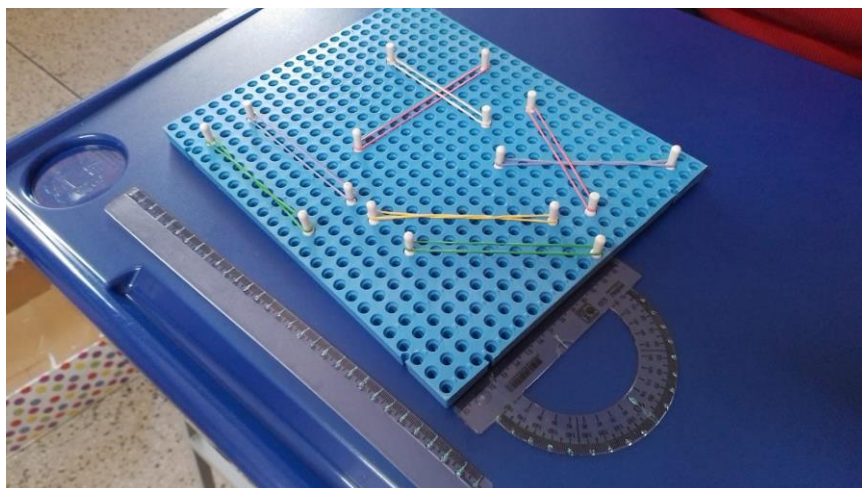


Figura 5.3: Retas Paralelas e Retas Obliquas, Materiais Adaptados Acervo Pessoal



Figura 5.4: Soma de ângulos Acervo Pessoal

estava no segmento interior ao ângulo obtuso.

Logo um ângulo pode ser formado pela soma de outros ângulos menores a ele. No nosso exemplo o ângulo obtuso é formado por um ângulo agudo mais um reto. Com isso foram

respondidas às questões dos itens 2 e 3 da **atividade 1**; o item 4 foi introduzido utilizando o multiplano circular, sua metodologia de contagem, sobre o "espaço" entre os furos da circunferência que é de 5° , logo $35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$, e que também foram feitas as mesmas definições para ângulos adjacentes e consecutivos.



Figura 5.5: Explicando sobre retas paralelas e transversais
Acervo Pessoal

Nos exercícios de identificação da atividade 1, a aluna Angelina ficou bem atenciosa na explicação das atividades sobre as retas paralelas e concorrentes, veja a imagem 5.5, o que mais chamou atenção no manuseio do material foi que ela mesma disse que retas concorrentes (perpendiculares) tem um ponto em comum e que retas paralelas não se tocam, observe as imagens 5.6.

Neste momento foi dada uma explicação do que era um polígono, para compreensão do último item da lista que propunha na identificação dos polígonos côncavos e convexos. Veja a imagem 5.8, que tem na parte superior do *kit* dois polígonos, um pentágono côncavo (não-convexo) e um losango convexo, na imagem 5.7 e na inferior dois quadriláteros um quadrado convexo e outro quadrilátero côncavo (não-convexo), na imagem 5.8.



Figura 5.6: Angelina manipulando retas perpendiculares
Acervo Pessoal

A aula Angelina, com auxílio do professor no colocar dos pinos e os elásticos nos polígonos, para a verificação tátil, não sentiu dificuldades em distinguir cada polígono, como na definição de um polígono ser convexo ou não-convexo, basta que um segmento qualquer esteja inteiramente contido no interior de qualquer parte do polígono. Sua tática foi de passar a mão esquerda no interior do polígono, onde localizava-se o segmento transversal, e com a mão direita contornava os lados do polígono, na percepção de que o segmento não estaria "de fora" do polígono. Tivemos até um momento de descontração em que a mesma disse que um desses polígonos parecia com uma "*bandeirinha de São João*".

A Atividade 2, foi realizadas com a aluna Angelina, mas não foram registradas em imagens, deixamos para a seção seguinte na Escola Alfredo Chaves, que por motivos burocráticos e de segurança não ocorreu na Escola Liceu de Arte e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso "Liceu do Paracuri como é conhecido; foram calculadas às áreas dos quadriláteros e do triângulo. A nossa participante seguiu passo-a-passo os métodos do livro de apoio do *kit multiplano* e respondeu às questões da lista de maneira correta.

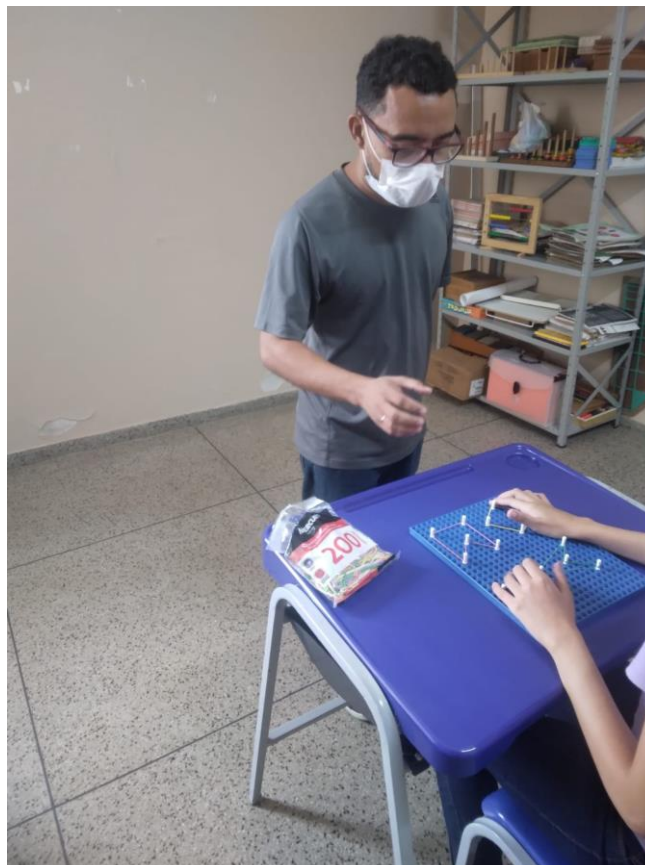


Figura 5.7: Angelina realizando a Atividade 1
Acervo Pessoal

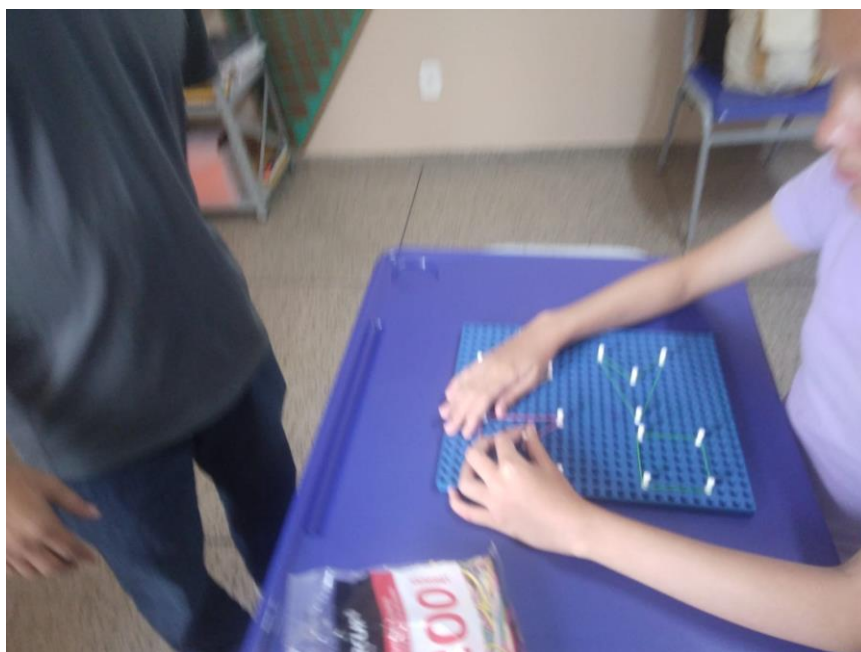


Figura 5.8: Aluna Angelina manipulando polígonos convexos e não-convexos
Acervo Pessoal

5.2 Aula Prática na Escola Municipal Profº Alfredo Chaves

Na aula da Escola Alfredo Chaves, fui recebido pelo professor Raimundo Ferraz, que me deu a condução da aula em si, fui bem recebido e me apresentei à classe, como fui orientado pela minha orientadora Professora Dr^a Irene Castro Pereira, dizendo detalhadamente minhas características físicas e étnicas, o objetivo da aula, que sou formando do curso de matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), terminadas as apresentações demos início à aula prática dialógica.

Seguindo o plano de aula, abordamos a **Atividade 2** (Apêndice 00), que envolve áreas dos polígonos, que são dos principais quadriláteros incluindo o triângulo. Logo no primeiro momento, foi feito à classe, um desafio na lousa, que dizia qual o lado de um quadrado que possui *9 pontos de área (u.a.)*, e seu lado é $2x + 1$, qual valor da incógnita " x " ? Houve um breve silêncio, mas alguns alunos mais seguros responderam 3 pontos e x é 1, depois que os auxiliei com a definição (**postulado 4.4.5**) da área do quadrado. Perguntei se era possível ensinar essa questão para Ana Paula (deficiente visual), uns reponderam que não, talvez e uma minoria sim. Então lhes apresentei o *kit multiplano* com a visualização da questão, a Ana Paula manipulou e deu o resultado do lado com meu auxílio para a incógnita, e outros alunos videntes manusearam o material didático, veja na imagem 5.9.



Figura 5.9: Auxiliando a aluna Ana Paula no uso do multiplano
Acervo Pessoal

Coloquei a definição da área do retângulo na lousa e no multiplao fizemos o retângulo que

tinha 8 pontos na base e 4 pontos na altura. perguntei qual era a área do retângulo ? Não houve dificuldades para responder correto manuseando o *kit*, ou seja sua área é $8 \cdot 4 = 32$ u.a.



Figura 5.10: Explicação como a área do triângulo retângulo é igual a metade da área do retângulo
Acervo Pessoal

Aproveitando o "desenho" do retângulo no material didático coloquei uma liga que passa-se pelos pontos (vértices) exceto em um dos pinos superiores e formou-se um triângulo retângulo e perguntei qual será a área deste triângulo ? E de imediato muitos responderam que era a metade do retângulo, pois empiricamente sabem que os triângulos são congruentes, pois tem a diagonal comum e lados paralelos, convidei mais um aluno vidente e perguntei para usar a questão anterior e dividir por dois, isso nada mais era do que a própria definição da área do triângulo que é $\square = \frac{\square \cdot h}{2}$,

veja a imagem 5.10. A resposta era $\square = \frac{8 \cdot 4}{2} = \frac{32}{2} = 16$ u.a.

Passando para o próximo item da lista, montei no multiplano um paralelogramo de 8 pontos de base e 4 pontos de altura, novamente foi posto à classe a prova, perguntei quanto vale a área do polígono ? Coloquei a definição no quadro branco, e muito diziam base "vezes" altura, mas que eles fizeram da maneira como estamos cadenciando em usar a área de um polígono mais conhecido, um aluno lembrando da questão do retângulo, disse que se ligássemos os pontos extremos opostos (superior e inferior) formando a diagonal formariam dois triângulos (escalenos), e usar a área do triângulo para obter a resposta, estava correto o raciocínio dele, mas os triângulo não são tão simples quanto um retângulo.



Figura 5.11: Apresentação das definições das áreas geométricas
Acervo Pessoal

Então vamos transformar os dois triângulos em um retângulo, colocamos dois pinos paralelos aos vértices superiores na reta da base e formou-se um retângulo, eles observaram que haviam dois outros triângulos (retângulos) menores, um dentro e outro fora do retângulo. Então falei que o paralelogramo tem área igual a do retângulo formado, pois os triângulos são congruentes. Então falaram que o triângulo "de fora" emcaixava no "de dentro" pra formar o retângulo, E usando a definição de retângulo e tatiando no material concreto, puderam dizer que ele tinha 32 **u.a.**

Coloquei na lousa outra definição de área, de um trapézio, na imagem 5.11, e no multiplano com as dimensões de 8 pontos na *base maior*, 4 pontos na *base menor* e 6 pontos de altura, perguntei quanto era a área do trapézio escaleno, todos ficaram quietos, e não souberam argumentar, alguém falou que parecia um triângulo "cortado", Veja na imagem 5.12.

Seguindo o raciocínio da questão anterior em transformar para uma área mais simples, aplicando a **média aritmética** entre as bases temos que somar as bases e dividir pela metade. Logo a média é $\square\square = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$ pontos (unidade de medida). Encontrando um dos vértices da *base menor*, contamos os 5 pontos e colocamos um pino e outro pino paralelo a ele na *base maior* e outro pino paralelo ao vértice que iniciou a contagem formando um retângulo de base 5 pontos e altura 6 pontos logo a área é de 30 **u. a.**

E por fim, foi feita a equação da área do losango na lousa, $\square = \frac{\square \cdot \square}{2}$ e fizemos um



Figura 5.12: Alunos videntes manipulando o multiplano
Acervo Pessoal

losango no multiplano de dimensões da **diagonal menor** 5 pontos e da **diagonal maior** 7 pontos e novamente perguntei a área do quadrilátero, utilizando do raciocínio da questão da área do triângulo e paralelogramo, façamos um quadrilátero que tenha mesma área.

Alguns falavam para calcular a área de quatro triângulos se ligassem as diagonais, auxiliei na resolução propondo que passassem pelos vertices, segmentos paralelos às diagonais e que cada segmento tenha pinos nas suas extremidades, a maioria dos alunos falava que tinha ficado parecido com a "Bandeira do Brasil". Auxiliando-os mostrei que os 4 triângulos "do centro" eram congruentes entre si e como os 4 triângulos dos extremos, um dos alunos percebeu que a área do losango era metade da "bandeira" e a bandeira tinha as mesmas dimensões com as diagonais do losango, portanto a metade da "bandeira" é um outro retângulo menor de dimensões 4 pontos de base e 5 pontos de altura.

Então a área do losango é numericamente igual a do menor retângulo, ou seja, $4 \cdot 5 = 20 \text{ u.a.}$

Findanda a aula foi muito satisfatório, devido a participação de todos os alunos sejam



Figura 5.13: Auxiliando os alunos videntes
Acervo Pessoal

aqueles, que só foram ouvintes, os que utilizaram o material didático e áqueles que contribuíram com sua voz, mostrando que o multiplano é inclusivo em uma sala de ensino regular. foi uma experiência inovadora.

5.3 Questionário das Participantes da pesquisa

Findado os processo foi realizado o **Questinário do Participante**, para saber o nível de satisfação da aplicação do material didático às participantes. A Angelina Jamily Braga Oliveira, já havia estudado alguma matéria de geometria plana, apesar de ser tão óbvio, pois em algum lugar poderia surgir a pergunta: "como o cego poderá 'vê' a geometria plana ?", no relato dela foi dito que não sentiu nenhuma dificuldade na aprendizagem, por não ter uma referência, ela explicou que busca sempre superar e que a dificuldade é uma palavra que não existe, e que já havia tido esperiências com o multiplano em um dado momento com um estágario no Instituto Álvares de Azevedo, no sistemas numéricos.

O que mais chamou a atenção nas nossas aulas foi o estudo sobre os ângulos, pois ângulo para ela era a abertura da passagem da perna, pois a Angelina é atleta paraolímpico de corrida, e que não teve nenhuma dificuldade em utilizar o multiplano. o sonho dela é ser psicóloga, mas percebi uma boa aptidão para o cálculo.

A Ana Paula Santa Brigida, já havia estudado geometria plana, sobre polígonos (vértices, ângulos e lados) disse que não teve dificuldade alguma pra entender as figuras geométricas, a diferença foi dela com a Angelina é que a mesma não tinha conhecimento da existência do material didático, o multiplano, porém que já havia estudado com outros materiais táteis, por incentivo de sua mãe que é professora onde estuda.

Ela relatou que gostou muito de saber sobre o ensino das áreas dos polígonos quando perguntado do que ela mais gostou no multiplano em nossas aulas, disse que não sentiu nenhuma dificuldade no manuseio do multiplano. A Ana Paula é muito extrovertida, falante e quer fazer faculdade pra jornalismo, percebi que matemática não é a matéria que mais gosta, mas mesmo assim a entrega na pesquisa foi de bom rendimento.

CAPÍTULO 6

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Apesar das dificuldades e desconfortos vivenciados pelos alunos com deficiências visuais, não podemos desmerecê-los por causa de suas deficiências e/ou limitações, sejam elas quais forem.

Os alunos videntes percebem as figuras geométrica com seus componentes de maneira visual, isto não significa que a visão através dos olhos seja melhor ou tem mais prestígios que a visão por meio dos tatos, trata-se de um mesmo objeto matemático com percepções distintas. Usando um meio pedagógicos para transpor às barreiras e enclaves do ensino de matemática, no ensino da geometria plana de poligonos.

Mesmos as difilculddes no acesso às instituições e a falta do professor de matemática na instituição de referência nos cuidados com o deficientes visuais, conseguimos realizar as atividades e ter bom êxito em atingir o objetivo de mostrar que o multiplano é uma ótima ferramenta de inclusão.

Na aula expositiva, na Escola Municipal Alfredo Chaves, percebemos que o material didático multiplano não se tornou de uso exclusivo dos deficientes visuais, mas serviu como uma material táctil de ensino-aprendizagem para os videntes, fomentando o lúdico e a cooperações com os outros participantes, dando dinâmica no processo de aprendizagem fazendo com que todos sejam protagonistas do *saber*, minimizando suas diferenças e particularidades de cada aluno.

A aula foi muito recebida por todos os alunos, inclusive do Professor Raimundo Ferraz, que possui especialização na área de Educação Inclusiva, se interessou bastante pelo kit multiplano. Independente das atividades envolvidas na aplicação das resoluções das áreas dos polígonos (quadriláteros e o triângulo) os alunos puderam fazer "matemática" de maneira divertida, e não engessada, como o próprio *slogan* do multiplano diz: "*aprenda se divertindo*".

E por unanimidade, todos queriam que as aulas fossem com o uso do multiplano, pois disseram que assim ficou muito melhor; e que a principal contribuição foi a conquista dos deficientes visuais em aprender matemática através da manipulação.

Portanto, a deficiência não está no aluno cego, mas sim na sociedade que não busca tentar transpor às barreiras que a própria sociedade os impõem.

REFERÊNCIAS

- [1] ABREU, Livia Azelman de Farias. **Geometria para Deficientes Visuais: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos**, Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Darcy Ribeiro-UENF, Campos de Goytacazes-RJ, junho de 2014.
- [2] ALENCAR, Débora do Nascimento Fernandes de. et al. **3º Congresso Nacional de Educação (Conedu): Educação Inclusiva, Política Educacional e Direitos Humanos: uma Reflexão sobre a Legislação Brasileira**. s/d. Disponível em: <http://www.conedu.com.br>. Acesso em: 20 de fevereiro 2023.
- [3] BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**, coleção do Professor de Matemática, SBM. 10ª edição, Rio de Janeiro 2006.
- [4] BRANDENBERG, João Cláudio. **Métodos Históricos: sua importância e aplicações ao ensino de matemática** vol 6, ed. Livraria da Física, 2019.
- [5] BRASIL, Ministério da Educação. **Conselho Nacional de Educação: resolução CNE/CEB nº 2/2001**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>. Acesso em: 30 de maio 2021.
- [6] _____ Secretaria de Educação Especial. **Inclusão- Revista da Educação Especial “Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva”**, volume 4, nº 1, janeiro/junho de 2008, ed. Especial, Secretaria da Educação (CIBEC/MEC), Brasília, 2008.
- [7] _____ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental**, Matemática, Ministério da Educação e do Desporto Secretaria de Educação, MEC / SEF, Brasília 1998. 148 p
- [8] _____ Secretaria de Educação Especial. **Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica**, Secretaria de Educação Especial – MEC, 2001. 79 p

- [9] _____ Ministério da Educação. Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação (PNEE). **Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado ao Longo da Vida**, Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação – Brasília; MEC. SEMESP. 2020. 124p.
- [10] DICHER, Marilu. TREVISAM, Elisaide. **A Jornada Histórica da Pessoa com Deficiência: Inclusão como Exercício do Direito à Dignidade da Pessoa Humana**. s/d.
- [11] DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana**. 9ª edição, Atual, São Paulo, 2013.
- [12] FERNANDES, Edicléia Mascarenhas. GLAT, Rosana **Inclusão- Revista da Educação Especial “da Educação Segregada à Educação Inclusiva: uma breve Reflexão sobre os Paradigmas Educacionais no contexto da Educação Especial Brasileira”**, Faculdade de Educação, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, 35 p a 39 p., Secretaria da Educação (MEC), Outubro, 2005.
- [13] GASPAR, José Carlos Gonçalves. **VI – Congresso Internacional de Ensino da Matemática: O Ensino de Geometria para Alunos com Deficiência Visual por meio da integração do Multiplano – um estudo de caso**. Comunidade Científica, ULBRA, Canoas – Rio Grande do Sul, outubro de 2013
- [14] OLIVEIRA, Larissa Katharine de. **Inclusão de Deficientes Visuais no Ensino de Geometria Plana**, Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Biociência, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), Campos de São José do Rio Preto, 2019.
- [15] REZENDE, Eliane Queiros Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. **Geometria Plana e Construções Geométricas**, 2ª edição, Unicamp, 2008.
- [16] SILVA, Douglas Carlos Nunes da. **Sobre o Ensino de Geometria para Deficientes Visuais**, Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do “Programa” de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade de Brasília, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Brasília, julho 2015.

APÊNDICE I

Plano de Aula

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DA GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
DISCENTE: LEONARDO JOSÉ DOS PASSOS DIAS
ORIENTADOR: IRENE CASTRO PEREIRA
PLANO DE AULA.

Instituição: Escola Municipal de E.F profº Alfredo Chaves

Série: 9º ano.

Professor: Leonardo José dos Passos Dias

Disciplina: Matemática

Procedência: Alunos com deficiência visual

1 Objetivo geral

- Compreender, através da aplicação do recurso didático Multiplano, as características básicas da Geometria Plana, com seus objetos, tais como ângulos, segmentos, e as áreas dos principais quadriláteros.

1.1 Objetivos específicos

- Identificar os tipos de representações de ângulos;
- Interpretar os objetos matemáticos;
- Identificar os vértices, arestas e segmentos;
- Calcular as áreas dos objetos matemáticos em questão, utilizando o kit Multiplano.

2 Conteúdos

- Retas paralelas e retas oblíquas;
- Ângulos entre retas transversais, ângulos opostos pelo vértices;
- Estudo dos Quadriláteros: convexo e côncavos, representação: do quadrado, do retângulo, do paralelogramo, do losango e do trapézio;
- Estudo das Áreas dos Polígonos.

3 Recurso Didático

- Livro didático;
- Material Pedagógico (Kit Multiplano);
- Lousa e pincel.

4 Procedimento Metodológico

- I – Fazer a apresentação do kit pedagógico Multiplano, com suas peças, salientando a sua importância para o auxílio do ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos a alunos com deficiência visual.
- II – Em seguida, preparar, junto com os alunos, o kit para montagem dos objetos matemáticos das atividades do livro.
- III – Auxiliar na preparação das atividades, como na montagem das figuras geométricas tais como o quadrado, triângulos e outros.
- IV – Identificar as características do objeto tais como aresta, vértices e ângulos.

V – Utilizar do conhecimento teórico, e comparar com o conhecimento adquirido pelo uso do Multiplano.

5 Avaliação

- * A avaliação da atividade será realizada em todo o percurso do trabalho, de caráter diagnóstico informativo.
- * Ao fim desse processo de montagem e exposição do estudo com o multiplano, trabalhado com os alunos envolvidos, serão expostos outros problemas de forma cadenciada, resolução em grupos, sendo feita sua construção no multiplano e pelo professor na lousa. Em seguida, fazer as indagações pertinentes aos objetivos e expor como foram feitos os cálculos.

APÊNDICE II

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ (UFPA)
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS (ICEN)
FACULDADE DE MATEMÁTICA (FacMat)

Atividade 1

- 1.) Identifique as retas paralelas e as retas transversais, e determine sua diferença?
- 2.) Classifique os ângulos em agudo, obtuso e reto:
- 3.) Identifique os ângulos adjacentes e ângulos consecutivos.
- 4.) Qual é o ângulo formado pela soma dos ângulos 35° e 25° ?
- 5.) Identifique quais polígonos são convexos e quais são côncavos (não - convexo)?

Atividade 2

- 1.) Qual o valor do \square , se um quadrado que possui área de 9 pontos de área e lado $2\square + 1$?
- 2.) Qual é a área do retângulo que possui 8 pontos na base e 4 pontos na altura ?

- 3.) Qual é a área do triângulo que possui 8 pontos na base e 4 pontos na altura ?
- 4.) Qual é a área do paralelogramo que possui 8 pontos na base e 4 pontos na altura ?
- 5.) Qual é a área do trapézio que possui 6 pontos na *base maior* e 4 pontos na *base menor* e 6 pontos na altura ?
- 6.) Qual é a área do losango que possui 7 pontos na *diagonal maior* e 5 pontos na *diagonal menor* ?

APÊNDICE III

Questionário do participante

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ (UFPA)
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS (ICEN)
FACULDADE DE MATEMÁTICA (FacMat)

- 1.) Você já havia estudado alguma matéria sobre Geometria Plana ?
 Sim
 Não
- 2.) Se sim, qual(is) foi(ram) sua(s) dificuldade(s) ?
- 3.) Você já havia utilizado o Multiplano ou conhecia-o ?
 Sim
 Não
- 4.) Se sim, em qual matéria ?
- 5.) Qual assunto, matéria ou parte de Geometria Plana, mais lhe chamou a atenção no Multiplano ?

6.) Qual(is) dificuldade(s) você encontrou usando o Multiplano ?