



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

LUIZ EDUARDO PRAXEDES

MDC E MMC: UMA ÊNFASE A PARTIR DE UM PROCESSO DE ENSINO E
APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADO

ABAETETUBA – PARÁ

2022

LUIZ EDUARDO PRAXEDES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará.

Orientador: Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa.

ABAETETUBA – PARÁ

2022

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

P919m Praxedes, Luiz Eduardo.
MDC e MMC : uma ênfase a partir de um processo de ensino e
aprendizagem contextualizado / Luiz Eduardo Praxedes. — 2022.
VII, 27 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade
Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Curso de
Matemática, Abaetetuba, 2022.

1. MDC. 2. MMC. 3. Metodologia . 4. Problemas . 5.
Contextualização . I. Título.

CDD 510.1

LUIZ EDUARDO PRAXEDES

**MDC E MMC: UMA ÊNFASE A PARTIR DE UM PROCESSO DE ENSINO E
APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADO**

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus universitário de Abaetetuba da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção de grau de licenciada em Matemática.

Aprovado em: 24 / 02 / 2022.

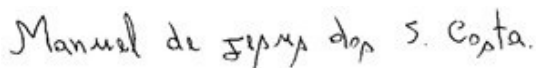
BANCA EXAMINADORA



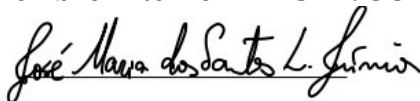
Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Presidente/Orientador



Prof. Dr. Rômulo Correa Lima
Membro Interno – FACET/CUBT



Prof. Dr. Manoel de Jesus dos Santos Costa
Membro Interno – FACET/CUBT



Prof. Ms. José Maria dos Santos Lobato Júnior
Membro Externo –IFPA-Tucuruí-PA

AGRADECIMENTO

Primeiramente a Deus pela vida, oportunidade, sabedoria e dedicação para enfrentar os desafios cotidianos no decorrer da caminhada.

À minha mãe, Maria Eunice Praxedes e namorada, Thaís Sousa Costa, que não mediram esforços para fazer prosseguir ao término do curso. A vocês meu eterno respeito, amor e satisfação em todos os momentos.

Ao orientador Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, pela contribuição, compreensão para o desenvolvimento da pesquisa, direcionando-me à conclusão e avaliação final do trabalho de conclusão de curso.

A Universidade Federal do Pará – UFPA, em especial aos professores do campus de Abaetetuba, por todos os conhecimentos transmitidos.

Aos meus familiares e amigos que sempre me apoiaram ao longo do curso.

A todos que de forma direta ou indiretamente contribuíram com esse trabalho.

MDC E MMC: UMA ÊNFASE A PARTIR DE UM PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADO

Luiz Eduardo Praxedes

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia– FACET

eduardopraxedes2015@gmail.com

José Francisco da Silva Costa

Faculdade de Formação e Desenvolvimento do Campo– FADECAM

jfsc@ufpa.br

RESUMO

O presente trabalho objetiva desenvolver um estudo do (Máximo Divisor Comum) MDC e (Mínimo Múltiplo Comum) MMC enfatizando-se a partir de um processo de ensino/aprendizagem contextualizado. No primeiro momento são apresentados o contexto histórico, definições de MDC e MMC e a relação entre eles, que servirão de pré-requisitos para o desenvolvimento da temática. A relevância da pesquisa concentra-se em aplicações com problemas voltados ao cotidiano para mostrar que podem ser usados nas situações práticas, principalmente em questões que relacionam o conhecimento teórico em problemas contextualizados. Visando esse aspecto, desenvolve-se como metodologia um ensino em que seja possível oferecer ao aluno um conhecimento que leve em conta a aprendizagem significativa do tema proposto. Assim sendo, percebe-se que o ensino sendo dinâmico e motivador proporciona uma maior curiosidade e interesse pelo conteúdo, tendo em vista que para conseguir valorizar a aprendizagem é preciso que o professor saiba construir um processo de ensino que não se enquadre apenas num método tecnicista o que pode ocasionar dificuldade na aprendizagem. Conclui-se a pesquisa considerando que o estudo do MDC e MMC quando aplicados em situações problemas contextualizados podem oferecer uma melhor compreensão para os alunos quando é considerada a aprendizagem da vida cotidiana.

Palavras Chaves: MDC; MMC; metodologia; problemas; contextualização.

ABSTRACT

The present work aims to develop a study of the (Maximum Common Divisor) MDC and (Least Common Multiple) MMC emphasizing it from a contextualized teaching/learning process. At first, the historical context, definitions of MDC and MMC and the relationship between them are presented, which will serve as prerequisites for the development of the theme. The relevance of the research focuses on applications with problems related to everyday life to show that they can be used in practical situations, especially in questions that relate theoretical knowledge to contextualized problems. Aiming at this aspect, a teaching methodology is developed in which it is possible to offer the student a knowledge that takes into account the significant learning of the proposed theme. Therefore, it is clear that teaching, being dynamic and motivating, provides greater curiosity and interest in the content, considering that in order to value learning it is necessary that the teacher knows how to build a teaching process that does not fit only in a technical method. which can cause learning difficulties. The research concludes considering that the study of MDC and MMC when applied in contextualized problem situations can offer a better understanding for students when considering the learning of everyday life.

Key Words: MDC; MMC; methodology; problems; contextualization.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
2. DESENVOLVIMENTO NOS ESTUDOS DO MDC E MMC.....	10
2.1 Processo histórico e desenvolvimento dos mdc e mmc.....	10
2.2 A aprendizagem significativa para o ensino.....	11
2.3 A metodologia de ensino para o mdc e mmc.....	11
2.4 O ensino a partir da contextualização.....	12
3. ESTUDOS DO MDC E MMC.....	14
3.1 Máximo divisor comum (MDC).....	14
3.1.1 Definição.....	14
3.1.2 Primos entre si.....	14
3.1.3 MDC de vários inteiros.....	14
3.1.4 Mínimo múltiplo comum (MMC).....	15
3.1.5 Definição.....	15
3.1.6 Relação entre MDC e MMC.....	16
3.1.7 Algoritmo de Euclides.....	18
3.1.8 Definição.....	18
4. APLICAÇÕES DE MDC E MMC CONTEXTUALIZADOS.....	19
5. CONCLUSÃO.....	26
6. REFERÊNCIAS.....	27

1. INTRODUÇÃO

Esse trabalho procura abordar como temática MDC e MMC: uma ênfase a partir de um processo de ensino e aprendizagem contextualizado. Para melhor desenvolver o trabalho, busca-se apontar alguns autores como Bertone (2014), Santos, (1998), Aires, (2019) que citam e fazem referência a Introdução à Teoria dos Números, trazendo importantes embasamentos teóricos a respeito das propriedades dos números.

Tem-se ainda Berbel (2011) que relata sobre as Metodologias Ativas e a Promoção da Autonomia dos Estudantes. Ausubel (2000) que vem abordar a relevância de Aquisição e Retenção de Conhecimentos numa Perspectiva Cognitiva e MENDES (2008) que trata das Tendências Metodológicas no Ensino de Matemática.

Tendo em vista a importância da temática, o trabalho aborda como objetivo geral, compreender o estudo do (Máximo Divisor Comum) MDC e (Mínimo Múltiplo Comum) MMC enfatizando-se a partir de um processo de ensino/aprendizagem contextualizado e como objetivos específicos: Verificar o desenvolvimento do MDC e MMC, mostrando como realizar as operações matemáticas para obterem os seus valores; Mostrar que o MDC e MMC apresentam relevâncias quando baseia o estudo em aulas dinâmicas que conduz que o aluno consiga ligar a aprendizagem em situações voltadas ao cotidiano; Aplicar o estudo do MDC e MMC em problemas contextualizados onde o aluno é capaz de compreender em que situações se verificam as aplicações da temática, excluindo-o de um ensinamento tecnicista (AUSUBEL, 2000).

Para melhor o desenvolver do trabalho, utilizam-se como roteiro, no **tópico 2**, trata-se do desenvolvimento nos estudos do MDC e MMC, enfatizando o processo histórico e desenvolvimento, a aprendizagem significativa para o ensino, a metodologia de ensino para o MDC e MMC e o ensino a partir da contextualização. No **tópico 3**, abordam-se o MDC e MMC para verificar as operações utilizadas para obtenção dos valores de dois ou mais números, explicando como determinar seus valores e no **tópico 4**, aplicam-se o MDC e MMC em problemas voltados para o cotidiano no sentido de compreender as aplicações contextualizadas.

2. DESENVOLVIMENTO NOS ESTUDOS DO MDC E MMC

2.1. PROCESSO HISTÓRICO E DESENVOLVIMENTO DOS MDC E MMC

Falar sobre o processo histórico de MDC e MMC é pensar como se desenvolveu sua origem, dando ênfase nos conceitos de divisibilidade, multiplicação e fatoração, no que remete as ideias de contagem. A princípio, as noções de número, grandeza e forma, podiam estar mais relacionadas com contrastes do que com semelhanças, mesmo que esses vestígios refletissem atividades matemáticas, eles raramente evidenciam significado histórico.

Partindo desse processo, o homem passou a ter noções de contagem antes mesmo de se aprender a falar ou escrever, identificando-se na espécie humana que o pensamento lógico-matemático era algo básico de sua vivência. Nesse contexto, se observou que certos grupos, como os pares, podem ser postos em correspondência biunívoca, dando ao homem a ideia de comparar conjuntos para se ter noções de quantidades.

Assim sendo, usando os dedos das mãos para conferir o número de animais em um rebanho, também usava-se um conjunto de pedras, ou entalhes num bastão, caso se a quantidades de animais fosse maior. Percepções como essas de propriedades abstratas que certos grupos de nômades encontraram, que nós chamamos de números representada em grande passo no caminho para a matemática moderna. E um dos registros mais antigos do homem sobre a história dos números é o Osso de Ishango. Uma descoberta arqueológica do belga Jean de Heinzelin de Braucourt (1920-1998), em 1950 nas proximidades de fronteira do Zaire e Uganda (**Figura 1**).

Figura 1: Restos mortais de Ishango utilizado para contagem



Fonte: https://maisfm.com/necessidade-economica-que-levou-ao-desenvolvimento-da-primeira-forma-de-escrita/_96091221_2ishango/

Nesse sentido, um dos relatos mais relevantes sobre MDC e MMC é o de Euclides, que fala sobre o processo conhecido como algoritmo euclidiano, assunto esse que aborda o Máximo Divisor Comum (MDC) de dois ou mais números inteiros, no seu sétimo livro. Mas para Milies e Coelho (2001), os algoritmos já eram conhecidos antes de Euclides. Entretanto, segundo Boyer (2012),

pouco se sabe sobre a vida de Euclides e se desconhece até mesmo a data de seu nascimento.

Euclides de Alexandria escreveu cerca de uma dúzia de tratados, partindo de ideias que falem de ótica, astronomia, mecânica e até mesmo música, e tendo como destaque na história os Elementos de Euclides. Assim sendo, tratando não apenas de Geometria, mas também de Teoria dos Números e Álgebra Elementar.

2.2. A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO

A importância da aprendizagem significativa surge quando uma ideia se relaciona com o conhecimento prévio proposto pelo professor em relação ao aluno, sendo relevante na aprendizagem com um conhecimento do cotidiano (AUSUBEL, 2000). Partindo do princípio de se saber multiplicar, dividir e fatorar, concentrando-se em aplicações de MDC e MMC com situações problemas voltados ao cotidiano de maneira a mostrar que elas podem ser usadas em diversas abordagens do cotidiano, principalmente em questões que desenvolvam o interesse a fazer o aluno aprender e compreender situações básicas de aritmética no que se refere a MDC e MMC.

Nesse contexto, conceituando a ideia que a matemática não pode ser somente repassada como uma estrutura operacional, mas, sendo necessário fazer um elo com as fases de abordagem contextual e operacional de forma completa, fazendo com que o aluno não se sinta incapaz de assimilar novos conhecimentos matemáticos, desafiando eles a incorporar uma formação básica de raciocínio lógico-matemático. Segundo Sfard, Anna (1991), a complexidade do raciocínio matemático tem sido um grande desafio e dificuldade que conduz ao fracasso escolar.

A autora ressalta que investigar é um caminho da reflexão das construções e particularidades da matemática, o que pode contribuir com os alunos e diminuir as problemáticas vivenciadas no contexto educacional no que somente é possível se o conhecimento se tornar significativo para os alunos. Portanto, conclui-se que se ligar o conteúdo a realidade envolta do aluno que se propõe conhecer e aprender o assunto, o trabalho conceitual passa a ser sistemático possibilitando o melhor aproveitamento dos conteúdos repassados.

2.3. A METODOLOGIA DE ENSINO PARA O MDC E MMC

A metodologia no ensino dos estudos dos MDC e MMC é ampliar o conhecimento construindo um processo de ensino e aprendizagem do assunto visando a formação básica do aluno, tendo vista que essa parte da matemática representa as noções básicas envolvendo o cotidiano matemático do aluno. Segundo Berbel, Neusi (2011), em relação ao processo metodológico que o professor pode articular para executar um trabalho que tenha abrangência eficaz, torna-se necessário

que busque alternativa para diminuir eventual problemática oriunda de uma transmissão de conhecimento separado da realidade que o aluno vive.

Dessa forma, o professor deve ser um agente motivador, interativo e dinâmico no processo do ensino em sala de aula. Deve buscar meios que venham contribuir para que o aluno não se sinta isolado do conhecimento. Além disso, a prática pedagógica é fundamental como um meio de estimular o aluno para o saber matemático, contribuindo para um melhor desempenho, visto que a metodologia é uma construção de conhecimento coletiva e individual, fazendo-se perceber que para resolver problemas matemáticos é importante ter noções intuitivas, possibilitando a reflexão sobre a existência de propriedades por trás dos problemas e das soluções, contextualizando assim o assunto MMC e MDC.

Por fim, Berbel, Neusi (2011), ressalta ainda que praticar uma metodologia ativa consiste no desenvolvimento do processo de aprendizagem do aluno, visando os conhecimentos reais e simulados das situações cotidianas. Nesse sentido, utilizar o MDC e o MMC em problemas contextualizados constitui numa excelente metodologia de ensino onde o aluno conseguirá compreender melhor o conteúdo, tendo em vista a relação dos problemas com o cotidiano.

2.4. O ENSINO A PARTIR DA CONTEXTUALIZAÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem parte do sentido de se entender que o conteúdo não pode ser simplificado, mas interpretado para refletir sobre os saberes metodológicos de compreender situações cotidianas relacionadas com a realidade vivenciada pelo aluno (AUSUBEL, 2000). Ao tratar da questão de contextualizar, torna-se imprescindível que o educador saiba qual metodologia deverá aplicar para avançar no conhecimento a partir de um processo de ensino que abrange a todos.

Ausubel (2000, p. 4) procura mostrar que o conhecimento deve ser:

O conhecimento é significativo por definição. É o produto significativo de um processo psicológico cognitivo (“saber”) que envolve a interação entre ideias “logicamente” (culturalmente) significativas, ideias anteriores (“ancoradas”) relevantes da estrutura cognitiva particular do aprendiz (ou estrutura dos conhecimentos deste) e o “mecanismo” mental do mesmo para aprender de forma significativa ou para adquirir e reter conhecimentos.

Dessa maneira, para que o educador consiga promover uma aprendizagem significativa, é preciso que seja capaz de desenvolver um conhecimento que esteja atrelado na realidade do aluno que tem como necessidade avançar no conhecimento, e isso somente será possível se o educador articular um ensino que leve em conta a aprendizagem significativa daquele aluno. O educador ao desenvolver um conteúdo, deve ficar atento para as dificuldades que podem surgir por parte da

turma. Rever a metodologia seria uma excelente estratégia para verificar o processo de aprendizagem, caso contrário trará sérios problemas de aprendizagem e causando exclusão (MENDES, 2008, p.32) em alguns alunos.

É preciso que se busque meios que viabilizem a contextualização dos estudos de MDC e MMC no ensino da matemática conforme a realidade do aluno, fazendo-se perceber que todo conhecimento adquirido na matemática seja uma construção significativa de saberes no processo de formação do aluno de acordo com a realidade dele.

3. ESTUDOS DO MDC E MMC

3.1. MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

3.1.1 Definição

Dado dois números **a** e **b** inteiros (\mathbb{Z}) não nulos de forma que **a** ou **b** seja $\neq 0$. Chama-se máximo divisor comum de **a** e **b** o número inteiro positivo **d** ($d > 0$) que satisfaz as seguintes condições:

Notação:

$$d = \text{mdc}(a, b)$$

Definido pelas duas propriedades:

A) $\frac{d}{a}$ e $\frac{d}{b}$ (**d** é divisor comum de **a** e **b**).

B) Se algum $c \in \mathbb{N}$ dividido ambos **a** e **b** então temos também $\frac{c}{d}$.

3.1.2. Primos entre si

Dois números **a**, **b** $\in \mathbb{Z}$ chamam-se relativamente primos (ou primos entre si ou co-primos) se $\text{mdc}(a, b) = 1$.

Por exemplo, $\text{mdc}(3, 4) = 1$, isto é, 3 e 4 são primos entre si.

Outro exemplo: determinando o $\text{mdc}(11, 49)$ se observará que o maior divisor comum entre eles será igual 1, não existindo outro. Logo, pode se dizer que os números 11 e 49 são números primos entre si.

Notação:

$$\text{mdc}(11, 49) = 1$$

3.1.3. MDC de vários inteiros

O conceito de máximo divisor comum, definido para dois inteiros **a** e **b**, estende-se de maneira natural a mais de dois inteiros. No caso de três inteiros **a**, **b** e **c**, não todos nulos, o $\text{mdc}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ é o inteiro positivo **d** ($d > 0$) que satisfaz as condições:

$$\frac{d}{a}, \frac{d}{b} \text{ e } \frac{d}{c}.$$

se

$$\frac{e}{a}, \frac{e}{b} \text{ e } \frac{e}{c}, \text{ então } e \leq d.$$

Assim, por exemplo:

$$\text{mdc}(39, 42, 54) = 3$$

e

$$\text{mdc}(49, 210, 350) = 7$$

Importante notar que três inteiros **a**, **b** e **c** podem ser primos entre si, isto é, o $\text{mdc}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = 1$, sem que sejam primos entre si dois a dois, que é o caso, por exemplo, dos inteiros 6, 10 e 15.

Teorema 5.6: O $\text{mdc}(a, b, c) = \text{mdc}((a, b), c)$

Demonstração:

Com efeito, seja $\text{mdc}(a, b, c) = d$ e $\text{mdc}(a, b) = e$. Então, $\frac{d}{a}$, $\frac{d}{b}$ e $\frac{d}{c}$, e como existem inteiros **x** e **y** tais que $ax + by = e$, segue-se que $\frac{d}{(ax + by)}$ ou $\frac{d}{e}$, isto é, **d** é um divisor comum de **(e)** e **(c)** $\left(\frac{d}{e} \text{ e } \frac{d}{c}\right)$.

3.1.4 MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

3.1.5. Definição

Sejam **a** e **b** inteiros não nulos. Um inteiro positivo **m** é mínimo múltiplo comum de **a** e **b** se, e somente se, satisfaz as seguintes condições:

1) $\frac{a}{m}$ e $\frac{b}{m}$; (**m** é múltiplo de **a** e **b**).

2) Se **c** é um inteiro tal que $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{c}$, então $\mathbf{m} \leq \mathbf{c}$. (**m** é o menor múltiplo comum positivo de **a** e **b**).

Notação: $m = \text{mmc}(a, b)$

Observação: Sejam **a** e **b** inteiros não nulos.

O conjunto $M(a, b)$ dos múltiplos comuns positivos de **a** e **b** é não vazio, pois $|ab| \in M(a, b)$. Assim, pelo *Princípio da Boa Ordem*, $M(a, b)$ possui menor elemento **e**, portanto, o mínimo múltiplo comum de **a** e **b** sempre existe e é único. Além disso, por ser o produto **ab** um múltiplo comum de **a** e **b**, segue-se que $\text{mmc}(ab) = \leq |ab|$.

Em particular, se $\frac{a}{b}$, então o $\text{mmc}(a, b) = |b|$.

Exemplos:

A) $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\}$

B) $M(18) = \{0, 18, 36, 54, 72, 90, \dots\}$

C) $M(12 \cap 18) = \{0, 36, 72, \dots\}$

D) $\text{MMC}(12, 18) = 36$

3.1.6 RELAÇÃO ENTRE MDC E MMC

Teorema: Se **a** e **b** são inteiros nulos, então $\text{mdc}(a, b) \cdot \text{mmc}(a, b) = |ab|$

Demonstração:

Seja $\text{mdc}(a, b) = d$ e $\text{mmc}(a, b) = m$.

Como $\frac{a}{a} \cdot \frac{b}{d}$ e $\frac{b}{b} \cdot \frac{a}{d}$, segue-se que $\frac{ab}{d}$ é um múltiplo comum de **a** e **b**.

Portanto, existe um inteiro positivo **k** tal que $\frac{ab}{d} = mk$, $k \in \mathbb{N}$, o que implica:

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{m}{b}\right) \cdot k \quad \text{e} \quad \frac{b}{d} = \left(\frac{m}{a}\right) \cdot k$$

Isso é, k é um divisor comum dos inteiros $\frac{a}{b}$ e $\frac{b}{d}$. Mas, $\frac{a}{b}$ e $\frac{b}{d}$ são primos entre si, de modo que $k = 1$.

Assim sendo, temos:

$$\frac{ab}{d} = m \quad \text{ou} \quad \frac{ab}{dm}$$

$$\text{Isto é: } ab = \text{mdc}(a, b) \cdot \text{mmc}(a, b)$$

Exemplo:

Determinar $\text{mmc}(24, 14)$.

Pelo algoritmo de Euclides temos que $\text{mdc}(24, 14) = 2$

$$\text{Logo, o } \text{mmc}(24, 14) = \frac{24 \cdot 14}{2} = \frac{336}{2} = 168$$

Corolário:

O $\text{mmc}(a, b) = ab$ se, e somente se, $\text{mdc}(a, b) = 1$ com $a, b \in \mathbb{N}$.

Demonstração:

← Se o $\text{mdc}(a, b) = 1$, então:

$$ab = 1 \cdot \text{mmc}(a, b) = \text{mmc}(a, b)$$

→ Reciprocamente, se o $\text{mmc}(a, b) = ab$, então:

$$\text{mdc}(a, b) \cdot ab = ab \rightarrow \text{mdc}(a, b) = 1.$$

3.1.7 ALGORITMO DE EUCLIDES

3.18. Definição

Dado dois inteiros **a** e **b** não simultaneamente nulos com **a** ou **b** $\neq 0$, desejamos determinar o máximo divisor comum de **a** e **b**.

- 1) Se $a \neq 0$, então $\text{mdc}(a, 0) = |a|$
- 2) Se $a \neq 0$, então $\text{mdc}(a, a) = |a|$
- 3) Se $\frac{b}{a}$, então $\text{mdc}(a, b) = |b|$
- 4) Se **a** não divide **b** e **b** não divide **a**, então $a = bq + r$ e $\text{mdc}(a, b) = \text{mdc}(b, r)$

Nesta condição, aplicando o cálculo para o máximo divisor comum de dois inteiros positivos **a** e **b** é denominado Algoritmo de Euclides.

$$a = bq_1 + r_1, \quad 0 < r_1 < b$$

$$b = bq_2 + r_2, \quad 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = bq_3 + r_3, \quad 0 < r_3 < r_2$$

$$r_2 = bq_4 + r_4, \quad 0 < r_4 < r_3$$

$$r_n = bq_n + r_n, \quad 0 < r_n < r_{n-1}$$

Teorema:

Se $k > 0$, então o $\text{mdc}(ka, kb) = k \cdot \text{mdc}(a, b)$

Corolário:

Para todos $k \neq 0$, o $\text{mdc}(ka, kb) = |k| \cdot \text{mdc}(a, b)$

4. APLICAÇÕES DE MDC E MMC CONTEXTUALIZADOS

Problema 1:

Em uma escola, há 240 alunos nas turmas da 6ª série, 180 alunos nas turmas da 7ª série e 120 nas turmas da 8ª série. Para uma feira de ciências, todos esses alunos serão organizados em grupos com o mesmo número de elementos, sem misturar alunos de séries diferentes. Qual o número máximo de alunos que pode haver em cada grupo?

Solução:

Para determinar, deve-se calcular o $MDC(120,180,240)$. No quadro a seguir:

Quadro 1: Operações de divisibilidade para o cálculo do MDC

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
120 – 180 – 240	2
60 – 90 – 120	2
30 – 45 – 60	2
15 – 45 – 30	2
15 – 45 – 15	3
5 – 15 – 5	3
5 – 5 – 5	5
1 – 1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O máximo divisor comum dos números 120, 180 e 240 é formado pela multiplicação dos números primos em comum representado em negritos no quadro a cima (**Quadro 1**).

$$\text{Portanto, } \text{mdc}(120,180,240) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Logo, pode-se ter em cada grupo no máximo 60 alunos.

Problema 2:

Dois ciclistas percorrem um circuito saindo os dois ao mesmo tempo, do mesmo ponto, e com o mesmo sentido. O primeiro faz o percurso 80 segundos, e o segundo em 60 segundos. Com base nessas informações, depois de quanto tempo os dois ciclistas vão se encontrar novamente no ponto de partida?

Solução

Quer-se saber o menor tempo em que os ciclistas se encontrarão. Para isso, faremos o cálculo do MMC (80,60) dos tempos de cada um deles. Temos que:

Quadro 2: Operações de divisibilidade para o cálculo do MMC

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
60 – 80	2
30 – 40	2
15 – 20	2
15 – 10	2
15 – 5	3
5 – 5	5
1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O MMC de 60 e 80 será a multiplicação dos números primos em fatoração simultânea representado no quadro a cima (**Quadro 2**).

$$\text{Portanto, } \text{mmc}(60, 80) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240.$$

Logo, os ciclistas se encontrarão depois de passados 240 segundos, o que corresponde a 4 minutos, uma vez que $(60 \text{ segundos}) \times 4 = 240 \text{ segundos}$.

Problema 3:

O quadro abaixo (Quadro 3) ilustra os valores nutricionais de dois alimentos, X e Y cujos valores energéticos são, respectivamente 120Kcal e 180Kcal. Determine as porções isocalóricas dos alimentos X e Y.

Solução:

O quadro a seguir (**Quadro 3**), vamos usar para obter o valor do MMC de X e Y.

Quadro 3: Operação para o cálculo de MMC para obtenção de porções de alimentos

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
120 – 180	2
60 – 90	2
30 – 45	2
15 – 45	3
5 – 15	3
5 – 5	5
1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O MMC de 120 e 180 será a multiplicação dos números primos em fatoração simultânea representado no quadro a cima(**Quadro 3**).

Portanto o MMC de X e Y, será: $\text{mmc}(120,180) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$.

Logo, tem-se 3 porções para X e duas porções para Y.

Problema 4:

Um carpinteiro possui quatro(4) pedaços de tábuas de tamanhos 60cm, 120cm, 180cm e 240cm. Determine as medidas que deve ocorrer de modo a não ter perda, tendo todos os pedaços iguais.

Solução:

O quadro a seguir (**Quadro 4**) vamos obter as medidas do MDC.

Quadro 4: Operação para o cálculo de MDC para obtenção das medidas das tábuas

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
60 – 120 – 180 – 240	2
30 – 60 – 90 – 120	2
15 – 30 – 45 – 60	2
15 – 15 – 45 – 30	2
15 – 15 – 45 – 15	3
5 – 5 – 15 – 5	3
5 – 5 – 5 – 5	5
1 – 1 – 1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O máximo divisor comum dos números 60, 120, 180 e 240 é formado pela multiplicação dos números primos em comum representado em negrito no quadro a cima (**Quadro 4**).

$$\text{Logo, o } \text{mdc}(60,120,180,240) = 2.2.3.5 = 60$$

Portanto, a tábua com 60cm não será cortada, pois a mesma já possui a medida ideal. Mas as tábuas com 120cm será cortada duas vezes, 180cm será três vezes e com 240cm será cortada quatro vezes.

Problema 5:

3 pedaços de arame de comprimentos 120m, 210m e 320m devem ser cortados em pedaços de mesmo tamanho (comprimento), de maneira que cada pedaço seja de maior comprimento possível?

Solução:

O quadro a seguir (**Quadro 5**) vamos obter as medidas do MDC.

Quadro 5: Operação para o cálculo de MDC para obtenção das medidas do arame.

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
120 – 210 – 320	2
60 – 105 – 160	2
30 – 105 – 80	2
15 – 105 – 40	2
15 – 105 – 20	2
15 – 105 – 10	2
15 – 105 – 5	3
5 – 35 – 5	5
1 – 7 – 1	7
1 – 1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O máximo divisor comum dos números 120, 210 e 320 é formado pela multiplicação dos números primos em comum representado em negrito no quadro a cima (**Quadro 5**).

Logo, o $\text{mdc}(120,210,320) = 2 \cdot 5 = 10$

Portanto, os arames com as respectivas medidas:

$\frac{120}{10} = 12 \text{ m.}$ Terá 12 pedaços de 10m.

$\frac{210}{10} = 21 \text{ m.}$ Terá 21 pedaços de 10m.

$\frac{320}{10} = 32 \text{ m.}$ Terá 32 pedaços de 10m.

Com um total de 65 pedaços de 10m.

Problema 6:

Uma empresa pretende enviar pacotes de sabonetes de modo a obter o menor número de pacotes possíveis. A empresa possui 150 sabonetes do tipo X, 240 do tipo Y e 300 do tipo Z. Quantos pacotes dos tipos X, Y e Z a empresa deve enviar?

Solução:

O quadro a seguir (**Quadro 6**) pode ser utilizado para obter o MDC.

Quadro 6: Operação para o cálculo de MDC para obtenção a quantidade de sabonetes.

OPERAÇÃO	DIVISIBILIDADE
150 – 240 – 300	2
75 – 120 – 150	2
75 – 60 – 75	2
75 – 30 – 75	2
75 – 15 – 75	3
25 – 5 – 25	5
5 – 1 – 5	5
1 – 1 – 1	

Fonte: Autoria própria

O máximo divisor comum dos números 150, 240 e 300 é formado pela multiplicação dos números primos em comum representado em negrito no quadro a cima (**Quadro 6**).

Portanto, o $\text{mdc}(150, 240, 300) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Logo, os sabonetes do

Tipo X

$$\frac{150}{30} = 5 \text{ pacotes (x)}$$

Tipo Y

$$\frac{240}{30} = 8 \text{ pacotes (y)}$$

Tipo Z

$$\frac{300}{30} = 10 \text{ pacotes (z)}$$

Dessa forma, a empresa deve fazer 30 pacotes, onde há **5** do tipo x, **8** do tipo y e **10** do tipo z.

CONCLUSÃO

Verificou-se a partir do estudo abordado que o MDC e MMC pode trazer uma maior relevância quando o professor utiliza uma metodologia que levem em consideração uma aprendizagem significativa, fazendo uma ênfase com o cotidiano do aluno em situações problemas que aflore a contextualização. Nesse caso, utilizou-se o MDC e o MMC para mostrar de que maneira podem ser aplicados, como foi constatado nos problemas elaborados e resolvidos no contexto desse trabalho.

Outra questão que se procurou mostrar foi a vantagem de que o conteúdo desenvolvido não se restringiu apenas em problemas tecnicistas, mas que procurou aproximar as situações problemas onde o aluno compreendesse o uso da matemática realizada com operações básicas, como a divisibilidade, multiplicação e fatoração de números reais em fatores primos, mostrando uma aprendizagem que o aluno possui do cotidiano. Assim sendo, ao invés de desenvolver o estudo de operações com MDC e MMC, buscou associar o estudo em situações onde o aluno pudesse entender as situações problemas para que tivesse uma melhor compreensão do estudo apresentado. Portanto, para levar a essa metodologia, foram desenvolvidos 6 (seis) problemas que além de ensinar as operações, mostrou-se as situações em que são utilizadas o MDC e MMC.

REFERÊNCIAS:

- ARAUJO, Maria Julieta Ventura Carvalho. **Notas de Aulas: Introdução à Teoria dos Números.** In: FEITOSA, Frederico Sercio, RIBEIRO, Beatriz Casulari da Mota (Colab.), 2016.
- NASCIMENTO, Mauri Cunha do, FEITOSA, Hércules de Araujo. **Elementos da Teoria dos Números,** 2013.
- BERTONE, Ana Maria Amarillo. **Introdução à Teoria dos Números,** UFU, Uberlândia, 2014.
- SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à Teoria dos Números.** Brasília, 1998.
- AIRES, Francisco César. **Introdução à Teoria dos Números,** Ed. UECE, Fortaleza, 2019.
- BEZERRA, Nazaré. **Teoria dos Números: um curso introdutório,** EditRedi, Belém, 2018.
- BOYER, Karl B. **História da matemática.** São Paulo: Edgar Blucher, 1974.
- MILIES, César Polcino; COELHO, Sônia Pitta. **Números: uma introdução à matemática.** 3 ed. São Paulo: Edusp, 2001.
- VILHENA, Rubens Fonseca. **Teoria dos Números.** UEPA, Universidade do Estado do Pará, CCSE, Centro de Ciências Sociais e Educação (Colab.), Belém, 2009.
- BOYER, Carl B. MERZBACH, Uta C; [tradução de Helena Castro]. **História da Matemática.** Ed. Edgard Blucher, São Paulo, 2012.
- SILVA, Terezinha de Medeiros. **A Criatividade no Ensino do M.D.C: atividades práticas para a sala de aula.** Orientador: Prof. Me. Daniel Ecco. 47 f. Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2016. Disponível: <https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/43797/2/TCC%20Terezinha%20de%20Medeiros%20Silva.pdf>. Acesso: 13 de dez de 2021.
- SFARD, Anna. On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on process and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematic,** Londres, n. 22, p. 1-36, 1991.
- BERBEL, Neusi. **As Metodologias Ativas e a Promoção da Autonomia dos Estudantes.** Semina: Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2011.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.** 1ª Edição. Lisboa: Paralelo Editora, 2000.
- MENDES, I. A. **Tendências Metodológicas no Ensino de Matemática.** Volume 41. Belém -PA: Editora da UFPA, 2008.