



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**



**PROJETO ESTRUTURAL DE VIGAS FLEXIONADAS EM CRFA:
RECOMENDAÇÕES DE PROJETO**

Dândaro dos Santos Albuquerque

**Belém - PA
Dezembro/2024**

DÂNDARO DOS SANTOS ALBUQUERQUE

**PROJETO ESTRUTURAL DE VIGAS FLEXIONADAS EM CRFA:
RECOMENDAÇÕES DE PROJETO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de
Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade
Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

**Belém - PA
Dezembro/2024**

DÂNDARO DOS SANTOS ALBUQUERQUE

**PROJETO ESTRUTURAL DE VIGAS FLEXIONADAS EM CRFA:
RECOMENDAÇÕES DE PROJETO**

Belém, 13 de Dezembro de 2024

Prof. Bernardo Nunes de
Moraes Neto
Dr. pela UnB
Orientador

BANCA EXAMINADORA

Prof. Alcebíades Negrão Macêdo (UFPA)
Dr. pela USP

Prof. Elielson Oliveira de Sousa (SEDUC)
Dr. pela UFPA

CONCEITO FINAL: EXC

PROJETO ESTRUTURAL DE VIGAS FLEXIONADAS EM CRFA: RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

Dândaro dos Santos Albuquerque(1)

(1) Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará

RESUMO

Este estudo analisa a viabilidade técnica e econômica do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) como substituto ao concreto armado convencional (CA) para o reforço de vigas estruturais, com enfoque em edificações de pequeno e médio porte. A pesquisa apresenta uma revisão bibliográfica detalhada sobre o comportamento à flexão do CRFA e as diretrizes para projetos estruturais segundo os Estados Limites Últimos (ELU) e de Serviço (ELS) de acordo com o MC10 (2013). Projetos comparativos entre vigas em CA e CRFA foram elaborados para uma edificação-tipo, considerando-se as propriedades mecânicas e os custos dos materiais. Os resultados indicaram que o CRFA, quando dosado adequadamente, pode substituir as armaduras de aço convencionais, proporcionando até 70% de redução no uso de aço, sem comprometer a segurança estrutural. Esse avanço destaca o CRFA como uma solução potencialmente eficaz e econômica para a indústria da construção civil.

Palavras-chave: Concreto, Fibra de aço, Viga, Flexão, Recomendação de projeto.

ABSTRACT

This study examines the technical and economic feasibility of steel fiber-reinforced concrete (SFRC) as a substitute for conventional reinforced concrete (RC) in the structural reinforcement of beams, focusing on small to medium-sized buildings. A comprehensive literature review addresses the flexural behavior of SFRC and structural design guidelines, adhering to the Ultimate Limit States (ULS) and Serviceability Limit States (SLS) according to MC10 (2013). Comparative designs were developed for RC and SFRC beams in a prototype building, assessing mechanical properties and material costs. The findings reveal that SFRC, when appropriately dosed, can replace conventional steel reinforcements, achieving up to 70% steel reduction without compromising structural integrity. This advancement positions SFRC as an efficient and cost-effective solution for the construction industry.

Keywords: Concrete, Steel fibre, Beam, Flexure, Design guideline.

1. INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica do concreto reforçado com fibras (CRF) nas últimas 4 décadas vem atribuindo a esse material uma posição de destaque na indústria da construção civil. Dentre os diferentes tipos de fibras existentes, ressalta-se que as fibras de aço têm sido amplamente utilizadas como reforço nos elementos estruturais em concreto. Desta forma, a presente pesquisa, visa avaliar, sob uma perspectiva teórica, a aplicabilidade das fibras de aço como reforço à flexão em vigas, contribuindo técnico e cientificamente, estabelecendo um estudo que permita discutir o comportamento de vigas flexionadas em concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Além disto, tenciona-se também abordar os aspectos socioeconômicos da pesquisa, avaliando a possibilidade das fibras de aço suprimirem o reforço convencional (barras de aço) do concreto armado, CA, gerando um impacto financeiro, que em uma nova fase da pesquisa, poderá contribuir na tentativa de reduzir o déficit habitacional no município, no estado, no país e até mesmo em países com condições socioeconômicas semelhantes ao Brasil.

Com o presente projeto, almejou-se contribuir ao estudo do CRFA. Para este fim, os aspectos principais da teoria de flexão de vigas reforçadas com fibras de aço foram discutidos. Assim, entendidos os aspectos fundamentais da tecnologia do CRFA, buscou-se aplicar as fibras como o principal mecanismo de reforço para vigas em concreto, buscando-se suprimir parcialmente/totalmente os reforços convencionais das estruturas em concreto armado, as barras de aço.

2. METODOLOGIA

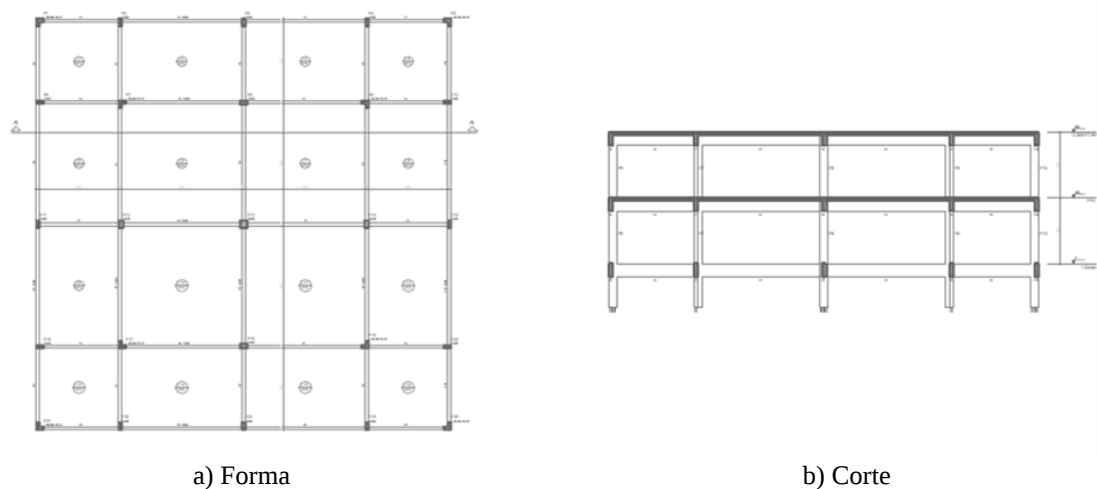
2.1 PERFIL DA EDIFICAÇÃO

Para agora, edificações residências/comerciais de baixo/médio porte foram selecionadas para se julgar o manejo das fibras de aço como reforço principal na elaboração de projetos em concreto. Assim, discussões complexas foram evitadas, como a análise do deslocamento lateral, dos efeitos de segunda ordem, entre outras questões, que governam o projeto de edificações altas. Apresentadas as considerações iniciais, chamou-se a Figura 1 para ilustrar o aspecto da forma e do corte da edificação em estudo.

Avaliando a Figura 1b, percebeu-se que a edificação analisada foi formada por três pavimentos, nomeadamente, TÉRREO, PAVIMENTO 1, identificado por PAV. 1, e

COBERTURA. A diferença de nível entre pavimentos foi de 300 cm, representativo de uma situação trivial. Por conseguinte, o nível do TÉRREO foi 0 cm, do PAV. 1 foi 300 cm e da COBERTURA foi 600 cm. Ainda que tenha sido proposta uma edificação com três pavimentos, a Figura 1a revelou não haver escadas nessa edificação, impossibilitando, então, o acesso entre os pavimentos. Essa decisão foi proposital, pois aqui, preferiu-se por projetar uma edificação fictícia, representativa de uma arquitetura real, mas sem as suas exigências de funcionalidade, como a existência de escadas, elevadores, reservatórios, entre outros quesitos.

Figura 1: Apresentação da edificação



Fonte: Autor

2.2 SELEÇÃO DOS MATERIAIS

A estrutura dessa edificação foi composta por 25 pilares, 10 vigas e 16 lajes. Antes, o número de vigas e lajes foi apontado por pavimento, sendo que somente os pavimentos PAV. 1 e COBERTURA tiveram lajes. Para identificar certas características dos elementos estruturais, a Tabela 1 foi apresentada. Nessa tabela, vale explicar que o vão dos pilares figuraram as suas alturas, seguindo, nessa ordem, a identificação das alturas dos pavimentos TÉRREO/PAV. 1/COBERTURA. Prosseguindo, no que concerne ao vão das vigas, comunica-se que os valores apresentados, 400/600 cm, indicaram a variação dos vãos. Por fim, as lajes, onde se utilizou a coluna Tipo para informar a natureza das lajes, maciça, e a coluna *Dimensão* para informar a sua espessura. A coluna *vão* das lajes seguiu a mesma ideia apresentada para as vigas.

Tabela 1: Características dos elementos estruturais

Elemento	ID	Seção transversal		Vão (cm)
		Tipo	Dimensão (cm)	
Pilares	P1=P5=P21=P25=P7=P9=P17=P19	L	15x15x35x35	100/300/300
	P2=P3=P4=P6=10=P11=P15=P16=P20=P22=P23=P24	Retangular	15x35	100/300/300
	P8=12=P14=P18	Retangular	20x35	100/300/300
	P13	Retangular	35x35	100/300/300
Vigas	V1=V2=...=V9=V10	Retangular	15x60	400/600
Lajes	L1=L2=...=L15=L16	Maciça	12	400/600

Fonte: Autor

Para trabalhar de maneira realista no que diz respeito à seleção dos materiais, investiu-se em uma caracterização real para diferentes tipos de concretos. A classe de resistência adotada foi a C30, isto é, f_{ck} = resistência característica à compressão do concreto (resistência medida em cilindros) = 30 MPa para ambos os concretos, sem e com fibras. O consumo de fibras, C_f , variou em 45, 60 e 75 kg/m³, além do concreto de referência, $C_f = 0$ kg/m³. A fibra de aço utilizada foi *DRAMIX 3D 65/60 BG*, com conformação *hooked-end*, l_f = comprimento da fibra = 60 mm, d_f = diâmetro da fibra = 0,9 mm e f_{uf} = resistência à tração = 1100 MPa. Os materiais constituintes e as dosagens usadas foram mostrados na Tabela 2. Finalmente, informa-se que as barras de aço usadas nos projetos das vigas, elementos investigados, também foram caracterizadas. Os resultados dessas caracterizações foram comentados na sequência.

Tabela 2: Materiais constituintes e dosagens dos concretos

Materiais	Dosagens (kg/m ³)			
	CF0	CF45	CF60	CF75
Cimento (CPII-E32)	380,00	380,00	380,00	380,00
Areia (mod. finura = 2,12 e massa espec. = 2,6 kg/dm ³)	695,68	695,68	695,68	695,68
Brita 0 (diâm. máximo = 12,5 mm)	1021,55	1021,55	1021,55	1021,55
Água	203,48	203,48	203,48	203,48
Aditivo (MC-PowerFlow 1180)	0,00	0,35	0,69	0,87
Fibras (DRAMIX 3D 65/60 BG)	0,00	45,00	60,00	75,00

Fonte: Autor

3. RESULTADOS

3.1 MATERIAIS

Na caracterização da resistência à compressão, as recomendações do RILEM TC 148-SSC (1997) e do RILEM TC 148-SSC (2000) foram usadas. Aqui, três corpos de prova cilíndricos, diâmetro = 15 cm e altura = 30 cm, foram ensaiados axialmente. Na caracterização da resistência à tração na flexão, as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2002) foram usadas

somente nos CRFA. No último ensaio se buscou o registro da relação *tensão-CMOD*, *f-CMOD*, com base no ensaio de flexão em três pontos em prismas entalhados (*CMOD* = *Crack Mouth Opening Displacement*). Nessa pesquisa, três prismas, com seção transversal $b_p \times h_p = 15 \times 15$ cm² e comprimento = $L_b = 55$ cm, foram manuseados. Na seção central dos prismas, que coincidiu com o ponto de carregamento, P_p , um entalhe, e_p , com 2,5 cm foi providenciado. Desse modo, as tensões $f = (3/2) \cdot P_p \cdot L_p / [b_p \cdot (h_p - e_p)^2]$ foram calculadas. O resumo dessa caracterização foi mostrado na Tabela 3. Nessa tabela, *ID* = identificação dos concretos, $f_{c,m}$ = resistência média à compressão do concreto, f_{LPk} = resistência correspondente ao limite de proporcionalidade do CRFA, $f_{R1,m}$ = resistência residual à tração na flexão para *CMOD* = 0,5 mm e $f_{R3,m}$ = resistência residual à tração na flexão para *CMOD* = 2,5 mm. Nesse enquadramento, a tensão f_{LPk} foi a resistência correspondente ao maior registro de tensão f para *CMOD* ≤ 0,05 mm.

Tabela 3: Caracterização dos concretos

ID	Compressão	Tração da flexão		
	$f_{c,m}$ (MPa)	$f_{LP,m}$ (MPa)	$f_{R1,m}$ (MPa)	$f_{R3,m}$ (MPa)
CF0	28,72±1,51	-	-	-
CF45	28,20±0,66	3,28±0,65	3,44±0,32	5,51±0,19
CF60	28,10±1,74	4,79±0,37	6,95±0,01	9,61±0,32
CF75	29,32±1,83	4,66±2,13	7,38±2,46	10,07±1,16

Fonte: Autor

No ensaio de flexão, o MC10 (2013) classifica a resistência residual do CRFA a partir do identificador $F_{R1}R_{R3/R1}$, onde F_{R1} informa, a partir de um número inteiro, o valor da resistência f_{R1k} e $R_{R3/R1}$ informa, a partir de um caractere alfabético, a razão f_{R3k}/f_{R1k} . Para esse código alfabético, têm-se: $R_{R3/R1} = a$, se $0,5 \leq f_{R3k}/f_{R1k} < 0,7$; $R_{R3/R1} = b$, se $0,7 \leq f_{R3k}/f_{R1k} < 0,9$; $R_{R3/R1} = c$, se $0,9 \leq f_{R3k}/f_{R1k} < 1,1$; $R_{R3/R1} = d$, se $1,1 \leq f_{R3k}/f_{R1k} < 1,3$; e $R_{R3/R1} = e$, se $f_{R3k}/f_{R1k} \geq 1,3$. Desse modo, o CRFA classificado, por exemplo, em $4c$, tem f_{R1k} variando entre 4 e 5 MPa e a razão f_{R3k}/f_{R1k} pertencente ao intervalo $0,9 \leq f_{R3k}/f_{R1k} < 1,1$. Na Tabela 3, as tensões foram apresentadas a partir dos seus valores médios, com a formatação $MED \pm DP$, onde MED = média aritmética e DP = desvio padrão.

Desse modo, baseado nos resultados da Tabela 3, preferiu-se projetar as vigas em CRFA com as propriedades apontadas nos concretos CF60 e CF75, os quais tiveram respostas próximas. Decidiu-se, por simplificação, trabalhar o valor característico igual ao valor médio.

Assim, o concreto com fibras usado no projeto das vigas em CRFA apresentou $f_{ck} \approx f_{c,m} \approx 30$ MPa, $f_{LPk} \approx f_{LP,m} \approx 4,5$ MPa, $f_{R1k} \approx f_{R1,m} \approx 7$ MPa e $f_{R3k} \approx f_{R3,m} \approx 10$ MPa, classificando-o, segundo o MC10 (2013), em um concreto reforçado com fibras de aço da classe C30-7e, onde o valor 30 revelou a classe de resistência, 7 designou o valor de f_{R1k} e a letra *e* exprimiu que $f_{R3k}/f_{R1k} > 1,3$. Por fim, com o intuito de facilitar as análises referentes à supressão dos reforços do CA, na Tabela 4 foram apresentadas relações específicas ao assunto. Esses indicadores foram esclarecidos a seguir. De qualquer forma, do exposto, pôde-se concluir que o CRFA selecionado viabilizou a possibilidade de eliminar as armaduras das vigas do projeto em CA.

Tabela 4: Recomendações do MC10 (2013) referentes à supressão do reforço convencional

Balizadores	Descrição	Resultados	Status
$f_{R1k}/f_{LPk} > 0,4$	Condição mínima para suprimir, parcialmente ou	1,56	OK
$f_{R3k}/f_{R1k} > 0,5$	totalmente, os reforços do CA	1,43	OK
$f_{Ftk}(w=1,5) > 0,08 \cdot (f_{ck})^{0,5}$	Condição mínima para suprimir totalmente os reforços transversais	3,42 > 0,44	OK

Fonte: MC10 (2013)

Para finalizar essa abordagem, informa-se que as barras de aço usadas nos projetos das vigas, elementos investigados, também foram caracterizadas, conforme sugere a ISO 15630-1 (2019), ver Tabela 5. Nessa tabela, $f_{s,y}$ = tensão de escoamento, $\varepsilon_{s,y}$ = deformação correspondente à tensão $f_{s,y}$, $f_{s,u}$ = tensão última, $\varepsilon_{s,u}$ deformação correspondente à tensão $f_{s,u}$ e E_s = módulo de elasticidade do aço. A formatação da apresentação dos resultados seguiu igual se comentou antes. Para realizar esses ensaios, três barras de aço compuseram as amostras para os diferentes diâmetros usados.

Tabela 5: Caracterização do aço dos reforços convencionais

Diâmetro (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	E_s (GPa)
5,0	739,91±12,53	4,81±0,18	810,60±6,97	20,43±1,22	219,24±7,22
6,3	695,43±31,07	4,43±0,11	853,34±45,97	36,31±5,24	198,11±0,83
10,0	574,61±18,87	3,69±0,12	764,61±11,18	80,79±2,30	189,47±5,12
12,5	523,53±17,71	3,73±0,52	726,48±15,84	92,65±15,41	222,14±42,60
16,0	567,71±17,71	3,20±0,10	579,60±4,43	- ^(a)	206,85±16,39

^(a) Informação não registrada.

Fonte: Autor

3.2 PROJETO EM CA

O software AltoQi EBERICK foi utilizado para a modelagem e análise estrutural, seguindo as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014). No modelo estrutural, os pilares e vigas foram

modelados como elementos de barra, enquanto as lajes foram representadas por grelhas com malhas de aproximadamente 20x20 cm², com variações leves para mais/menos. O engaste conectou os elementos de barra, definindo também as condições de apoio do modelo. As lajes receberam bordas apoiadas nas sem continuidade e bordas engastadas nas com continuidade. Para uma edificação fictícia, as ações foram selecionadas para incorporar características residenciais/comerciais. As vigas de todos os pavimentos, incluindo a COBERTURA, foram solicitadas por carga de alvenaria, com largura de 15 cm, altura de 300 cm e peso específico de 13 kN/m³. Nas lajes, as ações consideradas foram: acidental = 3 kN/m² e revestimento = 1 kN/m². O peso dos elementos estruturais foi computado pelo próprio programa, com o peso específico do concreto armado de 25 kN/m³. A ABNT NBR 6120 (2019) foi consultada para a ponderação das ações, sendo desconsideradas devido às dimensões do projeto.

Para o dimensionamento, conforme dito, a classe de resistência do concreto foi C30. Para mais, a estrutura foi considerada imersa na Classe II de agressividade ambiente. Por conseguinte, o cobrimento, c_{cob} , das fundações, pilares e vigas foi 3 cm e o cobrimento das lajes foi 2,5 cm. Para os reforços, por ora, todas passivas, aços CA-50 e CA-60 foram trabalhados. O dimensionamento dos elementos estruturais, tanto à flexão, como ao cisalhamento, seguiu as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014). Por questões práticas, admitiu-se, para as barras de aço em geral, $f_{s,y} = 550$ MPa e $E_s = 210$ GPa. Relativamente à segurança da estrutura, comenta-se que alguns estados limites últimos, ELU, e de serviço, ELS, foram averiguados. Para os ELUs, certificou-se o equilíbrio da estrutura, admitindo-a como corpo rígido, e o esgotamento da sua capacidade resistente. Para os ELS, os deslocamentos excessivos e as aberturas das fissuras foram analisados.

O ELU relativo ao equilíbrio da estrutura foi conseguido na fase de modelagem/processamento da edificação. Comenta-se, oportunamente, que no processamento do modelo estrutural, o efeito da não linearidade física foi ponderado de maneira aproximada, simplesmente reduzindo a rigidez à flexão dos pilares e vigas em 0,8 e 0,4, respectivamente. Nas lajes, a redução dessa rigidez foi de 0,3. Essa última redução, porém, não foi considerada na análise da estrutura. O esgotamento da resistência dos elementos estruturas foi afirmado, porém, conforme dito, os cálculos não foram pormenorizados aqui. Para o ELS de deslocamento excessivo, citou-se, por ora, apenas a rigidez à flexão, $E_c \cdot I$, considerada na determinação da flecha imediata, ver Eq. 1. Sendo, E_c = módulo de elasticidade tangente/inicial do concreto e I = momento de inércia. Em Eq. 1, $E_{c,sec}$ = módulo de elasticidade secante do concreto, I_0 = momento de inércia da seção

íntegra, não fissurada, I_{II} = momento de inércia da seção fissurada, na extensão correspondente à estabilização das fissuras (estádio II), m_{cr} = momento de fissuração do concreto e m_{cri} = momento crítico na seção considerada. Esses parâmetros não foram detalhados nessa apresentação.

Relativamente à flecha diferida no tempo, admitiu-se, por simplificação, a consideração do parâmetro $\alpha_f = [\zeta(t) - \zeta(t=t_0)] / (1 + 50 \cdot \rho_{s,n})$, com $\zeta(t) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32}$ para $t \leq 70$ meses e $\zeta(t) = 2$ para $t > 70$ meses. Na expressão de α_f , t = tempo, em meses, que se deseja o valor da flecha diferida, t_0 = tempo, em meses, em que a carga de longa duração é aplicada e $\rho_{s,n}$ = taxa de reforço negativa = $A_{s,n} / (b \cdot d)$, ver Figura 3. O deslocamento limite foi fixado em $L/250$, correspondente a deslocamentos visíveis em elementos estruturais, com L = vão da viga. A ponderação das flechas imediatas e diferidas no tempo, foram calculadas a partir de Eq. 1.

$$E_c \cdot I = \begin{cases} E_{c,sec} \cdot I_0 & \text{para } m_{cri} \leq m_{cr} \\ E_{c,sec} \cdot \left\{ I_0 \cdot \left(\frac{m_{cr}}{m_{cri}} \right)^3 + I_{II} \cdot \left[1 - \left(\frac{m_{cr}}{m_{cri}} \right)^3 \right] \right\} & \text{para } m_{cri} > m_{cr} \end{cases} \quad \text{Eq. 1}$$

Para o ELS de abertura das fissuras, w_{CA} , a expressão Eq. 2 foi manuseada. Agora, $\phi_{s,i}$ = diâmetro da barra i que protege a sua respectiva área de envolvimento, $A_{env,i}$, η_{cs} = parâmetro associado à conformação superficial da barra $i = 2,25$ (barras nervuradas), $f_{s,i}$ = tensão na barra i (estádio II), $E_{s,i}$ = módulo de elasticidade do aço da barra i , $\rho_{env,i}$ = taxa de reforço da barra i em relação à área $A_{env,i} = A_{s,i} / A_{env,i}$, com $A_{s,i} = 0,25 \cdot \pi \cdot (\phi_i)^2$. A abertura limite de 0,3 mm foi considerada para a Classe II de agressividade ambiente.

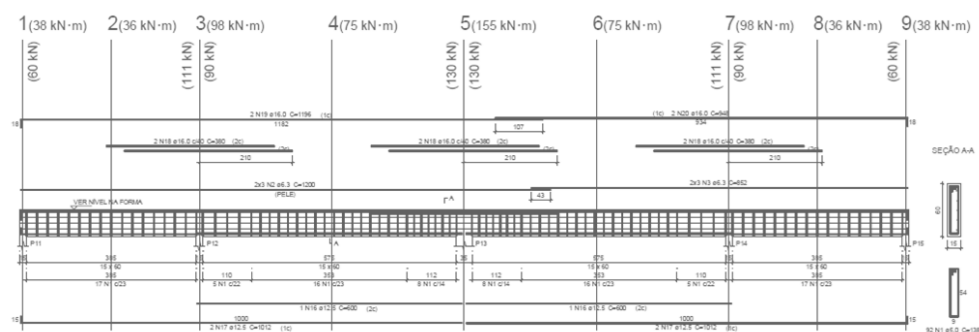
$$w_{CA} = \frac{\phi_{s,j}}{12,5 \cdot \eta_{cs}} \cdot \frac{f_{s,j}}{E_{s,j}} \cdot \min \left(\frac{3 \cdot f_{s,j}}{f_{ct,m}}; \frac{4}{\rho_{env,j}} + 45 \right) \quad \text{Eq. 2}$$

Na sequência, a Figura 2 apontou o aspecto final do projeto das vigas V3=V8 do pavimento PAV. 1, que foi, inclusive, igual ao do pavimento COBERTURA, figurando, ao fim, a viga mais solicitada dessa estrutura. De um modo geral, comunica-se que a apresentação, tanto da forma, como do detalhamento das vigas, foi a mesma para os pavimentos PAV. 1 e COBERTURA. Na Figura 2, eixos verticais, numerados de 1 até 9, correspondem aos esforços solicitantes dessa viga, junto com os momentos solicitantes de cálculo (em parênteses). Além desses, nos eixos concorrentes aos apoios, exprimiram os esforços cortantes de cálculo. Nesse instante, importa comentar que as armaduras sugeridas pelo programa de cálculo não foram

totalmente aceitas, uma vez que uma organização subsecutiva foi realizada para favorecer a praticidade da execução. Então, por conta dessa manobra, as armaduras negativas nos eixos 3 e 5, por exemplo, foram as mesmas, ainda que os seus momentos fletores tenham sido diferentes. Nesse instante, todos os ELUs foram atendidos.

Prosseguindo a exploração da Figura 2, revela-se que as maiores flechas também aconteceram nas vigas V3=V8, próximo aos eixos 4 e 6. Nesse quesito, informa-se que a flecha elástica foi quase 0,5 cm, porém, para atender o ELS de deslocamento excessivo, a flecha ponderada correspondeu à soma das flechas imediata, 0,40 cm, calculada a partir da rigidez equivalente, ver Eq. 1, e diferida no tempo, 0,35 cm, por conta da fluência. Dessarte, a flecha final dessas vigas foi, aproximadamente, 0,75 cm, bem menor que o limite exigido em projeto, $L/250 = 2,4$ cm (L = vão da viga = 6 m). Para comentar sobre o atendimento do ELS de abertura das fissuras, anuncia-se que a abertura estimada crítica foi 0,13 mm, próximo aos eixos 2 e 8, e o limite foi 0,3 mm (Classe II de agressividade ambiente). Vale recordar que essa verificação aconteceu na extensão de estabilização das fissuras, que correspondeu ao estágio II. Para conhecer a consumação por pavimento e no projeto em CA, na sua totalidade, a Tabela 6 foi introduzida.

Figura 2: Detalhe das vigas V3=V8 do projeto em CA



Fonte: Autor

Tabela 6: Consumo de material no projeto das vigas em CA.

Pavimento	Elemento estrutural	Consumo		
		Concreto (m ³)	Forma (m ²)	Aço (kg)
TÉRREO	Vigas	18,13	272,03	945,00
PAV. 1	Vigas	18,13	272,03	1509,00
COBERTURA	Vigas	18,13	272,03	1509,00
Consumo total do projeto em CA:		54,39	816,09	3963,00

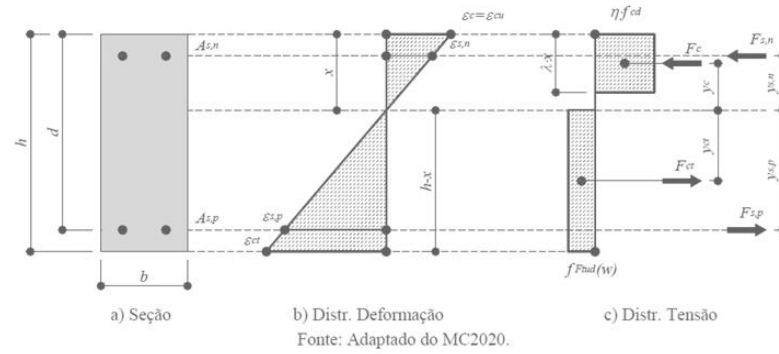
Fonte: Autor

3.3 PROJETO EM CRFA

O modelo estrutural comentado antes, concebido no *software* AltoQi EBERICK, também foi empregado nos projetos em CRFA. Dessa forma, assegurou-se, de imediato, o ELU referente ao equilíbrio da estrutura. Observando, novamente, a Figura 1a, pôde-se perceber que todas as vigas estavam apoiadas em pilares, sendo quaisquer esforços de torção nas vigas mínimos. O mesmo aconteceu com os esforços axiais. Ao fim, as vigas foram projetadas à flexão somente, *id est*, à ação dos momentos fletores e esforços cortantes. Para possibilitar esses cálculos, planilhas foram preparadas. A seguir, as ideias fundamentais empregadas nessas planilhas foram compartilhadas. Oportunamente, vale ressaltar, especificamente a leitura das flechas, uma vez que os efeitos de segunda ordem foram descartados aqui, que o autor reconheceu a dissemelhança entre as rigidezes à flexão fissuradas das peças em CA e CRFA. Por conseguinte, as metodologias usadas nas verificações de segurança do projeto reforçado com fibras de aço foram mais bem detalhadas a seguir.

Avançando, mostrou-se na Figura 3 o modelo utilizado no projeto à flexão das vigas em CRFA. Nessa figura, b = largura, h = altura efetiva, d = altura útil, $A_{s,p}$ = área da armadura positiva/tracionada, $A_{s,n}$ = área da armadura negativa/comprimida, x = linha neutra, ε_i = componentes de deformação, f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto, $f_{Ftud}(w)$ = resistência de cálculo residual última do CRFA, F_i = resultantes de força e y_i = braços de alavanca. Assim, após o equilíbrio ter sido alcançado, $\Sigma F_i = 0$, por meio de um processo iterativo, o momento de cálculo resistente pôde ser determinado, $m_{Rd} = \Sigma F_i \cdot y_i$. Adicionalmente, importa esclarecer a resistência $f_{Ftud}(w)$, w = abertura da fissura, sendo mais bem detalhada na sequência. Para definir o bloco de compressão do concreto, os parâmetros $\eta = 0,8$ e $\lambda = 1,0$ foram manuseados, visto que a classe de resistência adotada para o corrente projeto, C30, foi menor que 50 MPa. Para analisar a resistência das peças, vigas e lajes, ao cisalhamento, o MC10 (2013) sugeriu manusear a expressão Eq. 3. Nessa equação, γ_c = coeficiente de ponderação do concreto à compressão = 1,4, k = fator de escala = $1 + (200/d)0,5 \leq 2,0$ (d em mm), $\rho_{s,p}$ = taxa de armadura positiva/tracionada = $A_{s,p}/(b \cdot d)$ e f_{ctk} = resistência característica à tração direta do concreto = $0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$ (para $f_{ck} \leq 50$ MPa).

Figura 3. Modelo de flexão do MC10 (2013)

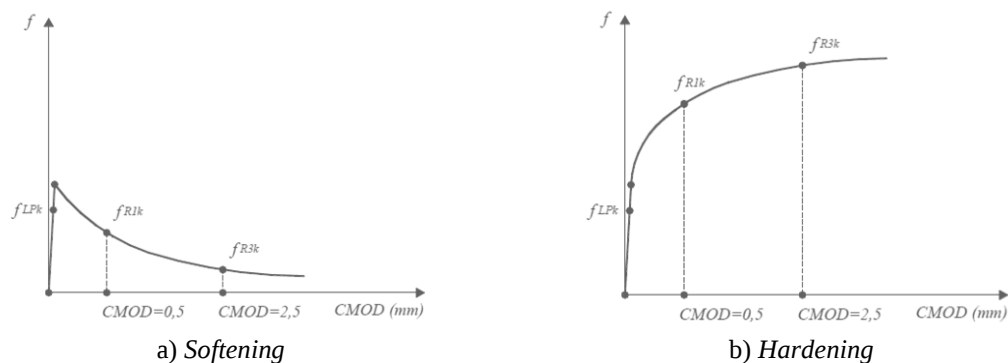


Fonte: MC10 (2013)

$$v_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left[\rho_{s,p} \cdot \left(1 + 7,5 \cdot \frac{f_{Fud}(w)}{f_{ctk}} \right) \cdot f_{ck} \right]^{1/3} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 3}$$

Do exposto, pôde-se perceber que um parâmetro fundamental no projeto das vigas e lajes reforçadas com fibras de aço foi a resistência $f_{Fud}(w) = f_{Ftuk}(w)/\gamma_{ct}$, sendo γ_{ct} = coeficiente de ponderação do CRFA à tração = 1,5. Segundo o MC10 (2013), essa resistência pode ser trabalhada a partir de duas leis constitutivas. A primeira opção considera uma lei perfeitamente plástica, onde $f_{Ftuk}(w) = f_{R3k}/3$, independentemente do valor de w . Além dessa, tem-se também a lei linear, onde $f_{Ftuk}(w) = 0,45 \cdot f_{R1k} - (w/2,5) \cdot (0,65 \cdot f_{R1k} - 0,5 \cdot f_{R3k})$. Aqui, vale comunicar que a lei linear foi operada para determinar as resistências $f_{Ftuk}(w)$. Nesse enquadramento, as verificações da resistência m_{Rd} foram determinadas usando $w = 2,5$ mm em $f_{Ftu}(w)$ e, nas verificações de v_{Rd} , usou-se $w = 1,5$ mm. Relativamente à resposta do concreto reforçado com fibras de aço, publica-se que ao fim dos ensaios de caracterização à tração na flexão, ou seja, os ensaios de flexão em três pontos em prismas entalhados citados antes, o CRFA pode exprimir comportamento residual, i.e., pós-fissura, *softening*, com amolecimento, ou *hardening*, com endurecimento, ver Figura 4.

Figura 4: Esquema da resposta do CRFA à tração na flexão



Fonte: Autor

No que respeita à possibilidade de suprimir as armaduras do CA, recorda-se, novamente, que o MC10 (2013) sugere essa prática somente quando a resposta f -CMOD residual do CRFA atender às condições $f_{R1k}/f_{LPk} > 0,4$ e $f_{R3k}/f_{R1k} > 0,5$. Adicionalmente aos balizadores susoditos, revela-se que o projeto de elementos estruturais reforçados exclusivamente por fibras de aço só é aceitável se o CRFA apresentar resposta residual *hardening* e atender $f_{max} \leq f_{Ftuk}(w)/\gamma_{ct}$, sendo f_{max} = tensão principal máxima (tração).

Para as vigas, quando a intenção for suprimir as armaduras transversais somente, eliminando, inclusive, a exigência da taxa mínima, o CRFA deve assegurar $f_{Ftuk}(w) \geq 0,08 \cdot (f_{ck})^{0,5}$, com f_{ck} em MPa. Nas últimas análises envolvendo $f_{Ftuk}(w)$, $w = 1,5$ mm. Quando a supressão total da armadura transversal não for possível, a resistência ao cisalhamento propiciada por essa armadura, $v_{Rsd,w}$, pode ser verificada igual às peças em CA, ver Eq. 4. Nessa expressão, $A_{s,w}$ = área da armadura transversal, s_w = espaçamento, eixo-eixo, da armadura transversal (instalada na vertical), $z = y_c + y_{s,p}$ (ver Figura 3), $f_{syd,w}$ = tensão de cálculo da armadura transversal (escoamento) e θ = ângulo da biela comprimida (variando entre 30 e 45 °). Por questões de simplificação, aceita-se, também, $z = 0,9 \cdot d$.

$$v_{Rsd,w} = \frac{A_{s,w}}{s_w} \cdot z \cdot f_{syd,w} \cdot \cot \theta \quad \text{Eq. 4}$$

Com a tenção de assegurar o ELS de deslocamento excessivo das vigas em CRFA, o MC10 (2013) sugeriu uma análise não linear da seção transversal do elemento estrutural avaliado, revelando, assim, a sua relação *momento-curvatura*, $m-\phi$. Nessa conjuntura, tanto a rigidez íntegra, não fissurada, $(E_c \cdot I)_0$, como a rigidez fissurada, $(E_c \cdot I)_{cr}$, puderam ser identificadas e, logo, manuseadas nos cálculos das flechas imediatas. Nessa abordagem, usou-se $(E_c \cdot I)_0$ quando $m_{sd} = m_{cri} \leq m_{cr}$ e $(E_c \cdot I)_{cr}$ quando $m_{sd} = m_{cri} > m_{cr}$. Para consolidar esse fim, o *software* DOCROS, *Design Of Cross Sections*, foi trabalhado. Sem pormenorizar a sua metodologia, esse *software* discretizou as seções transversais das vigas em camadas e, na sequência, cada camada recebeu uma lei constitutiva, relações *tensão-deformação* correspondentes, ou, ao concreto comprimido/tracionado, ou, ao aço das armaduras, também, comprimido/tracionado. Adequadamente, importa recordar que nesse estudo as flechas em pauta não foram de fato calculadas, mas disponibilizadas pelo programa de cálculo.

Para testificar o ELS de abertura das fissuras das vigas em CRFA, w_{CRFA} , reforçadas, também, por barras de aço, ou seja, $\rho_s > 0$, o MC10 (2013) recomendou a expressão Eq. 5, onde $\rho_{s,ef} =$

taxa de reforço efetivo = $A_s/A_{c,ef}$, $A_{c,ef}$ = área efetiva de concreto (porção tracionada), $\tau_{b,m}$ = tensão interfacial média concreto-armadura = $1,8 \cdot f_{ct,m}$, $f_{s,cr}$ = tensão na armadura na seção fissurada, sem considerar o concreto no entorno e $f_{s,cr0}$ = tensão máxima na armadura na seção fissurada (extensão de formação da fissura, estágio I) = $(f_{ct,m} - 0,45 \cdot f_{R1,m}) \cdot [1 + (E_s/E_c) \cdot \rho_{s,p}] / \rho_{s,ef}$. No que concerne à área efetiva do concreto, comenta-se que $A_{c,ef} = b \cdot \min[2,5 \cdot (h-d); (h-x)/3]$ para vigas. Essa última abordagem, contudo, não pôde ser aplicada aos casos de supressão total da armadura convencional, isto é, $\rho_s = 0$. Para essa condição específica, usou-se, simplesmente, $w_{CRFA} = \varphi \cdot (h-x)^2$, onde φ = curvatura correspondente ao momento m que se deseja avaliar a abertura das fissuras. Finalmente, vale comentar que na verificação dos ELS das vigas reforçadas com fibras, adotaram-se os mesmos limites impostos para as vigas em CA, no que importa ao deslocamento excessivo e à abertura das fissuras.

$$w_{CRFA} = 2 \cdot \left(c_{cob} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_{s,ef}} \cdot \frac{f_{ct,m} - 0,45 \cdot f_{R1,m}}{\tau_{b,m}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} \cdot (f_{s,cr} - 0,6 \cdot f_{s,cr0}) \quad \text{Eq. 5}$$

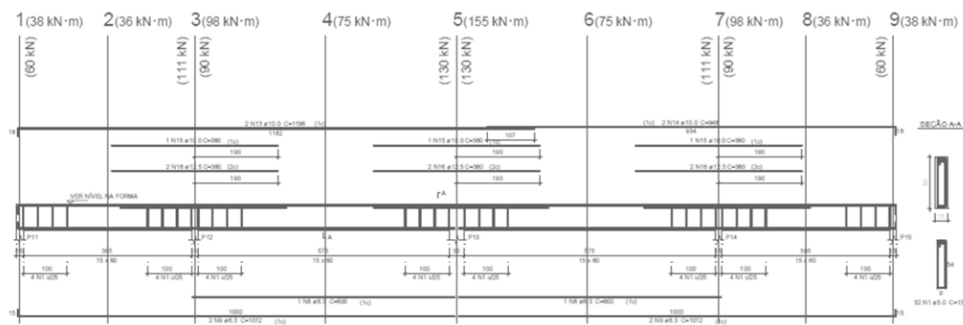
As vigas mais críticas da presente edificação foram, mais uma vez, utilizadas como guia para as discussões, vigas V3=V8 dos pavimentos PAV. 1 e COBERTURA. O detalhamento dessas peças foi apontado na Figura 5. Ressalta-se que essa manobra, isto é, admitir a resposta da análise estrutural da edificação em CA para a edificação em CRFA, só pôde ser praticada, pois os efeitos de segunda ordem foram descartados. Nesse enquadramento, os esforços solicitantes foram avaliados a partir da configuração indeformada da estrutura.

Considerando relevante a análise de segunda ordem, o modelo em CA só poderia ser diretamente aproveitado no projeto em CRFA se houvesse equivalência entre as rigidezes das peças em CA, $(E_c \cdot I)_{CA}$, e em CRFA, $(E_c \cdot I)_{CRFA}$. Se a similitude não fosse confirmada, *i.e.*, $(E_c \cdot I)_{CRFA} \neq (E_c \cdot I)_{CA}$, porém, com $(E_c \cdot I)_{CRFA} > (E_c \cdot I)_{CA}$, o emprego da análise estrutural da edificação em CA continuaria válido, pois esse cenário seria favorável à segurança. Não obstante, se $(E_c \cdot I)_{CRFA} < (E_c \cdot I)_{CA}$, análises estruturais distintas deveriam ser realizadas.

Para o momento, inicia-se comunicando que o ELU de equilíbrio foi satisfeito na etapa de modelagem/processamento e o reconhecimento das capacidades resistentes das vigas foi determinado na etapa de dimensionamento, onde se assegurou $m_{Rd} > m_{Sd}$, por meio do modelo mostrado na Figura 3, e $v_{Rd} > v_{Sd}$, manuseando a expressão Eq. 3. No tocante às armaduras longitudinais, importa anunciar que, de um modo geral, os mecanismos de reforços providos pelas fibras de aço e barras de aço foram trabalhados conjuntamente, promovendo-se, ao fim,

supressões parciais dessas armaduras convencionais. Diferentemente aconteceu na determinação dos reforços transversais, que poderiam ter sido totalmente eliminados. Apesar dessa possibilidade, no detalhamento das vigas, preferiu-se sugerir a instalação de alguns estribos na proximidade dos pilares, não para favorecer a resistência das vigas, mas para beneficiar as ligações *viga-pilar*. Complementando o relato anterior, comunica-se que as fibras de aço do CRFA também viabilizaram a exclusão plena dos reforços de pele. Para assegurar essa última condição, usou-se, simplesmente, a expressão $w_{pel,i} = \varphi \cdot (d_{pel,i} - x)^2$, com $w_{pel,i}$ = abertura da fissura associada a barra i do reforço de pele, $d_{pel,i}$ = distância do eixo da barra i do reforço de pele à face mais comprimida na seção da viga. A medição $d_{pel,i}$ correspondeu à altura útil d , medida a partir do eixo do reforço principal positivo/tração $A_{s,p}$, ver Figura 3. Um exemplo desse cenário foi mostrado no detalhamento das vigas V3=V8, ver a Figura 5.

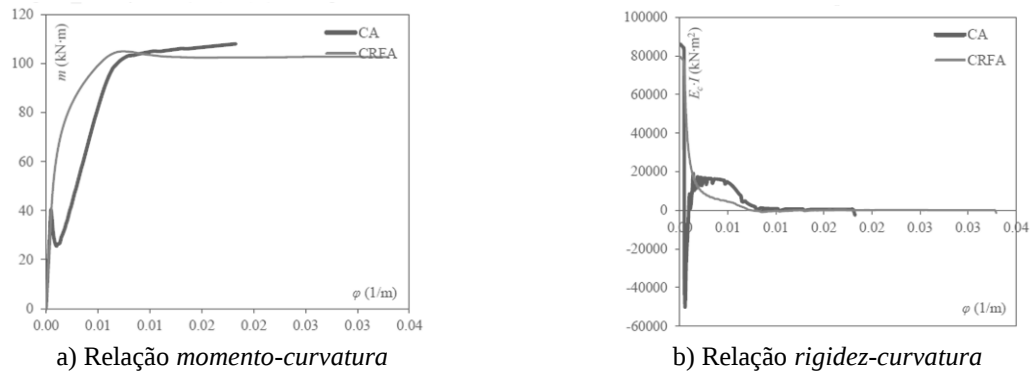
Figura 5: Detalhe das vigas V3=V8 do projeto em CRFA



Fonte: Autor

A discussão acerca do ELS de deslocamento excessivo foi fundamentada, conforme dito, no diagrama *momento-curvatura*. A Figura 6a contrapõe as relações *momento-curvatura* das seções transversais das vigas V3=V8 em CA e em CRFA dos pavimentos PAV. 1 e COBERTURA referentes aos eixos 4 e 6, ver Figuras 2 ou 5. Os eixos 4 e 6 foram selecionados pois constituíram as regiões críticas quanto às flechas. Com essa providência, jugou-se acerca do ELS de deslocamento excessivo. Vale frisar que na elaboração desse gráfico, os coeficientes de ponderação dos materiais foram unitários e se trabalhou com o módulo de elasticidade tangente do concreto, E_c .

Figura 6: Parâmetros usados nas verificações de ELS das vigas V3=V8 em CA e CRFA.



Fonte: Autor

A Figura 6b mostrou a relação *rigidez-curvatura* das vigas V3=V8. Por questões práticas, a Tabela 7 agrupou somente as rigidezes íntegras e fissuradas das vigas em CA e em CRFA relativas às seções transversais críticas às flechas. Nessa tabela, analisando a coluna $(E_c \cdot I)_{cr}/(E_c \cdot I)_0$, percebeu-se a paridade/superioridade das vigas em CRFA, no quesito rigidez, comparativamente às vigas em CA. Agora, contrapondo as rigidezes das vigas em CRFA e as suas vigas correspondentes em CA, tanto as rigidezes íntegras, $[(E_c \cdot I)_{CRFA}/(E_c \cdot I)_{CA}]_0$, como as fissuradas, $[(E_c \cdot I)_{CRFA}/(E_c \cdot I)_{CA}]_{cr}$, pôde-se perceber que $[(E_c \cdot I)_{CRFA}/(E_c \cdot I)_{CA}]_0 > 0,9$ e $[(E_c \cdot I)_{CRFA}/(E_c \cdot I)_{CA}]_{cr} \in [1-2]$. Com base nesses resultados, afirmou-se quanto à possibilidade de utilizar a análise estrutural da edificação em CA no projeto das vigas em CRFA. Ademais, concluiu-se que se o programa de cálculo estrutural atestou a verificação do ELS de deslocamento excessivo para as vigas em CA, essa verificação foi bem mais garantida para as vigas em CRFA. Nessa apresentação, as rigidezes íntegras foram examinadas nos trechos de formação das fissuras, onde $m < m_{cr}$ e as rigidezes fissuradas foram analisadas nos segmentos referentes à estabilização das fissuras.

Tabela 7: Rigidezes íntegra e fissurada das vigas em CA e CRFA

Material	Pavimento	ID	$(E_c \cdot I)_0$ (kN·m ²)	$(E_c \cdot I)_{cr}$ (kN·m ²)	$(E_c \cdot I)_{cr}/(E_c \cdot I)_0$
CA	TÉRREO PAV. 1/COBERTURA	V1=...=V10	78589,26	6755,98	0,09
		V1=V5=V6=V10	79971,26	6737,19	0,08
		V2=V4=V7=V9	83941,05	15660,81	0,19
		V3=V8	86098,11	15938,34	0,19
CRFA	TÉRREO PAV. 1/COBERTURA	V1=...=V10	77223,11	14186,72	0,18
		V1=V5=V6=V10	77223,11	14186,72	0,18
		V2=V4=V7=V9	79028,61	16332,18	0,21
		V3=V8	79028,61	16332,18	0,21

Fonte: Autor

Para comentar sobre o ELS de abertura das fissuras das vigas V3=V8, as peças mais solicitadas da edificação, novamente, trabalhou-se a expressão $w_{CRFA} = \varphi \cdot (h-x)^2$ na extensão de estabilização das fissuras. No julgamento de $w_{CRFA,est} = 0,16$ mm, manuseou-se $\varphi \approx 1,350 \cdot 10^{-6}$ 1/mm, curvatura correspondente ao momento $m = 67,90$ kN·m, e $x = 255,97$ mm. Essa abertura de fissura foi analisada na proximidade dos eixos 2 e 8, ver Figura 5. Sabendo que o limite da abertura das fissuras foi 0,3 mm, atestou-se, então, a presente verificação. A consumação da viga mostrada na Figura 5 foi 1,81 m³ de concreto, 27,20 m² de forma, 20,3 kg de aço CA-50 e 6,8 kg de aço CA-60. Ao fim, o projeto dessa viga em CRFA possibilitou uma economia de aproximadamente 70 % no consumo de aço. A consumação total das vigas dessa edificação foi revelada na Tabela 8.

Tabela 8: Comparação do consumo de material no projeto das vigas em CA e CRFA.

Elemento estrutural	Pavimento	Consumo		
		Concreto (m ³)	Forma (m ²)	Aço (kg)
Viga em CA	TÉRREO	18,13	272,03	945,00
	PAV. 1	18,13	272,03	1509,00
	COBERTURA	18,13	272,03	1509,00
Consumo total do projeto em CA:		54,39	816,09	3963,00
Viga em CRFA	TÉRREO	18,13	272,03	271,80
	PAV. 1	18,13	272,03	482,80
	COBERTURA	18,13	272,03	482,80
Consumo total do projeto em CRFA:		54,39	816,09	1237,40
Economia no consumo (%)		0,0	0,0	68,78

Fonte: Autor

4. CONCLUSÕES

Os resultados demonstraram que o reforço proporcionado pelas fibras de aço, quando adequadamente dosado, é eficiente para atuar como principal mecanismo de resistência em vigas de concreto. A metodologia proposta mostrou-se prática e eficaz para atender simultaneamente aos requisitos de ELU e ELS. Além disso, verificou-se uma redução significativa de quase 70% no consumo de aço, destacando o potencial do CRFA como alternativa viável e sustentável ao concreto armado convencional.

Diante disso, comprova-se que o uso do CRFA pode oferecer vantagens relevantes, tanto técnicas quanto econômicas. É essencial, no entanto, que haja maior incentivo financeiro por parte das empresas da construção civil para fomentar estudos contínuos sobre essa tecnologia, ampliando sua aplicabilidade e desenvolvimento.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ACI 544.1R-96. (1996 – Reapproved 2002). *State-of-the-art report on fiber reinforced concrete*. Reported by ACI Committee 544, American Concrete Institute.

GOUVEIA, N.D.; FERNANDES, N.A.G.; FARIA, D.M.V.; RAMOS, A.M.P.; LÚCIO, V.J.G. (2014). *SFRC flat slabs punching behaviour – Experimental research*. Composites: Part B, V. 63, pp. 161-171.

ASTM C1609/C1609M. (2019). *Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading)*. American Society for Testing and Materials.

BARAN, E.; AKIS, T.; YESILMEN, S. (2012). *Pull-out behavior of prestressing strands in steel fiber reinforced concrete*. Construction and Building Materials, V. 28, pp. 362-371.

BARROS, J.A.O.; LOURENÇO, L.A.P.; SOLTANZADEH, F.; TAHERI, M. (2013). *Steel fibre reinforced concrete for elements failing in bending and in shear*. Advances in Concrete Construction, V. 1, N. 1, pp. 1-27.

BARROS, J.A.O.; MORAES NETO, B.N.; MELO, G.S.S.A.; FRAZÃO, C.M.V. (2015). *Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach*. Composites Part B, V. 78, pp. 8-25.

CEB-FIP. Fib Model Code 2010. (2012). *Model Code 2010*. Fédération Internationale du Béton (FIB), Final draft, V. 2, Bulletin 65.

CHUN, B.; YOO, D.-Y. (2019). *Hybrid effect of macro and micro steel fibers on the pullout and tensile behaviors of ultra-high-performance concrete*. Composites Part B, V. 162, pp. 344-360.

DING, X.; LI, C.; LI, Y.; LU, Y.; SONG, C.; ZHAO, S. (2018a). *Experimental and numerical study on stress-strain behavior of self-compacting SFRC under uniaxial compression*. Construction and Building Materials, V. 185, pp. 30-38.

ISO 15630-1 (2019). *Steel for the reinforcement and prestressing of concrete - Test methods - Part 1: Reinforcing bars, wire rod and wire*. International Standard, Third edition.

EN 12350-3. (2019). *Testing fresh concrete. Vebe test*. Comité Européen de Normalisation (CEN).

RILEM TC 148-SSC. (1997). *Strain-softening of concrete in uniaxial compression. Test methods for the strain-softening response of concrete*, Materials and Structures, V. 30.

RILEM TC 148-SSC. (2000). *Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression. Strain softening of concrete - Test methods for compressive softening*, Materials and Structures, V. 33.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Bending test: Final recommendation. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete*, Materials and Structures, V. 35.

RILEM TC 162-TDF. (2003). *Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ Design method, Final recommendation*. Materials and Structures, V. 36.

TEIXEIRA, M.D.E.; BARROS, J.A.O.; CUNHA, V.M.C.F.; MORAES NETO, B.N.; VENTURA GOUVEIA, A. (2015). *Numerical simulation of the punching shear behavior of self-compacting fibre reinforced flat slabs*. Construction and Building Materials, V. 74, pp. 25-36.