Universidade Federal do Pará
Campus Universitário de Castanhal
Faculdade de matemática
Curso de licenciatura em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso

Proposta de uma sequência de atividades do Desmos para o ensino de função afim

---

Ewerton Fanuel da Silva Farias

Castanhal
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

D111p da Silva Farias, Ewerton Fanuel.
Proposta de uma Sequência de Atividades do Desmos para o Ensino de Função Afim / Ewerton Fanuel da Silva Farias. — 2023.
vii,51 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Valdelírio da Silva E Silva
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal, Faculdade de Matemática, Castanhal, 2023.

1. Ensino de Matemática. 2. Função Afim. 3. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. 4. Desmos. I. Título.

CDD 370.71

Proposta de uma sequência de atividades do Desmos para o ensino de função afim

Graduação
07/2018 – 12/2023

Submissão 16/11/2023
Defesa 28/11/2023
Versão Final 21/12/2023

Universidade Federal do Pará
Campus Universitário Castanhal
Faculdade de matemática
Curso de licenciatura em Matemática

Ewerton Fanuel da Silva Farias

ewertonsilvafarias22@gmail.com
Graduando da Licenciatura em Matemática
UFPA-Castanhal

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valdelírio da Silva e Silva
Orientador

Prof. M. Eng. José Geraldo Gonçalves da Silva
Membro Facmat – UFPA/Castanhal

Prof. Romário Silva Duarte
Membro externo – SEDUC/Pará

Epígrafe

“A matemática é a linguagem na qual Deus escreveu o universo” Galileu Galilei.

Resumo

O presente trabalho mostra uma sequência de atividades do Desmos para o ensino de função afim, com ênfase em oferecer aos estudantes um conhecimento robusto dos princípios vinculados a esse conteúdo, ao mesmo tempo em que aprimoram suas aptidões para resolver problemas e fortalecer a capacidade de pensar criticamente. São expostos os conceitos gerais de função afim, e em seguida as atividades em ordem crescente de exigências de conhecimento, com a maioria delas interativas, dispondo para, o que achamos ser, aprendizagem mais significativa que de métodos tradicionais; pelo simples fato de agrupar em pouco espaço, tópicos diversos do assunto, e contemplando competências e habilidades contidas na BNCC para o ensino de matemática.

Palavras-chave: Função Afim. Ensino de Matemática. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Desmos.

Abstract

The present text shows a sequence of Desmos activities for teaching affine function, with an emphasis on offering students a robust knowledge of the principles linked to this content, while improving their skills to solve problems and strengthen their ability to think critically. The general concepts of this functions are exposed, and then the activities in ascending order of knowledge requirements, with most of them interactive, providing for, what we think is, more meaningful learning than traditional methods; for the simple fact of grouping in a small space, different topics of the subject, and contemplating skills and abilities contained in the BNCC for teaching mathematics.

Keywords: Affine Function; Teaching Mathematics; Digital Information and Communication Technologies; Educational Technologies; Desmos.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

A matemática é uma disciplina que está presente em praticamente todas as áreas da vida moderna, desde a física, engenharia, economia, até ciências sociais. Para compreender a importância da disciplina em diferentes campos de conhecimento, é necessário entender sua contextualização. Segundo Ricardo et al. (2005), a contextualização da matemática é a aplicação da sua teoria em situações reais, levando em consideração os aspectos históricos, sociais, culturais e tecnológicos de cada época e local. Esta contextualização permite que os alunos compreendam a relevância da matemática em suas vidas cotidianas, além de incentivar o interesse pela disciplina e desenvolver habilidades de resolução de problemas; pois ao trazer o problema matemático para o contexto real, o aprendizado se torna mais significativo e os estudantes podem observar como os conceitos podem ser relacionados em suas vidas.

Por outra perspectiva, a contextualização também pode ajudar a superar a aversão de alguns alunos à disciplina, pois existem estudantes que acreditam que ela é uma matéria difícil em sua aprendizagem e sem aplicação prática fora da sala de aula. Esta aversão pode desencorajar a procura de esclarecimento de dúvidas relacionadas a determinado assunto, gerando uma "bola de neve de dúvidas" cada vez maior. No entanto, com método contextualizado, eles podem perceber sua importância, deixando o assunto mais atraente. Como afirma Ricardo et al. (2005), a contextualização permite que os alunos entendam a matemática diferentemente de uma disciplina isolada, mas como uma ferramenta que pode ser aplicada em diferentes contextos históricos, sociais, culturais e tecnológicos próximos a eles.

Com o uso da tecnologia, existe a possibilidade de incluir problemas contextualizados em atividades interativas como o que se pode fazer na plataforma Desmos. Por isso essa plataforma que destinamos o estudo de funções afim, explorando atividades já construídas no Desmos com objetivo de aumentar e melhorar o entendimento do assunto com recursos interativos, compondo ao final uma proposta de atividades para o ensino desse assunto.

A escolha da função afim foi de suma importância para este trabalho, pois ela desempenha um papel significativo no cotidiano das pessoas, mesmo que muitas vezes não nos atentamos a sua presença. Esta matéria é fundamental em diversos contextos práticos! Ela permite modelar situações de como calcular o custos de uma simples corrida de táxi, lucros e receitas em negócios, o planejamento de trajetos em viagens, o controle de velocidade em movimentos uniformes, entre outros. Ou seja, compreender a importância da função afim no cotidiano dos alunos permite uma maior capacidade de interpretação do problema proposto nas atividades e, por consequência, sua resolução de forma até intuitiva em alguns casos.

A respeito do Desmos, é uma plataforma que permite, dentre outras opções de utilizações, a visualização e manipulação interativas de gráficos matemáticos em tempo real em dispositivos como computadores, *tablets* e *smartphones*. Ele também pode promover a colaboração e a discussão entre os alunos, que podem compartilhar suas descobertas, discutir estratégias de resolução de problemas e comparar seus resultados. Esse diferencial irá ajuda a desenvolver habilidades de comunicação e raciocínio lógico; enquanto os alunos constroem conhecimento coletivamente. Dessa forma, a união da plataforma com o ensino da função afim permite que os alunos explorem diferentes perspectivas e possibilitam conciliar o conhecimento teórico e tradicional com a utilização do recurso digital; já que a manipulação de elementos da função é facilitada com apenas alterações dos elementos dinâmicos, o que não pode ser realizado com tanta agilidade em aulas tradicionais com quadro e pincel, por exemplo. Com isso, é notório que a plataforma proporciona uma abordagem mais abrangente em tempo inferior de aulas com o recursos interativos no ensino de função. A integração entre teoria e tecnologia busca ampliar as possibilidades de aprendizado e tornar a matemática mais envolvente, prática e relevante para os estudantes, preparando-os para os desafios e aplicações do mundo contemporâneo que vem a cada dia evoluindo mais rápido.

Esta proposta de sequência de atividades para o ensino de função afim com páginas interativas no Desmos tem como objetivo primordial fornecer aos alunos uma compreensão sólida dos conceitos relacionados a essa função matemática e desenvolver suas habilidades de resolução de atividades e pensamento crítico, capacitando-os a identificar, descrever e interpretar funções em diferentes contextos. Além disso, em segundo plano e não menos importante, busca-se promover a autonomia e a interação dos alunos com a tecnologia no meio educacional, aproveitando as vantagens oferecidas pela plataforma através de suas atividades/jogos dinâmicos que aborda diferentes conceitos dentro do assunto de função afim.

Entre os objetivos específicos dessa proposta, podemos citar:

- Compreender o conceito de função polinomial do primeiro grau e suas características, como coeficiente angular e coeficiente linear, e interpretar seu significado gráfico e em diferentes contextos.

- Resolver atividades/jogos envolvendo funções polinomiais do primeiro grau, utilizando estratégias como a demonstração de tabelas e gráficos.

- Realizar atividades interativas na plataforma Desmos, como construir gráficos, analisar dados, modificar parâmetros e testar diferentes valores, a fim de investigar as propriedades e comportamentos destas funções.

- Mostrar, com a disponibilidade de uso do painel de controle, que se pode avaliar o progresso dos alunos por meio de atividades de acompanhamento, fornecendo *feedback* imediato, para um grupo de alunos ou individualmente.

Com isso, esses objetivos têm como finalidade auxiliar os alunos a construir um conhecimento mais significativo sobre a função afim, utilizando o ambiente virtual como uma ferramenta facilitadora de ensino e aprendizagem síncrona ou assíncrona de uma classe.

1 Embasamento Teórico

Graças aos grandes pensadores que contribuíram significativamente em suas obras, hoje podemos desfrutar, entre outros vários campos do conhecimento, o ensino da matemática em diferentes abordagens, como a teoria construtivista de Jean Piaget (1950), que valoriza a construção ativa do conhecimento e pensamento critico dos alunos, respeitando as diferenças individuais; a teoria sociocultural com Vygotsky (1978), que destaca a influência do contexto social e a interação entre os alunos que revolucionou a maneira como entendemos o processo de aprendizado e desenvolvimento cognitivo das crianças que influenciou a prática educacional em todo o mundo; temos também a teoria das inteligências múltiplas de Gardner, Chen & Moran (2009), que reconhece a diversidade de habilidades dos alunos, onde desafia a visão tradicional de que a inteligência se limita a habilidades acadêmicas específicas. Com bases nesses pilares de perspectivas teóricas, se usadas de maneira inteligente pelos professores atualmente, irá gerar um ensino matemático mais significativo, estimulando a reflexão, a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades matemáticas essenciais e, além do mais, resultará numa melhor preparação do aluno para os desafios da vida, seja ela acadêmica ou em outros trabalhos que exija o pensamento critico e/ou raciocínio lógico para resolver alguma situação extraordinária, por exemplo.

Nos dias atuais, com a facilidade de se utilizar *smartphones*, *tablets* e computadores, os jovens desta geração estão cada vez mais sendo instigados e inseridos no meio das tecnologias de forma natural, assim como se atualizando em seus avanços dia a dia. Isso faz com que, fora desta realidade, poucas coisas atraiam os jovens dessa geração. Essa realidade não é diferente dentro de uma sala de aula e os professores devem usar estratégias para usar as tecnologias para chamar a atenção de seus estudantes e relacionar elas com a matemática; com a intenção ainda de não incorrer na apresentação de conteúdo pronto, sem produção de reflexão sobre os elementos que se deseja ensinar; pois, de acordo com DAmbrósio (1997, p. 3)

> a aula pode não se tornar atrativa para o aluno, isso quase sempre, devido à metodologia inadequada utilizada pelo professor em sala de aula. Acabar

> com a curiosidade do aluno dando-lhe respostas definitivas, antes mesmo de dar espaço para questionar sobre o assunto que está sendo estudado é um dos motivos que leva ao desinteresse por parte do aluno e frustração ao professor (DAMBRÓSIO, 1997).

Reforçando, ressalta Balancho & Coelho (2001 apud LOPES, 2016) é necessário que o aluno seja seduzido com o plano de aula que o professor irá passar no início da disciplina, uma boa apresentação desperta a curiosidade e, assim, terá um encaminhamento possivelmente proveitoso no final.

Segundo Silva, Mariano & Finardi (2018, p. 5) quando se refere a parcialidade do uso das tecnologias, ressalta que;

> [...] é fato que o acesso a calculadoras, computadores e outros elementos tecnológicos já é uma realidade para parte da população, embora ainda muito pequena. Pode, a princípio, parecer esse recurso, o mais distante da educação para o pensar, mas se o objetivo é formar habilidades para despertar a criticidade do aluno, esse recurso é profícuo no intento de ensinar-lhes a "selecionar", refletir e questionar as informações veiculadas pelo computador [...] (SILVA; MARIANO; FINARDI, 2018)

Ao tratar do uso das tecnologias para o ensino-aprendizagem das ideias de função, Rego, Gomes & Andrade (2000, p. 76) apontam que;

> [...] as principais vantagens dos recursos tecnológicos, em particular o uso de computadores, para o desenvolvimento do conceito de funções seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador nas tarefas de resolução de problemas. A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitude profundas uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas ideias e conceitos e menos nos algoritmos. (REGO; GOMES; ANDRADE, 2000)

1.1 Referencial teórico

Para almejar o objetivo dessa proposta de sequência didática para o ensino de função afim com atividades no Desmos será necessário que se assuma uma metodologia no formato qualitativo com a modalidade de pesquisa ação para investigação, com o intuito de verificar de que maneira essa união, disciplina e tecnologia, contribui para o processo da educação. Assim, ao final pretende-se nortear futuras pesquisas para responder à seguinte pergunta: quais as vantagens que essa proposta trouxe para melhorar o ensino-aprendizado de função afim?

Neste contexto, ao discutir as características da pesquisa qualitativa,Creswell et al. (2007 apud AUGUSTO, 2014) chama atenção para o fato de que;

> Na perspectiva qualitativa, o ambiente natural é a fonte direta de dados e o pesquisador, o principal instrumento [...]. Além disso, o autor destaca que a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto, ou seja, o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar “como” ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas. Outro aspecto é que a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo a pesquisa qualitativa é emergente em vez de estritamente préconfigurada[...]Creswell et al. (2007 apud AUGUSTO, 2014)

Ou seja, a pesquisa qualitativa tende a seguir uma abordagem conduzida, o que significa que a análise dos dados é guiada pelas informações coletadas ao longo da pesquisa, ao invés de ser pré-determinada de antemão. Isto é, os pesquisadores exploram os dados de forma aberta e flexível, permitindo que padrões e teorias surjam naturalmente durante o processo de análise, assim as descobertas e interpretações são desenvolvidas ao longo do estudo.

Com isso a pesquisa qualitativa é mais adequada para essa proposta, pois busca compreender e melhorar as experiências e aprendizado atribuídos aos participantes e observado pelo professor ao longo do trabalho de pesquisa, permitindo analisar e modificar o método de ensino e/ou atividades a qualquer momento, se necessário. Com outras palavras, com essa abordagem, será possível analisar as percepções, os desafios enfrentados e as potencialidades percebidas pelos estudantes ao interagirem com as atividades propostas no Desmos. Logo, a pesquisa vai se reajustando em busca do ensino ideal a cada dia.

Assim, Creswell et al. (2007), ainda acrescenta que “a pesquisa qualitativa é um tipo de pesquisa no qual o pesquisador explora e descreve as complexidades de uma situação social, buscando compreender o significado que as pessoas atribuem a ela.”

Por outro lado, nos procedimentos facilitadores de resolver problemas, tem-se os de pesquisa–ação, cujos autores Koerich et al. (2009, p. 2) dizem que

> Pesquisa–ação visa fornecer aos pesquisadores e grupos sociais os meios de se tornarem capazes de responder com maior eficiência aos problemas da situação em que vivem, em particular sob a forma de estratégias de ação transformadora e, ainda, facilitar a busca de soluções face aos problemas para os quais os procedimentos convencionais têm contribuído pouco.(KOERICH et al., 2009)

Ao adotar a pesquisa–ação, os pesquisadores colaboram ativamente com os membros da comunidade ou grupo social em estudo, envolvendo-os no processo de pesquisa e promovendo sua participação ativa na busca de soluções. Essa abordagem busca superar as limitações dos métodos convencionais, que muitas vezes oferecem respostas insuficientes ou pouco eficazes para os problemas reais enfrentados pelas pessoas. Pois, o objetivo da pesquisa-ação é ir além da compreensão teórica dos problemas e fornecer estratégias concretas de ação transformadora - no nosso caso é melhorar o ensino de função afim.

Ainda se referindo a essa colaboração entre pesquisador e membro do grupo que faz parte da pesquisa Melo, Filho & Chaves (2016) acrescenta que

> a pesquisa-ação é importante a análise dos recursos com a participação de todos nela envolvidos. Assim, a produção do diagnóstico e do planejamento é uma oportunidade de participação coletiva. Ao final do processo, é realizada a análise dos resultados produzidos pela ação, que tem quatro momentos: verificar os resultados produzidos pela ação, avaliando se o que foi atingido está de acordo com as expectativas do grupo; proporcionar aos planejadores uma oportunidade de aprender, ou seja, de obter uma nova compreensão geral do problema; servir de base para o planejamento adequado do próximo passo e servir de referência para a modificação do plano originalmente estabelecido. (MELO; FILHO; CHAVES, 2016)

Nessa pesquisa, as atividades interativas da plataforma serão desenvolvidas com o intuito de promover a compreensão e o entendimento do conceito de função, visando melhorar o aprendizado dos alunos nesse assunto específico. Um aspecto importante na escolhas dessas atividades é a fácil compreensão, em algumas delas com historia e animação. Portanto, além de adotar uma abordagem que explora as múltiplas representações dessa disciplina, também tem a intenção proporcionar situações em que os estudantes possam identificar a presença do conteúdo em ações do dia a dia, como em uma corrida de táxi, por exemplo. Essa proposta contribuirá para tornar o conteúdo mais relevante e significativo para os alunos, facilitando a sua compreensão e aplicabilidade em lugares extraescolares. Por conta disto, a plataforma Desmos será utilizada como recurso facilitador do aprendizado destes estudantes.

Contudo, essa metodologia, que valoriza a conexão entre o conteúdo matemático e a realidade dos alunos, pode contribuir para um aprendizado mais significativo e uma maior motivação dos estudantes em relação ao estudo de função afim, assim concretizará o real objetivo proposto nesse trabalho de conclusão de curso.

Por outra perspectiva da pesquisa-ação, tanto o pesquisador quanto os sujeitos da pesquisa ampliam seus conhecimentos por meio dessa metodologia de pesquisa. Nossa abordagem é orientada para a o ensino e resolução de atividades, assim como motivada pelo desejo de mudança no cenário atual da forma que esta disciplina é ministrada, neste caso aperfeiçoando o ensino e aprendizado. No contexto do ensino desta disciplina e o uso do Desmos, esses princípios podem ser aplicados da seguinte maneira:

Ao utilizar a plataforma como ferramenta no ensino, o pesquisador e os sujeitos da pesquisa têm a oportunidade de explorar e experimentar diferentes representações dessa função. Essa interação com a plataforma permite uma compreensão mais profunda do conceito e suas propriedades, além de facilitar a análise e interpretação das respostas de cada atividade abordada.

Durante o uso da ferramenta virtual com base no processo de pesquisa-ação dos professores, os participantes são incentivados a desenvolver habilidades específicas, como a interpretação de gráficos, a construção de tabelas de valores e a manipulação algébrica de expressões. O uso do Desmos como uma ferramenta facilitadora possibilita que os alunos desenvolvam essas habilidades de forma mais envolvente e prática, promovendo uma aprendizagem ativa.

Além disso, a pesquisa-ação incentiva a vontade de aprender e o compromisso com a mudança do cenário educacional em questão. Isso pode ser observado quando os alunos se envolvem ativamente nas atividades propostas no software, explorando diferentes casos, testando hipóteses e refletindo sobre os resultados. Esse engajamento fortalece o processo de absorvição do conteúdo e motiva os alunos a buscar soluções para as atividades que serão apresentadas e monitoradas pelo professor via plataforma.

1.2 Competências e habilidades de matemática e suas Tecnologias com relação ao Ensino de função afim

Associado ao procedimento de pesquisa-ação mencionado acima temos na legislação uma aliado nas orientações para escolha de atividades com os nossos propósitos. Tal auxílio são as competências e habilidades listadas na BNCC (Base Nacional Comum Curricular), que a seguir são destacadas àquelas associadas ao ensino médio associadas à possibilidade de uso de tecnologia.

Mas antes de mostrar as competências e suas habilidades vale ressaltar a importância dos recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem, pois, de acordo com a BNCC, no Ensino Médio, o ensino da Matemática e suas aplicações por meio da tecnologia devem garantir que os alunos adquiram essas habilidades específicas. Portanto, reconhecer a importância do uso de tecnologias digitais e/ou aplicativos é fundamental nessa etapa de ensino. Esses recursos desempenham um papel crucial tanto na exploração de conceitos matemáticos quanto na continuação do desenvolvimento do pensamento computacional, que foi iniciado em etapas anteriores da educação.

Com o intuito de mostrar a importância e legitimação do ensino de função afim e a possibilidade de associação de recursos tecnológicos para o ensino de matemática, destacamos da BNCC três competências específicas de matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio e, em decorrência delas, como foi dito, serão destacadas, também, as habilidades presentes em cada uma que melhor se enquadra com o nosso objetivo. Veja a seguir:

- Terceira competência: “Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente".

Habilidades:
(EM13MAT301) "Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais".

(EM13MAT302) "Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais".

- Quarta competência: "Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemática (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas".

  Habilidade:
  (EM13MAT401) "Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica".

- Quinta competência: "Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas".

  Habilidade:
  (EM13MAT510) "Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada".

2

O Desmos

Aqui mostramos uma introdução sobre o *software* escolhido, bem como as principais ferramentas utilizadas nas aplicações das atividades. Na sequência mostrarei brevemente sobre a existência da *Computation Layer*(CL) (ou camada de computação, em tradução livre), uma ferramenta para a criação de atividades. Tais atividade serão relatadas mais a frente e terão suas aplicações em um capítulo próprio, portanto, busca-se aqui contextualizar a estrutura escolhida.

O Desmos (2023) é uma plataforma virtual *online* que oferece diversas ferramentas educacionais gratuitas para professores e alunos. Sua interface amigável, flexível e capacidade de navegar em atividades interativas é ideal para explorar e ensinar conceitos matemáticos de uma forma lúdica. Ele pode ser baixado para diversos dispositivos, assim como sua entrada ou cadastro é através da conta *Google*, *Apple* ou com o *e–mail*. No entanto, vamos enfatizar a utilidade do *Classroom* (Sala de Aula); uma ferramenta voltada para o professor editar, criar ou simplesmente utilizar atividades já prontas e destinar para uma turma que será criada, tudo dentro do *software*.

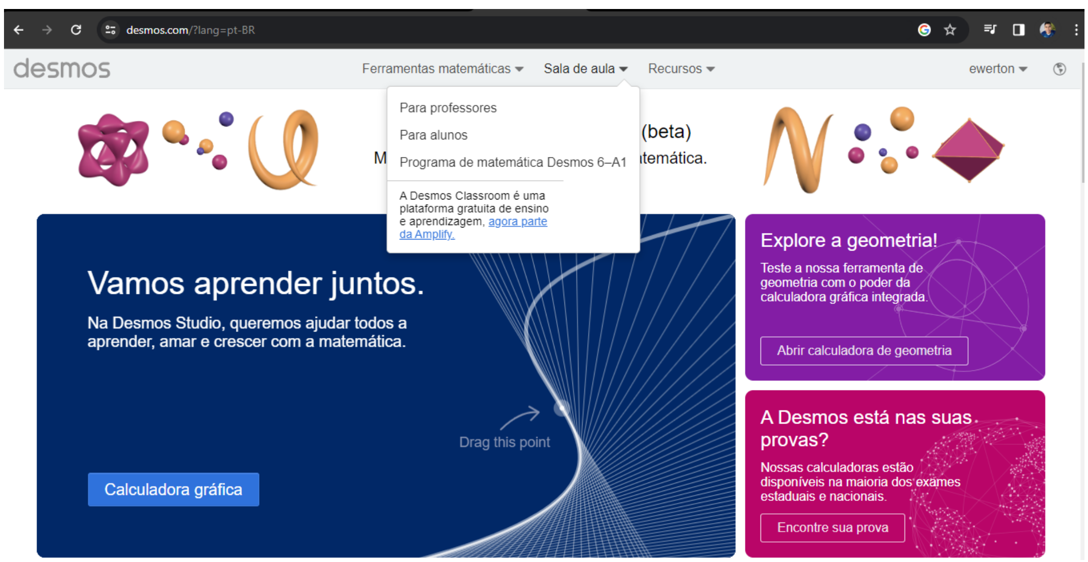
Figura 2.1: Ferramentas matemáticas

Fonte: Captura obtida pelo autor em ferramentas do desmos

A figura 2.1 é a interface inicial da plataforma e mostra seu pacote de ferramentas matemáticas aberto, tais ferramentas são: calculadora gráfica, calculadora científica, calculadora de quatro operações, praticar para prova, calculadora de matrizes, ferramentas geométricas e a calculadora 3D que foi criada recentemente. Note que é uma tela bem iterativa (o ponto do gráfico da tela inicial é manipulável) e colorida com símbolos geométricos.

Na figura 2.2 mostra a segundo recurso, onde contêm as ferramentas: para professores, para alunos e o programa de matemática 6–A1. Estas ferramentas são bem intuitivas quanto a sua entrada. Se for aluno clica-se “para alunos” para entrar em atividades via *link* compartilhado pelo professor. E se for professor, clica-se em “para professores” para, principalmente, criar, editar ou usar atividades prontas, como também criar e conduzir turmas. No entanto, entraremos em detalhes desta última ferramenta.

Figura 2.2: Sala de aula

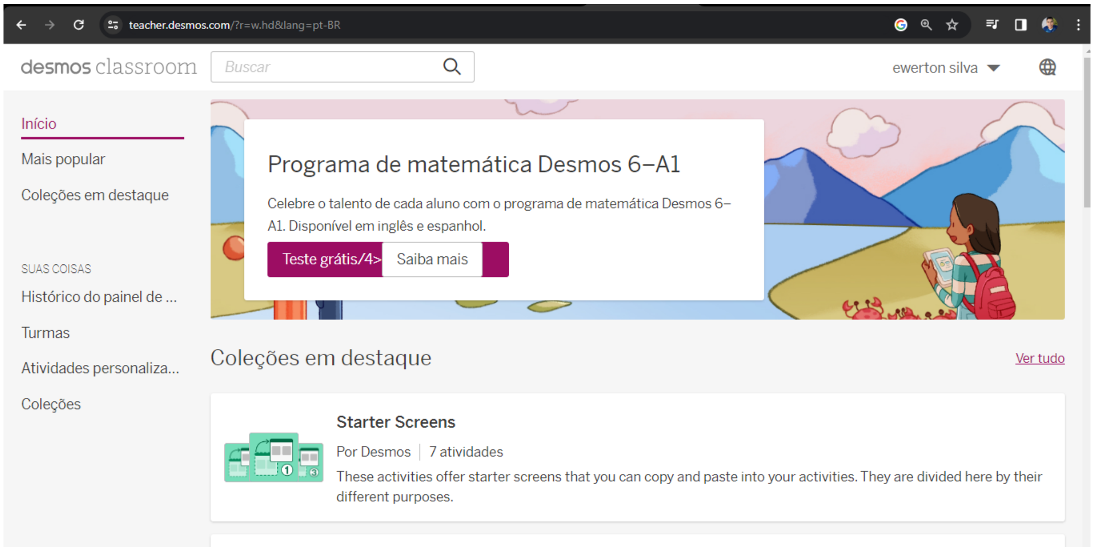


Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom

Ao acessar a opção indicada “para professores”, será direcionado para o ambiente *Classroom*, conforme ilustrado na figura 2.3, onde iremos mostrar algumas de secções localizadas na lateral esquerda da tela, como, por exemplo, a figura 2.4 que mostra as atividades mais populares, que podem ser criadas pelo Desmos ou outros autores. Além do mais, aqui também pode adicionar as atividade a uma coleção de atividades criada pelo professor ou compartilhar o seu *link* clicando no + ou nos três pontinhos localizado no lado direito da mesma.

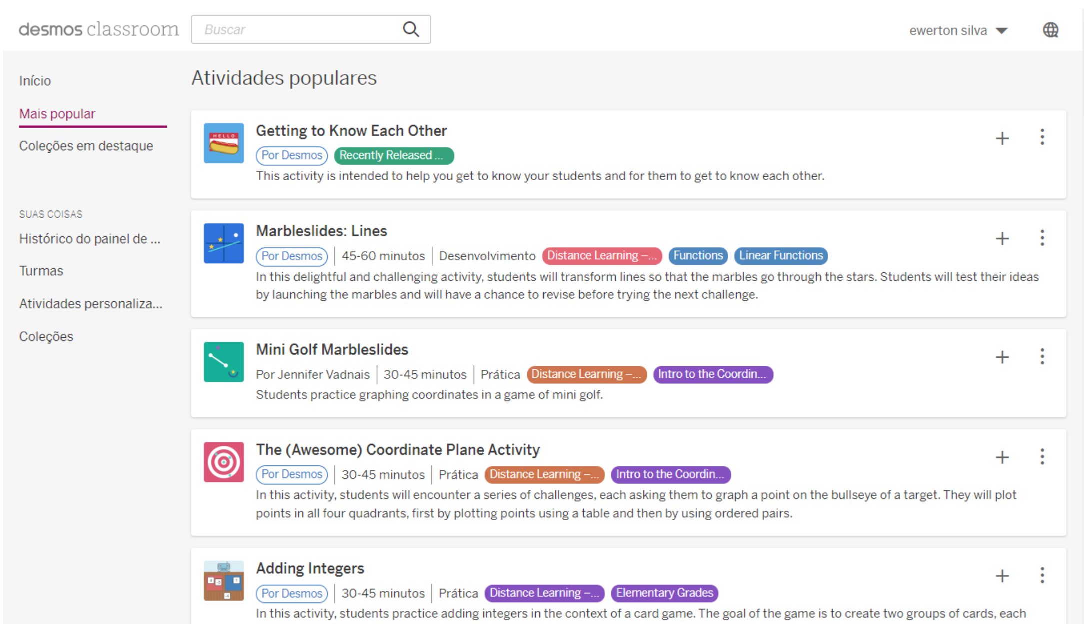
A figura a seguir 2.5 mostra a interface do “histórico do painel de controle”, nele o professor tem acesso ao histórico de todas as suas atividades (se tiver muitas, pode fazer um filtro por turma ou atividade) assim como em qual turma ela pertence e quantos alunos à acessou.

Figura 2.3: Página inicial da "desmos classroom".



Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom

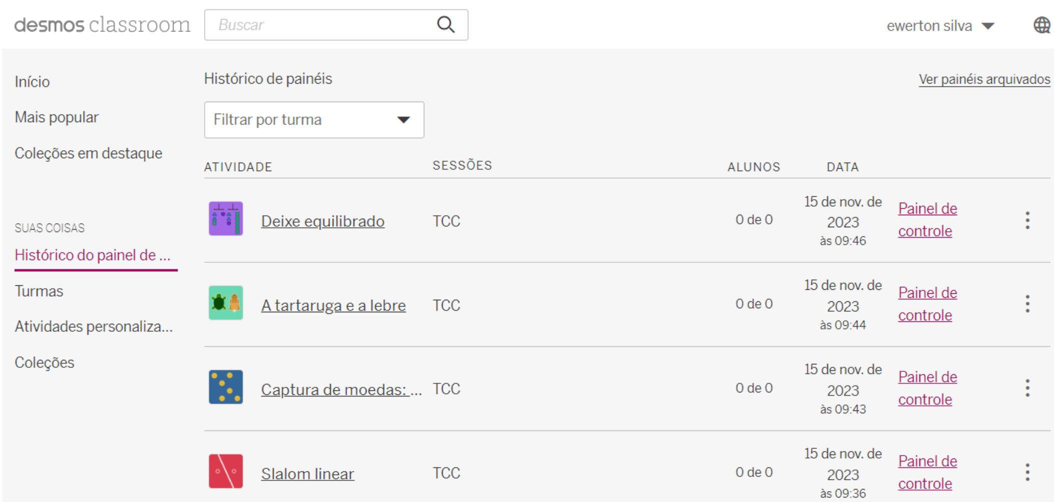
Figura 2.4: mais popular



Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom: "mais popular"

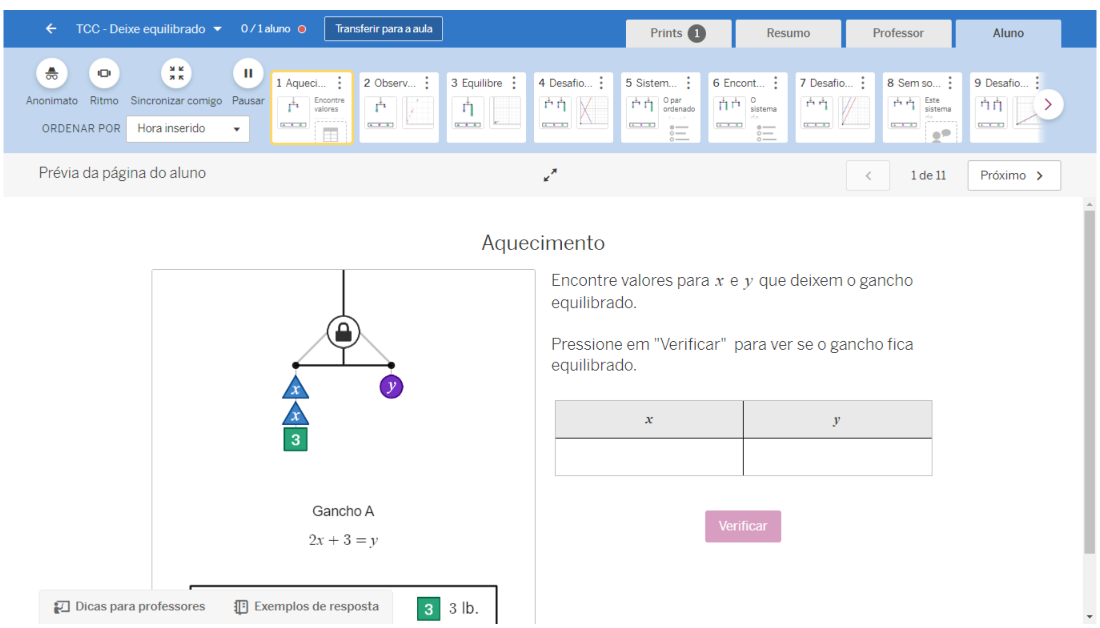
Além disso, a figura 2.6 mostra o painel de controle, que toda atividade detém (quando se clica em painel de controle, no lado direito das atividades), neste painel o educador tem o papel de curador, onde pode ver todas páginas de exercícios que a atividade possui, tem acesso às respostas de todos os alunos, pode corrigir e trocar mensagem em tempo real, pode tirar *print* das respostar e mostrar para a turma toda observar e debater sobre; pode bloquear algumas páginas da atividade para controlar o ritmo, assim como pode deixar os

Figura 2.5: “histórico do painel de controle”.



Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom - histórico do painel de controle

Figura 2.6: “painel de controle”.



Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom - painel de controle

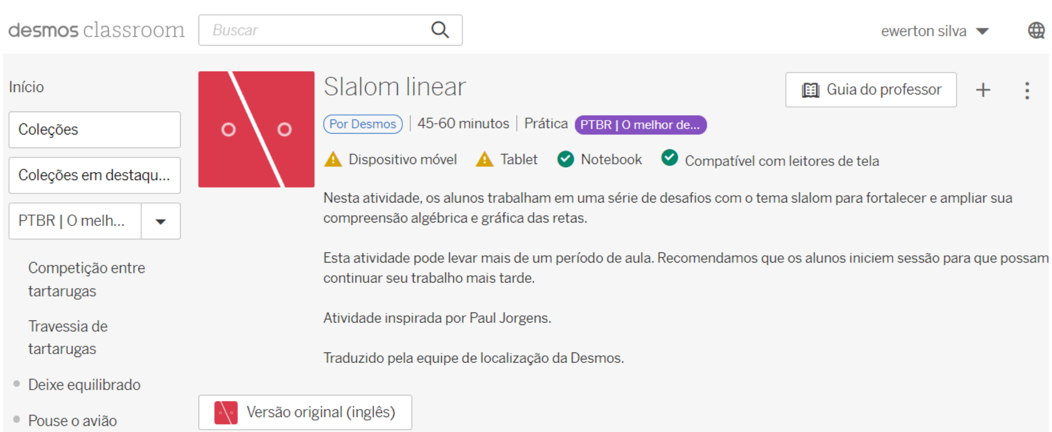
alunos no anonimato: trocando os seus nomes por nomes de matemáticos famosos.

Na figura anterior 2.3 quando se clica em “Turmas” abre o gerenciamento de turma, como mostra a figura 2.7. Nesta se tem todas as turmas que o professor criou, seus respectivos códigos de compartilhamento e as atividade contribuídas para ela. Aqui o professor pode selecionar um aluno e ver o histórico de atividades que ele acessou, além disso o professor pode adicionar um outro professor colaborador para auxiliá-lo com as tarefas e acompanhamento das atividades da turma.

Figura 2.7: turmas

Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom: "turmas"

Figura 2.8: tela inicial da atividade

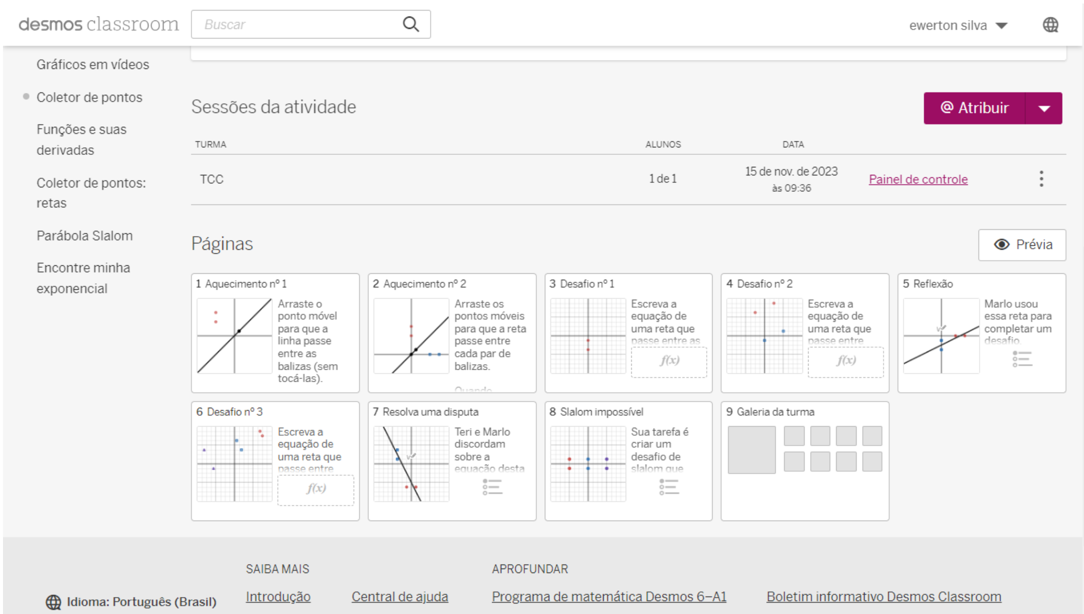


Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom : "tela inicial desta atividade"

O Desmos *Classrooom* oferece uma ampla variedade de atividades interativas que abrangem diversos tópicos, criadas tanto pelos professores da plataforma quanto por outros autores. Um exemplo é a atividade conhecida como *"slalom linear"* ou "zigue-zague linear", cuja interface inicial é exibida na figura 2.8, com uma interface que é padrão para cada atividade. Portanto, nela destacam-se ferramentas importantes, como o "guia do professor", onde os educadores encontram todas as orientações da atividade, exemplos de respostas para cada página de exercício e dicas sobre a abordagem adequada. Além disso, os educadores têm a opção de adicionar a atividade à sua coleção e compartilhá-la facilmente com os alunos.

A figura 2.9 é também integrante da página inicial da atividade, porém, descendo a tela para a parte inferior. Nela apresenta um resumo abrangente de todas as páginas que a atividade possui, bem como a qual turma ela pertence e pode, também, entrar no painel de controle da atividade. O *link* a seguir é para entrar na central de ajuda do Desmos para esclarecer qualquer duvidas; Center (2022)

Figura 2.9: paginas da atividade



Fonte: Captura obtida pelo autor em desmos classroom: "tela inicial desta atividade"

2.1 Computation Layer (CL)

Com o propósito de permitir que os professores personalizem o conteúdo das atividades para atender às necessidades individuais dos alunos, seja para ajustar o nível de dificuldade, seja para disponibilizar material extra para alunos avançados, assim como oferecer suporte adicional àqueles que enfrentam desafios ou qualquer outro propósito do professor, surge a *Computation Layer*, ou, em tradução livre, Camada de Computação. De forma superficial, esta é uma estrutura de programação que facilita a comunicação entre os diversos componentes de uma atividade. Ao utilizar a camada de computação, torna-se possível estabelecer conexões entre diferentes representações, adaptar o conteúdo da atividade e proporcionar *feedback* dinâmico e interpretativo aos alunos. A incorporação da camada de computação pode ser realizada tanto em uma página quanto em um elemento adicionado à página.

Além do mais, de acordo com França et al. (2022) o código na camada de computação é construído com base em *"sinks"* e *"sources"*, diferenciando-se um tanto das linguagens de programação mais convencionais. Pois, em vez de seguir uma estrutura de comandos lidos sequencialmente, ele adota uma estrutura de fórmulas de igualdade, assemelhando-se à abordagem utilizada em planilhas eletrônicas. Os *"sinks"* possibilitam a inserção de informações em um elemento, enquanto os *"sources"* permitem a leitura de informações de um componente.

A seguir, apresentamos exemplos simples que demonstram as capacidades da camada de computação nas atividades, como por exemplo:

- Inserir um texto inicial padrão em uma caixa de entrada de texto para orientar a resposta do aluno.
- Programar uma correção automática para ser exibida no resumo do painel de controle do professor, ao mesmo tempo configurando o ícone de aviso.
- Criar um texto dinâmico em uma nota, que utiliza a expressão inserida por um aluno em uma caixa de equação e retorna o valor numérico correspondente.
- Desencadear o movimento do gráfico em uma direção específica após o aluno pressionar um botão de ação.
- Utilizar o valor numérico inserido pelo aluno em uma caixa de equação para definir um parâmetro em uma expressão programada em um gráfico.

A programação da camada de computação está além do âmbito deste trabalho. Para obter orientações sobre como utilizar essa camada, consulte toda a documentação inglês disponível em Desmos (2011). Além disso, a Desmos disponibiliza um fórum para esclarecimento de dúvidas e compartilhamento de abordagens inovadoras no seguinte link: PBC (2022)

3

Função Afim

Neste capítulo abordaremos a definição de função afim, com base no livro "A Matemática do Ensino Médio" de (LIMA et al., 1997), volume 1, adaptando-o com ênfase em seus coeficientes a e b e as categorias das função (identidade, linear e constante). Visualizaremos a translação horizontal de uma função afim, assim como a construção dos gráficos e, logo após, veremos algumas atividades interativas, com o objetivo de contribuir para a busca de abordagens educacionais inovadoras com recurso tecnológico.

Vale ressaltar que essas atividades são sugestivas e podem ser adaptadas conforme as necessidades e realidade do ambiente a serem aplicadas, seja para aprimorar ou adicionar conteúdo que busque enriquecer a proposta. O foco é familiarizar os professores e principalmente os alunos com o uso da tecnologia em ambientes escolares, e incentivar a resolução de atividades de forma autônoma com base em princípios de diálogo e participação democrática em ambiente virtual.

3.1 Definição

Uma função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a, b pertencentes aos $\mathbb{R}$ tais que satisfaça a forma geral $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$. Seus elementos a e b são comumente denominados de taxa de variação ou coeficiente angular, e coeficiente linear, respectivamente.

a tem nome taxa de variação porque, fixada a constante b, a variação da imagem $y = f(x)$ varia diretamente com o valor de a. Por exemplo, se tivermos $f_1(x) = x + 2$ e $f_2(x) = 2x + 2$, notamos que para um acréscimo de uma unidade em x, na primeira função $f_1(x)$ cresce apenas uma unidade em y; enquanto que com esse mesmo acréscimo 1 a função $f_2(x)$ tem acréscimo de y em duas unidades. Caso $a < 0$ não mais teremos acréscimo quando se varia x crescentemente. Por exemplo, $f_3(x) = -x + 2$ tem decréscimo de uma unidade quando x aumenta de 1 unidade. E para $f_4(x) = -2x + 2$, uma unidade acrescentada em x implica no decréscimo de duas unidades em $f_4(x)$. Desse modo, vemos que o coeficiente a

sempre relaciona o quanto a imagem varia com acréscimo de x, mas pode variar crescendo ou decrescendo. Se $a > 0$ a variação é positiva, enquanto $a < 0$ leva variação negativa na imagem $f(x)$. Em resumo, dizemos que a função é crescente quando a taxa de variação a é positiva, e decrescente quando $a < 0$.

Na função afim $f(x) = ax + b$ vemos que quando $x = 0$ o valor da imagem é idêntico ao valor de b. Nesse caso, graficamente teremos que o gráfico da função afim intersecta o eixo y exatamente em b.

O coeficiente linear b desloca o gráfico verticalmente ao longo do eixo y. Portanto, se aumentar o valor de b, o gráfico sobe verticalmente sem variar a inclinação, o mesmo acontece quando diminui o valor de b, neste caso o gráfico desce.

Quando apenas é informado que se tem uma função afim conhecendo-se alguns pontos (x, y) (pelo menos dois!), é possível determinar quais valores são de a e b. Como comentado acima, se for dado o ponto quando $x = 0$, teremos b. No caso do coeficiente a, ele pode ser determinado a partir do conhecimento dos valores $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$ que a função f assume em dois pontos distintos do plano cartesiano (porém arbitrários) x_1 e x_2. Com efeito conhecidos: $f(x_1) = ax_1 + b$ e $f(x_2) = ax_2 + b$, obtemos, $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1)$, portanto, isolando o a, temos $a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ ou $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

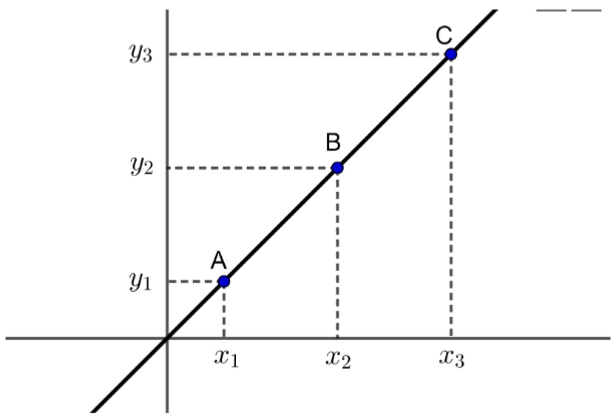
3.2 Gráfico da função afim

O gráfico de uma função afim é sempre uma linha reta que pode ser vista com várias inclinações, menos verticalmente. A reta no gráfico mostra a relação entre duas variáveis. Para ver que é uma reta, basta mostrar que três pontos quaisquer, como mostrado na figura 3.1 a seguir, são colineares. Para que isto ocorra, é necessário e suficiente que a maior das três distâncias, $d(A, B), d(B, C)$ ou $d(A, C)$ seja igual à soma das outras duas. Supondo que as abcissas x_1, x_2 e x_3 foram numeradas de modo que $x_1 < x_2 < x_3$, então $A = (x_1, ax_1 + b), B = (x_2, ax_2 + b)$ e $C = (x_3, ax_3 + b)$. Pela fórmula da distância entre dois pontos teremos:

$$\begin{aligned}
&d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2} \\
&d(B, C) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2} \\
&d(A, C) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}
\end{aligned}$$

Daí se segue imediatamente que $d(A, C) = d(A, B) + d(B, C)$.

Figura 3.1: reta



,
Fonte: Captura obtida pelo autor em demonstração de uma reta

3.3 Categoria de função afim

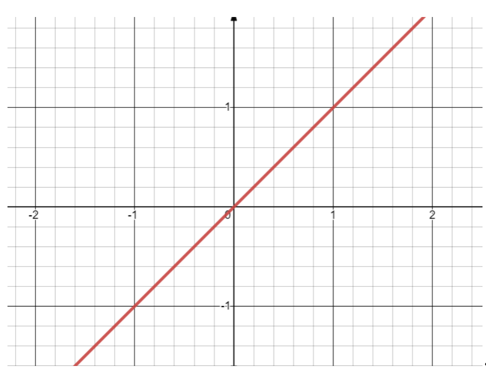
Dentre as categorias de funções afins , temos as seguintes:

- A função identidade $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in R$.

  É uma função em que o valor da função é igual ao argumento fornecido. Em outras palavras, para qualquer número real x, a função identidade retorna o próprio x como seu valor. Ou seja, não ocorre nenhuma transformação ou manipulação dos números , mantendo sua identidade, dai o motivo do seu nome ser assim.

  Graficamente, a função identidade é uma reta diagonal que passa pelo ponto $(0, 0)$ e tem uma inclinação de 45 graus em relação ao eixo x. Ela mantém uma relação de proporcionalidade direta entre x e $f(x)$, em que cada valor de x corresponde a um valor de $f(x)$ igual. Logo, x e $f(x)$ cresce ou diminui na mesma proporção. A figura 3.2 é um exemplo ilustrando esse tipo de função.

Figura 3.2: função identidade



,
Fonte: Captura obtida pelo autor em ambiente gráfico do Desmos

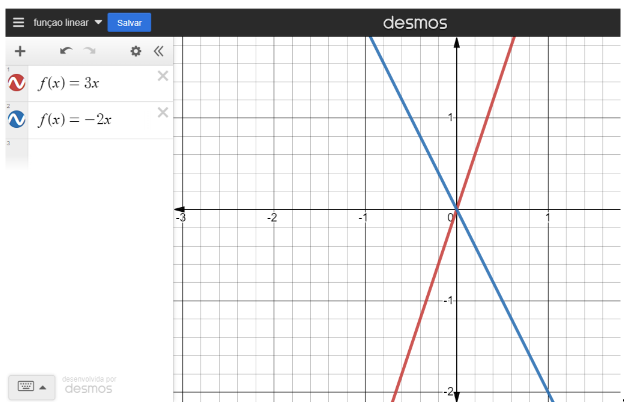
- Funções lineares, $f(x) = ax$;

  Uma função linear é um caso especial de função afim em que o coeficiente linear é igual a zero $b = 0$, ou seja, não há um termo independente na equação.

  A função linear descreve uma relação direta e proporcional entre a variável independente x e a variável dependente $f(x)$. Ou seja, a função f(x) muda à medida que x aumenta.

  A seguir, na figura 3.3, é mostrado dois exemplos de função linear. Na reta azul a função $f(x) = -2x$ e na reta vermelha a função $f(x) = 3x$. Note que ambas passam pela origem do plano cartesiano (0,0), pois o coeficiente linear b é igual a zero. Note também que a azul é decrescente e a vermelha é crescente de acordo com o sinal do a.

Figura 3.3: função linear



Fonte: Captura obtida pelo autor em ambiente gráfico do Desmos

- Funções constantes $f(x) = b$.

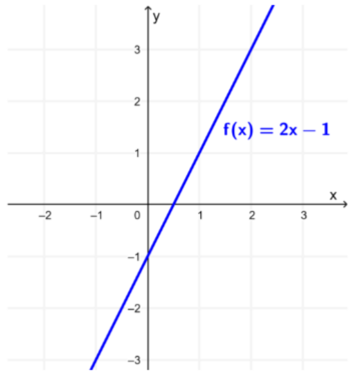
  Esse caso acontece quando o coeficiente angular é igual a zero $(a = o)$. Nessa categoria o gráfico apresentará uma reta paralela ao eixo da abscissa (x) e o ponto b será a constante da função. A figura 3.2 é um exemplo de função linear.

- Um caso particular de função afim é a translação $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$.

  Nessa translação, a função é deslocada para cima ou para baixo no eixo Y. Para realizar a translação horizontal, adicionamos ou subtraímos uma constante c dos argumentos da função. A nova função f(x) será definida como f(x + c). Se c for positivo, a função será deslocada para a esquerda, se c for negativo, a função será deslocada para a direita.

  Para melhor entender esta translação tomando a função $f(x) = 2x - 1$ como exemplo. Quando traçamos o gráfico dessa função, obtemos a seguinte reta:

Figura 3.4: função exemplo

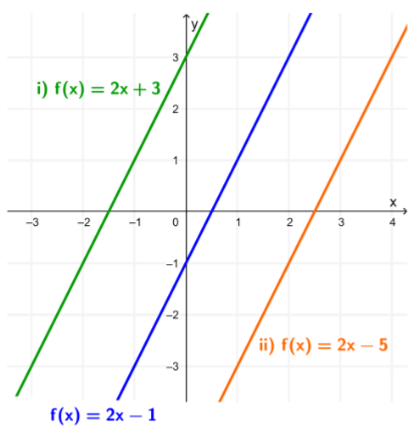


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em https://br.neurochispas.com/algebra/translacao-horizontal-de-uma-funcao

Agora, vamos aplicar as transformações (i) $f(x+2)$ e (ii) $f(x-2)$ na função exemplo anterior 3.4 $f(x) = 2x - 1$. logo temos os seguintes resultados: (i) $f(x+2) = 2x+3$ (ii) $f(x-2) = 2x-5$ visualizando as transformações (i) e (ii) na figura 3.5 a seguir, temos:

Figura 3.5: translação horizontal da função afim



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em translação horizontal de uma função

Observe que no primeiro caso(reta verde), estamos adicionando 2 ao valor de x antes de aplicar a função. Essa adição de 2 tem o efeito de mover a função 2 unidades para a esquerda no eixo x. Podemos visualizar isso como se estivéssemos deslizando a função ao longo do eixo x.

Já no segundo caso (reta laranjada), estamos subtraindo 2 do valor de x antes de aplicar a função. Essa subtração de 2 tem o efeito de mover a função 2 unidades para a direita no eixo x. Podemos visualizar isso como se estivéssemos deslizando a função ao longo do eixo x.

4

Atividades de Função Afim no Desmos

4.1 Primeira atividade - “Pouse o avião”

Nesta atividade, os alunos são desafiados a encontrar uma maneira, através de retas, de aterrissar um avião em uma pista que está colocada dentro de um plano cartesiano. A ideia é que os alunos utilizem o conhecimento sobre equações lineares para determinar a melhor trajetória de voo que permita o avião pousar com segurança em cima da linha tracejada no meio da pista.

A atividade consiste em várias pistas ou desafios, nos quais são apresentadas situações diferentes de pouso de avião. Cada desafio traz informações como a localização dos pontos de início e de pouso, além de outras condições relevantes.

Na figura 4.1, página 1 da atividade, o aluno precisa arrastar, para cima ou para baixo. Neste caso é importante que ele fique atento à inclinação da reta representada pela linha tracejada na pista de pouso, na direção que o avião esta direcionado para encontrar um valor ideal de Y com propósito do percurso coincidir com a linha tracejada.

Caso o discente escolha uma posição para o avião em que não seja satisfatória para o pouso, aparece uma outra página notificando o erro e encorajando-o. Mas se o aluno obteve sucesso, vem uma parabenização!

A figura 4.2 é a segunda página da atividade. Note que nesta tela o sistema mostra o plano cartesiano e a equação correta para que o aluno possa entender a proposta da atividade e, assim então, arrastar o avião para ponto correto.

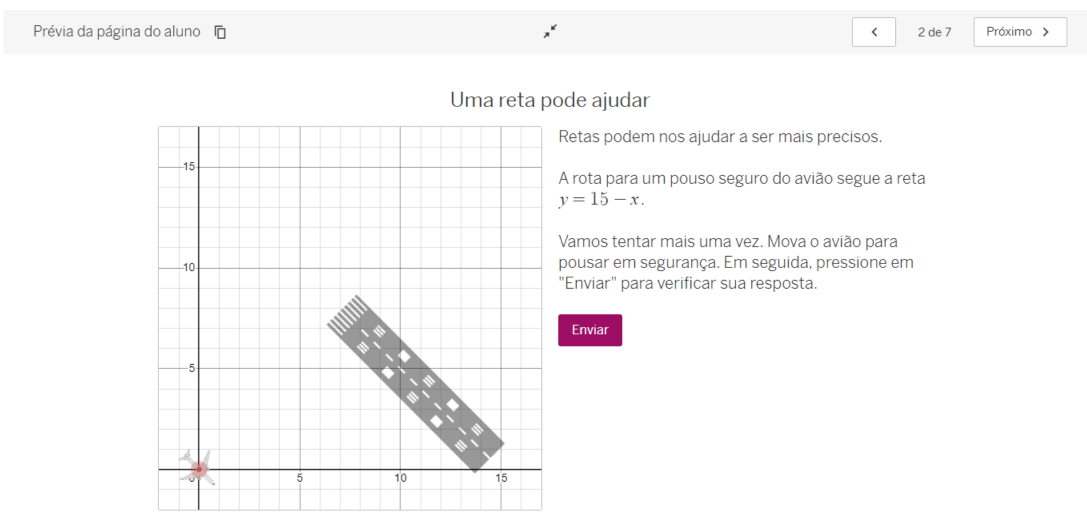
Na página 4, representada na figura (4.3), os alunos vão ter o mesmo objetivo da atividade anterior, mas ao invés de simplesmente arrastar o avião em um eixo, agora eles vão precisar, no espaço apropriado, modificar um valor numérico na equação da reta que faça o trajeto seguro do pouso. Esta página trabalha o conceito de coeficiente angular da reta. Já que a pista de pouso passa pelo ponto $(14, 0)$ e o avião está na posição $(0, -7)$, o aluno que não desejar encontrar a solução por tentativa e erro, deverá fazer o cálculo do coeficiente

Figura 4.1: Página 1 da atividade 1

,

Fonte: Captura obtida pelo autor em pouse o avião

Figura 4.2: Página 2 da atividade 1



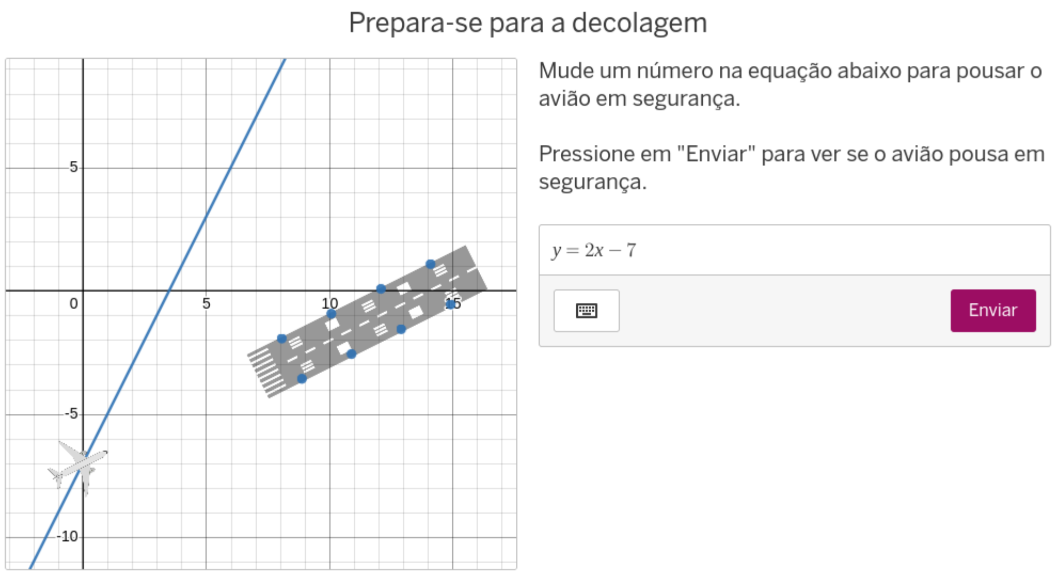
,

Fonte: Captura obtida pelo autor em pouse o avião

angular pela razão $\frac{7}{14}$.

A figura 4.4 apresenta a página 5 da atividade. Ela tem o mesmo objetivo que a anterior, porém com um detalhe diferente: a reta está com a inclinação para baixo e não dá para saber, de imediato, por onde o avião intersecta o eixo do x. Ou seja, não sabemos a raiz da função, como foi mostrado na atividade anterior. Portanto, será necessário que os

Figura 4.3: Página 4 da atividade 1

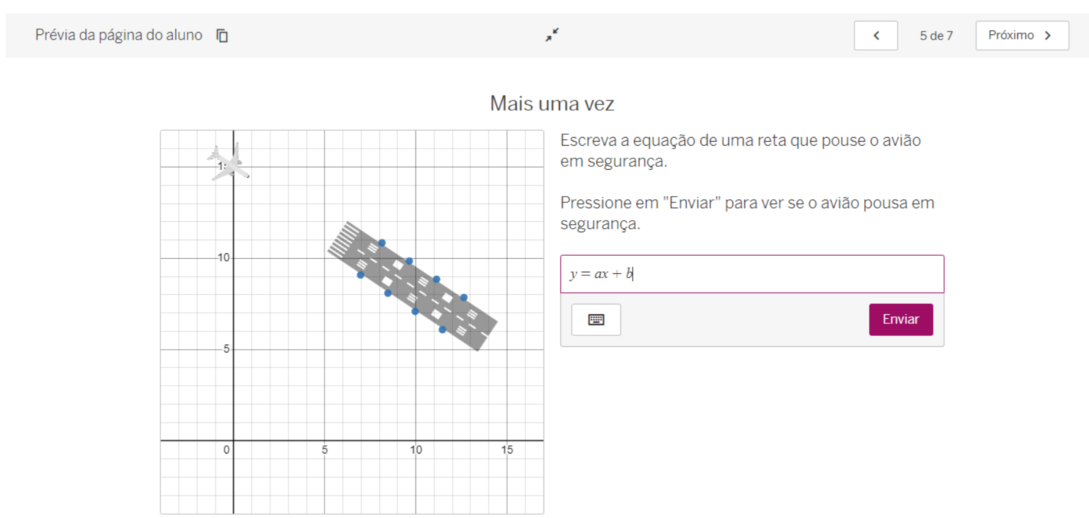


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em pouse o avião

alunos busquem escolher dois pontos quaisquer (x_1, y_1) e (x_2, y_2) e usar a fórmula $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para encontrar o a. Mas é bom atentar que um ponto já é fornecido, aquele com o valor de b. Existem várias possibilidades de escolha de um outro ponto, do qual retornará uma boa equação sendo $y = \frac{-2}{3}x + 15$.

Figura 4.4: atividade 3



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em pouse o avião

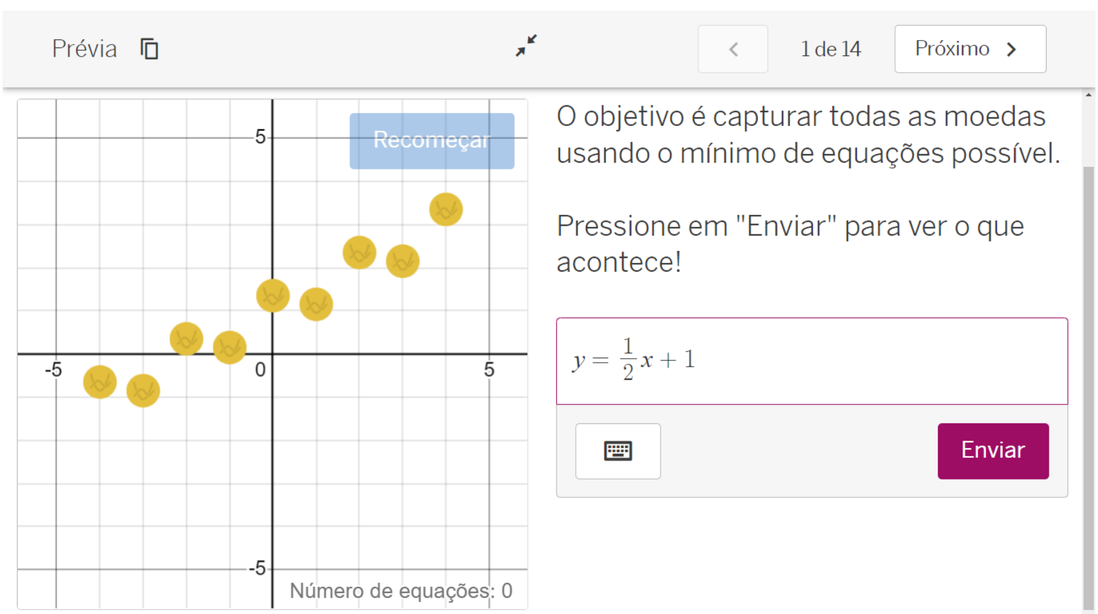
A maioria dos desafios propostos nesta atividade do avião envolve equações lineares em que o coeficiente b já é fornecido (representa o ponto de interseção com o eixo vertical). No entanto, dependendo dos objetivos que o professor tem com a turma, os desafios podem ser adaptados para outras formas. Mas neste caso o professor deve copiar e editar a atividade original do Desmos.

4.2 Segunda atividade – “Captura” de Moedas

O objetivo da atividade é fazer com que os alunos pratiquem a escrita de equações lineares, pois a atividade apresenta moedas no plano retangular e os alunos devem fazer o mínimo de equações possível para que as retas passem por cima do máximo número de moedas possível para “capturá-las”.

A figura a seguir 4.5 é apenas uma introdução da atividade e mostra como será abordada a sua proposta. A equação dada é a ideal pois satisfaz o objetivo: fazer com que a reta passe e “capture” todas as moedas de uma só vez sem ter que usar outra equação.

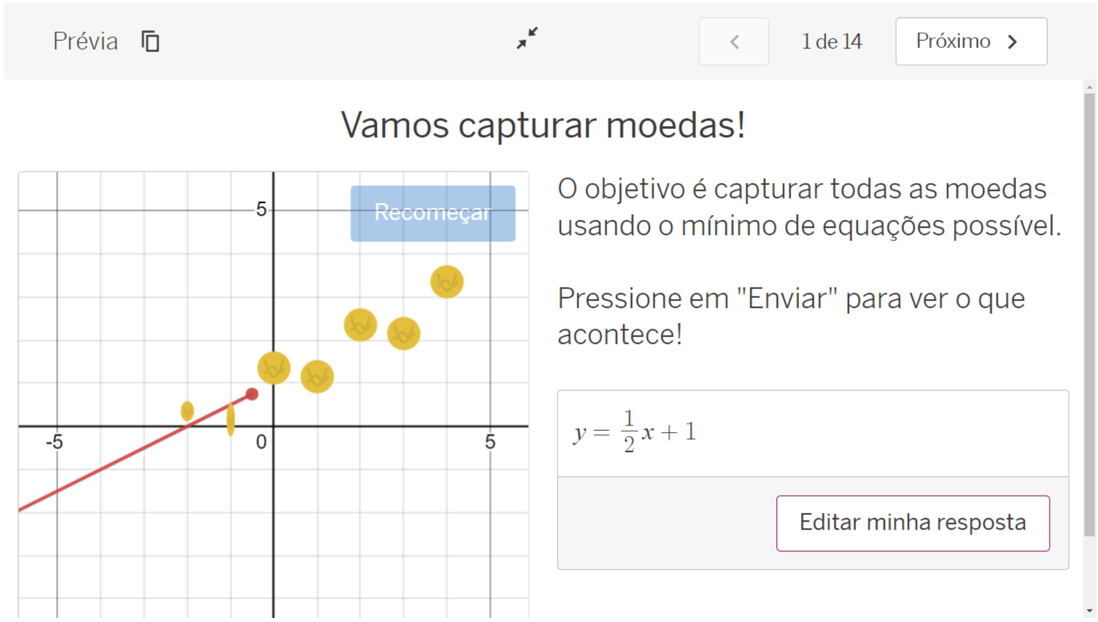
Figura 4.5: Ilustração de captura de moedas



Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas

A figura 4.6 é um *print* da animação da reta que se assemelha a uma flecha em movimento capturando as moedas, assim que se clica em cima de “enviar”.

Figura 4.6: demonstração de captura de moedas 1.1

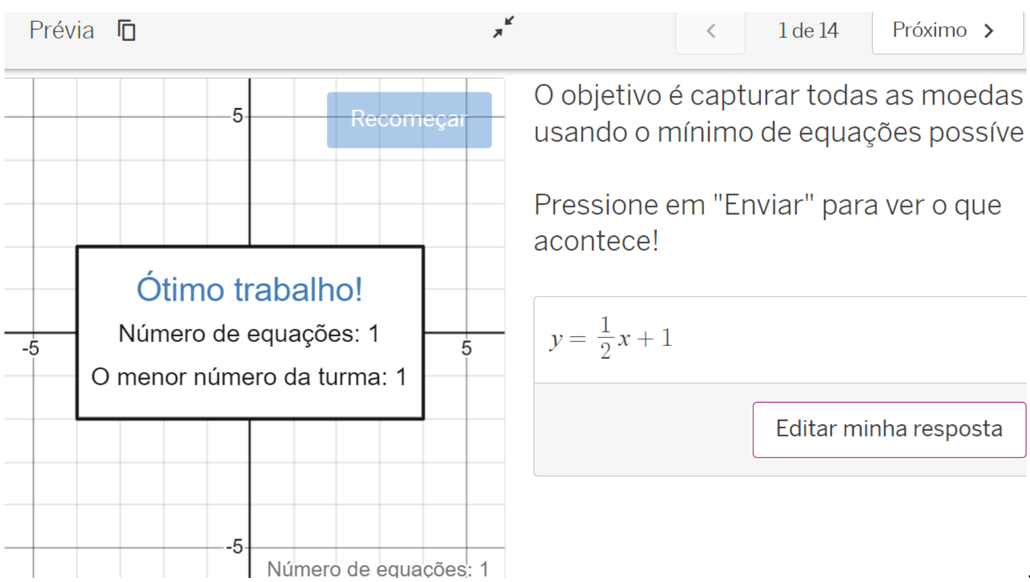


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas

Depois da animação, a atividade mostra a quantidade de equações inseridas e a pontuação referente as inserções dos alunos (ver figura 4.7 abaixo)

Figura 4.7: finalização de captura de moedas 1.2

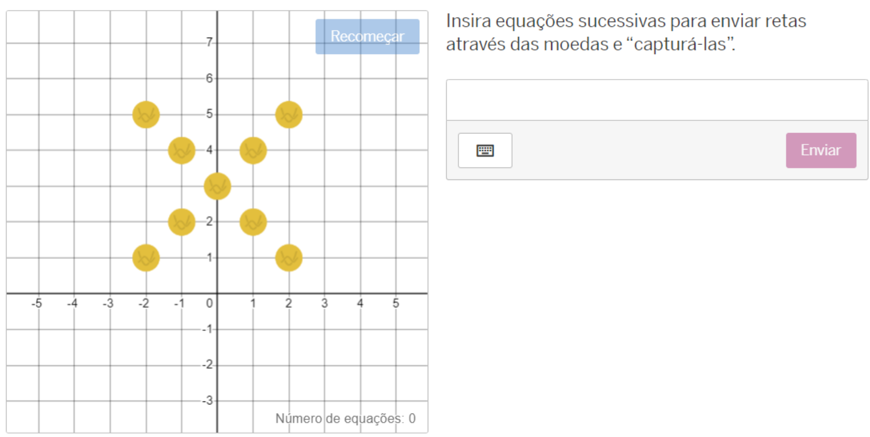


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas

Na maioria das páginas da atividade, o aluno deve inserir uma ou mais equações de reta para capturar moedas. Isso em termos da teoria, faz a exigência do discente em observar as posições das moedas e inferir a partir disso, que coeficientes angular e linear ele deve colocar. Tem também uma página em que se pede que o aluno justifique que uma dada equação não satisfaz o objetivo, e outra em que ele escolha, dentre algumas opções, qual a equação que captura todas as moedas. Essas páginas também requerem a boa percepção espacial e conhecimento da determinação dos coeficientes. Existem também nessa atividade exemplos em que o conjunto de moedas são capturadas com menor número de equações possível, quando os coeficientes angulares apresentam-se iguais, ou um o inverso negativo do outro. Apesar de não parecer terem sido colocadas propositadamente tais páginas, o aluno atento pode perceber que tais fatos estão relacionados a retas paralelas e perpendiculares, respectivamente. Tais páginas são a 3, 6, 7 e 9, apresentadas nas figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 a seguir:

Figura 4.8: atividade pagina 3



,

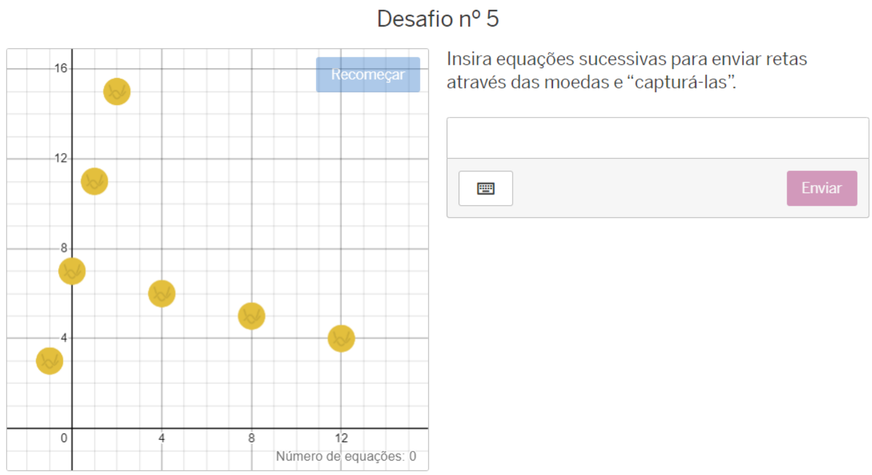
Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas no Desmos

Figura 4.9: atividade pagina 6

,

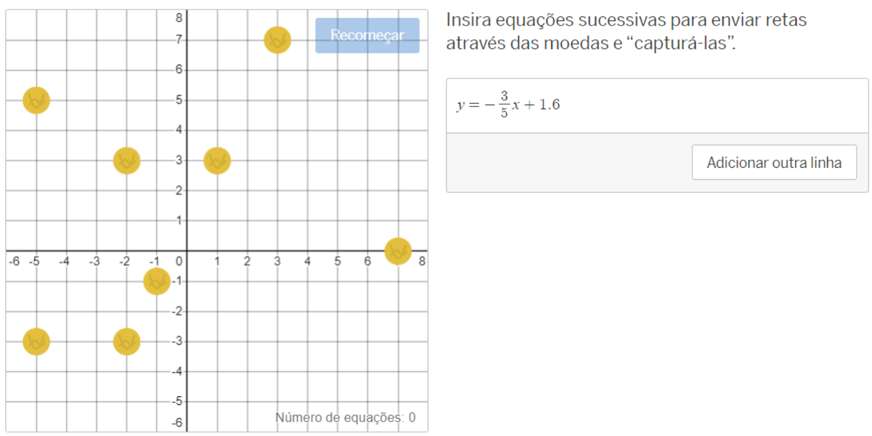
Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas no Desmos

Figura 4.10: atividade pagina 7



Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas no Desmos

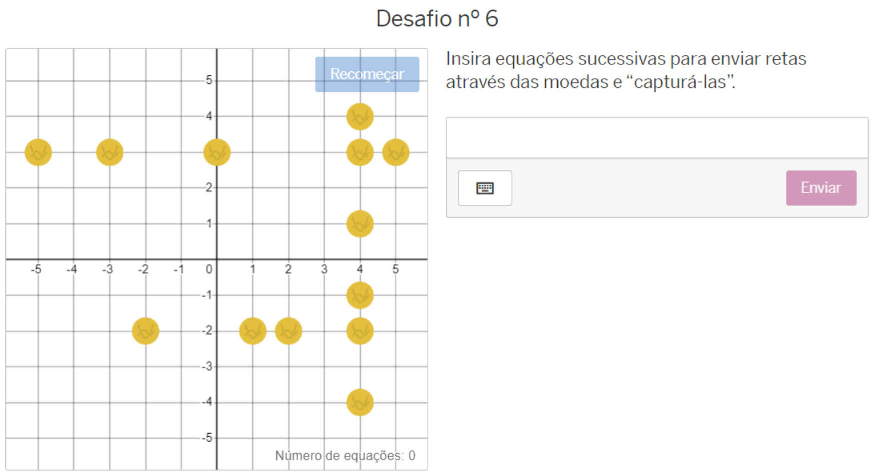
Figura 4.11: atividade pagina 9



Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas no Desmos

A atividade também apresenta um exemplo com retas horizontais e vertical na pagina 8 (ver a figura 4.12) abrangendo exemplos em que o coeficiente angular é nulo (reta horizontal) e em que a reta é escrita como $x = k$ sendo vertical.

Figura 4.12: atividade pagina 8



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em captura de moedas no Desmos

Nessa atividade tem também um espaço destinado à manifestação do aluno. Ela serve para identificação do estado de humor (figura 4.13), ou de contentamento com a atividade, e aparece num ponto para páginas que exijam de maior dificuldade a partir daí.

Figura 4.13: *Feedback* emocional e duvidas

,

Fonte: Captura obtida pelo autor em feedback

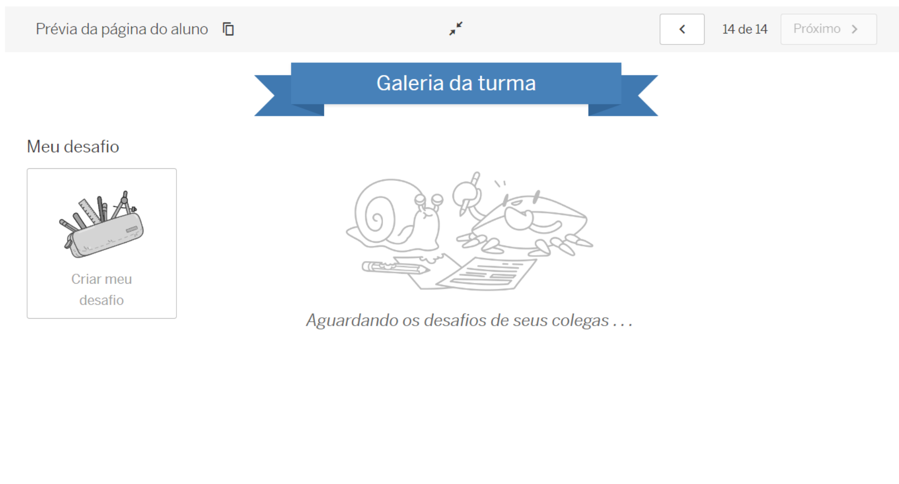
Além do aluno demostrar seu emocional, ele também pode escrever um texto, mandar imagem e/ou áudio para o professor. Tudo isso reservado no pequeno retângulo localizado no lado direito da figura[1].

A figura a seguir, 4.14, mostra a “Galeria da turma”. É um recurso onde os alunos podem compartilhar seus próprios desafios e tentar resolver aqueles que seus colegas criaram. O discente pode arrastar dez moedas (figura 4.15) sobre o plano de coordenadas e inserir que

[1]Note que na parte inferior deste retângulo existem os ícones de imagem, áudios e o ícone para escrever expressões matemáticas.

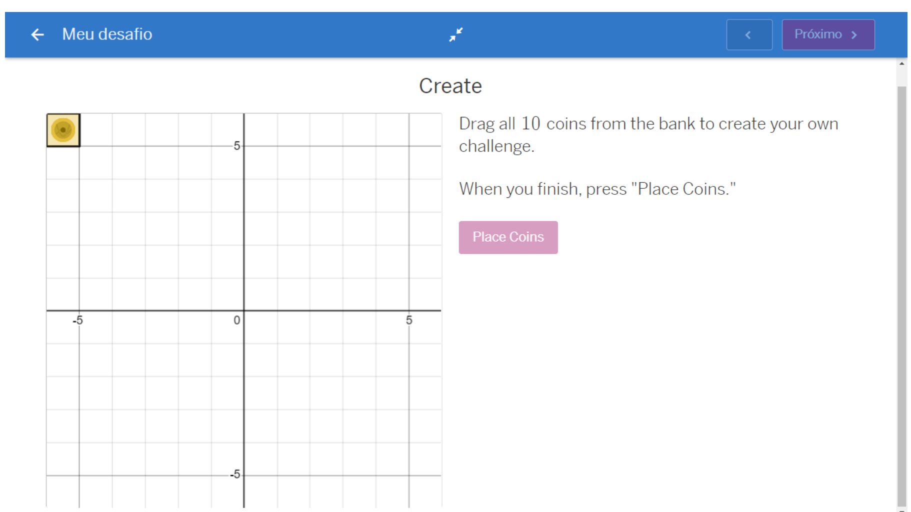
equações seriam necessárias para capturar as moedas que ele colocou. Essa galeria pode ser acessada por professores e colegas de classe, permitindo que todos vejam e aprendam com as diferentes abordagens e soluções dos colegas. Além disso, pode permitir que os professores monitorem o progresso dos alunos e identifiquem áreas onde eles possam precisar de ajuda adicional.

Figura 4.14: Galeria da turma



Fonte: Captura obtida pelo autor em Galeria da turma no Desmos ,

Figura 4.15: criação de atividade 1

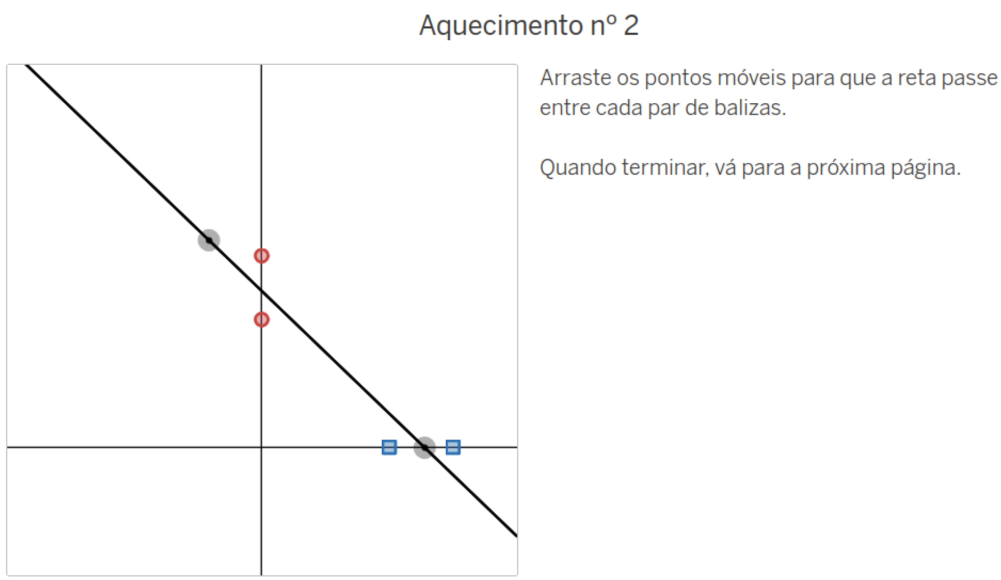


Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos ,

4.3 Terceira atividade – *“Slalom linear”*

Nesta atividade, os alunos trabalham em uma série de desafios para fortalecer e ampliar sua compreensão algébrica e gráfica das retas. A figura 4.16 é uma das páginas de aquecimento, para que a turma perceba o objetivo do desafio. A princípio, neste aquecimento baseia-se em arrastar o ponto móvel para que a linha passe entre as balizas sem tocá-las. Perceba que a reta deve passar entre duas balizas (vermelho e azul).

Figura 4.16: aquecimento slalom 2



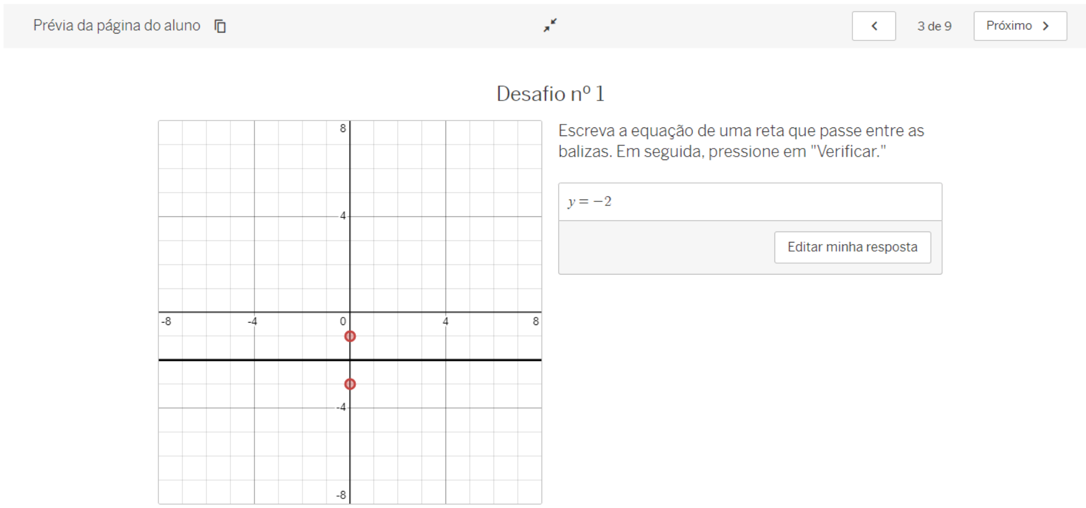
,

Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos

A partir daqui as páginas desejam do aluno o cálculo do coeficiente angular e linear para expressar retas nas forma reduzida $y = mx + h$, ou ter fixado em mente o que caracteriza uma reta quando o coeficiente angular é positivo e negativo, e o linear representa a interseção da reta com o eixo do y. As figuras a seguir apresentam todas as páginas com esse requerimento. A figura 4.17 mostra a necessidade de se inserir uma reta horizontal, $y = -2$ por exemplo; mas também uma reta que passa pelos pontos $(-4, -4)$ e $(4, 0)$, cuja equação será $y = \frac{x}{2} - 2$, ou de equação $y = 2x - 2$ que passa pelos pontos $(-1, -4)$ e $(1, 0)$. Portanto, essa atividade possibilita diversas respostas dos alunos, fomentando discussão entre eles mesmos, propiciando interatividade numa aula presencial.

Neste desafio a resposta pode ser da equação $y = -2$, por exemplo.

Figura 4.17: desafio slalom 1

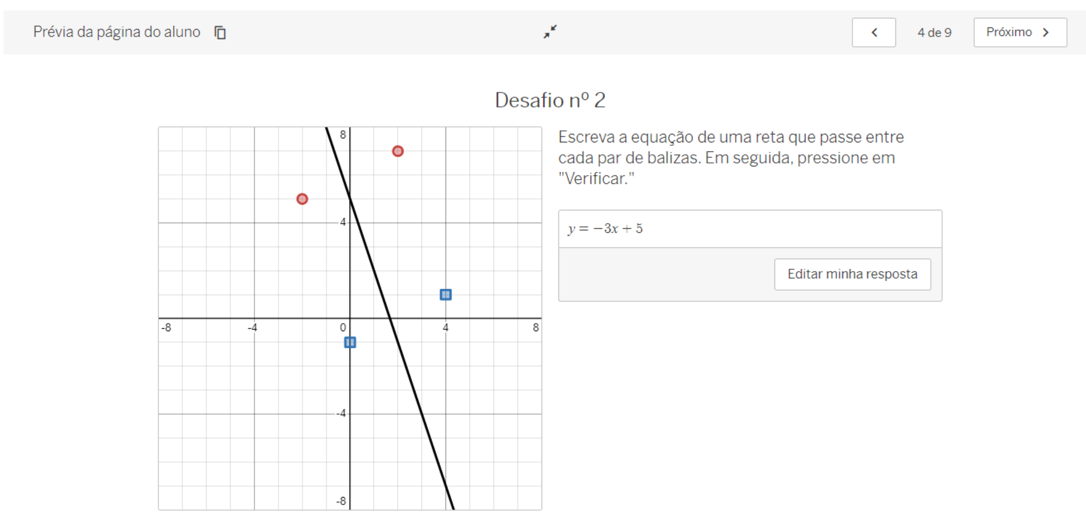


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos

Neste outro desafio é mais fácil obter uma resposta com uma reta decrescente, $y = -3x + 5$ por exemplo. Mas nada impede termos $y = 7x - 4$ também como solução

Figura 4.18: desafio slalom 2

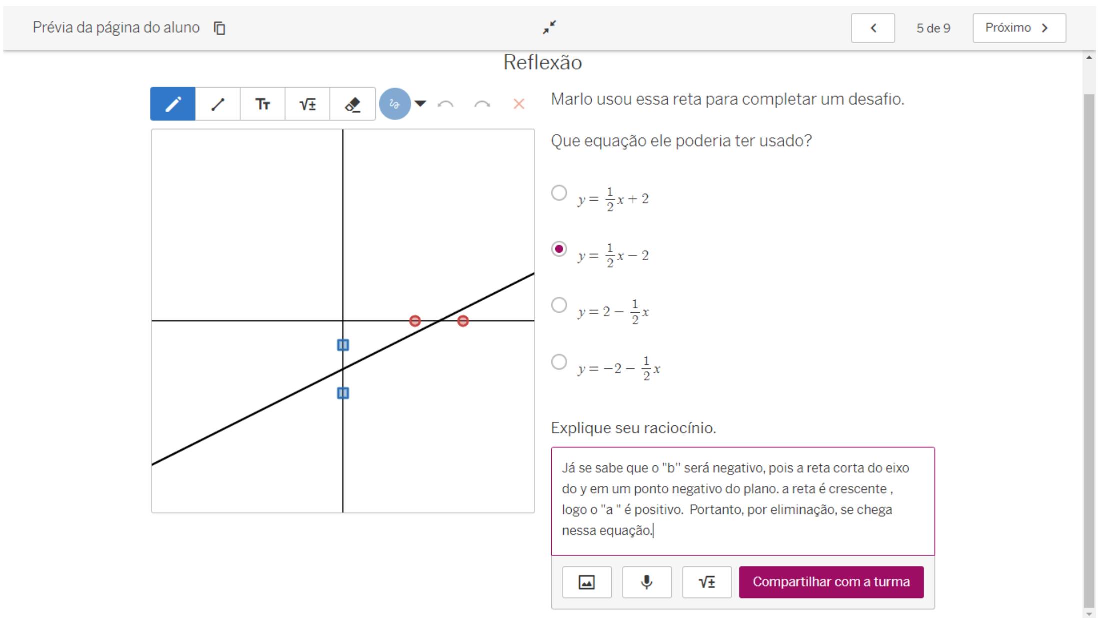


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos

No próximo desafio, a figura 4.19, tem o mesmo objetivo das atividades anteriores. No entanto, neste caso as respostas são de múltipla escolha. A turma vai usar dos seus conhecimentos para marcar a alternativa em que obrigatoriamente o coeficiente linear é negativo e o angular positivo, pois nessa página não se tem a grade de coordenadas. Mesmo que o aluno tenha marcado aleatoriamente uma alternativa, ele é forçado a justificar sua escolha.

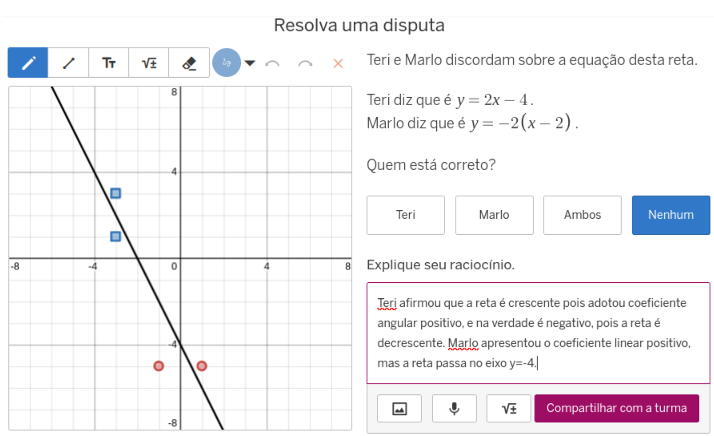
Figura 4.19: desafio slalom 3



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade de reflexão no Desmos

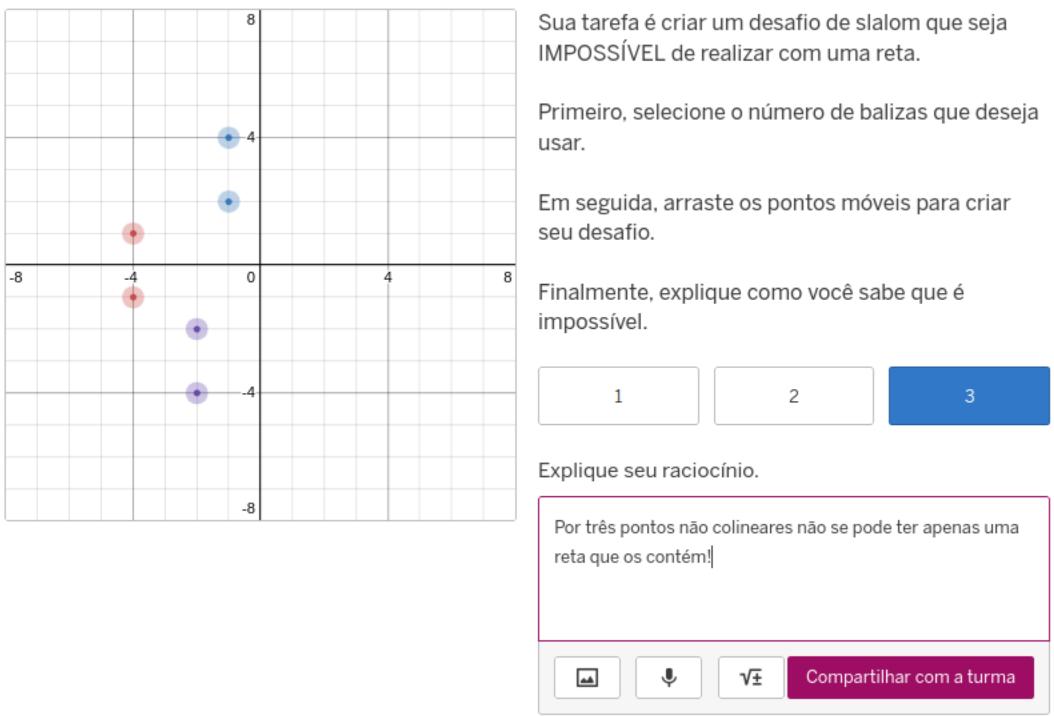
O próximo desafio, mostrado na figura 4.20, é uma disputa de opiniões, entre duas pessoas, sobre a possível equação da reta no plano cartesiano. A turma deve analisar a reta, definir quem está certo ou errado e explicar o raciocínio tomado.

Figura 4.20: desafio slalom 4



Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos , A última página da atividade é a criação de um desafio *slalom* que seja impossível de ser resolvido com uma reta. Primeiro o aluno deve selecionar o número de balizas que deseja usar. Em seguida, deve arrastar cada ponto móvel para criar o desafio. Finalmente deve explicar como você sabe que o desafio é impossível. Neste caso o aluno deve perceber que com apenas dois pares de balizas, a única solução impossível seria de colocá-las alinhadas verticalmente, já que a regra é de que a reta não toque nenhuma baliza. Sendo assim, haverá a necessidade do desafio possuir três pares de balizas, e colocá-las de forma que os possíveis pontos interiores a elas não estejam alinhados um com outro. Esse desafio requerer do aluno então que para uma reta passar por três pontos eles devem ser colineares.

Figura 4.21: desafio criado



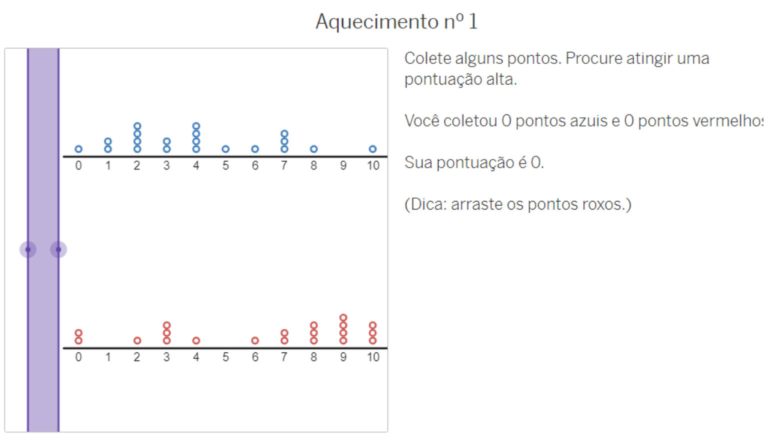
Fonte: Captura obtida pelo autor em criação de atividade no Desmos

4.4 Quarta atividade – “Coletor de Pontos”

Essa atividade tem como objetivo permitir que os alunos apliquem e aprofundem seu entendimento sobre desigualdades com apenas uma variável em uma reta numérica, buscando acumular o máximo de pontos possível. Embora eles serão desafiados a resolverem desigualdades simples e compostas durante as atividades, vale ressaltar que, também, terão a liberdade de responder com desigualdades mais complexas, mas não serão obrigados a fazêlas. O foco principal é permitir que eles pratiquem e desenvolvam suas habilidades em relação a desigualdades básicas.

A figura 4.22 a seguir é um aquecimento de introdução à atividade e mostra como é abordada a proposta. O aluno deve mover duas "retas" verticais para tentar coletar o maior ponto possível que ficar no espaço entre elas (espaço mostrado em roxo). Cada ponto azul vale "1". Cada ponto vermelho vale "-1". Observamos que associado às bolinhas, azuis e vermelhas disposta verticalmente, tem números representando números naturais de 0 a 10. Então o que se propõe é que o aluno use desigualdades $x < a, x > a$ ou $a \leq x \leq b$ a fim de coletar pontos azuis em maior quantidade que os vermelhos.

Figura 4.22: Captura de pontos, aquecimento 1

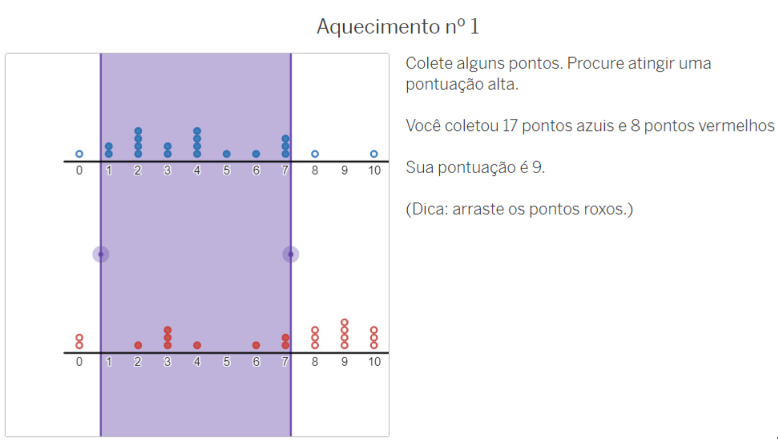


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

A pontuação que se consegue é assinalada na própria atividade, como ilustrada na figura abaixo com a resposta do desafio da primeira página.

Figura 4.23: Captura de pontos, aquecimento 1 – resposta

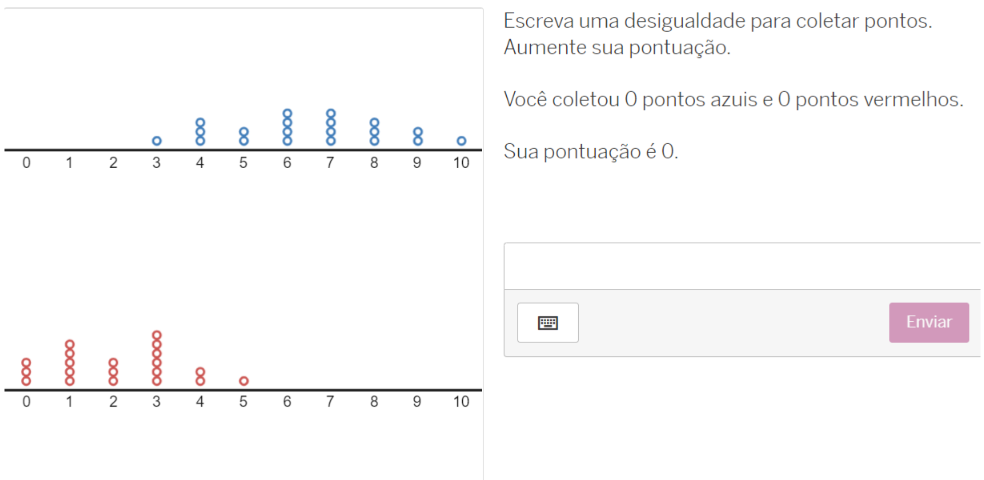


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

Nesta próxima atividade 4.24, diferentemente da anterior e os alunos já sabendo o objetivo, terão que inserir a desigualdade para se obter a melhor captura. É importante enfatizar que eles não precisam encontrar a solução perfeita logo de cara. A abordagem é iterativa, o que significa que eles podem experimentar diferentes estratégias sem a pressão de acertar imediatamente. A ideia é tentar alguma coisa, qualquer coisa, para começar. Depois, com o auxílio do professor, eles podem analisar o resultado e considerar como podem melhorar suas respostas.

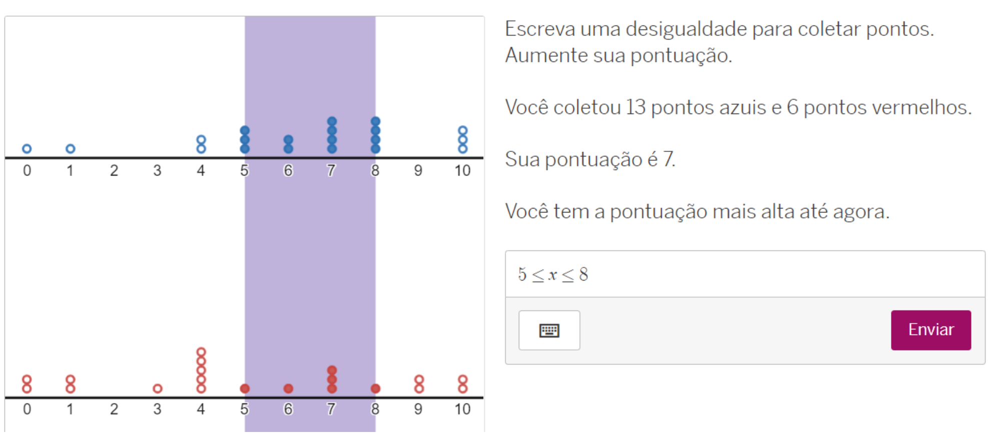
Figura 4.24: Desafio 1 – Captura de pontos



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

Note que, como ilustra a figura 4.25, esse próximo desafio tem várias respostas. O aluno pode inserir $4 < x < 9$ (Pontuação: 7), ou $5 \leq x \leq 8$ (Pontuação: 7), por exemplo. Uma dica para esse desafio é: o professor pode experimentar apresentar respostas dos alunos que sejam muito semelhantes ou muito diferentes. Pode começar com soluções menos complexas e, em seguida, passar para as mais complexas.

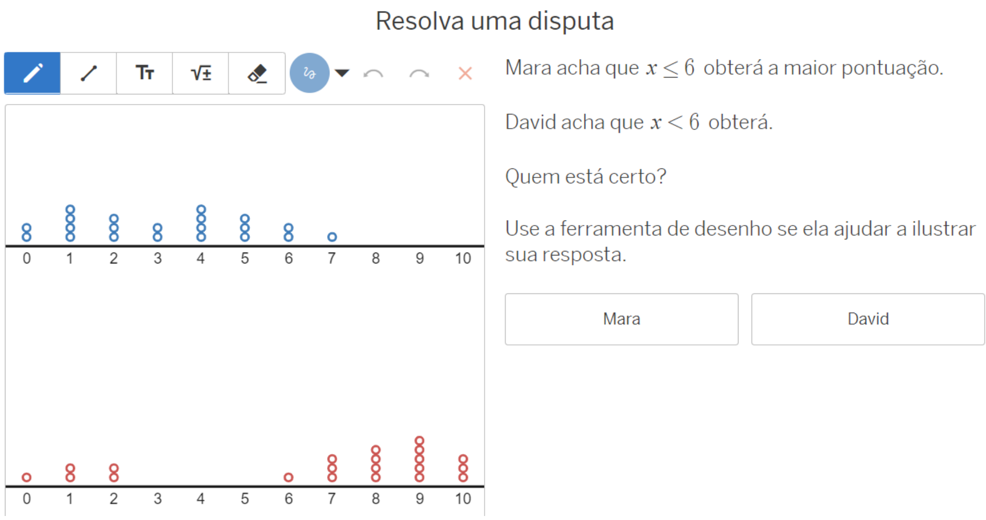
Figura 4.25: Desafio 2 – captura de pontos



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

A tela a seguir 4.26 é o desafio da página 4. Ela apresenta uma situação em que dois alunos opinam sobre desigualdades que obterá a maior pontuação. O propósito dessa página é discutir igualdade em inequação. A solução é facilitada pela possibilidade em desenhar no diagrama. Mas não somente o aluno deve assinalar a resposta a pergunta, como também deve justificá-la, como ilustra a figura 4.27

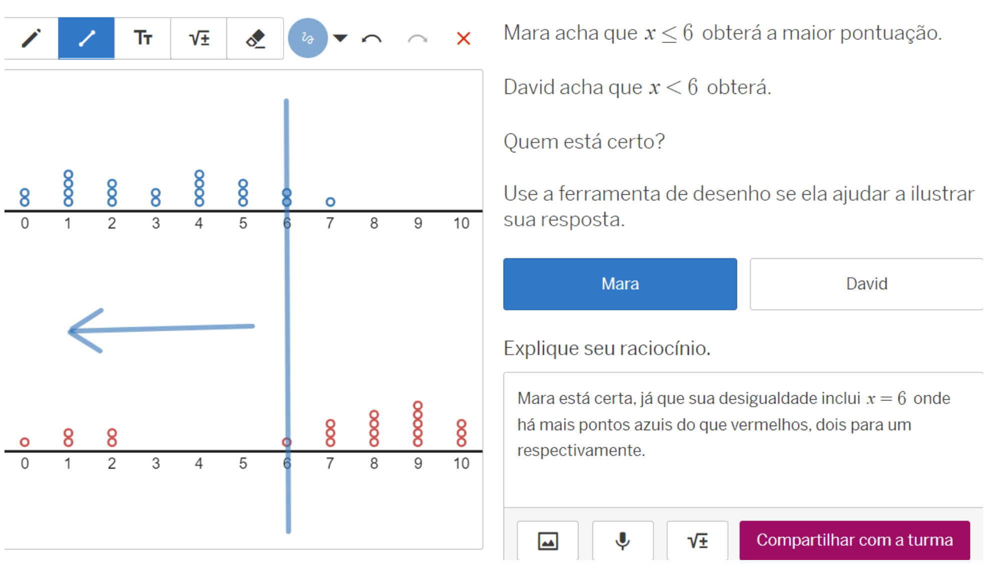
Figura 4.26: Tela inicial de "resolva uma disputa"



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em disputa no Desmos

Figura 4.27: Resposta da disputa

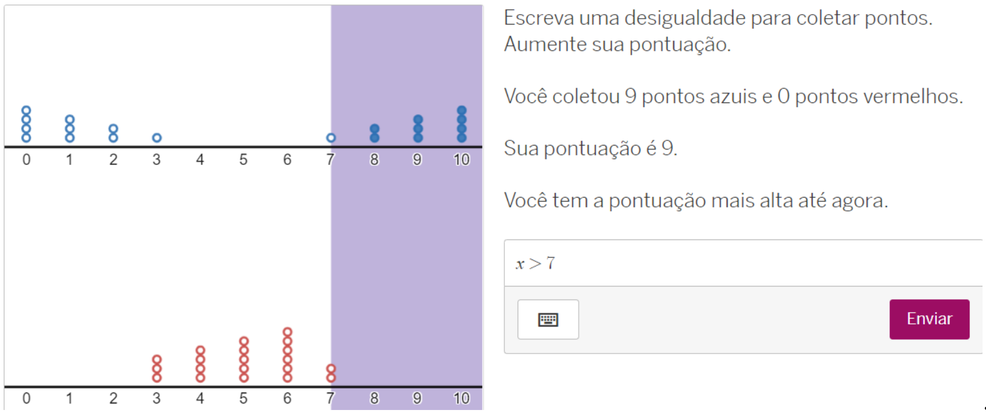


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

O desafio seguinte (figura 4.28) é uma boa oportunidade de introduzir ou aplicar a definição de módulo, mas não obrigatório! Observe que duas possíveis respostas são $x > 7$ e $x < 3$. No entanto com $|x - 5| \geq 3$ se consegue a máxima pontuação. Para chegar até essa desigualdade no entanto é preciso que o professor tenha feita uma boa discussão de módulo de números reais.

Figura 4.28: Desafio 3 – captura de pontos

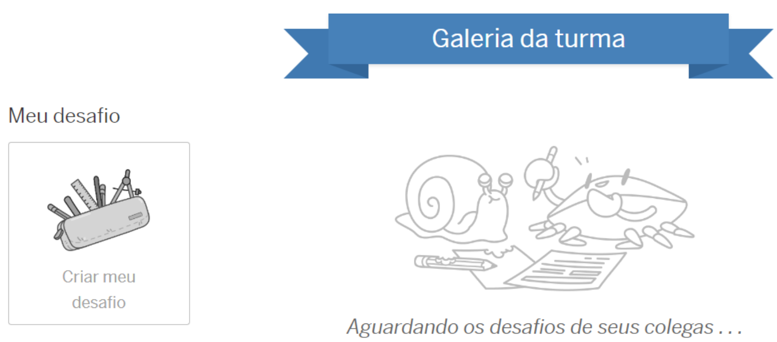


,

Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

No final, existe uma página com a possibilidade de se criar e publicar seu próprio desafio, com os passos já mostrados anteriormente. Perceba que a tela da galeria 4.29 é a mesma das anteriores.

Figura 4.29: Galeria da turma – Captura de Pontos



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade no Desmos

4.5 Quinta atividade – "A Tartaruga e a Lebre"

Nesta atividade os alunos farão análise dos gráficos por meio de animações de corridas de animais, assim como serão instigados a compreender as características da função e das relações lineares que nela se apresenta. Ou seja, ao analisar os gráfico dos desafios posteriores, as informações fornecerão percepções sobre como a função se comporta, como a inclinação da reta e sua posição em relação aos eixos coordenados.

Portanto, os alunos serão envolvidos em um cenário de corrida de animais, onde farão conexões importantes entre o cenário e os gráficos de distância em função do tempo para cada animal. Além disso, eles serão desafiados a criar seu próprio gráfico representando a mesma relação para um novo animal, a raposa.

A figura adiante 4.30 é uma animação inicial da corrida entre uma tartaruga e uma lebre, onde mostra todo o seu trajeto. Com isso, o aluno precisa observar a corrida com muita atenção para, em seguida, no campo direito da animação, fazer uma breve estória baseadas em suas próprias observações.

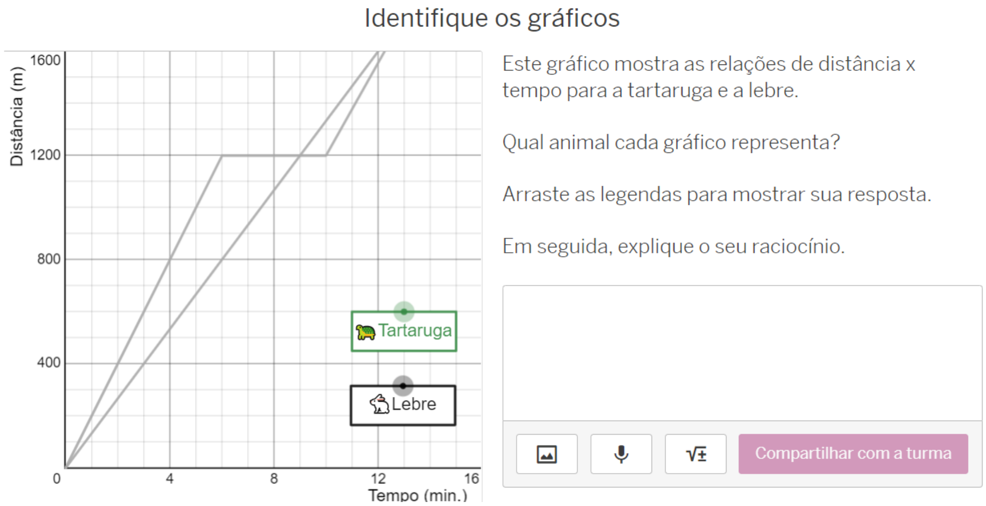
Figura 4.30: Tela inicial

Fonte: Captura obtida pelo autor em tela inicial do desafio da tartaruga e a lebre no Desmos ,

Um exemplo de estória para essa corrida é a seguinte: Havia uma corrida emocionante entre uma tartaruga e uma lebre. A lebre era mais veloz do que a tartaruga, mas, devido à sua confiança em sua velocidade, a lebre decidiu tirar uma soneca após 6 minutos de corrida. Enquanto a lebre dormia, a tartaruga continuou avançando de pouquinho a pouquinho, alcançando uma grande distância à frente da lebre. Quando a lebre finalmente acordou, após 4 minutos de soneca, percebeu que a tartaruga estava tão longe que não conseguiu mais alcançá-la, e, assim, a tartaruga venceu a corrida. A estória destaca que não basta ser rápido; a constância e a perseverança podem ser fundamentais para alcançar o sucesso.

Em seguida tem o desafio “Identifique os gráficos” ilustrado na figura 4.31, que é relacionado com a animação da pagina anterior. Aqui o aluno será apresentado a dois gráficos que mostram as relações entre distância e tempo para a tartaruga e a lebre. A tarefa é identificar corretamente a qual animal cada gráfico representa, arrastando as legendas para cima de cada gráfico correspondente. Ao arrastar as legendas para os gráficos, deve-se verifique se a inclinação corresponde à velocidade esperada para cada animal.

Figura 4.31: Identifique os gráficos



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em tela inicial do desafio da tartaruga e a lebre no Desmos

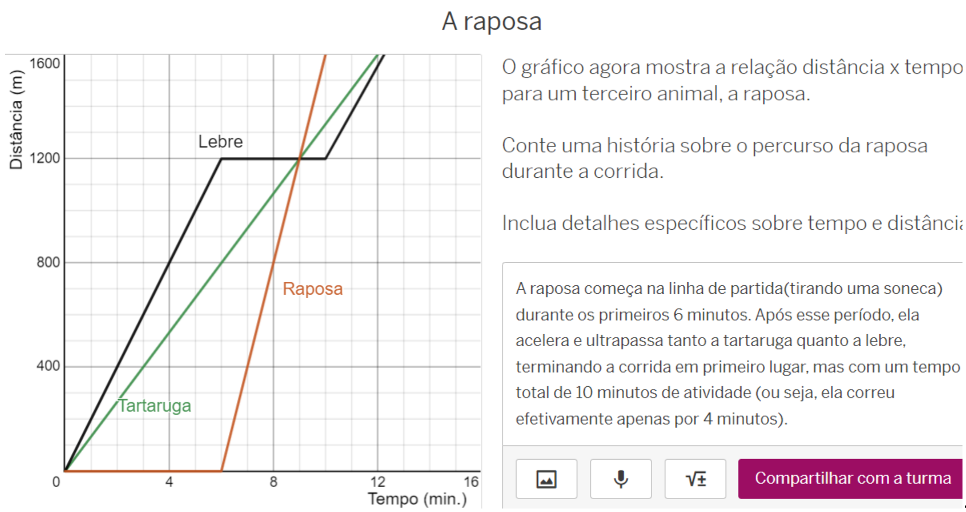
Após analisar os gráficos e associar corretamente as legendas, o aluno deve explicar seu raciocínio com base nas características de velocidade de cada animal e como isso se reflete nas linhas dos gráficos. Logo, é importante que se enfatize que a inclinação das linhas representa a taxa de variação, que é relacionada à velocidade.

Exemplos de resposta podem ser as seguintes:

- O gráfico linear representa a tartaruga porque a velocidade da tartaruga foi numa taxa constante;
- O gráfico com uma seção horizontal de 6 a 10 minutos representa a lebre porque ela tirou uma soneca de quatro minutos durante a corrida, por isso só se aumentou o tempo e não a distância nesta etapa do percurso;
- A razão $\frac{\text{distância}}{\text{tempo}}$ é velocidade, e como a lebre tem uma maior velocidade que a da tartaruga, a reta que tem maior inclinação deve ser associada à lebre.

Num outro desafio é incluído um terceiro animal na corrida (a raposa) e seu gráfico é mostrado na figura seguinte 4.32. O objetivo é semelhante ao desafio anterior, agora o aluno deve contar uma estória do percurso com a raposa também. Para exemplo, foi colocado um texto no bloco resposta livre:

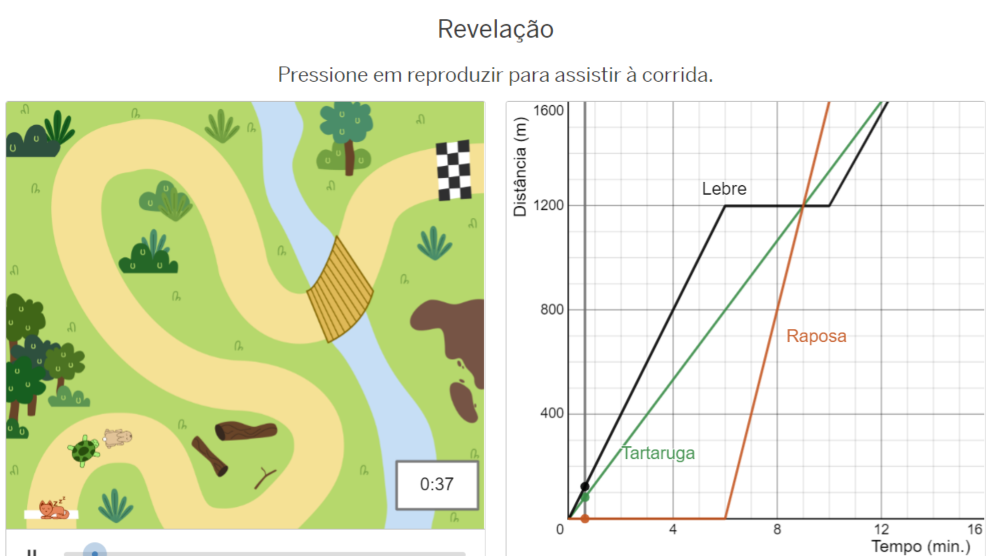
Figura 4.32: A raposa



, Fonte: Captura obtida pelo autor em Identifique os gráficos no Desmos

A animação a seguir é a revelação dos gráficos anteriores.

Figura 4.33: A raposa – animação

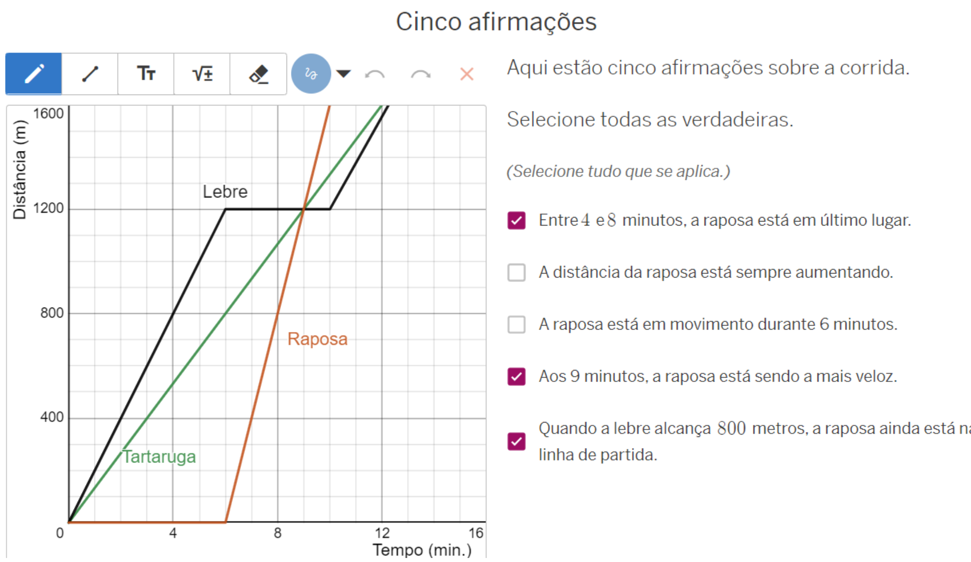


, Fonte: Captura obtida pelo autor em Animação da raposa no Desmos

Baseando-se nesses gráficos das figuras 4.32 e 4.33, o desafio mostra cinco afirmações e os alunos terão que marcar somente as verdadeiras. Porém, como base de exemplificação, este desafio já está com as afirmações marcadas!

É importante destacar que este é um momento propício para avaliar o avanço dos estudantes. Em vez de fornecer ajuda individual apenas quando necessário, considere promover uma discussão em grupo com toda a classe, onde os alunos são convidados a argumentar, a favor ou contra, cada declaração apresentada. Eles devem explicar o motivo por trás de suas

Figura 4.34: desafio da raposa x lebre x tartaruga



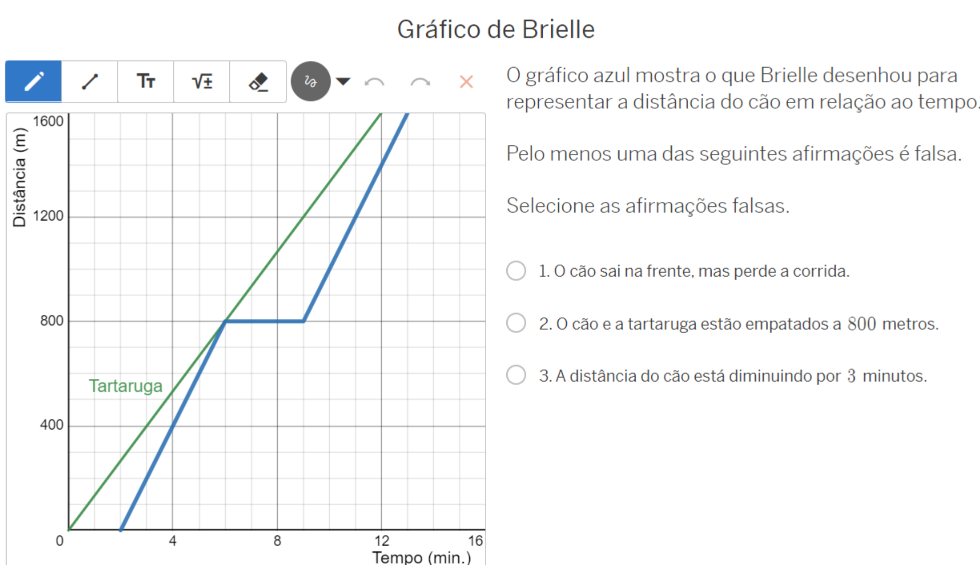
,

Fonte: Captura obtida pelo autor em desafio das cinco afirmações no Desmos

respostas e também oferecer críticas construtivas aos argumentos uns dos outros. Isso proporcionará uma oportunidade para os alunos demonstrarem seu entendimento, pensamento crítico e habilidades de análise de maneira coletiva.

Este próximo desafio 4.35 tem o mesmo objetivo que o anterior,veja;

Figura 4.35: 2° desafio da tartaruga e o cão



,

Fonte: Captura obtida pelo autor em 2° desafio das afirmações no Desmos

Sendo assim,um exemplo de resposta para esse desafio é o seguinte:

- A primeira declaração não é verdadeira. O cachorro não assume a liderança inicial. Em vez disso, ele começa a corrida com um atraso de 2 minutos.

- A terceira declaração é falsa. A distância entre o cão e o ponto de partida para de aumentar durante um período de 3 minutos, mas nunca diminui. Durante esses 3 minutos, o cachorro permanece imóvel.

4.6 Sexta atividade – "Deixe equilibrado"

Nesta atividade, serão utilizados exemplos interativos com ganchos para abordar a resolução de equações e sistemas de equações atribuindo valores para x e y . Inicialmente, os alunos vão lidar com um cenário simples, representado por um gancho. Eles perceberão que os valores que fazem com que o gancho fique equilibrado também correspondem a soluções para a equação. Essas soluções, quando representadas graficamente, formarão uma linha reta.

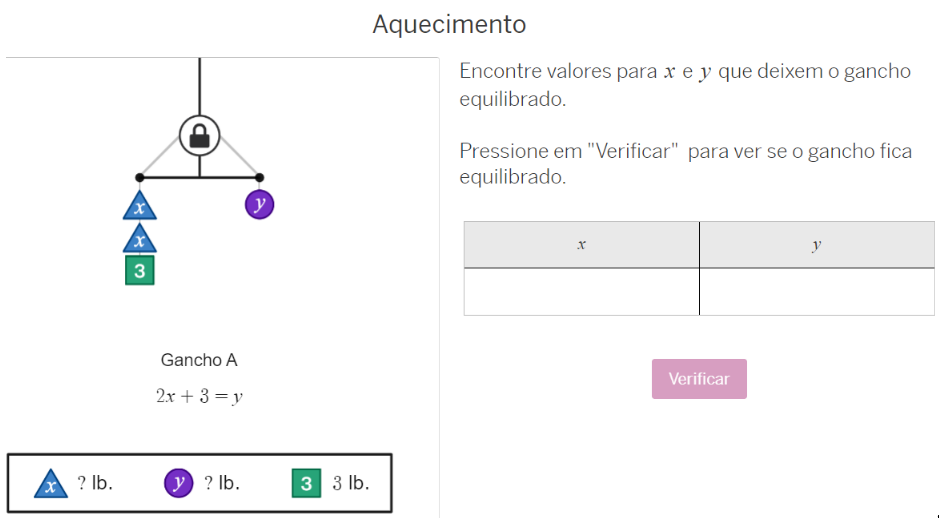
Posteriormente, os alunos irão avançar para um cenário mais complexo, onde lidarão com dois ou mais ganchos. Nesse contexto, eles vão observar que os valores que levam ambos os ganchos ao equilíbrio também são soluções para ambas as equações. Essas soluções estarão presentes nas duas linhas retas correspondentes às equações e estarão onde essas retas se cruzam.

A importância desta atividade é que, ao explorar esses desafios, os alunos vão compreender os diferentes tipos de sistemas de equações. Eles vão aprender a identificar sistemas que possuem uma única solução, sistemas que não têm solução e sistemas que têm infinitas soluções.

1. A figura a seguir 4.36 é o aquecimento da atividade "Deixe equilibrado", tem com a seguinte informação: "Encontre valores para x e y que deixem o gancho equilibrado." Ou seja, é encontrar os valores das variáveis que torna a equação dada no desafio, verdadeira. Logo após veja se sua resposta esta certa ou não, clicando na aba verificar.

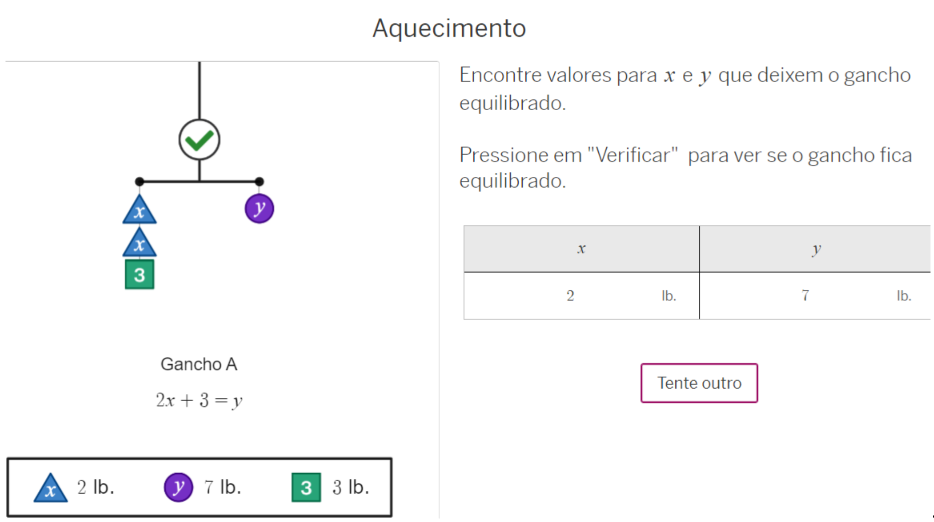
   A figura 4.37 a seguir é um exemplo de resposta para o desafio anterior. Perceba que neste caso, com o $x = 2$ e o $y = 7$ o gancho não está pendendo para nenhum lado. Ou seja, o equilíbrio do gancho torna a equação verdadeira.

Figura 4.36: Aquecimento do “Deixe equilibrado”



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade “Deixe equilibrado”: aquecimento no Desmos

Figura 4.37: aquecimento “Deixe equilibrado”: resposta

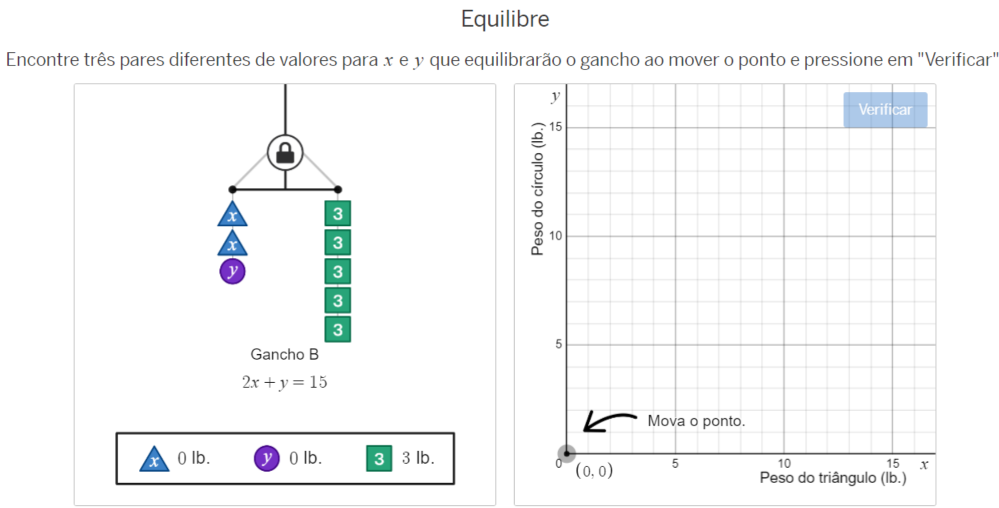


Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade “Deixe equilibrado”: aquecimento no Desmos

2. O objetivo do próximo desafio (figura 4.38) é semelhante ao anterior! Nele deve-se mover os três pontos para encontrar pares diferentes de valores de x e y que atendem a condição da equação dada e, em seguida, verificar se eles mantêm o equilíbrio do gancho. Como exemplo de resposta para este desafio se tem os pares $P_1(1, 13)$ $P_2(6, 3)$ e $P_3(7, 1)$, cuja ilustração está na figura 4.39. Vale ressaltar que, se ligarmos os pontos dos pares ordenados com um segmento, formará uma reta.

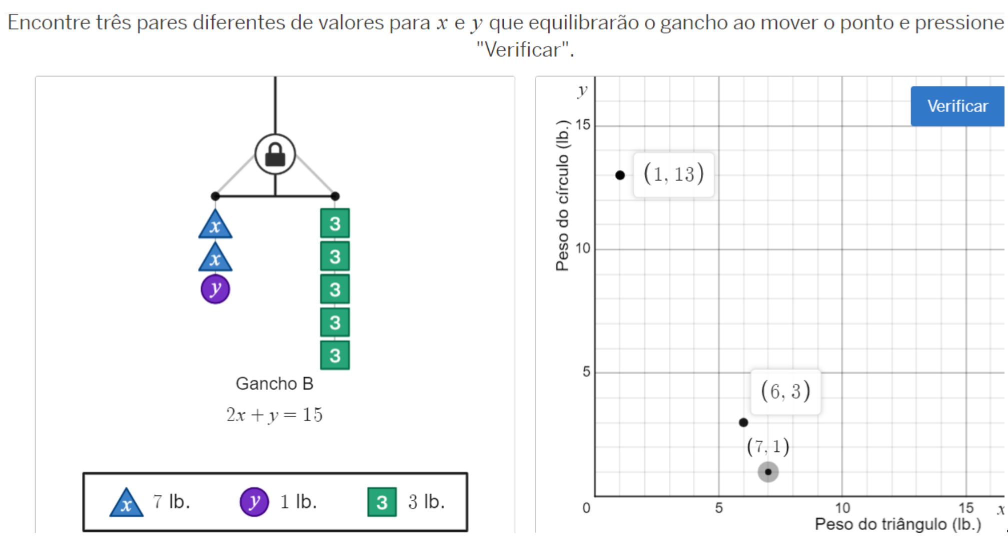
3. No próximo desafio (figura 4.40) existem duas retas paralelas. É feita a pergunta se é possível equilibrar, ou não, seus ganchos correspondentes com as possibilidades dadas: apenas um, apenas o outro, os dois ou nenhum.

Figura 4.38: “Deixe equilibrado”: atividade inicial



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade “Deixe equilibrado”: aquecimento no Desmos ,

Figura 4.39: “Deixe equilibrado”: atividade inicial 2

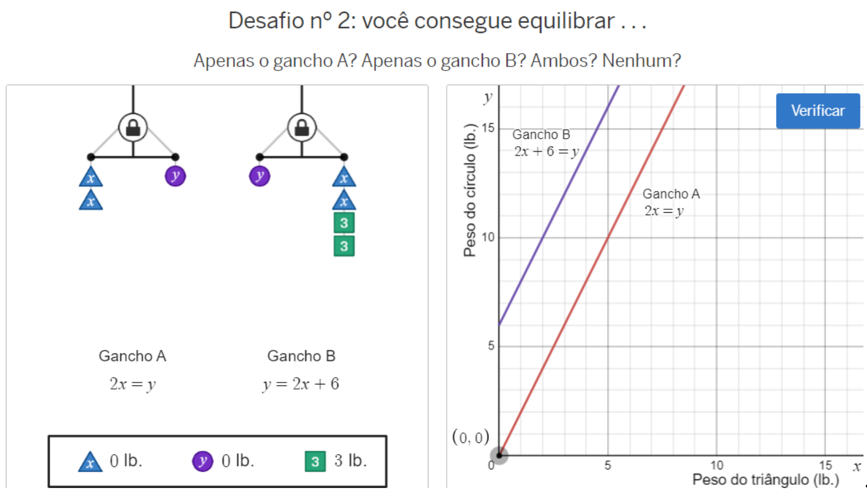


Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade do “Deixe equilibrado”: desafio inicial no Desmos ,

Qualquer ponto localizado sobre uma das retas resultará em um equilíbrio do gancho correspondente a essa reta. Porém, pontos que estejam fora das retas não terão o efeito de equilibrar o gancho da mesma. Portanto, alcançar o equilíbrio simultâneo dos dois ganchos é a única possibilidade impossível de se realizar neste desafio.

Um exemplo de resposta para este desafio pode ser (apresentado em 4.41): Analisando o gráfico, fica evidente que o sistema não possui solução devido à natureza das retas, que são paralelas e nunca se intersectam. Se eu definir as equações iguais a uma à outra e subtrair $2x$ de cada lado, obtenho $0 = 6$, que é uma afirmação falsa . Isso significa que não há solução para a solução $2x = 2x + 6$ e, portanto, não há soluções para o sistema

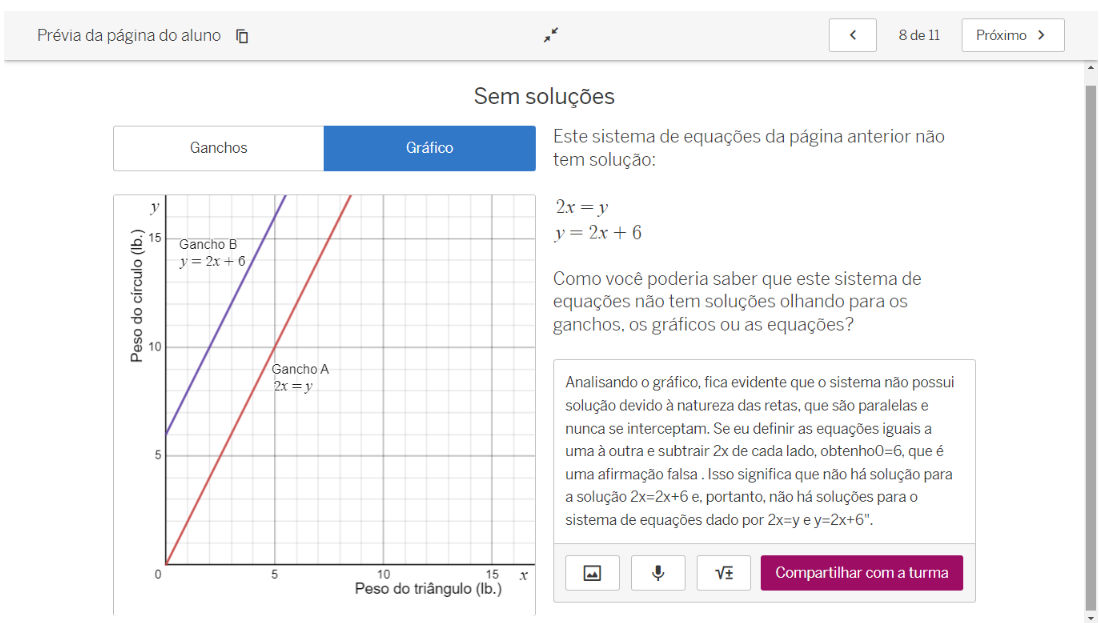
Figura 4.40: "Deixe equilibrado": 3 – você consegue equilibrar?



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade do "Deixe equilibrado": você consegue equilibrar?

de equações dado por $2x = y$ e $y = 2x + 6$.

Figura 4.41: "Deixe equilibrado": 3 – Desafio sem solução



Fonte: Captura obtida pelo autor em atividade do "Deixe equilibrado": desafio sem solução

Considerações Finais

É fundamental a relevância da busca constante pelo aprimoramento no âmbito da educação, uma vez que a sociedade está em constante evolução. Nesse contexto, os métodos aqui presentes acompanharam essa transformação, adaptando-se para melhor atender e preparar os alunos, seja por meio de plataforma virtual ou outras tecnologias que facilitem a aprendizagem.

Portanto, esse trabalho pretendeu propor uma sequência para o ensino de função afim com atividades na plataforma virtual Desmos, utilizando uma abordagem qualitativa e adotando a pesquisa-ação como método de investigação; com o objetivo de fornecer aos alunos uma compreensão sólida dos conceitos relacionados a esse conteúdo; assim como desenvolver o pensamento crítico com resolução de atividades interativas, capacitando-os a identificar, descrever, interpretar e resolver atividades de funções em diferentes contextos. Além disso, busca-se promover a autonomia e a interação dos alunos com a tecnologia e entre si.

Por isso, procurei aqui abordar alternativas para o uso de tecnologias como instrumento facilitador do ensino e aprendizagem. Com isso, o *software* Desmos desempenhou um papel crucial nesse contexto, pois é simples de usar, oferecendo tarefas que podem ser ensinadas de diversas maneiras, permitindo uma abordagem flexível de acordo com as necessidades específicas do aluno e uma ótima interface interativa e intuitiva que contribui para uma melhor compreensão de atividades e oferece suporte valioso aos professores. Além do mais, a sequência agregou valor, pois organizou as atividades de maneira mais coerente e gradativa, apontando para uma melhor aprendizagem e ensino.

Por outro lado, um dos principais desafios que enfrentei, além da restrição de tempo, foi a dificuldade de encontrar uma turma do primeiro ano do ensino médio disponível para implementar esta sequência de ensino de função afim com atividades no Desmos, com o propósito em coletar os dados necessários para a apresentação dos objetivos propostos. No entanto, apesar desses obstáculos, acredito que esta proposta pode ter um impacto positivo significativo no avanço do conhecimento no campo da educação matemática, pois forneceu ferramentas importantes que podem inspirar futuros trabalhos científicos e a aplicação prática das ideias aqui discutidas em uma turma, com muito mais tempo, por exemplo.

Vale considerar que durante o curso desta pesquisa, com as leituras de diversas obras com autores imensuráveis, em especial Creswell et al. (2007), Vygotsky (1978) e Melo, Filho & Chaves (2016) adquiri percepções valiosas em relação à nossa prática de ensino. O desenvolvimento deste trabalho proporcionou-me uma ampliação significativa de minha identidade profissional, baseada em reflexões sobre nosso próprio desempenho em sala de aula. Aprendi que é de suma importância ouvir os alunos, valorizando suas contribuições, utilizando o que é compartilhado para formular questionamentos que estimulem a autonomia deles. Ou seja, deve-se haver uma abertura para acolher todas as perspectivas dos alunos, sem restringir-nos ao que queremos ouvir, garantindo que o processo de ensino-aprendizagem envolve considerar todas as partes. Essa percepção também pode ser um elemento de decisão para selecionar que atividades são mais adequadas com as especificidades de cada turma.

Referências

AUGUSTO, A. Metodologias quantitativas/metodologias qualitativas: mais do que uma questão de preferência. In: CESNOVA. *Forum Sociológico. Série II*. Portugal, 2014. p. 73–77. 12, 13

CENTER, D. H. *Desmos Help Center*. 2022. Disponível em: <https://help.desmos.com/hc/en-us/articles/4410614482061#CL>. 22

CRESWELL, J. W. et al. Qualitative research designs: Selection and implementation. *The counseling psychologist*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 35, n. 2, p. 236–264, 2007. 12, 13, 55

DAMBRÓSIO, U. *A era da consciência*. São Paulo: Editora Peirópolis, 1997. 11, 12

DESMOS, S. P. *Desmos Classroom, Computation Layer Documentation*. 2011. Disponível em: <https://teacher.desmos.com/computation-layer/documentation>. 23

DESMOS studio. *Desmos*. 2023. Disponível em: <https://www.desmos.com/?lang=pt-BR>. Acesso em: 13 de dezembro 2023. 17

FRANÇA, J. d. A. et al. Proposta para o ensino de funções usando a ferramenta digital desmos. 2022. 22

GARDNER, H.; CHEN, J.-Q.; MORAN, S. *Inteligências múltiplas*. São Paulo: Penso Editora, 2009. 11

KOERICH, M. S. et al. Pesquisa-ação: ferramenta metodológica para a pesquisa qualitativa. *Revista Eletrônica de Enfermagem*, v. 11, n. 3, 2009. 13

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. Rio de Janeiro: SBM, 1997. v. 1. 24

LOPES, M. M. Um estudo sobre a modelagem matemática na educação básica. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2016. 12

MELO, A. S. E. de; FILHO, O. N. M.; CHAVES, H. V. Lewin e a pesquisa-ação: gênese, aplicação e finalidade. *Fractal: Revista de Psicologia*, SciELO Brasil, v. 28, p. 153–159, 2016. 14, 55

PBC, D. S. *Desmos Computation Layer Support Forum*. 2022. Disponível em: <https://cl.desmos.com/>. 23

PIAGET, J. *The Psychology of Intelligence*. London: Routledge and Kegan Paul, 1950. Piaget's work on cognitive development and constructivism. 11

REGO, B.; GOMES, C. A.; ANDRADE, M. do C. Programa nónio século xxi. *Millenium*, Instituto Politécnico de Viseu, 2000. 12

RICARDO, E. C. et al. Competências, interdisciplinaridade e contextualização: dos parâmetros curriculares a uma compreensão para o ensino das ciências. Florianópolis, SC, 2005. 8

SILVA, A. L.; MARIANO, L. S.; FINARDI, K. R. As novas tecnologias no ensino–aprendizado de l2: refletindo a partir de olhares de professores. *LínguaTec*, v. 3, n. 2, 2018. 12

VYGOTSKY, L. S. *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambrigde, Massachusetts, Estados Unidos: Harvard University Press, 1978. 11, 55