



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BELÉM  
FACULDADE DE ENGENHARIA NAVAL

KADU NAOKI ISHIKAWA

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
EMBARCAÇÕES DE AÇO SUBMETIDAS A DIFERENTES CENÁRIOS DE  
COLISÃO**

BELÉM  
2026

KADU NAOKI ISHIKAWA

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
EMBARCAÇÕES DE AÇO SUBMETIDAS A DIFERENTES CENÁRIOS DE  
COLISÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Naval, do Campus Universitário de Belém, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de bacharelado em Engenharia Naval.

Orientador(a): MSc. André Vinicius da Costa Araujo

BELÉM  
2026

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

I79a Ishikawa, Kadu Naoki.  
ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO  
ESTRUTURAL DE EMBARCAÇÕES DE AÇO SUBMETIDAS  
A DIFERENTES CENÁRIOS DE COLISÃO / Kadu Naoki  
Ishikawa. — 2026.  
122 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Me. André Vinicius da Costa Araujo  
Trabalho de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Faculdade de Engenharia Naval, Belém,  
2026.

1. Colisão de embarcação de aço. 2. Dinâmica explícita. 3.  
Método de elementos finitos. 4. Deformação estrutural. 5.  
Energia de impacto. I. Título.

CDD 359.07

---

KADU NAOKI ISHIKAWA

**ANÁLISE NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE  
EMBARCAÇÕES DE AÇO SUBMETIDAS A DIFERENTES CENÁRIOS DE  
COLISÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Naval, do Campus Universitário de Belém, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de bacharelado em Engenharia Naval.

Data da aprovação: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Conceito: \_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>o</sup>. MSc. André Vinícius da Costa Araújo  
Universidade Federal do Pará - Orientador

---

Prof<sup>o</sup>. DSc. Fábio Antonio do Nascimento Setubal  
Universidade Federal do Pará

---

Prof<sup>o</sup>. Kao Yung Ho  
Universidade Federal do Pará

Dedico este trabalho a toda a minha família, em especial em memória de meu avô Kunio Ishikawa, que sempre me incentivou a buscar alcançar meus sonhos e me guiou por muitas vezes para o caminho do estudo e do trabalho.

## AGRADECIMENTO

Agradeço, primeiramente, aos meus queridos pais, Hamilton Manabu Ishikawa e Isabela de Lima Ishikawa, por todo o amor, carinho, atenção e incentivo que me proporcionaram ao longo da minha vida pessoal e acadêmica. Foram minha maior inspiração como ser humano e o principal alicerce para que eu pudesse chegar até aqui. Este sonho não é construído apenas por mim, mas também por vocês.

Agradeço, com especial carinho, às minhas irmãs, Yumi e Yukari, que sempre me transmitiram força e vontade para continuar trilhando o caminho correto, buscando ser para elas, também, uma referência positiva.

À minha parceira de vida, Mariana Batista Rodrigues, expresso minha profunda gratidão pelo incentivo constante, pelo apoio nos momentos desafiadores e por ser, inúmeras vezes, meu porto seguro e minha inspiração para buscar sempre ser melhor.

Agradeço ao meu orientador, Prof. André Vinícius, pelo total suporte durante a elaboração desse trabalho e por todo o conhecimento compartilhado comigo durante os anos de curso.

Aos meus amigos José Elias Gomes da Silva e Pedro Henrique Rego, agradeço pela amizade sincera, pelo companheirismo e pela contribuição na minha formação pessoal ao longo dessa trajetória.

Por fim, aos meus amigos de turma Rodrigo Martins e Almir Ruan, pela parceria durante os anos de curso, pelo apoio nos momentos de dificuldade e pela troca de conhecimentos que certamente contribuíram para esta conquista.

## RESUMO

A intensificação do transporte hidroviário e a presença crescente de pontes sobre vias navegáveis têm ampliado a ocorrência de colisões entre embarcações e pilares, caracterizadas por carregamentos altamente dinâmicos, grandes deformações e forte não linearidade estrutural. Tradicionalmente, a avaliação desses eventos tem sido conduzida sob a ótica da proteção da ponte, com o uso de formulações empíricas baseadas em forças equivalentes, o que limita a compreensão do comportamento estrutural da embarcação, principal elemento dissipador de energia no impacto. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver e aplicar um modelo numérico em dinâmica explícita, baseado no Método dos Elementos Finitos, para analisar o comportamento estrutural de uma embarcação metálica submetida a diferentes cenários de colisão com um pilar rígido. Foram simulados doze cenários de impacto, combinando variações de velocidade e ângulo de incidência, de modo a investigar a influência desses parâmetros na deformação máxima, na distribuição de tensões equivalentes e no balanço energético do sistema. Os resultados evidenciam que colisões angulares podem gerar níveis mais elevados de deformação plástica e tensão equivalente na estrutura da embarcação quando comparadas ao impacto frontal, mesmo apresentando menor componente normal da velocidade. Tal comportamento é atribuído à maior extensão da área de contato, ao aumento do caminho de deformação e aos efeitos de cisalhamento e deslizamento durante o impacto. Conclui-se que a metodologia proposta permite uma análise mais realista do fenômeno de colisão, contribuindo para o entendimento dos mecanismos de absorção de energia e do potencial de ruptura estrutural da embarcação, com menor dependência de aproximações empíricas globais.

**Palavras-chave:** colisão de embarcações de aço; dinâmica explícita; método dos elementos finitos; deformação estrutural; energia de impacto.

## ABSTRACT

The intensification of inland waterway transportation and the increasing presence of bridges over navigable rivers have raised the occurrence of vessel–pier collisions, which are characterized by highly dynamic loads, large deformations, and strong structural nonlinearities. Traditionally, the assessment of these events has focused on bridge safety, relying on empirical formulations based on equivalent impact forces, which limits the understanding of the vessel’s structural response, the main energy-absorbing component during collision. In this context, this study aims to develop and apply an explicit dynamics numerical model based on the Finite Element Method to analyze the structural behavior of a steel vessel subjected to different collision scenarios against a rigid bridge pier. Twelve impact scenarios were simulated by varying the vessel’s approach velocity and impact angle, allowing the investigation of their influence on maximum deformation, equivalent stress distribution, and the overall energy balance of the system. The results show that oblique collisions may lead to higher plastic deformations and equivalent stresses in the vessel structure when compared to frontal impacts, even with a lower normal velocity component. This behavior is mainly associated with the increased contact area, longer deformation path, and the presence of shear and sliding effects during impact. It is concluded that the proposed methodology provides a more realistic representation of vessel–pier collision phenomena, contributing to a better understanding of energy absorption mechanisms and the structural failure potential of vessels, with reduced reliance on global empirical approximations.

**Keywords:** Steel vessel collision; explicit dynamics; finite element method; structural deformation; impact energy.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Volume de aço deformado em função da energia de impacto .....	21
Figura 2 - Porção de energia absorvida no impacto em função do ângulo de impacto e do coeficiente de atrito .....	23
Figura 3 - Modelo do experimento de Woisin.....	24
Figura 4 - Relação dinâmica da força de impacto ao longo do tempo .....	25
Figura 5 - Forças estáticas x Porte bruto .....	25
Figura 6 - Força de impacto x Porte bruto pós Knoop .....	26
Figura 7 - Elemento finito unidimensional de dois nós.....	30
Figura 8 - Estrutura constituída por vários elementos finitos.....	30
Figura 9 - Malhas com elementos triangulares lineares .....	31
Figura 10 - Malha com elementos triangulares quadráticos.....	31
Figura 11 - Elementos retangulares de diferentes ordens (família serendipity).....	32
Figura 12 - Elemento finito de quatro nós em estado plano de tensão .....	33
Figura 13 - Modelo geométrico do casco .....	41
Figura 14 - Modelo geométrico do pilar.....	41
Figura 15 - Modelo refinado no Spaceclaim .....	42
Figura 16 - Malha dos cenários 01, 02, 03 e 04 .....	43
Figura 17 - Malha dos cenários 05, 06, 07 e 08 .....	43
Figura 18 - Malha dos cenários 09, 10, 11 e 12 .....	44
Figura 19 - Condição de contorno cenário 01 .....	45
Figura 20 - Cenário 01 - deformação total vista 1 .....	47
Figura 21 - Cenário 01 - deformação total vista 2.....	47
Figura 22 - Gráfico deformação do cenário 1.....	48
Figura 23 - Cenário 02 - deformação total vista 1 .....	48
Figura 24 - Cenário 02 - deformação total vista 2.....	49
Figura 25 - Gráfico deformação do cenário 2.....	49
Figura 26 - Cenário 03 - deformação total vista 1 .....	50
Figura 27 - Cenário 03 - deformação total vista 2.....	50
Figura 28 - Cenário 03 - deformação total vista 3 .....	50
Figura 29 - Gráfico deformação do cenário 3.....	51
Figura 30 - Cenário 04 - deformação total vista 1 .....	51
Figura 31 - Cenário 04 - deformação total vista 2.....	52

Figura 32 - Cenário 04 - deformação total vista 3 .....	52
Figura 33 - Gráfico deformação do cenário 4.....	52
Figura 34 - Cenário 05 - deformação total vista 1 .....	53
Figura 35 - Cenário 05 - deformação total vista 2 .....	53
Figura 36 - Cenário 05 - deformação total vista 3 .....	53
Figura 37 - Gráfico deformação do cenário 5.....	54
Figura 38 - Cenário 06 - deformação total vista 1 .....	54
Figura 39 - Cenário 06 - deformação total vista 2 .....	55
Figura 40 - Cenário 06 - deformação total vista 3 .....	55
Figura 41 - Cenário 06 - deformação total vista 4.....	55
Figura 42 - Gráfico deformação do cenário 6.....	56
Figura 43 - Cenário 07 - deformação total vista 1 .....	56
Figura 44 - Cenário 07 - deformação total vista 2 .....	57
Figura 45 - Cenário 07 - deformação total vista 3 .....	57
Figura 46 - Cenário 07 - deformação total vista 4.....	57
Figura 47 - Gráfico deformação do cenário 7.....	58
Figura 48 - Cenário 08 - deformação total vista 1 .....	58
Figura 49 - Cenário 08 - deformação total vista 2 .....	59
Figura 50 - Cenário 08 - deformação total vista 3 .....	59
Figura 51 - Cenário 08 - deformação total vista 4.....	59
Figura 52 - Gráfico deformação do cenário 8.....	60
Figura 53 - Cenário 09 - deformação total vista 1 .....	60
Figura 54 - Cenário 09 - deformação total vista 2 .....	61
Figura 55 - Cenário 09 - deformação total vista 3 .....	61
Figura 56 -Gráfico deformação do cenário 9.....	61
Figura 57 - Cenário 10 - deformação total vista 1 .....	62
Figura 58 - Cenário 10 - deformação total vista 2 .....	62
Figura 59 - Gráfico deformação do cenário 10.....	63
Figura 60 - Cenário 11 - deformação total vista 1 .....	63
Figura 61 - Cenário 11 - deformação total vista 2 .....	64
Figura 62 - Cenário 11 - deformação total vista 3 .....	64
Figura 63 - Gráfico deformação do cenário 11.....	65
Figura 64 - Cenário 12- deformação total vista 1 .....	65
Figura 65 - Cenário 12- deformação total vista 2.....	66

Figura 66 - Cenário 12- deformação total vista 3 .....	66
Figura 67 - Gráfico deformação do cenário 12.....	67
Figura 68 - Cenário 01 - tensão equivalente vista 1 .....	68
Figura 69 - Cenário 01 - tensão equivalente vista 2 .....	68
Figura 70 - Gráfico tensão equivalente do cenário 1 .....	69
Figura 71 - Cenário 02 - tensão equivalente vista 1 .....	69
Figura 72 - Cenário 02 - tensão equivalente vista 2 .....	70
Figura 73 - Gráfico tensão equivalente do cenário 2.....	70
Figura 74 - Cenário 03 - tensão equivalente vista 1 .....	71
Figura 75 - Cenário 03 - tensão equivalente vista 2 .....	71
Figura 76 - Gráfico tensão equivalente do cenário 3 .....	71
Figura 77 - Cenário 04 - tensão equivalente vista 1 .....	72
Figura 78 - Cenário 04 - tensão equivalente vista 2 .....	72
Figura 79 - Gráfico tensão equivalente do cenário 4.....	73
Figura 80 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 1 .....	73
Figura 81 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 2 .....	74
Figura 82 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 3 .....	74
Figura 83 - Gráfico tensão equivalente do cenário 5 .....	74
Figura 84 - Cenário 06 - tensão equivalente vista 1 .....	75
Figura 85 - Cenário 06 - tensão equivalente vista 2 .....	75
Figura 86 - Gráfico tensão equivalente do cenário 6.....	76
Figura 87 - Cenário 07 - tensão equivalente vista 1 .....	76
Figura 88 - Cenário 07 - tensão equivalente vista 2 .....	77
Figura 89 - Gráfico tensão equivalente do cenário 7.....	77
Figura 90 - Cenário 08 - tensão equivalente vista 1 .....	78
Figura 91 - Cenário 08 - tensão equivalente vista 2 .....	78
Figura 92 - Gráfico tensão equivalente do cenário 8.....	78
Figura 93 - Cenário 09 - tensão equivalente vista 1 .....	79
Figura 94 - Cenário 09 - tensão equivalente vista 2 .....	79
Figura 95 - Gráfico tensão equivalente do cenário 9.....	80
Figura 96 - Cenário 10 - tensão equivalente vista 1 .....	80
Figura 97 - Cenário 10 - tensão equivalente vista 2 .....	81
Figura 98 - Gráfico tensão equivalente do cenário 10.....	81
Figura 99 - Cenário 11 - tensão equivalente vista 1 .....	82

Figura 100 - Cenário 11 - tensão equivalente vista 2 .....	82
Figura 101 - Gráfico tensão equivalente do cenário 11 .....	82
Figura 102 - Cenário 12 - tensão equivalente vista 1 .....	83
Figura 103 - Cenário 12 - tensão equivalente vista 2 .....	83
Figura 104 - Gráfico tensão equivalente do cenário 12.....	84
Figura 105 - Gráfico das energias do sistema no cenário 4.....	85
Figura 106 - Gráfico das energias do sistema no cenário 8.....	85
Figura 107 - Gráfico das energias do sistema no cenário 12.....	86
Figura 108 - Gráfico das maiores energias dos cenários 4,8 e 12 de cada angulação.....	86
Figura 109 - Gráfico das maiores deformações em cada cenário.....	88
Figura 110 - Gráfico das maiores Tensões equivalentes em cada cenário .....	89

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação para adequação do CH.....	23
Tabela 2 - Cálculo do $P_c$ .....	28
Tabela 3 - Cenários simulados.....	38
Tabela 4 - Características gerais da embarcação .....	40
Tabela 5 - Características estruturais da embarcação .....	40
Tabela 6 - Características do pilar .....	40
Tabela 7 - Maiores deformações e tensões em cada cenário .....	88
Tabela 8 - Tabela resumo da deformação do cenário 01 .....	101
Tabela 9 - Tabela resumo da deformação do cenário 02 .....	101
Tabela 10 - Tabela resumo da deformação do cenário 03 .....	102
Tabela 11 - Tabela resumo da deformação do cenário 04 .....	103
Tabela 12 - Tabela resumo da deformação do cenário 05 .....	104
Tabela 13 - Tabela resumo da deformação do cenário 06 .....	104
Tabela 14 - Tabela resumo da deformação do cenário 07 .....	105
Tabela 15 - Tabela resumo da deformação do cenário 08 .....	106
Tabela 16 - Tabela resumo da deformação do cenário 09 .....	107
Tabela 17 - Tabela resumo da deformação do cenário 10 .....	107
Tabela 18 - Tabela resumo da deformação do cenário 11 .....	108
Tabela 19 - Tabela resumo da deformação do cenário 12 .....	109
Tabela 20 - Tabela resumo da tensão do cenário 01 .....	110
Tabela 21 - Tabela resumo da tensão do cenário 02 .....	110
Tabela 22 - Tabela resumo da tensão do cenário 03 .....	111
Tabela 23 - Tabela resumo da tensão do cenário 04 .....	112
Tabela 24 - Tabela resumo da tensão do cenário 05 .....	113
Tabela 25 - Tabela resumo da tensão do cenário 06 .....	113
Tabela 26 - Tabela resumo da tensão do cenário 07 .....	114
Tabela 27 - Tabela resumo da tensão do cenário 08 .....	115
Tabela 28 - Tabela resumo da tensão do cenário 09 .....	116
Tabela 29 - Tabela resumo da tensão do cenário 10 .....	116
Tabela 30 - Tabela resumo da tensão do cenário 11 .....	117
Tabela 31 - Tabela resumo da tensão do cenário 12 .....	118
Tabela 32 - Resumo das energias do sistema do cenário 4 .....	119

Tabela 33 - Resumo das energias do sistema do cenário 8 .....	119
Tabela 34 - Resumo das energias do sistema do cenário 12 .....	120

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ANSYS	Analysis System
AASHTO	American Association of States Highway and Transportation Officials
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
MEF	Método dos Elementos Finitos
DWT	Deadweight Tonnage
ton	toneladas

## LISTA DE SÍMBOLOS

$E_c$	Energia cinética
$m$	Massa
$V$	Velocidade
$KE$	Energia cinética de impacto
$C_h$	Coefficiente de massa hidrodinâmica
$W$	Deslocamento da embarcação
$E$	Energia cinética de impacto angular
$\eta$	Fator de energia absorvida em impacto obliquo
$E_a$	Energia absorvida
$E_{def}$	Energia dissipada por deformação
$K_e$	Parâmetro empírico associado a rigidez do sistema
$F$	Força de impacto AASHTO
$F_{max}$	Força de impacto Yuan e Harik
$\alpha$	Razão geométrica largura da barcaça / largura do pilar
$V_i$	Velocidade inicial de impacto
$l_i$	Quantidade de movimento (momento linear) inicial da embarcação
$\theta$	Ângulo de impacto
$F_{imp}$	Força de impacto (Sha, 2013)
$a_b$	Penetração estrutural por (Sha, 2013)
$F_m$	Força de impacto
$\delta$	Deformação
$\delta_{max}$	Deformação máxima
$P_c$	Carga plascia estática de colapso
$M_0$	Momento plastico limite
$a$	Penetração estrutural
$P_{(a)}$	Força estática equivalente
$P_s$	Força média de projeto
$a_s$	Penetração de projeto
$M$	Matriz de massa
$C$	Matriz de amortecimento
$K$	Matriz de rigides
$F_{(t)}$	Vetor de forças

$\ddot{X}$	Aceleração nodal
$\dot{X}$	Velocidade nodal
$X$	Posição nodal
$F_i$	Força resultante
$m_i$	Massa nodal associada
$b_i$	Termo adicional de aceleração
$\Delta t$	Incremento de tempo
$F$	Fator de estabilidade
$H$	Menor dimensão característica do elemento
$C$	Velocidade de propagação de onda no material
$c_{ij}$	Termo da matriz constitutiva
$\rho$	Densidade do material
$V_{elem}$	Volume do elemento
$F_p$	Força de penalidade de contato
$M_{efetiva}$	Massa nodal efetiva associada ao contato
$D$	Penetração normal entre superfícies
$q$	Pressão artificial
$C_q$	Coefficiente de controle quadrático
$C_l$	Coefficiente de controle linear
$\xi$	Taxa de deformação volumétrica
$F_{hg}$	Força de controle hourglass
$C_{hg}$	Coefficiente de estabilização hourglass
$\Phi$	Amplitude do modo espúrio

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	18
<b>1.1. Problemática da pesquisa</b> .....	19
<b>1.2. Objetivo geral</b> .....	19
<b>1.3. Objetivos específicos</b> .....	19
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	20
<b>2.1. Análise física</b> .....	21
<b>2.1.1. Energia de impacto</b> .....	21
<b>2.1.2. Força de impacto</b> .....	23
<b>2.1.3. Deformação estrutural</b> .....	27
<b>2.2. Análise Numérica</b> .....	29
<b>2.2.1. Método de elementos finitos</b> .....	29
<b>2.2.2. MEF aplicado a análise de colisão</b> .....	33
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	38
<b>3.1. Características da embarcação e do pilar</b> .....	39
<b>3.2. Modelagem geométrica</b> .....	40
<b>3.3. Geração de malha e tratamento geométrico</b> .....	42
<b>3.4. Condições de contorno</b> .....	44
<b>3.5. Soluções e parâmetros avaliados</b> .....	45
<b>4. RESULTADOS</b> .....	45
<b>4.1. Deformação máxima</b> .....	46
<b>4.1.1. Cenário 01 (4 nós e 0°)</b> .....	47
<b>4.1.2. Cenário 02 (7 nós e 0°)</b> .....	48
<b>4.1.3. Cenário 03 (10 nós e 0°)</b> .....	49
<b>4.1.4. Cenário 04 (15 nós e 0°)</b> .....	51
<b>4.1.5. Cenário 05 (4 nós e 30°)</b> .....	53
<b>4.1.6. Cenário 06 (7 nós e 30°)</b> .....	54
<b>4.1.7. Cenário 07 (10 nós e 30°)</b> .....	56
<b>4.1.8. Cenário 08 (15 nós e 30°)</b> .....	58
<b>4.1.9. Cenário 09 (4 nós e 60°)</b> .....	60
<b>4.1.10. Cenário 10 (7 nós e 60°)</b> .....	62
<b>4.1.11. Cenário 11 (10 nós e 60°)</b> .....	63
<b>4.1.12. Cenário 12 (15 nós e 60°)</b> .....	65
<b>4.2. Tensão equivalente (Von Mises)</b> .....	67

4.2.1.	Cenário 01 (4 nós e 0°)	68
4.2.2.	Cenário 02 (7 nós e 0°)	69
4.2.3.	Cenário 03 (10 nós e 0°)	70
4.2.4.	Cenário 04 (15 nós e 0°)	72
4.2.5.	Cenário 05 (4 nós e 30°)	73
4.2.6.	Cenário 06 (7 nós e 30°)	75
4.2.7.	Cenário 07 (10 nós e 30°)	76
4.2.8.	Cenário 08 (15 nós e 30°)	77
4.2.9.	Cenário 09 (4 nós e 60°)	79
4.2.10.	Cenário 10 (7 nós e 60°)	80
4.2.11.	Cenário 11 (10 nós e 60°)	81
4.2.12.	Cenário 12 (15 nós e 60°)	83
4.3.	Análise energética	84
4.4.	Comentários sobre os resultados	86
4.4.1.	Influência da velocidade de impacto	87
4.4.2.	Comparação entre colisão frontal e angular	87
5.	SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS	91
6.	CONCLUSÃO	94

## 1. INTRODUÇÃO

A intensificação do transporte hidroviário, aliada à presença crescente de obras de infraestrutura como pontes rodoviárias e ferroviárias sobre vias navegáveis, tem ampliado a relevância dos estudos envolvendo colisões entre embarcações e estruturas fixas. Esses eventos caracterizam-se por carregamentos altamente dinâmicos, de curta duração, com elevadas taxas de deformação e forte não linearidade geométrica e material. Diferentemente de solicitações estáticas convencionais, o impacto envolve a rápida conversão da energia cinética da embarcação em trabalho interno de deformação, plastificação progressiva e, em situações mais severas, falha estrutural localizada ou global.

Grande parte dos estudos existentes sobre colisões embarcação–ponte tem como foco principal a segurança da própria ponte. Nesses casos, o objetivo é garantir que o pilar resista ao impacto, o que leva à adoção de formulações empíricas e normativas baseadas em forças equivalentes de projeto frequentemente conservadoras. Como consequência, os pilares são dimensionados para suportar valores elevados de carregamento, e as equações simplificadas mostram-se adequadas dentro dessa lógica de segurança estrutural da ponte.

Entretanto, essa abordagem desloca o foco da análise para o elemento estrutural fixo e não para a embarcação, que é, na prática, o principal corpo deformável e o principal dissipador de energia durante a colisão. Assim, ao utilizar apenas formulações empíricas globais, perde-se a capacidade de compreender com maior profundidade como a embarcação se comporta estruturalmente após o impacto, qual parcela de energia ela efetivamente absorve e de que forma seus elementos estruturais entram em regime plástico e se deformam.

Nesse contexto, a modelagem numérica por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), associada à formulação em dinâmica explícita, apresenta-se como uma alternativa mais representativa do fenômeno físico real. Essa abordagem permite simular a interação não linear entre embarcação e pilar, incluindo contato, grandes deformações, plastificação e evolução temporal das grandezas mecânicas, fornecendo uma visão detalhada do comportamento estrutural da embarcação durante e após a colisão.

O presente trabalho propõe, portanto, a análise numérica do impacto de uma embarcação contra um pilar rígido, com ênfase na resposta estrutural do casco, investigando como a energia é transferida, absorvida e dissipada pela estrutura em função da velocidade e do ângulo de impacto.

## **1.1. Problemática da pesquisa**

As metodologias tradicionais de avaliação de colisões entre embarcações e pilares de pontes são, em grande parte, orientadas pela necessidade de proteger a ponte, resultando em modelos que simplificam o fenômeno do impacto em termos de forças médias equivalentes. Embora eficazes para o dimensionamento de pilares, essas abordagens não permitem analisar de forma detalhada o comportamento estrutural da embarcação, que é o elemento que sofre as maiores deformações e concentra a maior parte da dissipação de energia.

Dessa forma, estabelece-se o seguinte problema de pesquisa: como representar numericamente, de maneira mais realista e com menor dependência de aproximações empíricas, o comportamento estrutural de uma embarcação após uma colisão com um pilar, avaliando a energia recebida e os modos de deformação resultantes em função da velocidade e do ângulo de impacto?

## **1.2. Objetivo geral**

Desenvolver um modelo numérico em dinâmica explícita, baseado no Método dos Elementos Finitos, capaz de representar de forma realista o impacto entre uma embarcação e um pilar rígido, servindo como parâmetro de análise do comportamento estrutural da embarcação, com menor dependência de aproximações analíticas simplificadas.

## **1.3. Objetivos específicos**

- Construir um modelo geométrico e estrutural representativo de uma embarcação metálica, com simplificações compatíveis com análises de impacto;
- Aplicar a formulação em dinâmica explícita no Método dos Elementos Finitos para simular o evento de colisão;
- Definir cenários de impacto variando a velocidade de aproximação e o ângulo de incidência da embarcação;
- Avaliar a energia transferida para a embarcação durante o impacto e sua conversão em energia de deformação estrutural;
- Analisar os modos de deformação e a distribuição de danos estruturais no casco após a colisão;
- Investigar como a resposta estrutural da embarcação varia em função do ângulo e da velocidade de impacto;
- Consolidar o modelo numérico como uma ferramenta de referência para análises mais realistas do comportamento estrutural de embarcações em colisões.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A colisão entre embarcações e pilares de pontes constitui um problema clássico de interação dinâmica entre estruturas, no qual um corpo de grande massa, movendo-se com velocidade significativa, transfere energia a um obstáculo fixo em um intervalo de tempo muito curto. Diferentemente de carregamentos estáticos convencionais, o impacto é caracterizado por altas taxas de deformação, comportamento plástico dominante e forte não linearidade geométrica e material.

Como discutido por Svensson (2009), os impactos de navios contra pilares não devem ser tratados apenas como ações de força instantânea, mas como processos de dissipação de energia, nos quais a estrutura da embarcação desempenha papel fundamental na absorção do carregamento.

Como foi abordado por Jones (2011), esse princípio físico, de que a embarcação atua como principal absorvedor de energia por meio de deformação plástica, tornou-se a base conceitual dos modelos modernos de colisão embarcação–estrutura, sendo adotado tanto por normas de projeto, como a AASHTO (1991), quanto por modelos mecânicos mais recentes, como o desenvolvido por Yuan & Harik (2008). Dessa forma, os conceitos que precisam ser compreendidos para o total entendimento das reações que a embarcação sofrerá após o impacto com o pilar podem ser divididos em energia, força e deformação.

A energia, no contexto do impacto, está associada principalmente à energia cinética da embarcação antes do contato. Essa energia depende da massa da embarcação e do quadrado de sua velocidade. Quando ocorre a colisão, essa energia não desaparece, mas é transformada em outras formas, sobretudo em energia interna de deformação, que é absorvida pela estrutura do casco e, em menor grau, pelo obstáculo atingido. Assim, a energia pode ser interpretada como a capacidade do sistema de produzir deformações estruturais. A força de impacto, por sua vez, representa a interação mecânica instantânea entre os corpos durante o contato. Diferentemente da energia, que é uma grandeza acumulativa, a força é uma grandeza que varia ao longo do tempo e depende da rigidez estrutural e do modo como a deformação ocorre. Em termos físicos, a força pode ser entendida como a taxa de variação da quantidade de movimento ou, do ponto de vista estrutural, como a resistência oferecida pela estrutura à deformação imposta pelo impacto. A deformação é a consequência física direta da transferência de energia e da ação das forças internas. Durante a colisão, parte da estrutura entra em regime plástico, sofrendo alterações permanentes de forma. É justamente essa deformação plástica que permite a dissipação da energia de impacto, funcionando como um mecanismo de absorção de energia.

Portanto, a deformação não é apenas um efeito do impacto, mas também o principal meio pelo qual a estrutura reduz as forças transmitidas e evita falhas catastróficas mais severas.

## 2.1. Análise física

### 2.1.1. Energia de impacto

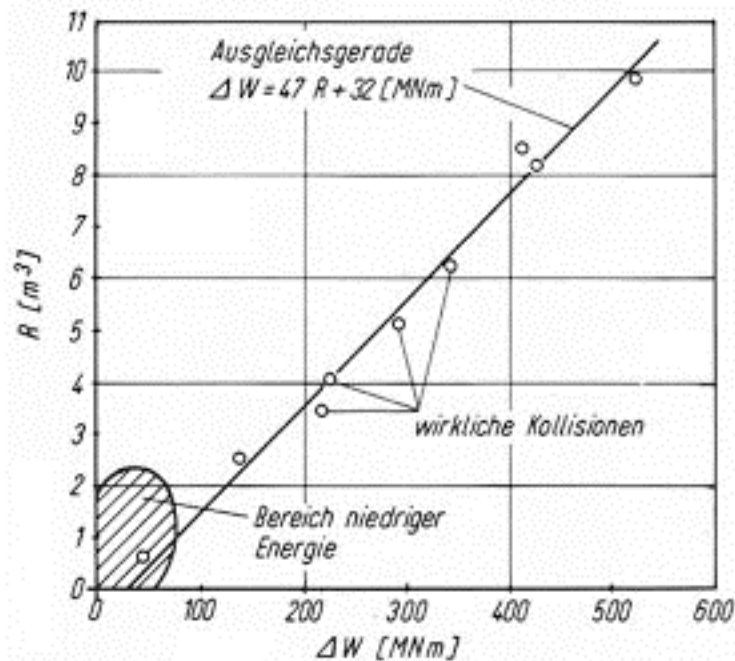
Todos os estudos referentes a colisão entre embarcação e um corpo rígido derivam da equação fundamental da energia cinética, expressa por:

$$E_c = \frac{m * V^2}{2} \quad (1)$$

Sendo  $E_c$  a energia cinética em joule,  $m$  é a massa em kg e  $V$  a velocidade em m/s.

A partir dela, foi possível realizar todas as análises e desenvolver equações relacionadas a energia de impacto. O trabalho pioneiro e de grande importância para o estudo sobre colisão entre embarcações foi de Minorsky (1958), investigando o comportamento das forças na proa de uma embarcação ao colidir diretamente com outra. Dessa forma, o autor obteve uma relação entre o volume de aço deformado na região da proa e a energia absorvida pela estrutura, conforme é indicado na Figura 1.

Figura 1 - Volume de aço deformado em função da energia de impacto



Fonte: Svensson (2009)

Além das contribuições empíricas oriundas de colisões reais entre embarcações, o entendimento moderno da energia de impacto também é fortemente sustentado pela mecânica estrutural do impacto desenvolvida por Jones (2011). Diferentemente de Minorsky (1958), cuja abordagem foi baseada na observação do volume de aço deformado em colisões navais reais,

Jones (2011) formalizou o problema sob a ótica da mecânica da deformação plástica dinâmica, tratando a colisão como um processo de conversão de energia cinética em trabalho plástico interno da estrutura.

Segundo Jones (2011), quando a energia cinética de impacto é muito superior à energia elástica máxima que a estrutura poderia armazenar, o comportamento passa a ser dominado por deformações plásticas, permitindo a aplicação de modelos rígido-plásticos baseados em balanço energético. Nessa abordagem, a energia inicial do sistema é dissipada principalmente por meio de mecanismos de dobramento, enrugamento e esmagamento progressivo dos elementos estruturais, sendo possível estimar a resposta estrutural a partir da igualdade entre energia cinética inicial e trabalho plástico absorvido.

Essa visão energética é particularmente importante para colisões entre embarcações e pilares, pois reforça o conceito de que a estrutura da embarcação atua como o principal elemento absorvedor de energia, enquanto o pilar funciona predominantemente como obstáculo rígido. Assim, os modelos energéticos de impacto estrutural propostos por Jones (2011) fornecem a base teórica que complementa a abordagem empírica de Minorsky (1958) e sustenta as formulações normativas posteriores, como as adotadas pela American Association of State and Transportation Officials (AASHTO).

Após os eventos de 1980, onde um navio colidiu com um pilar de ponte da Sunshine Skyway Bridge, os esforços do pesquisador Michael A. Knott sob a supervisão do comitê AASHTO, em 1991, gerou o Guide Specification and Commentary for Vessel Collision Design of Highway Bridges, o qual é utilizado até hoje como código de projeto para avaliação de estruturas sujeitas a colisões com embarcações. O código AASHTO, no tópico C3.8, utilizando a equação (1) como base, formulou uma equação para o cálculo da energia de impacto da embarcação ao colidir com um pilar, sendo essa:

$$KE = \frac{C_H * W * V^2}{29,2} \quad (2)$$

Porém, essa equação não utiliza o sistema internacional de unidade, logo é necessário realizar as adequações para se tornar condizente com o padrão de unidades utilizados no país, ficando como:

$$KE = 5 * 10^{-4} C_H * W * V^2 \quad (3)$$

Sendo KE a energia cinética de impacto em MN, W o deslocamento da embarcação de projeto em toneladas, V a velocidade em m/s e o coeficiente de massa hidrodinâmica CH dado em função da distância entre o fundo da via e o fundo da embarcação.

Tabela 1 - Relação para adequação do CH

$C_H = 1,05$	Para folga sob quilha $\geq 0,5$ x Calado
$C_H = 1,25$	Para folga sob quilha $< 0,1$ x Calado

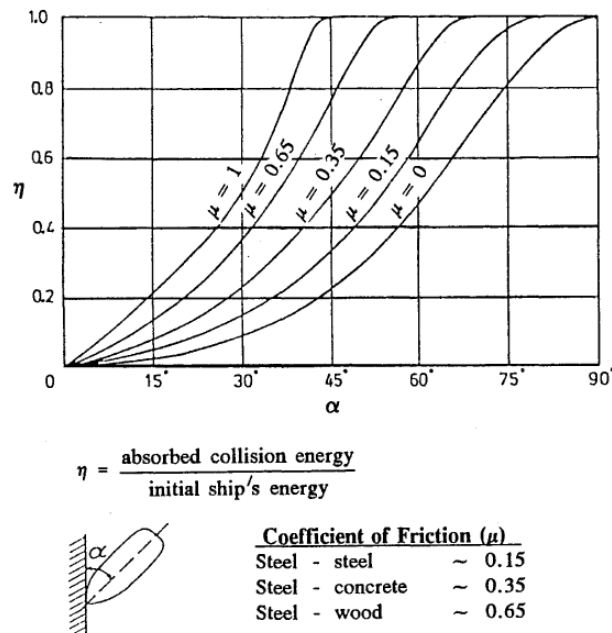
Fonte: AASHTO (1991)

Logo após, (AASHTO, 1991) cita que para impactos com angulações é determinado pela equação:

$$E = \eta * KE \quad (4)$$

Sendo E a energia cinética de impacto em MN e  $\eta$  é o fator de energia absorvida em impacto oblíquo sendo fornecido pela Figura 2.

Figura 2 - Porção de energia absorvida no impacto em função do ângulo de impacto e do coeficiente de atrito



Fonte: AASHTO (1991)

Paralelamente, o EUROCODE 1 (EN 1991 - 1 - 7, 2006) propôs que a força de impacto, também, dependia da energia cinética de impacto, nesse sentido desenvolveram outra formulação para energia de impacto e colocando ela como função para a energia de deformação, como é visto em:

$$E_a = 0,5 * m * V^2 \quad (5)$$

$$E_{def} = E_a * (1 - \cos a) \quad (6)$$

Onde,  $E_a$  é a energia recebida resultada em MN,  $E_{def}$  é a energia dissipada por deformação em MN,  $m$  é a massa em ton, e  $V$  a velocidade em m/s.

### 2.1.2. Força de impacto

O trabalho de Minosky (1958) possuía limitações por se tratar de impacto entre embarcações, mas serviu como parâmetro para os estudos seguintes sobre colisão de embarcação com estruturas rígidas. Com base nisso, o WOISIN (1971 e 1976) e WOISIN e GERLACH (1970) desenvolveram testes de impactos em paredes rígidas com 12 modelos de navios reduzidos na escala 1:12 e 1:7.5, conforme a Figura 3.

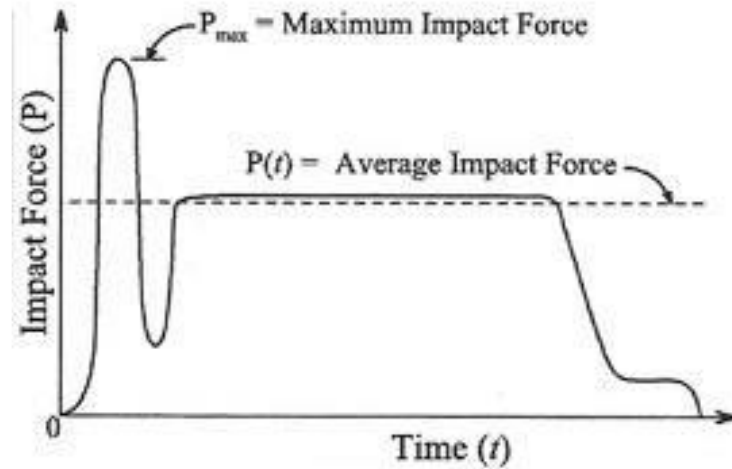
Figura 3 - Modelo do experimento de Woisin



Fonte: Svensson (2009)

Após os experimentos, Woisin encontrou uma relação dinâmica entre as forças de impacto ao longo do tempo, na qual a força máxima durante cerca de 0.1 a 0.2 segundos no início da colisão pode até dobrar o seu valor médio ao longo de vários segundos, como é mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Relação dinâmica da força de impacto ao longo do tempo



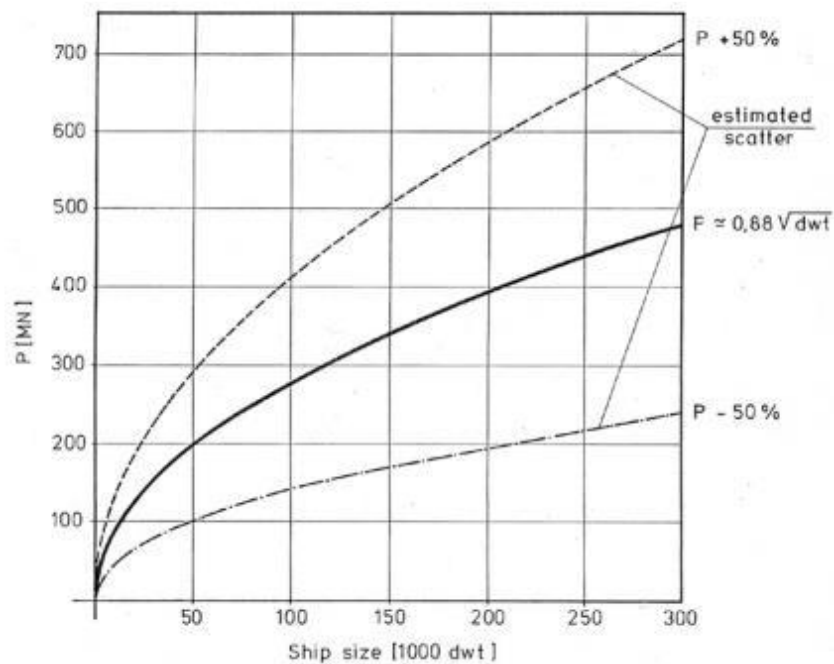
Fonte: Svensson (2009)

Com os resultados obtidos por Woisin, Svensson surgiu como outra pesquisa com muita importância no âmbito do estudo de colisões navais, onde a partir dos resultados de Woisin, Svensson determinou que as forças estáticas equivalentes oriundas do impacto entre uma embarcação e um corpo rígido é aproximação igual a raiz quadrada do porte bruto, em toneladas, da embarcação, como na Figura 5 e na equação a seguir:

$$P = 0,88\sqrt{DWT} * \pm 50\% \quad (7)$$

Sendo DWT o deadweight tonnage em tonelada.

Figura 5 - Forças estáticas x Porte bruto

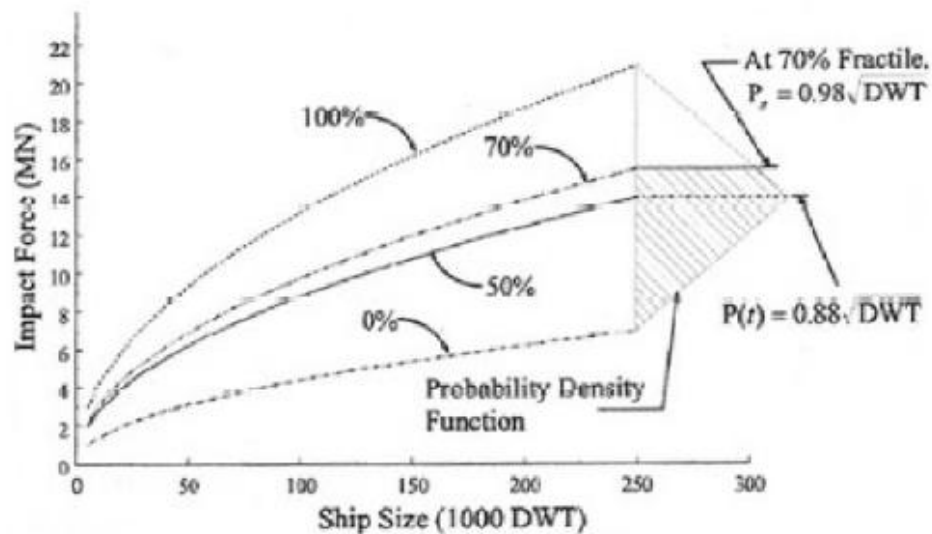


Fonte: Svensson (2009)

Sob a ótica da mecânica estrutural do impacto, Jones (2011) destaca que, apesar da existência de picos iniciais de força, o comportamento global da estrutura é governado principalmente pela força média associada ao processo de deformação plástica progressiva. Segundo o autor, quando a resposta estrutural é dominada por grandes deformações plásticas, a força de impacto pode ser representada por um valor médio equivalente obtido por balanço energético entre a energia cinética inicial e o trabalho plástico interno. Essa interpretação fornece base teórica para a utilização de forças estáticas equivalentes nos modelos de projeto, conectando o comportamento dinâmico observado experimentalmente com formulações simplificadas adotadas em normas e modelos analíticos.

O código desenvolvido pela AASHTO em 1991, também trata da força de impacto, onde Knott simplificou as grandes dispersões dos experimentos de Woisin, gerando um novo gráfico força estática x porte bruto, como é possível visualizar na Figura 6.

Figura 6 - Força de impacto x Porte bruto pós Knott



Fonte: AASHTO (1991)

Dessa forma, Knott fornece a nova equação para o cálculo da força de impacto, sendo:

$$F = 0,122 * \sqrt{DWT} * V \quad (8)$$

Em paralelo a Knott, a EUROCODE desenvolveu uma formulação para o cálculo da da força de impacto, onde fornece valores minimamente maiores que os valores de AASHTO, pois a formulação de AASHTO não levou em consideração a força máxima de impacto por considerar ela sendo muito breve em relação a força média de impacto, dessa forma a EUROCODE fornece:

$$F = \sqrt{K_e * m * V} \quad (9)$$

Em que  $K_e$  é um parâmetro empírico associado a rigidez do sistema,  $m$  é a massa da embarcação em toneladas e  $V$  a velocidade em m/s.

Vale a ressalva que existe outras formulações para o cálculo da força de impacto de embarcações com corpos rígidos como é o caso do estudo realizado pelo professor Pedersen em 1995, porém, o cálculo mais aceitável atualmente foi desenvolvido por Yuan (2008); Yuan, Harik e Davidson (2008), onde através do método de elementos finitos eles desenvolveram a formulação para o cálculo da força de impacto como sendo:

$$F_{m\acute{a}x} = (-6,951 + 43,933\alpha - 20,394\alpha + 0,713I_i + 5,02V_i) \sin \theta * 10^{-3} \quad (10)$$

Sendo  $F_{m\acute{a}x}$  a força máxima de impacto em MN,  $I_i$  quantidade de movimento inicial da embarcação em MN.s,  $V_i$  velocidade inicial de impacto em m/s e  $\theta$  é o ângulo de impacto em graus.

Por fim, (Sha, 2013), criou modelos não lineares de elementos finitos, baseando-se em todos os trabalhos citados anteriormente e chegou à equação:

$$F_{imp} = \begin{cases} 256 * a_B, & \text{Para } a_B < 0,1 \text{ m} \\ 23,7 + 2,2 * a_B, & \text{Para } a_B \geq 0,1 \text{ m} \end{cases} \quad (11)$$

$$a_B = 0,19\sqrt{KE} + 5,51 * KE^2 \quad (12)$$

Tendo  $F_{imp}$  como força de impacto proposta por Sha (2013) em MN,  $a_b$  sendo a penetração estrutural da proa em metros e  $KE$  sendo a energia cinética de impacto em MJ.

### 2.1.3. Deformação estrutural

A resposta estrutural após a colisão entre uma embarcação e um pilar é governada pelo modo como a energia cinética de impacto é dissipada por deformações plásticas progressivas. Nesse contexto, os trabalhos de Jones (2011) representam a base teórica mais consistente da mecânica estrutural do impacto. Diferentemente das abordagens puramente empíricas utilizadas em estudos navais iniciais, Jones (2011) formulou o problema a partir do balanço energético entre a energia cinética inicial e o trabalho plástico interno, demonstrando que, quando o impacto é suficientemente severo, os efeitos elásticos tornam-se secundários e o comportamento passa a ser dominado por mecanismos de deformação plástica de grande amplitude.

Segundo Jones (2011), a dissipação de energia ocorre por meio de fenômenos como dobramento plástico, enrugamento local, flambagem dinâmica e esmagamento progressivo de chapas e perfis estruturais, sendo possível representar a resposta global por uma força média de esmagamento associada ao deslocamento plástico imposto pela colisão. Essa abordagem permite tratar o impacto como um problema quase-estático equivalente, no qual a energia

cinética é transformada em trabalho plástico resistente, conceito que fundamenta a utilização de forças médias equivalentes e modelos simplificados de deformação estrutural.

Diversos autores contribuíram para o entendimento dos mecanismos de deformação estrutural sob carregamentos impulsivos. Symonds desenvolveu modelos simplificados de sistemas massa-mola rígido-plásticos para representar a resposta dinâmica de estruturas submetidas a impactos. Wierzbicki aprofundou a análise dos mecanismos de esmagamento progressivo em chapas e seções tubulares, descrevendo modos de colapso controlados por dobramentos plásticos sucessivos. Johnson e Reid investigaram a absorção de energia em elementos estruturais submetidos a cargas dinâmicas, enquanto Yu e colaboradores analisaram a resposta plástica de vigas e placas sob carregamentos impulsivos, destacando a influência da taxa de deformação e dos mecanismos de instabilidade local. Tais autores desenvolveram suas formulações para a análise da deformação estrutural, porém para o caso da deformação estrutural naval as equações fornecidas por Jones (2011) e o código de AASHTO são os mais relevantes. Dessa forma, Jones (2011) propõe que a energia cinética inicial é dissipada pelo trabalho plástico interno durante a deformação, sendo:

$$KE = \int_0^{\delta} F(\delta) d\delta \quad (13)$$

De modo simplificado, se a força variar pouco ao longo do esmagamento, podemos definir a equação como sendo:

$$KE = F_m * \delta \quad (14)$$

Onde KE sendo a energia cinética de impacto em MJ,  $F_m$  Força de impacto em MN e  $\delta$  em metros.

Por fim, Jones (2011) defini a deformação máxima dada por:

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{KE}{P_c} \quad (15)$$

Onde  $P_c$  é a carga plástica estática de colapso em MN, onde Jones (2011) a define como sendo uma variável em função da forma estrutural em análise, a Tabela 2 resume o  $P_c$  das estruturas que será analisada ao longo do trabalho.

Tabela 2 - Cálculo do  $P_c$

Viga apoiada	$P_c = \frac{4M_0}{L}$
Viga Bi-engastada	$P_c = \frac{8M_0}{L}$
Viga engastada-livre	$P_c = \frac{M_0}{L}$

Fonte: Autor

Sendo  $M_0$  como o momento plástico limite, definido por:

$$M_0 = \sigma_y Z_y \quad (16)$$

Além da formulação fornecida por Jones (2011), o código de AASHTO fornece duas equações que servem de parâmetro para o entendimento da deformação da proa da embarcação ao colidir com o pilar, sendo:

$$a = \frac{KE}{P_{(a)}} \quad (17)$$

Sendo  $a$  como a penetração estrutural da proa em metros e  $P_{(a)}$  sendo a força estática equivalente em MN.

Como é notório, a equação (17) é muito semelhante a equação (15) desenvolvida por Jones (2011), porém, AASHTO leva em conta a força de impacto média ao longo do caminho de trabalho, além disso, AASHTO fornece alguns fatores de segurança para transformar o  $P_{(a)}$  em  $P_s$  para que seja possível fazer o dimensionamento da deformação durante o período de elaboração do projeto da ponte, dessa forma a equação (17) se torna:

$$a_s = \frac{(1,25) * (1,11) * KE}{0,9 * P_s} = 1,54 \left[ \frac{KE}{P_s} \right] \quad (18)$$

Onde  $a_s$  sendo a penetração de projeto em metros e  $P_s$  sendo a força média de projeto em MN

## 2.2. Análise Numérica

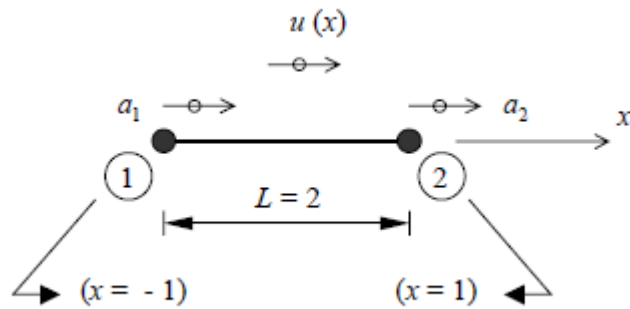
### 2.2.1. Método de elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um procedimento numérico voltado à obtenção de soluções aproximadas de problemas governados por equações diferenciais, sendo amplamente utilizado na mecânica dos sólidos e na análise estrutural. Como discutido por Bathe (1996) e, também, por Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005), sua importância decorre da dificuldade de se obter soluções analíticas para geometrias complexas, condições de contorno variadas e comportamentos materiais não lineares. A ideia central de transformar um problema contínuo em um sistema discreto de equações é um dos fundamentos da análise estrutural moderna.

A base conceitual do MEF está na discretização do domínio, isto é, na subdivisão da estrutura contínua em pequenas regiões chamadas elementos finitos, conectadas por pontos denominados nós. Azevedo (2003) destaca que essa representação permite tratar matematicamente domínios complexos por meio de geometrias simples. A noção fundamental de elemento e nós pode ser observada em um exemplo unidimensional clássico, onde um

elemento de barra é definido por dois nós e o campo de deslocamentos varia entre eles (Figura 7), mostrando de forma clara que o MEF calcula deslocamentos apenas em pontos discretos, enquanto o comportamento interno é obtido por interpolação, como também apresentado por Zienkiewicz (2005).

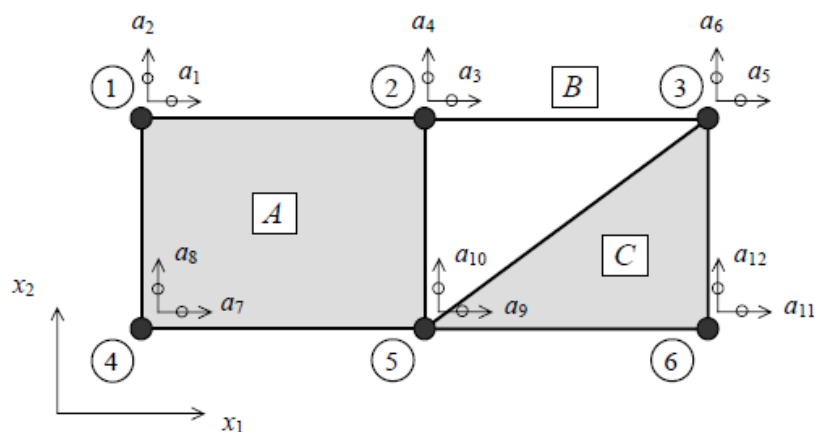
Figura 7 - Elemento finito unidimensional de dois nós



Fonte: Azevedo (2003)

Quando diversos elementos são conectados, forma-se a malha de elementos finitos, que representa de maneira aproximada a geometria real da estrutura. (Azevedo, 2003) explica que essa malha mostra como o domínio contínuo é substituído por um conjunto de sub-estruturas interligadas. A visualização de uma estrutura composta por vários elementos conectados (Figura 8) é importante porque evidencia que o comportamento global resulta da interação entre partes menores, princípio central do MEF, também enfatizado por (Bathe, 1996).

Figura 8 - Estrutura constituída por vários elementos finitos

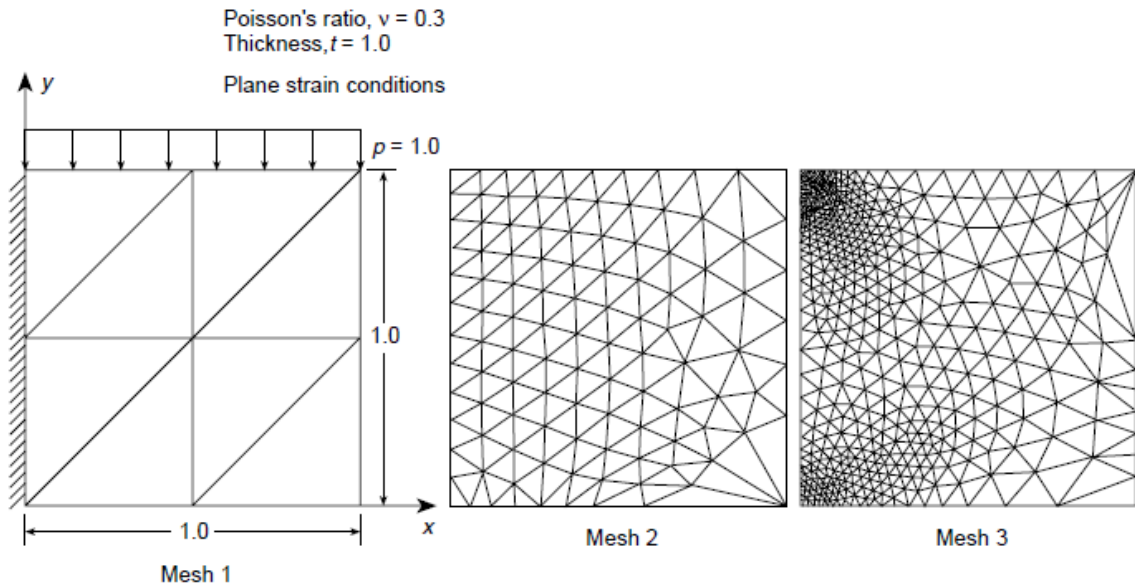


Fonte: Azevedo (2003)

A qualidade da malha influencia diretamente os resultados da análise. Como mostrado por Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005), malhas mais grosseiras representam apenas o comportamento global, enquanto malhas refinadas capturam melhor variações locais de tensão

e deformação. Essa diferença pode ser observada em representações de malhas lineares triangulares (Figura 9), que ilustram uma discretização inicial e mais simples, servindo como base para entender o refinamento progressivo da solução.

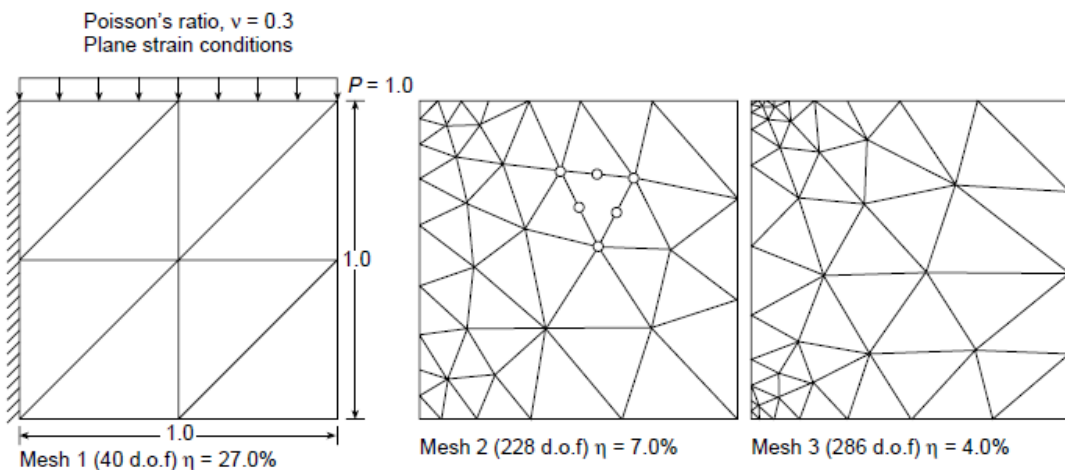
Figura 9 - Malhas com elementos triangulares lineares



Fonte: Zienkiewicz (2005)

Além do refinamento, os elementos podem ter diferentes ordens de interpolação. Elementos lineares possuem nós apenas nos vértices, resultando em variação linear dos deslocamentos dentro do elemento. Já elementos quadráticos possuem nós adicionais nas arestas, permitindo representar curvaturas e gradientes mais complexos. Essa diferença é destacada por Zienkiewicz (2005) e pode ser observada em malhas compostas por elementos triangulares quadráticos (Figura 10), que mostram visualmente o aumento da capacidade de representação do campo de deformações.

Figura 10 - Malha com elementos triangulares quadráticos

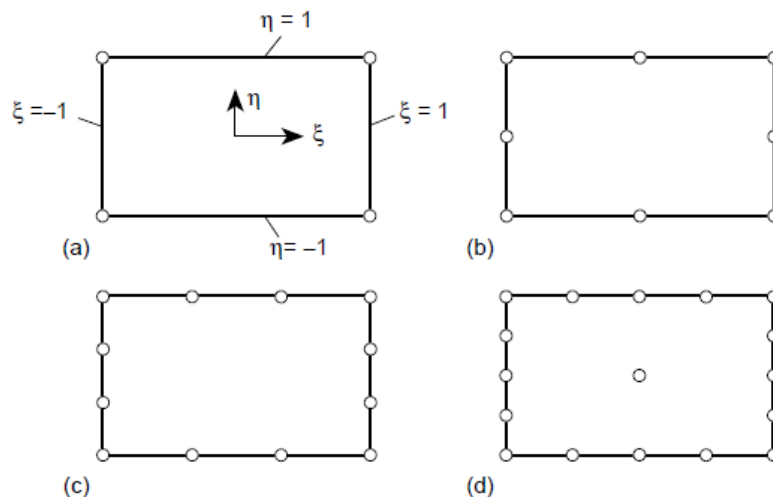


Fonte: Zienkiewicz (2005)

A comparação direta entre malhas lineares e quadráticas permite perceber que elementos de ordem superior acompanham melhor a geometria e os gradientes de deformação do problema, enquanto os lineares produzem aproximações mais simplificadas. Como discutido por Bathe (1996), essa diferença justifica o uso de elementos de ordem maior em análises mais complexas, mesmo com maior custo computacional.

Os elementos também variam quanto à distribuição de nós em suas bordas e faces. Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005) apresentam a família de elementos retangulares de diferentes ordens (Figura 11), ilustrando como o aumento da ordem adiciona mais pontos de interpolação e melhora a representação do campo de deslocamentos. Essa figura reforça o conceito de aproximação progressiva do MEF.

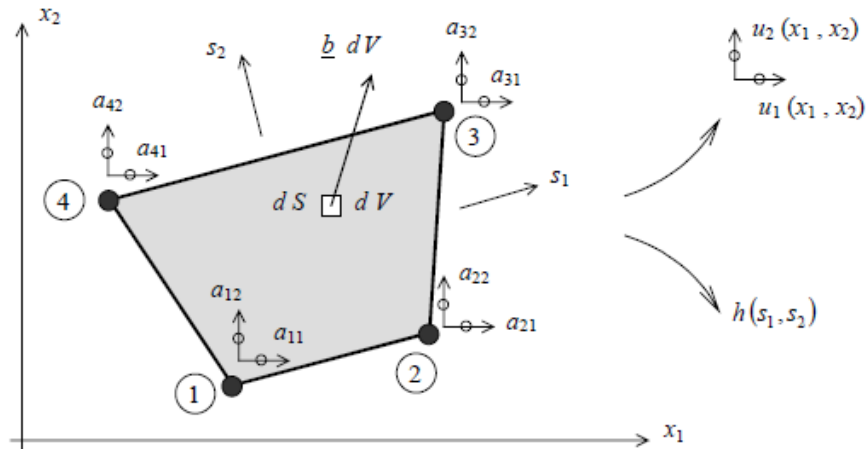
Figura 11 - Elementos retangulares de diferentes ordens (família serendipity)



Fonte: Zienkiewicz (2005)

Por fim, em aplicações estruturais bidimensionais reais, os elementos finitos são utilizados para representar estados planos de tensão ou deformação. Azevedo (2003) apresenta um exemplo típico de elemento bidimensional de quatro nós (Figura 12), que ilustra forças, eixos locais e espessura do elemento, conectando o conceito teórico de elemento finito com sua aplicação prática em problemas estruturais reais.

Figura 12 - Elemento finito de quatro nós em estado plano de tensão



Fonte: Azevedo (2003)

Dessa forma, o MEF transforma um problema estrutural contínuo em um modelo discreto composto por elementos e nós, no qual o comportamento interno é obtido por interpolação e o comportamento global resulta da interação entre todos os elementos conectados. Como reforçado por Belytschko et al (2014), a solução numérica se aproxima progressivamente da solução real à medida que a malha é refinada ou que elementos de ordem superior são utilizados, princípio que fundamenta a robustez do método em aplicações estruturais complexas.

### 2.2.2. MEF aplicado a análise de colisão

A análise de colisões entre embarcações e estruturas fixas envolve fenômenos altamente não lineares, caracterizados por grandes deformações, contato intermitente e severo, plasticidade e propagação de ondas de tensão em regime transitório. Conforme discutido por Belytschko et al (2014), problemas dessa natureza são dominados por efeitos inerciais e por mecanismos de dissipação de energia associados à deformação plástica e ao contato, tornando inadequadas abordagens quase-estáticas. A representação correta desses fenômenos exige a solução da equação completa do movimento ao longo do tempo.

A formulação geral do comportamento dinâmico estrutural é apresentada por Bathe (1996) na forma:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (19)$$

onde  $M\ddot{x}$  representa a matriz de massa,  $C\dot{x}$  a matriz de amortecimento,  $Kx$  a matriz de rigidez e  $F(t)$  o vetor de forças externas. Entretanto, em problemas de impacto, a matriz de rigidez passa a depender da deformação, o contato altera de forma não linear o vetor de forças

e a dissipação de energia não é adequadamente representada por modelos clássicos de amortecimento viscoso. Zienkiewicz (2005) destacam que, nessas condições, métodos implícitos baseados em equilíbrio iterativo podem apresentar dificuldades de convergência, especialmente em presença de contato altamente não linear e falha estrutural progressiva.

Nesse cenário, métodos de integração explícita no tempo tornam-se particularmente adequados. Belytschko et al (2014) explicam que métodos explícitos resolvem diretamente a equação do movimento sem necessidade de resolver sistemas lineares acoplados a cada incremento de tempo, sendo mais robustos para problemas com contato complexo, grandes deformações e evolução rápida das variáveis de estado. Diferentemente dos métodos implícitos, a estabilidade do método explícito não depende de interações de equilíbrio, mas sim do controle adequado do passo de tempo.

A formulação espacial do problema ainda é realizada pelo Método dos Elementos Finitos. Azevedo (2003) descreve que, após a discretização do domínio em elementos e nós, as equações diferenciais do contínuo são convertidas em um sistema de equações algébricas envolvendo matrizes de massa e forças internas. Assim, o MEF fornece a base para o cálculo das forças internas, enquanto a integração explícita no tempo governa a evolução dinâmica dessas forças.

No módulo de Dinâmica Explícita do ANSYS, a equação do movimento é aplicada a cada nó na forma desacoplada:

$$\ddot{X}_i = \frac{F_i}{m_i} + b_i \quad (20)$$

Sendo  $\ddot{X}_i$  sendo a aceleração nodal,  $F_i$  a força resultante,  $m_i$  a massa nodal associada e  $b_i$  o termo adicional de aceleração.

Essa formulação mostra que a aceleração nodal é obtida diretamente pela razão entre força resultante e massa, eliminando a necessidade de resolver sistemas matriciais globais a cada incremento.

A evolução temporal é realizada pelo esquema de Diferenças Centrais (Leapfrog), no qual as velocidades são atualizadas no meio do passo, como mostra a equação (21) e os deslocamentos no passo seguinte através da equação (22)

$$\dot{X}_i^{n+1/2} = \dot{X}_i^{n-1/2} + \ddot{X}_i^n * \Delta t^n \quad (21)$$

$$X_i^{n+1} = X_i^n + \dot{X}_i^{n+1/2} * \Delta t \quad (22)$$

Sendo  $\dot{X}_i$  sendo a velocidade nodal.

Essas expressões evidenciam que o estado estrutural futuro é determinado exclusivamente a partir de valores já conhecidos, caracterizando o método explícito e sua elevada eficiência computacional para problemas transitórios rápidos.

De acordo com Ansys Explicit Dynamics Analysis Guide (2025) a estabilidade do método é controlada pela condição de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL):

$$\Delta t \leq f \frac{h}{c} \quad (23)$$

Onde  $\Delta t$  é passo de tempo crítico de integração,  $f$  é o fator de estabilidade (tipicamente 0,9),  $h$  é a menor dimensão característica do elemento e  $c$  é a velocidade de propagação de onda no material analisado. Essa condição tem interpretação física direta, onde uma onda de tensão não pode atravessar um elemento em um único incremento de tempo. Belytschko et al. (2014) relacionam essa limitação às frequências naturais mais altas do modelo discretizado.

Para aumentar o passo de tempo quando necessário, ou seja, em casos em que é preciso otimizar o tempo de simulação sem perder a coerência dos resultados, o ANSYS utiliza o Mass Scaling de acordo com a equação (24). O uso de Mass Scaling na dinâmica explícita consiste no aumento artificial da densidade de elementos críticos com o objetivo de elevar o passo de tempo estável da solução. Embora reduza significativamente o custo computacional, essa técnica altera as propriedades inerciais do modelo, podendo modificar a resposta dinâmica do impacto. Por essa razão, sua aplicação deve ser limitada e validada por meio do balanço energético, garantindo que a energia cinética não seja artificialmente amplificada e que a energia interna continue sendo o principal mecanismo de absorção de energia.

$$\Delta t \propto \frac{1}{c} = \frac{1}{\sqrt{C_{ii}/\rho}} = \sqrt{\frac{m}{V_{elem} C_{ii}}} \quad (24)$$

Nos eventos de colisão modelados por integração explícita, a interação entre superfícies não é tratada por restrições cinemáticas exatas, mas por uma formulação de contato por penalidade, na qual pequenas penetrações são permitidas e convertidas em forças restauradoras. Essa abordagem é amplamente empregada em problemas de impacto devido à sua robustez numérica em situações de contato severamente não linear, como destacado por Belytschko et al. (2014). No contexto do ANSYS Explicit Dynamics, quando ocorre penetração normal  $D$  entre duas superfícies, surge uma força de contato dada por:

$$F_p = \frac{M_{efetiva}}{\Delta t^2} D \quad (25)$$

Em que  $F_p$  é a força de penalidade normal,  $M_{efetiva}$  representa a massa efetiva associada aos nós em contato,  $\Delta t$  é o passo de tempo explícito e  $D$  é a profundidade de penetração. Essa

expressão mostra que o contato se comporta como uma mola numérica de rigidez  $k_p \approx M_{\text{efetiva}}/\Delta t^2$ , evidenciando que a própria estabilidade temporal do método controla a rigidez de contato. Assim, passos de tempo menores resultam em interfaces numericamente mais rígidas, enquanto valores maiores de  $\Delta t$ , como aqueles obtidos via Mass Scaling, reduzem essa rigidez efetiva. Do ponto de vista físico, essa força atua para conservar o momento linear durante o impacto, mas, como se trata de um artifício numérico, pode introduzir pequenas variações na energia cinética do sistema, exigindo verificação do balanço energético para garantir consistência com o mecanismo real de dissipação plástica discutido anteriormente a partir de Jones (2011).

Além do contato, impactos geram ondas de tensão de alta frequência que percorrem a malha com comprimentos de onda muito pequenos. Quando essas ondas não são adequadamente resolvidas espacialmente, surgem oscilações numéricas espúrias. Para controlá-las, o método explícito emprega viscosidade artificial, conceito também discutido na literatura de dinâmica não linear de elementos finitos Belytschko et al. (2014), que introduz uma pressão dissipativa adicional dada por:

$$q = C_Q \rho c \dot{\epsilon} + C_L \rho c |\dot{\epsilon}| \quad (26)$$

Onde  $q$  é a pressão artificial,  $C_Q$  e  $C_L$  são coeficientes de controle quadrático e linear,  $\rho$  é a densidade do material,  $c$  é a velocidade de propagação de ondas e  $\dot{\epsilon}$  é a taxa de deformação volumétrica. Essa formulação atua apenas em regiões sob compressão rápida, amortecendo oscilações de alta frequência sem representar um mecanismo físico real de amortecimento estrutural. Em termos energéticos, ela converte parte da energia associada a ruídos numéricos em dissipação controlada, ajudando a manter a estabilidade da solução durante o choque inicial.

Outro aspecto essencial da formulação explícita é o controle de modos hourglass, necessário quando se utilizam elementos com integração reduzida. Esses elementos, embora eficientes computacionalmente, podem apresentar modos de deformação de energia nula, nos quais o elemento se distorce sem gerar tensões correspondentes — um comportamento puramente numérico. Para impedir esse fenômeno, são introduzidas forças estabilizadoras da forma:

$$F_{\text{hg}} = C_{\text{hg}} \rho c V_{\text{elem}} \Phi \quad (27)$$

Em que  $F_{\text{hg}}$  é a força de controle hourglass,  $C_{\text{hg}}$  é um coeficiente de estabilização,  $V$  é o volume do elemento,  $\rho$  é a densidade,  $c$  é a velocidade de onda e  $\Phi$  representa a amplitude do modo espúrio. Essas forças não derivam das leis constitutivas do material, mas de um procedimento numérico destinado a garantir que a deformação observada seja fisicamente

admissível. Assim como na viscosidade artificial, o controle de hourglass introduz contribuições energéticas não físicas, que devem permanecer pequenas em relação à energia interna associada à deformação plástica real.

Dessa forma, o cálculo numérico do impacto em dinâmica explícita não envolve apenas a integração das equações do movimento, mas também um conjunto de mecanismos de estabilização que transformam penetrações, oscilações e distorções espúrias em forças e dissipações controladas. O entendimento dessas formulações, penalidade de contato, viscosidade artificial e controle de hourglass, é fundamental para interpretar corretamente os resultados obtidos, pois garante que a resposta simulada esteja dominada pelos mecanismos físicos de absorção de energia discutidos anteriormente (deformação plástica progressiva da embarcação) e não por efeitos puramente numéricos introduzidos pelo método de solução.

### 3. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho fundamenta-se na simulação numérica do impacto entre uma embarcação e um pilar de ponte por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), empregando formulação em dinâmica explícita no software ANSYS. Essa abordagem é adequada para eventos transitórios de curta duração, caracterizados por elevadas taxas de deformação, contato altamente não linear, grandes deslocamentos e possibilidade de plastificação e falha estrutural. O procedimento metodológico foi estruturado de modo a representar de forma fisicamente coerente e numericamente estável a conversão da energia cinética da embarcação em energia de deformação estrutural durante a colisão.

Logo na definição da metodologia, estabeleceram-se também os cenários de simulação que nortearam toda a modelagem numérica. Foram analisados doze casos de impacto, obtidos pela combinação de quatro velocidades de aproximação da embarcação e com três ângulos de incidência em relação ao pilar, conforme mostra a Tabela 3 e nos **ANEXO A** **ANEXO B** e **ANEXO C** pode-se observar o arranjo dos cenários especificados. Essa matriz de cenários foi definida com o objetivo de investigar a influência simultânea da magnitude da energia cinética e da componente normal da velocidade na severidade dos danos estruturais. As diferentes inclinações representam situações de colisão oblíqua e impacto direto, enquanto a variação de velocidade permite avaliar desde condições operacionais moderadas até situações mais severas de navegação.

Tabela 3 - Cenários simulados

<b>Cenário</b>	<b>Velocidade</b>	<b>Angulação</b>
Cenário 01	4 nós = 2,057 m/s	Frontal
Cenário 02	7 nós = 3,601 m/s	Frontal
Cenário 03	10 nós = 5,144 m/s	Frontal
Cenário 04	15 nós = 8,231 m/s	Frontal
Cenário 05	4 nós = 2,057 m/s	30°
Cenário 06	7 nós = 3,601 m/s	30°
Cenário 07	10 nós = 5,144 m/s	30°
Cenário 08	15 nós = 8,231 m/s	30°
Cenário 09	4 nós = 2,057 m/s	60°
Cenário 10	7 nós = 3,601 m/s	60°
Cenário 11	10 nós = 5,144 m/s	60°
Cenário 12	15 nós = 8,231 m/s	60°

Fonte: Autor

### 3.1. Características da embarcação e do pilar

A embarcação considerada neste estudo foi definida como um modelo estrutural genérico, representativo de cascos de embarcações fluviais médio/grande porte. A adoção de uma geometria genérica teve como objetivo permitir a análise do comportamento estrutural global sob impacto, sem restringir a metodologia a um projeto específico. Dessa forma, o modelo foi concebido para preservar as características estruturais predominantes de um casco metálico, como a presença de chapas estruturais e elementos longitudinais e transversais responsáveis pela rigidez global.

Foram adotadas simplificações estruturais compatíveis com análises numéricas de impacto, incluindo a remoção de detalhes de pequena escala (aberturas, reforços secundários, componentes não estruturais e descontinuidades locais). Dessa forma, as características gerais e estruturais da embarcação podem ser visualizadas na Tabela 4 e Tabela 5, respectivamente. Ressalta-se que o procedimento metodológico adotado, por mais que fosse atrelado a uma embarcação genérica, o método pode ser aplicado a diferentes arranjos estruturais navais, desde que sejam mantidos os princípios de equivalência estrutural.

O pilar da ponte foi modelado com geometria representativa de elementos estruturais reais, apresentando dimensões compatíveis com pilares de concreto armado utilizados em pontes rodoviárias ou ferroviárias, como é possível observar na Tabela 6. Sua função no modelo é representar um obstáculo de elevada rigidez frente à embarcação, garantindo uma interação estrutural severa e a adequada transferência de forças de contato durante o impacto, porém, o pilar foi considerado como corpo rígido, hipótese adotada com o objetivo de concentrar a análise na resposta estrutural da embarcação, que constitui o principal elemento dissipador de energia no impacto. Essa simplificação implica que toda a energia cinética transferida ao sistema seja predominantemente absorvida pela deformação plástica do casco, desconsiderando possíveis contribuições de deformabilidade do pilar. Embora essa abordagem seja coerente com modelos clássicos de colisão embarcação–estrutura, nos quais o obstáculo é tratado como infinitamente rígido em comparação à embarcação, reconhece-se que tal hipótese pode superestimar a concentração de tensões locais no casco e modificar a distribuição real de energia no sistema. Em cenários reais, especialmente para pilares com seção esbelta ou fundações flexíveis, parte da energia poderia ser dissipada por deformações estruturais no próprio pilar, alterando o balanço energético global. Assim, a consideração do pilar como rígido representa uma aproximação conservadora para a análise da embarcação, porém constitui uma limitação do modelo adotado.

Tabela 4 - Características gerais da embarcação

<b>Características gerais da embarcação</b>	
Comprimento	20 m
Boca	11 m
Pontal	1,2 m
Peso leve	35 ton

Fonte: Autor

Tabela 5 - Características estruturais da embarcação

<b>Características Estruturais da embarcação</b>	
Longitudinais	L 100 x 50 x 7,9 mm
Cavernas	I 100 x 7,9 mm
Antepara transversal	7,9 mm
Chapa do convés	7,9 mm
Chapa do costado	7,9 mm
Chapa do fundo	7,9 mm

Fonte: Autor

Tabela 6 - Características do pilar

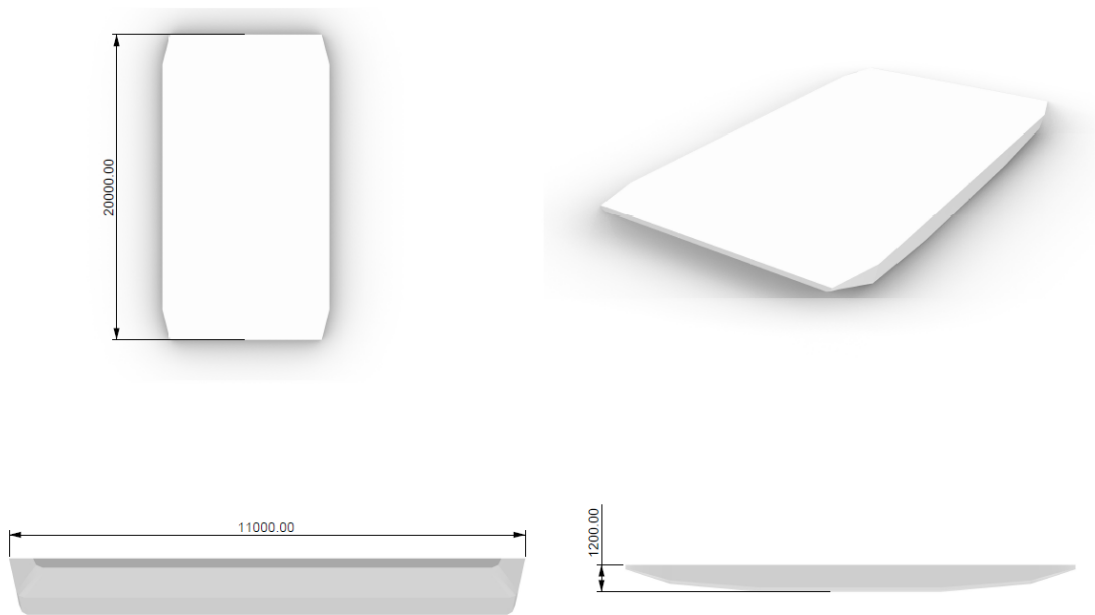
<b>Características do pilar</b>	
Diâmetro	3 m
Comprimento	5 m
Peso	81 ton

Fonte: Autor

### 3.2. Modelagem geométrica

A modelagem geométrica tridimensional da embarcação e do pilar foi realizada no software Rhinoceros, que permitiu a construção de superfícies e sólidos com controle dimensional adequado. Nessa etapa, buscou-se garantir continuidade geométrica, alinhamento estrutural e proporções coerentes com embarcações fluviais reais. Para evitar que houvesse quaisquer erros atrelados a geometria do modelo, os elementos foram gerados de forma que nenhuma estrutura passasse pelo corpo de outra e que todos os elementos estivessem em contato. O modelo da embarcação (casco e elementos estruturais) foram feitos como superfícies, ou seja, durante o processo de criação do modelo não foi imputado as suas espessuras, essas que foram imputadas no passo seguinte a esse tópico, a fim de otimizar a geração de malhar e o esforço computacional durante a simulação, a Figura 13 mostra o modelo 3D da embarcação desenvolvido, em mm. Porém a modelagem do pilar foi feita em forma de corpo sólido, visto que o pilar de ponte é totalmente feito de concreto armado, a Figura 14 mostra o modelo 3D do pilar desenvolvido, em mm, além de que durante a simulação o objetivo é deixar o pilar como um obstáculo para o movimento da embarcação.

Figura 13 - Modelo geométrico do casco



Fonte: Autor

Figura 14 - Modelo geométrico do pilar



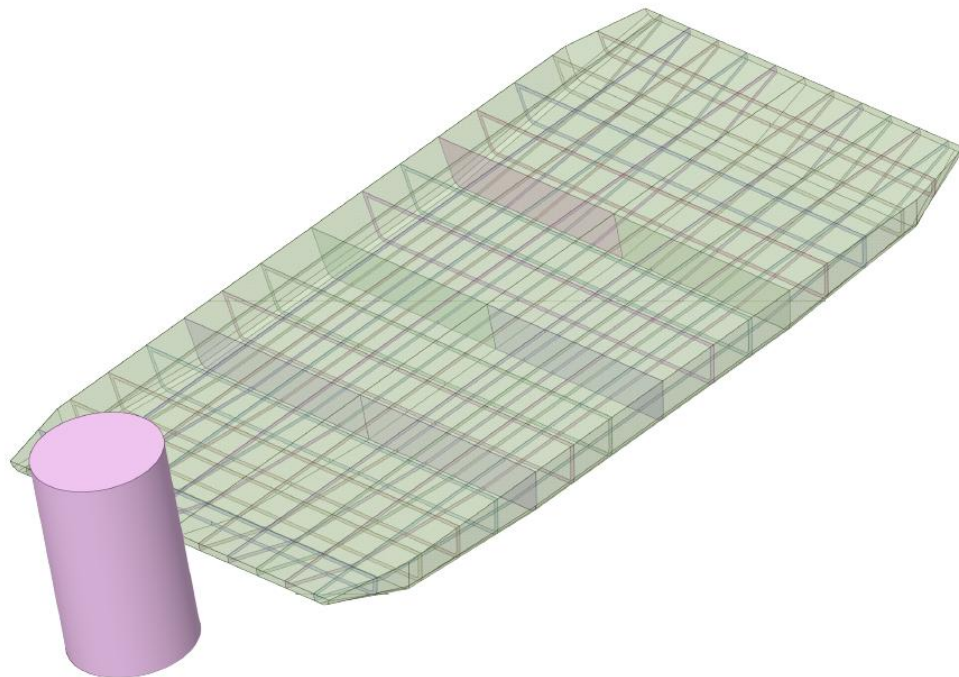
Fonte: Autor

Após a conclusão da modelagem, os modelos foram exportados para o ambiente do ANSYS, onde foram preparados para a análise numérica. Essa transição exigiu a verificação da integridade geométrica, assegurando que não houvesse lacunas, interseções indevidas ou inconsistências topológicas que pudessem comprometer a discretização do domínio.

### 3.3. Geração de malha e tratamento geométrico

A geração de malha foi precedida pelo tratamento geométrico no módulo ANSYS SpaceClaim, etapa fundamental para garantir a qualidade da discretização. Nesse processo, foram removidas arestas muito pequenas, superfícies residuais, descontinuidades e detalhes geométricos irrelevantes para o comportamento estrutural global. Também foram corrigidas eventuais superfícies abertas e garantida a formação de volumes fechados contínuos, condição essencial para a geração de elementos sólidos tridimensionais, além disso é nessa etapa que incluímos as espessuras nas superfícies da embarcação compartilhamos a sua topologia para garantir que os corpos estão em contato e que a reação de um corpo será atrelada a reação de outro corpo adjacente. Esse tratamento reduz a probabilidade de distorções severas nos elementos e contribui para a estabilidade numérica da análise explícita (Figura 15).

Figura 15 - Modelo refinado no Spaceclaim



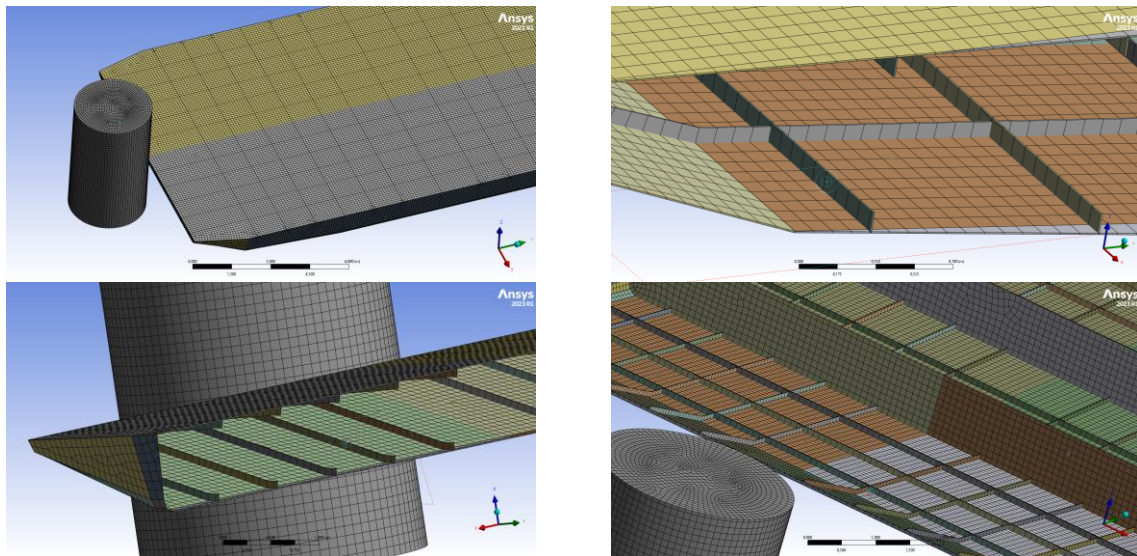
Fonte: Autor

A discretização no pilar foi realizada com elementos sólidos tridimensionais com geometria retangular e na embarcação com elementos de casca (shell) com geometria retangular. Optou-se pela utilização do tamanho de elemento padrão do ANSYS, resultando em uma malha globalmente uniforme. Essa decisão foi fundamentada em critérios numéricos associados à dinâmica explícita, na qual o incremento de tempo crítico estável é diretamente

proporcional ao menor comprimento característico dos elementos. Assim, um refinamento excessivo da malha reduziria significativamente o passo de tempo crítico ( $\Delta t$ ), elevando o custo computacional de forma desproporcional ao ganho de precisão, especialmente considerando que o objetivo do estudo é a resposta estrutural global e a absorção de energia.

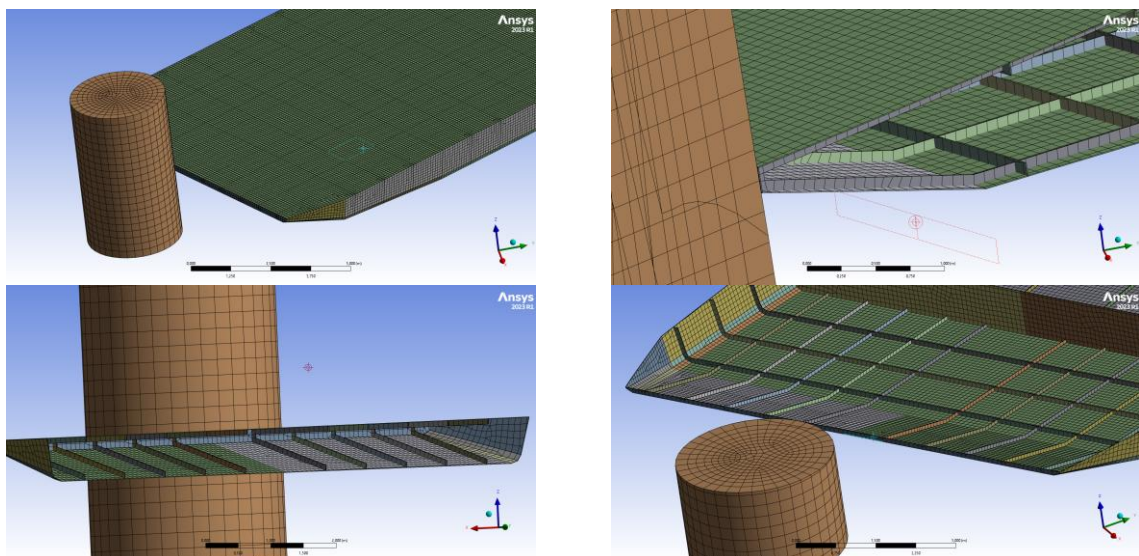
Não foi adotado refino localizado, pois o foco da análise não está na avaliação de concentrações de tensão pontuais, mas na caracterização dos modos de deformação globais e da dissipação de energia durante o impacto. A qualidade da malha foi verificada com base em critérios como proporção geométrica dos elementos e ausência de distorções severas, assegurando a robustez numérica da simulação. A malha gerada em cada cenário pode ser visualizada a seguir (Figura 16, Figura 17 e Figura 18).

Figura 16 - Malha dos cenários 01, 02, 03 e 04



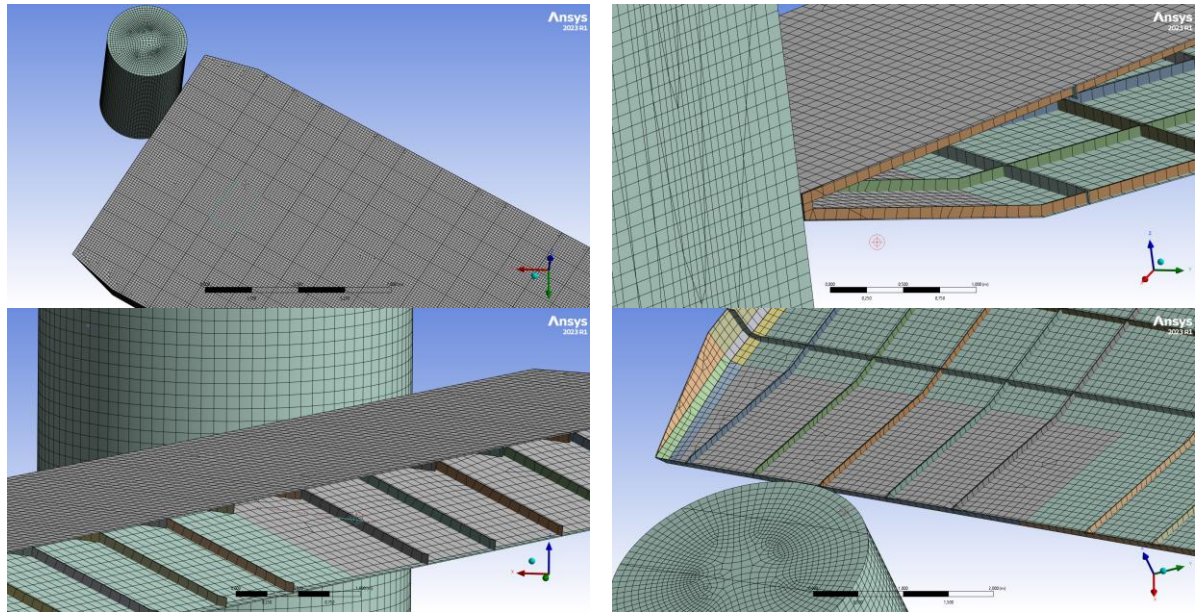
Fonte: Autor

Figura 17 - Malha dos cenários 05, 06, 07 e 08



Fonte: Autor

Figura 18 - Malha dos cenários 09, 10, 11 e 12



Fonte: Autor

### 3.4. Condições de contorno

As condições de contorno foram definidas para representar de forma realista o cenário físico de colisão. O pilar foi considerado fixo em sua base e no seu topo, visto que não houve necessidade de modelar todo o comprimento do pilar, logo o seu topo está fixado para garantir que ele estivesse em continuidade com o restante do comprimento não modelado, tal fixação simula o engastamento à fundação da ponte e restringindo seus graus de liberdade globais. Essa condição garante que a energia do impacto seja majoritariamente absorvida pela embarcação, tornando o corpo do pilar somente um obstáculo fixo, vale ressaltar que ao considerar o pilar um corpo rígido, a energia absorvida será totalmente direcionada a embarcação, porém, na realidade o pilar, também, funciona como um corpo de absorção de energia durante o impacto.

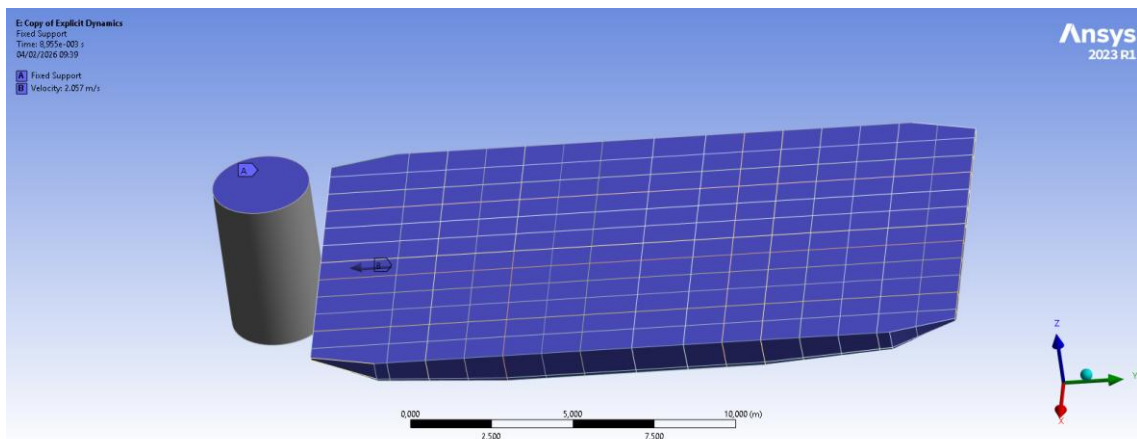
A embarcação recebeu uma condição inicial de velocidade aplicada ao seu corpo, representando o movimento de aproximação antes do impacto. Essa velocidade foi orientada conforme o ângulo de incidência correspondente a cada cenário definido na etapa inicial da metodologia.

Além disso, foi definido um tempo de 0,01 s para a simulação, visto que o tempo de impacto é extremamente pequeno, foi então dividido em 20 intervalos de tempo, sendo calculado as soluções para cada instante desses intervalos.

Foram atribuídas propriedades de material com comportamento elastoplástico ao casco, incluindo limite de escoamento e critério de falha, possibilitando a simulação de plastificação e ruptura estrutural. O pilar recebeu propriedades mecânicas compatíveis com um elemento

estrutural de elevada rigidez. O contato entre casco e pilar foi modelado por uma formulação não linear capaz de representar grandes deslizamentos e transferência adequada de forças durante a colisão. Além disso, vale ressaltar que o modelo 3D foi elaborado com o pilar já em contato com a embarcação, porém esse contato foi deletado no Ansys para garantir o impacto fosse gerado. A escolha de modelar a embarcação em contato com o pilar é oriunda da busca pela eficiência computacional, visto que quanto mais tempo de simulação fosse necessário até o impacto (end time) maior seria o esforço e o tempo de simulação. A condição de contorno aplicada ao cenário 01 pode ser visualizado na Figura 19, os demais cenários não precisam ser mostrados mediante o fato de que as únicas alterações de um cenário para outro é o ângulo de incidência e a velocidade da embarcação.

Figura 19 - Condição de contorno cenário 01



Fonte: Autor

### 3.5. Soluções e parâmetros avaliados

O pós-processamento dos resultados concentrou-se na avaliação de grandezas estruturais e energéticas associadas ao impacto. Foram analisadas principalmente as tensões equivalentes e deformação total, além disso, uma análise secundária foi a análise energética de 3 cenários de maior velocidade para cada ângulo de incidência para analisar e validar os resultados obtidos.

A comparação entre os diferentes cenários permitiu identificar a influência da velocidade e do ângulo de impacto nos modos de deformação e na severidade dos danos estruturais. Dessa forma, a metodologia adotada mostrou-se adequada para investigar o comportamento estrutural de embarcações sob colisão, sendo aplicável a diferentes geometrias e arranjos estruturais, desde que mantida a coerência física e numérica do modelo.

## 4. RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das simulações numéricas de impacto entre a embarcação e o pilar rígido, realizadas por meio da formulação em dinâmica explícita no Método dos Elementos Finitos. Conforme descrito na metodologia, foram avaliados diferentes cenários de colisão variando a velocidade de impacto e o ângulo de incidência, com o objetivo de investigar a influência desses parâmetros na resposta estrutural do casco.

A análise dos resultados foi direcionada para grandezas que representam diretamente o comportamento estrutural da embarcação após o impacto, permitindo interpretar como a energia cinética inicial foi convertida em deformação estrutural e como os esforços internos se distribuíram ao longo da estrutura. Nesse contexto, foram selecionados dois parâmetros principais para caracterização da severidade da resposta estrutural: a deformação máxima e a tensão equivalente (Von Mises).

A deformação máxima fornece uma medida global do nível de dano geométrico imposto à estrutura, estando diretamente relacionada à capacidade de absorção de energia por meio de deformação plástica. Já a tensão equivalente permite avaliar a intensidade do estado de tensões desenvolvido no material, indicando regiões críticas de plastificação e possível início de falha estrutural.

Nos tópicos a seguir, esses dois parâmetros são apresentados e discutidos para os diferentes cenários simulados, evidenciando a influência da velocidade e do ângulo de impacto na resposta estrutural da embarcação.

#### **4.1. Deformação máxima**

A deformação máxima é um dos principais indicadores da severidade do dano estrutural em eventos de colisão, pois representa o deslocamento permanente imposto à estrutura em decorrência da absorção de energia de impacto. Em problemas dominados por comportamento plástico, como no caso de colisões entre embarcações e estruturas rígidas, a maior parcela da energia cinética é dissipada por meio de grandes deformações localizadas, especialmente nas regiões próximas ao ponto de contato inicial.

Do ponto de vista mecânico, a deformação máxima está diretamente associada ao trabalho plástico interno desenvolvido durante o esmagamento progressivo dos elementos estruturais do casco. Assim, valores mais elevados de deformação indicam maior absorção de energia pela estrutura da embarcação e, conseqüentemente, maior severidade do dano estrutural. Além disso, a distribuição espacial da deformação permite identificar os modos de colapso

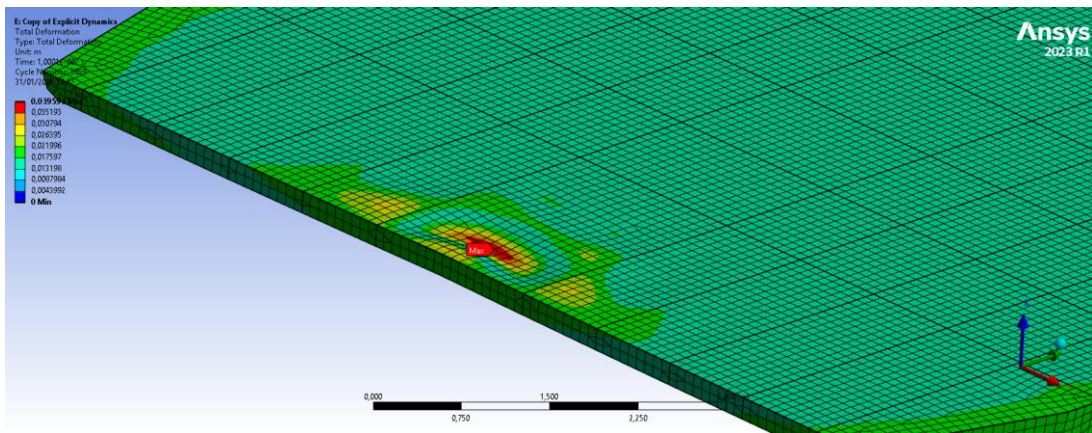
predominantes, como enrugamento de chapas, flambagem local de reforços e esmagamento progressivo da proa.

Nos cenários simulados, a deformação máxima foi avaliada como parâmetro comparativo entre diferentes velocidades e ângulos de impacto, permitindo observar como a componente normal da velocidade influencia a penetração estrutural e a extensão das regiões afetadas.

#### 4.1.1. Cenário 01 (4 nós e 0°)

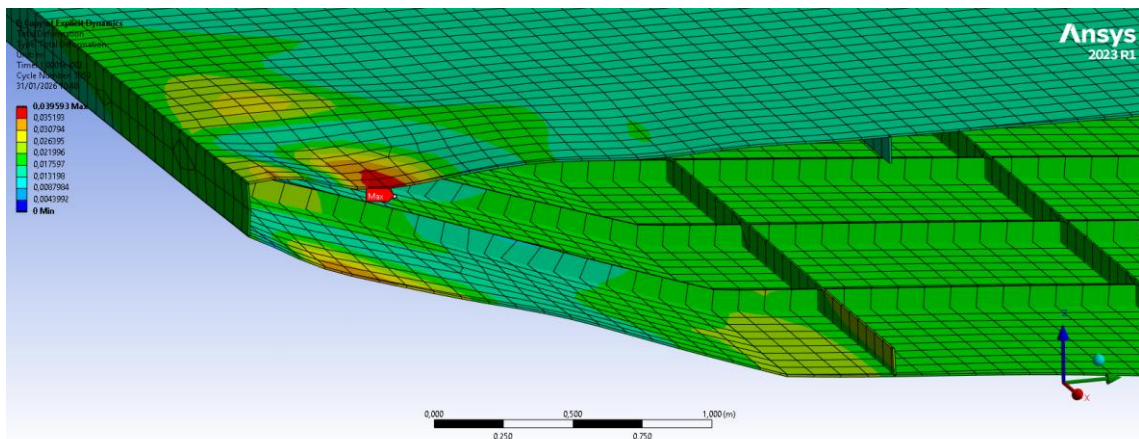
No cenário 01, foi utilizado a velocidade de 4 nós, ou seja 2,05778 m/s, e um ângulo de incidência de 0° em relação a linha da correnteza em direção ao pilar, ou seja, uma colisão frontal total. Como discutido no início desse capítulo será analisado principalmente a deformação total e a tensão equivalente. Dessa forma as Figura 20 e Figura 21 demonstram os resultados obtidos e a Figura 22 exemplifica os resultados obtidos da Tabela 8 em anexo que resume a deformação máxima e média em seu determinado intervalo de tempo.

Figura 20 - Cenário 01 - deformação total vista 1



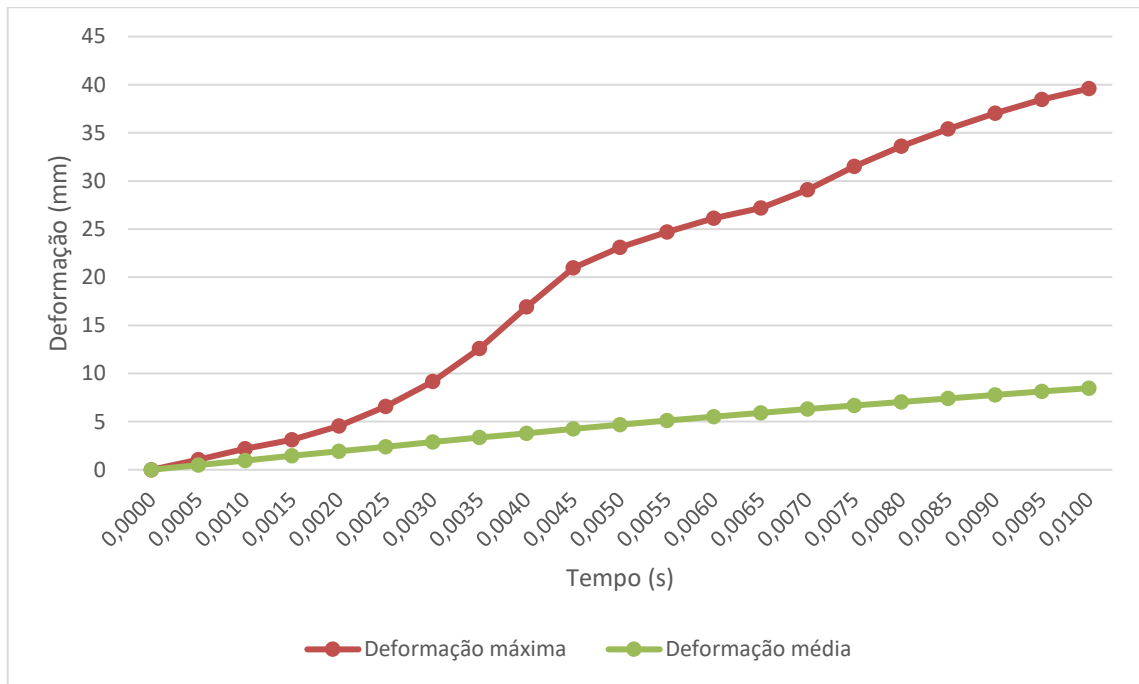
Fonte: Autor

Figura 21 - Cenário 01 - deformação total vista 2



Fonte: Autor

Figura 22 - Gráfico deformação do cenário 1

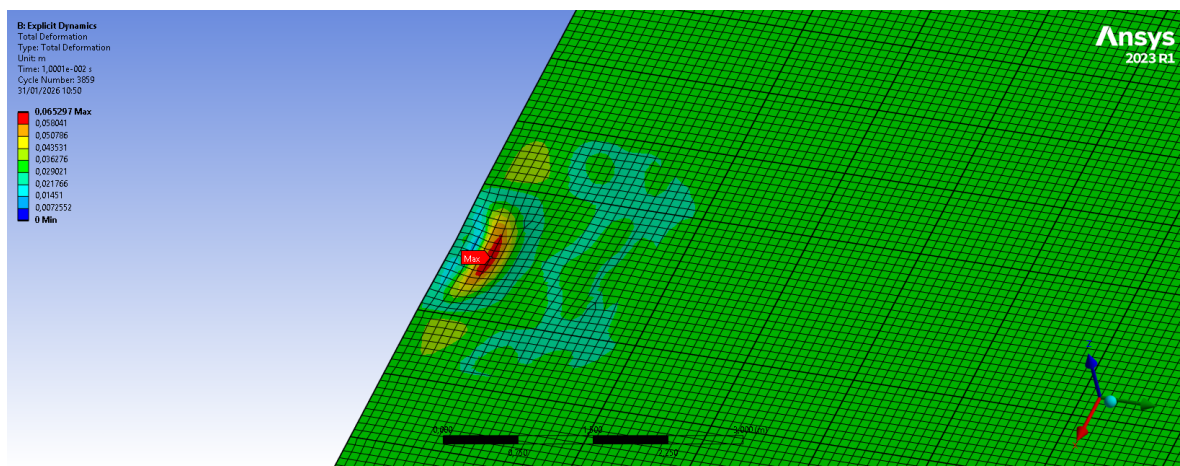


Fonte: Autor

#### 4.1.2. Cenário 02 (7 nós e 0°)

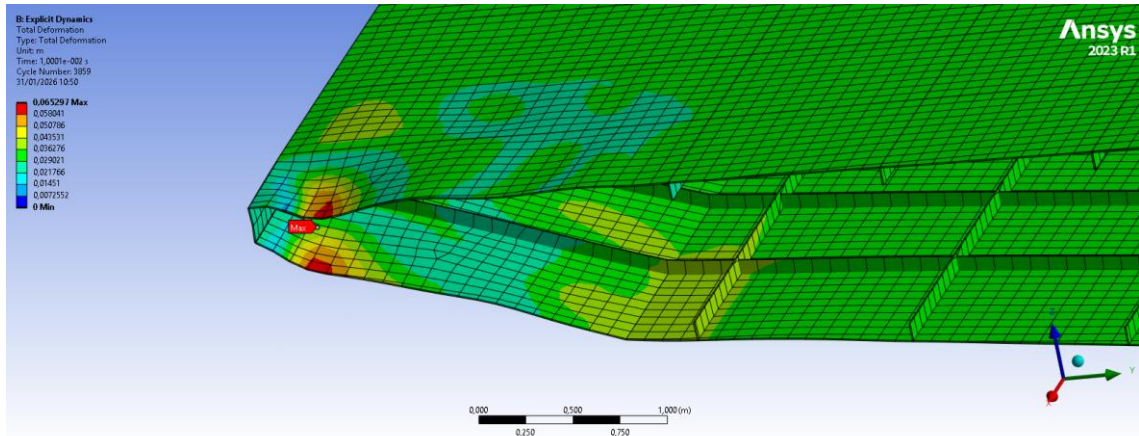
Assim como o cenário 01, o cenário manteve o ângulo de 0° porém a velocidade da embarcação foi elevada para 7 nós, ou seja 3,6 m/s. Dessa forma, os resultados podem ser visualizados nas Figura 23 e Figura 24 e a Figura 25 exemplifica os resultados obtidos pela Tabela 9 em anexo que resume a deformação máxima e média do cenário 02.

Figura 23 - Cenário 02 - deformação total vista 1



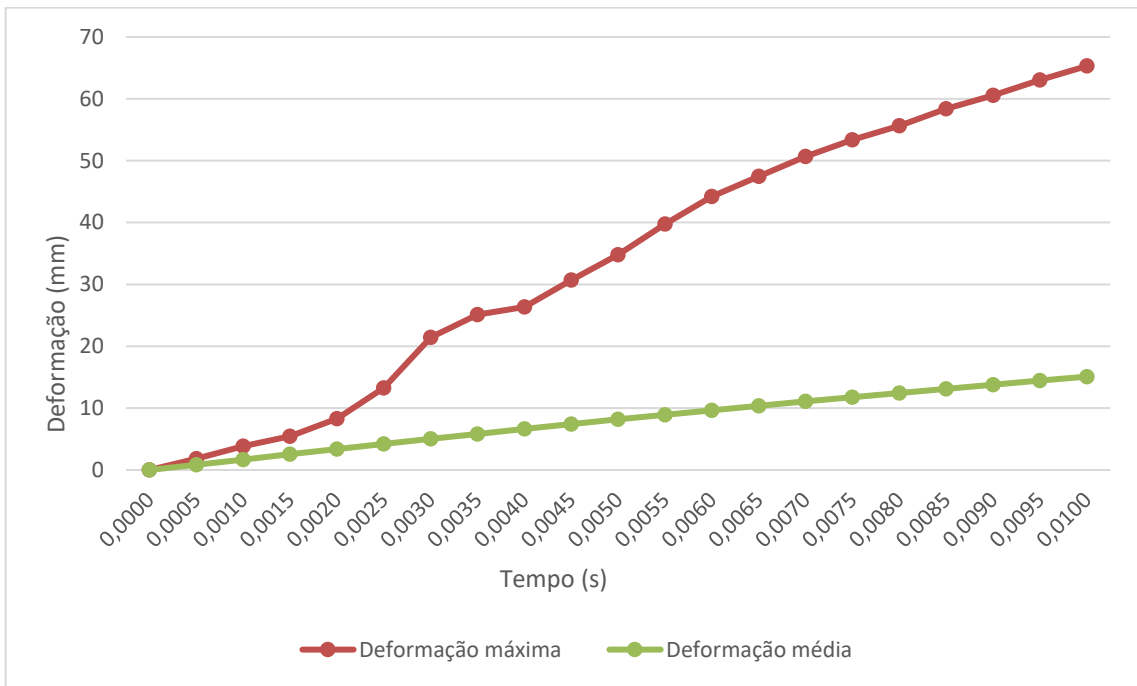
Fonte: Autor

Figura 24 - Cenário 02 - deformação total vista 2



Fonte: Autor

Figura 25 - Gráfico deformação do cenário 2

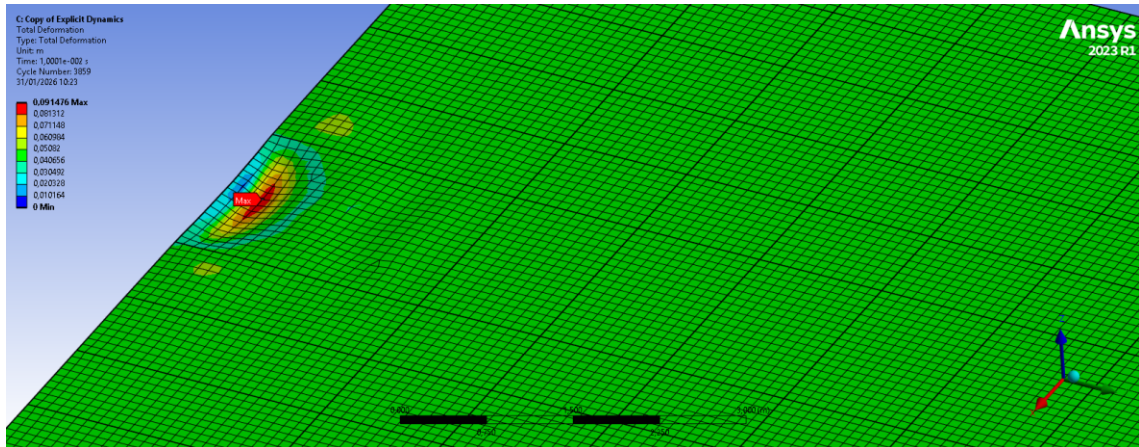


Fonte: Autor

### 4.1.3. Cenário 03 (10 nós e 0°)

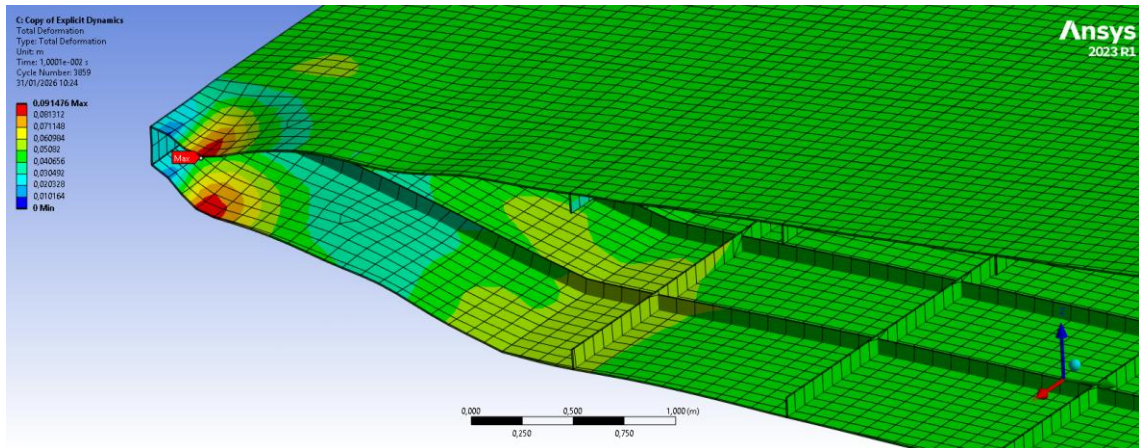
Assim como nos cenários anteriores, esse cenário manteve o ângulo de 0° porém a velocidade da embarcação foi elevada para 10 nós, ou seja 5,1444 m/s. Dessa forma, os resultados podem ser visualizados nas Figura 26, Figura 27 e Figura 28 e na Figura 29 pode-se visualizar os dados dos resultados da Tabela 10 em anexo que resume a deformação do cenário 03.

Figura 26 - Cenário 03 - deformação total vista 1



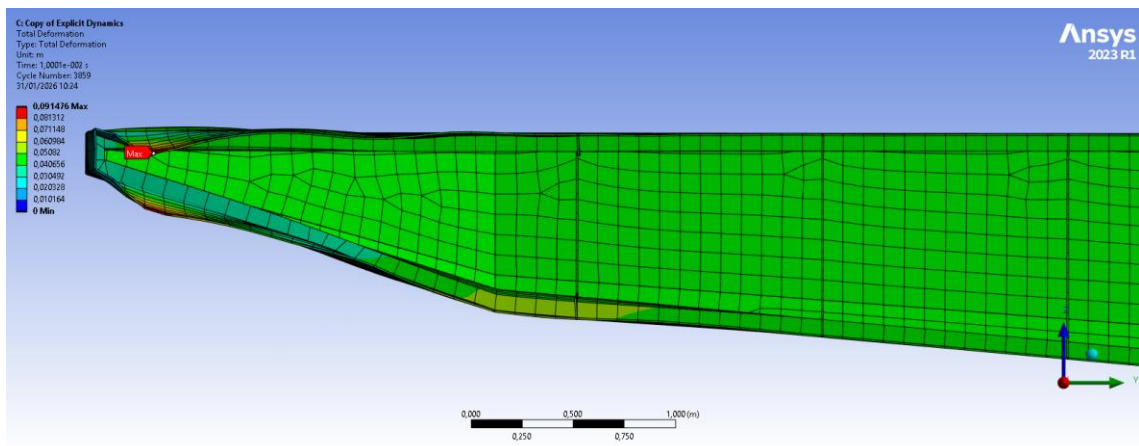
Fonte: Autor

Figura 27 - Cenário 03 - deformação total vista 2



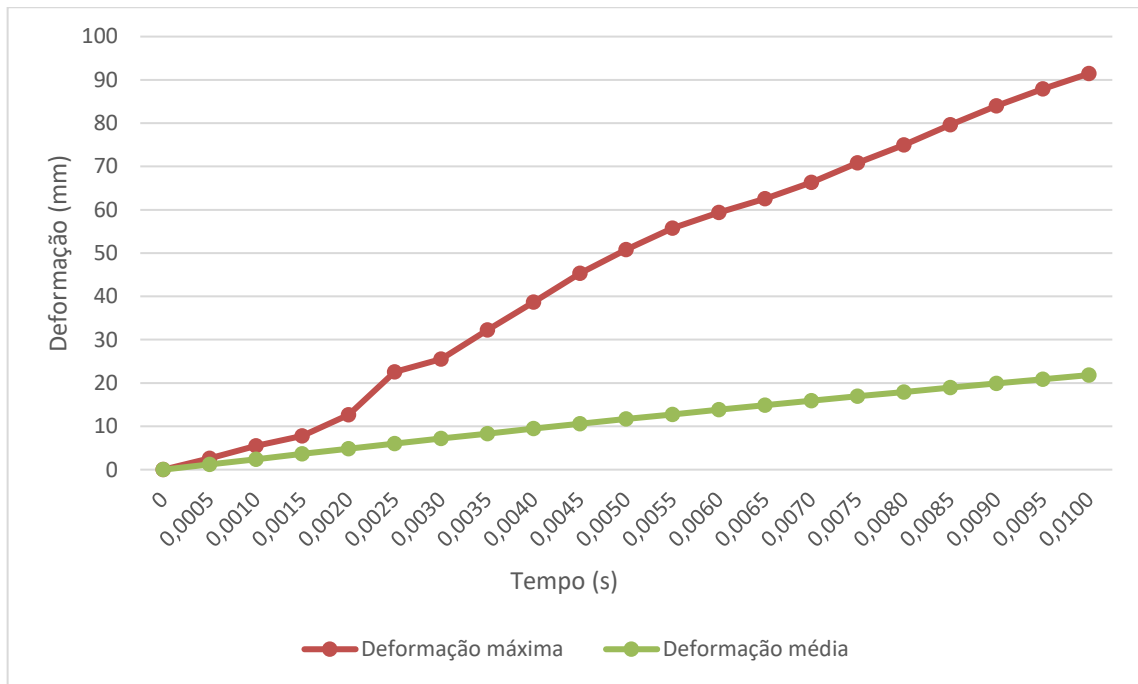
Fonte: Autor

Figura 28 - Cenário 03 - deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 29 - Gráfico deformação do cenário 3

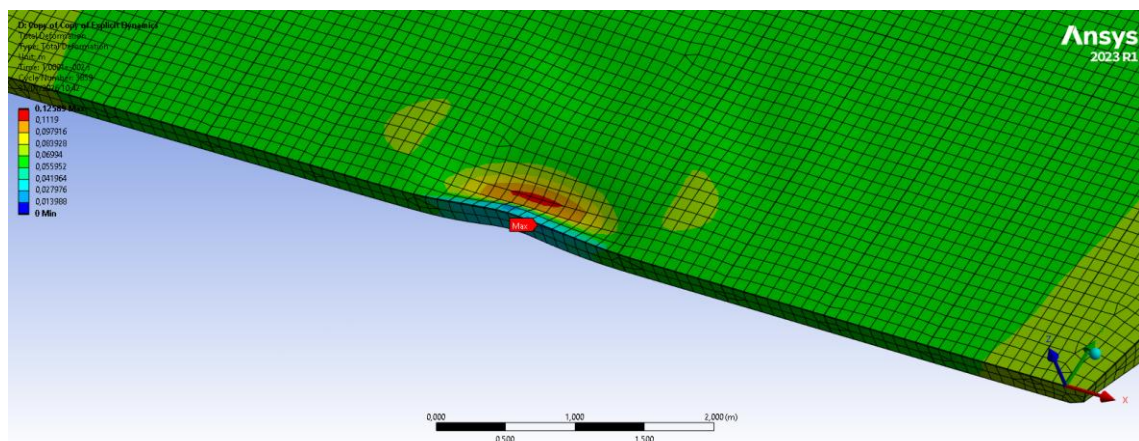


Fonte: Autor

#### 4.1.4. Cenário 04 (15 nós e 0°)

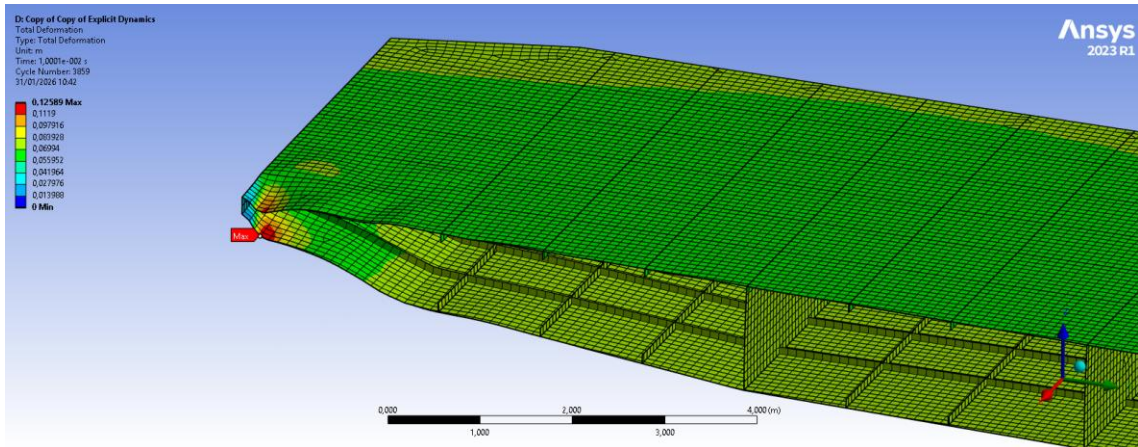
Assim como nos cenários anteriores, esse cenário manteve o ângulo de 0°, porém a velocidade da embarcação foi elevada para 15 nós, ou seja 7,7166 m/s. Dessa forma, os resultados podem ser visualizados nas Figura 30, Figura 31 e Figura 32 e a Figura 33 mostra os dados obtidos da Tabela 11 em anexo que resume a deformação do cenário 04.

Figura 30 - Cenário 04 - deformação total vista 1



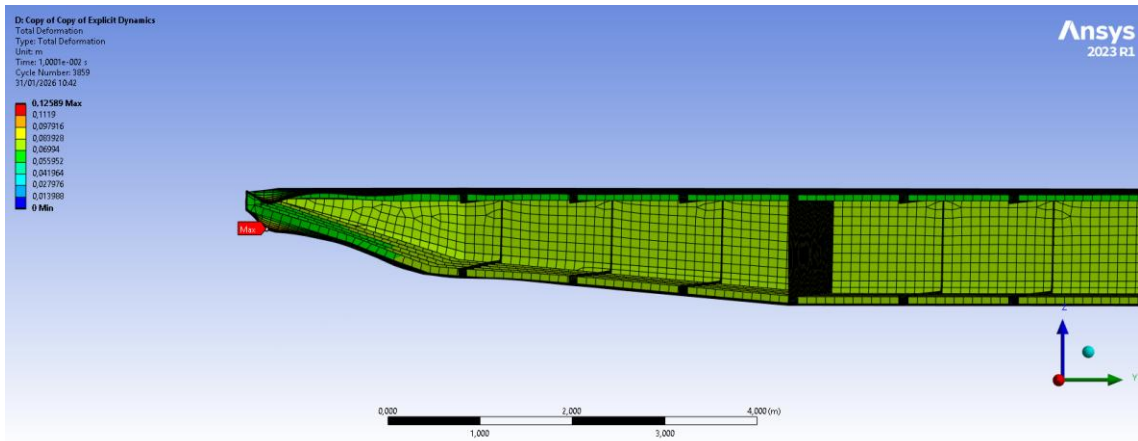
Fonte: Autor

Figura 31 - Cenário 04 - deformação total vista 2



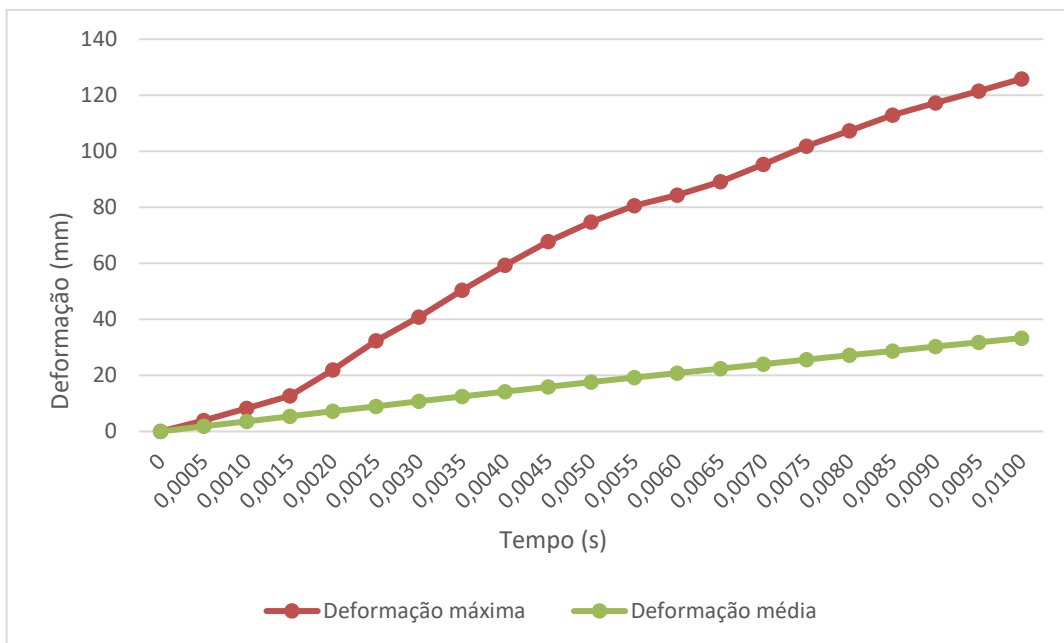
Fonte: Autor

Figura 32 - Cenário 04 - deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 33 - Gráfico deformação do cenário 4

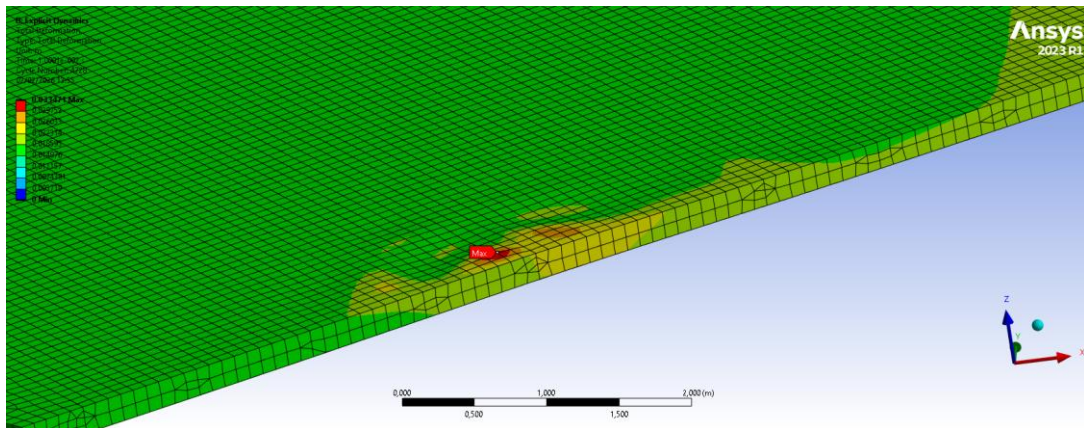


Fonte: Autor

#### 4.1.5. Cenário 05 (4 nós e 30°)

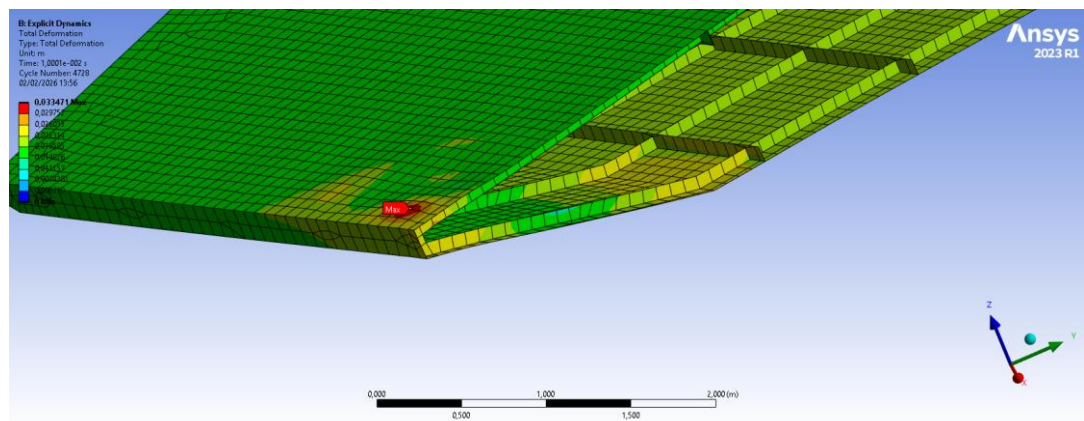
Neste cenário houve a mudança do ângulo de incidência para 30° e a velocidade volta a ser de 4 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 34, Figura 35 e Figura 36 e a Figura 37 exibe os dados da Tabela 12 em anexo que resume a deformação do cenário 05.

Figura 34 - Cenário 05 - deformação total vista 1



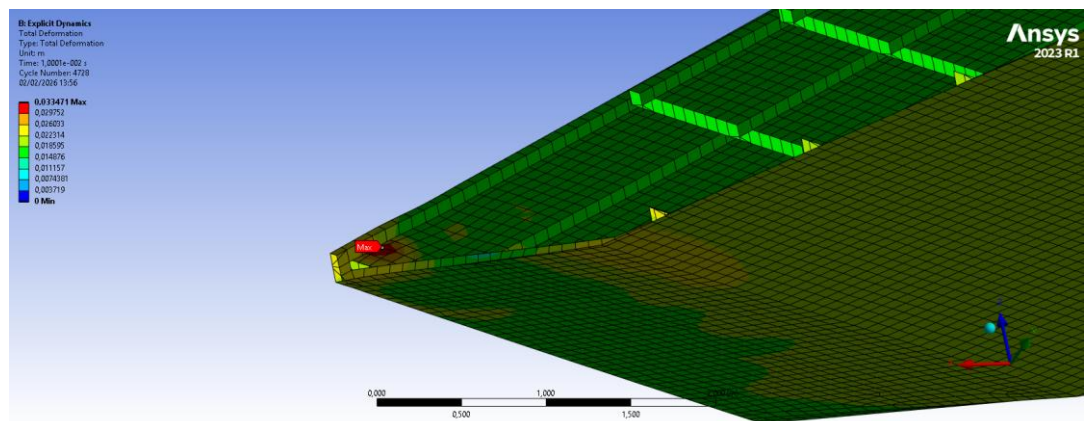
Fonte: Autor

Figura 35 - Cenário 05 - deformação total vista 2



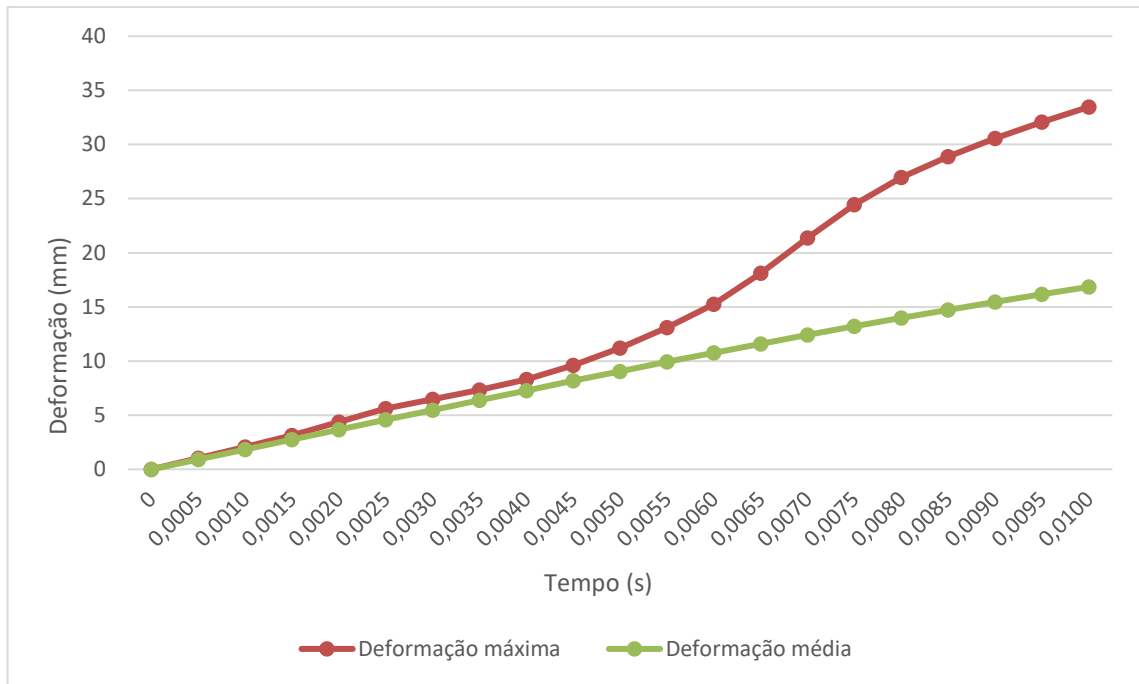
Fonte: Autor

Figura 36 - Cenário 05 - deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 37 - Gráfico deformação do cenário 5

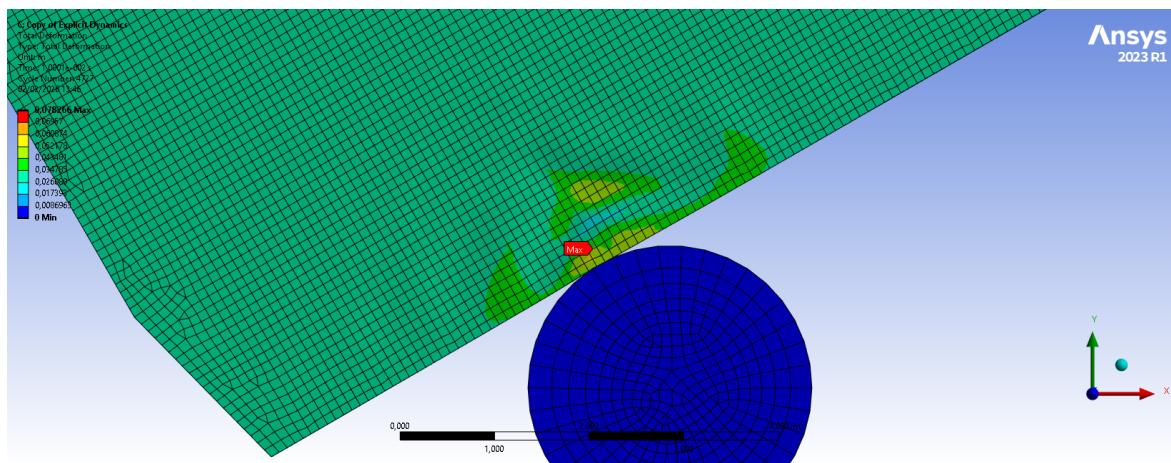


Fonte: Autor

#### 4.1.6. Cenário 06 (7 nós e 30°)

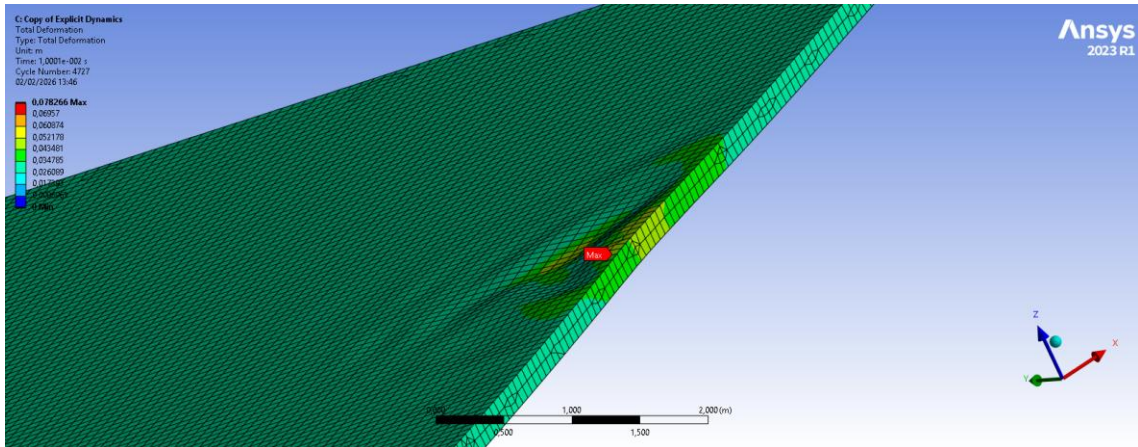
Este cenário mantém o ângulo de incidência de 30° e a velocidade aumenta para de 7 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 38, Figura 39, Figura 40 e Figura 41 e a Figura 42 mostra os dados da Tabela 13 em anexo que resume a deformação do cenário 06.

Figura 38 - Cenário 06 - deformação total vista 1



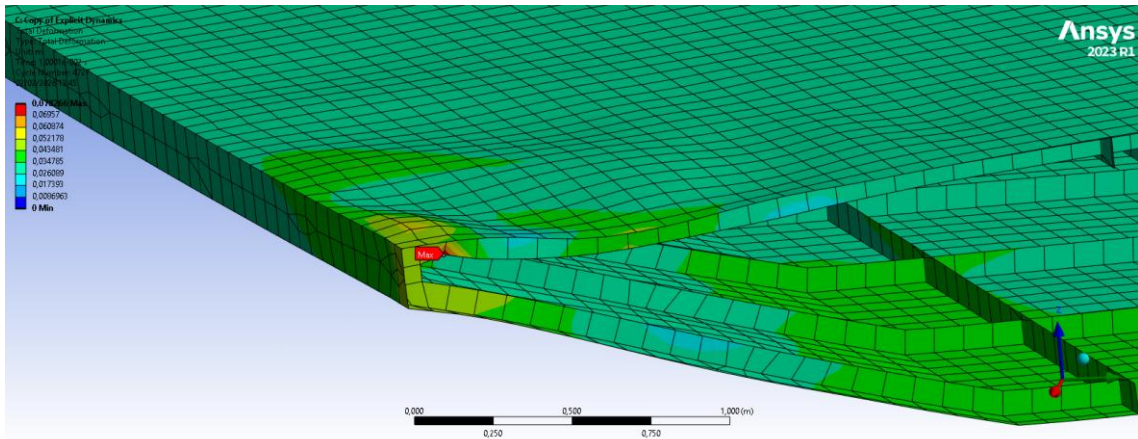
Fonte: Autor

Figura 39 - Cenário 06 - deformação total vista 2



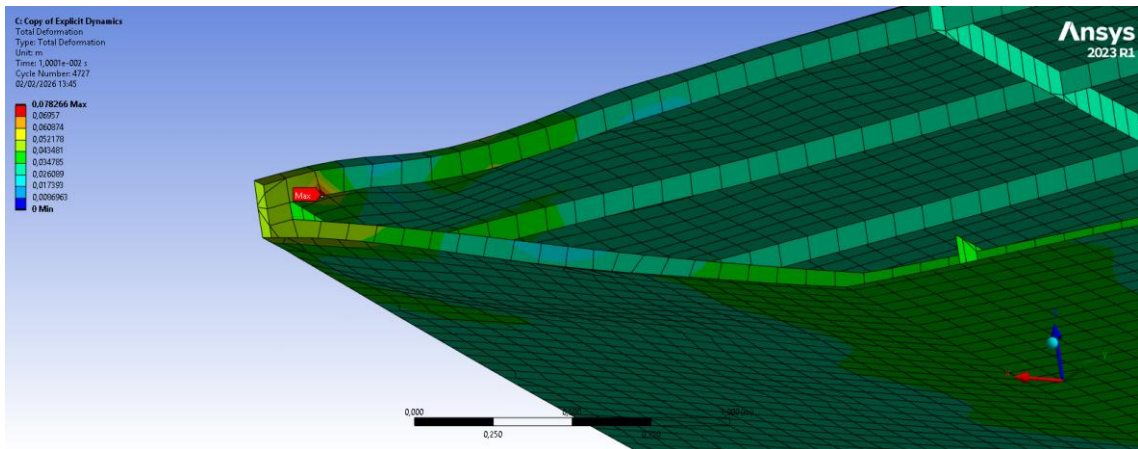
Fonte: Autor

Figura 40 - Cenário 06 - deformação total vista 3



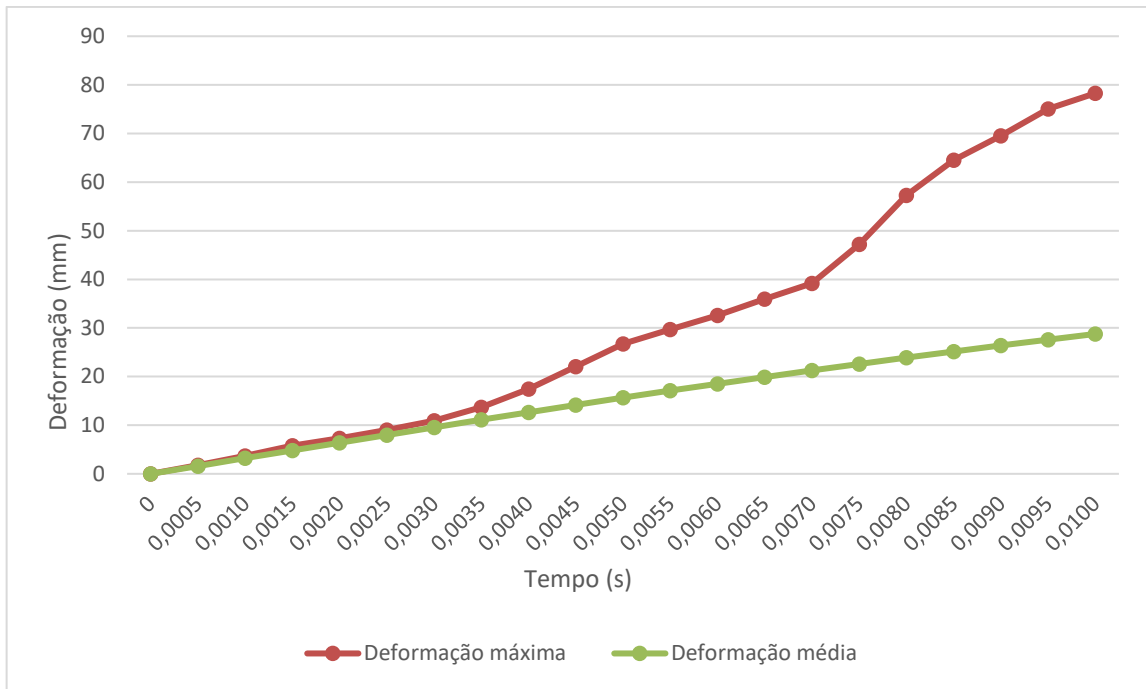
Fonte: Autor

Figura 41 - Cenário 06 - deformação total vista 4



Fonte: Autor

Figura 42 - Gráfico deformação do cenário 6

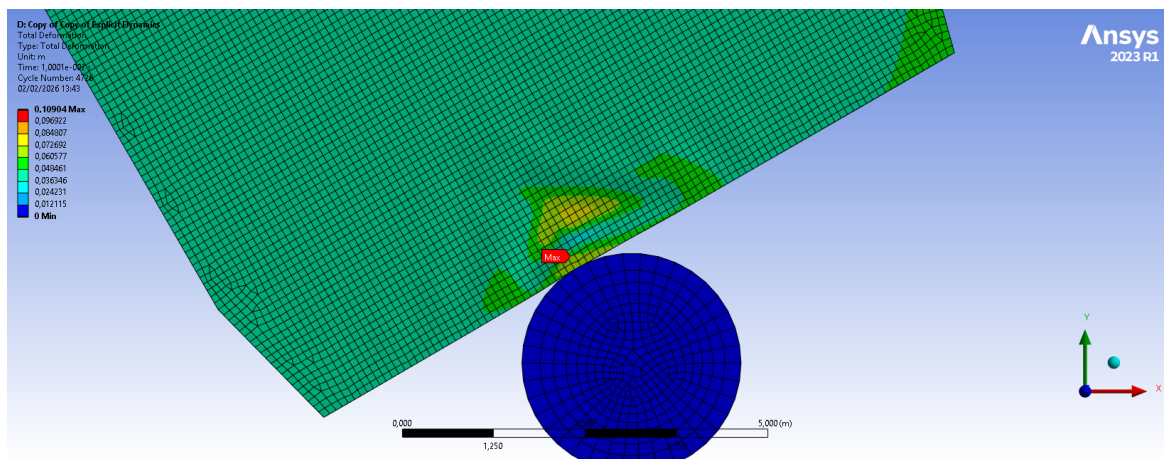


Fonte: Autor

#### 4.1.7. Cenário 07 (10 nós e 30°)

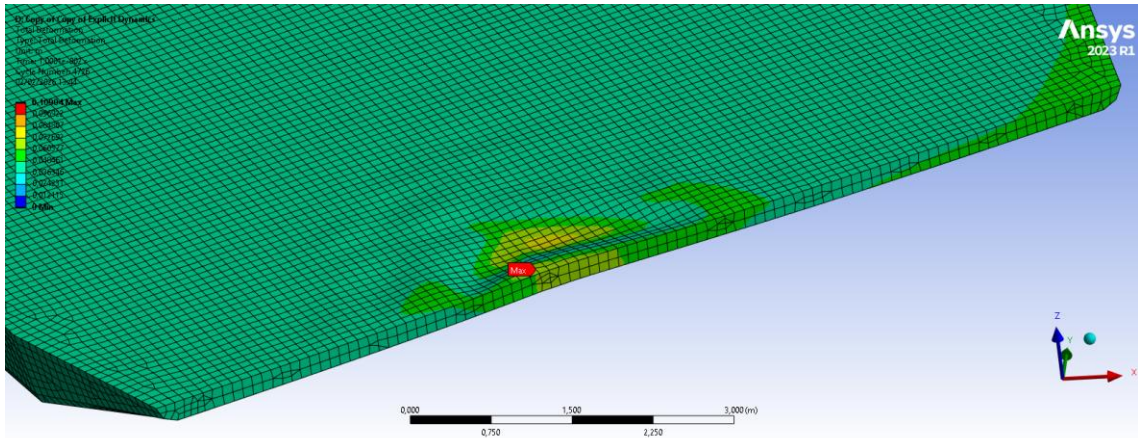
Neste cenário o ângulo de incidência permanece 30° e a velocidade aumenta para 10 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 43, Figura 44, Figura 45 e Figura 46 e a Figura 47 exibe os dados da Tabela 14 em anexo que resume a deformação do cenário 07.

Figura 43 - Cenário 07 - deformação total vista 1



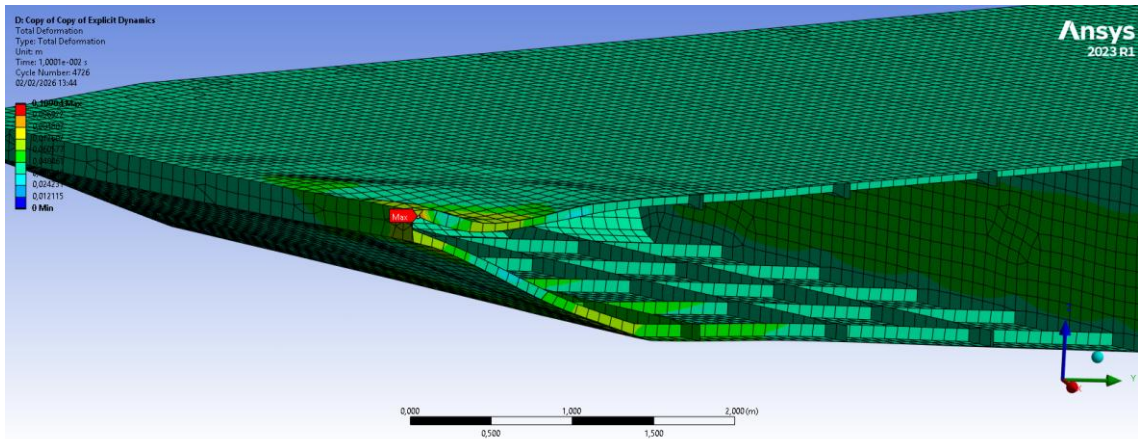
Fonte: Autor

Figura 44 - Cenário 07 - deformação total vista 2



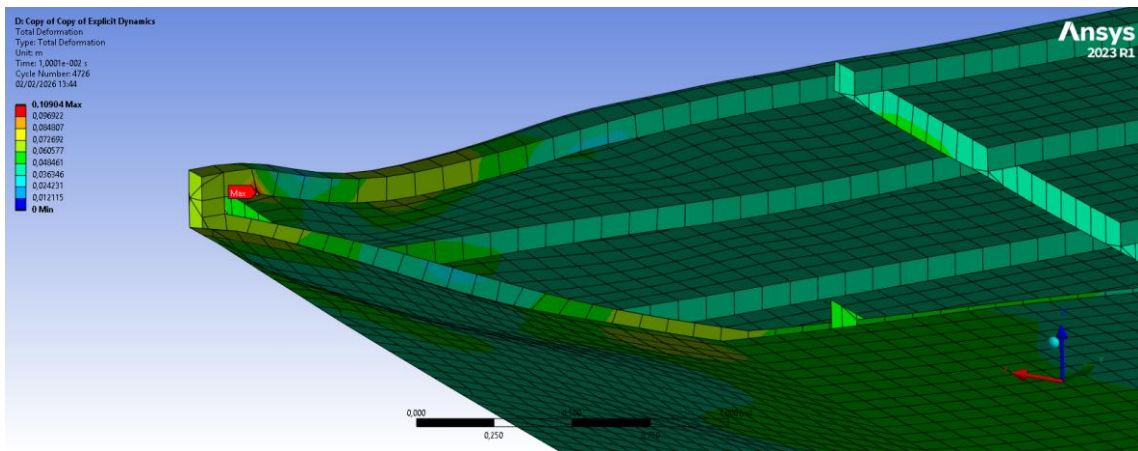
Fonte: Autor

Figura 45 - Cenário 07 - deformação total vista 3



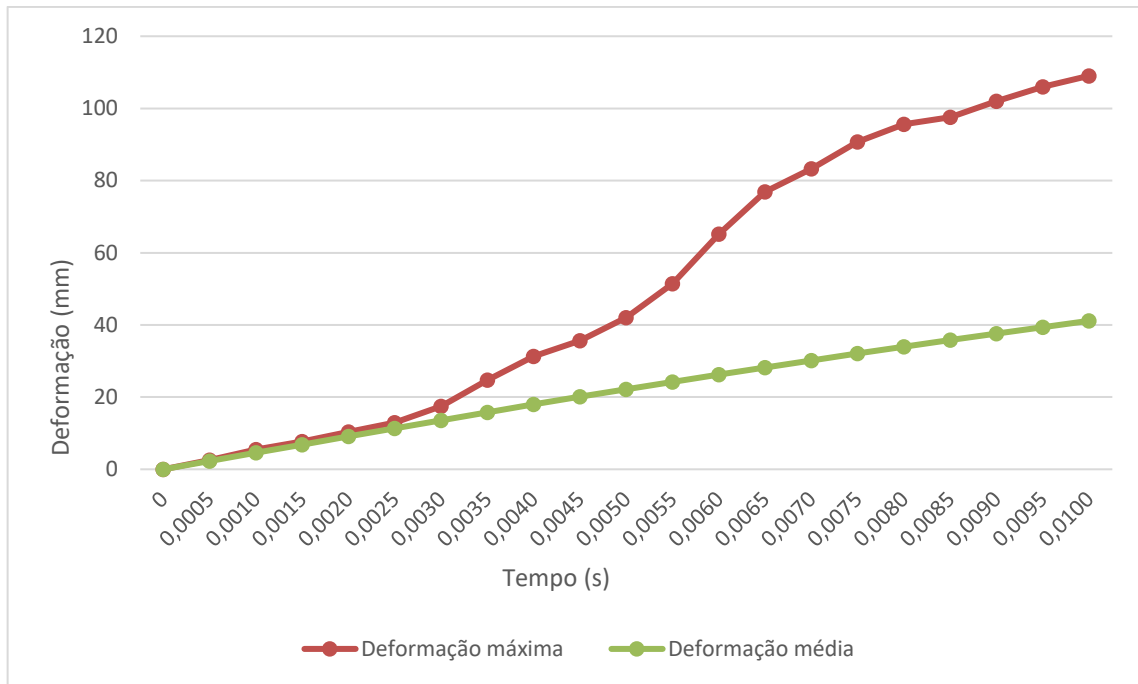
Fonte: Autor

Figura 46 - Cenário 07 - deformação total vista 4



Fonte: Autor

Figura 47 - Gráfico deformação do cenário 7

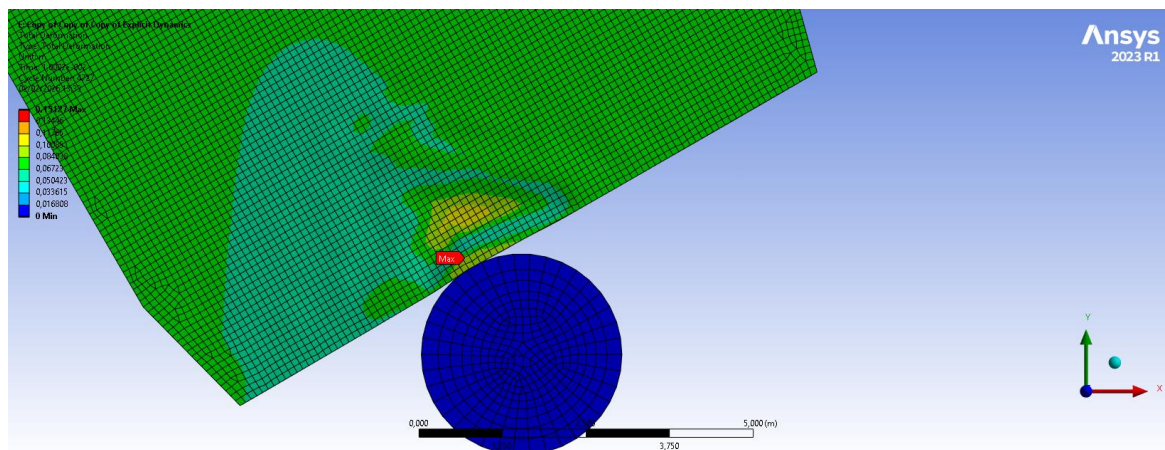


Fonte: Autor

#### 4.1.8. Cenário 08 (15 nós e 30°)

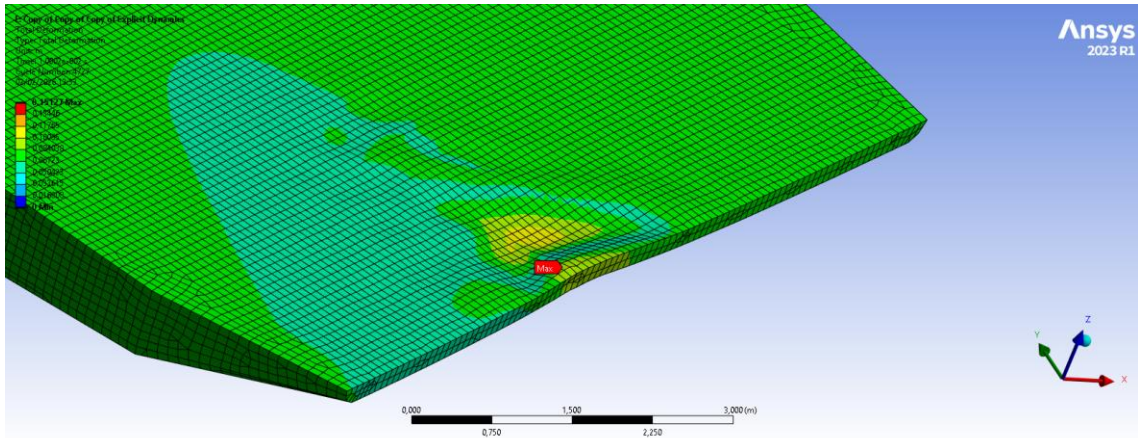
Neste cenário mantem ângulo de incidência de 30° e a velocidade aumenta para 15 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 48, Figura 49, Figura 50 e Figura 51 e a Figura 52 exibe os dados da Tabela 15 em anexo que resume a deformação do cenário 08.

Figura 48 - Cenário 08 - deformação total vista 1



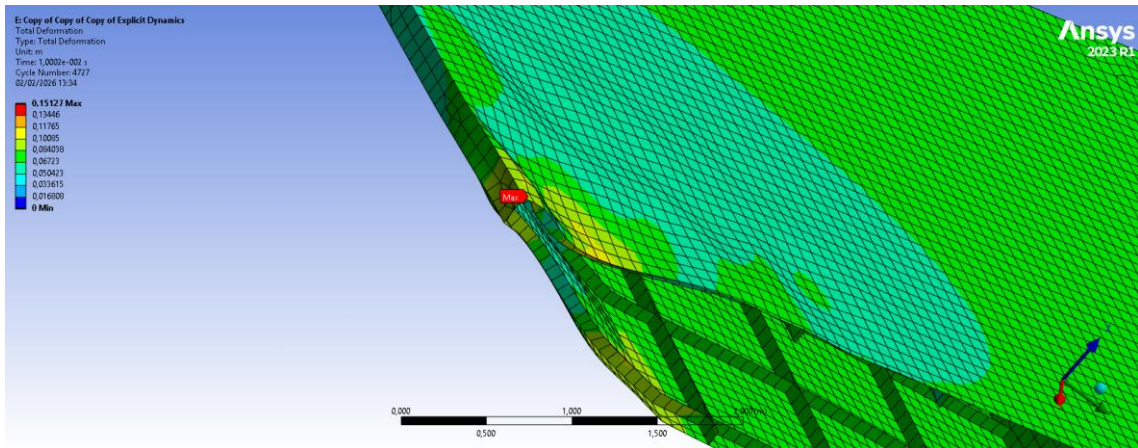
Fonte: Autor

Figura 49 - Cenário 08 - deformação total vista 2



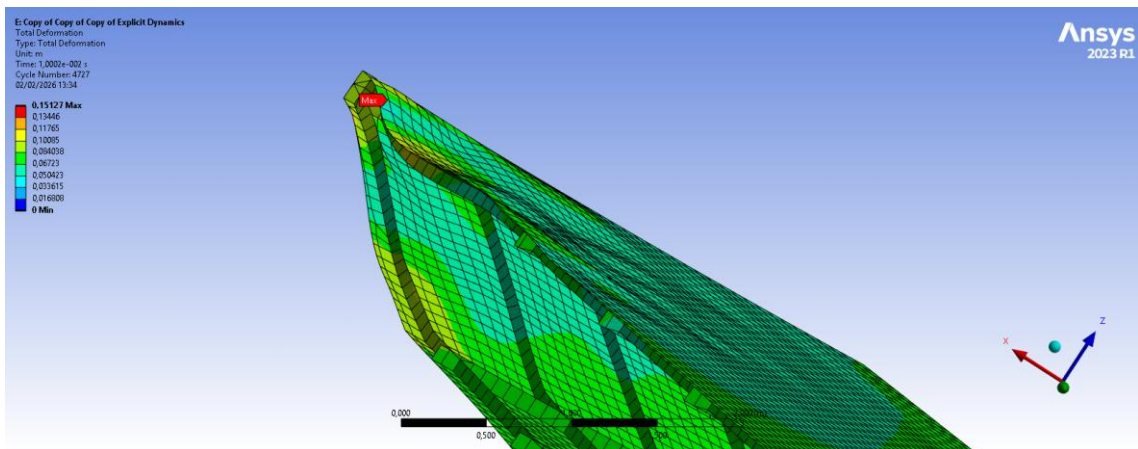
Fonte: Autor

Figura 50 - Cenário 08 - deformação total vista 3



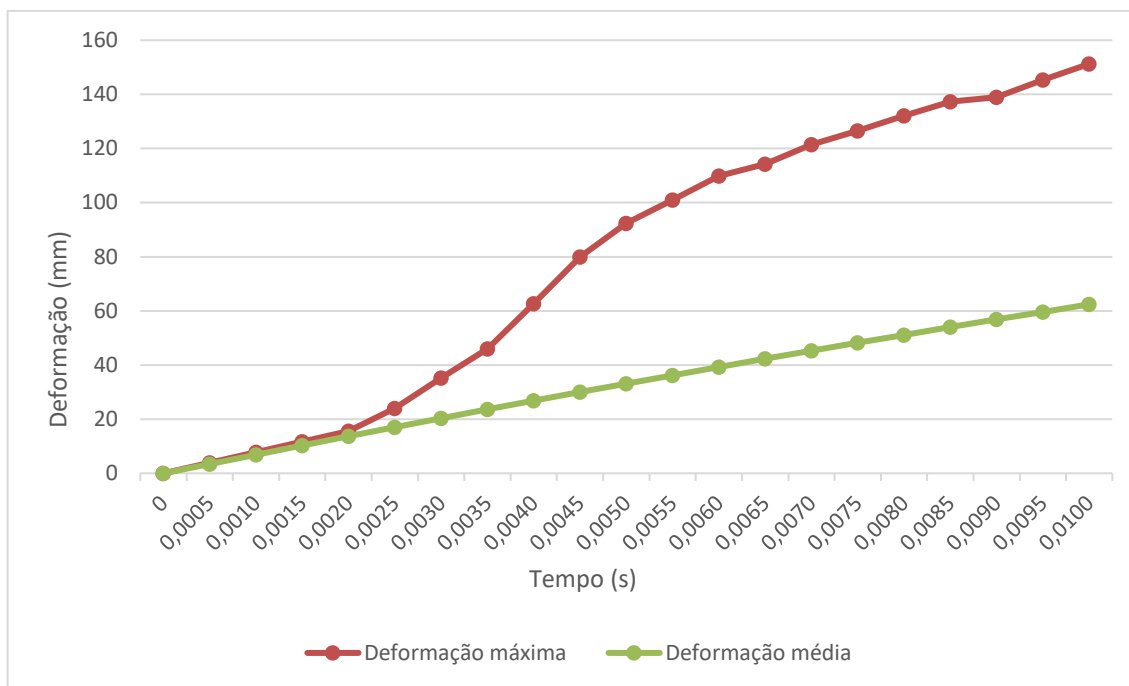
Fonte: Autor

Figura 51 - Cenário 08 - deformação total vista 4



Fonte: Autor

Figura 52 - Gráfico deformação do cenário 8

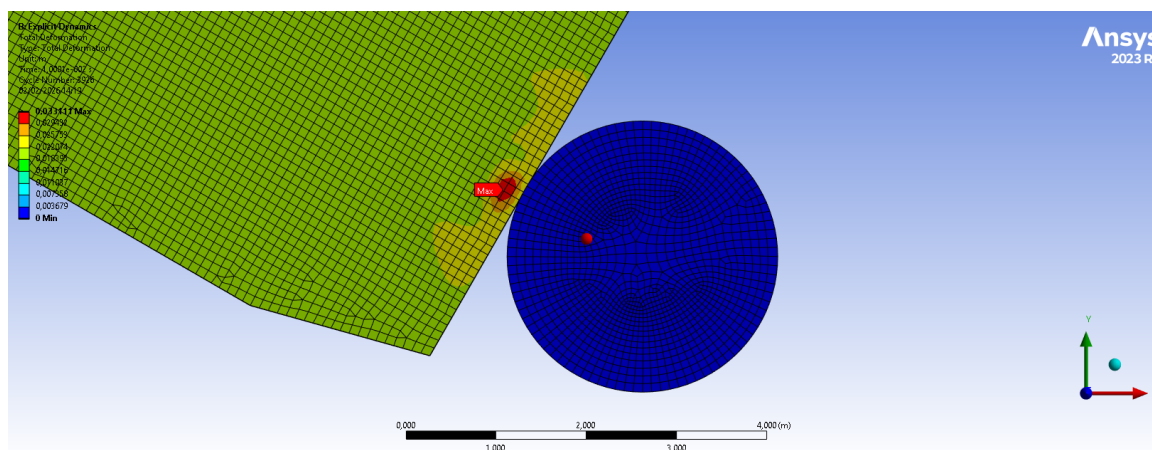


Fonte: Autor

#### 4.1.9. Cenário 09 (4 nós e 60°)

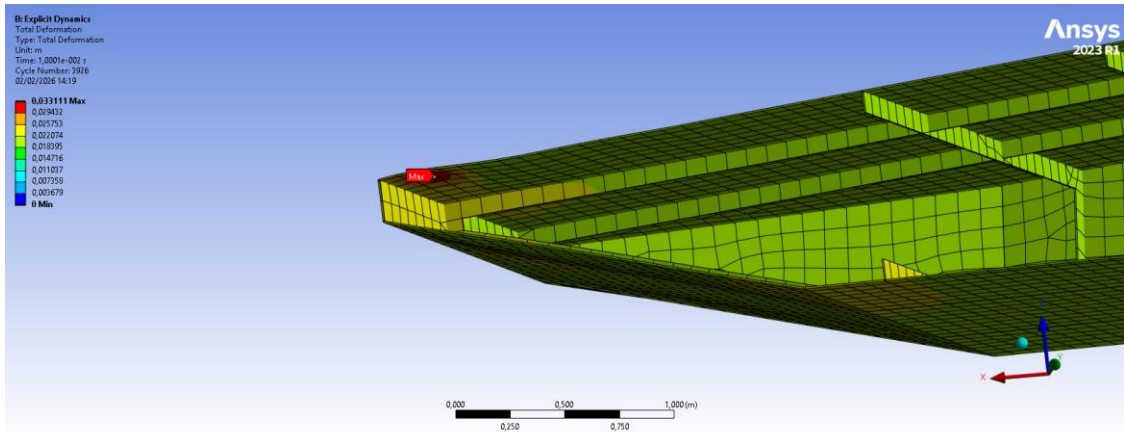
Neste cenário houve a mudança do ângulo de incidência para 60° e a velocidade volta a ser de 4 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 53, Figura 54 e Figura 55 e a Figura 56 mostra os dados da Tabela 16 em anexo que resume a deformação do cenário 09.

Figura 53 - Cenário 09 - deformação total vista 1



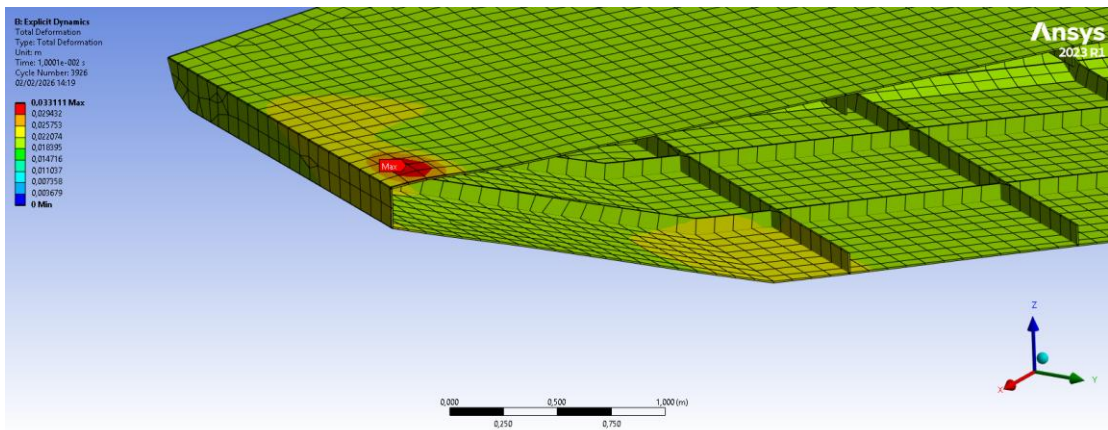
Fonte: Autor

Figura 54 - Cenário 09 - deformação total vista 2



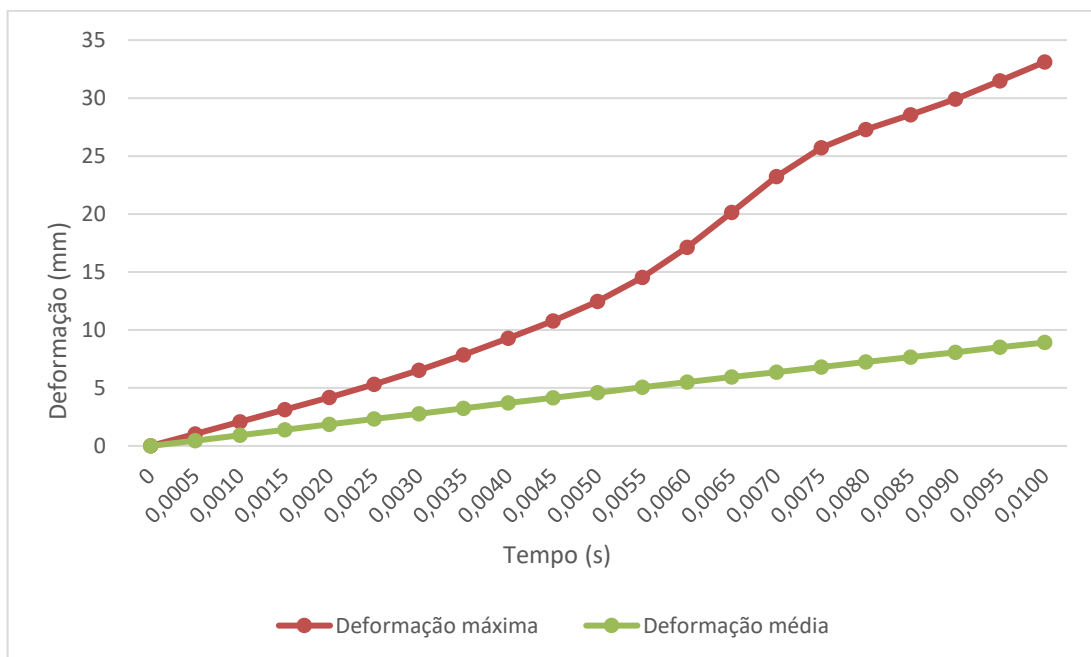
Fonte: Autor

Figura 55 - Cenário 09 - deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 56 -Gráfico deformação do cenário 9

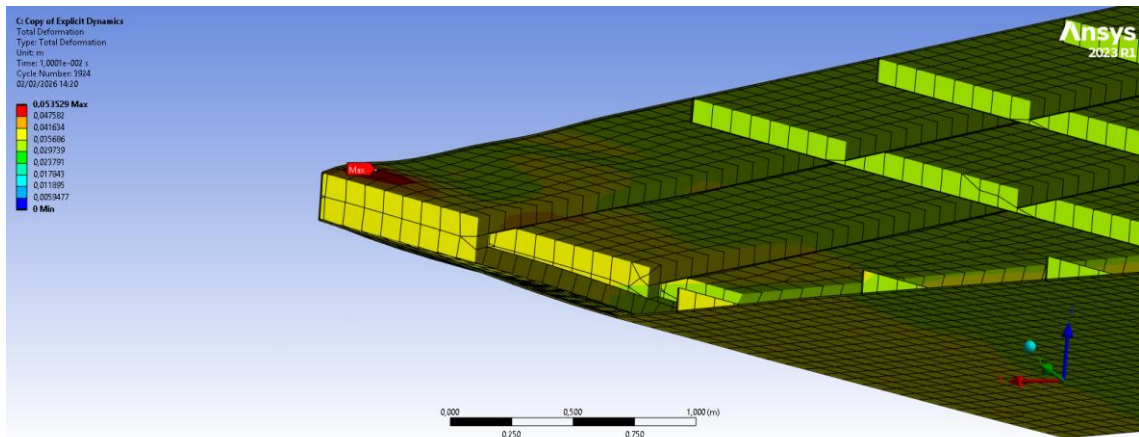


Fonte: Autor

#### 4.1.10. Cenário 10 (7 nós e 60°)

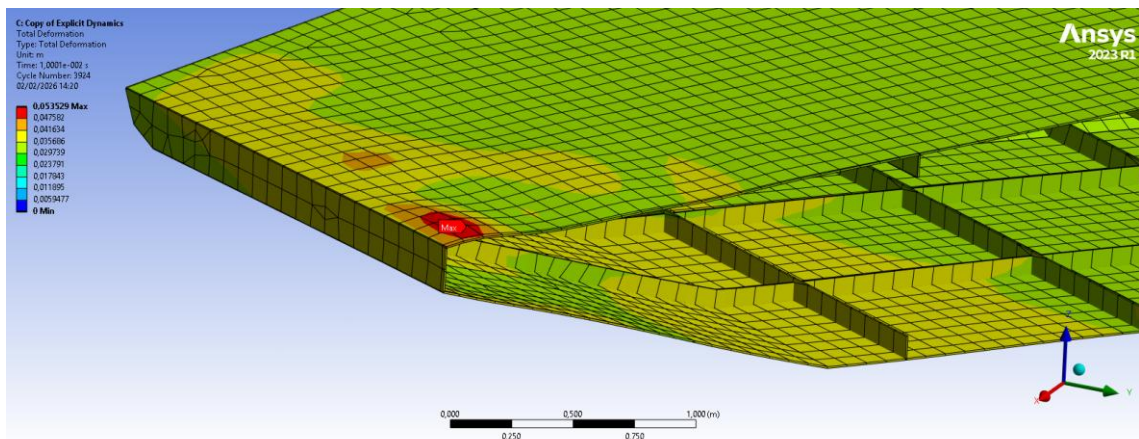
Neste cenário mantém ângulo de incidência de 60° e a velocidade aumenta para 7 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 57 e Figura 58 e a Figura 59 exibe os dados da Tabela 17 em anexo que resume a deformação do cenário 10.

Figura 57 - Cenário 10 - deformação total vista 1



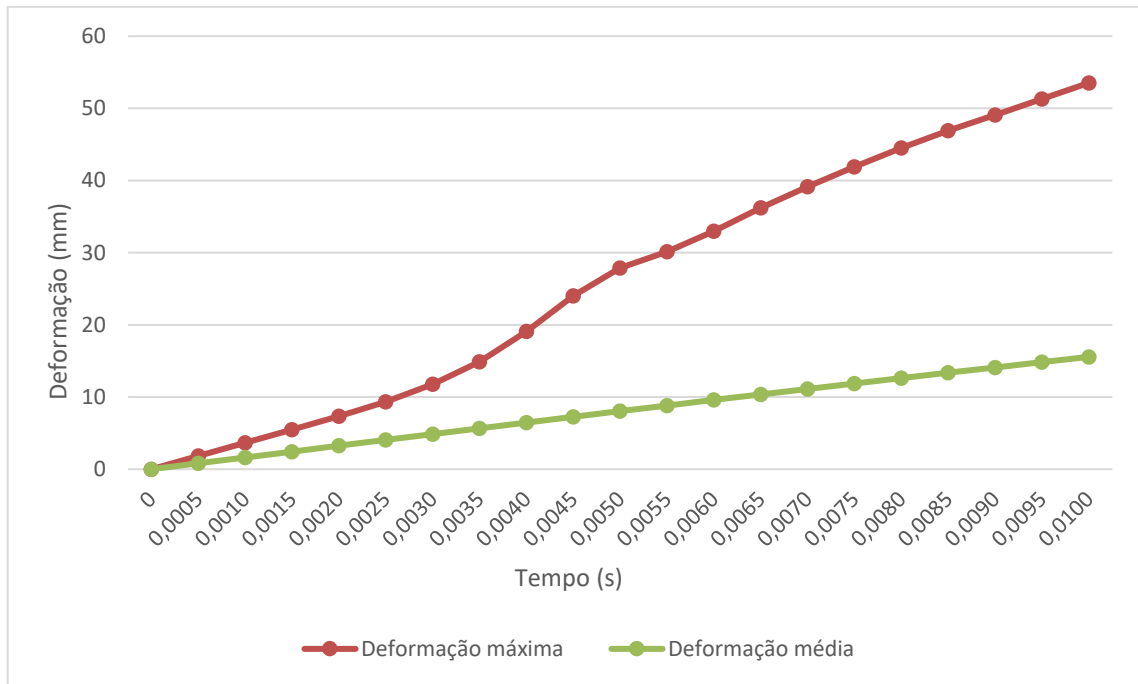
Fonte: Autor

Figura 58 - Cenário 10 - deformação total vista 2



Fonte: Autor

Figura 59 - Gráfico deformação do cenário 10

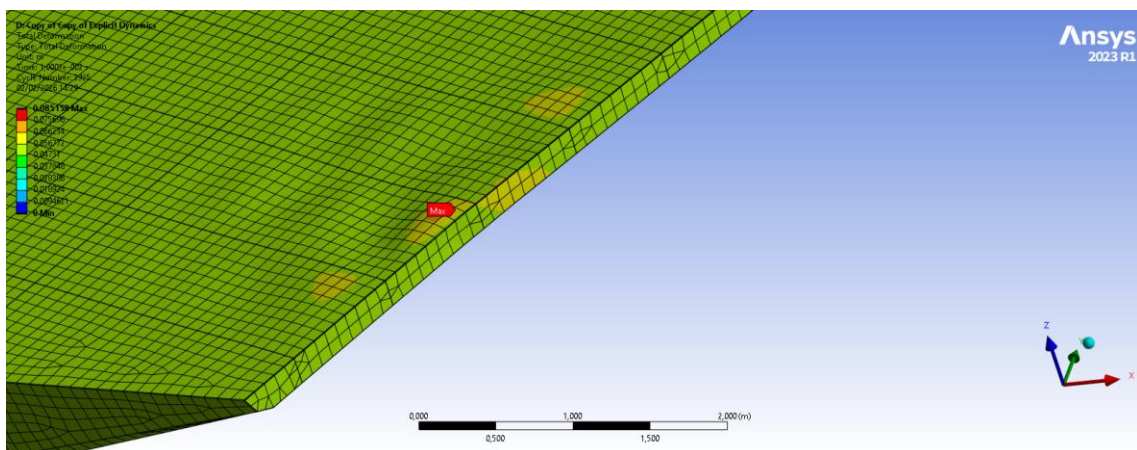


Fonte: Autor

#### 4.1.11. Cenário 11 (10 nós e 60°)

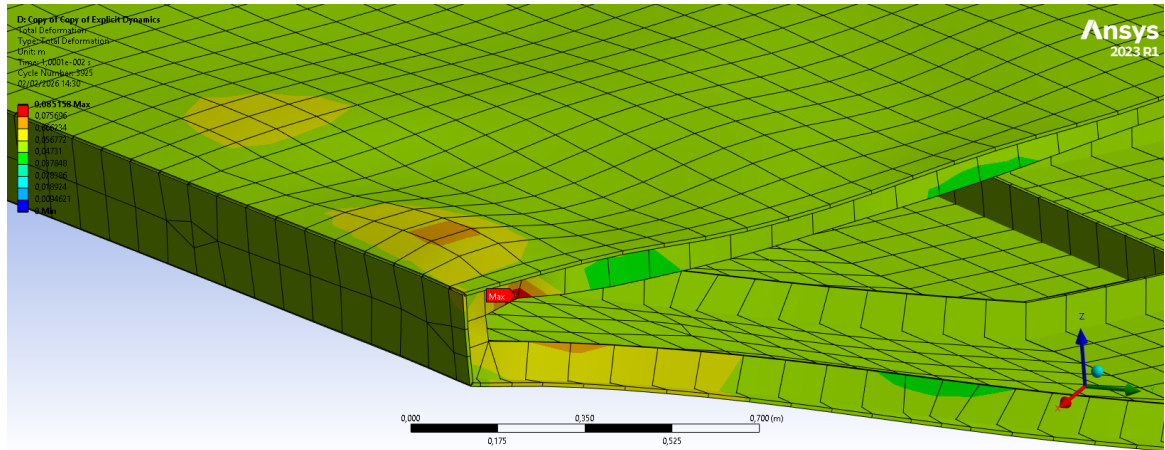
Neste cenário mantem ângulo de incidência de 60° e a velocidade aumenta para 10 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 60, Figura 61 e Figura 62 e a Figura 63 mostra os dados da Tabela 18 em anexo que resume a deformação do cenário 11.

Figura 60 - Cenário 11 - deformação total vista 1



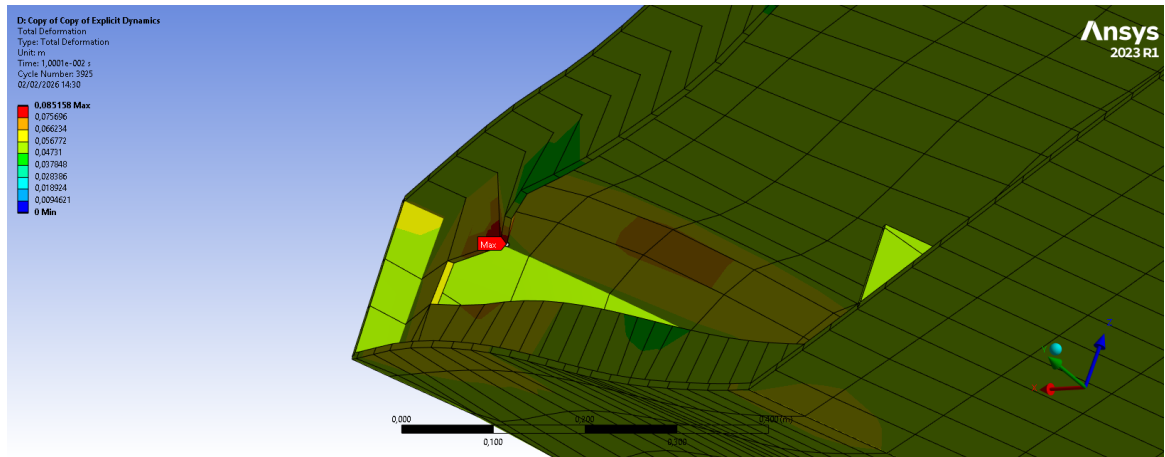
Fonte: Autor

Figura 61 - Cenário 11 - deformação total vista 2



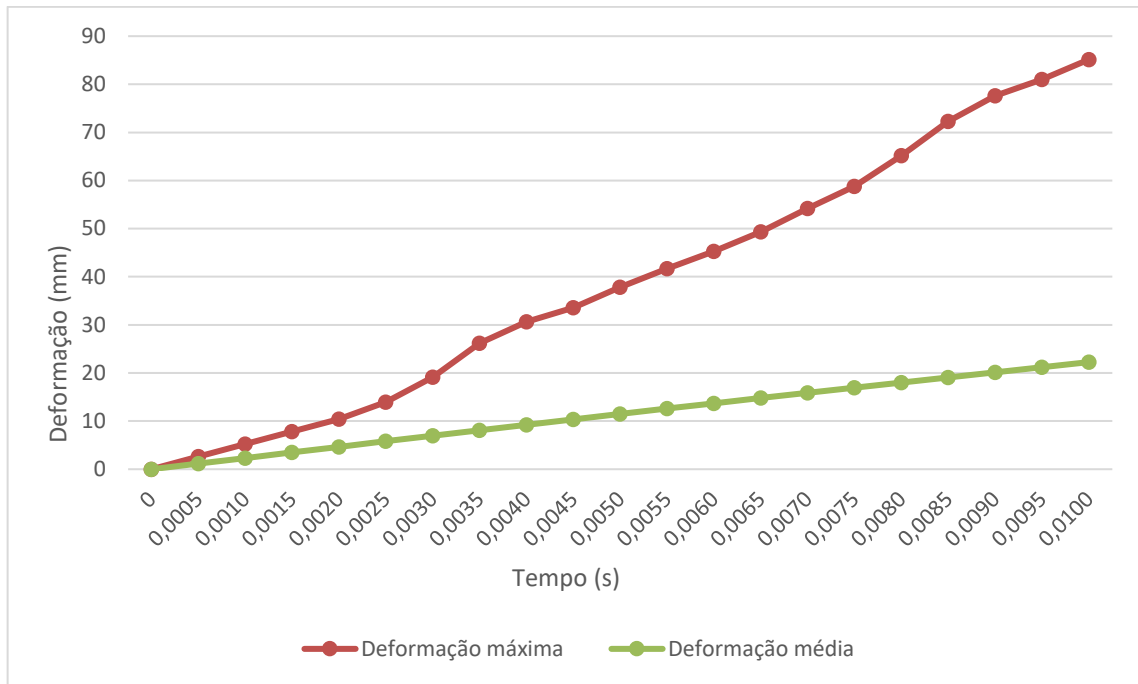
Fonte: Autor

Figura 62 - Cenário 11 - deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 63 - Gráfico deformação do cenário 11

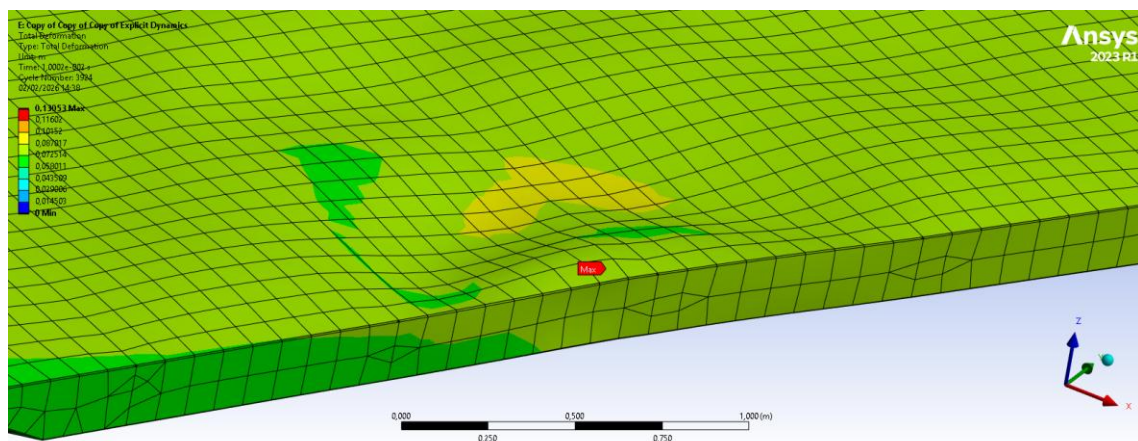


Fonte: Autor

#### 4.1.12. Cenário 12 (15 nós e 60°)

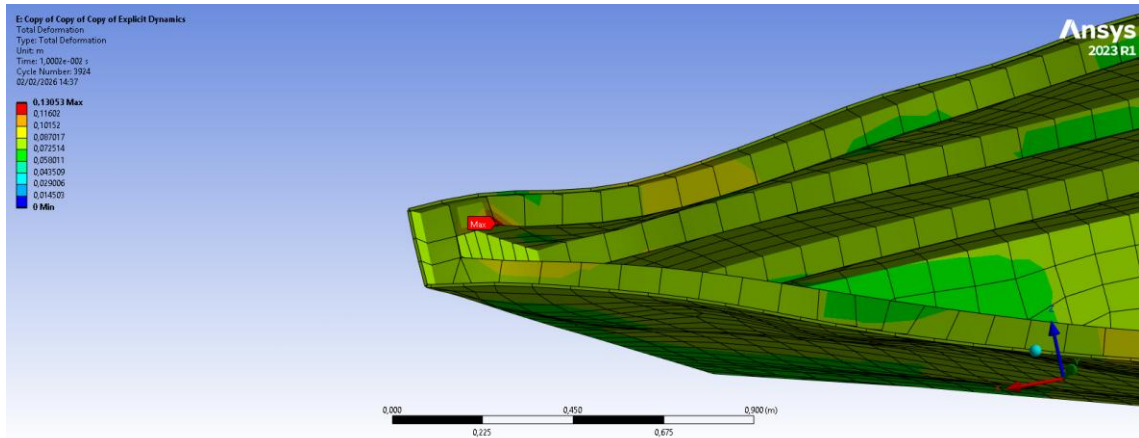
Neste cenário mantem ângulo de incidência de 60° e a velocidade aumenta para 15 nós. Os resultados podem ser visualizados nas Figura 64, Figura 65 e Figura 66 e a Figura 67 mostra os dados da Tabela 19 em anexo que resume a deformação do cenário 12.

Figura 64 - Cenário 12- deformação total vista 1



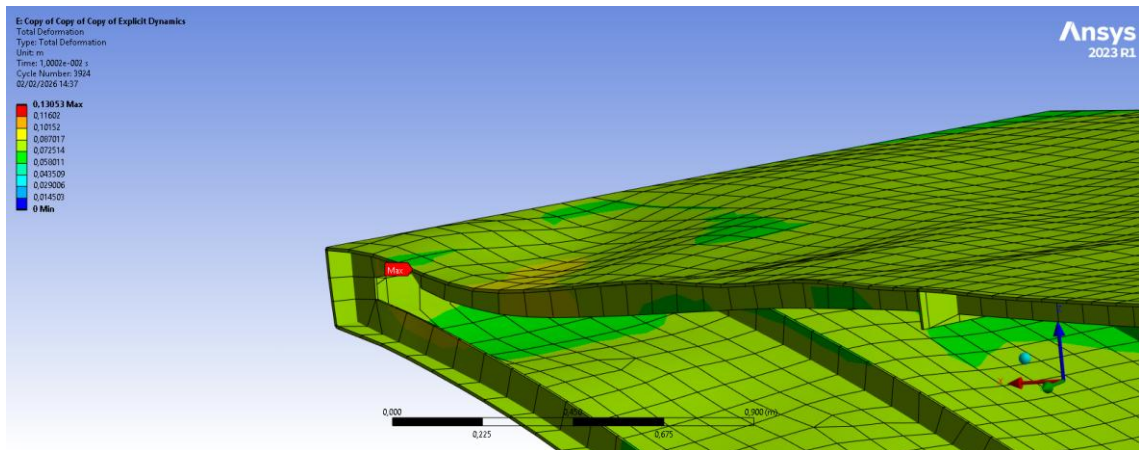
Fonte: Autor

Figura 65 - Cenário 12- deformação total vista 2



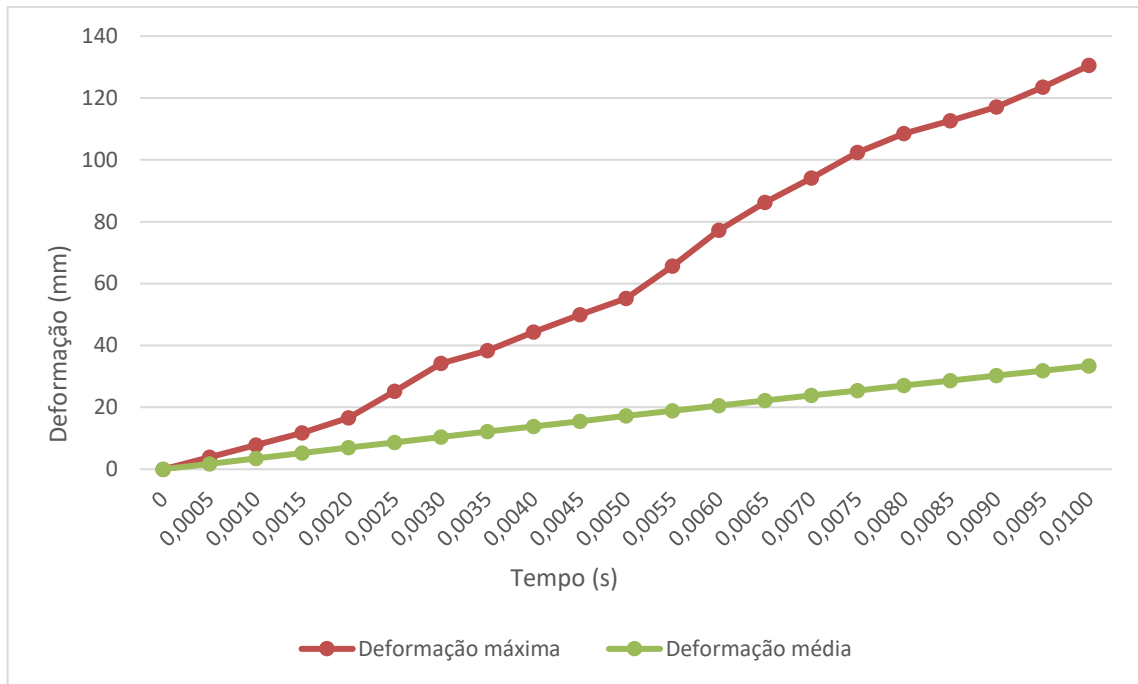
Fonte: Autor

Figura 66 - Cenário 12- deformação total vista 3



Fonte: Autor

Figura 67 - Gráfico deformação do cenário 12



Fonte: Autor

#### 4.2. Tensão equivalente (Von Mises)

A tensão equivalente de Von Mises foi utilizada como critério para avaliar a intensidade do estado de tensões desenvolvido na estrutura da embarcação durante o impacto. Esse parâmetro é amplamente empregado em análises estruturais de materiais dúcteis, pois permite comparar o estado multiaxial de tensões com o limite de escoamento do material, indicando regiões onde ocorre plastificação.

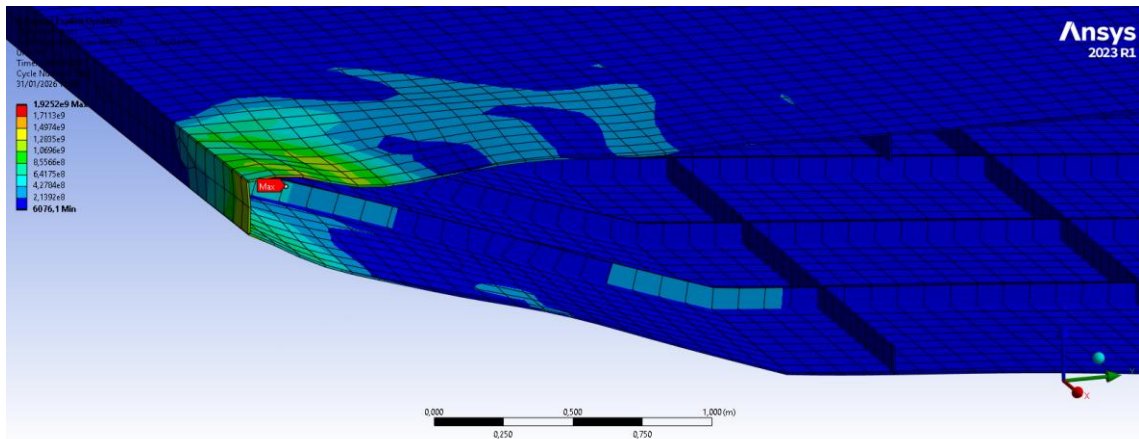
Durante a colisão, a interação de contato com o pilar gera concentrações elevadas de tensão nas regiões próximas ao impacto inicial, que se propagam ao longo da estrutura por meio de ondas de tensão. A análise da tensão equivalente permite identificar não apenas o ponto de maior sollicitação, mas também o caminho de transferência de esforços pela estrutura, evidenciando quais elementos estruturais participam mais intensamente da resistência ao impacto.

Além disso, a comparação entre os cenários possibilita avaliar como o aumento da velocidade e a variação do ângulo de incidência influenciam os níveis máximos de tensão atingidos e a extensão das zonas plastificadas. Dessa forma, a tensão equivalente complementa a análise da deformação máxima, fornecendo uma visão mais detalhada do comportamento mecânico interno da estrutura.

#### 4.2.1. Cenário 01 (4 nós e 0°)

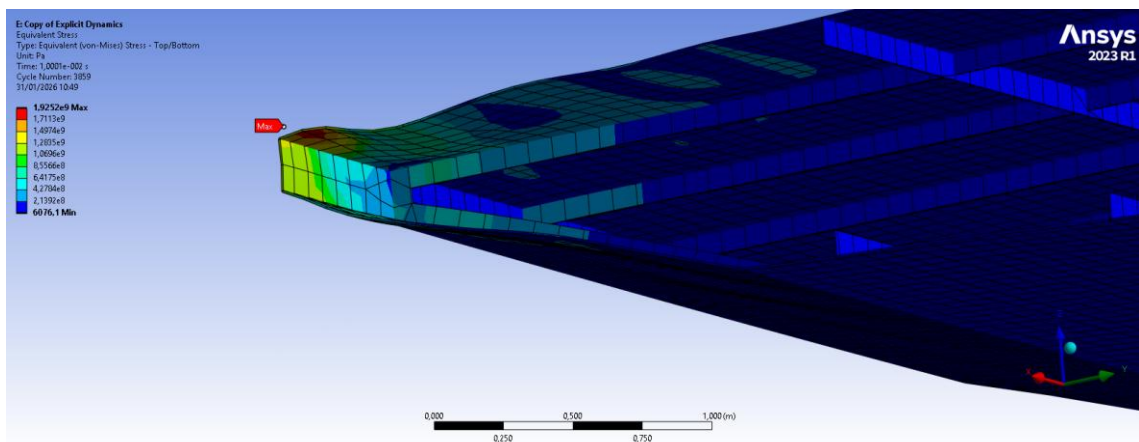
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 68 e Figura 69 e a Figura 70 exhibe os dados da Tabela 20 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 68 - Cenário 01 - tensão equivalente vista 1



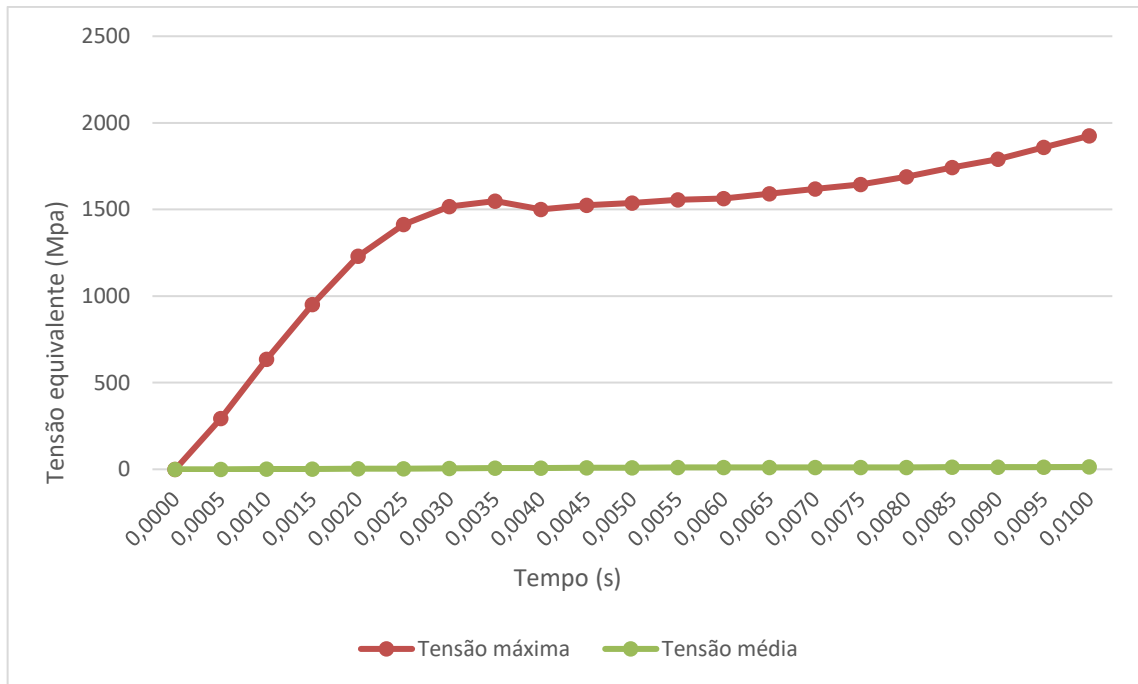
Fonte: Autor

Figura 69 - Cenário 01 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 70 - Gráfico tensão equivalente do cenário 1

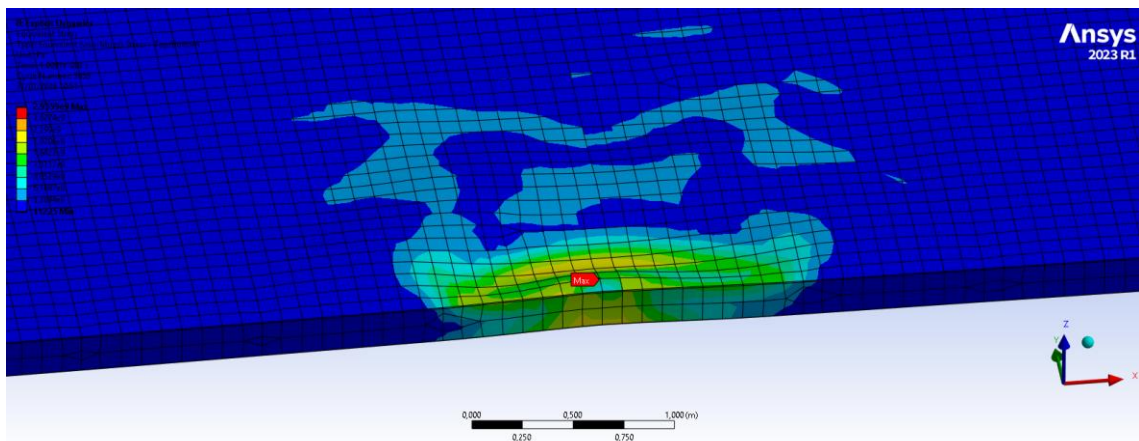


Fonte: Autor

#### 4.2.2. Cenário 02 (7 nós e 0°)

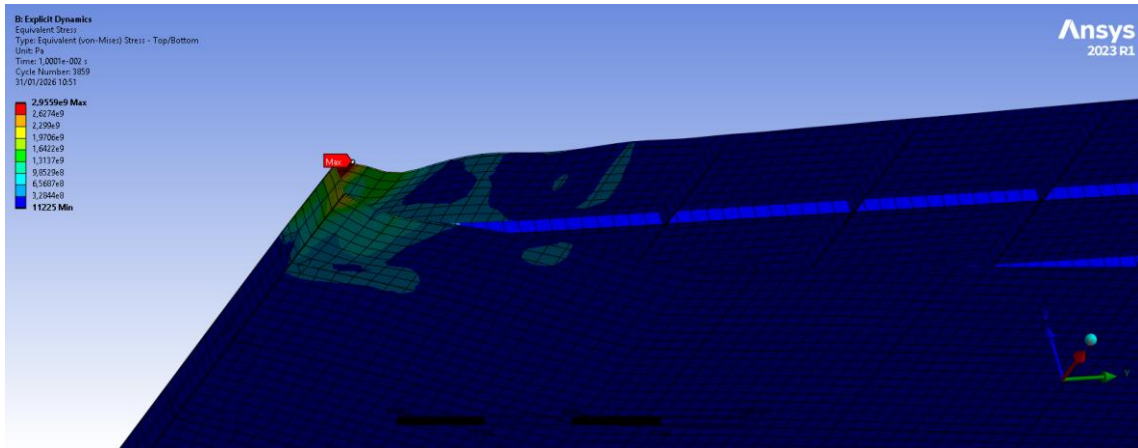
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 71 e Figura 72 e a Figura 73 mostra dos dado da Tabela 21 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 71 - Cenário 02 - tensão equivalente vista 1



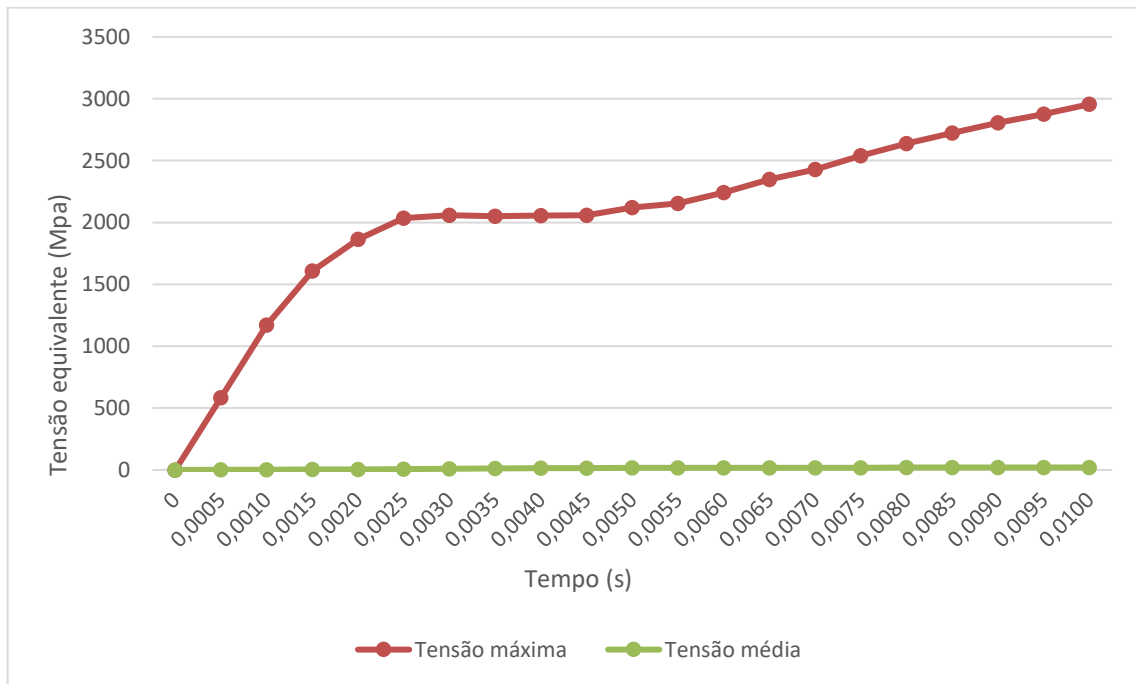
Fonte: Autor

Figura 72 - Cenário 02 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 73 - Gráfico tensão equivalente do cenário 2

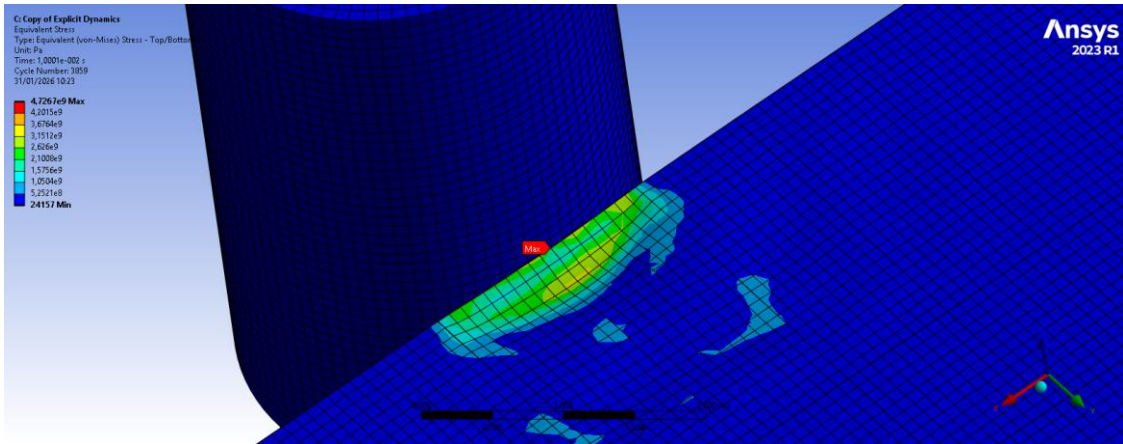


Fonte: Autor

### 4.2.3. Cenário 03 (10 nós e 0°)

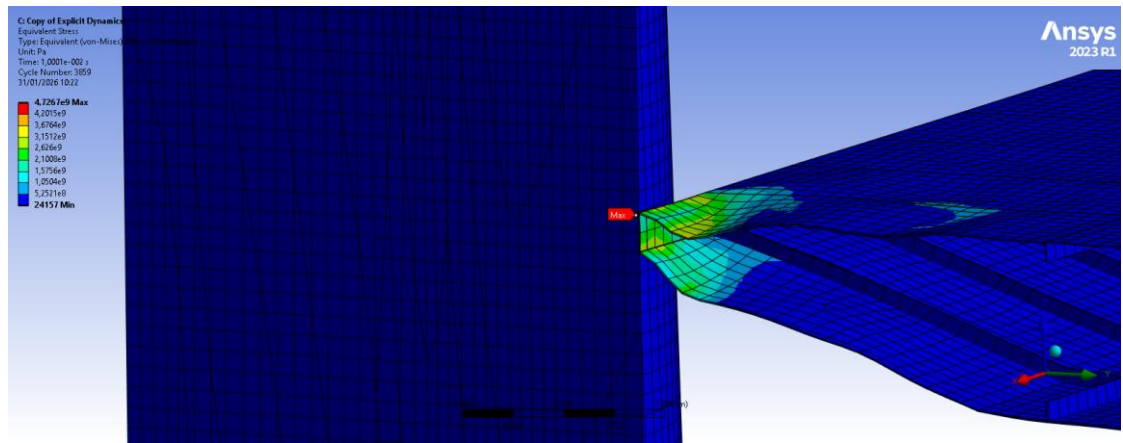
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 74 e Figura 75 e a Figura 76 exibem os dados da Tabela 22 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 74 - Cenário 03 - tensão equivalente vista 1



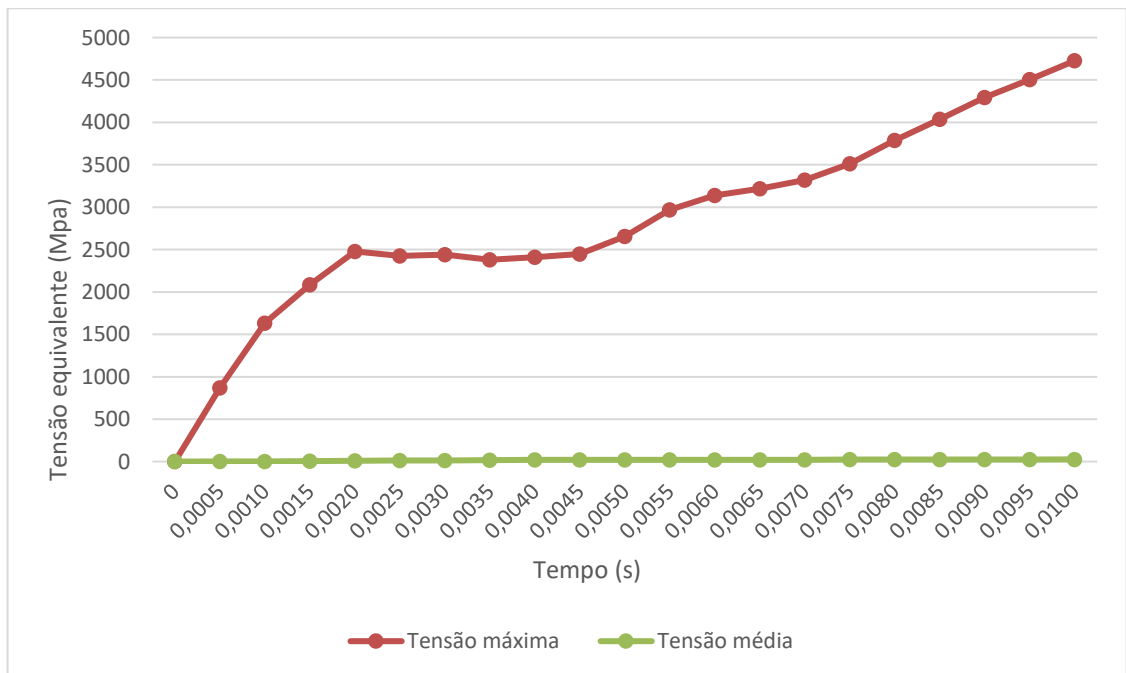
Fonte: Autor

Figura 75 - Cenário 03 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 76 - Gráfico tensão equivalente do cenário 3

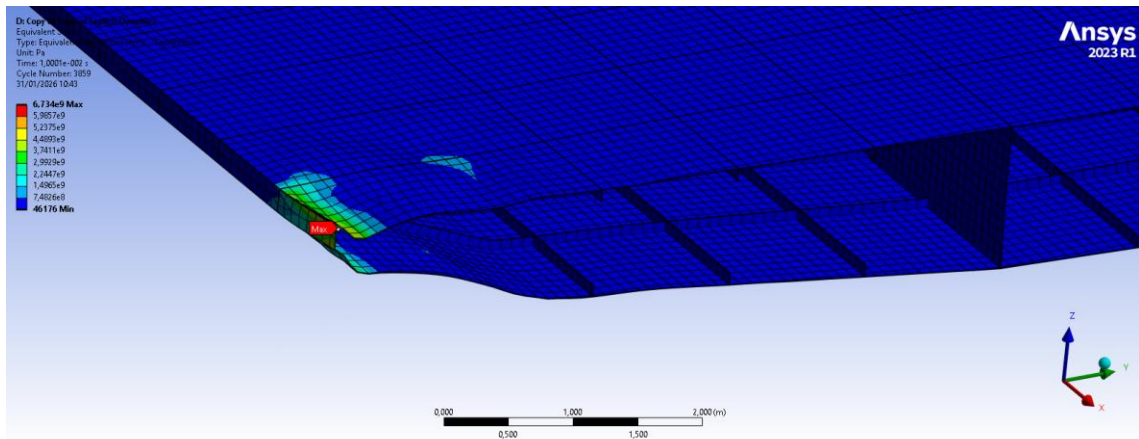


Fonte: Autor

#### 4.2.4. Cenário 04 (15 nós e 0°)

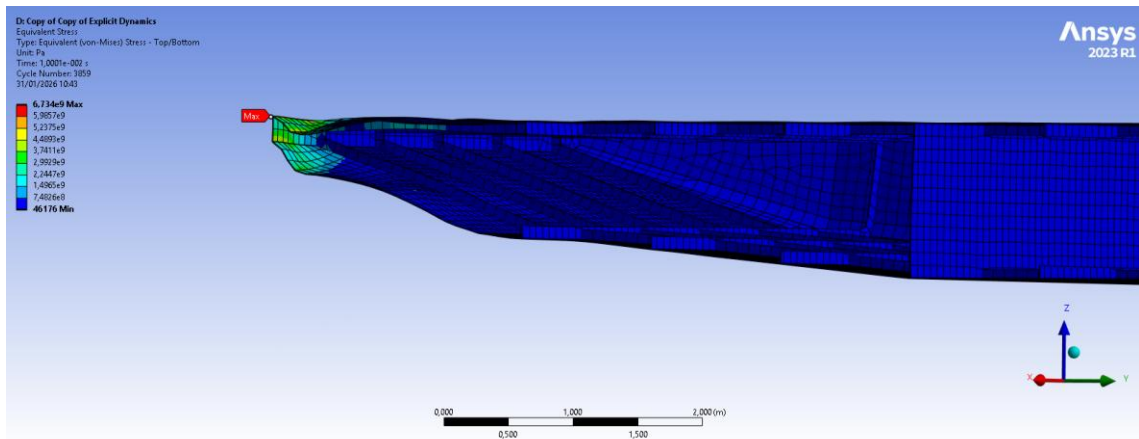
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 77 e Figura 78 e a Figura 79 exibem os dados da Tabela 23 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 77 - Cenário 04 - tensão equivalente vista 1



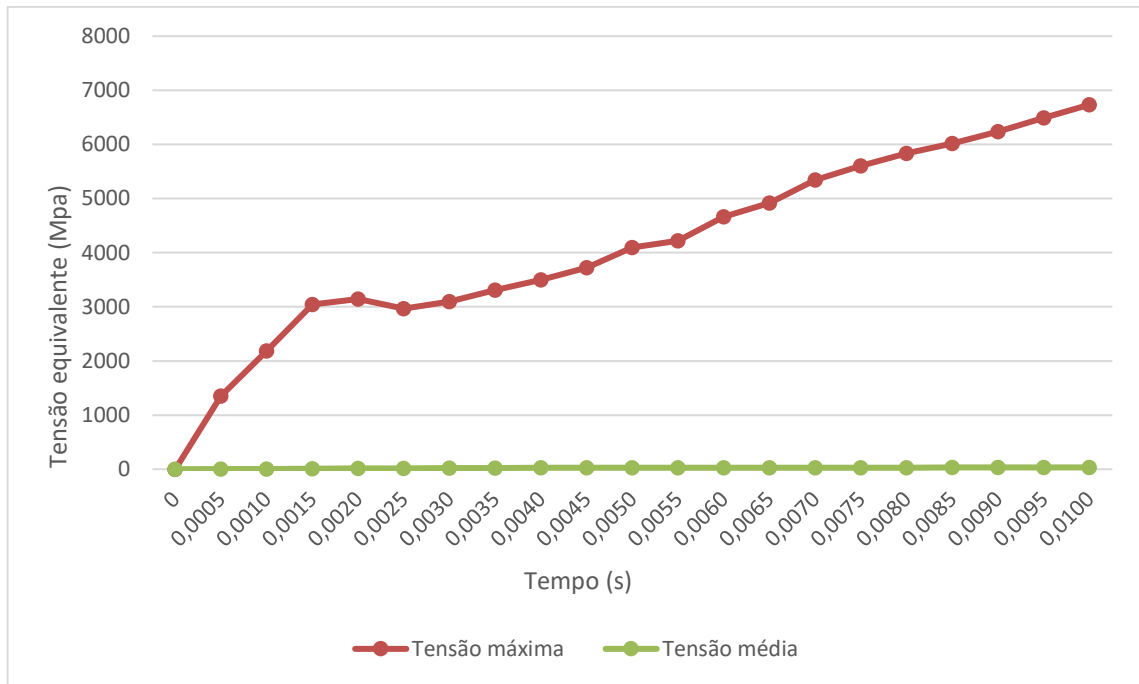
Fonte: Autor

Figura 78 - Cenário 04 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 79 - Gráfico tensão equivalente do cenário 4

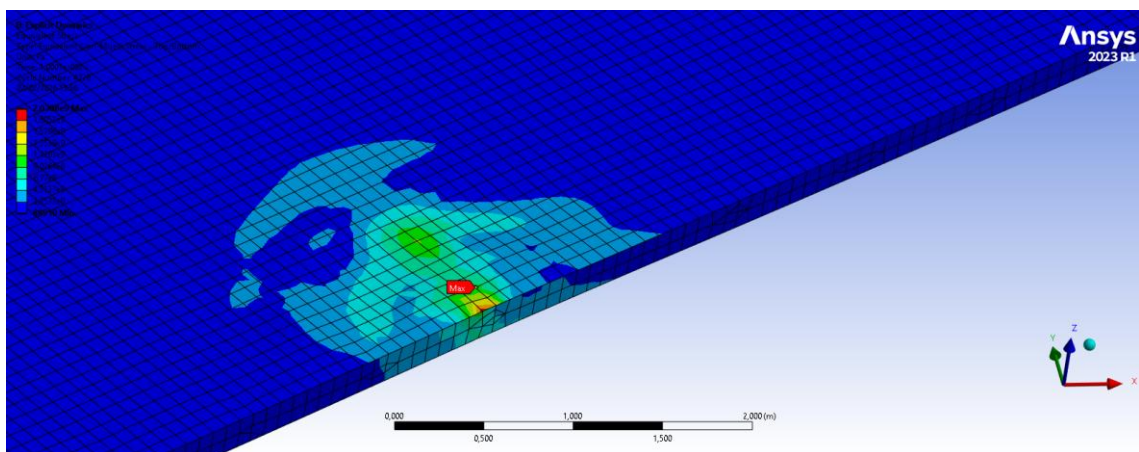


Fonte: Autor

#### 4.2.5. Cenário 05 (4 nós e 30°)

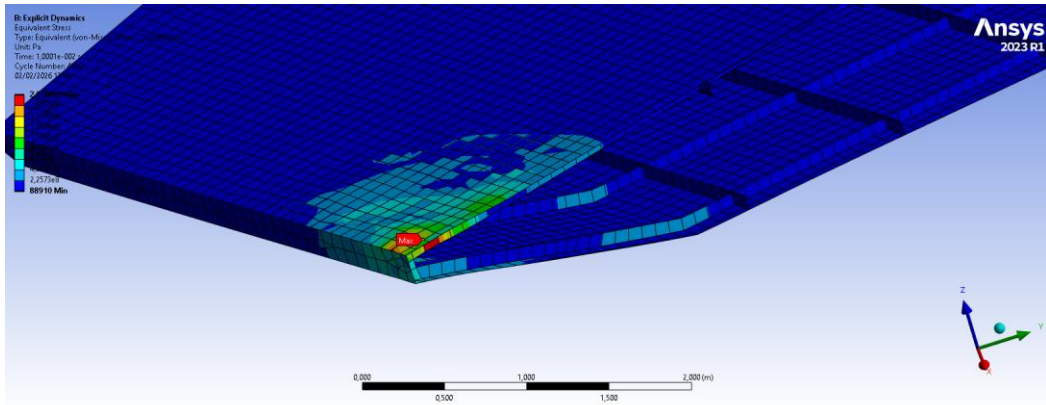
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 80, Figura 81 e Figura 82 e a Figura 83 exibe os dados da Tabela 24 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 80 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 1



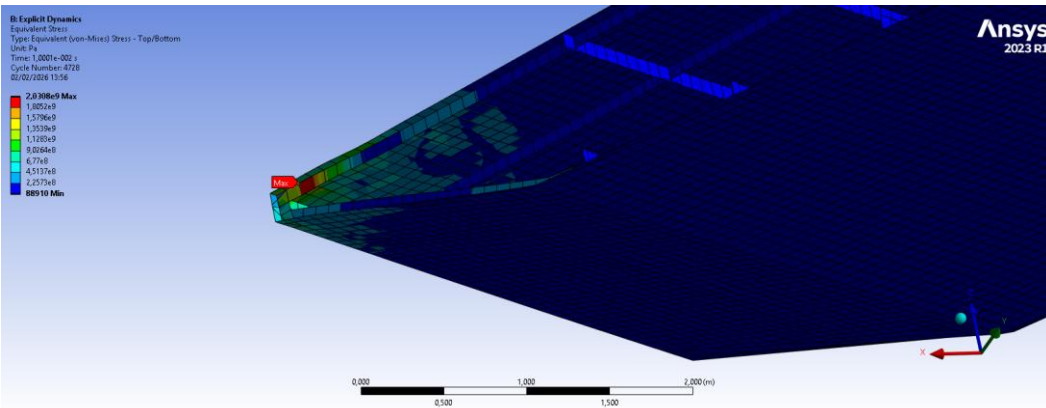
Fonte: Autor

Figura 81 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 2



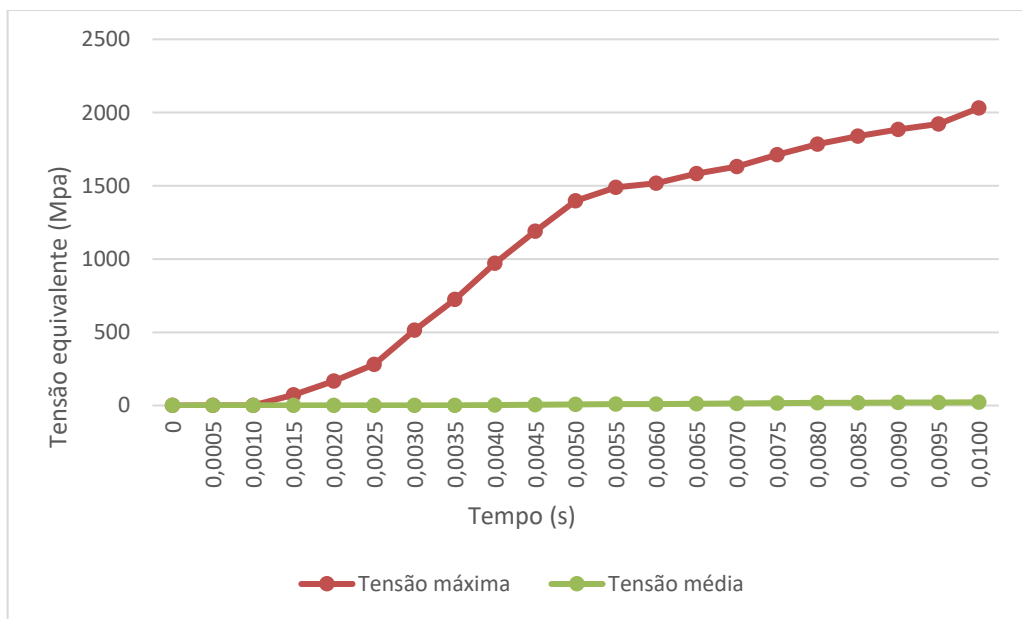
Fonte: Autor

Figura 82 - Cenário 05 - tensão equivalente vista 3



Fonte: Autor

Figura 83 - Gráfico tensão equivalente do cenário 5

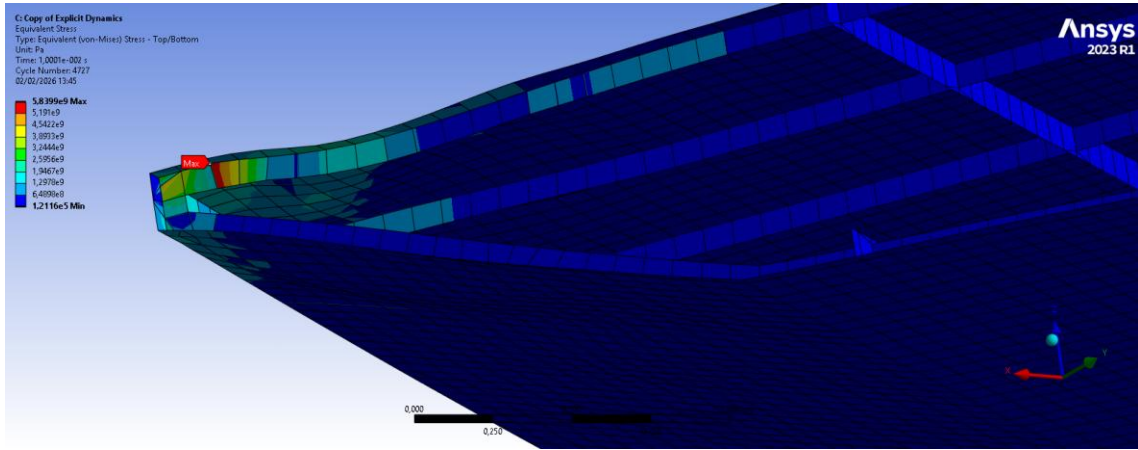


Fonte: Autor

### 4.2.6. Cenário 06 (7 nós e 30°)

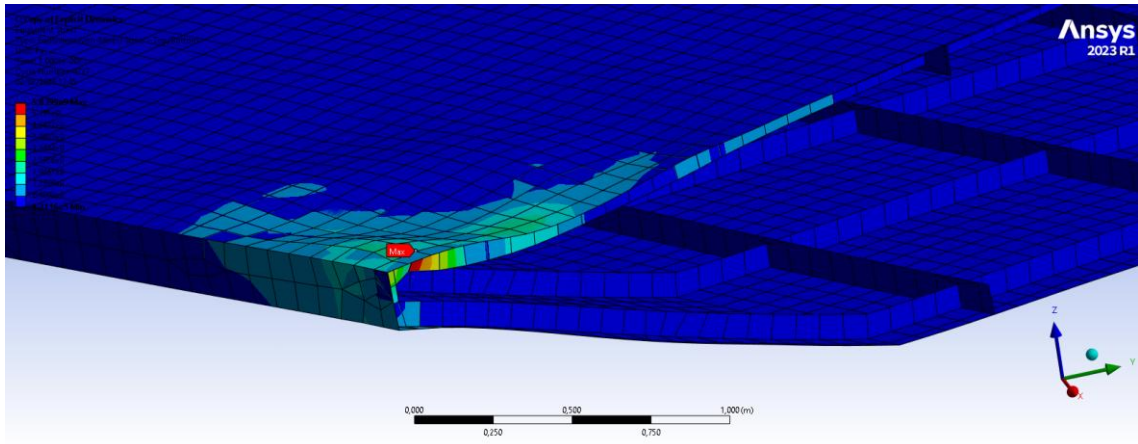
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 84 e Figura 85 e a Figura 86 exibe os dados da Tabela 25 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 84 - Cenário 06 - tensão equivalente vista 1



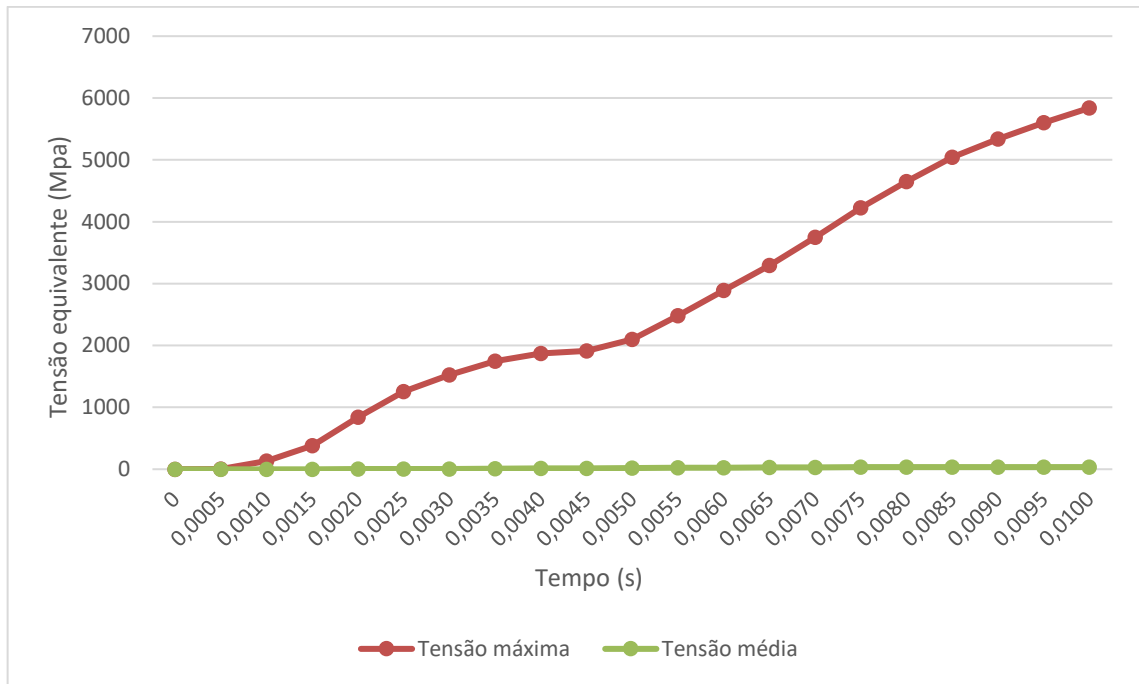
Fonte: Autor

Figura 85 - Cenário 06 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 86 - Gráfico tensão equivalente do cenário 6

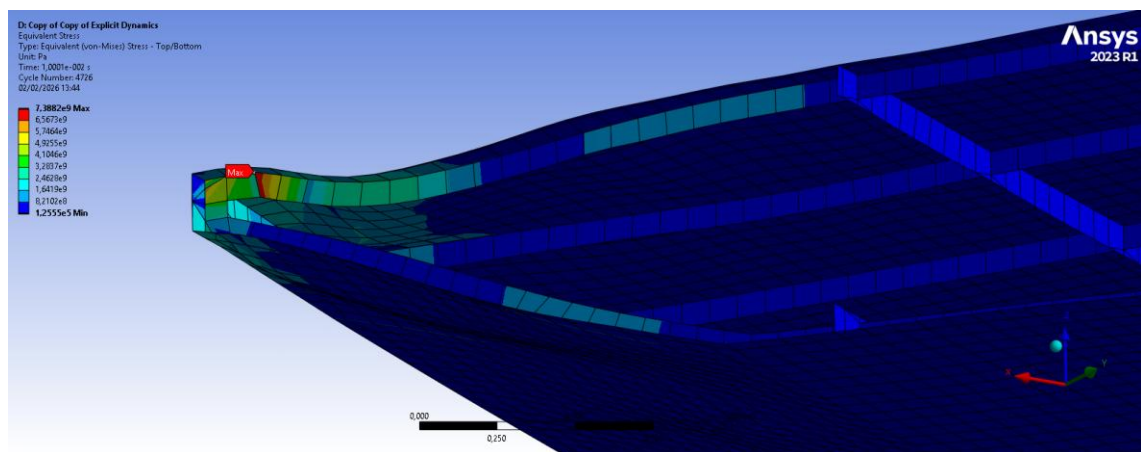


Fonte: Autor

**4.2.7. Cenário 07 (10 nós e 30°)**

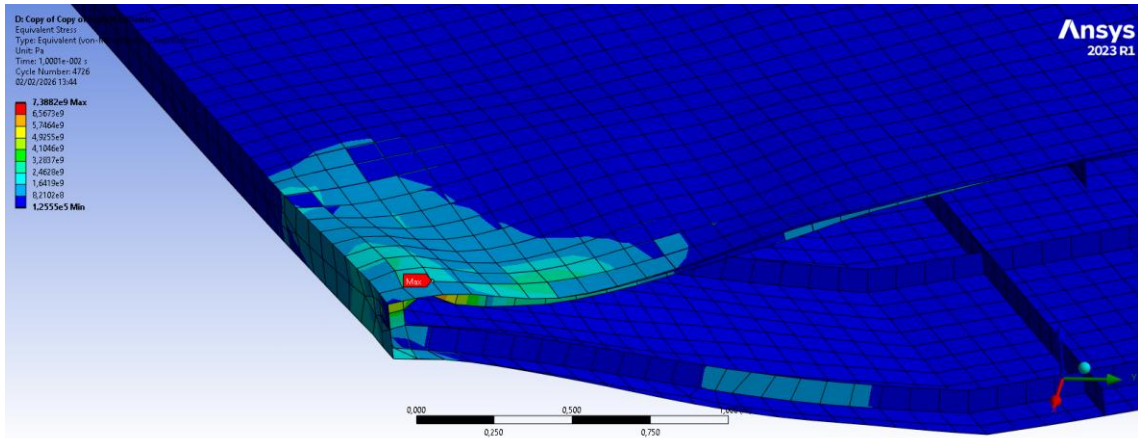
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 87 e Figura 88 e a Figura 89 exibe os dados da Tabela 26 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 87 - Cenário 07 - tensão equivalente vista 1



Fonte: Autor

Figura 88 - Cenário 07 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 89 - Gráfico tensão equivalente do cenário 7

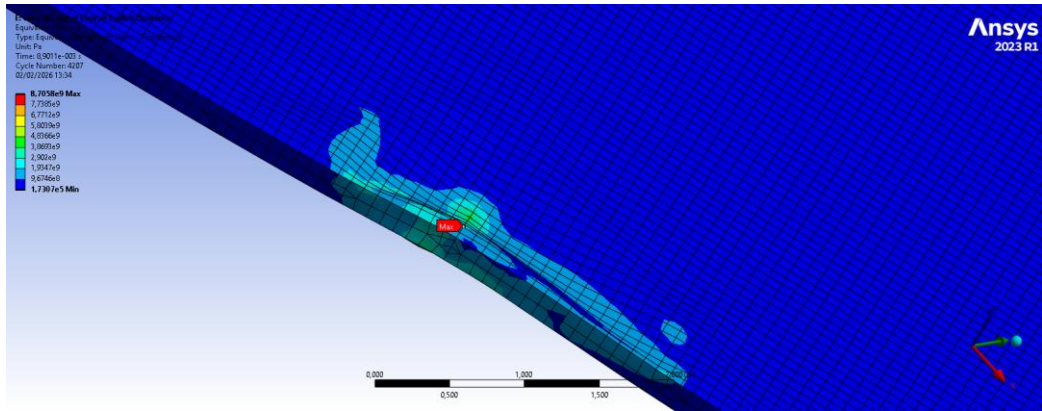


Fonte: Autor

#### 4.2.8. Cenário 08 (15 nós e 30°)

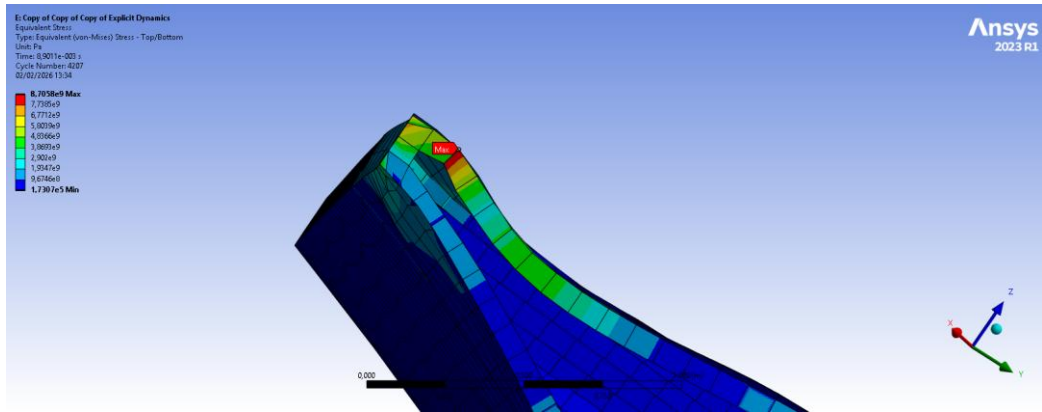
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 90 e Figura 91 e a Figura 92 mostra os dados da Tabela 27 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 90 - Cenário 08 - tensão equivalente vista 1



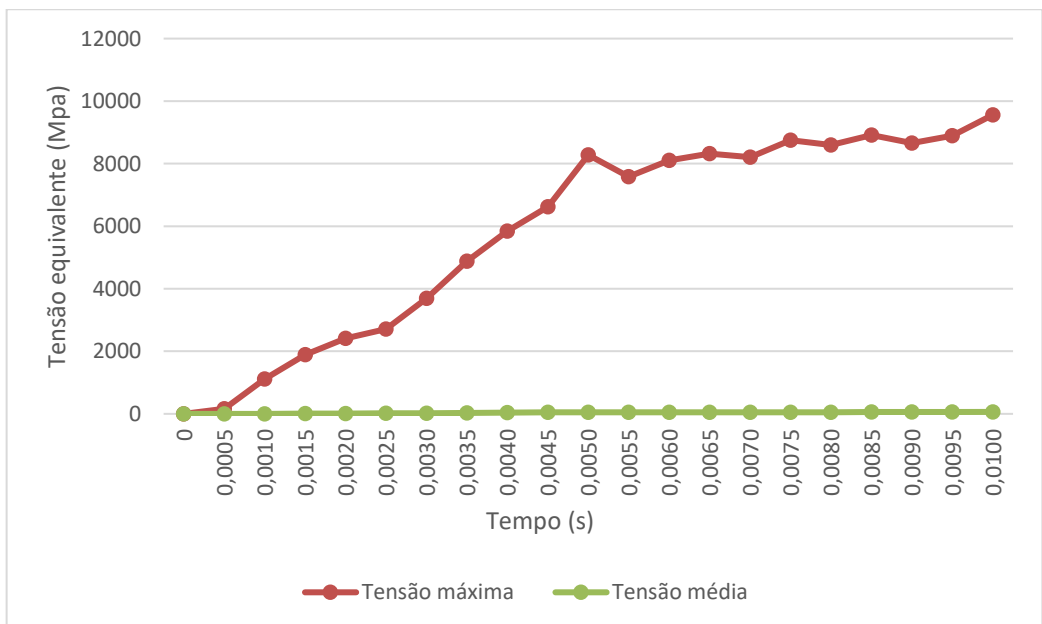
Fonte: Autor

Figura 91 - Cenário 08 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 92 - Gráfico tensão equivalente do cenário 8

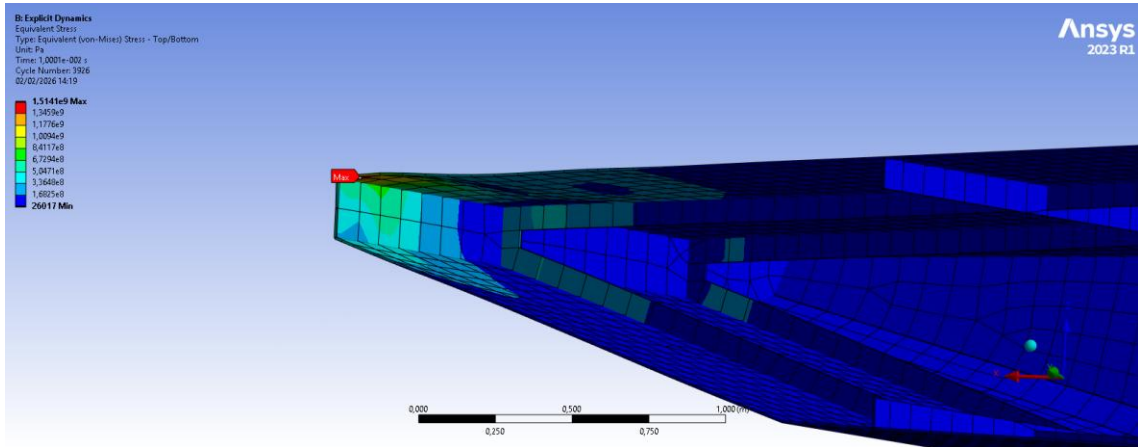


Fonte: Autor

### 4.2.9. Cenário 09 (4 nós e 60°)

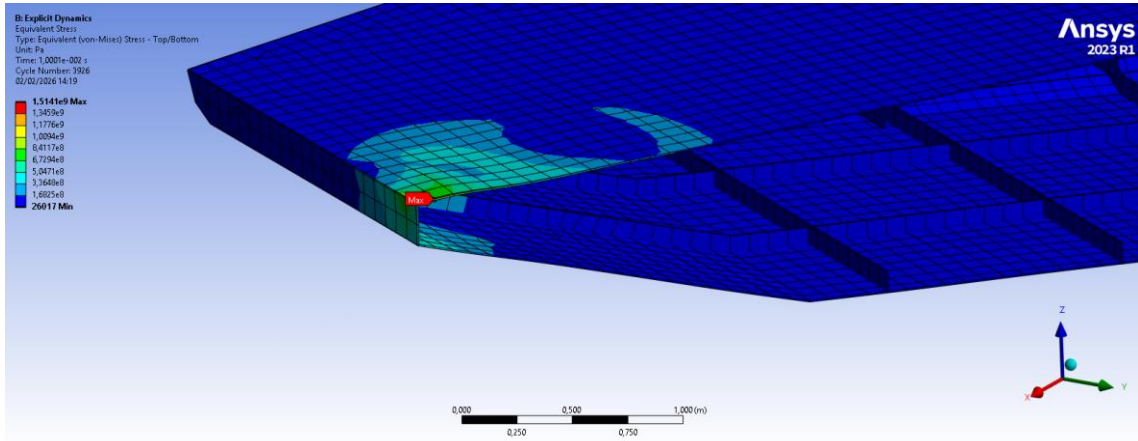
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 93 e Figura 94 e a Figura 95 mostra os dados da Tabela 28 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 93 - Cenário 09 - tensão equivalente vista 1



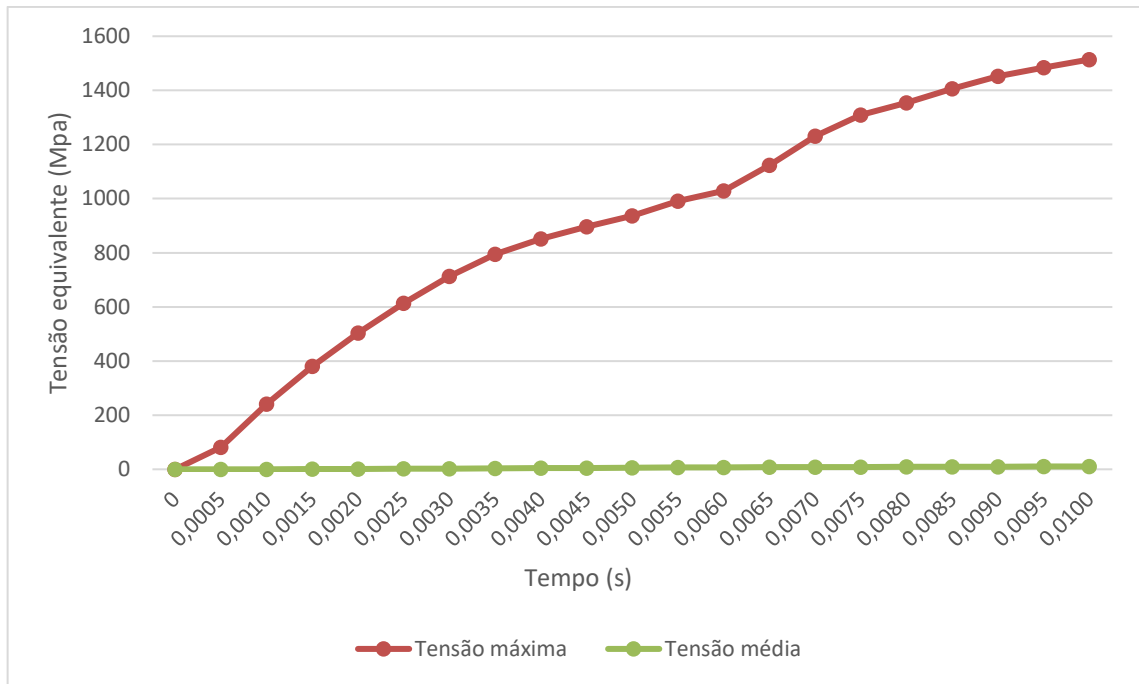
Fonte: Autor

Figura 94 - Cenário 09 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 95 - Gráfico tensão equivalente do cenário 9

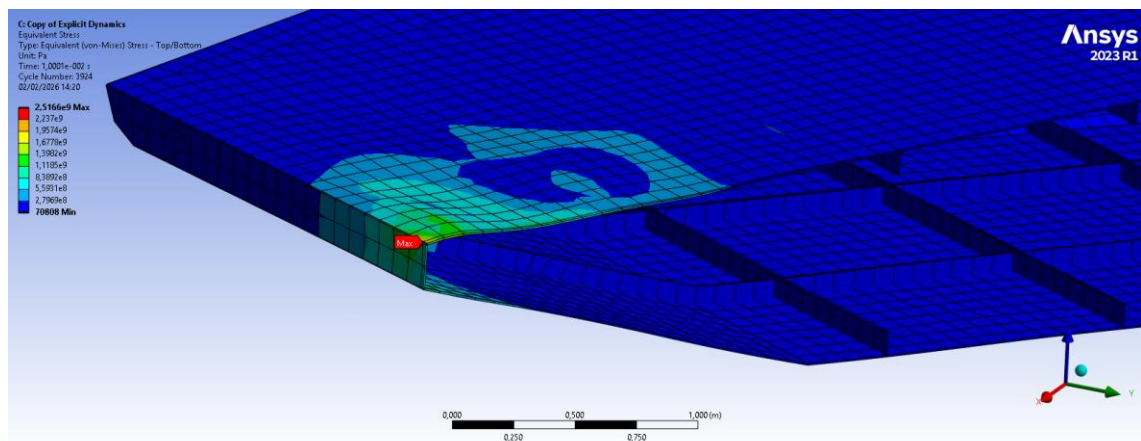


Fonte: Autor

#### 4.2.10. Cenário 10 (7 nós e 60°)

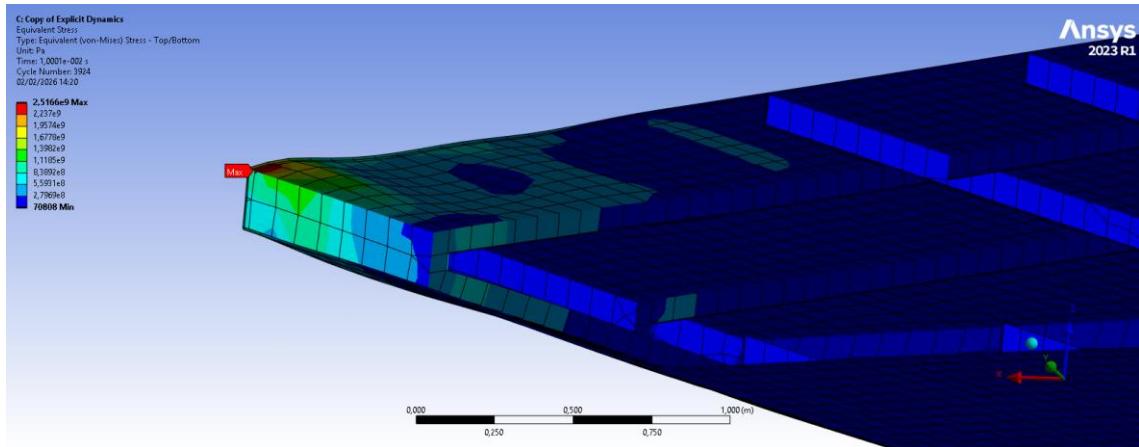
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 96 e Figura 97 e a Figura 98 mostra os dados da Tabela 29 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 96 - Cenário 10 - tensão equivalente vista 1



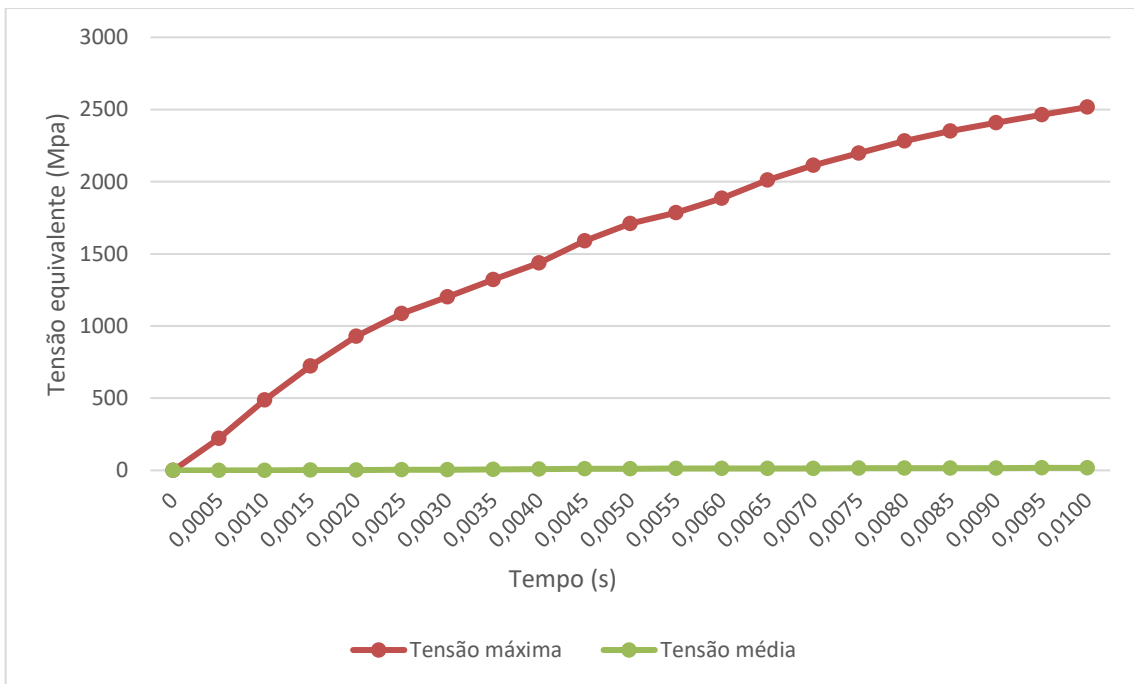
Fonte: Autor

Figura 97 - Cenário 10 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 98 - Gráfico tensão equivalente do cenário 10

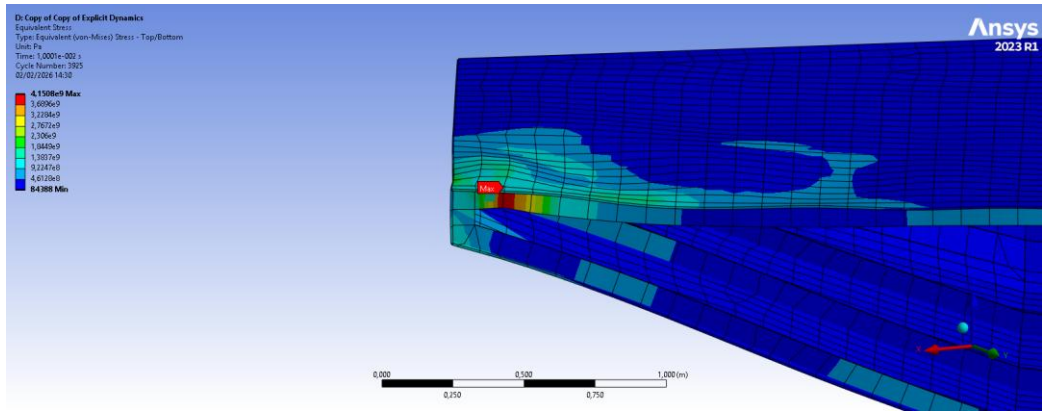


Fonte: Autor

#### 4.2.11. Cenário 11 (10 nós e 60°)

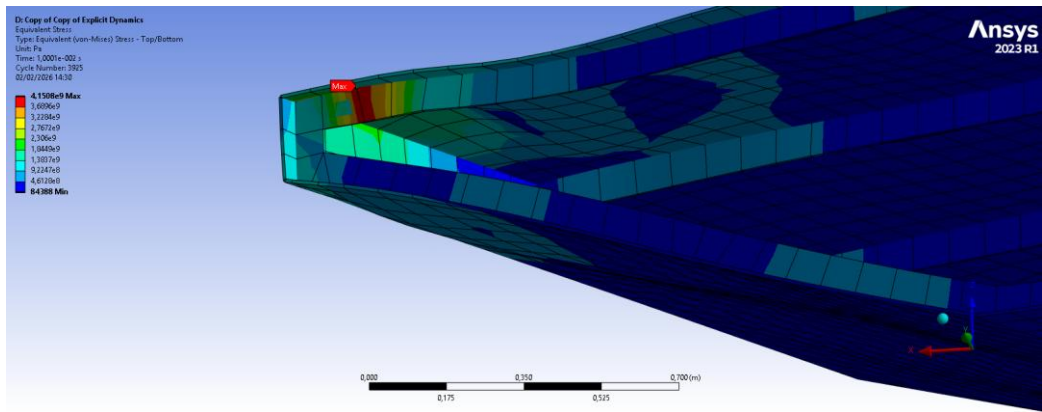
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 99 e Figura 100 e a Figura 101 mostra os dados da Tabela 30 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 99 - Cenário 11 - tensão equivalente vista 1



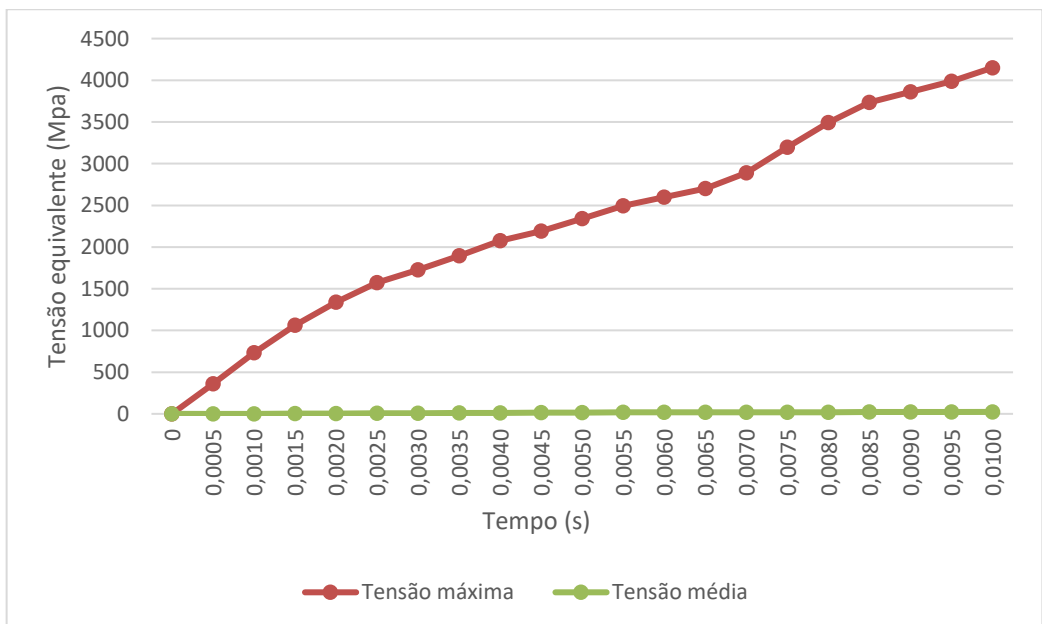
Fonte: Autor

Figura 100 - Cenário 11 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 101 - Gráfico tensão equivalente do cenário 11

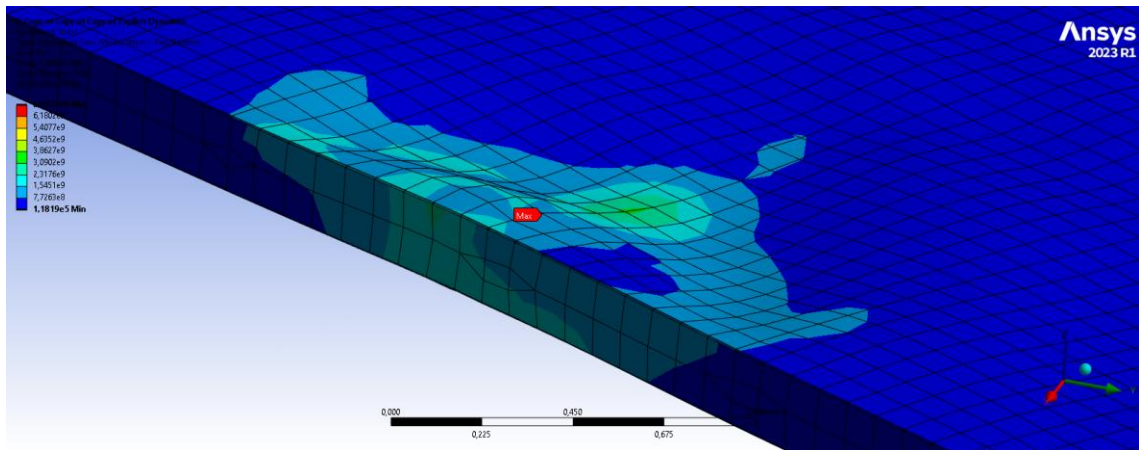


Fonte: Autor

### 4.2.12. Cenário 12 (15 nós e 60°)

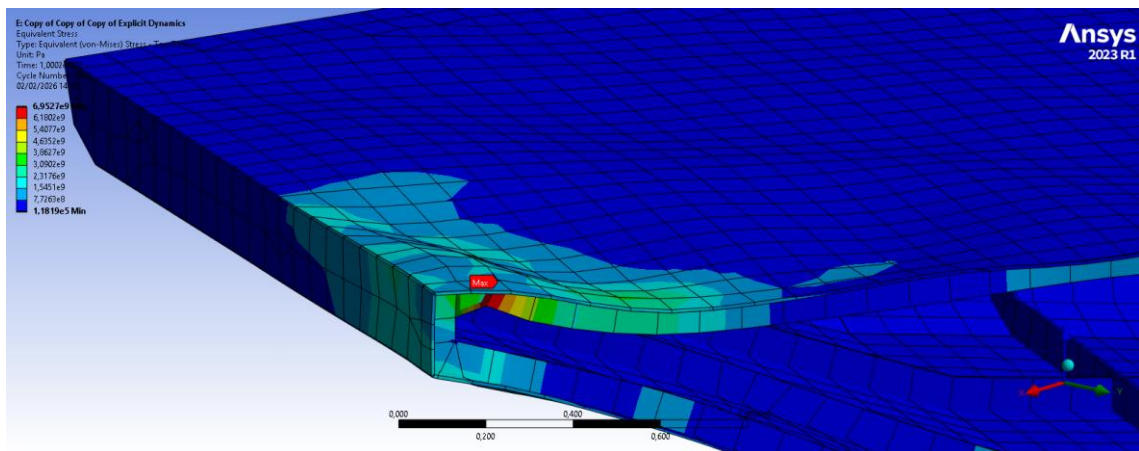
Igualmente como retratado no tópico anterior, os cenários serão iguais aos já explicados, os resultados são explicitados nas Figura 102 e Figura 103 e a Figura 104 mostra os dados da Tabela 31 em anexo que resume a tensão equivalente no cenário.

Figura 102 - Cenário 12 - tensão equivalente vista 1



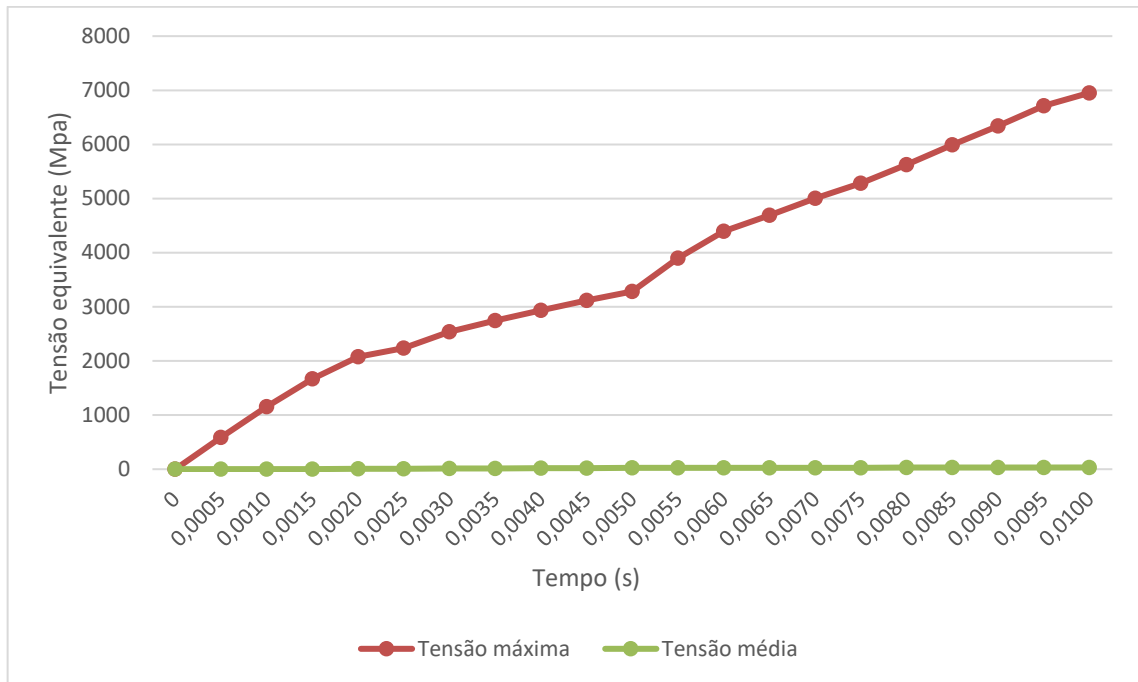
Fonte: Autor

Figura 103 - Cenário 12 - tensão equivalente vista 2



Fonte: Autor

Figura 104 - Gráfico tensão equivalente do cenário 12



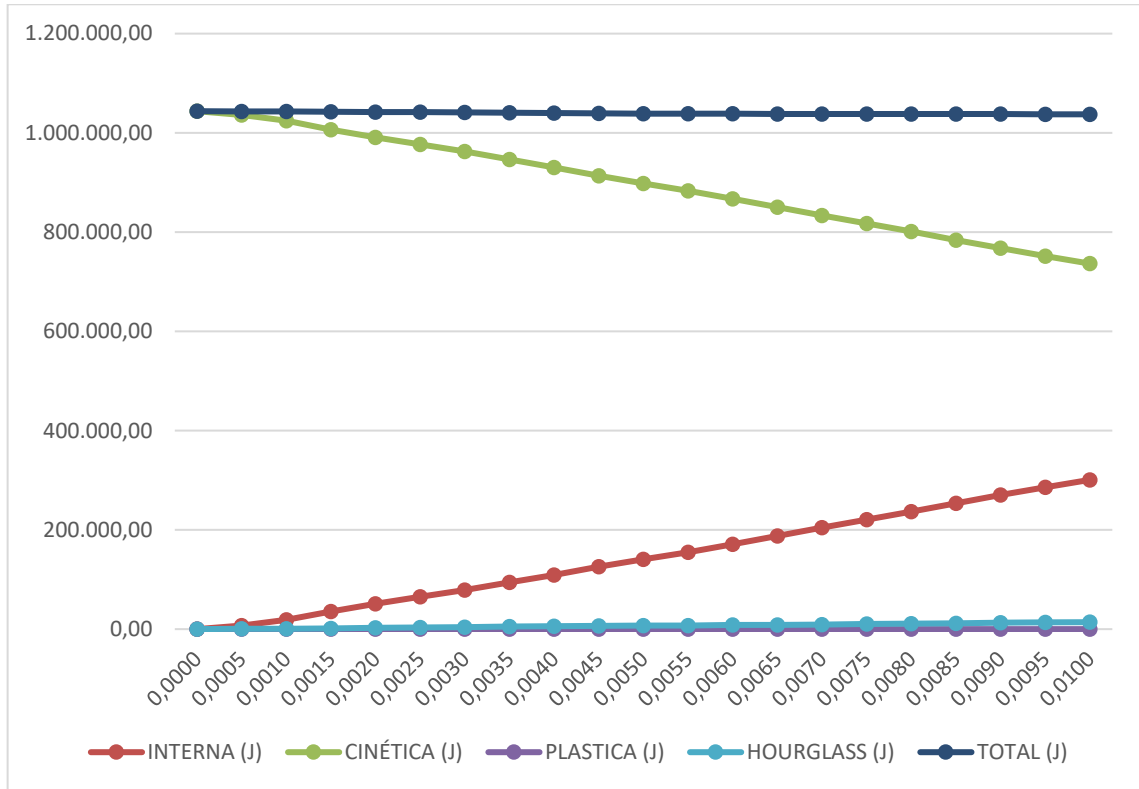
Fonte: Autor

### 4.3. Análise energética

Este tópico é importante como parâmetro para definir se os resultados obtidos estão coerentes com a realidade. Dessa forma, foi coletado 3 cenários críticos para a análise das energias do sistema sendo essas o cenário 4, 8 e 12 onde são os cenários com a maior velocidade (15 nós) de cada ângulo de incidência. As ANEXO F – **TABELAS DE ENERGIA DO SISTEMA DOS CENÁRIOS CRÍTICOS**

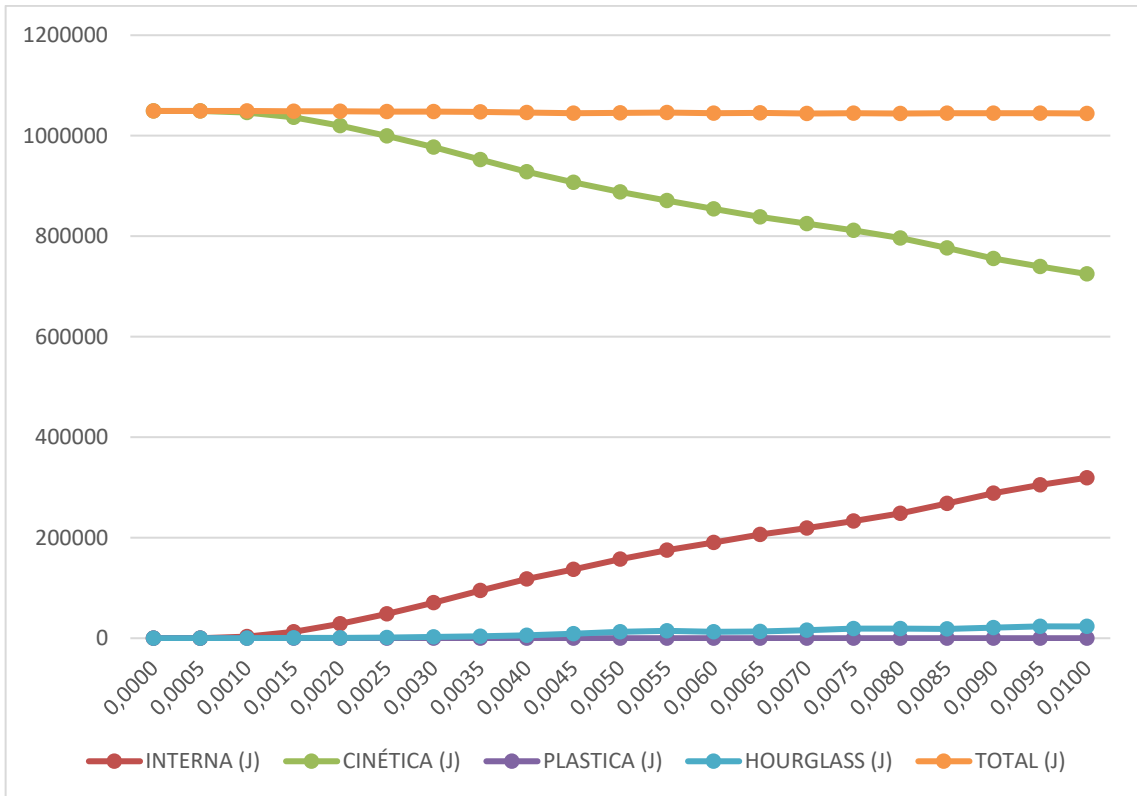
Tabela 32, Tabela 33 e Tabela 34 em anexo mostram os tipos de energia do sistema em seus respectivos tempos de análise e as Figura 105, Figura 106 e Figura 107 mostram visualmente os dados das tabelas citadas, além disso a Figura 108 resume visualmente os maiores resultados de cada cenário citado.

Figura 105 - Gráfico das energias do sistema no cenário 4



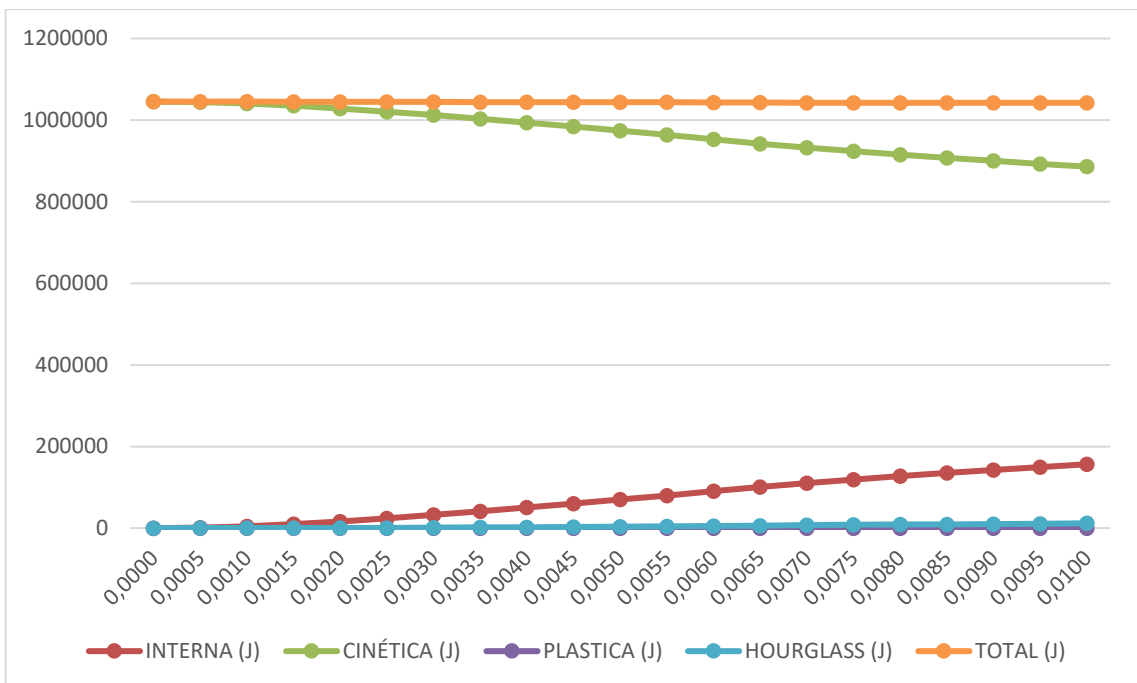
Fonte: Autor

Figura 106 - Gráfico das energias do sistema no cenário 8



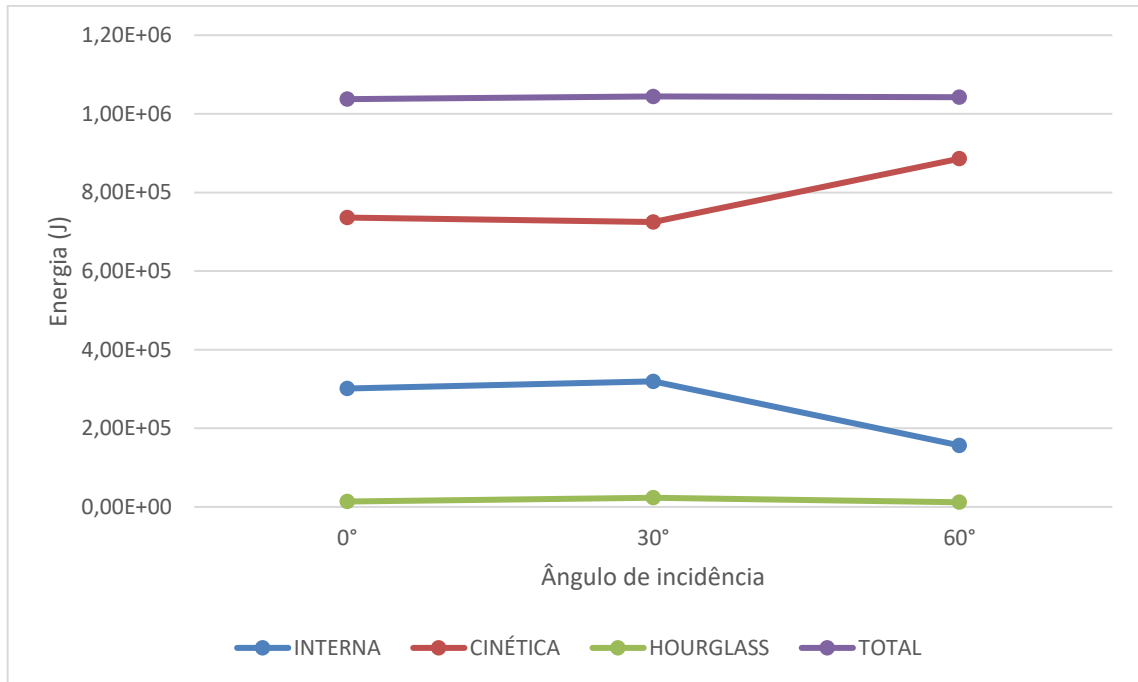
Fonte: Autor

Figura 107 - Gráfico das energias do sistema no cenário 12



Fonte: Autor

Figura 108 - Gráfico das maiores energias dos cenários 4,8 e 12 de cada angulação



Fonte: Autor

#### 4.4. Comentários sobre os resultados

A análise dos resultados obtidos nas simulações numéricas permite compreender de forma mais aprofundada a relação entre velocidade, ângulo de impacto e resposta estrutural da embarcação. Diferentemente das abordagens normativas tradicionais, que se baseiam em grandezas globais e forças equivalentes, a modelagem em dinâmica explícita possibilitou avaliar diretamente os mecanismos físicos de dissipação de energia e os modos de deformação estrutural ativados durante a colisão, além disso, é ressaltado que em muitos cenários a tensão encontrada ultrapassa a tensão de ruptura do material, porém para a simulação não foi considerado imputar que mostrasse a ruptura acontecendo já que ao analisar a tensão essa ideia já ficaria clara.

##### 4.4.1. Influência da velocidade de impacto

Conforme esperado do ponto de vista físico, o aumento da velocidade de impacto resultou em elevação progressiva da deformação máxima e da tensão equivalente de von Mises em todos os cenários analisados. Esse comportamento está diretamente associado à dependência quadrática da energia cinética em relação à velocidade, conforme a equação (1). Assim, mesmo incrementos moderados de velocidade produzem aumentos significativos na energia disponível para deformação da estrutura, intensificando os mecanismos de dano estrutural observados no casco.

Nos cenários de maior velocidade (15 nós), a resposta estrutural passou a ser claramente dominada por grandes deformações, corroborando a hipótese adotada no referencial teórico de que, em impactos severos, os efeitos elásticos tornam-se secundários frente ao trabalho plástico interno, conforme discutido por (Jones, 2011).

#### **4.4.2. Comparação entre colisão frontal e angular**

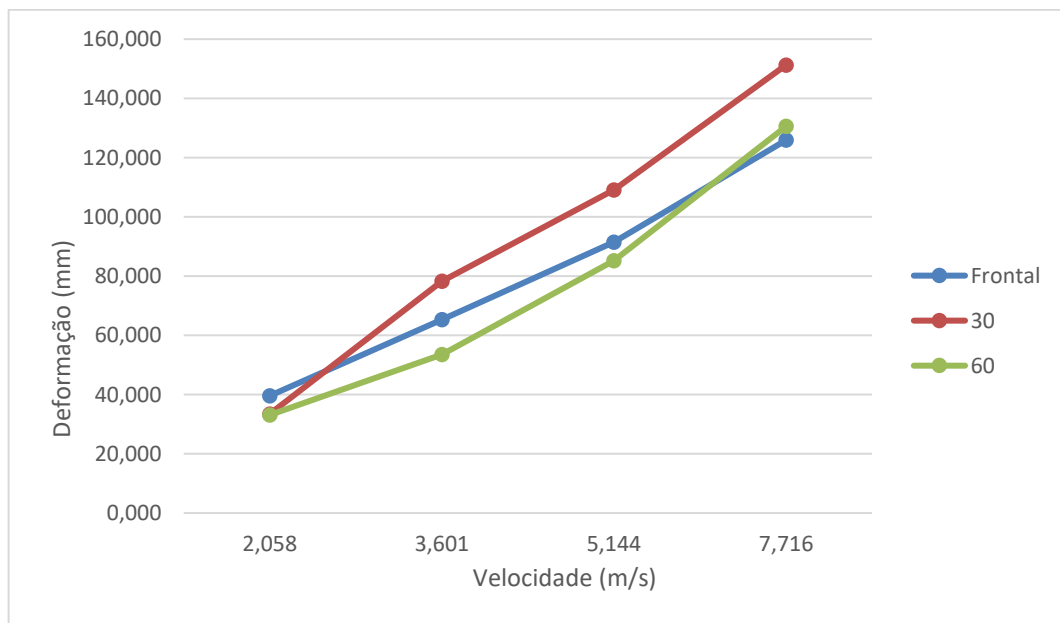
Um dos resultados mais relevantes deste estudo refere-se à comparação entre colisões frontais e colisões angulares, as maiores diferenças podem ser visualizadas na Tabela 7 e na Figura 109 e Figura 110. A literatura normativa, em especial a formulação proposta pela AASHTO (1991), indica que a energia cinética efetiva de impacto diminui com a redução do ângulo de incidência, uma vez que apenas a componente normal da velocidade contribui diretamente para o esmagamento estrutural.

Tabela 7 - Maiores deformações e tensões em cada cenário

Cenário	Velocidade (m/s)	Angulação	Deformação máxima (mm)	Tensão equivalente máxima (Mpa)
1	2,058	0°	39,593	1925,200
2	3,601	0°	65,297	2955,900
3	5,144	0°	91,476	4726,700
4	7,716	0°	125,890	6734,000
5	2,058	30°	33,471	2030,800
6	3,601	30°	78,266	5839,900
7	5,144	30°	109,04	7388,2000
8	7,716	30°	151,27	9560,1000
9	2,058	60°	33,111	1514,1000
10	3,601	60°	53,529	2516,6000
11	5,144	60°	85,1580	4150,8000
12	7,716	60°	130,5300	6952,7000

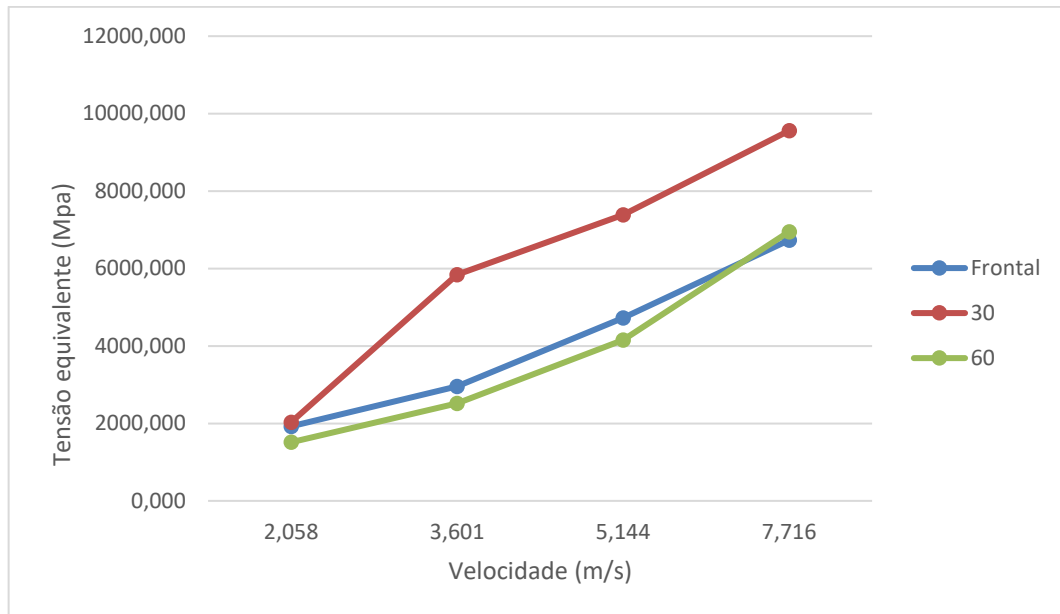
Fonte: Autor

Figura 109 - Gráfico das maiores deformações em cada cenário



Fonte: Autor

Figura 110 - Gráfico das maiores Tensões equivalentes em cada cenário



Fonte: Autor

Entretanto, os resultados numéricos obtidos demonstram que, para as colisões angulares, os valores de deformação máxima e tensão equivalente foram superiores aos observados nos impactos frontais, mesmo para a mesma velocidade inicial. À primeira vista, esse comportamento poderia parecer contraditório em relação às formulações normativas. Contudo, uma análise mais detalhada baseada no balanço energético e nos mecanismos estruturais ativados evidência que não há inconsistência física.

A avaliação das energias cinética e interna ao longo do tempo mostrou que, embora a energia cinética inicial seja praticamente idêntica entre os cenários frontal e angular, a parcela de energia convertida em energia interna de deformação foi significativamente maior nos impactos angulares. Esse resultado indica que a colisão angular promove uma dissipação de energia mais eficiente por meio de deformação plástica da estrutura.

Tal comportamento decorre do fato de que, no impacto oblíquo, a energia cinética não é dissipada apenas por esmagamento normal, mas também por mecanismos associados às componentes tangenciais do movimento, como cisalhamento, flexão e rotação da embarcação. A aplicação excêntrica da força de contato gera momentos fletores adicionais, intensificando a solicitação estrutural e favorecendo a concentração de deformações plásticas localizadas.

A análise dos croquis apresentados nos **ANEXO A**, **ANEXO B** e **ANEXO C** permite compreender de forma mais clara a diferença entre os cenários angulares. Observa-se que, no impacto a 60°, a componente tangencial da força é maior, resultando em maior tendência ao deslizamento ao longo da superfície do pilar e em uma redistribuição mais gradual dos esforços.

Esse comportamento reduz a concentração de tensões locais, apesar de contribuir para a dissipação de energia ao longo de um caminho de deformação mais extenso.

No cenário de  $30^\circ$ , por outro lado, embora a componente tangencial seja menor que no caso de  $60^\circ$ , a componente normal da força é significativamente maior, resultando em maior penetração local e maior confinamento estrutural na região de contato. Além disso, conforme observado nos croquis, o impacto ocorre próximo a elementos estruturais longitudinais, aumentando a rigidez local e favorecendo a concentração de tensões. Esse conjunto de fatores explica por que as tensões equivalentes e deformações máximas foram maiores nesse cenário.

Na colisão frontal, apesar da maior componente normal da velocidade, o contato ocorre de forma mais simétrica e distribuída na estrutura, reduzindo a concentração de tensões e a geração de momentos fletores significativos. Dessa forma, a energia é dissipada de maneira mais homogênea, resultando em menores valores de tensão equivalente e deformação máxima quando comparados aos cenários angulares mais severos.

Dessa forma, os resultados obtidos não contradizem a formulação da AASHTO, mas evidenciam suas limitações quando aplicada à análise detalhada da resposta estrutural da embarcação. Enquanto as formulações simplificadas consideram predominantemente a componente normal da energia de impacto, a análise numérica em dinâmica explícita permite investigar a redistribuição dessa energia entre deformação plástica, efeitos tangenciais e modos estruturais mais complexos, os quais se mostraram determinantes para a severidade observada no impacto a  $30^\circ$ , seguido do impacto a  $60^\circ$ , e, por último, da colisão frontal.

## 5. SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

A presente pesquisa contribuiu para o entendimento do comportamento estrutural de embarcações metálicas submetidas a colisões contra pilares rígidos por meio de modelagem numérica em dinâmica explícita, baseada no Método dos Elementos Finitos. Contudo, o fenômeno da colisão embarcação–estrutura, especialmente no contexto da navegação fluvial amazônica, ainda se apresenta como um campo relativamente recente e carente de consolidação científica regional. A escassez de dados experimentais locais, a inexistência de bancos de dados estruturais sistematizados sobre colisões reais e a elevada variabilidade operacional das hidrovias da região Norte tornam o problema intrinsecamente complexo e, em muitos aspectos, imprevisível. Diferentemente de cenários oceânicos amplamente estudados, as operações fluviais amazônicas são influenciadas por fatores como correntezas sazonais intensas, variação significativa de calado ao longo do ano, formação de bancos de areia, limitações de manobrabilidade de comboios com múltiplas barcas e interferências hidrodinâmicas variáveis, o que amplia a incerteza associada aos eventos de impacto. Nesse contexto, o fenômeno não pode ser tratado apenas como um problema mecânico determinístico, mas como um sistema dinâmico altamente dependente de condições operacionais e ambientais.

Dessa forma, recomenda-se que trabalhos futuros avancem inicialmente na validação experimental do modelo numérico desenvolvido. A realização de ensaios com modelos físicos reduzidos, em escala controlada, permitiria comparar curvas força  $\times$  deslocamento, modos de deformação progressiva e balanço energético entre energia cinética inicial e energia interna dissipada por plastificação, reforçando a confiabilidade dos resultados obtidos numericamente. A utilização de obstáculos instrumentados possibilitaria calibrar parâmetros críticos da modelagem explícita, tais como coeficientes de penalidade de contato, influência da taxa de deformação do material e controle de mecanismos numéricos estabilizadores. A validação por meio de modelos experimentais reduzidos consolidaria a metodologia como ferramenta preditiva robusta e reduziria a dependência exclusiva de formulações normativas e empíricas desenvolvidas para realidades distintas da navegação fluvial brasileira.

Adicionalmente, recomenda-se a ampliação da investigação para diferentes configurações estruturais de embarcações, considerando variações no arranjo estrutural longitudinal e transversal, espaçamento entre cavernas, espessura de chapas, reforços locais na região da proa e utilização de diferentes classes de aço estrutural. A resposta estrutural ao impacto é fortemente condicionada pela rigidez global do casco e pelos mecanismos locais de plastificação progressiva, sendo pertinente avaliar como alterações geométricas e construtivas

influenciam a absorção de energia e a distribuição de tensões equivalentes. Estudos comparativos envolvendo embarcações de alumínio ou materiais compósitos também podem fornecer subsídios relevantes para compreender diferenças nos mecanismos de dissipação energética.

Outro aspecto relevante consiste na análise de colisões contra diferentes tipos de corpos rígidos ou semi-rígidos. Embora o presente trabalho tenha considerado o pilar de ponte como obstáculo estrutural, é pertinente investigar interações com defensas flutuantes, dolphins de atracação, boias de amarração e outras estruturas portuárias. A modelagem de sistemas de proteção elastoméricos ou dispositivos dissipadores de energia permitiria avaliar a eficiência desses mecanismos na redução de tensões estruturais e deformações plásticas no casco. Além disso, a extensão da metodologia para cenários de colisão entre embarcações ampliaria o escopo da análise e contribuiria para o entendimento de interações estruturais mais complexas.

Sugere-se também aprofundar a análise de cenários dinâmicos adicionais, incorporando variáveis como correnteza transversal, vento lateral, excentricidade vertical do impacto, rotação da embarcação no instante da colisão e variações na massa efetiva do comboio. A inclusão de efeitos hidrodinâmicos acoplados por meio de modelos fluido-estrutura poderia proporcionar maior realismo físico, especialmente na avaliação da massa adicional e da dissipação de energia associada ao meio fluido. A investigação da influência dessas variáveis contribuiria para a construção de cenários mais representativos das condições reais de navegação.

Do ponto de vista metodológico, recomenda-se aprofundar o estudo de sensibilidade numérica e independência de malha, avaliando a influência do refinamento progressivo, do uso de mass scaling, da rigidez de penalidade de contato e das contribuições energéticas associadas ao controle de hourglass e à viscosidade artificial. A verificação sistemática do balanço energético permanece essencial para assegurar que a energia interna de deformação seja o principal mecanismo dissipativo, conforme fundamentado teoricamente nos modelos energéticos clássicos.

Por fim, considerando a carência de modelos adaptados às condições regionais, sugere-se que, a partir de uma base ampliada de simulações e validações experimentais, sejam desenvolvidos modelos semi-analíticos específicos para embarcações fluviais amazônicas. Tais formulações poderiam ajustar parâmetros empíricos às características locais de operação, reduzindo incertezas no dimensionamento estrutural e contribuindo para a segurança da navegação e da infraestrutura associada.

Em síntese, o aprofundamento experimental, numérico e analítico desta linha de pesquisa permitirá evoluir de uma abordagem predominantemente investigativa para uma

ferramenta de aplicação prática no projeto estrutural, na mitigação de riscos e no desenvolvimento de critérios técnicos adaptados à realidade hidroviária da região Norte do Brasil, consolidando o estudo da colisão embarcação–estrutura como área estratégica de investigação na engenharia naval nacional.

## 6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo analisar a resposta estrutural de uma embarcação submetida a diferentes cenários de colisão com um pilar de ponte, por meio de simulações numéricas em dinâmica explícita. A partir da modelagem tridimensional, definição das condições de contorno e análise dos resultados obtidos, foi possível avaliar de forma detalhada a influência da velocidade e do ângulo de impacto no comportamento estrutural do casco, atendendo aos objetivos propostos.

Os resultados permitiram esclarecer o problema de pesquisa ao demonstrar que a severidade do dano estrutural não depende exclusivamente da componente normal da energia cinética de impacto, conforme indicado por formulações normativas simplificadas, mas também dos mecanismos estruturais ativados durante a colisão. Verificou-se que impactos angulares, embora apresentem menor energia normal disponível, podem resultar em maiores níveis de deformação plástica e tensões equivalentes quando comparados a impactos frontais, em função da introdução de efeitos de flexão, cisalhamento e rotação da embarcação, bem como da concentração de cargas em regiões estruturalmente mais rígidas do casco.

A análise do balanço energético mostrou-se fundamental para a interpretação dos resultados, evidenciando que os cenários de colisão angular promoveram maior conversão da energia cinética inicial em energia interna de deformação. Esse comportamento confirmou a maior eficiência desses cenários na dissipação de energia por meio de trabalho plástico, reforçando a coerência física do modelo numérico adotado e validando as tendências observadas nos campos de deformação e tensão equivalente.

Embora o modelo numérico não tenha sido configurado para a visualização explícita da ruptura do material, os elevados níveis de tensão equivalente e deformação plástica obtidos indicam que, em condições reais, a estrutura estaria sujeita ao início de falhas localizadas. Dessa forma, a análise das grandezas mecânicas adotadas mostrou-se suficiente para avaliar a propensão à ruptura do casco, atendendo ao escopo do estudo sem a necessidade de empregar modelos adicionais de dano ou fratura.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, as principais dificuldades estiveram relacionadas à definição adequada dos parâmetros numéricos da análise explícita, como controle de tempo de integração, tratamento de contato e interpretação dos resultados energéticos, além de compreender os cálculos físicos e numéricos por trás do problema. Tais desafios exigiram estudos aprofundados no assunto e uma análise criteriosa dos dados obtidos,

contribuindo para o aprofundamento do entendimento dos fenômenos físicos envolvidos em colisões entre embarcação e corpo rígido.

Como contribuição, este trabalho fornece uma análise numérica detalhada do comportamento estrutural de embarcações em cenários de colisão, com foco na resposta do casco e nos mecanismos de dissipação de energia, complementando abordagens normativas tradicionais que tinham como foco o pilar das pontes, desse modo, os cálculos para energia e força eram extremamente superdimensionados para que a estrutural da ponte suportasse os danos oriundos do impacto com a embarcação. Os resultados obtidos podem auxiliar tanto no aprimoramento de estudos acadêmicos quanto no desenvolvimento de avaliações mais realistas de segurança estrutural em projetos de infraestrutura e navegação interior.

Como recomendações para trabalhos futuros, sugere-se a inclusão de modelos constitutivos com critérios explícitos de dano e fratura, permitindo a visualização direta da ruptura do material, bem como a consideração de diferentes configurações estruturais de embarcações, materiais alternativos e condições de impacto mais complexas, como efeitos hidrodinâmicos e variações no coeficiente de atrito durante a colisão, além disso, pode-se modelar e simular colisões entre embarcação e defensas flutuantes para que, embora as defensas sejam projetadas para proteger a ponte, haja o entendimento, também, da redução das forças e deformações causadas a embarcação durante a colisão.

## REFERÊNCIAS

- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. Guide specification and commentary for vessel collision design of highway bridges. Washington, DC: AASHTO, 1990.
- ANSYS INC. ANSYS Explicit Dynamics Analysis Guide. Canonsburg: ANSYS Inc., 2023.
- AZEVEDO, Álvaro Manuel Pereira de. Métodos numéricos aplicados à engenharia estrutural. Lisboa: IST Press, 2010.
- BATHE, Klaus-Jürgen. Finite element procedures. 2. ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996.
- BELYTSCHKO, Ted; LIU, Wing Kam; MORAN, Brian; ELKHODARY, Khalil I. Nonlinear finite elements for continua and structures. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2014.
- CABRAL, Weverton Kaio de Araújo. Análise estrutural e definição de parâmetros metodológicos para composição de forças e energia de impacto. 2023. 191 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Naval) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2023.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1991-1-7: Eurocode 1 – Actions on structures – Part 1-7: General actions – Accidental actions. Brussels: CEN, 2006.
- HARIK, Issam E.; YUAN, Peng. Equivalent barge and flotilla impact forces on bridge piers. Lexington: Kentucky Transportation Center, University of Kentucky, 2008. (Research Report KTC-08-12/SPR261-03-1F).
- JONES, Norman. Structural impact. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- KNOTT, Michael; WINTERS, Mikele. Ship and barge collisions with bridges over navigable waterways. In: PIANC WORLD CONGRESS, 2018, Panama City. Proceedings... Panama City: PIANC, 2018.
- MINORSKY, V. U. An analysis of ship collisions with reference to protection of nuclear power plants. Journal of Ship Research, Jersey City, v. 3, n. 2, p. 1-4, 1959.
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Ship collisions with bridges: the nature of the accidents, their prevention and mitigation. Washington, DC: National Academy Press, 1983.
- PAIVA, Monique Francis Martins de; FONTANEZI, Thaiz da Silva; FELIPPE FILHO, Waldir Neme. Estudo dos sistemas para proteção de pilares contra colisão de embarcações. Revista do Centro Universitário Estácio Juiz de Fora, Juiz de Fora, n. 21, p. 1-15, 2019.
- PEDERSEN, Preben Terndrup. Collision and grounding mechanics. Lyngby: Technical University of Denmark, 1995. (WEMT – Ship Safety and Protection of the Environment).
- SILVA, Evely Beatriz da Paixão; ALMEIDA, Pedro Afonso de Oliveira; SANTOS, Ana Carolina de Pádua Lisboa e. Avaliação das forças de impacto de balsas ou barcaças em estruturas de proteção das pontes em rios navegáveis do Pará. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2019.

SVENSSON, Holger. Protection of bridge piers against ship collision. *Steel Construction*, Berlin, v. 2, n. 1, p. 21-30, 2009.

WOISIN, Gerhard. Collision tests of ships against rigid structures. Hamburg: Hamburg Ship Model Basin (HSVA), 1971.

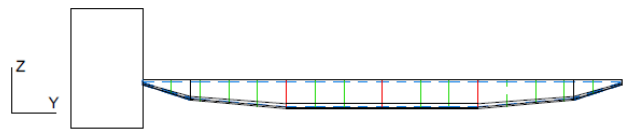
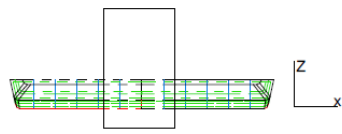
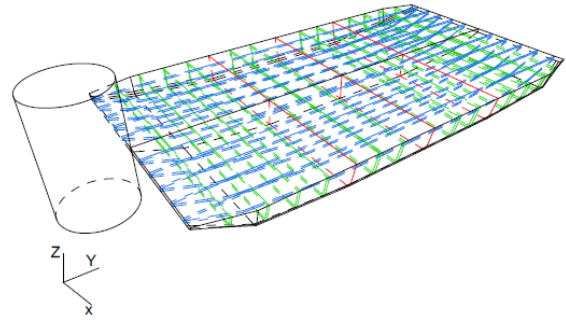
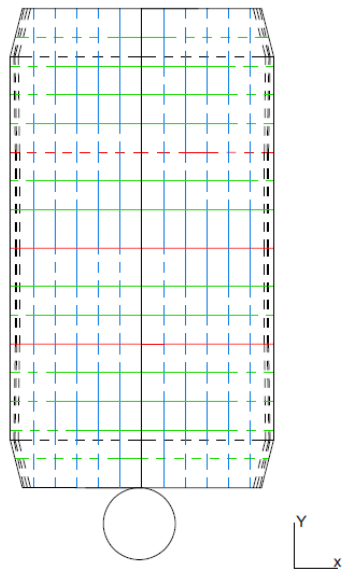
WU, Haitao; YUAN, Zhiming. Numerical investigation of the effects of short-crested irregular waves on the performance of a floating power capture platform. *Ocean Engineering*, Amsterdam, v. 313, p. 119548, 2024.

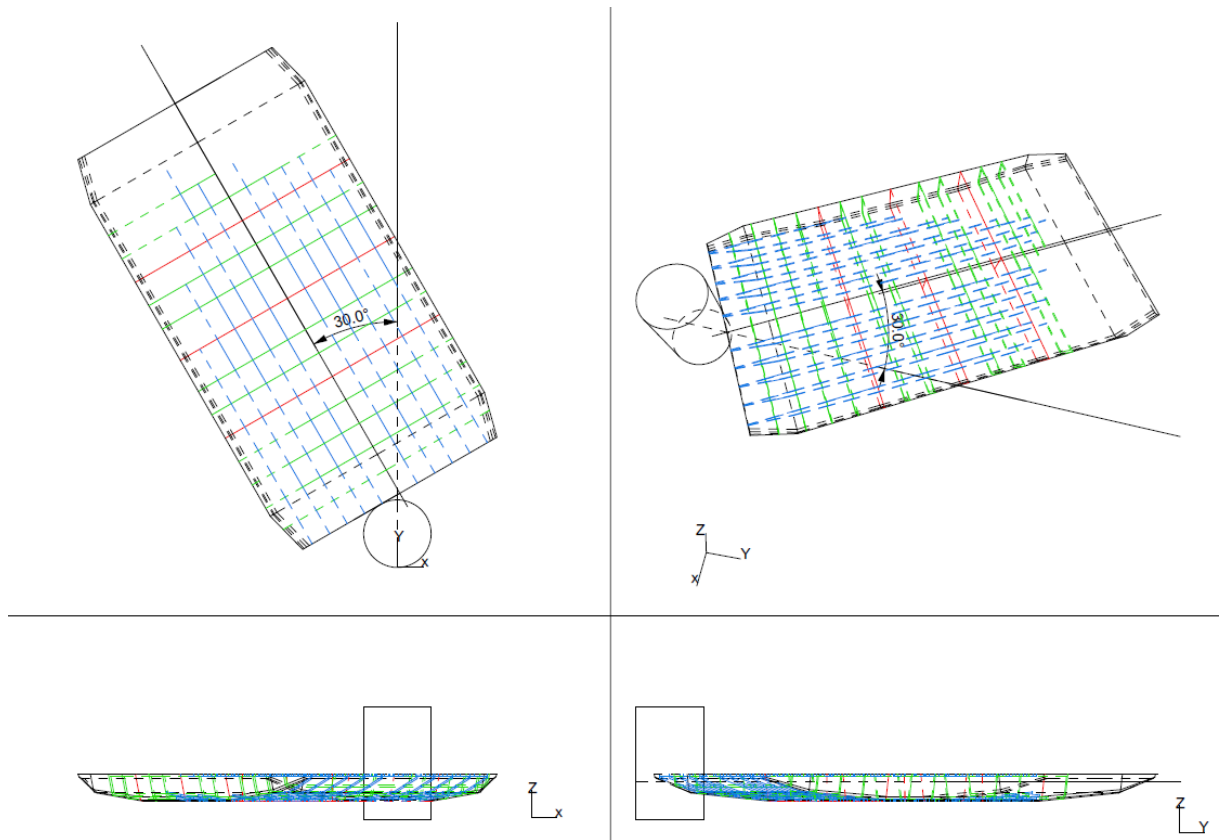
YUAN, Peng; HARIK, Issam E.; DAVIDSON, Michael T. Multi-barge flotilla impact forces on bridges. Lexington: Kentucky Transportation Center, University of Kentucky, 2008. (Research Report KTC-08-13/SPR261-03-2F).

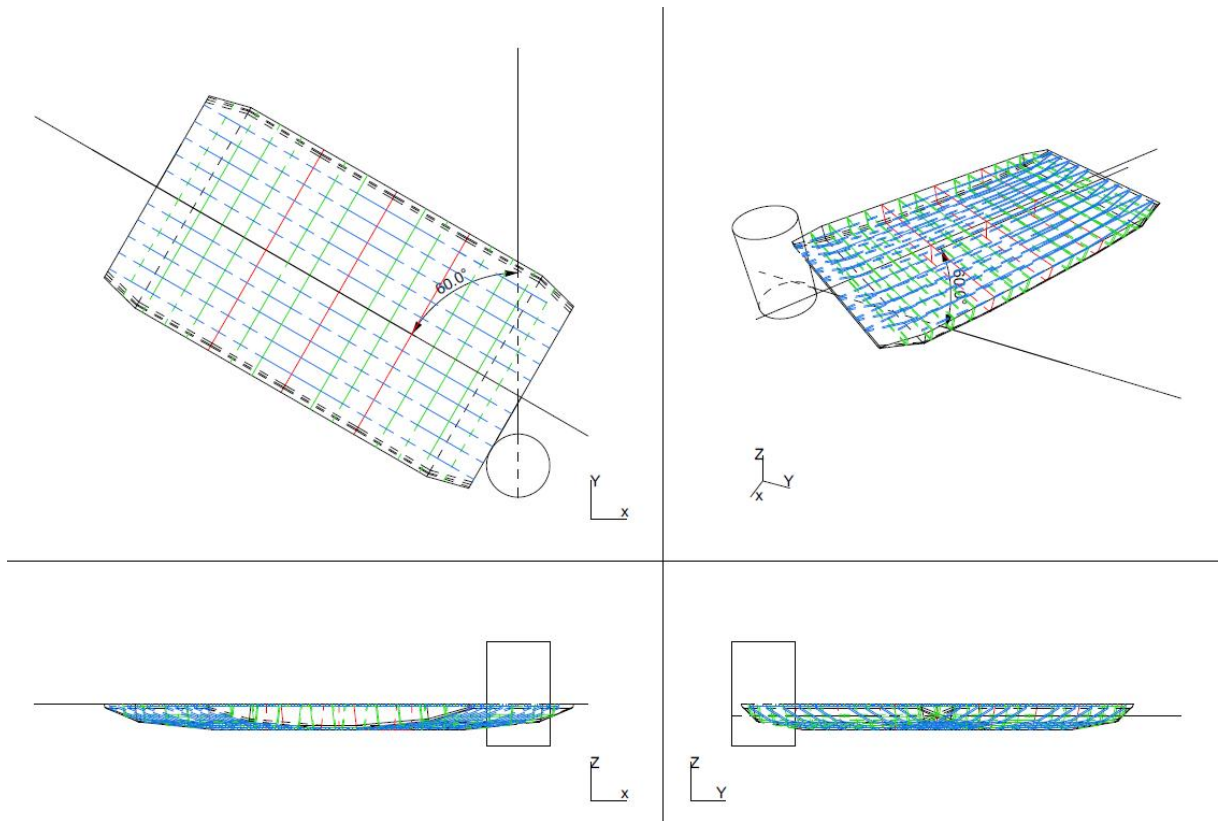
ZHANG, Y.; LIU, Y.; JIN, H. Study on collision between two ships using finite element method. *Ocean Engineering*, Amsterdam, v. 140, p. 1-12, 2017.

ZIENKIEWICZ, Olgierd Cecil; TAYLOR, Robert L.; ZHU, Jian Z. *The finite element method: its basis and fundamentals*. 6. ed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.

### ANEXO A – MODELAGEM DOS CENÁRIOS 01, 02, 03 E 04



**ANEXO B – MODELAGEM DOS CENÁRIOS 05, 06, 07 E 08**

**ANEXO C – MODELAGEM DOS CENÁRIOS 09, 10, 11 E 12**

## ANEXO D – TABELAS DE DEFORMAÇÃO MÁXIMA E MÉDIA POR CENÁRIO

Tabela 8 - Tabela resumo da deformação do cenário 01

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	1,0393	0,4835
0,0010	2,1954	0,9666
0,0015	3,1227	1,4481
0,0020	4,5485	1,9272
0,0025	6,5721	2,4004
0,0030	9,1698	2,8711
0,0035	12,5790	3,3351
0,0040	16,9100	3,7909
0,0045	20,9770	4,2374
0,0050	23,0940	4,6714
0,0055	24,7110	5,0964
0,0060	26,1340	5,5101
0,0065	27,2090	5,9124
0,0070	29,0740	6,3018
0,0075	31,5040	6,6834
0,0080	33,6200	7,0564
0,0085	35,3960	7,4214
0,0090	37,0430	7,7790
0,0095	38,4720	8,1278
0,0100	39,5930	8,4706

Tabela 9 - Tabela resumo da deformação do cenário 02

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	1,8188	0,8461
0,0010	3,8422	1,6914
0,0015	5,4635	2,5337
0,0020	8,3166	3,3715
0,0025	13,2800	4,1982

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0030	21,4300	5,0203
0,0035	25,1280	5,8314
0,0040	26,3320	6,6292
0,0045	30,7070	7,4117
0,0050	34,7710	8,1741
0,0055	39,7650	8,9238
0,0060	44,2060	9,6577
0,0065	47,4920	10,3770
0,0070	50,6640	11,0780
0,0075	53,3570	11,7720
0,0080	55,6500	12,4550
0,0085	58,3880	13,1300
0,0090	60,5530	13,7940
0,0095	63,0670	14,4440
0,0100	65,2970	15,0880

Fonte: Autor

Tabela 10 - Tabela resumo da deformação do cenário 03

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	2,5983	1,2086
0,0010	5,4896	2,4164
0,0015	7,8093	3,6196
0,0020	12,6590	4,8159
0,0025	22,5370	5,9966
0,0030	25,5000	7,1716
0,0035	32,2480	8,3317
0,0040	38,7190	9,4736
0,0045	45,3650	10,5960
0,0050	50,8130	11,6920
0,0055	55,7470	12,7740
0,0060	59,3670	13,8360

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0065	62,5560	14,8820
0,0070	66,3210	15,9120
0,0075	70,8720	16,9240
0,0080	75,0140	17,9300
0,0085	79,6030	18,9260
0,0090	83,9670	19,9110
0,0095	87,9560	20,8780
0,0100	91,4760	21,8390

Fonte: Autor

Tabela 11 - Tabela resumo da deformação do cenário 04

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	3,8986	1,8132
0,0010	8,2346	3,6246
0,0015	12,7190	5,4281
0,0020	21,9590	7,2216
0,0025	32,3340	8,9935
0,0030	40,8250	10,7580
0,0035	50,4360	12,5010
0,0040	59,3260	14,2200
0,0045	67,8170	15,9130
0,0050	74,7360	17,5730
0,0055	80,5760	19,2180
0,0060	84,3090	20,8420
0,0065	89,1820	22,4480
0,0070	95,3140	24,0290
0,0075	101,8600	25,6090
0,0080	107,3500	27,1810
0,0085	112,9100	28,7390
0,0090	117,2800	30,2830
0,0095	121,4700	31,8110
0,0100	125,8900	33,3350

Fonte: Autor

Tabela 12 - Tabela resumo da deformação do cenário 05

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	1,0359	0,9161
0,0010	2,0641	1,8303
0,0015	3,1342	2,7427
0,0020	4,3768	3,6550
0,0025	5,6032	4,5669
0,0030	6,4599	5,4774
0,0035	7,3308	6,3865
0,0040	8,2929	7,2847
0,0045	9,5985	8,1734
0,0050	11,2150	9,0508
0,0055	13,1110	9,9186
0,0060	15,2600	10,7680
0,0065	18,1270	11,6000
0,0070	21,3650	12,4140
0,0075	24,4580	13,2080
0,0080	26,9630	13,9840
0,0085	28,8910	14,7350
0,0090	30,5600	15,4630
0,0095	32,0810	16,1670
0,0100	33,4710	16,8490

Fonte: Autor

Tabela 13 - Tabela resumo da deformação do cenário 06

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0000	0,0000	0,0000
0,0005	1,8076	1,6026
0,0010	3,6978	3,2019
0,0015	5,8021	4,7978
0,0020	7,3040	6,3905
0,0025	9,0402	7,9751
0,0030	10,9060	9,5543

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0035	13,6730	11,1100
0,0040	17,4300	12,6450
0,0045	22,0300	14,1560
0,0050	26,7050	15,6460
0,0055	29,7010	17,1000
0,0060	32,6090	18,5200
0,0065	35,9540	19,9160
0,0070	39,1520	21,2720
0,0075	47,2450	22,5980
0,0080	57,2590	23,8920
0,0085	64,4970	25,1540
0,0090	69,5030	26,3870
0,0095	75,0610	27,5930
0,0100	78,2660	28,7640

Fonte: Autor

Tabela 14 - Tabela resumo da deformação do cenário 07

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0000	0,0000	0,0000
0,0005	2,5827	2,2903
0,0010	5,4569	4,5671
0,0015	7,7466	6,8545
0,0020	10,3410	9,1222
0,0025	12,9850	11,3730
0,0030	17,4790	13,6000
0,0035	24,7680	15,8070
0,0040	31,2660	17,9710
0,0045	35,6280	20,0990
0,0050	42,0470	22,1870
0,0055	51,4580	24,2370
0,0060	65,1970	26,2550
0,0065	76,8710	28,2270
0,0070	83,2810	30,1660

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0075	90,7730	32,0730
0,0080	95,6150	33,9550
0,0085	97,5440	35,7980
0,0090	101,9700	37,6060
0,0095	106,0300	39,3930
0,0100	109,0400	41,141

Fonte: Autor

Tabela 15 - Tabela resumo da deformação do cenário 08

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0000	0,0000	0,0000
0,0005	3,9339	3,4349
0,0010	7,7510	6,8625
0,0015	11,6490	10,2710
0,0020	15,5470	13,6560
0,0025	23,9870	17,0070
0,0030	35,2840	20,3180
0,0035	45,9820	23,5980
0,0040	62,6490	26,8160
0,0045	79,9160	29,9860
0,0050	92,3180	33,1170
0,0055	101,0100	36,2130
0,0060	109,8400	39,2610
0,0065	114,2600	42,2750
0,0070	121,4500	45,2540
0,0075	126,5000	48,2090
0,0080	132,0600	51,1200
0,0085	137,3200	53,9970
0,0090	138,9300	56,8390
0,0095	145,3100	59,6420
0,0100	151,2700	62,4190

Fonte: Autor

Tabela 16 - Tabela resumo da deformação do cenário 09

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0000	0,0000	0,0000
0,0005	1,0460	0,4672
0,0010	2,0787	0,9324
0,0015	3,1288	1,3956
0,0020	4,1880	1,8594
0,0025	5,3212	2,3239
0,0030	6,5179	2,7828
0,0035	7,8659	3,2417
0,0040	9,2762	3,6983
0,0045	10,7810	4,1525
0,0050	12,4550	4,6041
0,0055	14,5460	5,0510
0,0060	17,1170	5,4960
0,0065	20,1340	5,9349
0,0070	23,2270	6,3721
0,0075	25,7090	6,8061
0,0080	27,2810	7,2354
0,0085	28,5590	7,6625
0,0090	29,9140	8,0836
0,0095	31,4810	8,5021
0,0100	33,1110	8,9173

Fonte: Autor

Tabela 17 - Tabela resumo da deformação do cenário 10

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0005	1,8332	0,8154
0,0010	3,6473	1,6314
0,0015	5,5003	2,4441
0,0020	7,3691	3,2520
0,0025	9,3569	4,0600
0,0030	11,7770	4,8670
0,0035	14,8850	5,6692

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0040	19,0930	6,4654
0,0045	24,0340	7,2551
0,0050	27,8750	8,0414
0,0055	30,1680	8,8186
0,0060	33,0020	9,5896
0,0065	36,2340	10,3580
0,0070	39,1560	11,1200
0,0075	41,8850	11,8750
0,0080	44,5240	12,6270
0,0085	46,9160	13,3700
0,0090	49,0890	14,1110
0,0095	51,3200	14,8440
0,0100	53,5290	15,5700

Fonte: Autor

Tabela 18 - Tabela resumo da deformação do cenário 11

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0005	2,6257	1,1689
0,0010	5,2298	2,3306
0,0015	7,8566	3,4911
0,0020	10,4260	4,6489
0,0025	13,9550	5,8049
0,0030	19,1650	6,9506
0,0035	26,2060	8,0958
0,0040	30,6810	9,2280
0,0045	33,5660	10,3610
0,0050	37,8150	11,4760
0,0055	41,7150	12,5890
0,0060	45,3050	13,6950
0,0065	49,3180	14,7900
0,0070	54,1970	15,8810
0,0075	58,8190	16,9630
0,0080	65,2070	18,0400

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0,0085	72,2960	19,1060
0,0090	77,5900	20,1680
0,0095	81,0000	21,2190
0,0100	85,1580	22,2610

Fonte: Autor

Tabela 19 - Tabela resumo da deformação do cenário 12

<b>Tempo (s)</b>	<b>Deformação máxima (mm)</b>	<b>Deformação média (mm)</b>
0	0	0
0,0005	3,9357	1,7507
0,0010	7,8353	3,4935
0,0015	11,7870	5,2317
0,0020	16,6470	6,9703
0,0025	25,1840	8,7038
0,0030	34,1940	10,4200
0,0035	38,3560	12,1320
0,0040	44,3850	13,8400
0,0045	50,0040	15,5270
0,0050	55,2330	17,2120
0,0055	65,7220	18,8840
0,0060	77,3220	20,5420
0,0065	86,2820	22,1900
0,0070	94,1170	23,8320
0,0075	102,4700	25,4600
0,0080	108,5500	27,0790
0,0085	112,6600	28,6850
0,0090	117,1700	30,2870
0,0095	123,5000	31,8710
0,0100	130,5300	33,4470

Fonte: Autor

## ANEXO E – TABELAS DE TENSÃO MÁXIMA E MÉDIA POR CENÁRIO

Tabela 20 - Tabela resumo da tensão do cenário 01

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	294,5800	0,6730
0,0010	635,0500	1,2395
0,0015	952,0800	2,0220
0,0020	1230,5000	2,9013
0,0025	1412,9000	3,9876
0,0030	1517,7000	5,2217
0,0035	1547,6000	6,6017
0,0040	1499,7000	7,9124
0,0045	1525,1000	8,9158
0,0050	1537,5000	9,8108
0,0055	1555,7000	10,5430
0,0060	1562,9000	11,0460
0,0065	1591,5000	11,2710
0,0070	1618,7000	11,3500
0,0075	1644,1000	11,4150
0,0080	1689,3000	11,8290
0,0085	1743,0000	12,4650
0,0090	1789,8000	13,0020
0,0095	1859,4000	13,4070
0,0100	1925,2000	13,6800

Fonte: Autor

Tabela 21 - Tabela resumo da tensão do cenário 02

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	583,9200	1,2314
0,0010	1171,2000	2,2732
0,0015	1609,6000	3,7057
0,0020	1865,3000	5,4662
0,0025	2034,2000	7,7180

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0030	2058,4000	10,0030
0,0035	2049,9000	12,1450
0,0040	2054,9000	13,9150
0,0045	2057,8000	15,1550
0,0050	2121,9000	16,1340
0,0055	2153,5000	16,6850
0,0060	2243,1000	16,7220
0,0065	2347,5000	16,6900
0,0070	2427,7000	17,0660
0,0075	2538,9000	17,8450
0,0080	2637,1000	18,8990
0,0085	2723,6000	19,6560
0,0090	2806,4000	19,8920
0,0095	2875,8000	20,1330
0,0100	2955,9000	20,6240

Fonte: Autor

Tabela 22 - Tabela resumo da tensão do cenário 03

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	871,6700	1,7933
0,0010	1632,1000	3,3271
0,0015	2087,3000	5,6546
0,0020	2478,0000	8,4614
0,0025	2426,1000	11,5260
0,0030	2442,1000	14,2060
0,0035	2379,4000	17,0290
0,0040	2408,5000	19,1360
0,0045	2448,5000	20,1400
0,0050	2654,8000	20,7940
0,0055	2968,3000	21,1120
0,0060	3138,7000	21,1940
0,0065	3216,7000	21,5600

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0070	3319,7000	22,2110
0,0075	3512,9000	23,2770
0,0080	3788,1000	24,0670
0,0085	4036,0000	24,6200
0,0090	4294,8000	24,5550
0,0095	4504,7000	25,0560
0,0100	4726,7000	26,0810

Fonte: Autor

Tabela 23 - Tabela resumo da tensão do cenário 04

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	1351,3000	2,7325
0,0010	2187,6000	5,3503
0,0015	3041,6000	9,2935
0,0020	3147,2000	13,2730
0,0025	2964,7000	16,9010
0,0030	3099,1000	20,5410
0,0035	3307,4000	23,9800
0,0040	3499,3000	26,0860
0,0045	3721,6000	26,5650
0,0050	4095,2000	27,0760
0,0055	4220,9000	26,8650
0,0060	4667,2000	26,9490
0,0065	4919,5000	27,5810
0,0070	5345,6000	28,4150
0,0075	5606,7000	29,5960
0,0080	5837,8000	30,6010
0,0085	6018,3000	31,2270
0,0090	6234,7000	31,0170
0,0095	6493,7000	32,6900
0,0100	6734,0000	33,7000

Fonte: Autor

Tabela 24 - Tabela resumo da tensão do cenário 05

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	1,6872	0,0201
0,0010	0,7694	0,0283
0,0015	72,9850	0,0629
0,0020	167,7600	0,1369
0,0025	281,0400	0,2596
0,0030	514,9100	0,8504
0,0035	724,0000	1,9238
0,0040	971,6300	3,2966
0,0045	1190,3000	4,8900
0,0050	1397,7000	6,6387
0,0055	1488,4000	8,5120
0,0060	1518,4000	10,5080
0,0065	1583,9000	12,5950
0,0070	1631,5000	14,5190
0,0075	1711,7000	16,2660
0,0080	1783,6000	17,8170
0,0085	1839,6000	19,1200
0,0090	1885,2000	20,2110
0,0095	1922,9000	21,1340
0,0100	2030,8000	21,9370

Fonte: Autor

Tabela 25 - Tabela resumo da tensão do cenário 06

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	1,7773	0,0199
0,0010	135,5100	0,0843
0,0015	382,5700	0,2813
0,0020	841,7300	1,3385
0,0025	1255,3000	3,2258

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0030	1527,4000	5,6346
0,0035	1745,7000	8,5627
0,0040	1873,9000	11,9490
0,0045	1911,8000	15,6240
0,0050	2099,3000	19,4820
0,0055	2480,4000	23,2620
0,0060	2890,3000	26,5570
0,0065	3295,5000	29,3900
0,0070	3747,6000	31,5690
0,0075	4225,4000	32,8890
0,0080	4649,6000	33,5760
0,0085	5046,2000	33,8780
0,0090	5336,3000	34,0530
0,0095	5602,7000	34,4870
0,0100	5839,9000	35,2510

Fonte: Autor

Tabela 26 - Tabela resumo da tensão do cenário 07

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	44,1830	0,0236
0,0010	331,9900	0,1879
0,0015	1043,2000	1,4308
0,0020	1627,1000	3,9308
0,0025	1923,1000	7,4837
0,0030	2143,2000	11,9630
0,0035	2222,7000	16,9260
0,0040	2862,8000	22,0970
0,0045	3623,2000	27,2980
0,0050	4309,6000	32,4530
0,0055	4990,1000	36,6540
0,0060	5494,5000	39,7550
0,0065	6264,0000	41,4750

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0070	6668,5000	42,0500
0,0075	6905,9000	42,1690
0,0080	7063,1000	41,9940
0,0085	7288,3000	41,9310
0,0090	7279,1000	42,9890
0,0095	7155,0000	44,6040
0,0100	7388,2000	45,9830

Fonte: Autor

Tabela 27 - Tabela resumo da tensão do cenário 08

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	166,8700	0,0860
0,0010	1116,8000	1,1173
0,0015	1887,8000	4,3417
0,0020	2413,9000	9,8082
0,0025	2708,6000	16,5650
0,0030	3697,8000	23,5440
0,0035	4884,8000	30,7350
0,0040	5842,4000	37,7710
0,0045	6623,8000	44,1670
0,0050	8276,9000	48,8750
0,0055	7580,9000	51,6000
0,0060	8105,1000	52,8970
0,0065	8319,6000	53,0680
0,0070	8206,3000	52,8000
0,0075	8752,3000	52,6130
0,0080	8601,8000	53,3990
0,0085	8915,1000	56,2630
0,0090	8656,6000	59,5710
0,0095	8898,4000	61,1910
0,0100	9560,1000	62,1030

Fonte: Autor

Tabela 28 - Tabela resumo da tensão do cenário 09

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	81,6560	0,0370
0,0010	240,9600	0,2911
0,0015	380,9300	0,6961
0,0020	504,1700	1,2220
0,0025	613,3500	1,8508
0,0030	713,2400	2,5565
0,0035	794,8700	3,3366
0,0040	851,0700	4,2185
0,0045	896,4500	5,1219
0,0050	936,4100	5,9650
0,0055	990,5500	6,6723
0,0060	1029,0000	7,2766
0,0065	1123,1000	7,8073
0,0070	1231,3000	8,2547
0,0075	1309,3000	8,6607
0,0080	1354,6000	9,0357
0,0085	1406,2000	9,3837
0,0090	1451,9000	9,7068
0,0095	1484,0000	10,0170
0,0100	1514,1000	10,3360

Fonte: Autor

Tabela 29 - Tabela resumo da tensão do cenário 10

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	221,3000	0,1394
0,0010	487,7200	0,6725
0,0015	722,6500	1,4410
0,0020	929,7600	2,4270
0,0025	1086,4000	3,6812

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0030	1202,9000	5,1550
0,0035	1320,6000	6,7769
0,0040	1436,5000	8,4895
0,0045	1590,0000	10,0860
0,0050	1709,9000	11,4040
0,0055	1785,3000	12,4260
0,0060	1885,3000	13,2410
0,0065	2012,3000	13,8400
0,0070	2113,2000	14,2480
0,0075	2197,2000	14,6120
0,0080	2282,0000	15,0280
0,0085	2349,9000	15,5500
0,0090	2408,6000	16,1170
0,0095	2464,3000	16,6150
0,0100	2516,6000	17,0280

Fonte: Autor

Tabela 30 - Tabela resumo da tensão do cenário 11

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0	0	0
0,0005	360,4200	0,2571
0,0010	733,7800	1,0597
0,0015	1061,5000	2,2553
0,0020	1337,5000	3,9144
0,0025	1572,7000	5,8971
0,0030	1725,6000	8,0940
0,0035	1896,3000	10,3650
0,0040	2078,0000	12,5710
0,0045	2191,9000	14,6080
0,0050	2342,5000	16,2710
0,0055	2493,5000	17,4670
0,0060	2598,9000	18,2380
0,0065	2703,4000	18,6790

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa)</b>
0,0070	2889,0000	19,0260
0,0075	3197,6000	19,4720
0,0080	3493,9000	20,1570
0,0085	3734,4000	21,0840
0,0090	3860,5000	21,8750
0,0095	3988,1000	22,5310
0,0100	4150,8000	23,1840

Fonte: Autor

Tabela 31 - Tabela resumo da tensão do cenário 12

<b>Tempo (s)</b>	<b>Tensão máxima (Mpa)</b>	<b>Tensão média (Mpa))</b>
0	0	0
0,0005	585,9700	0,4571
0,0010	1155,7000	1,7980
0,0015	1667,1000	3,9408
0,0020	2076,9000	6,6187
0,0025	2235,1000	9,6136
0,0030	2539,2000	12,5730
0,0035	2748,1000	15,5550
0,0040	2934,7000	18,6210
0,0045	3116,0000	21,2410
0,0050	3282,0000	23,3610
0,0055	3896,7000	24,6020
0,0060	4393,6000	25,3560
0,0065	4689,8000	26,0450
0,0070	5002,6000	26,6080
0,0075	5281,0000	27,4120
0,0080	5623,5000	28,6550
0,0085	5995,0000	29,8680
0,0090	6338,8000	30,6100
0,0095	6711,5000	31,1930
0,0100	6952,7000	31,8460

Fonte: Autor

## ANEXO F – TABELAS DE ENERGIA DO SISTEMA DOS CENÁRIOS CRÍTICOS

Tabela 32 - Resumo das energias do sistema do cenário 4

<b>Cenário 4</b>						
TEMPO (s)	INTERNA (J)	CINÉTICA (J)	PLASTICA (J)	HOURGLASS (J)	CONTATO (J)	TOTAL (J)
1,18E-38	0	1,04E+06	0	0,00	0,00	1,04E+06
5,00E-04	7405,5	1,04E+06	0	491,04	-195,34	1,04E+06
1,00E-03	18686	1,02E+06	0	932,88	-564,20	1,04E+06
1,50E-03	35640	1,01E+06	0	1326,90	-928,65	1,04E+06
2,00E-03	50813	9,91E+05	0	2460,90	-718,49	1,04E+06
2,50E-03	65148	9,77E+05	0	3471,90	-443,12	1,04E+06
3,00E-03	78779	9,62E+05	0	4256,60	-403,02	1,04E+06
3,50E-03	94005	9,46E+05	0	5256,20	-636,12	1,04E+06
4,00E-03	1,09E+05	9,31E+05	0	5900,70	-616,00	1,04E+06
4,50E-03	1,26E+05	9,14E+05	0	6756,20	-523,17	1,04E+06
5,00E-03	1,41E+05	8,98E+05	0	6957,40	-515,76	1,04E+06
5,50E-03	1,55E+05	8,83E+05	0	7526,00	-475,86	1,04E+06
6,00E-03	1,71E+05	8,67E+05	0	8302,80	-534,71	1,04E+06
6,50E-03	1,88E+05	8,51E+05	0	8833,70	-530,49	1,04E+06
7,00E-03	2,04E+05	8,34E+05	0	9468,80	-530,07	1,04E+06
7,50E-03	2,21E+05	8,17E+05	0	10357,00	-520,51	1,04E+06
8,00E-03	2,37E+05	8,01E+05	0	11267,00	-551,07	1,04E+06
8,50E-03	2,54E+05	7,84E+05	0	11699,00	-556,41	1,04E+06
9,00E-03	2,70E+05	7,68E+05	0	12776,00	-546,06	1,04E+06
9,50E-03	2,86E+05	7,52E+05	0	13678,00	-547,95	1,04E+06
1,00E-02	3,01E+05	7,37E+05	0	14026,00	-534,94	1,04E+06

Fonte: Autor

Tabela 33 - Resumo das energias do sistema do cenário 8

<b>Cenário 8</b>						
TEMPO (s)	INTERNA (J)	CINÉTICA (J)	PLASTICA (J)	HOURGLASS (J)	CONTATO (J)	TOTAL (J)
1,18E-38	0	1,05E+06	0	0,00	0,00	1,05E+06
5,01E-04	54,176	1,05E+06	0	13,93	-11,75	1,05E+06
1,00E-03	2946,5	1,05E+06	0	245,44	-129,82	1,05E+06
1,50E-03	12571	1,04E+06	0	568,53	-378,99	1,05E+06
2,00E-03	28622	1,02E+06	0	821,94	-585,95	1,05E+06
2,50E-03	48305	1,00E+06	0	1428,80	-733,80	1,05E+06
3,00E-03	70806	9,77E+05	0	2558,60	-805,70	1,05E+06
3,50E-03	94896	9,52E+05	0	3732,10	-946,70	1,05E+06
4,00E-03	1,18E+05	9,28E+05	0	5785,20	-1003,60	1,05E+06
4,50E-03	1,37E+05	9,08E+05	0	8982,20	-892,39	1,04E+06
5,00E-03	1,57E+05	8,88E+05	0	12686,00	-750,14	1,05E+06
5,50E-03	1,75E+05	8,71E+05	0	14469,00	-706,77	1,05E+06
6,00E-03	1,91E+05	8,54E+05	0	12969,00	-668,53	1,05E+06
6,50E-03	2,07E+05	8,39E+05	0	13523,00	-619,56	1,05E+06

TEMPO (s)	INTERNA (J)	CINÉTICA (J)	PLASTICA (J)	HOURGLASS (J)	CONTATO (J)	TOTAL (J)
7,00E-03	2,19E+05	8,25E+05	0	16243,00	-602,36	1,04E+06
7,50E-03	2,33E+05	8,12E+05	0	18971,00	-573,44	1,05E+06
8,00E-03	2,48E+05	7,96E+05	0	19132,00	-575,67	1,04E+06
8,50E-03	2,68E+05	7,77E+05	0	18497,00	-556,25	1,05E+06
9,00E-03	2,89E+05	7,56E+05	0	20742,00	-525,48	1,04E+06
9,50E-03	3,05E+05	7,39E+05	0	23301,00	-484,68	1,04E+06
1,00E-02	3,19E+05	7,25E+05	0	23368,00	-473,01	1,04E+06

Fonte: Autor

Tabela 34 - Resumo das energias do sistema do cenário 12

<b>Cenário 12</b>						
TEMPO (s)	INTERNA (J)	CINÉTICA (J)	PLASTICA (J)	HOURGLASS (J)	CONTATO (J)	TOTAL (J)
1,18E-38	0	1,05E+06	0	0,00	0,00	1,05E+06
5,02E-04	984,1	1,04E+06	0	70,79	-56,66	1,05E+06
1,00E-03	4164,9	1,04E+06	0	167,98	-163,52	1,05E+06
1,50E-03	9574,5	1,04E+06	0	240,51	-290,87	1,05E+06
2,00E-03	16495	1,03E+06	0	384,49	-432,48	1,04E+06
2,50E-03	24005	1,02E+06	0	797,58	-525,48	1,04E+06
3,00E-03	32293	1,01E+06	0	1506,60	-538,62	1,04E+06
3,50E-03	41009	1,00E+06	0	1827,80	-640,47	1,04E+06
4,00E-03	50420	9,94E+05	0	2381,30	-701,26	1,04E+06
4,50E-03	59933	9,84E+05	0	2916,90	-831,20	1,04E+06
5,00E-03	69956	9,74E+05	0	3362,60	-818,73	1,04E+06
5,50E-03	79717	9,64E+05	0	4053,50	-871,82	1,04E+06
6,00E-03	90312	9,53E+05	0	5051,90	-1010,30	1,04E+06
6,50E-03	1,01E+05	9,42E+05	0	6146,80	-1188,30	1,04E+06
7,00E-03	1,10E+05	9,32E+05	0	7415,70	-1154,90	1,04E+06
7,50E-03	1,19E+05	9,24E+05	0	8340,00	-1272,20	1,04E+06
8,00E-03	1,27E+05	9,15E+05	0	8980,80	-1279,10	1,04E+06
8,50E-03	1,35E+05	9,07E+05	0	9337,30	-1303,10	1,04E+06
9,00E-03	1,43E+05	9,00E+05	0	10116,00	-1183,80	1,04E+06
9,50E-03	1,50E+05	8,93E+05	0	10945,00	-1171,90	1,04E+06
1,00E-02	1,57E+05	8,86E+05	0	11893,00	-1048,60	1,04E+06

Fonte: Autor