



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL  
FACULDADE DE MATEMÁTICA

JAMILE CORRÊA FERNANDES

**TRAJETÓRIA ACADÊMICA, CONTEXTOS E MODELAGEM MATEMÁTICA: Do**  
Laboratório a sala de aula

CASTANHAL/PA  
2023

JAMILE CORRÊA FERNANDES

**TRAJETÓRIA ACADÊMICA, CONTEXTOS E MODELAGEM MATEMÁTICA:** do  
laboratório a sala de aula

*Portfólio* acadêmico apresentado à Faculdade de Matemática - Campus Castanhal. Esta pesquisa foi elaborada por fim de Trabalho de Conclusão de Curso, sob a orientação da Dra. Roberta Modesto Braga, da Faculdade de Matemática - UFPA, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

CASTANHAL/PA  
2023

JAMILE CORRÊA FERNANDES

**TRAJETÓRIA ACADÊMICA, CONTEXTOS E MODELAGEM MATEMÁTICA:** do  
laboratório a sala de aula

*Portfólio* acadêmico apresentado à Faculdade de Matemática - Campus Castanhal. Esta pesquisa foi elaborada por fim de Trabalho de Conclusão de Curso, sob a orientação da Dra. Roberta Modesto Braga, da Faculdade de Matemática - UFPA, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Data da aprovação: 18/12/2023

Conceito: Excelente

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Roberta Modesto Braga  
Universidade Federal do Pará

---

Prof. Dr. Renato Germano Reis Nunes  
Universidade Federal do Pará

---

Prof. Me. José Geraldo Gonçalves da Silva  
Universidade Federal do Pará

*Se vi mais longe, foi porque estive sobre ombros de gigantes.*

*Isaac Newton*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, pelo fortalecimento diário e nunca deixar-me desistir dos planos traçados por ele.

Agradeço também as pessoas mais importantes da minha vida, meus pais, Odete Campos Corrêa e José Risomar de Souza Fernandes, que sempre estiveram ao meu lado, dando o melhor deles para a realização deste sonho.

A todos os meus amigos de turma que dividiram o peso do processo comigo, juntos nas maiores alegrias e enrascadas do curso.

Aos meus tios, pelo acolhimento e afeto.

A banca examinadora, Professores José Geraldo Gonçalves e Renato Germano, pela atenção destinada ao meu trabalho.

A minha orientadora Professora Dra. Roberta Modesto Braga que acreditou e reconheceu meu potencial, sempre me direcionando para os melhores caminhos educacionais.

A UFPA, por me permitir o maior prazer da vida, que é a realização dessa graduação.

Por fim, quero agradecer a todos que colaboraram direta ou indiretamente para a realização desta conquista.

## RESUMO

Neste trabalho, destaco minha trajetória acadêmica durante a graduação em Matemática na Faculdade. O texto segue o formato de um portfólio acadêmico e apresenta três produções como pôsteres realizados como bolsista PGRAD - LABINFRA de 2022 a 2023. A primeira aborda a perda de energia corporal em relação a diferentes massas corporais, propondo métodos de ensino para medidas e conversões de temperatura. Essa produção foi submetida ao XIII EPAEM - Encontro Paraense de Educação Matemática, ocorrido de 5 a 7 de outubro, em Belém - PA. A segunda produção simula o resfriamento de objetos com diversas paletas de cores, com destaque para branco e preto. Foi apresentada no VIII EPAMM - Encontro Paraense de Modelagem Matemática, em Breves - PA, nos dias 17 e 18 de novembro. O terceiro artigo, exposto no IV CONEDU - Congresso Nacional de Educação, em João Pessoa - PB, propõe uma atividade envolvendo a história dos Logaritmos para melhor compreensão desse conteúdo matemático. O estudo aborda como John Napier, o criador dos logaritmos, utilizava suas técnicas, conhecidas como Ossos ou Tábuas de Napier. No geral, as três produções visam despertar o interesse dos alunos por meio de experimentos e histórias, desenvolvidos no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática - LEMM, para atividades de Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Contextualização. Experimentos. LEMM.

## **ABSTRACT**

In this work, I highlight my academic career during my undergraduate degree in Mathematics at the Faculty. The text follows the format of an academic portfolio and presents three poster productions carried out as a PGRAD - LABINFRA scholarship holder from 2022 to 2023. The first addresses the loss of body energy in relation to different body masses, proposing teaching methods for temperature measurements and conversions. This production was submitted to the XIII EPAEM - Paraense Meeting of Mathematics Education, which took place from October 5 to 7 in Belém - PA. The second production simulates the cooling of objects with various color palettes, with an emphasis on black and white. It was presented at the VIII EPAMM - Encontro Paraense de Modelagem Matemática, in Breves - PA, on November 17 and 18. The third article, presented at the IV CONEDU - National Congress of Education, in João Pessoa - PB, proposes an activity involving the history of Logarithms for a better understanding of this mathematical content. The study looks at how John Napier, the creator of logarithms, used his techniques, known as Napier's Bones or Boards. Overall, the three productions aim to arouse students' interest through experiments and stories, developed in the Experimental Mathematical Modeling Laboratory - LEMM, for Mathematical Modeling activities.

Keywords: Mathematical modeling. Contextualization. Experiments. LEMM.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

**LEMM** - Laboratório Experimental de Modelagem Matemática.

**PGRAD Labinfra** - Subprograma de Apoio à Infraestrutura de Laboratórios de Ensino de Graduação e da Educação Básica, Técnica e Tecnológica.

**GEMM** - Grupo de Estudos em Modelagem Matemática.

**UFPA** - Universidade Federal do Pará.

**CBM** - Colóquio Brasileiro de Matemática.

**CONEDU** - Congresso Nacional de Educação.

**EPAMM** - Encontro Paraense de Modelagem Matemática.

**EPAEM** - Encontro Paraense de Educação Matemática.

**SAMATC** - Semana Acadêmica de Matemática de Castanhal.

**PO** - Pôster.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
<b>1. UMA BUSCA PELO DESENVOLVIMENTO PESSOAL E ACADÊMICO</b> .....	<b>11</b>
<b>2. MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>13</b>
2.1 Modelagem: de teorias abstratas para aplicações no cotidiano .....	14
2.2 A importância dos modelos matemáticos .....	14
2.3 Métodos de pesquisa .....	16
<b>3 TEORIA DA LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON</b> .....	<b>17</b>
3.1 Encontro da Modelagem Matemática com a Lei Newtoniana.....	18
3.2 Experimentos e aplicações.....	19
<b>4 MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA</b> .....	<b>20</b>
<b>5 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL</b> .....	<b>21</b>
<b>6 MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE ARDUINO EM UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL EM FUNÇÃO DA COR DO OBJETO</b> .....	<b>21</b>
<b>7 MATEMÁTICA DE JOHN NAPIER: O ENSINO CONTEXTUALIZADO DOS LOGARITMOS</b> .....	<b>22</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>23</b>
<b>9 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>23</b>
<b>APÊNDICE</b> .....	<b>25</b>

## INTRODUÇÃO

Uma forma de aumentar a importância do ensino da Matemática, está relacionado ao educando estar motivado e motivar o interesse dos alunos para o processo de ensino aprendizagem. Neste contexto, a Modelagem Matemática surge como uma abordagem capaz de não apenas proporcionar relevância, mas também estimular o interesse dos estudantes. Ao basear-se nos conhecimentos prévios dos alunos e integrar-se a outras áreas do conhecimento por meio de atividades experimentais ancoradas na realidade, ela revela-se eficaz em instigar o entusiasmo e curiosidade pela disciplina.

A investigação e resolução de situações reais, relacionadas ao cotidiano dos estudantes, criam um ambiente de aprendizagem altamente propício ao ensino de conteúdos matemáticos por meio da Modelagem Matemática. Diante disso, Bassanezi (2002, p.16) destaca que:

Nessa nova forma de encarar a matemática, a modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem – tem se mostrado muito eficaz. A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (BASSANEZI, 2002, p.16)

Despertar o interesse pela Matemática parece ser um desafio para muitos estudantes, especialmente quando os conteúdos matemáticos são ensinados sem a aplicação de metodologias que permitam aos alunos compreender sua aplicabilidade em suas vidas pessoais e proporcionar uma aprendizagem eficaz. A falta de metodologias que incentivem a participação ativa dos educandos é um dos principais fatores que contribuem para a falta de interesse na disciplina.

Logo, o objetivo deste portfólio é, através da trajetória acadêmica e projetos desenvolvidos enquanto bolsista, destacar e enfatizar a Modelagem e outros conceitos disciplinares. Assim, por meio de experimentos, examinamos uma das leis de Newton com o objetivo de promover uma aprendizagem mais eficaz acerca da teoria e prática da mesma, também, abordaremos a contextualização de conteúdos matemáticos, em especial os Logaritmos, com o intuito de tornar o ensino-aprendizagem, do mesmo, mais proveitoso entre educando e educador.

A estrutura deste texto foi baseada de acordo com as normas do regulamento de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), da Faculdade de Matemática do *Campus* Castanhal, desenvolvida no formato portfólio acadêmico, que de acordo com o **Art. 13**, teria que ser apresentado no mínimo 3 trabalhos desenvolvidos com autoria do discente. Assim, por modalidade de publicação, o trabalho teria por finalidade desenvolver uma maturidade acadêmica e estímulo à pesquisas científicas no âmbito da academia em questão, atendendo a três requisitos, um deles era a publicação de três pôsteres ou resumos expandidos em anais de eventos.

Portanto, ao decorrer do texto são apresentadas três produções com cunho experimental, sendo elas no formato pôster, as produções científicas foram desenvolvidas enquanto bolsista PGRAD - LABINFRA no ano de 2022 a 2023. Destacando a Modelagem Matemática e a contextualização de conteúdos matemáticos como procedimento metodológico para um melhor entendimento da disciplina em questão, levando assim, frutos do LEMM para a sala de aula na minha futura profissão.

O trabalho foi dividido por tópicos, na seção 1 busquei evidenciar a trajetória pessoal até o encontro com a academia, na 2 e 3, é abordado a Modelagem e sua temática em questão, Lei Newtoniana. No tópico 4 é destacado a Matemática na sua forma contextualizada, exemplificado pela temática dos Logaritmos e sua criação em questão. Já nas últimas seções, 5,6 e 7, apresento os artigos que foram selecionados para a obtenção deste portfólio, que são os: Determinação Experimental da Taxa de Perda de Energia Corporal; Modelagem Matemática e o Uso de Arduino em uma Atividade Experimental de Perda de Energia Corporal em Função da Cor do Objeto e Matemática de Jhon Napier: O Ensino Contextualizado dos Logaritmos, onde estão disponíveis, em íntegra, no final deste trabalho.

## **1. UMA BUSCA PELO DESENVOLVIMENTO PESSOAL E ACADÊMICO**

Ingressar em uma universidade pública e admirada é o objetivo de muitos estudantes, ainda mais na Universidade Federal do Pará - UFPA, que é considerada a maior e mais disputada da região norte do Brasil. Diante disso, em 2021, realizei o sonho de ser aceita nesta renomada instituição, conseguindo uma vaga no curso de Licenciatura em Matemática, uma meta que sempre esteve no topo da minha lista de desejos acadêmicos.

No entanto, o início da minha jornada na UFPA foi marcado por desafios significativos, incluindo a pandemia de COVID-19 e a mudança de cidade. Mas, com o apoio e incentivo inestimável da minha família e amigos, superei essas adversidades e continuei a perseguir com determinação o meu sonho de formação na UFPA. À medida que o tempo avançou, tive a oportunidade de envolver-me em um projeto de pesquisa e extensão que teve um impacto transformador em minha vida, tanto pessoal quanto acadêmica, em 2022, tornei-me bolsista do Subprograma de Apoio à Infraestrutura de Laboratórios de Ensino de Graduação e da Educação Básica, Técnica e Tecnológica. PGRAD - LABINFRA, sob a orientação da dedicada professora Roberta Modesto Braga. Essa oportunidade foi como um "pontapé inicial" que impulsionou ainda mais meu amor pela Matemática e pela graduação.

Nossa equipe realizou uma série de pesquisas de cunho experimental e outras abordagens educativas, explorando diversas áreas do conhecimento matemático. Foi durante esse período que me encontrei com a Modelagem Matemática, e o Grupo de Estudos em Modelagem Matemática - GEMM, na qual tive a satisfação de participar neste ano, tal abordagem despertou meu interesse particular pelas várias formas de abordar e ensinar alguns conteúdos da disciplina em questão. Enquanto trabalhávamos no LEMM - Laboratório Experimental de Modelagem Matemática, um espaço dedicado a pesquisas e estudos relacionados a essa abordagem, concentramos nossos esforços na investigação da Lei de Resfriamento. Essa experiência foi verdadeiramente enriquecedora, e percebi o potencial da Modelagem Matemática como uma ferramenta poderosa para compreender e solucionar problemas do mundo real. Neste laboratório, também investigamos formas de tornar mais enriquecedora a forma de ensinar e aprender, então em uma roda de estudos, pensamos em abordar contextos voltados a histórias do surgimento de alguns conteúdos matemáticos, como Funções, Trigonometria, surgimento das incógnitas e entre outras, mas para esta pesquisa, abordei o estudo do Logaritmo com seus antigos instrumentos de ensino.

O aprendizado prático e a pesquisa experimental no LEMM abriram novas perspectivas e desafios empolgantes para minha jornada acadêmica na UFPA, fortalecendo meu compromisso com a Matemática e minha determinação em explorar o vasto universo de possibilidades que essa disciplina oferece. Com um futuro repleto de descobertas e contribuições para a ciência matemática, estou ansiosa para continuar minha jornada de aprendizado e pesquisa na UFPA.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática na Educação Matemática permite a discussão de métodos e procedimentos matemáticos que possibilitam modelar fenômenos do cotidiano, conseqüentemente, pode tornar a aprendizagem de Matemática prazerosa aos educandos. A Modelagem Matemática é um campo de pesquisa na educação matemática, surgida na matemática aplicada e no Brasil, são diversos os adeptos que aderiram e contribuem/contribuíram para sua implementação nas escolas e nas faculdades.

No ambiente de aprendizagem escolar a Modelagem Matemática na Educação Matemática, de acordo com Barbosa(2003), instiga mediante a matemática o conhecimento reflexivo e crítico dos alunos, pois eles devem problematizar e investigar situações que se referenciam na realidade. Na perspectiva da Modelagem Matemática como processo pedagógico, Bassanezi (1999, p.15) destaca:

A nosso ver, a Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem é um dos caminhos a ser seguido para tornar um curso de matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável (...) uma modelagem eficiente permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. De fato, da nossa experiência como professor e formador de professores, os processos pedagógicos voltados para as aplicações, em oposição aos procedimentos de cunho formalista, frequentemente podem levar o educando a compreender melhor os argumentos matemáticos, incorporar conceitos e resultados de modo mais significativo e, se podemos assim afirmar, criar predisposições para aprender matemática porque passou, de algum modo, a compreendê-la e valorizá-la. (BASSANEZI, 1999, p.15).

Desta forma, a relevância desta área de estudo para o ensino ocorre pelo fato de que o estudante não vai receber conteúdos prontos do livro ou lousa, mas, vai interagir de maneira ativa, pois estará disposto em envolver-se no processo da disciplina e, a aprendizagem por consequência será mais eficaz, uma vez que, o estudante vai participar, refletir e associar melhor os conteúdos com situações reais do dia a dia. A realização de atividades que envolvem a Modelagem Matemática é relevante para o Ensino de Matemática, pois, permite o aluno problematizar e questionar situações do seu cotidiano. Segundo Barbosa (2003, p. 4) “o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação”. Desta forma, leva o

estudante a pensar além da sala de aula e investigar situações reais. Essa prática em Educação Matemática é cada vez mais utilizada nas escolas.

### **2.1 Modelagem: de teorias abstratas para aplicações no cotidiano**

A modelagem é a ponte que conecta conceitos abstratos a aplicações do mundo real. Em diversas disciplinas, ela desempenha um papel crucial ao traduzir teorias complexas em soluções concretas. Seja na matemática, ciência, engenharia ou economia, a modelagem é a chave para compreender e resolver problemas do dia a dia. Em cima disso, Bassanezi (2002, p.17) defende que a modelagem matemática, abrangendo diversos aspectos, caracterizava-se como um processo que integra teoria e prática. Envolve a motivação do indivíduo a compreender a realidade e buscar meios de agir e transformar o ambiente circundante.

Teorias abstratas representam ideias puras, muitas vezes distantes da realidade prática. No entanto, para que essas teorias sejam eficazes, precisam ser transformadas em algo tangível. A modelagem entra em cena nesse processo criando representações simplificadas de sistemas complexos. Esses modelos podem ser matemáticos, físicos, computacionais e entre outros. Eles capturam as características essenciais de um problema e nos permitem explorar seu comportamento em diferentes cenários. Por exemplo, em outra lei de Newton, é descrito o movimento de objetos sob a influência de forças. No entanto, para entender como um carro se comporta na estrada, precisamos criar modelos que apliquem essas leis, considerando fatores como atrito, massa e velocidade.

Em resumo, a modelagem é uma ferramenta vital para traduzir teorias abstratas em soluções práticas em diversas disciplinas e em nossa vida diária. Ela ajuda a compreender, prever e melhorar o mundo que nos cerca.

### **2.2 A importância dos modelos matemáticos.**

Os modelos matemáticos são uma ferramenta incrivelmente importante na educação. Eles nos ajudam a entender conceitos complexos de forma concreta e prática, tornando a matemática e outras disciplinas mais acessíveis. Sobre a inserção desse método de ensino na educação, Bassanezi (2002) defende que:

No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, têm sido defendida por várias pessoas envolvidas com o ensino de matemática. Isto significa, entre outras coisas, que a matéria deve ser ensinada de um modo significativo matematicamente, considerando as próprias realidades do sistema educacional. (BASSANEZI, p.36).

Pois, primeiramente, eles nos permitem visualizar conceitos abstratos. Muitos alunos podem achar difícil compreender teorias abstratas apenas com palavras. Nesse sentido, entram os modelos matemáticos a fim de fornecer representações visuais desses conceitos, tornando-os mais tangíveis e fáceis de entender. E para Bassanezi (2002) os Modelos Matemáticos são oriundos do processo da Modelagem Matemática, pois toda Modelagem pode ou não chegar a um modelo, e depois de análise, ele vai poder ser usado e definido como um modelo eficaz. Assim, ajudariam a resolver problemas complexos, dividindo-os em partes menores e aplicando métodos matemáticos para encontrar soluções. Isso promove o pensamento crítico e a resolução de problemas, habilidades essenciais na vida cotidiana e na carreira.

Trabalhar com tais modelos também estimula a criatividade. Ao criá-los, os alunos usam a imaginação para representar fenômenos e sistemas. Isso desenvolve habilidades de pensamento criativo e inovador. A aplicação deles não se limita apenas à matemática, como já dito antes, eles são interdisciplinares. Podendo ser usados em várias disciplinas, mostrando aos alunos a relevância da matemática em diversas áreas do conhecimento.

A preparação para a vida profissional é outra vantagem. Muitas carreiras exigem a capacidade de entender e usar modelos matemáticos. Portanto, discutir isso na educação básica, prepara os alunos para enfrentar desafios no mercado de trabalho. Além disso, trabalhar com tais modelos desenvolve habilidades analíticas sólidas. Isso inclui coletar dados, interpretar resultados, fazer previsões e tirar conclusões - habilidades que são úteis em muitos aspectos da vida.

Por fim, os modelos matemáticos promovem uma compreensão profunda de conceitos. Eles vão além da memorização de fórmulas, incentivando a verdadeira compreensão e aplicação dos princípios matemáticos, capacitam os alunos a pensar criticamente, resolver problemas complexos e preparar-se para um mundo onde a matemática desempenha um papel cada vez mais importante em diversas áreas da vida e da carreira.

## 2.3 Métodos de pesquisa

Quanto à finalidade, foi empregado o método da pesquisa experimental, que é uma metodologia fundamental em diversas áreas do conhecimento, permitindo a investigação, compreensão e aplicação de princípios e teorias em contextos do mundo real, de acordo com (SILVEIRA.et al), “É toda pesquisa que envolve algum tipo de experimento”, logo essa abordagem envolve a manipulação deliberada de variáveis para avaliar suas relações e efeitos, com o objetivo de gerar evidências concretas e replicáveis. A pesquisa experimental desempenha um papel essencial no avanço da ciência e na resolução de problemas práticos.

Na Matemática, a pesquisa experimental é usada para explorar e validar teoremas e conceitos matemáticos. Por exemplo, em Teoria dos Números, os matemáticos frequentemente usam computadores para realizar experimentos numéricos que os ajudam a formular conjecturas que podem levar a descobertas teóricas. Da mesma forma, na Geometria, a pesquisa experimental é empregada para visualizar e testar hipóteses, auxiliando na formulação de teoremas e provas. Na Modelagem Matemática, a pesquisa experimental é uma ferramenta essencial para o pesquisador, pois a Modelagem Matemática envolve a criação de modelos matemáticos que representam sistemas do mundo real, e a pesquisa experimental é usada para testar e validar esses modelos. Em exemplificação disso, vem a abordagem em questão, onde realizamos experimentos com coletas de dados reais e compará-los com os resultados previstos pelos modelos matemáticos desenvolvidos a partir da ideia de Newton. Dessa maneira, permitindo ajustar e aprimorar tal modelo, tornando-o mais preciso e útil para prever comportamentos cotidianos. Logo, é representado tal ideia em:

Neste tipo de estudo, o pesquisador participa ativamente na condução do fenômeno, processo ou do fato avaliado, isto é, ele atua na causa, modificando-a, e avalia as mudanças no desfecho. Neste tipo de pesquisa, o investigador seleciona as variáveis que serão estudadas, define a forma de controle sobre elas e observa os efeitos sobre o objeto de estudo, em condições pré-estabelecidas. (SILVEIRA, CÓRDOVA, 2009, p.35)

Em resumo, a pesquisa experimental desempenha um papel essencial na Matemática e na Modelagem Matemática. Ela ajuda a validar teorias, aprimorar modelos matemáticos, resolver problemas práticos e tomar decisões informadas em

uma ampla gama de disciplinas. A combinação de rigor matemático com abordagens experimentais é fundamental para o progresso e a aplicação bem-sucedida da Matemática no mundo real.

### 3 TEORIA DA LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON

A lei do Resfriamento de Newton é um princípio fundamental na física que descreve como a temperatura de um objeto muda ao longo do tempo quando está em contato com um meio ambiente com temperatura diferente. Essa lei é uma das primeiras tentativas de modelar matematicamente o processo de resfriamento ou aquecimento de um objeto em um ambiente qualquer.

Essa lei foi formulada pelo físico e matemático Isaac Newton no século XVII. Ele postulou que a taxa de variação da temperatura de um corpo é diretamente proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura ambiente. Matematicamente, isso pode ser expresso por:

$$dT/dt = -k(T - T_a)$$

onde  $dT/dt$  é a taxa de variação da temperatura com o tempo;  $T$  é a temperatura do corpo;  $T_a$  é a temperatura ambiente e  $(-k)$  é uma constante de proporcionalidade que depende das propriedades do objeto e do meio ambiente.

Ela é comum ser estudada tanto na Física como Matemática, mas também tem sido utilizada em uma variedade de campos, como, desde a engenharia até a Biologia. Embora essa lei seja uma aproximação útil para muitos cenários, tem algumas limitações. Não considera fatores como a transferência de calor por convecção ou radiação, e também presume que a constante  $k$  é constante ao longo do tempo, o que pode não ser verdade para todos os objetos em todos os ambientes. Modelos mais complexos, como a Equação do Calor, são usados quando maior precisão é necessária. Mas, embora tenha suas limitações, essa lei é a abordagem mais usada para descrever o resfriamento em diversos contextos.

Nos dois primeiros trabalhos em questão, usamos os princípios desta lei em situações diferentes, que foi o estudo da taxa de energia corporal, e na observação da simulação do aquecimento e resfriamento de camisas com cores diferentes. Os embasamentos sobre a teoria, resultaram nas influências práticas, onde buscamos experimentos que pudessem responder às dúvidas abordadas nas pesquisas.

### 3.1 Encontro da Modelagem Matemática com a Lei Newtoniana

A junção da Lei do Resfriamento de Newton com a Modelagem Matemática é uma interseção importante que combina os princípios físicos contidos na lei, com a estrutura matemática da modelagem. A modelagem matemática é uma abordagem que utiliza equações e modelos para representar situações do mundo real, permitindo a análise, previsão e compreensão de fenômenos complexos. A Lei do Resfriamento de Newton é um exemplo clássico de um fenômeno que pode ser modelado matematicamente.

A modelagem matemática pode ser usada para derivar a própria Lei do Resfriamento de Newton, partindo dos princípios físicos básicos e construindo um modelo que descreve a taxa de variação da temperatura de um objeto em relação à temperatura ambiente. Essa abordagem pode envolver a resolução de equações diferenciais que descrevem o processo de resfriamento com base nas taxas de transferência de calor. Além disso, a modelagem matemática pode ser usada para estender a Lei do Resfriamento de Newton e adaptá-la a situações mais complexas. Por exemplo, a lei original presume uma constante de proporcionalidade  $k$  que não varia, mas em algumas situações reais, essa constante pode mudar com o tempo ou com outras variáveis. A modelagem matemática permite a inclusão dessas nuances, levando a equações diferenciais mais complexas ou sistemas de equações que melhor representam a situação real.

Em resumo, a temática da Lei do Resfriamento de Newton sob a perspectiva da abordagem de modelagem matemática permite uma compreensão mais profunda e precisa do processo de resfriamento de objetos em diferentes contextos. Através da modelagem, é possível explorar variações da lei original, como é destacado por Bassanezi (2002) que na ciência contemporânea, a evolução e a validação de teorias muitas vezes dependem da aplicação cuidadosa e planejada de experimentos, sendo a consistência dessas teorias frequentemente vinculada à linguagem matemática utilizada. Portanto, considerar condições mais realistas e realizar previsões quantitativas detalhadas, torna essa interseção uma ferramenta valiosa para a análise e aplicação prática em uma variedade de campos da ciência.

### 3.2 Experimentos e aplicações

Para os estudos e experimentos feitos nesta pesquisa, ocorreram no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática - LEMM, Campus Universitário de Castanhal (UFPA), na qual com toda sua infraestrutura e instalações nos permitiu aprofundar-se de forma mais apropriada dos resultados experimentais e ideias desenvolvidas neste portfólio. Outras produções acadêmicas realizadas nesse espaço estão descritas na Tabela 1:

Tabela 1: Trabalhos desenvolvidos e colaborados.

TÍTULO	AUTOR (ES)	EVENTO/LOCAL
DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL.	<u>Jamile Fernandes</u> ; David Soares; Roberta Braga e Renato Germano.	XIII EPAEM e V SPD MAT, 05 a 07 de outubro de 2022, Belém – PA.
MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE ARDUINO EM UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL EM FUNÇÃO DA COR DO OBJETO.	<u>Jamile Fernandes</u> ; Carlos Eduardo; Anna Alice; David Soares; Roberta Braga e Renato Germano.	VIII EPAMM, 17 a 18 de novembro de 2023, Breves – PA
MATEMÁTICA DE JOHN NAPIER: O ENSINO CONTEXTUALIZADO DOS LOGARITMOS.	<u>Jamile Fernandes</u> ; David Soares; Roberta Braga e Renato Germano.	IX CONEDU. 12 a 14 de outubro de 2023, João Pessoa - PB.
INVESTIGANDO A RELAÇÃO ENTRE AQUECIMENTO DE CARRO E SUA COR: UMA ANÁLISE ESTATÍSTICA E LEI NEWTONIANA.	<u>Jamile Fernandes</u> ; David Soares e Renato Germano.	34° CBM. 24 a 28 de julho de 2023, Rio de Janeiro - RJ.
RANDOM FUNCTIONS BASED ON NORMAL NUMBERS.	Nildsen Silva; David Soares e <u>Jamile Fernandes</u> .	34° CBM. 24 a 28 de julho de 2023, Rio de Janeiro - RJ.
MODELAGEM MATEMÁTICA NA DIFERENÇA DE TEMPERATURA CORPORAL ENTRE HOMENS E MULHERES.	David Soares; <u>Jamile Fernandes</u> ; Roberta Braga e Renato Germano.	VIII EPAMM, 17 a 18 de novembro de 2023, Breves – PA.
MODELANDO O CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA DE UM AR-CONDICIONADO ATRAVÉS DE SUA ÁGUA EXPELIDA.	David Soares; <u>Jamile Fernandes</u> ; Renato Germano e Roberta Braga.	XIII EPAEM e V SPD MAT, 05 a 07 de outubro de 2022, Belém – PA.

GEOGEBRA 3D E MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.	David Soares; <u>Jamile Fernandes</u> ; Antonio Italo e Roberta Braga.	IX CONEDU. 12 a 14 de outubro de 2023, João Pessoa - PB.
EXPLORANDO O USO DE TDICS NO ENSINO DA MATEMÁTICA.	Carlos Eduardo; Anna Alice; <u>Jamile Fernandes</u> e Roberta Braga.	IX CONEDU. 12 a 14 de outubro de 2023, João Pessoa - PB.
ENSINO DA ARITMÉTICA COM USO DE JOGOS PARA ESTUDANTES COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA (TEA).	Anna Alice; Carlos Eduardo; <u>Jamile Fernandes</u> e Roberta Braga.	IX CONEDU. 12 a 14 de outubro de 2023, João Pessoa - PB.

Fonte: Autora, 2023.

Ao utilizar o LEMM para pesquisas experimentais, obtivemos uma base mais sólida para as nossas investigações acerca dos experimentos que envolveram as análises matemáticas complexas e modelagem, pois com todos seus instrumentos de medição precisa e recursos tecnológicos de pesquisa (softwares), foram a base fundamental para que a parte matemática e experimental fizesse sentido para a pesquisa em estudo.

Vale observar também, que o laboratório não é só base para pesquisas experimentais, ele é um ambiente acolhedor para diversas fontes de estudos, os alunos o buscam não apenas pelos seus equipamentos tecnológicos, mas sim pelo espaço educativo e adequado que ele oferece.

#### 4 MATEMÁTICA CONTEXTUALIZADA

A Matemática que vemos hoje teve uma história e pode ser bem diferente de como era na sua criação inicial. Ela contextualizada é uma abordagem pedagógica que busca integrar os conceitos matemáticos ao contexto real e aplicado. Ao invés de apresentar fórmulas e procedimentos abstratos de maneira isolada, essa metodologia visa conectar a matemática à vida cotidiana, tornando-a mais relevante e compreensível para os alunos.

Além disso, essa abordagem contribui para que os estudantes percebam a presença da matemática em sua forma original, como é o caso do artigo dos Logaritmos, em que exploramos sua origem e como eles eram aplicados. Isso amplia

a visão dos alunos sobre a utilidade e a versatilidade da matemática, transcendendo a ideia de que ela é apenas uma disciplina acadêmica abstrata. Contextualizando-a, podemos criar uma ponte entre a teoria e a prática, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos.

## **5 DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL**

Assumimos que a Modelagem Matemática permite aos alunos modelar matematicamente situações do seu próprio cotidiano ou até mesmo a partir de questionamentos externos da vida que o cerca e ao gostar, tende a procurar sobre. Neste sentido, o processo de Modelagem Matemática na sala de aula constitui uma metodologia que propicia um espaço de aprendizagem, desta forma, permite que os sujeitos interajam motivados por um tema de investigação, com o objetivo de solucionar coletivamente situações da vida real.

Nesse viés, na primeira produção acadêmica, a proposta foi um experimento com o intuito de ilustrar uma aplicação no ensino de conversão de temperaturas e estudos de medidas de áreas e volume. Para tal no contexto do LEMM, objetivamos propositivamente investigar a taxa de perda de energia corporal em diferentes tamanhos de corpos, para o experimento foi utilizado béqueres, termômetros e água em alta temperatura, e o objetivo central deste estudo foi analisar o porquê as crianças morrem mais rapidamente que adultos nos casos de hipotermia ou hipertermia. Desta forma, foi pensado em uma proposta de atividade para Educação Básica que pudesse despertar o interesse do aluno para os conteúdos citados anteriormente. Essa produção acadêmica foi apresentada no formato pôster no XIII EPAEM, entre os dias 05 a 07 de outubro de 2022, que teve como tema - Ensino de Matemática: Múltiplos diálogos com a Educação Básica.

## **6 MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE ARDUINO EM UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL EM FUNÇÃO DA COR DO OBJETO**

A segunda produção acadêmica marcou presença no VIII EPAMM - Encontro Paraense de Modelagem Matemática, realizado em Breves - PA, nos dias 17 e 18 de novembro de 2023, constituindo-se como uma extensão natural da pesquisa

previamente abordada. Nessa etapa, decidimos focar nossos esforços no estudo da relação entre a perda de energia e a coloração de objetos, explorando as nuances desse fenômeno por meio de experimentos práticos. Para enriquecer o rigor metodológico, optamos pelo uso do Arduino, uma ferramenta versátil para medições precisas. Essa escolha visou aprimorar a qualidade dos resultados obtidos, proporcionando uma análise mais minuciosa das variáveis em questão. Para o experimento, utilizamos duas latinhas metálicas, uma delas pintada de preto e a outra de branco, ambas preenchidas com água quente. O principal objetivo desse estudo era responder a uma indagação comum no cotidiano: "Porque camisas pretas tendem a aquecer mais do que as de cores mais claras?"

A aplicação do Arduino como instrumento de medição permitiu uma coleta de dados mais precisa, possibilitando uma análise mais aprofundada das variações de temperatura entre as diferentes cores. Essa abordagem técnica trouxe uma nova dimensão ao estudo, permitindo-nos não apenas observar as diferenças superficiais, mas também compreender os processos físicos subjacentes.

Em síntese, a segunda produção acadêmica representou um passo significativo na continuidade da pesquisa, expandindo a pesquisa por meio de experimentos práticos e avançados. A utilização do Arduino como ferramenta de medição elevou o rigor científico do estudo, permitindo uma análise mais precisa e abrangente das relações entre a coloração de objetos e a perda de energia, contribuindo assim para o avanço do conhecimento na área de Modelagem Matemática.

## **7 MATEMÁTICA DE JOHN NAPIER: O ENSINO CONTEXTUALIZADO DOS LOGARITMOS**

Na terceira fase da nossa pesquisa, empenhamo-nos em realizar um estudo mais abrangente e contextualizado. Propomos uma pesquisa onde nos aprofundamos em buscar a origem e como era passada a ideia dos logaritmos, pois esse tópico surgiu como uma ferramenta essencial para simplificar cálculos complexos, especialmente utilizada pelos marinheiros do século passado. John Napier, seu criador, desenvolveu as Tábuas Logarítmicas para facilitar esses cálculos, proporcionando uma visão valiosa sobre a evolução histórica dessa técnica. No intuito de tornar essas técnicas acessíveis à educação contemporânea, este artigo foi

detalhadamente pensado e elaborado. Apresentamos os resultados e conclusões desta pesquisa durante a participação no IV CONEDU - Congresso Nacional de Educação, realizado na cidade de João Pessoa - PB, de 12 a 14 de Outubro de 2023.

Vale ressaltar que a execução dessa pesquisa foi com o suporte do LEMM, que disponibilizou recursos como computadores equipados com softwares essenciais. Essa infraestrutura contribuiu significativamente para a obtenção de nossos resultados, fortalecendo o rigor da nossa análise. Em síntese, a terceira produção representou um avanço significativo para o estudo e ensino desse conteúdo de grande importância para a Matemática, pois trazê-la para o contexto educacional atual permite uma compreensão mais enriquecedora.

## **8 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Com sua abordagem inovadora desafiando métodos tradicionais, instigando a experimentação pedagógica e aprimoramento contínuo, a Matemática se torna essencial na construção da identidade profissional do professor. Ao adaptar-se às necessidades dos alunos, essa prática incentiva uma instrução personalizada, moldando uma identidade profissional mais sensível e inclusiva. O estímulo ao pensamento crítico, ao resolver problemas do mundo real, não apenas beneficia os alunos, mas também desafia os professores a aprimorar suas próprias habilidades analíticas. A integração eficaz entre teoria e prática consolida a identidade profissional, proporcionando uma ponte entre conceitos abstratos e aplicação concreta. Em resumo, a Modelagem Matemática em conjunto com a historização não apenas transforma a experiência de aprendizagem, mas também fortalece e molda uma identidade profissional mais flexível, inovadora e envolvida.

Portanto, neste texto foi abordado a Matemática, através de Experimentos e Contextualização, para o Ensino-Aprendizagem de assuntos importantes da Matemática, em especial os abordados foram a Lei Newtoniana de Resfriamento e Logaritmos. A metodologia abordada é acessível e interessante para o ensino da matemática. Portanto, é de suma importância para despertar o interesse dos alunos, apesar de que muitos professores do Ensino Tradicional não adotaram a Modelagem Matemática para ensinar os conteúdos matemáticos, dito isso, percebe-se que é necessário divulgar ainda mais a Modelagem Matemática e experimentos como

metodologia viável para o Ensino de Matemática. Neste contexto, mostra-se a importância também da dinâmica de histórias de conteúdos matemáticos no ambiente escolar, pois muitos estudantes precisam experimentar de maneira dinâmica, interativa e significativa a matemática. Além disso, se trabalhada de maneira adequada, pode desenvolver no aluno o pensamento crítico, além de mostrar a aplicabilidade da matemática, no caso de experimentos que são aplicados no dia a dia com a Lei do Resfriamento de Newton.

## 9 REFERÊNCIAS

- BARBOSA, A; CANDAU, V. *Educação escolar e cultura(s): construindo caminhos*. 2003. Disponível em: [scielo.br/j/rbedu/a/99YrW4ny4PzcYnSpVPvQMYk/?format=pdf](https://scielo.br/j/rbedu/a/99YrW4ny4PzcYnSpVPvQMYk/?format=pdf).
- BASSANEZI, C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 4 edição. São paulo: Contexto, 2002.
- Darroz, Luiz. (2018). **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. Revista Espaço Pedagógico. 25. 576-580. 10.5335/rep.v25i2.8180.
- D'Ambrósio, U. **Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação Matemática**. 6 edição. Campinas: Ed. Summus, 1986.
- BASSANEZI, R.C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**. 3.ed. São Paulo:Contexto, 2011.
- BRAGA, R; GOMES, E OLIVEIRA; A. **Modelagem matemática: re/construção de perspectivas**. Edição 1. Belém: RFB, 2022.
- MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagens**, EPU, São Paulo, 1995.SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa científica. **Métodos de pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 33-44, 2009.**

## **APÊNDICE**

**APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL. (p. 26)**

**APÊNDICE B – MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE ARDUINO EM UMA ATIVIDADE EXPERIMENTAL DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL EM FUNÇÃO DA COR DO OBJETO. (p. 30)**

**APÊNDICE C – MATEMÁTICA DE JHON NAPIER: O ENSINO CONTEXTUALIZADO DOS LOGARITMOS. (p. 36)**

# DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE PERDA DE ENERGIA CORPORAL

*Jamile Fernandes*

*Faculdade de Matemática da UFPA, Campus Castanhal  
jamillyf640@gmail.com*

*David Soares*

*Faculdade de Matemática da UFPA, Campus Castanhal  
davidgsoares2050@gmail.com*

*Renato Germano*

*Faculdade de Matemática da UFPA, Campus Castanhal  
rgermano@ufpa.br*

*Roberta Braga*

*Faculdade de Matemática da UFPA, Campus Castanhal  
robertabraga@ufpa.br*

## RESUMO

O processo de Modelagem Matemática pode ser uma forma de motivar estudantes para o aprendizado de Matemática no Ensino Básico. Assim, trazer assuntos interessantes do mundo real para a sala de aula torna as aulas mais atraentes e envolve os estudantes. Dentre as possíveis possibilidades de realizar a modelagem matemática é através da experimentação. Assim, ao contextualizar Hipertermia e Hipotermia no âmbito do Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), objetivamos com esse trabalho determinar experimentalmente a taxa de perda de energia em função do tamanho do corpo. Nossos resultados estão de acordo com o que foi observado considerando a taxa de metabolismo animal.

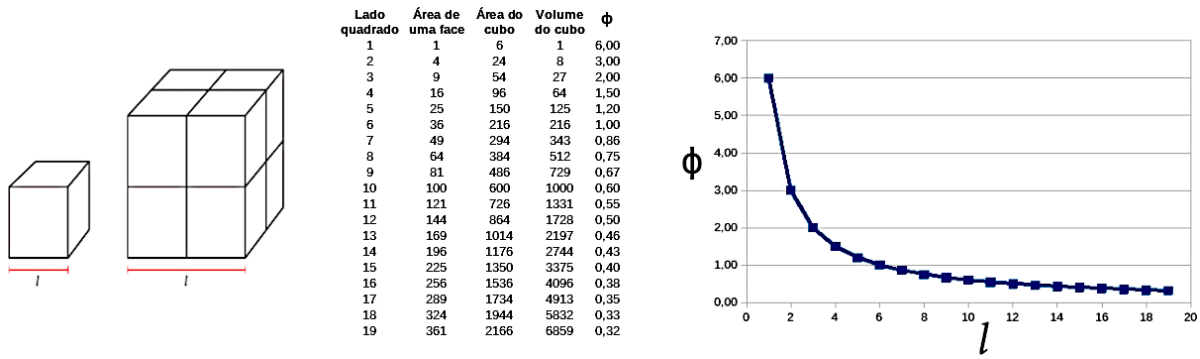
**Palavras-chave:** Hipertermia; Hipotermia; LEMM; Modelagem Matemática.

## 1. Introdução

A taxa de perda de energia, e conseqüentemente de fluidos, de um corpo é proporcional à sua área superficial. E a quantidade de energia, e de fluidos, num dado momento, é proporcional ao seu volume. Um fator crítico no estudo da taxa de perda de energia, ou fluidos, de um corpo é a razão área da superfície/volume do corpo, que denotaremos de  $\phi$ . Essa razão tem conseqüências na morfogênese bacterial (HARRIS, THARIOT, 2018). Para notarmos o comportamento deste fator crítico,

vamos considerar blocos compostos de um mesmo material, mas de diferentes dimensões, como na figura 01.

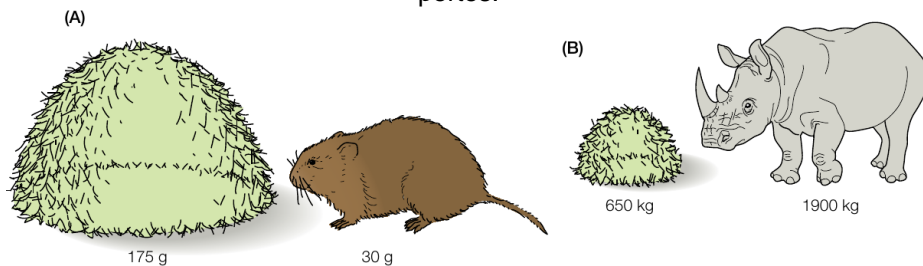
Figura 1: comportamento da razão crítica  $\phi$  para diferentes valores de  $l$ .



Fontes: autores.

Desta forma notamos que animais de pequeno porte possuem valores de  $\phi$  maiores do que animais de grande porte. Por exemplo, o valor de  $\phi$  para um rato é maior do que um elefante, por consequência a taxa de perda de energia, ou de fluido, para um rato é maior do que para um elefante. Desta forma, animais de pequeno porte precisam uma quantidade de alimentos considerável em razão de seu peso corporal (maior metabolismo). Como vemos na figura 02, em que estão representados a quantidade de alimentos consumidos numa semana de dois animais de diferentes portes.

Figura 2: quantidade de alimentos comparados com a massa corporal de dois animais de diferentes portes.



Fonte: figura adaptada de Hill, R. W., Wyse, G. A., Anderson, M. Animal physiology 4a ed., Sinauer Associates, 2016. Figura 7.6.

Desta forma, nota-se que animais que possuem maior valor de  $\phi$  possuem maior metabolismo para compensar, entre outros fatores, a perda de energia causada devido à razão entre sua área superficial e seu volume corporal.

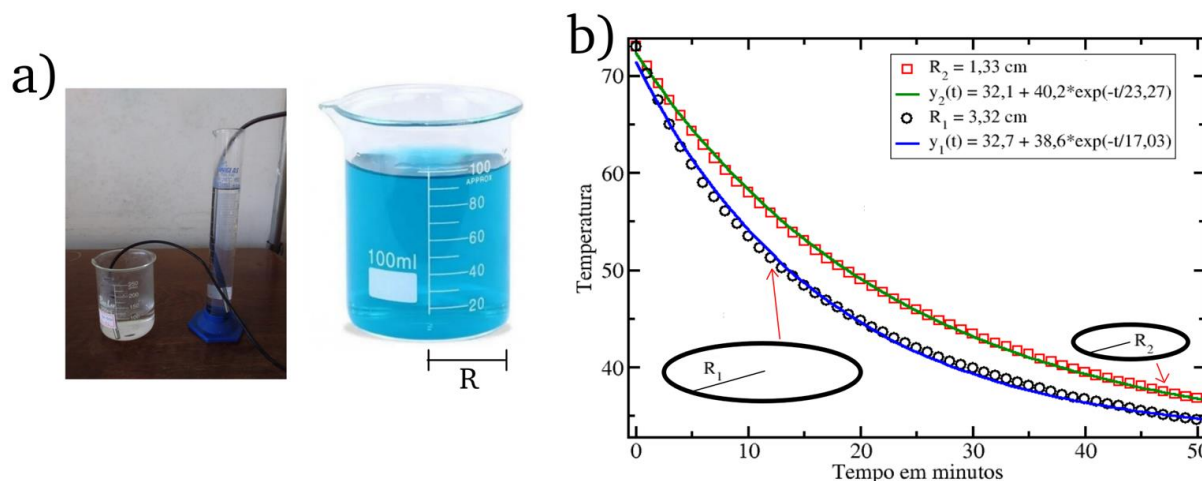
Uma consequência deste fenômeno é que crianças podem sofrer hipertermia (ou hipotermia) mais facilmente que adultos. O que explica o grande risco de deixar crianças trancadas dentro de carros fechados, o que pode levar a morte devido à perda de fluidos causando desidratação.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho é determinar experimentalmente a taxa de perda de energia  $\phi$  em função do tamanho do corpo. Realizamos os experimentos no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática – LEMM da Faculdade de Matemática da UFPA, Campus Castanhal.

## 2. Procedimento experimental

Para simularmos a taxa de perda de energia de dois corpos de diferentes tamanhos, utilizamos dois béqueres de diferentes dimensões. Foi adicionado o mesmo volume de água em cada (100 ml), em alta temperatura. Utilizamos a placa Arduino e dois sensores digitais de temperatura e realizamos as medidas a cada minuto, no intervalo de 50 minutos, figura 03.

Figura 3: Aparato experimental em a) e resultados experimentais em b).



Fonte: autores.

## 3. Resultados e discussões

A principal perda de energia se dá pela superfície do líquido e como cada recipiente possui diâmetro diferente, pois o vidro é um bom isolante térmico, então a taxa de perda de energia será diferente para cada recipiente. Esse fato pode ser constatado na Figura 3b, pois o vemos que, quem possui a maior área de superfície

livre do líquido (R1, no nosso caso) apresenta um decréscimo mais acentuado na função exponencial. Para fitarmos as funções supomos que o esfriamento segue a Lei do Resfriamento de Newton (ZILL, 2016), logo os valores encontrados para as razões críticas foram:

$$\phi_1 = \frac{\pi R_1^2}{Volume} = 34,6 \text{ e } \phi_2 = \frac{\pi R_2^2}{Volume} = 5,6.$$

A título de ilustração podemos dizer que  $\phi_1$  corresponde ao animal de pequeno porte (rato) e  $\phi_2$  corresponde ao animal de grande porte (rinoceronte). Portanto, o animal que possui maior valor de  $\phi$  perde energia mais rapidamente, por esse motivo que crianças podem sofrer de hipertermia (ou hipotermia) mais facilmente que um adulto.

#### 4. Considerações Finais

Neste trabalho, objetivamos determinar a taxa de perda de energia dos corpos em função do tamanho do corpo. Depois da realização do experimento foi possível determinar esta taxa e notamos que a mesma se comporta como a razão crítica  $\phi$ , isto é, para maiores valores de  $\phi$  maior é a perda de energia ou fluidos de um corpo. Esses resultados correspondem a um estudo preliminar e que em trabalhos futuros pretendemos estudar a taxa de perda de energia também como função da cor e do material do recipiente.

#### 5. Referências

ARDUINO. Disponível em: <https://www.arduino.cc/>. Acesso em: agosto. 2022.

BRAGA, R. M. Um bolo de caneca e cálculo diferencial e integral: modelagem matemática como um sistema de aprendizagem. In: Braga, R.M.; SOUZA, E. G.; ESPÍRITO SANTO, A. O. do. *Modelagem matemática: re/construção de perspectivas*. Belém: RFB, 2022.

HARRIS, L. K. e THARIOT, J. A. *Surface Area to Volume Ratio: A Natural Variable for Bacterial Morphogenesis*, *Trends in Microbiology*, Vol. 26, No. 10, 2018.

HILL, R. W., WYSE, G. A., ANDERSON, M. *Animal physiology*. 4a ed., Sinauer Associates, 2016.

ZILL, D. G. *Equações diferenciais com aplicações em modelagem*. 3a ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

## Modelagem Matemática e o uso de Arduino em uma atividade experimental de perda de energia corporal em função da cor do objeto

Jamile Fernandes  
Faculdade de Matemática da UFPA, *Campus* Castanhal  
[Jamillyf640@gmail.com](mailto:Jamillyf640@gmail.com)

David Soares  
Faculdade de Matemática da UFPA, *Campus* Castanhal  
[davidgsoares2050@gmail.com](mailto:davidgsoares2050@gmail.com)

Renato Germano  
Faculdade de Matemática da UFPA, *Campus* Castanhal  
[rgermano@ufpa.br](mailto:rgermano@ufpa.br)

Roberta Modesto Braga  
Faculdade de Matemática da UFPA, *Campus* Castanhal  
[robertabraga@ufpa.br](mailto:robertabraga@ufpa.br)

### RESUMO

A Modelagem Matemática é uma maneira muito recorrente de se modelar questões do cotidiano com o objetivo de trabalhar e repassar alguns conceitos básicos da matemática. Dentro desse contexto, foi pensado em modelarmos matematicamente o porquê a cor (exemplo: branca e preta) de objetos quaisquer pode influenciar na perda de energia corporal, usando a Lei de Resfriamento de Newton. Nesse viés, foi realizado um experimento no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), onde objetivamos discutir a partir de um estudo experimental a taxa de perda de energia corporal em função da cor do objeto, cujo fenômeno é recorrente no dia a dia, em que surge perguntas do tipo: “Por que a roupa preta esquenta mais?”

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática; LEMM, Lei do Resfriamento de Newton.

### INTRODUÇÃO

(Meyer; Caldeira e Malheiros,2011) apontam a Modelagem Matemática como uma tendência da Educação Matemática por exercer uma grande influência em despertar a curiosidade e interesse para se buscar métodos de resolução de coisas complexas para algo mais simples de se lidar, sair um pouco da forma “tradicional” de se ensinar matemática. No entanto, entendemos que a Modelagem vem se consolidando como um campo de pesquisa, na medida em que a busca por respostas a partir do processo de Modelagem Matemática ganha destaque nos mais variados níveis e modalidades de ensino.

De forma mais dinâmica e didática, este artigo voltado para o ensino superior, estudou a variação de perda de energia de um indivíduo ou objeto em função da sua cor, apropriando-se dos conceitos da Lei do Resfriamento de Newton onde enfatiza que

resfriamento de um corpo vai ser proporcional entre a diferença da temperatura do corpo pela do objeto em questão.

Fenômenos recorrentes no dia a dia podem ser um trampolim para se discutir teorias e ferramentas matemáticas em sala de aula. Dessa assertiva é que a motivação primeira do estudo experimental partiu do questionamento “Por que a roupa preta esquenta mais?”, como forma de discutir a taxa de perda de energia.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Para realizarmos tal experimento, utilizamos duas latas de refrigerantes metálicas. Para simularmos a questão da cor, uma lata foi pintada de preto e outra de branco, como mostra a figura 1A, em seguida foi adicionado água em alta temperatura em ambas. Utilizamos a placa Arduino e dois sensores digitais de temperatura, para medirmos a variância de temperatura em questão. Uma vez organizado todos os dispositivos, foi tomado nota dos dados em um intervalo de tempo de 2h. Todos os gráficos e ajustes de curvas foram feitos no *software* livre Grace do Linux (Grace, 2022).

Figura 1A: Latas após serem pintadas



Fonte: Autores, 2022.

Figura 1B: aparato experimental com o Arduino

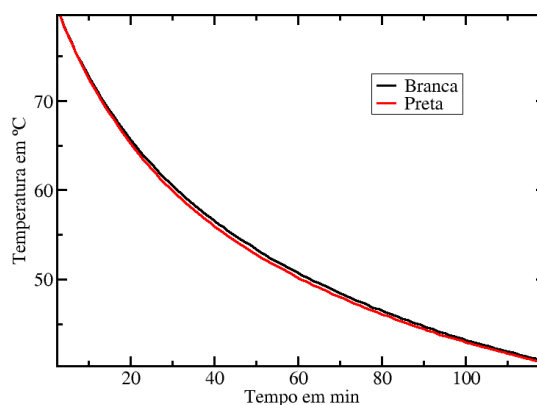


## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Depois da coleta dos dados, foi analisado como deveria ser usado as informações obtidas naquele momento. Então, primeiro foi feito o gráfico para observar o comportamento da variação da temperatura para ambas as cores das latinhas.

Os resultados após a coleta dos dados experimentais estão representados na Figura 2.

Figura 2: Dados experimentais do resfriamento da água para as latas preta e branca.



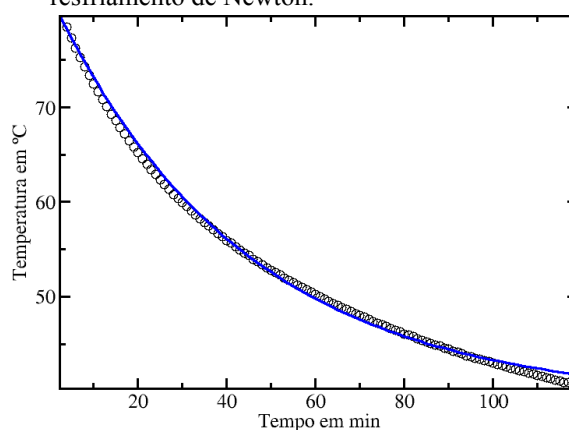
Fonte: Autores, 2022.

Numa primeira análise, tentou-se ajustar os dados experimentais à lei do Resfriamento de Newton, na forma da equação 1.

$$y(t) = y_0 + Ae^{\frac{-t}{k}} \quad \text{Eq. 1}$$

Encontrando os seguintes parâmetros:  $A = 43$ ,  $y_0 = 39$  e  $k_p = 45,933$ , que é apresentado na Figura 3.

Figura 3: Ajuste dos dados experimentais à lei do resfriamento de Newton.



Fonte: Autores, 2022.

Do gráfico 3, é possível notar uma discrepância entre os dados e o ajuste através de uma função exponencial, que é a solução da lei do Resfriamento de Newton. Portanto, a fim de encontramos a melhor função que se ajusta aos dados, realizamos uma busca exploratória e encontramos que a função logística é a que melhor descreve o comportamento observado. A forma funcional da função logística usada é dada pela equação 2.

$$y(t) = A_2 + \frac{(A_1 - A_2)}{\left(1 + \left(\frac{t}{t_0}\right)^p\right)}, \quad \text{Eq. 2}$$

Onde encontramos, da equação 2, os parâmetros descritos na tabela 1.

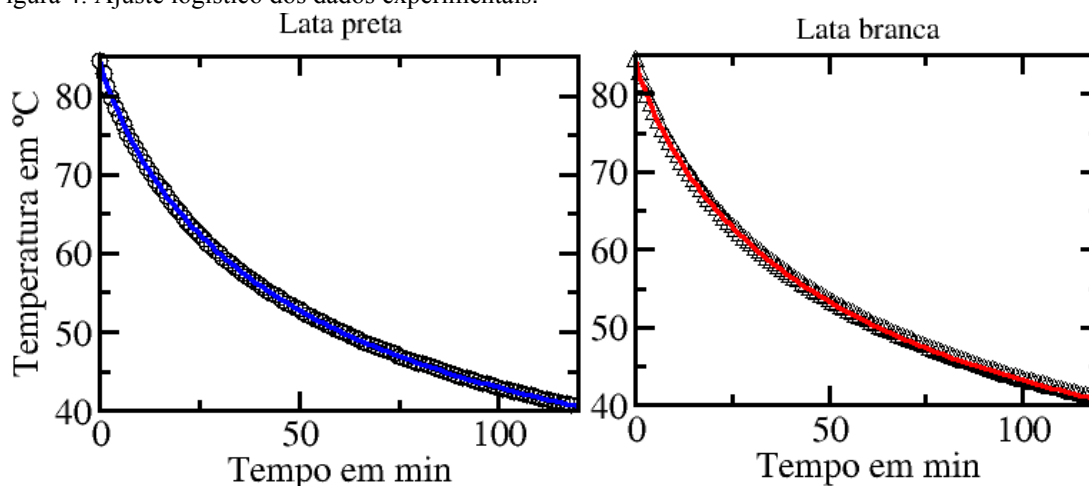
Tabela 1: Parâmetros equação 2 para as latas branca e preta.

Para a lata preta	Para a lata branca
$A_1 = 84,58$	$A_1 = 84,385$
$A_2 = 18,795$	$A_2 = 16,002$
$p_{\text{preta}} = 0,8796$	$p_{\text{branca}} = 0,8617$
$t_0 = 54$	$t_0 = 62$

Fonte: Autores, 2022

O comportamento gráfico é visto na Figura 4.

Figura 4: Ajuste logístico dos dados experimentais.



Fonte: Autores, 2022.

Para compararmos as taxas de resfriamentos entre as duas latas, utilizamos os expoentes  $p$  da função logística, isto é,  $p_{\text{branca}} = 0,8617$  e  $p_{\text{preta}} = 0,8796$  o que nos deu uma variação de 2,1% na taxa de resfriamento da lata preta para a lata branca. Desta

forma, podemos quantificar o quanto varia a perda de energia de um corpo de acordo com a cor deste corpo. Retornando ao caso da perda de energia corporal, observamos que há diferença da taxa de variação de temperatura em função da cor, por exemplo, da camiseta que uma pessoa usa ou da cor do corpo (para animais com pelagens de diferentes cores). Assim, além da razão entre o volume e da área corporal deve-se levar em consideração a cor do corpo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, onde objetivamos trabalhar experimentalmente a taxa de perda de energia corporal em função da cor do objeto, que através da tese usada sobre a Lei de Resfriamento de Newton concluímos que o comportamento da variância de temperatura tem relação sim em função da variável cor, o que acabou justificando que as camisetas pretas esquentam e resfriam de maneira mais acentuada que as outras cores, teoria provada na hora do despejo da água nas latinhas e no desenvolver da teoria de Newton.

No texto demonstramos o processo de Modelagem Matemática a partir do estudo experimental da taxa de perda de energia corporal em função da cor do objeto. Processo esse que pode em sala de aula ser conduzido por etapas, como as sugeridas por Bassanezi (2012): a) Escolha do tema, nesse caso a perda de energia; b) Coleta de dados, nesse caso usamos esquema com Arduino para coleta dos dados experimentais; c) Análise de dados e formulação de modelos, que buscamos modelos matemáticos adequados ao nosso dado experimental e d) Validação.

Ao realizar esse percurso supracitado fica evidente o potencial do uso das tecnologias nos encaminhamentos com Modelagem Matemática. Em se tratando do tema investigado, em trabalhos futuros pretendemos investigar a relação entre perda de energia corporal (variação da temperatura) e a cor do corpo, isto é, determinar a relação funcional (caso haja) entre a taxa de variação da temperatura em função do comprimento de onda da cor do corpo. Para isso utilizaremos latas de cores variadas.

## REFERÊNCIAS

ZILL, Dennis G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. Tradução Márcio koji Umezawa; Revisão Ricardo Miranda Martins, Juliana Gaiba Oliveira. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

GRACE, Development Team, <https://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/>. Acesso em 5 nov. 2022.

ARDUINO. Disponível em: <https://www.arduino.cc/>. Acesso em: agosto. 2022



## MATEMÁTICA DE JOHN NAPIER: O ENSINO CONTEXTUALIZADO DOS LOGARITMOS.

Jamile Corrêa Fernandes <sup>1</sup>  
Carlos Eduardo Almeida Santos <sup>2</sup>  
Anna Alice Castro de Mendonça <sup>3</sup>  
David Gomes Soares <sup>4</sup>  
Roberta Modesto Braga <sup>5</sup>

### INTRODUÇÃO

Sabe-se que, a Matemática, por vezes pode ser interpretada como uma ciência complexa. Por meio deste artigo, vamos acentuar sua história e as contribuições de um matemático importantíssimo para o desenvolvimento da mesma, John Napier. Os conceitos criados por Napier vão ser abordados ao longo deste texto. Objetivando levar o contexto da história de conteúdos matemáticos, como os Logaritmos, para a sala de aula.

A evolução da matemática ao longo do tempo reflete-se nas transformações de seus conceitos e nas abordagens de ensino. Na contemporaneidade, busca-se transmitir esse conhecimento de maneira mais didática, recorrendo à utilização de variados recursos. Nota-se, assim, uma clara distinção entre a forma como a disciplina é abordada hoje em comparação ao passado. Um exemplo disso, pode ser observado na maneira como os logaritmos são estudados, já que na sua origem eram usadas as famosas tábuas de logaritmos, também conhecido como “Ossos de Napier”.

Na obra de Havel (2014), relata que as tábuas de logaritmos foram publicadas no de 1614, ela consistia em uma tabela de duas colunas de valores, onde sua ideia central, para aquela época era de simplificação de cálculos com grandes algarismos para os marinheiros em

---

<sup>1</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará - UFPA, [jamillyf640@gmail.com](mailto:jamillyf640@gmail.com);

<sup>2</sup> Graduando do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará - UFPA, [carlosedosantos77@gmail.com](mailto:carlosedosantos77@gmail.com);

<sup>3</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará - UFPA, [annaalicemendonca16@gmail.com](mailto:annaalicemendonca16@gmail.com);

<sup>4</sup> Graduando do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará - UFPA, [davidgsoares@gmail.com](mailto:davidgsoares@gmail.com);

<sup>5</sup> Doutora pelo Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará - UFPA,, [robertabraga@ufpa.br](mailto:robertabraga@ufpa.br)



suas longas viagens a comércio, em cálculos como dias de viagens, mantimentos, quantidades de mercadorias e entre outros. Atualmente, esse conteúdo está presente em inúmeras situações, uma das mais importantes é na Escala Richter. Daí percebe-se sua importância e destacando sua origem para a sala de aula é uma questão a ser observada e debatida. Seu criador, Napier, que dedicava sua vida aos estudos, criou essa maneira de calcular usando as tábuas, na qual cada número à esquerda estava associado a um logaritmo à direita. Multiplicar dois números envolve somar seus logaritmos; o resultado é o logaritmo do produto. Para encontrar o produto, basta consultar a tabela da direita para a esquerda. Da mesma forma, dividir dois números é subtrair os logaritmos. Elevar um número a uma potência implica multiplicar o logaritmo pelo expoente. Finalmente, calcular a raiz de um número significa dividir o logaritmo pelo índice da raiz.

## **METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)**

As tábuas logarítmicas criadas por John Napier eram uma ferramenta revolucionária no campo da matemática e cálculos científicos. Sendo utilizadas para simplificar cálculos complexos de multiplicação, divisão, potenciação e extração de raízes, transformando essas operações em adições e subtrações mais simples. John Napier desenvolveu sua tabela logarítmica usando o conceito de logaritmos decimais. Ele calculou os logaritmos decimais de uma série de números, registrando os valores em sua tabela. A primeira coluna continha os números de 1 a 10 (ou 100, 1000, etc.), e a segunda coluna continha os logaritmos correspondentes. Para usar a tabela, os matemáticos procuravam o número desejado na coluna da esquerda (os números) e liam o logaritmo correspondente na coluna da direita (os logaritmos). Por exemplo, ao calcular o produto de dois números, alguém procuraria os logaritmos dos números na tabela, somaria esses logaritmos e, em seguida, encontraria o valor correspondente na tabela para obter o resultado da multiplicação.

**Figura 01:** Ilustração da Tábua criada por Napier na sua origem.



Fonte: Clubes de matemática da OBMEP, 2018.

Com os logaritmos na mão, os cálculos complexos eram transformados em adições e subtrações. Multiplicação de dois números se tornava uma adição dos logaritmos, divisão se tornava uma subtração dos logaritmos, e assim por diante. Após realizar as operações com os logaritmos, os matemáticos consultavam novamente a tabela para obter o resultado final.

Figura 02: Ilustração do processo de cálculo com as Tábuas

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

Fonte: Clubes de matemática da OBMEP, 2018.

Para o desenvolvimento das pesquisas referentes a este trabalho foram feitas pesquisas do tipo documental e bibliográfica, com a finalidade de aprofundar os conhecimentos histórico e matemático sobre de Napier e os logaritmos. As pesquisas referentes a esse trabalho, foram realizadas em plataformas digitais como Google Acadêmico, revistas online, banco de dados da CAPES.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Assim como qualquer outra disciplina, a Matemática tem toda uma história por trás de cada fórmula que são apresentadas na escola e demais lugares. Sobre essa ideia, uma das



maneiras que podem ser utilizadas para fazer com que os alunos queiram aprender e demonstram mais interesse pelos conteúdos matemáticos, seria apresentando a grande relevância que o referido assunto tem. Nesse sentido, a História da Matemática aparece como uma grande aliada, pois a sua utilização em sala de aula contribui para que o professor demonstre aos alunos a necessidade e a importância do ensino de certos conteúdos. Tal ideia é defendida por alguns estudos realizados sobre esse tema, como por exemplo, o de Fauvel e Maanen (2000):

As duas razões comumente apresentadas para a inclusão da dimensão histórica, são que a História da Matemática fornece uma oportunidade de desenvolver nossa visão do que é a Matemática; e que isso nos permite ter melhor compreensão dos conceitos e teorias. Em cada uma delas há uma sequência de desenvolvimento do conhecimento: a História da Matemática pode, primeiramente, mudar a percepção e o entendimento do próprio professor sobre a Matemática, então influenciará o modo como a Matemática é ensinada, e finalmente afeta a forma como o aluno percebe e entende a Matemática. (p.63).

Assim, a utilização da História da Matemática aparece como uma excelente abordagem pedagógica, principalmente em relação àqueles conteúdos matemáticos que exigem um grau mais elevado de compreensão, como é o caso dos logaritmos. Esse conteúdo é visto por muitos alunos como um verdadeiro pesadelo, pois se trata de um assunto que, na maioria das vezes, é apresentado de forma bastante abstrata. Nesse sentido, vale relatar que, segundo Oliveira Junior (2020):

[...] a maioria dos professores do Ensino Médio tratam os logaritmos apenas da forma apresentada pelos livros didáticos que as escolas onde trabalham adotaram, a fim de cumprirem o currículo escolar. Assim, em geral, os logaritmos acabam sendo introduzidos aos alunos de uma forma abstrata, por uma definição baseada na função exponencial, e isto acarreta uma série de dificuldades de aprendizado. (DE OLIVEIRA JUNIOR, 2020, p.2)

Desta forma, a concepção que o aluno tem sobre o logaritmo se torna rasa, fazendo com que o mesmo não veja a grande importância nele. O que não contribui para o aprendizado, pois o que lhe é demonstrado são uma de séries regras e propriedades de logaritmo que devem ser usados para resolver exercícios, sobre isso, vale ressaltar que, o uso de regras e propriedades são fundamentais para praticamente todos os conteúdos matemáticos, e o logaritmo não é uma exceção. Entretanto, se prender apenas ao uso dessas regras e propriedades torna o aprendizado bastante mecanizado, daí vem a necessidade de incluir a história ou contextualização do assunto estudado em sala.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**



Neste trabalho, exploramos a história dos logaritmos e sua relevância na educação atual. Começamos analisando sua origem histórica, destacando contribuições notáveis do matemático John Napier. Portanto, enfatizamos a necessidade de tornar o ensino dos logaritmos mais acessível e didático para os alunos atuais.

Ao unir o passado histórico dos logaritmos à sua aplicação contemporânea, preparamos os estudantes para utilizar essa ferramenta com confiança em suas futuras jornadas acadêmicas e profissionais. Portanto, enfatizamos a importância de ensinar os logaritmos de forma eficaz na sala de aula, capacitando os alunos a dominar esse conceito essencial da matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do texto foi apresentado a origem do Logaritmos através da ideia do seu criador. Os conceitos originados por John Napier foram primordiais para o bom entendimento da matemática na atualidade, com a implementação de variadas maneiras de se trabalhar com operações de muitos algarismos.

## REFERÊNCIAS

DE OLIVEIRA JUNIOR, Rogério Luiz Quintino. **Uma introdução didática aos logaritmos de Napier a partir de sua origem histórica.** Cadernos de Educação Básica, v. 5, n. 2, p. 150-169, 2020.

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. (Org.). **History in Mathematics Education: the ICMI Study.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

LEMOS, C. M. **Os Logaritmos e as suas aplicações nas ciências náuticas – um Apontamento histórico.** Boletim da SPM 66, maio, Lisboa, 2012, pp. 65-104.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática.** 1993. [285]f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 1993. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253114>. Acesso em: 10 abr. 2023.

NASCIMENTO, Maria de Fátima Gomes do. **O uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem através de artefatos históricos: uma proposta de formação continuada para professores de Matemática.** 2023. 107 p. Dissertação (Programa de



Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - (PPGECM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2023.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. **Dificuldades na aprendizagem de Matemática.** Monografia de Graduação em Matemática. São Paulo: UNASP, 2007.

SCIENCE MUSEUM. Napier's Bones cl 690. London. Disponível em: Acesso em: 01 novembro 2003.

JOHN Napier. **Clube de matemática da OBMEP: disseminando o estudo da matemática.** Disponível em: b\_John Napier – Clubes de Matemática da OBMEP. Acesso: 11/08/2018.

HAVIL, J. **John Napier: Life, Logarithms, and Legacy.** Editora da Universidade de Princeton, 2014.