



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

RODRIGO DO NASCIMENTO SOUZA

MÉTODOS DIVERSOS EM PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Castanhal – PA
2019

RODRIGO DO NASCIMENTO SOUZA

MÉTODOS DIVERSOS EM PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, campus de Castanhal, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Licenciado em Matemática, sob orientação da Profa. Dra. Roberta Modesto Braga.

Castanhal - PA
2019

RODRIGO DO NASCIMENTO SOUZA

MÉTODOS DIVERSOS EM PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática do Campus de Castanhal da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Conceito: EXCELENTE

Castanhal/PA, 09 de dezembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Roberta Modesto Braga
Presidente – Orientadora - UFPA

Profa. Dra. Kátia Liége Nunes Gonçalves
Avaliadora interna

Profa. MsC. André Alves Sobreira
Avaliador Externo - SEDUC

DEDICATÓRIA

Dedico esta monografia a minha mãe, pelo exemplo de coragem e simplicidade em suas metas, e que como muito carinho me ensinou o caminho da justiça, e aos meus colegas da faculdade que sempre me apoiaram nas horas mais difíceis da minha vida acadêmica, especialmente ao Hildimir um amigo em quem se pode confiar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a instituição UFPA por ter me dado à chance e todas as ferramentas que permitiram chegar hoje ao final desse ciclo de forma satisfatória.

Agradeço aos professores da Faculdade de Matemática pelo diálogo e aprendizado.

Agradeço a professora Roberta Modesto Braga que sempre esteve disposta em me apoiar e acreditar em mim contribuindo assim para meu aprendizado.

Agradeço aos discentes participantes do curso de Modelagem Matemática, que foram fundamentais na realização desse trabalho.

“O professor não ensina, mas arranja modos de a própria criança descobrir. Cria situações-problemas”.

Jean Piaget

*Ao infinito e além.
Toy Story*

LISTA COMPARTILHADA DE IMAGENS, FIGURAS E TABELA

Imagem 1: Imagem cartográfica do lago Ibirapuera	31
Imagem 2: Métodos de contar quadrados (Equipe A)	31
Imagem 3: Planificação da área do lago Ibirapuera no Graph (Equipe B)	32
Imagem 4: Planificação da área do lago Ibirapuera no GeoGebra (Equipe D)	32
Imagem 5: Divisão da área do lago em vários triângulos (Equipe A)	33
Imagem 6: Fórmula de Heron no Excel (Equipe A)	34
Imagem 7: “método da régua” (Equipe C)	36
Imagem 8: divisão da área do lago em quatro partes (Equipe B).....	37
Figura 1: Fórmula de Heron	34
Figura 2: Resolução da situação-problema (Equipe A)	35
Tabela 1: Resultado encontrado pelos alunos	37

RESUMO

Este trabalho apresenta resultados de uma investigação sobre o ensino de Matemática via Modelagem Matemática com uma turma de graduandos do curso de Licenciatura em Matemática. O objetivo geral da pesquisa consistiu em analisar como os graduandos percebem e se apropriam de métodos diversos para a resolução de uma mesma situação-problema. Trata-se de uma pesquisa de campo com abordagem qualitativa, para a coleta de dados adotou-se a aplicação de um questionário somado aos registros da atividade dos alunos. A experiência com a Modelagem resultou em algumas contribuições, destaca-se a Interação entre a professora, o pesquisador e os alunos durante todo o processo, motivação no processo de ensino e aprendizagem, a discussão dos conteúdos matemáticos abordados e suas correlações com a realidade, desenvolvimento da capacidade de investigação sobre situações problemas. A partir dos resultados concluiu-se que a Modelagem Matemática é uma forma para ensinar e aprender Matemática, uma vez que contribui para o ensino e aprendizagem ao mesmo tempo em que estimula habilidades para investigação.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Situação-problema; Ensino; Aprendizagem.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
CAPITULO I – CONCEITUALIZAÇÃO E SURGIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM.....	13
1.1 Modelagem na Educação Matemática.....	13
1.2 Modelo Matemático em Modelagem Matemática.....	15
1.3 As etapas em Modelagem Matemática.....	17
CAPÍTULO II. MODELAGEM MATEMÁTICA ENQUANTO PRÁTICA PEDAGÓGICA.....	21
2.1 Modelagem voltada para o ensino de Matemática.....	21
2.2 Software na educação Matemática.....	23
CAPÍTULO III. METODOLOGIA DA PESQUISA	25
3.1 Local da pesquisa e característica dos participantes.....	26
3.2 Coleta de dados e pesquisas.....	26
3.3 Análises dos dados da pesquisa.....	28
CAPÍTULO IV. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBITIDOS COM A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	29
4.1 Atividade de Modelagem Matemática.....	29
4.2 Questionário Pós-Atividade.....	37
CONSIDERAÇÕES.....	40
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41
APÊNDICES.....	43

INTRODUÇÃO

Este estudo abordou o uso da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem, o qual foi realizado com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará, campus Castanhal e Polo Curuçá. A motivação por essa modalidade de ensino deve-se às diversas possibilidades de abordagens metodológicas que um sujeito pode adotar diante de uma situação problema.

O primeiro contato com a Modelagem Matemática se deu através da oportunidade de atuar como bolsista do projeto O Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM) como um espaço de aprendizagem, no qual tive o primeiro contato com a sala de aula de ensino fundamental de uma escola municipal de Castanhal e oportunamente desenvolvi atividades, as quais confirmaram minhas indagações sobre a possibilidade do uso dessa metodologia para o ensino da Matemática.

A Matemática é considerada pelos estudantes a matéria mais desafiadora, apesar disso não há a motivação para aprendizagem da mesma, uma vez que muitos docentes não diversificam as metodologias adotadas e acabam por se ater as que são antiquadas e pouco efetivas, dessa forma o estudo da Matemática se torna pouco atrativo e desmotivador. E quando se trata de estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática, esse cenário não é tão diferente. É necessário, portanto, a adoção de métodos que gerem a possibilidade de uma reflexão crítica a respeito de uma prática social, bem como as contribuições que a experiência trás aproximando os estudantes sujeitos do processo dos conteúdos matemáticos e sua relação com o a realidade social.

Para Braumann (2002)

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo (p. 5)

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática como metodologia de ensino não é uma novidade. Sua essência sempre esteve presente nas práticas educativas com características experimentais e palpáveis (BIEMBENGUT, 2003). E, nessa

mesma tônica Biembengut e Hein (2003) comungam da ideia de que a modelagem é um meio de interação entre a Matemática com a vivência social.

Essa metodologia é desenvolvida por meio de projetos que consistem em trabalhar com os estudantes em grupos, e apresenta característica investigativa, cuja tarefa do/a professor/a é de mediador do processo. Desse modo, a Modelagem Matemática compreendida como um processo de construção de um modelo matemático se desenvolve a partir de esquemas explicativos, pois,

Modelar significa representar através de objetos e/ou símbolos as abstrações ocorridas a respeito de qualquer ente físico (material) ou situação real. Nessa abordagem, vê-se a Matemática como um artefato criado pela sociedade para representar as situações que nos fazem produzir conhecimentos que possam solucionar os problemas surgidos. Tal objeto enfatiza o pensamento e o raciocínio utilizado na solução do desafio surgido (MENDES, 2008, p. 35)

De forma a enfatizar a percepção e apropriação de métodos para solução de um problema ou desafio é que se desenvolveu este trabalho, a partir do seguinte questionamento: **Percepções e apropriações de métodos diversos para a resolução de uma mesma situação-problema por graduandos do curso de Licenciatura em Matemática podem provocar diálogo e aprendizado em Matemática?** Nessa assertiva é que objetivamos com o estudo de modo geral **analisar como os graduandos percebem e se apropriam de métodos diversos para a resolução de uma mesma situação-problema.**

Para tanto, estruturamos o presente trabalho em quatro capítulos, assim constituído. No Primeiro Capítulo, apresento conceitualização e surgimento da Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem, as concepções de alguns autores, a definição de modelo matemático e os processos de desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

No Segundo Capítulo, apresento a Modelagem Matemática enquanto prática pedagógica, suas contribuições para o ensino e aprendizagem da Matemática e a importância do uso de softwares matemático no processo de matematização de uma atividade de Modelagem Matemática.

No Terceiro Capítulo, mostro a metodologia utilizada para coleta e análise dos dados da pesquisa, descrevo o local e os sujeitos da envolvidos na pesquisa e detalho passo a passo como foi coletado os dados e desenvolvida a atividade.

No Quarto Capítulo, apresento os resultados obtidos através das aplicações do questionário e da atividade de Modelagem Matemática.

Nas considerações finais, apresento algumas contribuições que a atividade de Modelagem Matemática proporcionou e as situações em que a pesquisa foi desenvolvida.

I. CONCEITUALIZAÇÃO E SURGIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Neste capítulo tratamos do surgimento, conceito e etapas da Modelagem Matemática voltada pra o ensino. Destacaremos sua relevância no processo de ensino e aprendizagem.

1.1 A Modelagem na Educação Matemática

A Modelagem Matemática é originada em função de uma problemática inicial e uma conjunção final desejada, representando uma solução para a problemática respaldada por vários procedimentos e princípios necessários para percorrer da situação inicial até a solução procurada. Nesse sentido, a ligação entre a prática Matemática, os preceitos e os mecanismos que são estabelecidos servem de subsídios que permitem entendimentos matemáticos e não matemáticos sejam executados e/ou empreendidos e assimilados.

A Modelagem Matemática visa propor soluções para questões em via dos modelos matemáticos. “O modelo matemático, neste caso, é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ação de busca por essa solução” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p. 217).

No início da década de 90 teve início, em âmbito nacional, o desenvolvimento sobre a Modelagem Matemática e suas concepções. Os programas de mestrado que se instalaram a partir dessa década e tiveram a preocupação com a didática de Matemática, de Química, de Física e outros, contribuíram para um novo pensamento em relação às áreas de conhecimento e de sua aprendizagem.

A Modelagem Matemática, ao passo de uma possibilidade de ensinar a Matemática, teve como marco a dissertação de mestrado defendida por Dionísio Burak em 1987, na pós-graduação stricto sensu, da UEP Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Campus de Rio Claro, São Paulo.

Teses e dissertações compunham os materiais analíticos, que abarcam o intervalo do início da década de 70 ao fim da década de 90. Esses trabalhos principiam a autenticação desse discurso, instituindo o estabelecimento de modelagem na Educação Matemática.

A Modelagem foi instituída enquanto possibilidade e consolidada na Educação Matemática organizada na primeira Conferência Brasileira a respeito da Modelagem na Educação Matemática, a qual ocorreu em novembro de 1999, e teve intuito de reunir pesquisadores que pudessem discutir essa tendência. Este evento foi um espaço de discussão muito importante para a pesquisa sobre modelagem na Educação Matemática realizada em território nacional.

No decorrer dos anos, novas propostas e novas pesquisas têm surgido para proporcionar conexões que visam valorizar amplamente o trabalho com pesquisas de temas mais amplos, que não configure apenas o entendimento individualista da Matemática.

A comunidade de Educação Matemática tem reconhecido que uma destas proposições é a Modelagem Matemática, que é apontada por diversos educadores matemáticos como uma ótima possibilidade pedagógica que pretende correlacionar a Matemática escolar como demandas extra-Matemáticas.

A Modelagem Matemática é o processo envolvente em consecução de um padrão. Nesta óptica pode se considerar um procedimento artístico, na elaboração do modelo, além de conhecer da Matemática, o pesquisador deve possuir uma boa dose de intuição e criação, a fim de inferir os dados neste contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 12).

Outras compreensões apareceram no transcorrer do trabalho dos professores e profissionais em educação, na proporção na qual se eclodia com a concepção habitual de se explicar a Matemática, isto é, a aplicação pura e simples de fórmulas e de algoritmos, memorização de regras e conteúdos fora de contexto tornou-se uma ideia ultrapassada, para Burak (1992) a Modelagem Matemática vai além.

Modelagem Matemática se constitui numa gama ferramental, que permite proceder com objetivo de reestabelecer ligações ao se aproximar de explicações Matemáticas para os fenômenos que existem na realidade das pessoas, permitindo fazerem-se previsões e de se realizar a tomada de decisões. (BURAK, 1992, p.62)

Não obstante, as escolhas e possibilidades para se mudar demonstrada por educadores que pensam sobre sua própria prática, é que, a Matemática na escola seja relacionada com maior efetivação ao que os estudantes vivenciam, “ cabe também à educação escolar formar cidadãos, conscientes e integrando a coletividade...” (ALMEIDA; DIAS 2004, p.20).

A Modelagem Matemática, enquanto proposição de trabalho, adotada pelos educadores matemáticos, tem apontado grandes contribuições ao desempenho educativo, reduzindo a distância entre a Matemática pura e a Matemática aplicada. A comunicação de ambas está concordando com uma análise crítica e com a percepção dos fenômenos do dia-a-dia, consumando os conceitos empregados na edificação da contextualização da Matemática.

[...] no ensinar e no aprender da Matemática, a modelagem necessita que seja envolta de um ambiente de ensino e aprendizado em que esses estudantes estejam convidados a investigar situações da realidade, obtendo uma representação Matemática do evento estudado por meio da elaboração de modelos matemático (BARBOSA, 2007 p.34).

Em função de sua importância a Modelagem Matemática deveria, portanto, constituir uma prática de ensino recorrente em planos de aulas, de forma a melhorar o ambiente educativo proporcionando uma abordagem de ensino alternativa a tradicional.

1.2 Modelo matemático em Modelagem Matemática

Um modelo matemático, por Bassanezi (2006), “é um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que representam, de forma simplificada, uma parte da realidade”. Ao buscarmos as definições de “modelo”, a palavra expressa o entendimento em pequena escala de algo que se intenciona apresentar em grande; pessoa ou coisa que serve de amostra ou diretriz. Encaminhando nesta óptica, a modelagem é entendida como o procedimento de geração do exemplo, que será útil para se estudar determinada circunstância, ou seja, é necessário a criação de um modelo que irá otimizar uma situação problema real.

Modelagem Matemática é o feito de modelar ou ato de criar o modelo. E pode ser visto como uma ação de se formular táticas e alegações a respeito de uma situação, formalizando sob o formato de um procedimento matemático que consiste em uma interpretação a respeito da situação levando a uma determinada compreensão de um contexto.

Um modelo é uma representação de um recorte da realidade formulado partindo de hipóteses e aproximações simplificadoras; um modelo matemático é uma representação ou interpretação simplificada de uma situação problemática, ou uma interpretação de um fragmento de um sistema, segundo uma estrutura de conceitos mentais ou experimentais

expressas em linguagem Matemática. (CIFUENTES; NEGRELLI 2007, p.77).

Os modelos matemáticos são utilizados vastamente em vastos setores da ciência, como na Biologia, Química, Física, Economia, Engenharia e na própria Matemática. Na Matemática, por exemplo, “um modelo é um agrupamento de símbolos e relações Matemáticas que traduzem, de alguma forma, um fenômeno em questão” (BIEMBENGUT, 1999, p.20).

Para além de uma definição, “o modelo matemático é consequência do contexto do modelador” (BRAGA, 2009, p. 152), por isso sua função na sociedade é largamente reconhecido devido às suas utilidades bem sucedidas, que têm impactos diretos e indiretos sobre a conduta das pessoas. Esses modelos servem de maneira bastante satisfatória ao trabalho de predizer os fenômenos físicos, naturais e sociais, concernindo ao modelador à tarefa de criá-los e interpretá-los conforme suas finalidades e interesses.

A Matemática é entendida como base de quase todas as esferas da educação e é formada permitindo-se um modo de se fazer e se ampliar os níveis de cognição e de criatividade, com utilização, nos variados setores e graus escolares, por modo de se fazer a emergência da habilidade de se criar, testar soluções e modelos para os problemas (BIEMBENGUT, 2003, p. 9).

No entanto, é importante ressaltar que um modelo é constituído por aproximações, pois muitas das vezes é elaborado a partir de hipóteses de situações ideais, nas quais se considera que natureza e comporta de forma contínua.

[...] é eficiente a começar de um momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos sempre elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele. (BASSANEZZI, 2002, p.24)

Tomando o termo modelagem num contexto singular, a conotação não será tão ampla e o seu entendimento requer descrições próprias de acordo com a esfera a qual está inserido. Interpretar a modelagem em Biologia pode ser distinto do modo de lidar com modelagem em Filosofia. Depende do estudo em questão e do alvo que se deseja. Retomando nosso interesse que é especificamente pela Modelagem Matemática no processo de aprendizagem Matemática, podemos então tratar das abordagens da Modelagem na Educação Matemática.

Segundo Bassanezi (2006), investigar utilizando a modelagem no ensino não é mera questão de ampliar conhecimento matemático, mas, sobretudo, de se

estruturar a maneira de pensar e agir do estudante. Desse modo é esperado que, no desenvolver de todo processo do modelo, educandos e professor/a adquiram e desenvolvam o senso crítico, baseado nos valores da cidadania. O procedimento de pesquisa durante o aprendizado deve ser planejado para dar experiência aos professores e aos estudantes.

Para Bassanezi (2006), o aspecto do aprendizado é importante, pois valoriza diversas maneiras de resolver problemas, que é uma das mais altas formas do desenvolvimento intelectual para todos os indivíduos. Nesse viés, a Modelagem Matemática é um modo de aprendizagem, onde "o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas nas quais o tópico matemático vai sendo sistematizado e aplicado" (Ibidem, 2006, p. 38).

A Modelagem é entendida, portanto como o processo de "criação de modelos matemáticos a partir de uma realidade contextualizada que podem ser materializados em estruturas Matemáticas, para compreender melhor a realidade Matemática das coisas" (BRAGA, 2009, p. 44) e quando aplicada no ensino superior "se assemelha ao método científico e iniciação científica não tira a riqueza do processo enquanto estratégia de ensino" (Ibidem).

Desta forma, o processo de aprendizagem via Modelagem Matemática ocorre simultaneamente com a elaboração do Modelo Matemático e com a discussão pós-atividade, pois cada estudante tem uma visão diferente de um fenômeno, ou seja, é natural que cada um elabore modelos diferentes para um mesmo fenômeno.

1.3 As etapas de Modelagem Matemática

No meio de diversos trabalhos e abundantes definições encontradas para a Modelagem Matemática podemos ressaltar o esforço de Barbosa (2001), que estabelece a modelagem como sendo uma atmosfera de aprendizagem onde o estudante é convidado a participar do seu progresso no aprendizado, e não a ser simplesmente um mero expectante. O estudante é convidado a se integrar e pesquisar, interagir, inserir-se a esse ambiente de prática que a Modelagem Matemática proporciona.

Etapas sugeridas inicialmente em um modelo da Matemática aplicada. Seguindo dois princípios que reestruturam estas etapas:

- 1) O intento do grupo;

2) A retirada de dados do local onde se localiza o intento do grupo considerando sua influência na história. Essa mudança no contexto de ensinar a própria Matemática. (BURAK, 1987, p. 21)

Para os autores Biembengut e Hein (2003), a direção que se dá na Modelagem Matemática é propiciar uma orientação com base na autonomia do estudante, permitindo que ele possa acessar e aprender o conteúdo partindo de uma temática ou a modelagem Matemática fundamental para o aprendizado.

Após coletar estas noções, o/a professor/a inicia um plano de como irá progredir no trabalho através de modelos, trabalhando no conteúdo e na orientação dos estudantes para que haja construção de seus próprios conhecimentos. Para se ter sucesso na amplificação de um Projeto de Intervenção Pedagógica adota-se um viés estudado pelo Dionísio Burak.

A Modelagem Matemática na perspectiva apresentada por Burak (1992), "se constitui num grupo de processos cuja finalidade é determinar um paralelo dentro de uma explicação Matemática, os fenômenos que ocorrem no dia-a-dia das pessoas, ajudando-as a fazer previsões e a tomar decisões" (p.62). Ainda para o autor, a utilização da na Modelagem Matemática deve partir das subseqüentes proposições que são a busca do grupo envolvido e também a coleta de dados parte da relevância das pessoas que estão envolvidas no grupo.

Diante disso, estuda-se princípios e domínios que irão determinar os caminhos para as técnicas e definições existentes no ensino da Matemática.

No desenvolvimento dos trabalhos em classe, aliado ao estudante, da na Modelagem Matemática, para Burak (1992), se dão em cinco passos: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento da problemática, resposta do problema e o desenvolver da Matemática abordada ao assunto e o analisar-se da solução.

Essas etapas podem ser modificadas consonantes com o desenvolver organizado em cada uma das turmas, não necessitam ser executadas no limite literalmente. Os procedimentos citados se fazem de maneiras distintas no desenvolver da tarefa, em comparação as etapas fundamentais da Modelagem, isso se usada sob a visão da Matemática Aplicada, ou seja: "a problemática, a exploração, a aplicação de um modelo, o teste desse modelo e, observação e compreensão das respostas" (Ibidem, 2010, p. 19).

Considerando os passos sugeridos por Burak (1992), o primeiro a ser efetivado é a escolha da temática, na qual cabe ao/a professor/a fazer algumas sugestões de assuntos, na intenção de despertar a motivação dos estudantes, ou então, aproveitar temas que sejam sugeridos pelos estudantes. Uma ampla gama de temas pode ser utilizado como base na matéria, mesmo que a princípio não pareça ser um assunto que não pareça ter nenhuma relação com a Matemática ou com os conteúdos relacionados ao que os mesmos vivenciam, mas devem sim, estar ligados ao que os estudantes tenham vontade de aprender e de se aprofundar.

O/a professor/a nesta etapa se faz mediador, podendo conduzir este processo a respeitando os temas que os estudantes podem escolher (KLÜBER; BURAK, 2010).

Ainda para Klüber e Burak (2010), esta etapa se dá numa busca de forma a explorar e pesquisar, partindo da definição do tema/assunto que será estudado, procuram-se os estudantes a examinarem diferentes materiais e teorias que sirvam de subsidio para aprendizado, imprescindível nesta hora salientar que os materiais devem possuir informações e conhecimentos prévios a respeito que será estudado.

Para se fazer a busca, esta pode ser em livros ou na prática, ambas representam vasta fonte de referências e fomento na realização do trabalho.

A escolha da problemática, o segundo passo no decorrer do trabalho com a Modelagem Matemática, ao se estar com os materiais e ter realizado a busca pelas informações, provoca-se nos estudantes a presumirem tudo o que estiver ligado à disciplina, permitindo formular a problemática, sejam simples ou mais difíceis, mas que se consiga evoluir no aprendizado dos significados da Matemática, e neste momento o/a professor/a consegue realizar o intermédio do conhecimento no processo do aprendizado (KLÜBER; BURAK, 2010).

O terceiro passo da aplicação, salientada por Klüber e Burak (2010) é a dissolução das questões no desenvolvimento de um conteúdo que se dê contexto da Matemática, nisso, as questões formuladas são resolvidas pelo modo do olhar matemático, o qual deve ser apresentado de forma bastante simplória e de fácil acesso, para que depois esteja pronta uma sistematização, se realizando o caminho contrário do que é geralmente aplicado nas escolas no ensino tradicional, onde “se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente” (p. 21).

Analisar criticamente uma solução faz parte da última das etapas desta aplicação do projeto de modelo matemático, um momento onde fica a marca personalizada “pela engenhosidade, não só no âmbito matemático, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo”.

Nessa etapa é realizada uma reflexão sobre os resultados que se chegaram no decorrer do trabalho e de como esses resultados irão permitir “a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que fazem parte” (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 21).

Em associação aos assuntos e problemática apresentados nos materiais didáticos, na Modelagem Matemática a contextualização e a caracterização dos problemas assumem formas diferentes, já que, neste caso eles estão ligados ao resultado da coleta de dados que são produtos das informações coletadas por diferentes estudantes.

É importante salientar que através da Modelagem Matemática, solucionar questões práticas é uma das etapas que a constituem, sabendo-se que a determinação dos conteúdos que serão desenvolvidos.

É fundamental frisar que na Modelagem Matemática, a solução de problemas é uma entre as etapas que a compõe, se conhecendo que os conteúdos que serão apresentados e resolvidos se dão ao identificarmos as questões. Dessa forma, os assuntos matemáticos utilizados conseguindo uma resolução terão significado para os estudantes.

Há que se ressaltar que no contexto do assunto determinado poderá se desenvolver muitos tópicos de Matemática, levando-se em conta que os mesmos foram levantados na coleta de informações realizada pelo/a professor/a e/ou estudantes e grupos (BURAK, 2006).

II. MODELAGEM MATEMÁTICA ENQUANTO PRÁTICA PEDAGÓGICA

2.1 Modelagem voltada para o ensino de Matemática

É salutar que a aprendizagem desenvolva o conhecimento prático, contextualizado, para que possa responder as inquietudes dos educandos, permitindo desenvolver saberes de uma forma mais completa e subjetiva, que possa colaborar a uma realidade socio-cultural e a uma nova perspectiva ao vivenciar o espaço pelo qual está inserido.

Ao se determinar a área de estudo como sendo não só de áreas de exatas, mas uma maior amplitude de aplicação dessa metodologia permite-se um novo entender das ferramentas e de processos técnicos, na obtenção e na análise de dados relevantes, a avaliação de ameaças e os proveitos nesses processos tecnológicos que estão em desenvolvimento, servindo para a comunidade que exerce a cidadania e também entrevê a capacidade profissional no aprendizado.

Entretanto, o aprendizado da área exatas não deve ser feita apenas com os materiais didáticos tradicionais, nem mesmo se resumir a um discurso docente, mas pode ser ativo e participativo num trabalho de colaboração de uma cultura.

Embora decorridas algumas décadas, percebe-se atualmente que o “como fazer” no ensinar da Matemática, ainda prevalece sobre o “porquê se fazer”.

Essa forma de conceber a Educação e a prática da Matemática tem apresentado resultados insatisfatórios, como a uniformização do pensamento, ou seja, não há espaço para investigações, críticas e aplicações Matemáticas, todos os sujeitos são iguais e dependentes do/a professor/a, isso gera consequências danosas na formação dos estudantes, na medida em que não acontece o desenvolvimento da capacidade investigativa.

Em decorrência dessa visão, grande parte dos estudantes desenvolveram aversão pela Matemática. Inspirados pela frase “A batalha no campo da educação se ganha ou se perde na escola” nos concentramos no labor com o/a professor/a. Estão no preparo do/a professor/a durante sua formação inicial e posteriormente na formação em serviço; algumas das formas de superação das deficiências apresentadas.

O enfoque da Modelagem Matemática na Educação Matemática é capaz de conceber uma ótima alternativa para os procedimentos de ensino e aprendizado matemático. Essa abordagem centra-se na seguinte questão:

Muitas ações e processos são capazes de provocar o aprendizado dos temas matemáticos e também o aprendizado de outras áreas do saber, visto que os estudantes são capazes de percorrer os caminhos com autonomia, buscando estratégias, modelos e, questionar-se sobre os benefícios que os estudantes serão capazes ao apropriar-se como personagem ativo na construção do próprio saber, que anteriormente era mantido de modo cartesiano, ou seja, o modelo tradicional que vem sendo adotado cujo não se tem elevado o nível de qualidade do ensino.

Modelagem Matemática, nessa perspectiva assume o compromisso de oportunizar a competência de progredir a autonomia dos estudantes, que são resultantes da ação do pensar deliberado, buscando reflexão sobre os dados, levantando e encontrando solução para as questões provenientes do recolhimento de dados, relativamente ao tema proposto.

O envolvimento entre os participantes, no caso, professores e educandos, revela-se um ciclo potencializador na expansão das atividades do aprendizado, tanto dos tópicos matemáticos como em outros fundamentos não matemáticos relacionados à evolução de uma abordagem, proporcionando assim a progressão de atitudes que irão favorecer o pensamento crítico e reflexivo dos estudantes. Desse modo é fundamental:

utilizar a Modelagem Matemática com intuito de despertar nos estudantes um maior interesse pela Matemática; buscando, a todo instante, o desenvolvimento da criatividade, da motivação, do espírito crítico e da curiosidade dos estudantes; utilizar sempre em suas práticas pedagógicas a construção de definições de forma contextualizada, oportunizando o trabalho de grupo, de forma colaborativa nas atividades. (BRUMANO, 2013, p. 13)

Além dessas possibilidades com o uso da Modelagem Matemática destacada por Brumano (2013), a que se pontuar a possibilidade de desenvolvimento da capacidade investigativa, pois a mesma pode priorizar todo o caráter experimental da Matemática tornando-a mais relevante, além de levar os estudantes que a estudam um maior conhecimento da sua realidade. Essa aprendizagem contextualizada faz um paralelo na transição de um pensamento fechado para um raciocínio mais aberto, de forma a entender o abstrato, contribuindo com a organização do pensamento matemático e com evolução do raciocínio lógico.

O/a professor/a não deve consistir seu trabalho somente em lecionar para os educandos, mas, atuar de forma a mediar o progresso dos estudantes processando o desenvolvimento que permitam viabilizar o aprendizado. Diferente do matemático que se intenciona, enquanto este adquire um conhecimento científico, sistematizado por meio de uma linguagem específica e complexa e preocupado com sua estruturação, o/a professor/a busca aproximar este saber da comunidade em geral, dando a ele um sentido especial e uma razão de ser.

O contextual, não é somente o que o indivíduo ou turma está inserido, mas faz parte desse mundo, o que ele interage, influenciando desta maneira. A capacidade de influenciar fenômenos ou até mesmo mudá-los atrai muitos estudantes desenvolvendo assim um interesse pela formação do seu caráter científico e pessoal.

2.2 Software na Educação Matemática

Entendemos que a possibilidade de vários métodos em processos de Modelagem Matemática, pode culminar na utilização de vários instrumentos, dada

pela riqueza e diversidade de benefícios que podemos obter em processos de Modelagem Matemática, associada naturalmente ao ferramental que os recursos pedagógicos podem favorecer ambientes de construção de conhecimento, é que não há como deixar de lado o quadro de escrever, computadores, softwares, internet, calculadoras científicas, e até celulares, assim como qualquer outro material concreto que proporcione experimentações, diálogos e tomadas de decisões por alunos e professores (BRAGA, 2009, p. 57-58).

Nesse sentido incluímos, papel, lápis e outros. No entanto destacamos o uso de softwares como ferramenta essencial no estudo de um fenômeno, ou seja, é essencial que o ensino através da Modelagem Matemática disponha dessa tecnologia digital. Esse recurso pode proporcionar uma melhora na interpretação e organização das informações, e permite explorar diferentes conceitos matemáticos. Pontuamos por exemplo o uso do GeoGebra, Graph e planilha do Excel. Estão inseridos no contexto de tecnologias digitais, entendidas aqui como “constituídas de fatores sensíveis, que viabilizam aspectos abstratos. Isto quer dizer que as tecnologias digitais permitem, por meio de diferentes interfaces, agir sobre ambientes digitais e receber simultaneamente respostas derivadas dessas ações” (MENEZES, ESPÍRITO SANTO e BRAGA, 2017, p. 13).

O Geogebra é um software educacional gratuito que permite explorar uma vasta galeria de ferramentas Matemáticas, permitindo estudantes, professores e pesquisadores a trabalharem com diversos modelos matemáticos incluindo além dos algoritmos e calculadora, ótimas representações gráficas permitindo visualização do comportamento de funções, suas soluções, e todo seu sistema de pontos e coordenadas e com gráficos tridimensionais inclusive. O software comporta operações com funções e permite a mescla de funções ao mesmo tempo podendo-se observar pontos críticos dentre essas funções.

Sua interface dinâmica proporciona manipulação geométrica sob vários aspectos, bem como associações algébricas. O software é uma excelente ferramenta para se trabalhar a compreensão Matemática em sala de aula, motivando os estudantes a explorar seus conhecimentos de computação em uma perspectiva diferenciada. Tem seu enorme valor em aplicações práticas de vários fenômenos em diversas áreas do conhecimento tem potencial gigantesco para se desbravar o universo da Modelagem Matemática em diversos níveis, desde o micro quanto ao macro.

O Graph é um aplicativo de código aberto usado para desenhar gráficos matemáticos em um sistema de coordenadas. O programa facilita muito a visualização de uma função e a cola em outro programa. Também é possível fazer alguns cálculos matemáticos nas funções.

O Microsoft Office Excel é um editor de planilhas (Folhas de Cálculo) produzido pela Microsoft para computadores. Seus recursos incluem uma interface intuitiva e capacitadas ferramentas de cálculo e de construção de tabelas.

O uso do Excel não será um fim, mas sim, o meio para se chegar ao objetivo esperado, com direcionamentos claros do que se pretende alcançar. Para isto, é necessário envolver conceitos matemáticos já estudados e colocar situações que se adequem à realidade do aluno. (MACEDO; SILVA, 2013, p. 2)

De modo geral, podemos dizer que o uso de softwares e computadores auxilia na resolução e interpretação de gráficos e resultados, tornando possível novos entendimentos e novas visões para os estudantes.

A elaboração e a resolução de problemas permitem ao estudante externalizar o processo construtivo de aprender, de converter em ações alguns conceitos,

proposições e exemplos adquiridos ou construídos com o professor e com o material didático. (MAGALHÃES; ALMEIDA, 2017, p.8)

Assim, a integração da ferramenta computacional pode viabilizar a construção de conhecimento do estudante para além do uso do software.

III. METODOLOGIA DA PESQUISA

Este estudo realizar-se-á por meio de uma pesquisa de campo, que conforme Gil (2002) “[...] é desenvolvida por meio da observação direta das atividades do grupo estudado e de entrevistas com informantes para captar suas explicações e interpretações do que ocorre no grupo” (p. 53).

E, quanto a forma de abordagem do problema, é uma *pesquisa qualitativa*, porque assim como Kauark; Manhães; Medeiros (2010) também consideramos

[...] que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem (p. 28).

Foi utilizada como instrumento de coletas de dados observações do tipo participante, que para Marconi e Lakatos “consiste na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo. Ele se incorpora ao grupo, confunde-se com ele. Fica tão próximo quanto um membro do grupo que está estudando e participa das atividades normais deste” (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 194). Além do registro das atividades produzidas pelos estudantes, seja por meio dos recursos midiáticos, seja por meio de material impresso ou manuscrito. Também foi aplicado um questionário pós-atividade.

3.1 Local da pesquisa e característica dos participantes

A pesquisa foi realizada em um minicurso de Modelagem Matemática, no qual estavam matriculados 15 estudantes, o qual ocorreu no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), localizado na Av. Máximo Porpino da Silva, nº 1013, bairro Saudade II. Fora-me disponibilizadas três aulas com duração de três horas, as quais ocorreram em semanas sucessivas nas quartas-feiras pelo turno matutino. Os participantes eram estudantes graduandos do curso de Licenciatura em Matemática dos campus de Castanhal e pólo Curuçá.

3.2 Coleta de dados e pesquisas

Para realização da coleta de dados optou-se pelo registro de atividades dos estudantes, além de um questionário pós-atividade, de forma a coletar informações necessárias para análise dos resultados. A coleta de dados foi dividida em dois momentos, a saber: Momento 1 - Registro das atividades dos estudantes quando da realização da atividade de Modelagem Matemática e Momento 2 – Questionário pós-atividade.

Momento 1: Registro das atividades dos estudantes

Os participantes foram divididos em três grupos de quatro estudantes e um, com três. O tema foi escolhido pelo pesquisador devido ao tempo para realização da atividade. Para Bassanezi (2015) e Burak (1992), os estudantes devem escolher os temas geradores e o professor, a partir dessas escolhas, deve ajudá-los a buscar as soluções Matemáticas para o problema escolhido. Entretanto, para Beltrão (2009) e Sadovsky (2010), a escolha do tema pelos estudantes pode dificultar na medida em que há um programa para seguir.

A situação-problema proposta aos estudantes estava relacionada com a área do lago Ibirapuera, tema de alta relevância no município de Castanhal devido aos grandes impactos ambientais que essa área de preservação vem sofrendo ao longo dos últimos anos. Após uma discussão histórica sobre a importância do tema escolhido os estudantes reuniram-se para fazer uma visualização no mapa da área citada.

- Elaboração da situação-problema

Após a visualização da área do lago no *Google Maps* e uma discussão sobre os impactos ambientais que o lago Ibirapuera sofrera, os estudantes perceberam que a principal consequência resultante é a diminuição da área do lago.

Portanto, foi decidido que a situação-problema seria calcular sua área atual baseada na delimitação via registro *Google Maps*. O problema residiu no seguinte fato: ao contrário das figuras geométricas regulares, a forma do lago é irregular, ou seja, não havia um modelo pronto que atendesse a resolução da situação problema proposta. Portanto o trabalho dos estudantes foi desenvolver estratégias para

resolver a situação problema a partir do conhecimento já adquirido ao longo da sua formação.

- Resolução da situação-problema e análise dos resultados obtidos.

Nesta fase os grupos apresentaram perícia na resolução da situação-problema, uma vez que cada um apresentou mais de uma resolução. Após isso, compararam os seus resultados com os demais e discutiram as aproximações.

A comparação de resultados teve por objetivo de possibilitar a troca de conhecimento entre os estudantes e analisar se obtiveram avanços no conhecimento referente à situação-problema. Essa comparação foi feita por meio de uma apresentação oral, no qual os estudantes utilizaram de imagens e gráficos para demonstrar seus resultados aos demais.

Momento 2 : Questionário pós-atividade

O questionário ocorreu após as discussões dos resultados, no qual todas as perguntas eram subjetivas, dessa forma seria dado ao estudante a oportunidade de comentar com mais amplitude sobre a atividade desenvolvida, além de sugerir melhorias e adaptações.

Como os participantes são matriculados no curso de Licenciatura em Matemática o questionário teve a finalidade de avaliar qual a possibilidade de adotarem metodologia semelhante enquanto prática pedagógica em sua formação, além disso, teve também a intenção de saber quais dificuldades tiveram e que contribuição a atividade teve para seu ensino e aprendizagem.

3.3 Análises dos dados da pesquisa

As análises de dados da pesquisa foram organizadas e ordenadas de acordo com o processo de coleta dos dados dos registros de atividades dos estudantes e do questionário pós-atividade.

Para a análise da atividade de Modelagem Matemática foram utilizados os dados dos registros de atividades dos estudantes, possibilitando uma melhor compressão e análise da aprendizagem e resultados.

O questionário foi analisado de forma individual para cada estudante, houve a preocupação de verificar críticas que tiveram regularidade entre as respostas dos estudantes, com a finalidade de melhorar a abordagem metodológica do professor-pesquisador.

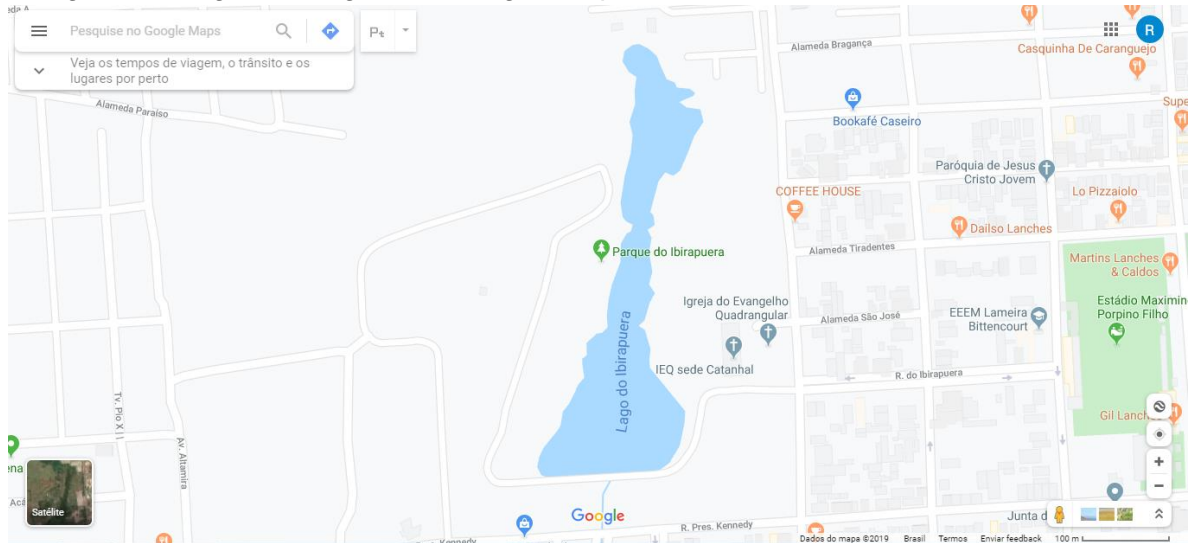
IV. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos os resultados alcançados com o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática aplicada com o grupo do minicurso do LEMM, que após o processo de análise dos registros dos estudantes tornou-se possível chegar a uma conclusão, a qual será mostrada através dos registros e comentários dos próprios participantes do minicurso. Para apresentação do resultado foi dividido em duas fases: Atividade de Modelagem Matemática; Questionário pós-atividade.

4.1 Atividade de Modelagem Matemática

O resultado a seguir é baseado na interpretação de uma atividade de Modelagem Matemática (Apêndice A), a qual ocorreu após uma discussão sobre o tema a ser estudado. Foram formados 3 (três) grupos com 4 (quatro) estudantes e 1 (um) com 3 (três), com a intenção de que cada um trocasse conhecimento com os outros para facilitar a resolução da situação-problema. Primeiramente, foi recomendado aos estudantes que visualizassem o lago via satélite, preferencialmente pelo *Google Maps*, visto que esta ferramenta oferece informações relevantes, tais como escalas, medidas e marcações de pontos. Esta primeira visualização cartográfica do lago foi uma premissa para que os estudantes começassem discutir métodos e estratégia para a situação problema proposta.

Imagem 1: Imagem cartográfica do lago Ibirapuera



Fonte: Google Maps, 2019

Em seguida, começou a resolução da situação problema. Neste momento cada grupo já havia desenvolvido um método a ser seguido para alcançar os objetivos propostos, haviam alguns métodos já utilizados para resolução de problemas similares, tais como método das malhas quadriculadas e planificação em softwares matemáticos (GeoGebra e Graph). Vale salientar que os usos das tecnologias não se deram de “forma secundária, como meras ampliadoras de atividades sensórias humanas, mas sim como parceiras” (MENEZES; ESPÍRITO SANTO; BRAGA, 2017, 64) dos estudantes, pois promoveu a eles “manipular modelos digitais ou informáticos, ajudando-os a pensar, imaginar e testar os dados, as informações agrpadas e analisadas” (Ibdem).

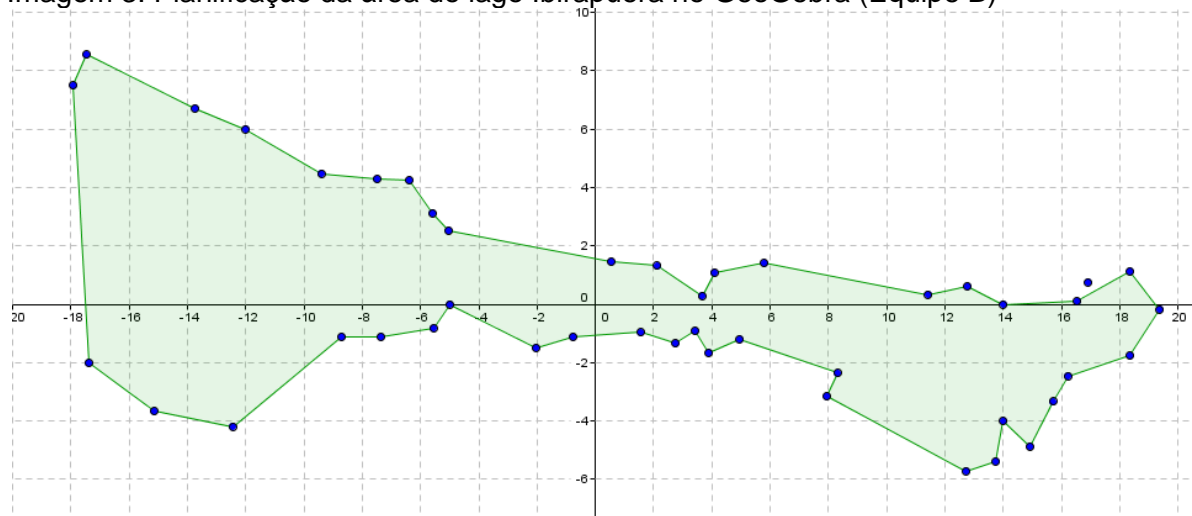
Imagem 2: Métodos de contar quadrados (Equipe A)



Fonte: Dados da pesquisa de campo, 2019

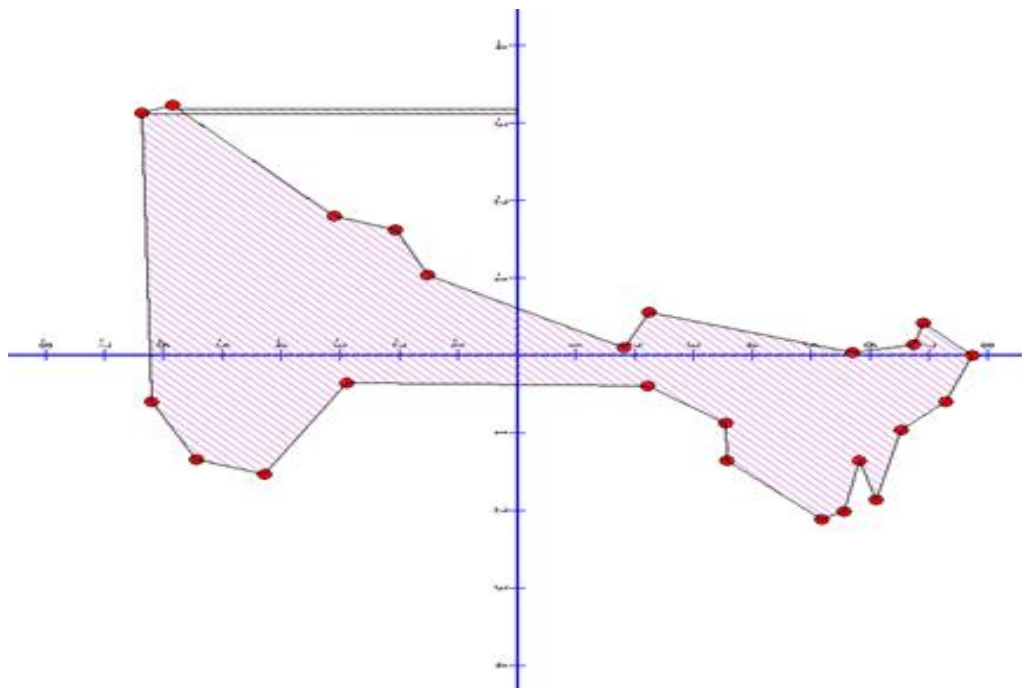
Os grupos B e C também utilizaram Softwares Matemático. O que foi muito vantajoso, pois o “uso de tecnologias em sala de aula é uma alternativa na busca de melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e preparar os estudantes para viverem nesta sociedade em constante evolução” (HENZ, 2008, p. 6)

Imagem 3: Planificação da área do lago Ibirapuera no GeoGebra (Equipe B)



Fonte: Dados da pesquisa de campo, 2019

Imagem 4: Planificação da área do lago Ibirapuera no Graph (Equipe D)



Fonte: Dados da pesquisa de campo, 2019

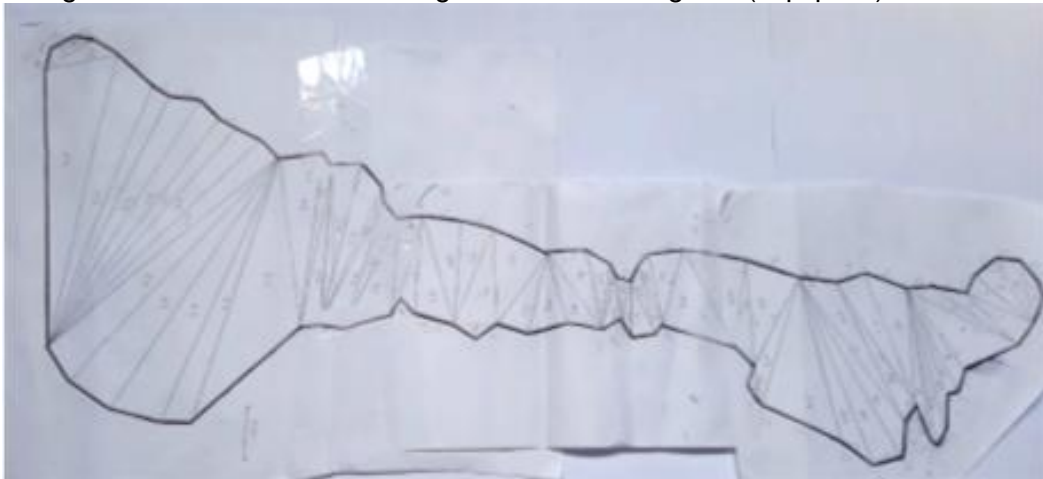
Será apresentada na sequência uma análise pontual de cada um dos métodos adotados pelos 4 (quatro) grupos, além disso, serão apontadas as contribuições dessa prática para a compreensão dos estudantes em relação aos conteúdos tratados.

A **equipe A** adotou dois métodos distintos, o primeiro foi a divisão da área do lago em vários triângulos e o segundo foi o método de contar quadrados.

Método 1 - Divisão da área do lago em vários triângulos:

Esse método foi baseado na seguinte estratégia, dividir a área do lago em vários triângulos, tendo em vista que o cálculo dessa figura geométrica é um aprendizado comum a eles, após isso somaram todas as áreas dos triângulos para obter a área do lago. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a essência da aprendizagem significativa está no fato das novas ideias se relacionarem com aquilo que o estudante já sabe, de forma não arbitrária e substantiva a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento. O que pode ser evidenciado em atividades de Modelagem Matemática.

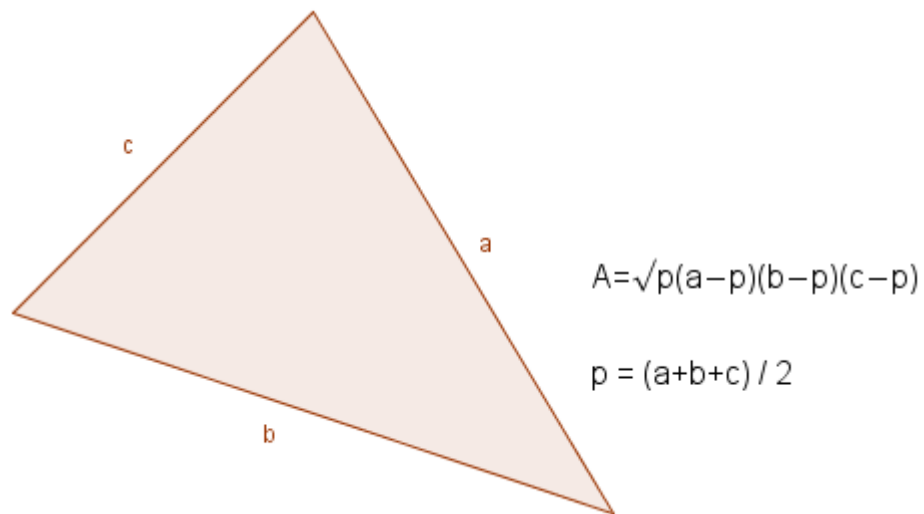
. Imagem 5: Divisão da área do lago em vários triângulos (Equipe A)



Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

Para o cálculo das áreas dos triângulos os estudantes do grupo escolheram a fórmula de Heron, cujo cálculo se dá em função exclusivamente dos seus três lados. (Figura 1)

Figura 1: Fórmula de Heron



Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

Como a divisão da área do lago resultou em muitos triângulos os estudantes decidiram usar o Microsoft Excel para fazer os cálculos, de forma a evitar um retrabalho nos cálculos. Maxim e Verhey (1995, apud COXFORD e SHULTE 1999, p. 205) afirmam que “[...] As planilhas eletrônicas podem ser instrumentos eficazes de ensino, ajudando os estudantes a experimentar o processo de fazer Matemática”.

Imagem 6: Fórmula de Heron no Excel (Equipe A)

	medidas cm			medidas M			DADOS			FÓRMULA DE HERON	
	medida a	medida b	medida c	A	B	C	semi perímetro (P)	P-A	P-B	P-C	$\sqrt{P*(P-A)*(P-B)*(P-C)}$
1	1,1	1,2	1,6	11	12	16	19,5	8,5	11	3,5	79,88350894
2	1,6	1	2,5	16	10	25	25,5	9,5	16	0,5	44,02272141
3	2,5	1	3	25	10	30	32,5	7,5	25	2,5	123,4276104
4	3	1,2	3	30	12	30	36	6	30	6	197,1801207
5	3	0,8	3	30	8	30	34	4	30	4	127,7497554
6	3	1,1	2,9	30	11	29	35	5	30	6	177,4823935
7	2,9	1,6	4,2	29	16	42	43,5	14,5	29	1,5	165,6430651
8	4,2	1,2	5,3	42	12	53	53,5	11,5	42	0,5	113,6672776
9	5,3	2,6	4	53	26	40	59,5	6,5	53	19,5	632,2231608
10	4	1	4,5	40	10	45	47,5	7,5	40	2,5	188,7458609
11	4,5	0,5	4,5	45	5	45	47,5	2,5	45	2,5	115,5827626
12	4,5	1,4	5,8	45	14	58	58,5	13,5	45	0,5	133,3018192

Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

Método 2 - Método de contar quadrados:

Nesse método os alunos dividiram a área do lago em duas partes (Imagem 2), em seguida contaram todos os quadrados que sobrepõe a figura da parte 1 e parte 2, sendo os quadrados verdes os que estão inteiramente dentro da da área irregular do lago e os laranjas os que estão parcialmente, após isso fizeram a média aritmética entre o número total de quadrados e o número de quadrado verdes e multiplicaram pela área de um quadrado da folha quadriculada, que é de 36 mm.

Figura 2: Resolução da situação-problema (Equipe A)

MÉDIA DO TOTAL DE QUADRADOS QUE COMPORTAM DENTRO DA FIGURA IRREGULAR COM AS QUE SOBREPÕE O DESENHO	
Parte I	Parte II
<ul style="list-style-type: none"> • 636 quadrados verdes • 207 quadrados laranjas • Total 843 	<ul style="list-style-type: none"> •27 quadrados verdes •31 quadrados laranjas •Total 58
$\frac{(636 + 843) \times 36}{2}$ $\frac{22896 + 30348}{2}$ <p>P1. total: 26622 m²</p>	$\frac{(27 + 58) \times 36}{2}$ $\frac{972 + 2088}{2}$ <p>P2. total: 1530 m²</p>
<p>Área = P1 + P2 28152m²</p>	

Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

A **equipe C** utilizou dois métodos para resolver a situação-problema o primeiro eles denominaram de “método da régua” e o segundo foi o método de contar quadrado.

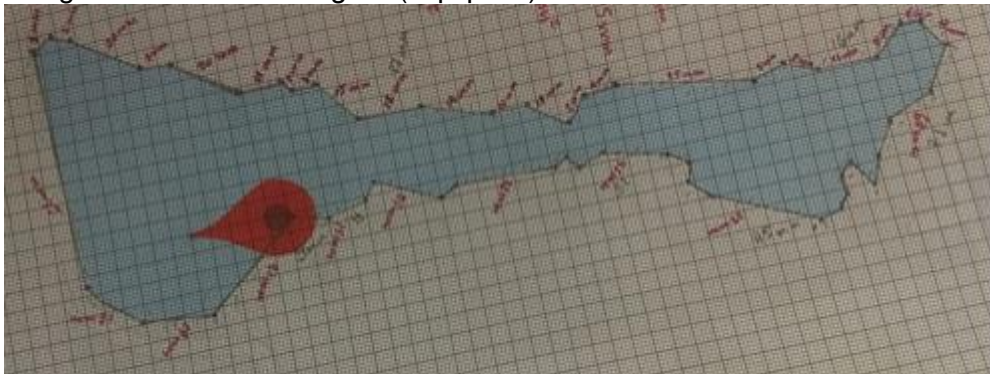
Método 3 - Método da régua:

Conforme registros feitos pelos próprios estudantes esse método foi dividido em dois passos.

1º Passo: Com a régua, encontrar o valor do perímetro, somando cada segmento de reta.

2º Passo: Sabendo a soma dos lados, obtemos um valor em mm, em seguida dividimos em quatro partes esse valor do perímetro encontrado um quarto do lado de um quadrado, e diante desse valor elevamos ao quadrado um dos lados para chegar ao valor real aproximado.

Imagem7: “método da régua” (Equipe C)



Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

Método 4 - Método de contar quadrado (similar ao método da equipe A)

É importante resaltar que apesar desse método ser abordado pela equipe A, a equipe C usou-a de forma diferente, os estudantes dividiram-na em 4 (quatro) passos, são eles:

1º Passo: Encontrar a área a ser calculada no Google Maps e realizar a impressão em papel quadriculado.

2º Passo: Contar o número de quadrados que foram preenchidos completamente pela figura (229) e o número de quadrados dos excessos da região (340).

3º Passo: Utilizamos uma média aritmética da quantidade de quadriculados encontrados.

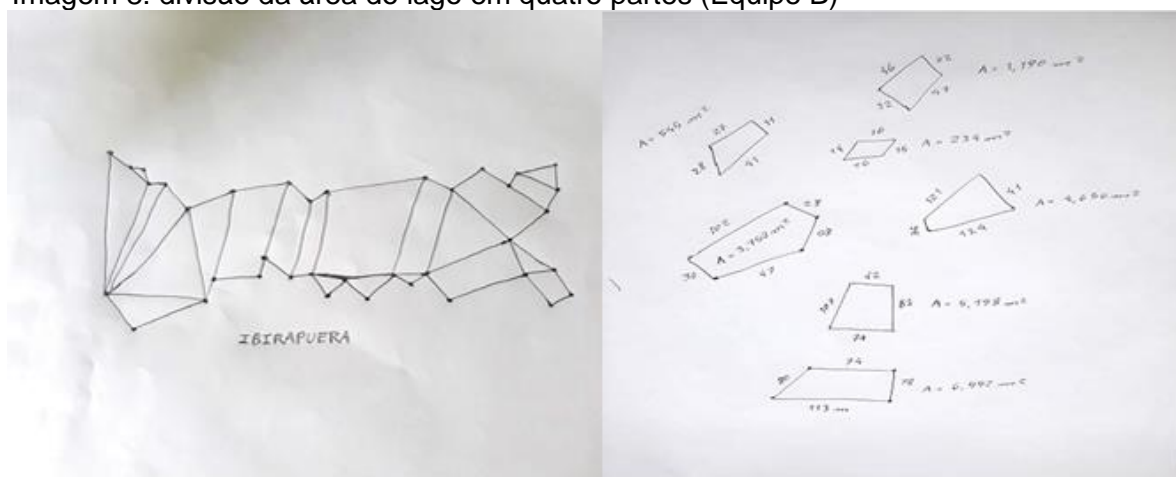
4º Passo: Converter para o tamanho de sua área real, na escala de 1:100.

A **equipe B** usou dois métodos. O primeiro foi a divisão a área do lago em vários polígonos regulares e o segundo foi a planificação da área do lago no GeoGebra (Imagem 3).

Método 5 - Divisão a área do lago em vários polígonos regulares:

Nesse método o grupo B dividiu a área do lago em vários polígonos regulares para que dessa forma calculassem cada uma das áreas, de forma que no final a somatória resultaria na área total do lago.

Imagem 8: divisão da área do lago em quatro partes (Equipe B)



Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

Método 6 – Planificação da área do lago no geogebra:

Este método foi bem direto. Os estudantes inseriram um imagem do lago (retirada do *Google Maps* na escala de 1:100) no GeoGebra e marcaram os pontos extremos da figura, após isso utilizaram a ferramenta “polígono” com a finalidade de calcular área total.

A **equipe D** utilizou o método de planificação da área do lago no Graph (Imagem 3), um método direto, pois o próprio software calculou a área do gráfico.

Apesar dos vários métodos adotados pelos grupos todos os métodos convergiram para um resultado aproximado (APÊNDICE A).

Tabela 1: Resultado encontrado pelos estudantes.

	Equipe A	Equipe B	Equipe C	Equipe D
Método 1	26402,20 m ²	22.567 m ²	24.230 m ²	26.169 m ²
Método 2	28152 m ²	27.975 m ²	28.450 m ²	-

Fonte: Dados da pesquisa de campo 2019

A validação do resultado se deu através da comparação dos resultados entre grupos e do resultado da calculadora de área do Google Maps (APÊNDICE A)

É relevante destacar algumas contribuições oferecidas por essa atividade de Modelagem Matemática como metodologia de ensino, para a prática docente: a contribuição para um ensino contextualizado capaz de despertar interesse, motivação e participação dos estudantes na edificação do saber; favorecimento e valorização do estudante no desenvolvimento de aspectos de criticidade, a consciência da importância de sua participação na sociedade, e a competência de associar o “conteúdo matemático” com seu dia a dia.

4.2 Questionário Pós-Atividade

O resultado da análise do questionário (APÊNDICE B) aplicado após a atividade de Modelagem Matemática, evidência opiniões, dificuldades e contribuições que a atividade proporcionou ao aprendizado dos estudantes.

Na intenção de saber se a atividade de Modelagem Matemática gerou impactos positivos na formação dos estudantes e se eles consideraram a metodologia aplicada eficiente, questionou-se sobre se os utilizariam a Modelagem Matemática como prática pedagógica em futuras aulas.

Destaca-se algumas respostas dos estudantes A e C, respectivamente:

Sim, pois utilizando novas ferramentas que possam despertar o interesse dos estudantes pela Matemática, propondo desafios que trazem resultados e dinamizando o processo ensino-aprendizagem tornando as aulas mais estimulantes.

Sim, esse tipo de atividade gera uma relação conceitual e prática entre o que se estuda dentro de uma escola e o que se vê fora dela, e ainda seria uma ferramenta didática que quebraria a rotina das aulas de Matemática.

As falas acima evidenciam que os participantes consideraram que a atividade proporcionou não só uma possibilidade de aprendizagem, mas também uma nova metodologia de ensino da Matemática. É importante perceber que ambos destacaram como uma das vantagens do uso da Modelagem Matemática o interesse do estudante por aprender conteúdos matemáticos.

Com a utilização da Modelagem Matemática no ensino “[...] é dada ao estudante a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa,

desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico” (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 13)

Questionados sobre se tiveram dificuldades no decorrer da atividade os participantes responderam em sua maioria que tiveram, entretanto consideram que este fator foi fundamental para o processo de aprendizagem, uma vez que para resolver a situação-problema tiveram que pesquisar e trocar conhecimentos entre si.

Destaca-se a respostas da estudante L:

Sim, como ainda não estudei a definição de áreas irregulares, tive grandes dificuldades, porém após fazer pesquisas sobre o assunto e trocar informações com os colegas do meu grupo consegui aprender mais sobre o conteúdo abordado.

Outro ponto importante trata sobre a possibilidade de aprendizagem de novos conteúdos por parte dos estudantes, pois isso é uma consequência direta do uso da Modelagem Matemática. Bassanezi (2015) considera que a utilização da modelagem na Educação Matemática valoriza o “saber fazer” do estudante e desenvolve sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em seus diferentes contextos de aplicações, a partir da realidade de seu ambiente.

Teve estudantes que não aprenderam conteúdos novos mais adequaram o conhecimento que já tinha para resolver a situação problema. Destaca-se o comentário da estudante L:

Não necessariamente aprender um conteúdo, mas a pesquisa em si possibilitou um novo olhar sobre as opções de conteúdos matemáticos que podem ser aplicados para a resolução de um mesmo problema.

De acordo com Figueiredo (2013) o exercício de relacionar os conhecimentos já internalizados nas estruturas cognitivas com a situação investigativa bem como a reorganização desses conhecimentos para a sua resolução caracterizam a aprendizagem no ambiente de modelagem como significativa.

A última pergunta no questionário indagava sobre o que a vivência de uma atividade de Modelagem Matemática proporcionou a eles em relação a: conteúdos matemáticos, problemas cotidianos, trabalho em equipe, e reflexões. Destaca-se o comentário da estudante E:

Entender quais e de que forma os conteúdos matemáticos podem ser aplicados a certas situações do cotidiano através de dados obtidos e daí

introduzir todo o conhecimento dessa área que se obteve ao longo dos estudos. Depois do que entendi sobre modelagem vejo que muitas coisas com que convivemos podem ser traduzidas facilmente para linguagem Matemática. Nos trabalhos em equipe apesar de não saber inteiramente sobre colocar a Matemática necessária a tal situação. Eu fiz o que pude e achei bem legal trabalhar modelagem Matemática em grupo. Muitos estudiosos criticam a educação restrita as escolas, no meu entender a modelagem Matemática pode auxiliar essa ideia e mostrar a qualquer pessoa que educação e conhecimento estão juntos e em todos os lugares não só na escola.

Neste relato é evidente que a participante enxergou de outra forma o ensino da Matemática. Mendes (2009) relata que, o que se ensina e como se ensina são pontos que influenciam de forma decisiva nas concepções de Matemática.

Sob a visão dos estudantes, muitas ações e processos são capazes de facilitar o aprendizado dos temas matemáticos, visto que são capazes de percorrer os caminhos com autonomia, buscando estratégias, modelos e questionar-se sobre os benefícios que os estudantes serão capazes ao apropriar-se como personagem ativo na construção do próprio saber, que anteriormente era mantido de modo cartesiano, ou seja, o modelo tradicional que vem sendo adotado não tem elevado o nível de qualidade do ensino.

CONSIDERAÇÕES

O presente trabalho realizado com um grupo de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática evidencia a Modelagem Matemática como uma metodologia que favorece o ensino e aprendizagem da Matemática.

No decorrer do processo de desenvolvimento deste estudo, buscou-se sempre responder a questão norteadora: **Percepções e apropriações de métodos diversos para a resolução de uma mesma situação-problema por graduandos do curso de Licenciatura em Matemática podem provocar diálogo e aprendizado em Matemática?**

Através dos registros de atividade dos estudantes e do questionário pós-atividade foi possível responder a essa questão, na qual, destacam-se algumas contribuições: Trabalho em equipe e cooperação entre os grupos, Interação entre o professora, pesquisador e os estudantes durante todo o processo, motivação no processo de ensino e aprendizagem, a facilitação da aprendizagem dos conteúdos matemáticos abordados e suas correlações com a realidade, desenvolvimento da capacidade de investigação sobre situações problemas.

A atividade ocorreu sem nenhuma dificuldade, pois os estudantes se comprometeram com horário e com os dias dos encontros. O tempo disposto para realização da atividade foi satisfatório.

Portanto, para a comunidade acadêmica e para o/a professor/a que ainda tem resistência de implementar uma metodologia diferenciada na Educação Matemática, fica aqui uma motivação para futuras pesquisas com a Modelagem Matemática, que venham contribuir com um ensino e aprendizagem significativa e dinâmica.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. L. W de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F.. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? Revista Acta Scientiae. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230> Acesso em: 18 Nov. 2019.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu.

BARBOSA, J.C; CALDEIRA, A.D.; ARAÚJO, J.L. **Modelagem Matemática na educação Matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Biblioteca do Educador Matemático – Coleção SBEM, v.3. Recife: SBEM, 2007. 256 p.

BASSANEZI, R.C. Modelagem como metodologia de ensino de Matemática. In: VII CIAEM. Santiago,1987.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**, 3ª ed. São Paulo. Contexto, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações** – Teoria e Prática. São Paulo, 318 f., 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau. 2004. Ed. Edfurb.

BIEMBENGUT, M. S. HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no ensino. 3ª. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem de Matemática**. Blumenau, SC: Furb, 1999.

BRAGA, R. M. **Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Científica e Matemática, Universidade Federal do Pará, 2009.

BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIEGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. **As atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 – 24.

BRASIL. **Constituição** (1988). Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado, 1988.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios**. In: II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2006, Apucarana, PR. **Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática**, 2006. p. 1-9.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática**. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, UEP Júlio Mesquita Filho-UNESP.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Campinas-SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, UEC – UNICAMP.

BURAK, D. **Critérios norteadores para a adoção da modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário**. Revista Zetetiké. Campinas, vol.1, ano 2, nº 2, p. 47-60, 1994.

BURAK, D. A modelagem Matemática e a sala de aula. In: **Anais I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – I EPMEM**. 2004, Londrina: UEL. 1CD – ROM

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem Na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p.10-27, 2010.

BURAK, D. (2010). **Uma perspectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática**. In BRANDT, C.F.; KLÜBER, T.E. **Modelagem Matemática uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 15-38

CIFUENTES, José Carlos; NEGRELLI, Leônia Gabardo. **Modelagem Matemática e o Método Axiomático**. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir

Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Modelagem Matemática na Educação Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Biblioteca do Educador Matemático SBEM, 2007, p.63 a 80.

HENZ. Carla CRISTINA. O uso das tecnologias no ensino-aprendizagem da matemática. Rio Grande do Sul: Universidade Regional Integrada do alto Uruguai e das Missões, 2008. Disponível em: . Acesso em: 22 de novembro de 2019.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. **Modelagem Matemática**: pontos que justificam sua utilização no ensino. In: IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, MG. Anais... Belo Horizonte: UNI-BH, 2007.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MENDES, I. A. **Tendências metodológicas no ensino de Matemática**. Belém: EdUFPA, 2008

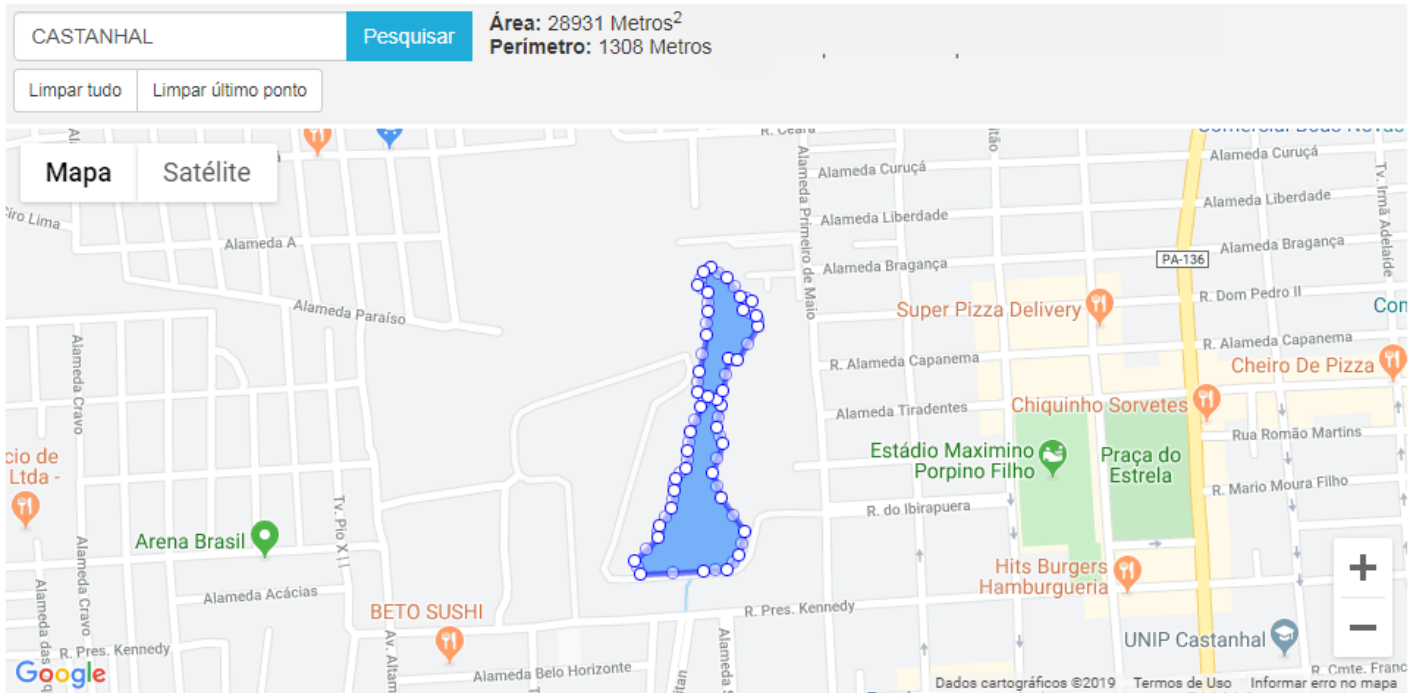
MENEZES; R. O.; ESPÍRITO SANTO; A. O. Do; BRAGA, R. M. **Tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática**. Coleção Educação Matemática na Amazônia, 5. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

SADOVSKY, P.. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo. Editora: Ática, 2010.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 24^a ed. São Paulo: Cortez, 2016.

APÊNDICE A – CÁLCULO DA ÁREA DO LAGO IBIRAPUERA USANDO O GOOGLE MAPS

CALCULAR ÁREA NO MAPA



APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO PÓS-ATIVIDADE

Caro estudante (a), este questionário faz parte da pesquisa do meu Trabalho de Conclusão de Curso para obtenção do grau em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará – UFPA. Ao contribuir com esta pesquisa, responda de forma sincera, pois desta condição dependerá a veracidade das informações apresentadas. Desde já agradeço sua colaboração.

Rodrigo do Nascimento Souza

Orientadora: Prof^a Roberta Braga

1. Como graduando do curso de Licenciatura em Matemática e futuro professor/a, você considera a possibilidade do uso da Modelagem Matemática como prática pedagógica em suas futuras aulas? Por qual motivo?

2. Na resolução da situação problema você encontrou dificuldade(s), qual(is)?

3. A atividade proposta fez com que você aprendesse algum conteúdo novo ou tivesse um novo olhar sobre um conteúdo já aprendido? Comente sobre.

4. O que a vivência de uma atividade de Modelagem Matemática lhe proporcionou em relação a: conteúdos matemáticos, problemas cotidianos, trabalho em equipe, reflexões, outros?
