



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA

LUCIANE DOS SANTOS SOUSA

ENSINO-APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA USANDO O GEOGEBRA

CASTANHAL – PA
2020

LUCIANE DOS SANTOS SOUSA

ENSINO-APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA USANDO O GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal, como requisito parcial para a obtenção do Título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Prof^o Dr. Arthur da Costa Almeida

CASTANHAL – PA

2020

ENSINO-APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA USANDO O GEOGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal, como requisito parcial para a obtenção do Título de Licenciada em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida

Aprovado em _____ de _____ de _____

Conceito: _____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida

Faculdade de Matemática / UFPA – Orientador

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal

Faculdade de Matemática / UFPA - Membro

Prof. Ms. *Marcos Vinicius Orguen Gouveia*

Faculdade de Matemática / UFPA - Membro

DEDICATÓRIA

A Deus e minha família que foi meu alicerce durante minha vida, em especial a minha filha Ana Zenny e ao Professor Walter Pereira Miranda meus maiores incentivadores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças para superar as dificuldades e sempre seguir em frente.

Ao meus pais Benedito Naziazeno de Sousa e Elza Campos dos Santos que sempre me ensinaram o que era certo ou errado, sempre me incentivando a buscar aquilo que sempre desejei e que são meus exemplos de vida.

Aos meus queridos irmãos Leidiana Sousa (in memoriam), Lucidalva Sousa, Lucilene Sousa, Luciana Sousa, Cristiano Sousa (in memoriam), Enedilson Sousa e Emaneo Sousa, que sempre me apoiaram e incentivaram.

Aos meus filhos, em especial a Ana zenny Sousa Vale que mesmo sendo só uma menina foi a pessoa que mais me apoiou e incentivou, sempre foi como uma “mãe” para seus irmãos na minha ausência e principalmente pela paciência comigo.

A avó dos meus filhos Ana Rita Ferreira que não media esforços para ajudar a cuidar dos meus filhos na minha ausência, e por ser a minha maior incentivadora e apoiadora do começo até o fim desta caminhada de discente.

Ao pai dos meus filhos, Francisco Alex, pelos incentivos e apoio que sempre me deu durante minha caminhada acadêmica .

Aos meus colegas de trabalho da Escola “Jose Malcher” que sempre compreendiam a minha ausência, e sempre me incentivaram a nunca desistir.

Ao Professor Walter Miranda que foi um de meus maiores incentivadores e colaboradores para a conclusão deste trabalho, obrigado pelo apoio e ajuda, serei eternamente grata.

Aos amigos e colegas pela troca de experiência pela convivência, pelas batalhas que juntos enfrentamos, pelo conhecimento compartilhado e a todos os professores que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste curso. A Universidade Federal do Pará, aos projetos de Auxílios ao qual fui contemplada, e que muito me ajudou na parte financeira de me manter nesta Universidade durante meu curso.

Ao meu orientador Prof^o. Dr^o. Arthur Almeida, pelas orientações, sugestões e colaboração durante esta trajetória de conclusão deste trabalho que tive a satisfação de conhecer não apenas na orientação deste trabalho mas durante os anos de vida acadêmica.

*“Diga-me eu esquecerei, ensina-me e eu
poderei lembrar, envolva-me e eu
aprenderei.”*

Benjamin Franklin

RESUMO

A educação vem sofrendo grandes mudanças metodológicas que são apontadas como tendências de ensino. Dentre estas, destaca-se a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação adotando os softwares educacionais que potencializam a visualização e a experimentação na construção de conceitos matemáticos. Mas para isto é necessário escolher softwares adequados e uma metodologia capaz de tirar proveito das características positivas do computador. O presente trabalho tem como tema “Ensino-Aprendizagem da Função Quadrática Usando o Geogebra”, e como objetivo geral saber se o Software Geogebra facilita a aprendizagem dos alunos sobre a função quadrática e dos seus gráficos. Para isto, desenvolveu-se um embasamento bibliográfico de diferentes autores na área da informática e sobre o Geogebra, além de uma pesquisa de campo fazendo uma análise qualitativa descritiva. Desta forma, constatar se o uso do software GeoGebra pode representar uma metodologia importante para o ensino-aprendizagem da função quadrática e de seus gráficos possibilitando aos alunos uma aprendizagem significativa e interessante, que leve-os à compreensão de conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Ensino, Matemática, Geogebra, Função Quadrática.

ABSTRACT

Education has undergone major methodological changes that are identified as teaching trends. Among these, the use of Information and Communication Technologies stands out, adopting educational softwares that enhance visualization and experimentation in the construction of mathematical concepts. But for this it is necessary to choose suitable software and a methodology capable of taking advantage of the positive characteristics of the computer. The present work has as its theme "Teaching-Learning the Quadratic Function Using Geogebra", and as a general objective to know if the Geogebra Software facilitates students' learning about the quadratic function and its graphs. For this, a bibliographical basis was developed by different authors in the area of information technology and on Geogebra, in addition to a field research making a qualitative descriptive analysis. In this way, see if the use of the GeoGebra software can represent an important methodology for the teaching-learning of the quadratic function and its graphs, enabling students to have a meaningful and interesting learning, which leads them to understand mathematical concepts.

Keywords: Teaching, Mathematics, Geogebra, Quadratic Function.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Conjuntos Domínio, Contradomínio e Imagem de uma função.....	13
Figura 2 - Conjuntos representando uma função	14
Figura 3 - Conjuntos representando uma não função.....	14
Figura 4 - Conjuntos representando uma não função.....	14
Figura 5 - Fórmula de Bhaskara utilizada para encontrar os zeros da função do 2º grau.....	15
Figura 6 – Gráfico de uma função com duas raízes reais distintas.....	17
Figura 7 - Gráfico de uma função com uma raiz reais.....	17
Figura 8 - Gráfico de uma função que não possui raiz real.....	18
Figura 9 - Janela inicial do GeoGebra.....	26
Figura 10 - Identificando como abrir a janela de visualização em 3D no programa....	27
Figura 11 - Categorias das ferramentas do software Geogebra.....	27
Figura 12 - Indicação das ferramentas ocultas.. ..	27
Figura 13 - Ícone ajuda do software Geogebra.. ..	30
Figura 14 - Gráfico Função Quadrática Simetria da Parábola.	34
Figura 15 - Gráficos função Quadrática Observando Concavidade.....	36
Figura 16 - Gráficos Função Quadrática com uso Controle Deslizante.....	37
Figura 17 - Gráficos Função Quadrática com Coeficientes $a > 0$, b e c iguais a 0...	38
Figura 18 - Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a > 0$, Controle Deslizante.....	39
Figura 19 – Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a < 0$, Controle Deslizante	40
Figura 20 – Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a = 0$	41
Figura 21 - Gráfico da Porcentagem dos alunos que gostam de matemática.....	45
Figura 22 – Gráfico da Porcentagem de celular e/ou computador por aluno.....	46
Figura 23 – Gráfico da Utilização de recursos tecnológicos durante as aulas.....	47
Figura 24 – Gráfico da Dificuldade de aprendizagem da função quadrática.....	49
Figura 25 – Gráfico de Conhece algum aplicativo para a aprendizagem da matemática	50
Figura 26 – Gráficos da resposta da atividade 1.....	56
Figura 27 – Gráficos da atividade 2.....	57
Figura 28 – Gráficos da atividade 3.....	58

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1 - REFERENCIAL TEÓRICO	11
1.1. O CONCEITO DE FUNÇÃO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	11
1.2. FUNÇÃO: CONCEITO, DOMÍNIO E IMAGEM	12
1.2.1. Função Quadrática	15
1.2.2. Zero da função quadrática	16
1.3. O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NAS ESCOLAS BRASILEIRAS	18
1.4. AS TECNOLOGIAS COMO ALIADAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	20
1.4.1. As tecnologias de informação e comunicação	21
1.5. O QUE É O GEOGEBRA?	25
1.5.1. Interface do programa Geogebra	25
1.6. APLICAÇÕES DO GEOGEBRA NA APRENDIZAGEM E CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA.....	30
1.6.1. Funções Quadráticas no Geogebra	31
1.6.2. A Forma Canônica do Trinômio	32
1.6.3. O Gráfico da Função Quadrática	34
2. METODOLOGIA	42
2.1. TIPOS DE PESQUISA.....	42
2.2. LOCAL E CONTEXTO DA PESQUISA.	42
2.3. FONTES DE INFORMAÇÃO.....	43
2.4. TÉCNICAS DE COLETA E ANÁLISE DE DADOS.	44
3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA	45
3.1. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA COM OS ALUNOS.....	45
3.2. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA COM OS PROFESSORES	51
3.3. APRESENTANDO E TRABALHANDO COM O SOFTWARE GEOGEBRA EM SALA DE AULA	54
3.3.1. Atividades propostas pelos professores das turmas para os alunos resolverem sobre função quadrática, já resolvidas	55
3.4. CONSIDERAÇÕES DOS ALUNOS E PROFESSORES APÓS O TRABALHO COM O GEOGEBRA	61
CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS	69
APENDICES	72

INTRODUÇÃO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso traz a discussão sobre o uso da tecnologia como instrumento de aprendizagem apresentando o Tema: “Ensino-Aprendizagem da Função Quadrática Usando o Geogebra”. Para muitos alunos a construção de gráficos das funções é bastante difícil, ainda mais quando os professores seguem metodologias tradicionais de ensino, mas existem softwares educativos que ajudam na aprendizagem, o Geogebra é um deles.

A escolha do tema deu-se devido perceber que a minha filha que é estudante do ensino médio (na época estudava o 1º ano do ensino médio) apresentava dificuldade para entender e resolver questões sobre funções, e a dificuldade aumentava mais, quando tinha que construir os gráficos, principalmente o gráfico da função quadrática que é uma parábola. Como estudante de matemática, apresentei para ela o aplicativo Geogebra e solicitei que ela utilizasse nas resoluções das questões. Ela fazia isso em casa, mas na escola não. Perguntei o motivo para ela, e ela me respondeu que o professor não deixava.

Dúvidas e questionamentos surgiram e, como pesquisadora da área da matemática resolvi investigar se a utilização do aplicativo Geogebra como instrumento facilitador da aprendizagem dos alunos no ensino da função quadrática e de seus gráficos é eficiente como recurso de ensino. Para isso, elaborou-se a seguinte questão problema: “A utilização do aplicativo Geogebra como recurso metodológico no ensino da função quadrática e de seus gráficos facilita a aprendizagem dos alunos?”

Este trabalho tem como objetivo geral saber se o Software Geogebra facilita a aprendizagem dos alunos sobre a função quadrática e dos seus gráficos. E para alcançar tal resultado, utiliza-se também os objetivos mais específicos, como: familiarizar o Software Geogebra nas turmas de 1º ano do Ensino Médio; desenvolver metodologias que insiram o Geogebra nas aulas como instrumento pedagógico relevante; inserir as tecnologias nas aulas de matemática; resolver as funções quadráticas utilizando o software Geogebra; construir os gráficos da função quadrática com a ajuda do Geogebra.

A metodologia utilizada para esta pesquisa foi, primeiramente a bibliográfica, para formar um embasamento teórico sobre o tema. Referencial que foi confrontado com as respostas dos sujeitos investigados nesta pesquisa. Buscou-se autores que pesquisam e discutem tecnologias, Geogebra, funções matemáticas que são algumas palavras chaves deste trabalho. Posteriormente, foi realizada uma pesquisa de

campo, dividida em quatro partes (aplicação de questionário, apresentação e demonstração do aplicativo Geogebra para os alunos, resolução de questões pelos alunos e entrevista em forma de conversa com todos os alunos e professores ao mesmo tempo), na Escola Estadual de Ensino Médio Norma Guilhon, com alunos e professores de duas turmas do 1º ano do Ensino Médio.

O presente trabalho apresenta a seguinte estrutura: No Capítulo 1 apresenta-se o referencial teórico com um pouco da construção do conceito de função na da matemática; apresenta-se, também o conceito de função, domínio e imagem, assim como a função quadrática e os zeros da função; discute-se o ensino da função quadrática nas escolas; fala-se das tecnologias como aliadas no ensino e; finaliza-se falando do aplicativo Geogebra, suas interfaces e a sua utilização na resolução da função quadrática e construção dos gráficos.

No Capítulo 2 apresenta-se a Metodologia utilizada para a pesquisa deste trabalho. Contendo os dois tipos de pesquisas, a bibliográfica e a de campo; o local, o contexto e os sujeitos da pesquisa; as fontes de informações e; as técnicas de coleta e análise de dados.

O Capítulo 3 apresenta-se a pesquisa realizada em quatro momentos com os alunos e professores das turmas de 1º ano do Ensino Médio da Escola Norma Guilhon. Partindo dos dados quantitativamente coletados e organizados em gráficos faz-se uma análise qualitativa das informações, buscando relacioná-los com os autores que ajudaram a compor o referencial teórico deste trabalho. Tudo isso para formação de novos conhecimentos acerca da realidade educacional em matemática de uma escola do interior da Amazônia.

Por último, apresenta-se as Considerações Finais onde condensam-se as principais informações da pesquisa procurando responder à questão problema do trabalho, buscando alcançar os objetivos propostos. A conclusão faz uma análise da realidade encontrada sobre o ensino da matemática e a importância da utilização de aplicativos como o Geogebra na aprendizagem dos alunos na resolução de funções quadráticas, assim como na construção de seus gráficos.

1 – REFERENCIAL TEÓRICO

Neste Capítulo apresenta-se um pouco da função quadrática: história, conceito, domínio, imagem e função quadrática; fala-se sobre o ensino da função nas escolas brasileiras; fala-se das tecnologias de informação e comunicação como aliadas no processo ensino aprendizagem da matemática; finalizando, apresentando o aplicativo Geogebra, sua interface e como utilizar para resolver questões sobre função quadrática e construção dos seus gráficos.

1.1. O CONCEITO DE FUNÇÃO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.

Ao longo da história foi se desenvolvendo o conceito de função, isto é, precisou-se de vários séculos para que desde as primeiras noções intuitivas, chegássemos ao complexo estudo das funções, presente em nossos dias. Como nos afirma Eves (2004, p. 20):

“O conceito de função passou por evoluções acentuadas. O estudante de matemática perceberá bem esse fato ao atentar para os vários refinamentos desse processo evolutivo que acompanham seus progressos escolares...”.

Como tudo na matemática, o conceito de função evoluiu muito no decorrer do tempo para se tornar um conteúdo importantíssimo no currículo escolar. Essa evolução inicia, possivelmente, com os babilônios, já que tinham uma ideia, não pouco vaga, de função. Sabe-se de tábuas de quadrados, de cubos e de raízes quadradas utilizadas por eles na Antiguidade, principalmente no campo astronômico. Os Pitagóricos, por sua vez, estabeleceram relações entre grandezas físicas, como entre as alturas de sons e comprimentos das cordas vibrantes. No que concerne à variação, Nicolas Oresme (1323 - 1382) utilizou segmentos de reta para representar variações, como por exemplo a representação da velocidade de um móvel ao longo do tempo, utilizando um segmento horizontal e representando a velocidade em cada instante pelo comprimento de um segmento perpendicular.

A utilização de eixos cartesianos para a representação de uma função, tal qual como conhecemos atualmente, só veio aparecer no século XVII, com o filósofo e matemático francês René Descartes (1596 - 1650). Neste mesmo século, outras importantes contribuições foram dadas para o desenvolvimento do conceito de função, com destaques para Johannes Kepler (1571 - 1630), com a descoberta das leis sobre as trajetórias planetárias, Galileu Galilei (1564 – 1642) e Isaac Newton (1642 – 1727), com o estudo da queda dos corpos e a relação entre espaço e tempo.

No século XVIII, o filósofo e matemático alemão Gottfried Leibniz (1646 - 1716) criou vários termos e símbolos para o uso na matemática. Foi ele quem primeiro utilizou o termo função no desenvolvimento da Análise Matemática. Um pouco mais tarde, a definição de função surge com o matemático suíço Leonhard Euler (1707 - 1783), o qual utilizou pela primeira vez a notação $f(x)$ e escreveu: “Se x é uma quantidade variável, então toda a quantidade que depende de x de qualquer maneira, ou que seja determinada por aquela, chama-se função da dita variável”. Mas foi no século XIX, que apareceu o conceito mais amplo de função, definido por Peter Dirichlet, em 1829, que considera a função com os valores de y (variável dependente) fixos ou variando de acordo com os valores atribuídos à variável x (variável independente).

Dessa forma, pode-se afirmar que um conceito é uma entidade psíquica abstrata e universal que serve para designar uma categoria ou classe de entidades, eventos ou relações. Ele é o elemento de uma proposição como uma palavra é o elemento de uma sentença. Conceitos são abstratos porque omitem as diferenças entre as coisas em sua extensão, tratando-as como se fossem idênticas. Conceitos são universais ao se aplicarem igualmente a todas as coisas em sua extensão.

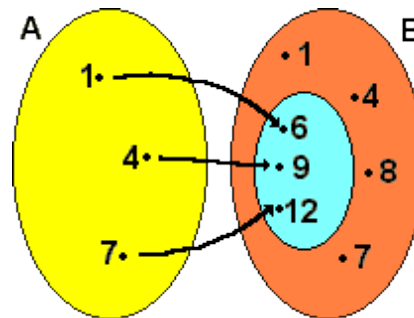
1.2. FUNÇÃO: CONCEITO, DOMÍNIO E IMAGEM.

As funções possuem diversas aplicações no cotidiano, sempre relacionando grandezas, valores, índices, variações entre outras situações. Por exemplo, a inflação é medida através da função que relaciona os preços atuais com os preços anteriores, dentro de um determinado período, caso ocorra variação para mais dizemos que houve inflação, e havendo variação para menos, denominamos deflação. A distância percorrida por um veículo depende da quantidade de combustível presente no tanque. Ciências como a Física, a Química e a Biologia utilizam em seus cálculos as propriedades das funções para demonstrarem a ocorrência de determinados fenômenos. Dessa forma, é muito importante obter o conhecimento adequado sobre as propriedades e definições das funções matemáticas.

Definimos função como a relação entre dois ou mais conjuntos, estabelecida por uma lei de formação, isto é, uma regra geral. Os elementos de um grupo devem ser relacionados com os elementos do outro grupo, através dessa lei. A lei de formação que intitula uma determinada função, possui três características básicas: domínio, contradomínio e imagem. Essas características podem ser representadas por um diagrama de flechas, isso facilitará o entendimento.

Para mostrar o que é a imagem e domínio de uma função, e também o contradomínio, vamos desenvolver um exemplo com base no conceito de função já estudado acima. Com os conjuntos $A = \{1, 4, 7\}$ e $B = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 12\}$ criamos a função $f:A \rightarrow B$ definida por $f(x) = x + 5$ que também pode ser representada por $y = x + 5$. A representação em diagrama, utilizando conjuntos, desta função, é:

Figura 1: Conjuntos Domínio, Contradomínio e Imagem de uma função.



O conjunto A é o conjunto de saída e o B é o conjunto de chegada (ignore o conjunto azul por enquanto).

O Domínio é um sinônimo para conjunto de saída, ou seja, para esta função o domínio é o próprio conjunto $A = \{1, 4, 7\}$. Como, em uma função, o conjunto de saída (domínio) deve ter todos os seus elementos relacionados (regra 2 das funções), não precisamos ter subdivisões para o domínio. O domínio de uma função também é chamado de campo de definição ou campo de existência da função, e é representado pela letra “D”.

O conjunto de chegada “B”, também possui um sinônimo, é chamado de contradomínio. Note que podemos fazer uma subdivisão dentro do contradomínio (conjunto azul da figura acima). Podemos ter elementos do contradomínio que não são relacionados com algum elemento do Domínio e outros que são. Por isso, devemos levar em consideração esta subdivisão (esta é até mais importante do que o próprio contradomínio).

Essa subdivisão ou subconjunto é chamado de conjunto imagem, e é composto por todos os elementos em que as flechas de relacionamento chegam. O conjunto Imagem é representado por “Im”, e cada ponto que a flecha chega é chamado de imagem. Note que existe uma diferença entre imagem e conjunto imagem, o primeiro é um ponto em que a flecha de relacionamento toca, e o segundo é o conjunto de todos elementos que as flechas tocam.

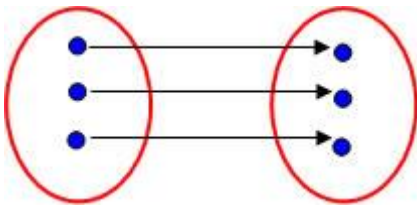
No nosso exemplo, o domínio é $D = \{1, 4, 7\}$, o contradomínio é $C = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 12\}$ e o conjunto imagem é $Im = \{6, 9, 12\}$ e:

- a imagem do ponto $x = 1$ é $y = 6$, indicado por $f(1) = 6$;
- a imagem do ponto $x = 4$ é $y = 9$, indicado por $f(4) = 9$;
- a imagem do ponto $x = 7$ é $y = 12$, indicado por $f(7) = 12$.

O conjunto domínio possui algumas características especiais que definem ou não uma função. Exemplo: Todos os elementos do conjunto domínio devem possuir representação no conjunto do contradomínio. Caso isso não ocorra, a lei de formação não pode ser uma função.

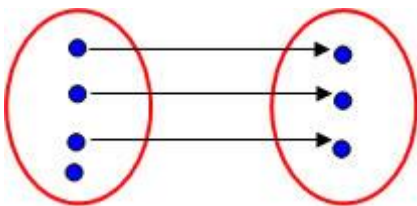
Na figura 2 abaixo, é uma Função, pois todos os elementos do domínio tem um único correspondente no contradomínio;

Figura 2: Conjuntos representando uma função.



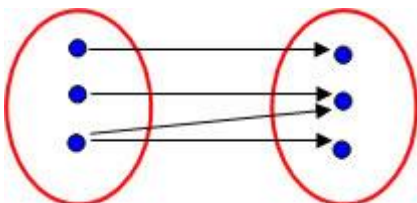
Já na figura 3 abaixo, não é uma função, pois restam elementos no conjunto domínio, que não foram associados ao conjunto imagem.

Figura 3: Conjuntos representando uma não função.



Também na figura 4 abaixo, não é uma função, pois um único elemento do domínio não deve possuir duas imagens distintas.

Figura 4: Conjuntos representando uma não função.



1.2.1 – Função Quadrática.

A função do 2º grau (também chamada de função quadrática) traz o expoente 2 em sua incógnita, sendo escrita por meio da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Para que essa função seja válida, é necessário que **a**, **b** e **c** pertençam ao conjunto dos números reais e **a** deve ser diferente de zero. Por exemplo:

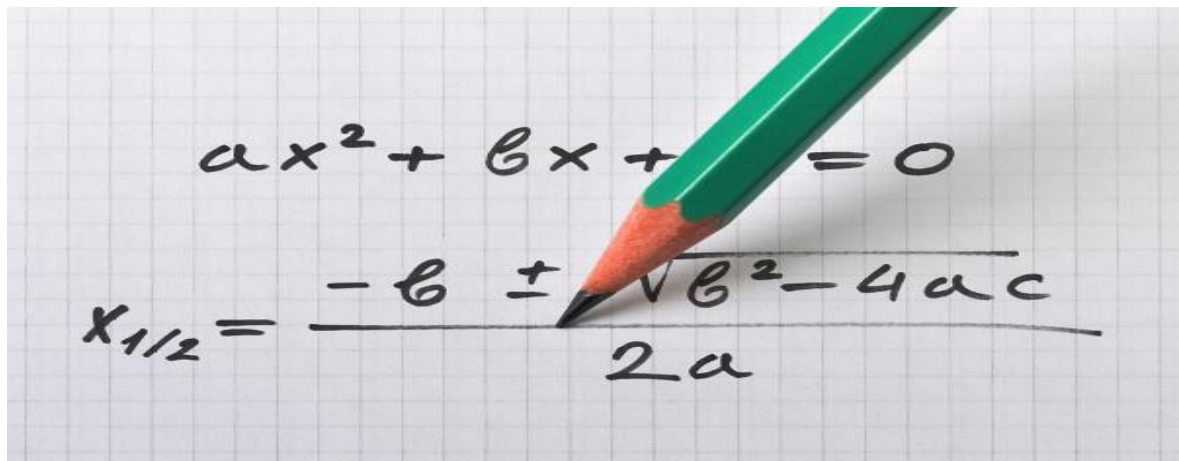
$$x^2 + 5x + 8 = 0 \text{ (equação do 2º grau)}$$

$$x^2 + 9 = 0 \text{ (equação do 2º grau)}$$

$$-4x + 3 = 0 \text{ (não é equação do 2º grau)}$$

A forma de encontrar o valor da incógnita x na equação de 2º grau é mediante a fórmula de Bhaskara.

Figura 5: Fórmula de Bhaskara utilizada para encontrar os zeros da função do 2º grau.



The image shows a green pencil pointing to the handwritten formula for the quadratic equation on graph paper. The formula is:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bhaskara foi um matemático (professor, astrólogo, astrônomo) muito dedicado, depois de vários estudos ele nos trouxe, de forma bem resumida, a solução geral da equação do 2º grau, que se resume basicamente em:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

Mas de onde vieram as letras **a**, **b** e **c** que estão descritas na fórmula? É só analisar a equação em si:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Assim, **a** representa qualquer número que esteja multiplicando x^2 , **b** é o número que multiplica a incógnita x e **c** é o número sozinho. Cada equação apresenta uma

característica quando representada em um gráfico. A equação do 1º grau, por exemplo, é uma reta, portanto, ela encontra o eixo x apenas em um ponto (justamente o valor de “x” encontrado na equação). Já a equação do 2º grau tem a característica de ser uma parábola, encontrando em dois pontos do eixo x, por isso, temos duas respostas da equação e as chamamos de raízes da função.

Sendo uma parábola, é necessário encontrar os valores do vértice, ou seja, o “ponto de virada” da parábola. Logo:

O **x** do vértice é dado pela fórmula:

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

E o **y** do vértice é o resultado da fórmula:

$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

1.2.2. Zero da função quadrática.

Para determinar as raízes ou zero de uma função do 2º grau consiste em determinar os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas no plano cartesiano. Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos determinar sua raiz considerando $f(x) = 0$, dessa forma obtemos a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, que pode ser resolvida pelo método resolutivo de Bháskara.

O propósito de resolver uma equação do 2º grau é calcular os possíveis valores de x, que satisfazem a equação. Os possíveis resultados da equação consistem na solução ou raiz da função. O número de raízes de uma equação do 2º grau depende do valor do discriminante (Δ), observe as condições a seguir:

$\Delta > 0 \rightarrow$ a função do 2º grau possui duas raízes reais distintas.

$\Delta = 0 \rightarrow$ a função do 2º grau possui apenas uma raiz real.

$\Delta < 0 \rightarrow$ a função do 2º grau não possui nenhuma raiz real.

Para esclarecer melhor, apresentamos três exemplos sobre as raízes de uma equação do 2º grau.

No exemplos 1,

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 * 1 * 6$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

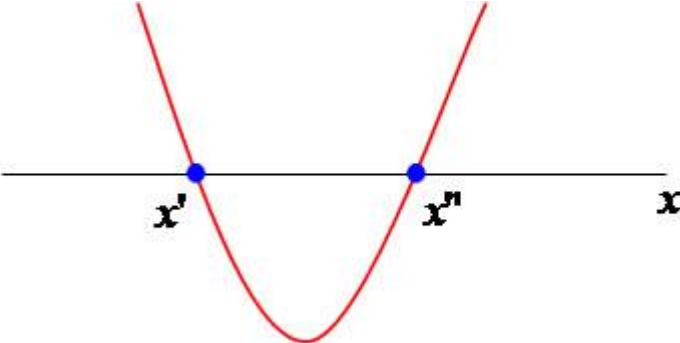
Como $\Delta > 0$ (Discriminante é maior que zero) a equação possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos, como veremos na figura 6, abaixo:

Figura 6: Gráfico de uma função com duas raízes reais distintas.

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{5-1}{2} = 2$$

$$x'' = \frac{5+1}{2} = 3$$


No exemplo 2,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$$

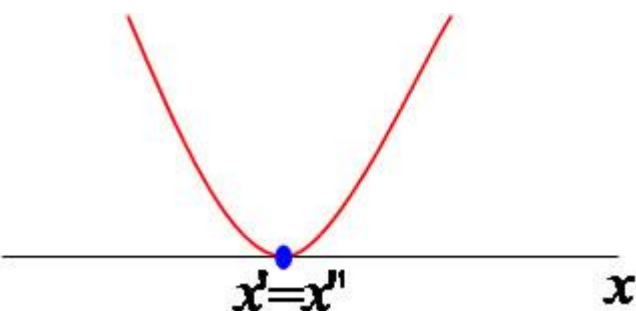
$$\Delta = 16 - 16$$

$$\Delta = 0$$

Como $\Delta = 0$ (Discriminante é igual a zero) a equação possui apenas uma raiz real, e a parábola intersecta o eixo x em um único ponto, conforme veremos abaixo:

Figura 7: Gráfico de uma função com uma raiz reais.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$x' = x'' = \frac{4}{2} = 2$$


Já no exemplo 3,

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

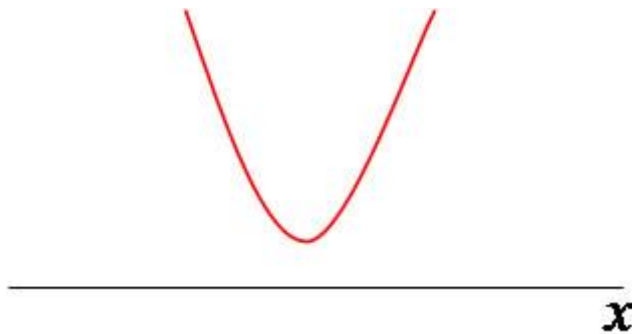
$$\Delta = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2$$

$$\Delta = 4 - 8$$

$$\Delta = -4$$

Como $\Delta < 0$ (Discriminante é menor que zero) a equação não possui raiz real, e a parábola não intersecta o eixo x .

Figura 8: Gráfico de uma função que não possui raiz real.



1.3. O ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA NAS ESCOLAS BRASILEIRAS.

Poucos assuntos na matemática têm tanta aplicação prática como as funções, dentre as quais, primordialmente, e já nos referindo a aplicações corriqueiras, podemos destacar as funções afim e quadrática. Não de hoje, mas faz muito tempo que o ensino da função quadrática ocorre, em geral, segundo Sousa Junior (2018, p. 27) da seguinte maneira:

primeiro, mesmo antes de se explorar qualquer situação-problema, define-se função quadrática; depois, dá-se alguns exemplos soltos aos alunos; posteriormente começa-se a falar em gráficos, pontos notáveis da parábola e raízes; encerra-se o assunto com inequações.

Algumas de suas características interessantes, por exemplo, a variação de seu sinal, geralmente é dado de forma técnica, através da exibição de uma espécie de tabela que gira em torno dos possíveis valores de Δ (delta) e do coeficiente a . Para o aluno que compreende bem o plano cartesiano e a função afim, um simples esboço mental do gráfico de uma determinada função quadrática já lhe mostra nitidamente onde ela é positiva, negativa, ou neutra. No entanto, como a interpretação é pouco trabalhada, muitos alunos recorrem a certas formalizações. Priorizando a exibição formalizada de todo o conteúdo, em detrimento mesmo do significado abarcado pelo estudo das funções.

O entendimento por parte dos alunos é muitas vezes confuso, sendo a interpretação algo pouco trabalhado nas salas de aula atualmente. Os próprios livros

didáticos, selecionados pelos professores e que são enviados pelo Ministério da Educação – MEC, sempre apresentaram falhas graves. Um início de solução para tais problemas seria, sem dúvida, uma exploração mais aprofundada do conteúdo por parte dos alunos, ou melhor, em outros termos: os alunos precisam explorar e buscar os seus próprios significados, já que a exploração praticamente não ocorre por parte deles. Por exemplo, uma grande dificuldade, geralmente, apresentada pelos alunos diz respeito ao sinal da função, seja quadrática ou não. No estudo da função do primeiro grau é passado aos alunos que, quando o coeficiente a é positivo, a função é positiva depois de sua raiz no eixo real.

Mas, na verdade, a melhor maneira de se apresentar um tal fato aos alunos é fazendo eles “entenderem” isso através do próprio gráfico da função. Conseqüentemente, no estudo da função quadrática, se mudar a metodologia e apresentarmos situações exploratórias e que exigem interpretação gráfica, os alunos se perdem, já que só aprenderam a trabalhar com “fórmulas”. Neste caso, e especialmente neste caso, segundo Sousa Junior (2018, p. 28) “as novas tecnologias podem dar uma poderosa força aos professores a partir do momento em que possibilitam um meio extremamente dinâmico de exploração”.

Pode-se utilizar softwares educativos na área da matemática para que os alunos explorem livre e dinamicamente o gráfico da função quadrática, através da modificação de todos os seus coeficientes e das respectivas mudanças que ocorrem no gráfico depois dessas modificações. Para Sousa Junior (2018, p. 29) “os alunos podem, assim, entenderem melhor como funciona o gráfico de uma função quadrática a partir da exploração de dezenas de situações diferentes em um curto intervalo de tempo, com o auxílio das tecnologias, ou seja, dos softwares”.

Podemos dizer que é o ensino que não prioriza a construção do conhecimento por parte do aluno, ou seja, não instiga os alunos a explorarem mais as situações desafiadoras, é totalmente paralisado em sua estrutura. Nas escolas, quase sempre é seguido à estrutura apresentada no livro didático, mas a forma trabalhada nem sempre é a recomendada. Os professores não trabalham com conceitos, e sim, com muitas definições. Estas levam o aluno a decorar essas informações apenas para o momento que lhes forem necessários e futuramente virão a esquecer.

Para Sousa Junior (2018, p. 30) muitas vezes, “isso ocorre devido ao professor não estar atento às mudanças no ensino e a falta de leitura sobre novos métodos nos

quais, procuram sempre a melhoria do aprendizado do aluno, o que acaba se transformando com o passar dos anos, em uma maneira antiquada de se ensinar”. Ainda, segundo o autor, também, “ocorre pelo fato de o professor seguir apenas o livro didático e esquecer que sua função é ensinar e não de transmitir conhecimentos”.

Todo professor deve sempre buscar atualização, principalmente, àqueles que já se formaram há vários anos atrás, pois as coisas mudaram na docência. Mudaram, principalmente com o advento das tecnologias em educação. Logo, não cabe mais o professor utilizar somente o livro didático, o professor deve inovar para melhorar o aprendizado dos alunos.

1.4. AS TECNOLOGIAS COMO ALIADAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA.

A sociedade em seu contínuo progresso é marcada por inovações tecnológicas que interferem no meio cultural. Uma das mais importantes no último século foi o avanço acelerado da tecnologia eletrônica, destacando principalmente o computador e a internet que são usadas nas mais diferentes áreas, como: bancos, supermercados, escolas, etc.

O Brasil deu seus primeiros passos dentro do contexto histórico para a informática educativa em 1971, quando se discutiu pela vez o uso dos computadores no ensino da física na USP de São Carlos, onde houve um seminário promovido pela mesma, com a colaboração da Universidade de Dartmouth/EUA. As primeiras entidades brasileiras responsáveis pelas primeiras investigações sobre o uso dos computadores na educação foram: a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), sendo que nesse contexto a Universidade Federal do Rio de Janeiro foi a instituição pioneira na utilização dos computadores nas atividades acadêmicas, feito pelo departamento de cálculo científico dentro da referida instituição, que foi criado em 1966, o que deu origem ao Núcleo de Computação Eletrônico (NCE), o computador na época era utilizado como projeto de pesquisa e estudo, o que proporcionou uma disciplina voltada para o ensino da informática.

Mas foi em 1975 na Universidade de Campinas (UNICAMP), que um grupo de pesquisadores da referida universidade, coordenada pelo professor Ubiratan d’Ambrósio, do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, escreveram um documento “Introdução de Computadores nas Escolas do 2º grau”, financiado por um acordo do Ministério da Educação (MEC) junto com o Banco

Interamericano de Desenvolvimento (BID), mediante um convênio com um outro programa chamado Premen - MEC (Programa de Reformulação do Ensino), existente na época.

Mas o primeiro grande investimento do Brasil no uso das tecnologias foi em 1996, com o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), que teve como justificativas: a possibilidade de alteração na condução das pesquisas e construção dos conhecimentos; a utilização de novos métodos de produção industrial; novas formas de pensar, trabalhar, viver e conviver no mundo atual, o que “muito modificaria as instituições educacionais. (BRASIL, 1996, p. 6).

O PROINFO foi criado para atender todas as escolas da rede pública de ensino de todos os estados brasileiros, através da colaboração entre o MEC, os governos estaduais e a sociedade, e o sucesso deste Programa dependeria fundamentalmente da capacitação dos recursos humanos envolvidos em sua operacionalização, principalmente os professores.

Mas o PROINFO não foi um sucesso por vários motivos, segundo destaca Silva (2007, p. 45), entre eles:

a falta de manutenção dos laboratórios e computadores; a não formação dos professores para utilizarem os equipamentos; não foram todas as escolas públicas que receberam os laboratórios; as licenças dos softwares e hardwares inspiraram e não houve renovação das licenças, etc.

No município de Colares que possuía, segundo o Censo Escolar de 2003, 21 (vinte e uma) escolas municipais e 16 (dezesesseis) escolas estaduais, totalizando trinta e sete escolas, apenas uma escola (Norma Guilhon) recebeu o laboratório de informática disponibilizado pelo PROINFO. Mas, os equipamentos não receberam nenhuma manutenção ao longo dos anos e, também não houve formação para os docentes. Atualmente o laboratório não funciona por falta de equipamentos que estejam em condições de atender aos alunos e professores.

Quanto aos aspectos positivos, apesar de todos os entraves à materialização do PROINFO nas escolas, Silva (2007, p. 15) diz que este Programa foi o primeiro a propor a “efetivamente laboratórios nas escolas das redes públicas de ensino para uso de alunos e professores”. Até então, os computadores para estudantes eram restritos aos Centros de Informática ou de pesquisa. Acrescentando que estes se apresentam, em muitos casos, como única “possibilidade de acesso e de

instrumentalização da população estudantil às ferramentas da informática (computador e seus periféricos)” (SILVA, 2007, p. 82).

Já para Cysneiros (2003, p.140), o aspecto mais positivo do PROINFO foi o de “iniciar a criação de estruturas de suporte ao uso da informática nas secretarias estaduais de educação e colocar os primeiros computadores em escolas.” Para Oliveira (2001, p.81), os laboratórios de informática implantados pelo PROINFO no Brasil “constituem-se excelentes materiais de apoio tanto na pesquisa como na produção de novos conceitos;” mesmo que esta utilização, segundo o próprio autor, “não está sendo feita, metodologicamente, de forma homogênea.”

Em síntese, verificou-se que o PROINFO foi implementado de uma forma pulverizada e descontínua, que as instalações são insuficientes, que a formação do professor é precária, que o tempo de permanência do aluno junto ao computador é absolutamente restrito, que a organização do trabalho didático se mantém inalterada.

Mesmo assim, ainda que o segmento educacional não seja, hoje, o segmento mais rentável, o Programa não pode ser considerado, desse ponto de vista irrelevante, ou seja, ele amplia, ainda que de modo restrito, o mercado.

É certo que a informática se desenvolveu de forma surpreendente e que uma mudança de cultura vem ocorrendo para boa parte dos alunos: a tecnologia vai invadindo a vida das pessoas gradativamente. Sobre esse fato, Oliveira (2001, p. 47) diz: “Veem-se nos colégios, por exemplo, muitos alunos portando celulares, conversando entre si sobre e-mails, MSN, comunidades, Facebook, WhatsApp, Instagram e outros”. Logo, pode-se afirmar que em muitas áreas tivemos uma verdadeira invasão da informática, que, sem sequer batendo na porta ou pedindo licença, invadiu tempestivamente todos os lugares, e nas escolas não foi diferente.

Na educação, no entanto, esta invasão já começou a ocorrer. Algumas escolas já levam seus alunos para o laboratório de informática, aqueles que possuem um. A maioria das atividades propostas se relaciona menos com atividades exploratórias do que com pesquisas na Internet. A pressão cresce e muitos se veem forçados a utilizar o computador nas aulas, mas geralmente não o fazem de uma maneira “adequada”. Segundo Oliveira (2001, p. 50) isso acontece “por falta de formação, pois se utilizada de forma adequada, a informática é um grande recurso para o professor e para a aprendizagem dos alunos”.

Desta forma, a dissipação da informática e o crescente aumento de seus recursos na sociedade chegaram às escolas ampliando possibilidades de

seu uso também durante as aulas para um melhor entendimento por parte dos alunos e um melhor ensino por parte dos professores, saindo de uma zona de conforto, de um ensino tradicional ou mesmo repetitivo aonde as aulas chegam a ser “enjoativas” ou “sem graça” para alguns alunos, pois não são estimulados e nem suas expectativas são atingidas. Colaborando com isso, D’Ambrósio (1997) afirma que:

A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciências e tecnologia. Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro. (D’ AMBRÓSIO, 1997, p. 80).

As políticas e ações de informática na educação desenvolvidas no Brasil, segundo Valente (1999), apontam para um envolvimento significativo das instituições do país em experiências com a informática na educação.

A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento. [...] Portanto, a ênfase da educação deixa de ser a memorização da informação transmitida pelo professor e passa a ser a construção do conhecimento realizada pelo aluno de maneira significativa, sendo o professor, o facilitador desse processo de construção. (VALENTE, 1999, p.09)

Para Valente (1999), a informática poderia enriquecer os ambientes de aprendizagem e contribuir para o processo de construção do conhecimento. A presente pesquisa mostra-se em sintonia com tais ideias. Vale destacar, segundo o autor que a inserção do computador no processo de ensino aprendizagem é para todos os níveis de ensino.

A “informática na educação” que estamos tratando, enfatiza o fato de o professor da disciplina curricular ter conhecimento sobre os potenciais educacionais do computador e ser capaz de alternar adequadamente atividades tradicionais de ensino-aprendizagem e atividades que usam o computador. (VALENTE, 1999, p.01).

O professor de Matemática pode trabalhar com a informática como um suporte à suas aulas e assim transformá-las em algo mais proveitoso utilizando softwares educativos. Segundo Barbosa (2010), ao se construir um ambiente com computador, existem várias maneiras de usá-lo na produção do conhecimento.

Atualmente, a maioria das universidades particulares e da rede pública possui sala de computadores chamada de “laboratório de informática”. Esta por sua vez pode auxiliar o professor na metodologia de ensino. As tecnologias já fazem parte da vida das pessoas, e qualquer criança sabe mexer em celular, tablet e/ou computador. Portanto, os alunos já possuem esses conhecimentos tecnológicos. Os professores não podem ficar para trás e devem procurar qualificação, ou seja, devem buscar formação continuada na área das tecnologias, seja por conta própria ou através da Rede de Ensino a qual pertence.

1.4.1. As tecnologias de informação e comunicação.

Sabe-se que o uso das tecnologias de informação e comunicação no ensino-aprendizagem da matemática constitui uma vasta extensão de pesquisa. De acordo com Borba (2002) a sociedade em geral e círculos ligados à academia discutem a inserção da informática na educação.

As tecnologias de informação e comunicação podem alcançar uma nova dimensão, onde a animação, proporcionada pelos recursos computacionais, constitui um elemento primordial, quando as imagens são vistas de forma dinâmica e interpretadas pelos alunos em outras formas de produzir o conhecimento. Assim, utiliza-se o computador como um recurso que traz elementos contribuintes para a aprendizagem permitindo aos alunos uma maior interação. Segundo Magela (2008) o uso de novas tecnologias como um suporte educacional auxiliará na educação fazendo com que o aluno tenha mais interesse e motivação para ir à busca da informação desejada.

Segundo Borba (2002) a tecnologia associada ao conhecimento reorganiza o pensamento em vez de substituí-lo ou suplementa-lo, se mostra altamente problemático traçar comparações que possam ser deslumbradas em resultados como “melhor” ou “pior”. As aulas com as tecnologias de informação e comunicação podem incentivar os alunos no aprendizado do conteúdo, pois os possibilitam de interagirem com o computador e visualizarem o resultado desta interação, além de permitir explorar outras facetas da matemática. Os professores podem também apenas utilizar algum software para demonstrar algo que está subentendido pelos discentes, pois a visualização de um gráfico com animação se possível faz com que alguns entendam aquilo que não tinham entendido com demonstrações escritas e cálculos.

Pensando na utilização de tecnologias de informação e comunicação no ensino da Matemática, tem-se que escolher um software. Existem de vários tipos, para diversos campos da matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) e que conseguem responder as necessidades da educação infantil ao ensino superior. Alguns são gratuitos e outros particulares tendo que pagar sua instalação. No nosso caso, procuramos um programa que fosse gratuito, de fácil manuseio e capaz de atender às questões de Cálculo. Um software que se pode citar é o Geogebra. Um programa dinâmico gratuito e multiplataforma (versões para Windows e Linux) e acesso em vários idiomas.

1.5. O QUE É O GEOGEBRA?

O Geogebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um software matemático escrito na linguagem de programação Java, disponível de forma gratuita nas mais diversas plataformas. Criado com o intuito de ser utilizado em sala de aula, nos mais diversos níveis de educação, o programa apresenta, ao mesmo tempo, características geométricas e algébricas de um mesmo objeto, tanto em duas quanto em três dimensões, permitindo alterações dinâmicas nos objetos prontos, sejam eles pontos, retas, planos, vetores, matrizes ou funções que podem ser inseridos através de ferramentas, ou comandos. Isso permite que a ferramenta seja utilizada tanto no estudo de álgebra, quanto geometria e cálculo, auxiliando na visualização e interpretação do que está ocorrendo nos espaços bidimensionais e tridimensionais.

O programa pode ser baixado na sua webpage <https://www.geogebra.org/> na opção Downloads. A versão utilizada nesse tutorial é a para Desktops, o que não diminui o potencial desse tutorial como base para utilização das versões de Tablets e Celulares, um pouco mais limitadas.

O Geogebra permite criar um perfil de usuário que será pedido de forma opcional quando o programa for aberto. Esse perfil, que pode ser feito no site oficial, serve para compartilhar projetos feitos na plataforma, como os que existem na aba Materiais. Essa área do site serve justamente para apresentar projetos feitos por outros usuários. Isso é possível porque o que é salvo em um perfil de usuário não apenas fica no computador, mas também na nuvem.

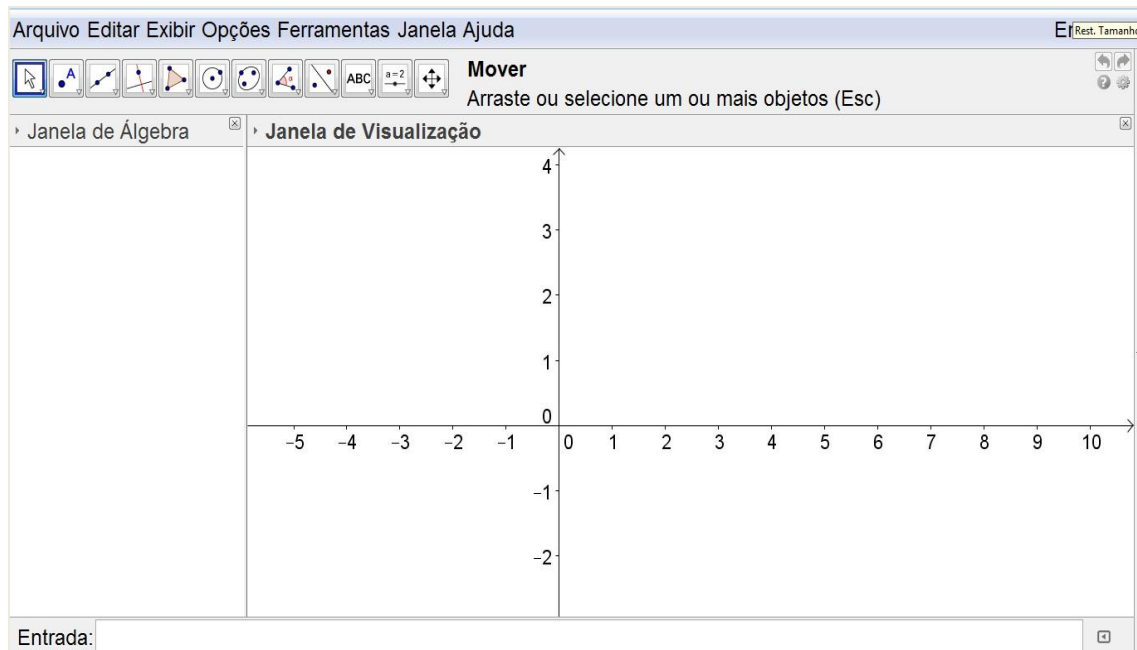
1.5.1. Interface do programa Geogebra.

Esta interface do Programa Geogebra foi inteiramente copiado do Trabalho de Conclusão de Curso “uma proposta par o ensino de integral com o uso do software

geogebra” de Maria Janete de Meneses Albuquerque apresentado à Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará no ano de 2014.

A interface do programa é simples e fácil de manipular. É constituída por uma janela gráfica que se divide em uma janela algébrica, janela de visualização, campo de entrada, lista de comandos, ferramentas e menu. Ao ser carregada, apresenta a seguinte configuração padrão.

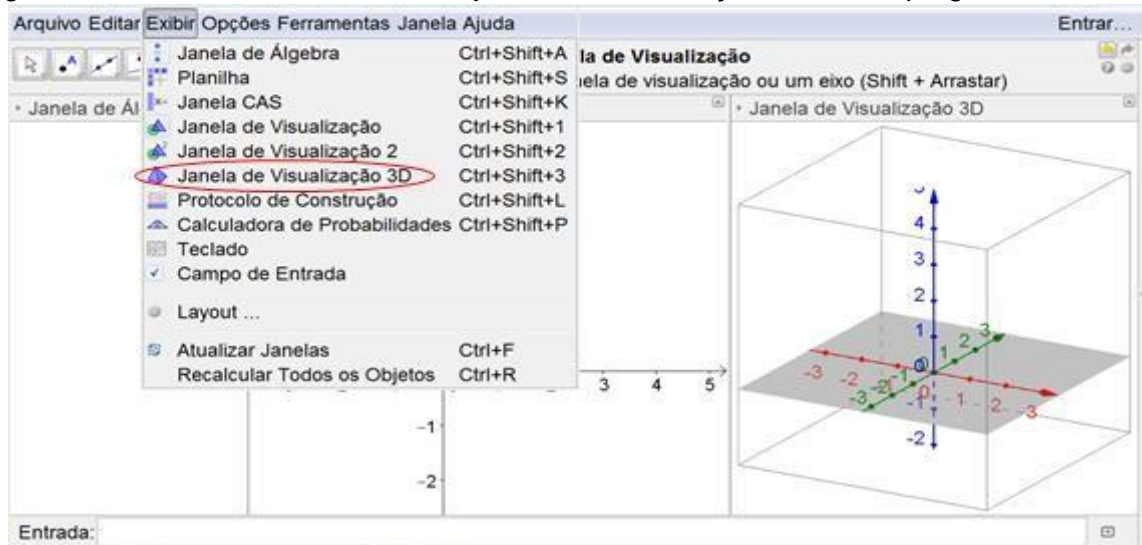
Figura 9 - Janela inicial do GeoGebra.



Fonte: A autora.

Barra de Menu: é semelhante ao que aparece em diversos aplicativos que usam a plataforma Windows de trabalho como, por exemplo, a da Microsoft Office. No item arquivo, pode-se abrir um novo arquivo, abrir a tela de um trabalho que já foi realizado no Geogebra, gravar projetos, compartilhar, exportar (imagens, gifs). No item editar tem-se a opção de desfazer o último passo da construção ou refazer o que foi desfeito, copiar, colar, inserir imagem, propriedades e selecionar tudo. E os demais itens disponibilizam outras configurações gerais, como a exibição da janela de visualização em 3D, existente somente na versão atual 5.0.24.0-3D.

Figura 10 - Identificando como abrir a janela de visualização em 3D no programa.



Fonte: A autora.

Barra de Ferramentas: concentra-se todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra possui uma determinada função ou comando para a construção de um objeto ou desenho. A barra de ferramentas é composta por doze caixas divididas em categorias:

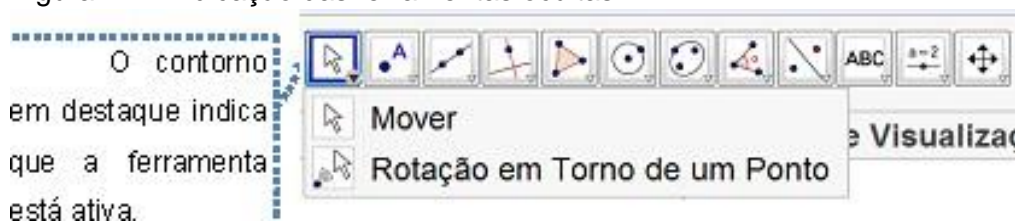
Figura 11 - Categorias das ferramentas do software Geogebra.



Fonte: A autora.

Cada ícone esconde outros como mostra a figura.

























Figura 12 – Indicação das ferramentas ocultas.












Fonte: A autora.

Abaixo estão as demais ferramentas do GeoGebra, as que estão sombreadas são as que aparecem de entrada e as demais são as ocultas.

Quadro 1 - Ferramentas do programa.

	Mover.
	Rotação em Torno de um Ponto
	Gravar para a Planilha de Cálculos
	Ponto
	Ponto em Objeto
	Vincular/Desvincular Ponto
	Interseção de Dois Objetos
	Ponto Médio ou Centro
	Número Complexo
	Reta
	Segmento
	Segmento com Comprimento Fixo
	Semrreta
	Caminho Poligonal
	Vetor
	Vetor a Partir de um Ponto
	Reta Perpendicular
	Reta Paralela
	Mediatriz
	Bissetriz
	Reta Tangente
	Reta Polar ou Diametral
	Reta de Regressão Linear
	Lugar Geométrico

 Polígono	 Reflexão em Relação a uma Reta
 Polígono Regular	 Reflexão em Relação a um Ponto
 Polígono Rígido	 Inversão
 Polígono Semideformável	 Rotação em Torno de um Ponto
 Círculo dados Centro e Um de Seus Pontos	Translação por um Vetor
Círculo dados Centro e Raio	Homotetia
Compasso	Texto
Círculo definido por Três Pontos	Inserir Imagem
Semicírculo Definido por Dois Pontos	Caneta
Arco Circular	Função a Mão Livre
Arco Circuncircular	Relação
Setor Circular	Calculadora de Probabilidades
Setor Circuncircular	Inspetor de Funções
Elipse	Controle Deslizante
Hipérbole	Caixa para Exibir/Esconder Objetos
Parábola	Botão
Cônica por Cinco Pontos	Campo de Entrada
Ângulo	Mover Janela de Visualização
Ângulo com Amplitude Fixa	Ampliar
Distância, Comprimento ou Perímetro	Reduzir
Área	Exibir/Esconder Objeto
Inclinação	Exibir/Esconder Rótulo
Criar Lista	Copiar Estilo Visual
	Apagar

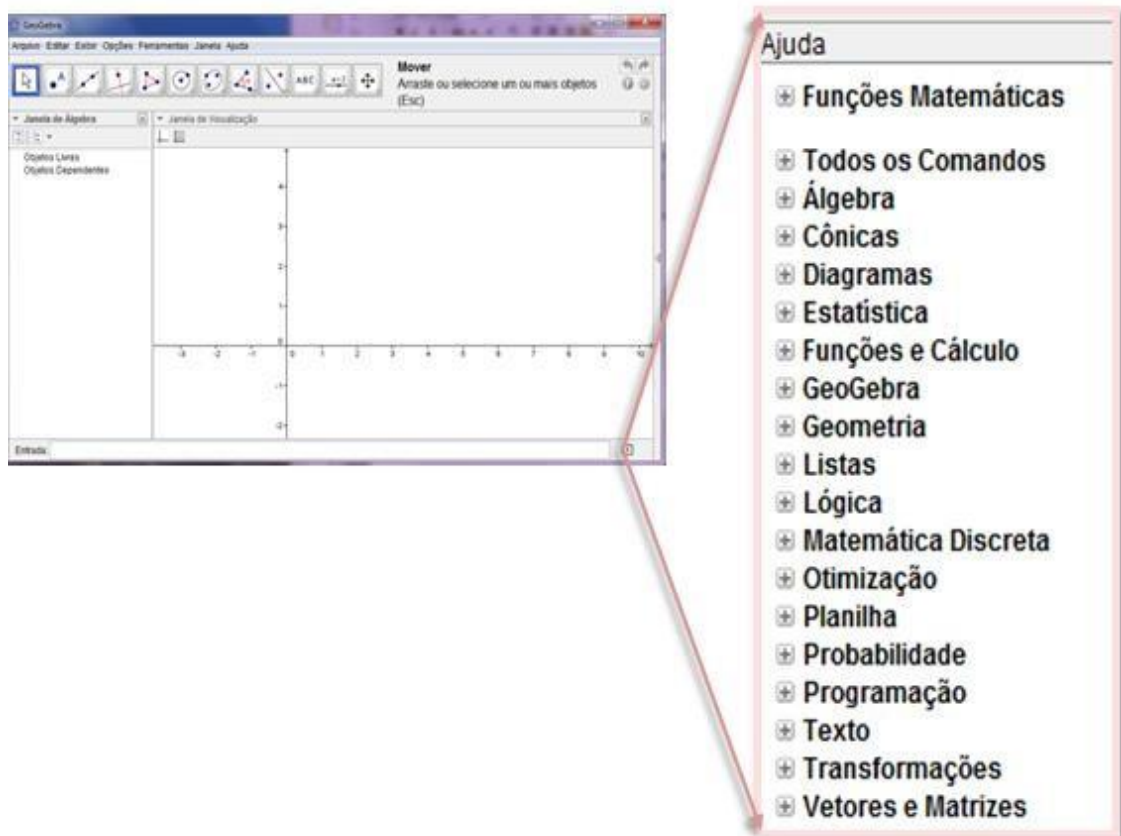
Janela algébrica: área em que são exibidas as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos.

Campo de Entrada: destinado para receber comandos diretos, coordenadas, funções e equações. Basta inserir qualquer uma destas que o resultado é visualizado na janela de visualização, sendo possível manipulá-lo por meio dos comandos disponíveis na barra de ferramentas.

Janela de Visualização: também chamada de área de trabalho e de janela gráfica e possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse.

Lista de Comandos: Listagem de comandos predefinidos. Entre eles há comandos relacionados aos ícones da Barra de Ferramentas e que os substituem muitas vezes.

Figura 13 - Ícone ajuda do software Geogebra.



Fonte: A autora.

1.6. APLICAÇÕES DO GEOGEBRA NA APRENDIZAGEM E CONSTRUÇÃO DO GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA.

No livro texto da disciplina *MA11*, Lima (2013) mostra que uma função na forma $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é chamada uma função real (pois seus valores são números reais, isto é, seu contradomínio é \mathbb{R}) de variável real (pois sua variável independente assume valores reais, isto é, seu domínio é um subconjunto de \mathbb{R}). O gráfico de uma função desta forma é o seguinte subconjunto do plano cartesiano \mathbb{R}^2 : $G(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \in D, y = f(x)\}$.

Assim, um ponto (x, y) pertence ao gráfico de f se, e somente se, $x \in D$ e os números reais x e y satisfazem a lei de associação de f . Em outras palavras, o gráfico de uma função f é o lugar geométrico dos pontos que satisfazem sua lei de associação. Por mais básico que possa parecer este fato, nem sempre ele é claramente entendido pelos estudantes no ensino básico, e estas dificuldades de aprendizagem estão relacionados com a forma como gráficos de funções são usualmente ensinados.

Ainda segundo Lima (2013) o principal recurso para traçar gráficos de funções reais apresentado aos alunos no ensino básico é o procedimento baseado em substituição e interpolação. A partir de uma expressão algébrica dada, monta-se uma tabela de valores e, em seguida, os pontos correspondentes são marcados no plano cartesiano e ligados. Em geral, os valores da variável independente escolhidos para a tabela são números inteiros próximos de 0 (zero) e os pontos são ligados por meio de segmentos de reta. Este procedimento, efetuado da maneira descrita, envolve pouca reflexão matemática sobre a função em questão.

Tanto a escolha dos valores para a composição da tabela quanto a interpolação dos pontos obtidos são feitas sem que sejam levadas em consideração as propriedades algébricas e geométricas da função. Portanto, o procedimento de substituição e interpolação reduz-se essencialmente a uma rotina mecanizada, que não contribui para a compreensão do gráfico como o conjunto dos pontos que satisfazem à lei de associação da função, e ainda pode induzir a erros.

1.6.1. Funções Quadráticas no Geogebra.

O estudo das funções quadráticas tem sua origem na resolução da equação do segundo grau. Em textos cuneiformes, escritos pelos babilônios há quase quatro mil anos, o problema era encontrar as raízes das equações, e encontrar dois números conhecendo sua soma e seu produto.

Achar as raízes da equação $x^2 - sx + p = 0$ é, também, um conhecimento milenar. Lima (2013) salienta que até o fim do século *XV I*, não se usava uma fórmula para os valores das raízes, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isto começou a ser feito a partir de François Viète, matemático francês (1540 a 1603). Antes disso, o que se tinha era uma receita que ensinava como proceder em exemplos concretos com coeficientes numéricos. Hoje a definição da função Quadrática está associada com um trinômio do segundo grau. Lima (2013) da uma definição de função quadrática: Definição: *Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$*

chama-se *Quadrática*, quando são dados números reais a, b, c , com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Pode-se observar que os coeficientes a, b e c da função Quadrática f ficam inteiramente determinados pelos valores que essa função assume. Em outras palavras, se $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$ então $a = a', b = b'$ e $c = c'$.

Seja $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Tomando $x = 0$, obtemos $c = c'$. Então, cancelando c e c' , tem-se $ax^2 + bx = a'x^2 + b'x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Em particular, esta igualdade vale para todo $x \neq 0$. Neste caso, cancelando x , obtemos $ax + b = a'x + b'$ para todo $x \neq 0$. Fazendo primeiro $x = 1$ e depois $x = -1$, vem $a + b = a' + b'$ e $-a + b = -a' + b'$, donde concluímos $a = a'$ e $b = b'$.

A observação acima nos permite identificar uma função Quadrática com um trinômio do segundo grau. Há uma diferença sutil entre esses dois conceitos; um trinômio do segundo grau é uma expressão formal do tipo $aX^2 + bX + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$. A palavra "formal" significa que a letra X é apenas um símbolo, sendo X^2 um outro modo de escrever XX . Por definição, dois trinômios $aX^2 + bX + c$ e $a'X^2 + b'X + c'$ são iguais quando $a = a', b = b'$ e $c = c'$. Em última análise, um trinômio é o mesmo que um terno ordenado de números reais (a, b, c) .

A cada trinômio corresponde a função Quadrática definida por $x \rightarrow ax^2 + bx + c$. A observação anterior significa que essa correspondência (trinômio) \rightarrow (função Quadrática) é biunívoca. Pela definição de função Quadrática, tal correspondência é automaticamente sobrejetiva.

1.6.2. A Forma Canônica do Trinômio.

Demonstraremos duas maneiras resolutivas da equação quadrática conhecida como Fórmula de Báskara. Segundo Lima (2013) considerando o trinômio,

$$ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right]$$

As duas primeiras parcelas dentro dos colchetes são as mesmas do desenvolvimento do quadrado $(x + \frac{b}{2a})^2$. Completando quadrados, temos:

$$ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

Essa maneira de escrever o trinômio do segundo grau é chamada forma canônica. Por meio dela encontramos algumas equivalências para determinar as raízes.

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0 \iff$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \iff$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \iff$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dessas equivalências, resulta que, se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ é positivo, logo a equação $ax^2 + bx + c$ tem duas raízes distintas:

$$\alpha = \frac{(-b - \sqrt{\Delta})}{2a}$$

$$\beta = \frac{(-b + \sqrt{\Delta})}{2a}$$

como $\alpha < \beta$, cuja soma é $s = \frac{-b}{a}$ e cujo produto é $p = \frac{(b^2 - \Delta)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$. A média

aritmética das raízes é $\frac{-b}{2a}$, ou seja, as raízes α e β são equidistante do ponto $\frac{-b}{2a}$.

Quando o $\Delta = 0$, a equação dada possui uma única raiz, conhecida como raiz dupla, igual $\frac{-b}{2a}$. Caso tenhamos o $\Delta < 0$, significa que a equação dada não possui solução

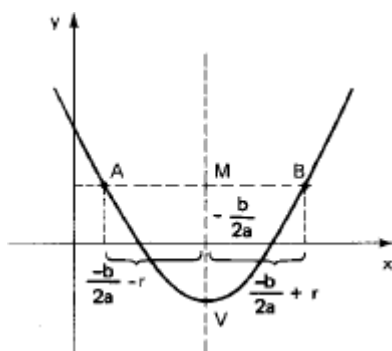
real, pois o quadrado de $x - \left(\frac{b}{2a}\right)$ não pode ser negativo.

1.6.3. O Gráfico da Função Quadrática.

O gráfico de uma função Quadrática é uma parábola. O foco aqui é estudar o comportamento e interpretação do gráfico não iremos esmiuçar sobre conceitos de Parábola.

Segundo Iezzi, Dolce & Murakami (2004) o gráfico de uma função Quadrática admite um eixo de simetria perpendicular ao eixo Ox e passa pelo vértice. Como mostra a figura 31 abaixo:

Figura 14 – Gráfico Função Quadrática Simetria da Parábola



Fonte: (IEZZI; DOLCE; MURAKAMI, 2004)

Analisando a figura 14 os pontos da reta perpendicular ao eixo Ox que passa pelo vértice da parábola obedecem a equação $x = \frac{-b}{2a}$, para Iezzi & Murakami (1993) todos os pontos dessa reta tem abscissa $\frac{-b}{2a}$. Para mostrar que a parábola tem o eixo de simetria na reta $x = \frac{-b}{2a}$, devemos mostrar que dado um ponto $A \left(\frac{-b}{2a} - r, y \right)$ com $r \in \mathbb{R}$, pertencente ao gráfico da função, existe $B \left(\frac{-b}{2a} + r, y \right)$, também pertencente ao gráfico da função. Tomando a função Quadrática na forma Canônica.

$$f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

e considerando que $A \left(\frac{-b}{2a} - r, y \right)$ pertence ao gráfico temos:

$$y = f \left(\frac{-b}{2a} - r \right) = a \left[\left(\frac{-b}{2a} - r + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] = a \left[(-r)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] =$$

$$a \left((r)^2 - \frac{-\Delta}{4a^2} \right) = a \left(\left(\frac{-b}{2a} + r + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{-\Delta}{4a^2} \right) = f \left(\frac{-b}{2a} + r \right)$$

provando que $B \left(\frac{-b}{2a} + r, y \right)$ também pertence ao gráfico da função.

Para esboçar o gráfico da função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, devemos segundo lezzi & Murakami (1993) seguir algumas informações preliminares:

- O gráfico é uma parábola, cujo eixo de simetria é a reta $x = \frac{-b}{2a}$ perpendicular ao eixo

Ox.

- Se $a > 0$ ou $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada pra cima e para baixo respectivamente.

- Zeros (raízes) da função.

Se o $\Delta > 0$, a parábola intercepta o eixo Ox em dois pontos distintos.

$$P1 \left(\frac{-b-\Delta}{2a}, 0 \right) \text{ e } P2 \left(\frac{-b+\Delta}{2a}, 0 \right)$$

Se o $\Delta = 0$ a parábola tangencia o eixo dos Ox no ponto $P \left(\frac{-b}{2a}, 0 \right)$.

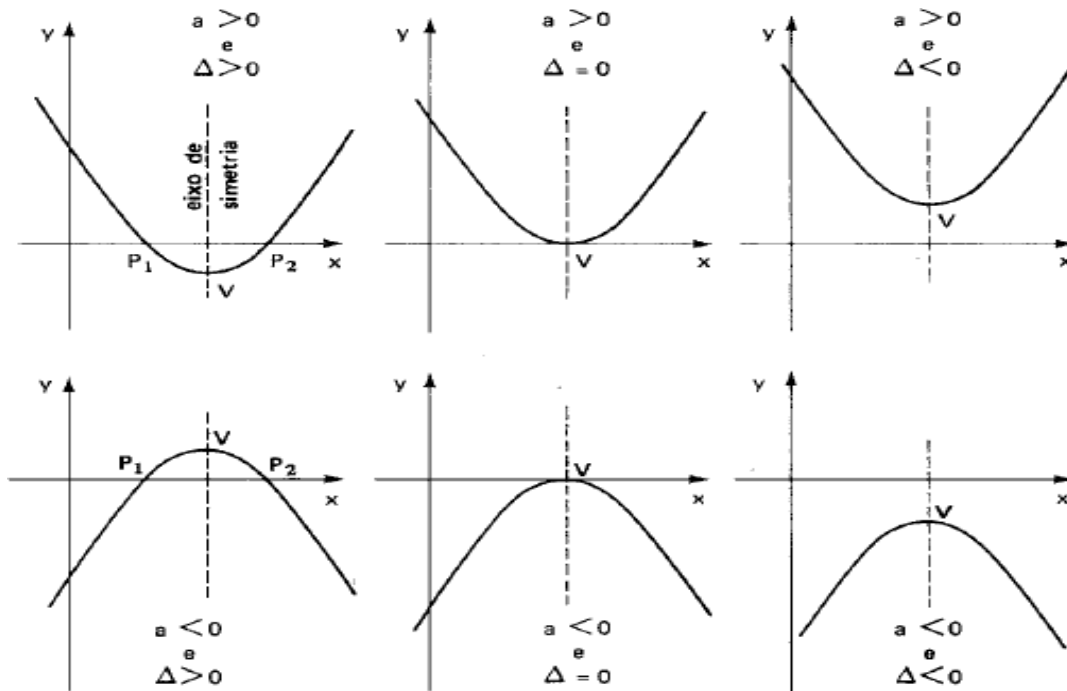
Se o $\Delta < 0$, a parábola não tem pontos no eixo Ox.

- O Vértice da parábola é o ponto $V \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$ que é o ponto de máximo se $a < 0$

ou é o ponto de mínimo se $a > 0$.

Seguem-se os tipos de gráficos que podemos obter:

Figura 15 – Gráficos função Quadrática Observando Concavidade.



Fonte:(IEZZI; MURAKAMI, 1993)

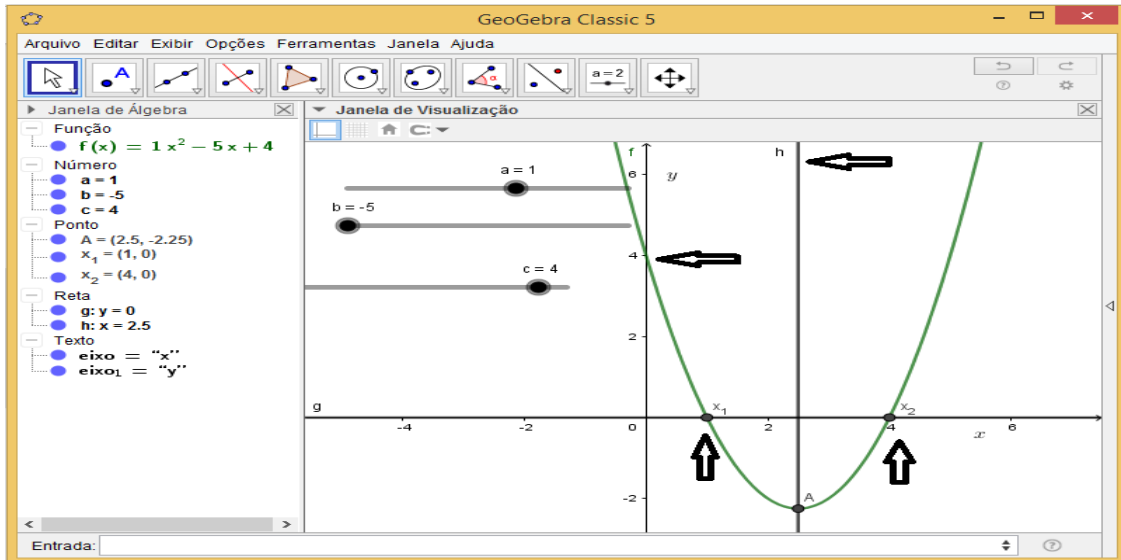
Com análise da figura 15 onde o coeficiente $a > 0$ e o discriminante $\Delta > 0$ temos duas raízes $P_1 \neq P_2$ interceptando eixo Ox . Quando $a > 0$ e $\Delta = 0$ há uma única raiz $P_1 = P_2$, e quando $a > 0$ e $\Delta < 0$ não há raiz real. Esta análise também poderá ser feita quando o coeficiente for $a < 0$ $\Delta > 0$, havendo duas raízes $P_1 \neq P_2$. Quando $a < 0$ e $\Delta = 0$, há uma única raiz $P_1 = P_2$, e quando $a < 0$ e $\Delta < 0$ não há raiz real. A única diferença está na concavidade $a > 0$ a concavidade é voltada pra cima, $a < 0$ a concavidade é voltada pra baixo.

O software Geogebra nos permite verificar o comportamento da função Quadrática em todos âmbitos, pode-se simular valores para os termos a , b e c usando ferramenta "controle deslizante" e explanar para o aluno o que ocorre, mostrar casos para coeficiente, $a > 0$ e $a < 0$, $b > 0$ e $b < 0$ e $c > 0$ e $c < 0$ o que acontece com parábola, simular termo a termo mostrando na prática. Posteriormente, ao encontrar as raízes da equação pelo método resolutivo, mostrar na prática onde irá interceptar no eixo Ox , onde intercepta no eixo Oy , graficamente fica muito atrativo.

As aulas de matemática usando a tecnologia fica mais atrativa, conseguimos utilizar mecanismos que está disponível e gratuito caso software livre Geogebra, trazer o aluno pra que ele mesmo produza, resolva os problemas envolvendo função Quadrática.

Observa-se alguns exemplos usando software:

Figura 16 – Gráficos Função Quadrática com uso Controle Deslizante.



Fonte: Produzido pela própria autora no Geogebra.

Na figura 16, é mostrado os componentes importantes de função Quadrática, com todos os termos a , b e $c \in \mathbb{R}$, considerada completa. Inserindo essa função no Geogebra, automaticamente é gerado um "controle deslizante" para todos os coeficientes.

Analisando a função $f(x) = x^2 - 5x + 4$, notemos que os valores escolhidos foram $a = 1$, $b = -5$ e $c = 4$. Vale ressaltar que os coeficientes podem variar conforme a necessidade do autor. Esse manuseio colabora com a aprendizagem, podendo sanar todas as dúvidas referente a concavidade, onde o coeficiente a vai determinar se a concavidade será voltada pra cima se $a > 0$ ou pra baixo se $a < 0$. Se a função Quadrática possui raízes reais, cabe atentarmos onde o eixo das abscissas será interceptado. Assim podemos observar onde o gráfico da função intercepta o eixo das ordenadas. Sabemos que ao fazer $x = 0$ na função, visualmente facilitamos o entendimento, sendo possível a observação dos pontos máximo e mínimo da função $f(x) = x^2 - 5x + 4$. Fazendo $f(x) = 0$ temos: $x^2 - 5x + 4 = 0$ agora solucionando usando o método resolutivo, temos:

- $a = 1$;
- $b = -5$;
- $c = 4$.

Aplicando o método resolutivo para encontrar as raízes,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

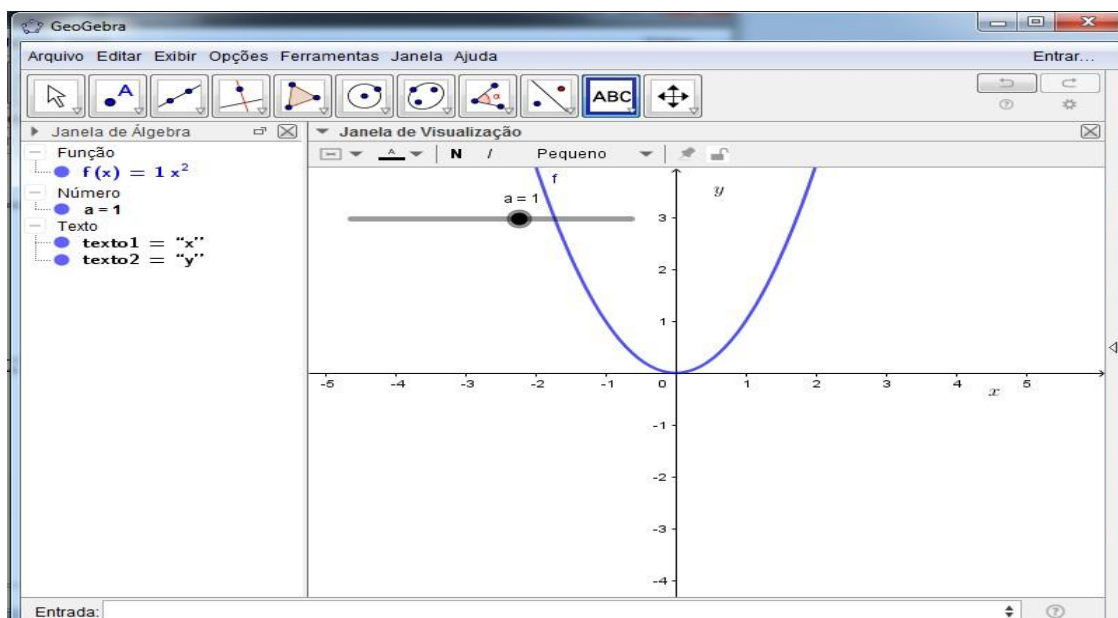
onde x são as raízes da equação. Encontramos $x' = 1$ e $x'' = 4$. Nota-se que $a > 0$ a concavidade é voltada pra cima. Se $x = 0$ a equação $x^2 - 5x + 4 = 0$. Encontramos o valor 4, que será o ponto onde o gráfico intercepta o eixo das ordenadas. O ponto A na figura 33 será x do vértice e y do vértice representa ponto máximo ou mínimo da função se $a > 0$ encontramos ponto mínimo; $a < 0$ ponto máximo. Vale ressaltar que a reta h na figura 33 é o eixo de simetria da parábola. O ponto A na figura 33 é ponto mínimo da função Quadrática. Pra calcular máximo e mínimo basta substituir os coeficientes a , b e o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$xv = - \frac{b}{2a}$$

$$yv = - \frac{\Delta}{4a}$$

Agora vejamos o gráfico abaixo:

Figura 17 – Gráficos Função Quadrática com Coeficientes $a > 0$, b e c iguais a 0.



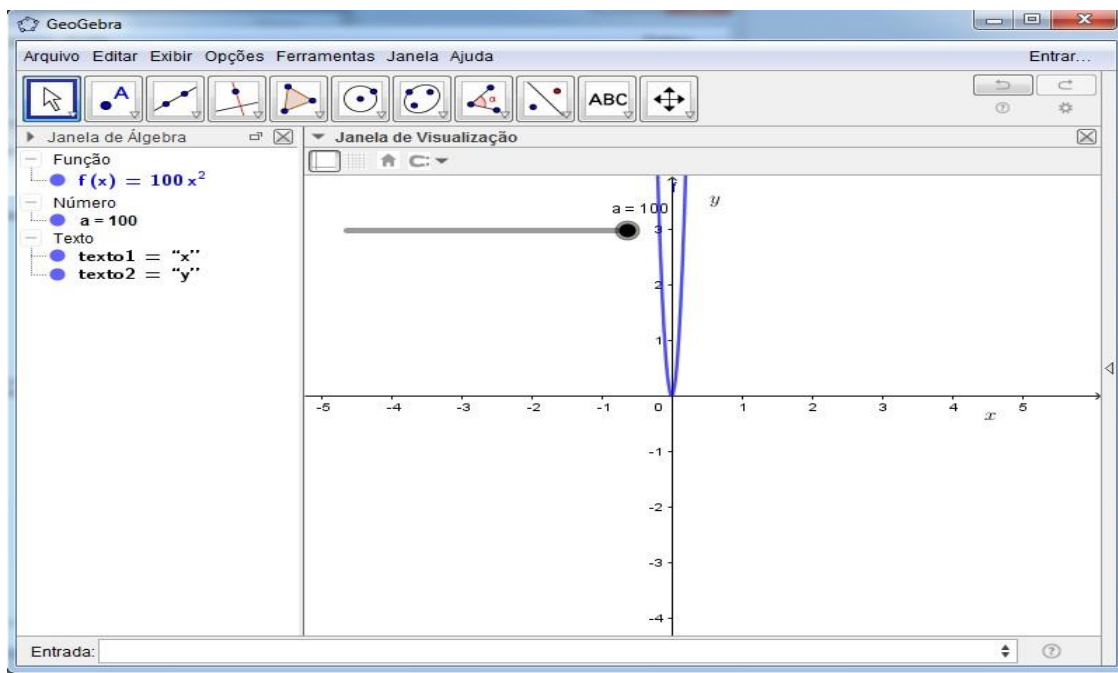
Fonte: Produzido pela própria autora no Geogebra

Com a análise da figura 17, temos uma função $f(x) = ax^2$, onde $a = 1$, b e $c = 0$ como vimos $a > 0$ concavidade é voltada pra cima. Quando as raízes são iguais a zero interceptam o eixo Ox na origem das posições. Com $a > 0$, encontramos o ponto mínimo da função com valor zero, e o eixo de simetria coincide com eixo Oy .

Para utilizarmos um software, faz-se necessário que sejamos curiosos e capazes de incentivar os alunos a pesquisarem e a indagarem sobre questões pertinentes, do tipo "o que acontece se o termo a se for grande, entende-se que é maior zero, $a > 0$?". O software, nesse sentido, esclarece as dúvidas e estimula a curiosidade.

Passamos para o próximo gráfico, abaixo:

Figura 18 – Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a > 0$, Controle Deslizante.

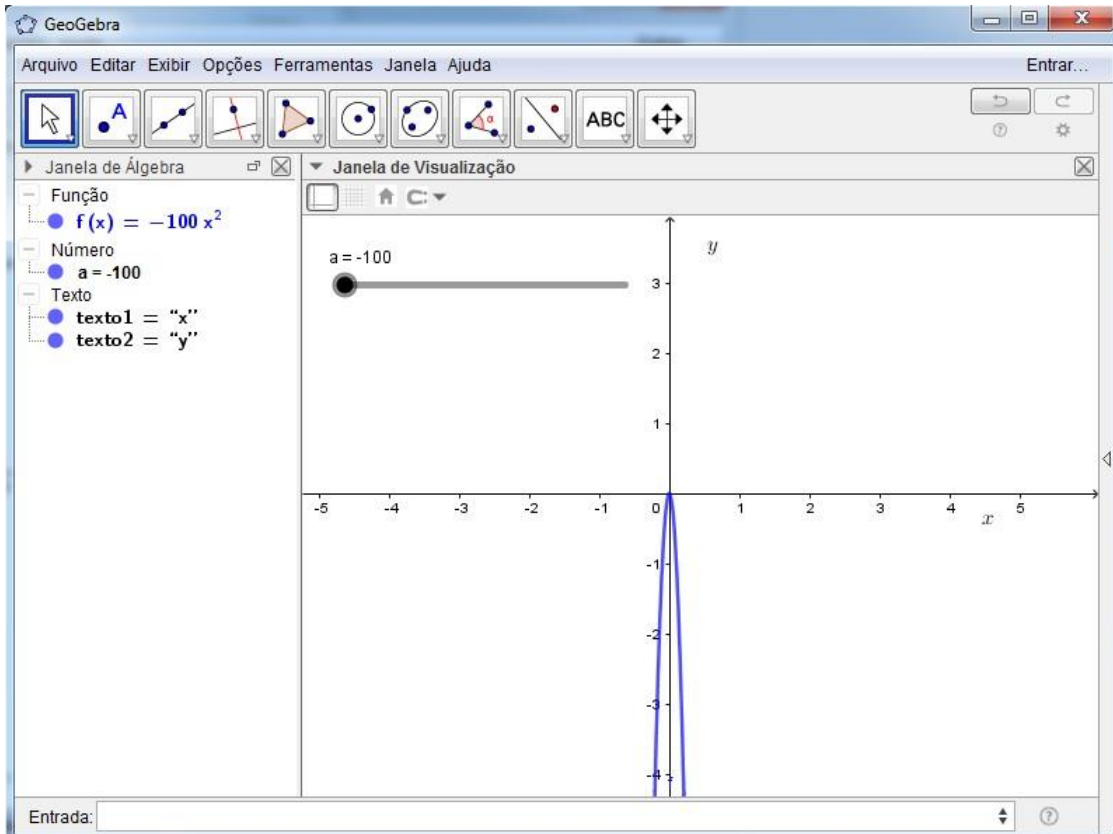


Fonte: Produzido pela própria autora no Geogebra

Observando a figura 18, temos a função $f(x) = ax^2$ usando "controle deslizante" e colocando o termo a muito grande, $f(x) = 100x^2$. Notemos que a parábola vai se fechando, aproximando-se do eixo Oy .

Vejamos mais um gráfico para ilustrar.

Figura 19 – Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a < 0$, Controle Deslizante.

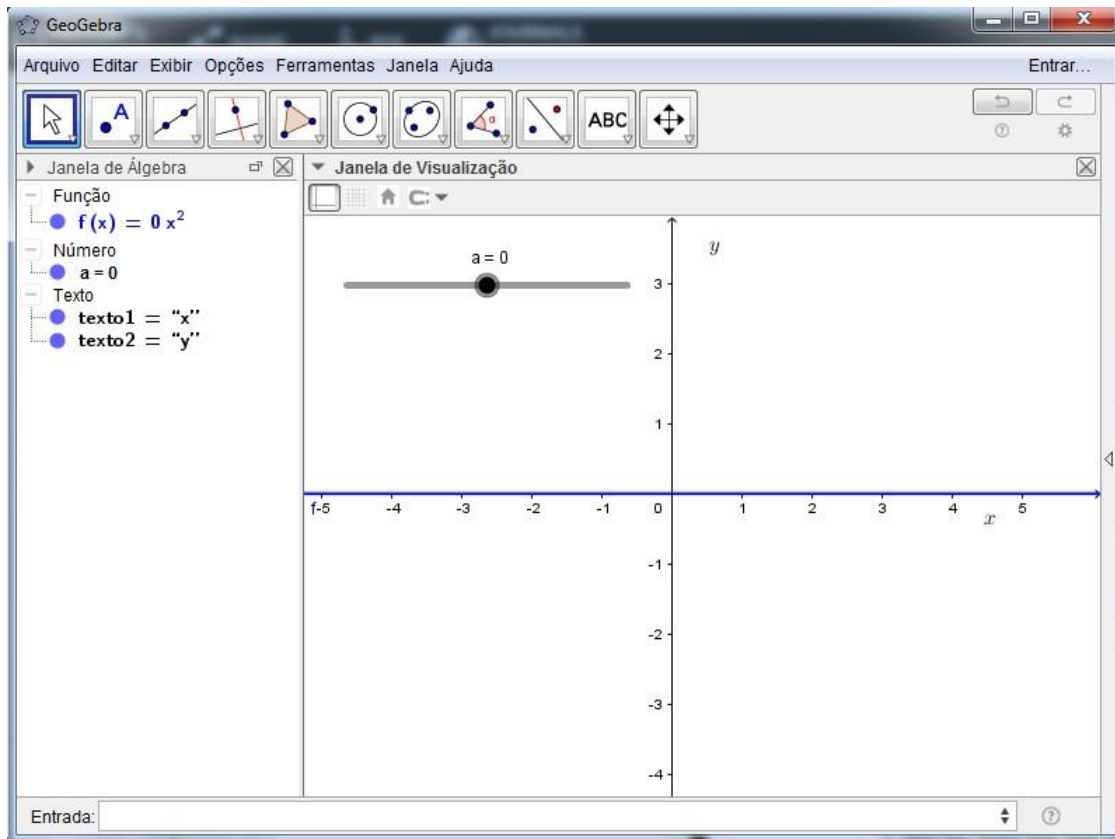


Fonte: Produzido pela própria autora no Geogebra.

As figuras 18 e 19 ilustram variações do termo a positivamente e negativamente, e mostram o que acontece com a parábola. Ao mudarmos o valor do termo a positivo pra negativo de forma contínua, tem-se em algum momento $a = 0$, e portanto $f(x) = 0$, $x = 0$ se torna uma função Constante, cujo o gráfico é o eixo Ox .

Na figura 20, abaixo não teremos função Quadrática e sim função Constante. É possível notar que o gráfico deixa de ser uma curva e passa a ser uma reta coincidente com o eixo Ox .

Figura 20 – Gráficos Função Quadrática com Coeficiente $a = 0$.



Fonte: Produzido pela própria autora no Geogebra

Na figura 20 temos função Quadrática usando "controle deslizante". Se observa que $f(x) = ax^2$ logo, o valor de $a = 0$; $f(x) = 0x^2$, logo, o gráfico coincide com o eixo Ox , como havíamos concluído no parágrafo anterior.

2. METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos os tipos de pesquisa abordado no trabalho, o local e contexto do estudo, as fontes de informações e as técnicas de coletas e análises de dados afim de que as informações sejam as mais fiéis possíveis da realidade estudada.

2.1. TIPOS DE PESQUISA.

O trabalho apresenta uma pesquisa bibliográfica e de campo. O estudo tem uma abordagem quantitativa no que requer a tabulação das informações, mais a cima de tudo traz uma abordagem qualitativa descritiva, pois se deseja conhecer se a utilização do software Geogebra ajuda na compreensão e na resolução de questões sobre a função quadrática na sala de aula. As duas pesquisas se complementam e ajudam a formar uma conclusão sobre o tema em estudo.

2.2. LOCAL E CONTEXTO DA PESQUISA.

O lócus desta pesquisa foi a Escola Estadual de Ensino Médio Norma Guilhon, que fica na Rua Curuçá nº 230, centro do meio urbano do Município de Colares, Nordeste do Estado do Pará. A Escola Norma Guilhon tem 46 anos de criação já que foi fundada em 23 de setembro de 1973, durante o Governo de Fernando Guilhon. Atualmente oferece o Ensino Médio Regular e o Ensino Médio na Modalidade Educação de Jovens e adultos – EJA. A Escola possui 406 alunos distribuídos em quatro turmas de 1º ano; três turmas de 2º ano; três turmas de 3º ano; além de uma turma de 1ª Etapa (1º e 2º anos) e; uma turma de 2ª Etapa (3º ano), totalizando 12 (doze) turmas de ensino Médio. Possui 30 (trinta) professores; 03 (três) Coordenadores Pedagógicos, um em cada turno; Uma Diretora; uma Vice-Diretora; uma Secretária; 03 (três) Agentes Administrativos; 06 (seis) de Apoio Operacional (Merendeira, servente, Porteiros e Vigias).

A Pesquisa de Campo foi realizada com os 34 (trinta e quatro) alunos da turma M1MR02 (1º ano médio, turno manhã, turma 02) e os 37 (trinta e sete) alunos da turma M1TR01 (1º ano médio, turno da tarde, turma 01), totalizando 71 (setenta e um) alunos regularmente matriculados. Além de dois professores de matemática das referidas turmas. Foram escolhidos esses alunos tendo em vista que a turma do turno da manhã é formada por alunos que na sua maioria moram no meio rural do município e; a turma da tarde, a maioria são de alunos que moram no meio urbano do município. São filhos de lavradores e pescadores, funcionários públicos municipais e até de aposentados.

Muitos alunos são beneficiários dos programas federais, como Bolsa Família e Bolsa Jovem.

Já quanto aos professores, cada um deles trabalha numa turma escolhida. Ambos possuem formação superior em Matemática e já estão a mais de 10 (dez) anos na sala de aula trabalhando a disciplina. Dessa forma, procuramos diversificar bastante os sujeitos da pesquisa para que esta apresente resultado confiáveis.

2.3. FONTES DE INFORMAÇÃO.

Buscando uma fundamentação teórica para este trabalho, foi feita uma pesquisa bibliográfica em livros, revistas e artigos científicos de autores que são referências no tema deste estudo, pois não temos a pretensão de criar um conhecimento totalmente novo, mas sim, de mostrar a realidade de uma escola do interior da Amazônia, que apesar de estar localizada no meio urbano do município, apresenta problemas na aprendizagem dos alunos. Os principais autores consultados para esta pesquisa foram Kenski, Iezzi, Murakami, Lima, Oliveira, Silva, Sousa Junior entre outros pois são referências no tema proposto.

Na pesquisa de campo, foi aplicado um questionário com questões abertas e fechadas para os alunos do 1º ano do Ensino Médio Regular, assim como para os dois professores de matemática. Além do questionário foi apresentado o Software Geogebra para todos os alunos sujeitos da pesquisa, ensinando como utilizar o software de acordo com o tutorial. Após foi solicitado que os professores escolhessem 04 (quatro) exercícios para que os alunos (distribuídos em três grupos por turma, já que não dispúnhamos de computadores suficientes para atender a todos ao mesmo tempo) resolvessem já utilizando o Software Geogebra, para sabermos se o software ajudou na resolução das questões.

Após o término da atividade onde todos os alunos tiveram a oportunidade de resolver as quatro atividades por dez minutos no computador utilizando o aplicativo Geogebra, tornamos a reuni-los numa sala de aula e fizemos novas perguntas acerca da atividade. Tais perguntas foram feitas em forma de conversa, onde todos, inclusive os professores, puderam expor suas opiniões. Tais respostas foram gravadas e constam transcritas neste trabalho. Todas as respostas de toda a pesquisa foram confrontadas com o referencial teórico utilizado neste trabalho para fundamentar a análise da pesquisa.

2.4. TÉCNICAS DE COLETA E ANÁLISE DE DADOS.

Fora, coletados dados bibliográficos e de campo para este trabalho. Todos os dados coletados na pesquisa bibliográfica foram organizados em forma de textos e compõem a fundamentação teórica deste trabalho em tópicos e sub-tópicos.

A coleta de dados ocorreu em quatro momentos, a saber: Primeiro foi feita uma observação da turma nas aulas de matemática, com a permissão dos professores; Segundo, foi elaborado um questionários com questões abertas e fechadas para os alunos e os professores para verificarmos seus conhecimentos sobre suas rotinas na escola, sobre a matemática e sobre o software Geogebra; Terceiro, foi apresentado o software Geogebra e ensinado sua utilização para os alunos, seguindo de questões escolhidas e/ou elaboradas pelos professores para que os alunos resolvessem com a ajuda do software e; Por último, novamente foram feitas perguntas em forma de conversa para os alunos e professores para formarmos uma conclusão sobre o exercício e a pesquisa após a utilização do Software.

Os dados da pesquisa de campo coletados através de observação da turma e do trabalho dos professores, além dos questionários foram tabulados e organizados em tabelas e gráficos, pois dessa forma, fica mais fácil fazer a análise dos mesmos para se obter uma conclusão confiável sobre o tema. As informações consideradas mais relevantes contam no corpo deste trabalho que espera-se que sirva de suporte para outros pesquisadores como referência de uma realidade diferente das dos grandes centros urbanos.

3. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA

Neste Capítulo apresenta-se a pesquisa realizada com os alunos das turmas de 1º Ano do Ensino Médio, assim também, com os professores das turmas da Escola Estadual Norma Guilhon. Partindo dos dados quantitativos coletados e organizados em gráficos (quando possível o gráfico) faz-se uma análise qualitativa das informações, buscando sempre, relacioná-los com os autores que compõem o referencial teórico deste trabalho para a formação de novas teorias acerca da realidade educacional em matemática de uma escola de Ensino Médio no interior da Amazônia.

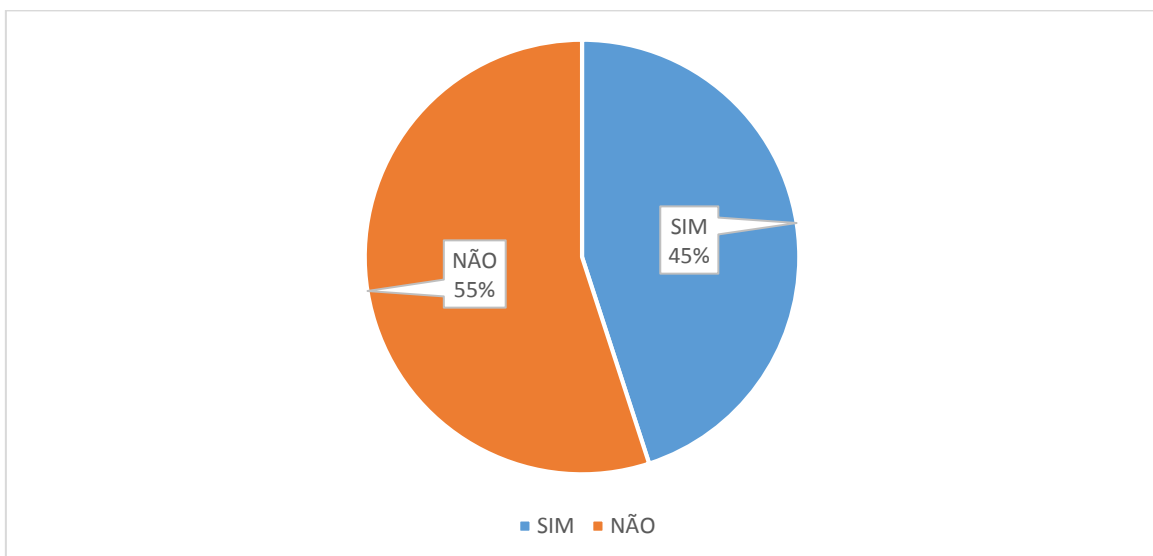
3.1. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA COM OS ALUNOS.

Neste momento apresentamos para cada um dos 71 alunos das duas turmas de 1º Ano do Ensino Médio um questionário com questões fechadas e abertas sobre sua vida escolar e sua realidade sócio econômica. Perguntas que consideramos relevantes para o desenvolvimento da pesquisa, à saber:

Pergunta 1: Você gosta de estudar matemática?

Nesta questão os alunos tinham duas opções para marcar, Sim ou Não. Sendo que 45 % (quarenta e cinco) Sim e 55 % responderam Não. Conforme mostra o gráfico 01 baixo:

Figura 21 - Gráfico da Porcentagem dos alunos que gostam de matemática.



Fonte: Pesquisa com alunos do 1º Ano do Ensino Médio da Escola Norma Guilhon.

Os dados coletados mostram o que se percebe dentro das escolas brasileiras que menos da metade dos alunos não gostam de estudar matemática, pois acham muito difícil, que é um bicho papão. Necessita-se fazer um trabalho para que os alunos

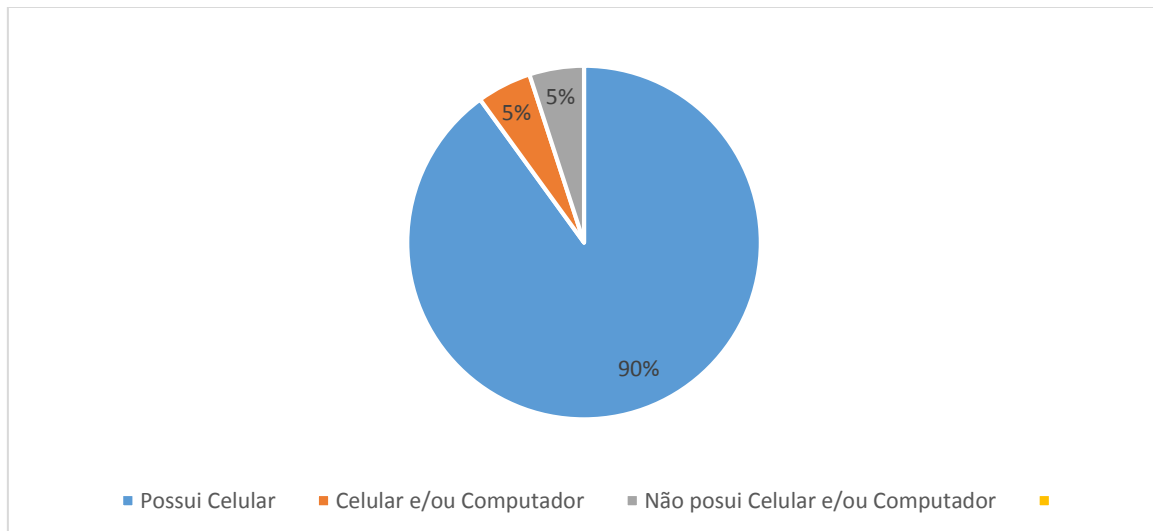
compreendam a importância da matemática nas suas vidas e que possam estudá-la com mais vontade, com mais gosto.

Nesse ponto, Sousa Junior (2018, p. 28), colabora com os professores ao afirmar que “as novas tecnologias podem dar uma poderosa força aos professores a partir do momento em que possibilitam um meio extremamente dinâmico de exploração”. Ou seja, os professores necessitam dinamizar suas aulas, tornando mais atrativas para os alunos, afinal de contas a matemática está presente no cotidiano de todos e necessitamos dela pra quase tudo nas nossas vidas. Os alunos necessitam gostar de estudar matemática e como gostam de tecnologias, pode-se utilizar as tecnologias para se ensinar matemática.

Pergunta 2: Você tem celular ou computador em sua casa?

Para 90 % (noventa por cento) dos entrevistados a resposta foi que possuem celular em casa, sendo deles próprios ou dos pais, mas que podem utilizar. Para 5 % (cinco por cento) dos entrevistados possuem também computador em casa com internet. E 5 % (cinco por cento) responderam que não possuem nem celular e nem computador em casa. O gráfico ilustra melhor os resultados.

Figura 22 – Gráfico da Porcentagem de celular e/ou computador por aluno.



Fonte: Pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola.

As respostas revelam que a grande maioria dos alunos possui acesso ao celular e/ou ao computador, mesmo sendo a grande parte alunos do meio rural do município. E como todos os celulares possuem acesso a internet, acredita-se que os mesmos, também possuem acesso a ela. Isso é muito bom para que os alunos possam ter acesso a um grande número de informações e conhecimentos que podem auxiliá-los em seu desenvolvimento educacional. Mas, a pesquisa, também mostra

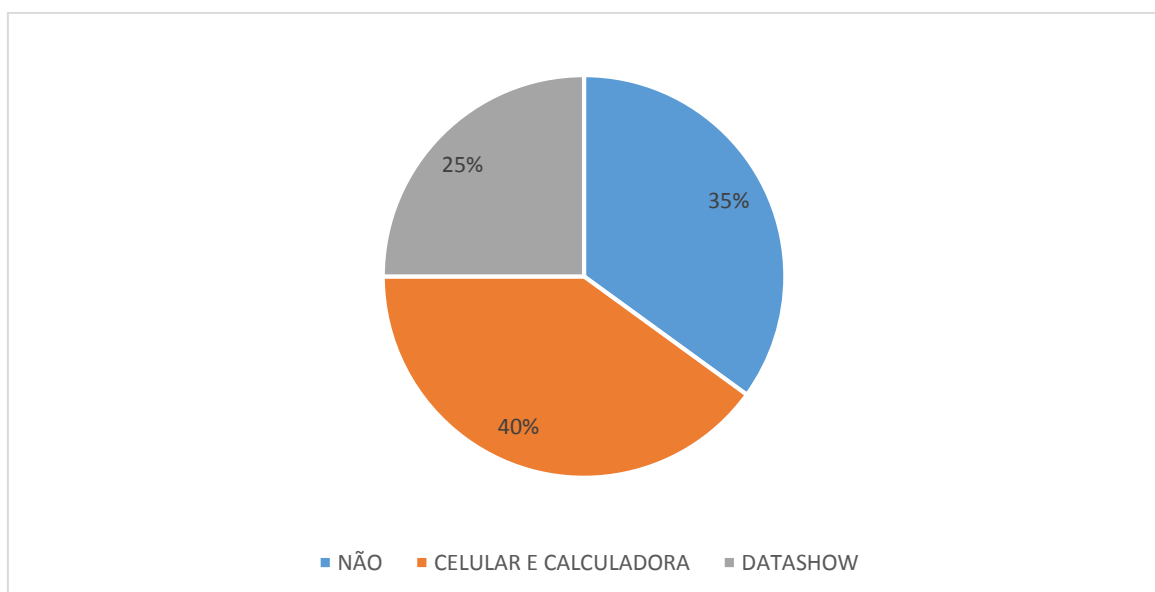
que 5% (cinco por cento) dos alunos não possuem celular e/ou nem computador, o que pode impedir eles de ter acesso a esse grande número de informações e conhecimentos disponíveis na internet, que podem ter acesso com livros, mas que demanda muito mais tempo de pesquisa para se ter acesso à elas.

As respostas vão ao encontro com que Oliveira (2001, p. 47) diz quando “veem-se nos colégios, ..., muitos alunos portando celulares, conversando entre si sobre e-mails, MSN, Facebook, WhastApp, Instagran e outros”. Ou seja, as tecnologias fazem parte, também do cotidiano dos alunos e, estes sabem utilizar de forma plena com mais desenvoltura que os professores. Logo, porque não utilizar essa ferramenta para proporcionar aprendizagem em matemática?

Pergunta 3: Você utiliza algum recurso tecnológico nas aulas de matemática ou em qualquer outra disciplina?

Tivemos três tipos de respostas dos alunos. Sendo que 35% (trinta e cinco por cento) responderam que: Não, que não utilizam nenhum recurso tecnológico nas aulas. 40% (quarenta por cento) responderam que utilizam a calculadora do celular ou a calculadora comum durante as aulas de matemática, quando o calculo é mais difícil, mas que durante as provas só podem utilizar a calculadora comum, a calculadora do celular não é permitida. E 25% (vinte e cinco por cento) responderam que utilizam o Datashow da escola para apresentar trabalhos de Biologia, Literatura, Sociologia, Filosofia, conforme dados no gráfico abaixo:

Figura 23 – Gráfico da Utilização de recursos tecnológicos durante as aulas.



Fonte: Pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola.

Os dados mostram que 35% dos alunos não utilizam ou não sabem que uma calculadora é também considerada um recurso tecnológico, assim como o celular, seja na função de calculadora ou em qualquer outra função que ajude, por exemplo, em pesquisa escolar. Apuramos que os professores não deixam os alunos utilizarem o celular durante as provas de matemática, nem na função de calculadora, porque eles podem utilizarem não somente como calculadora, mas também podem tirar fotos das questões e socializarem com outros alunos as respostas, ou tirarem fotos de questões já resolvidas durante as aulas e utilizarem como base na hora da prova, como segundo um professor, já aconteceu.

A utilização do Datashow como ferramenta tecnológica para expor assuntos ou vídeos pelos alunos é muito importante, pois os ajuda a visualizar melhor o assunto, além de exigir uma preparação melhor deles, tanto na pesquisa do que expor, quanto na organização do assunto nos slides. Necessita um conhecimento e pesquisa por parte dos alunos.

Pergunta 4: Sua escola tem computadores para os alunos utilizarem durante as aulas?

A resposta foi Não, de 100 % (cem) dos alunos. Os alunos sabem que a Escola tem uma sala que chamam de Laboratório de Informática, pois está escrito na parede da sala, mas que nunca entraram nessa sala. E que sempre que perguntam, dizem que nenhum computador funciona. E que quando precisam pesquisar alguma coisa vão para um ciber que fica próximo a escola.

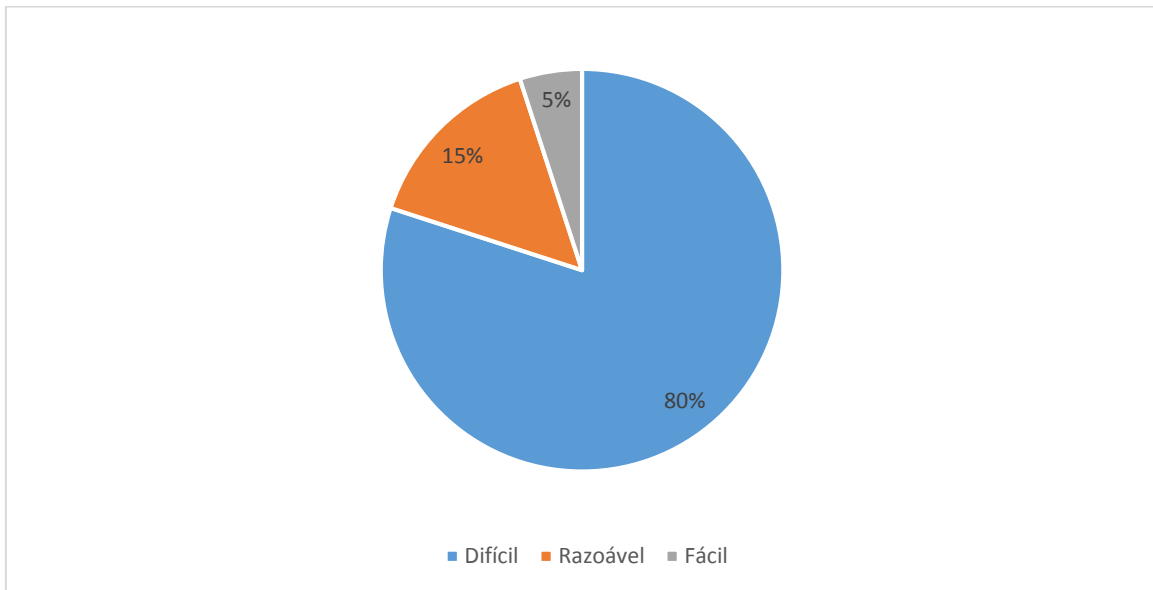
De acordo com as respostas, Silva (2007, p. 45) colabora dizendo que “a falta de manutenção dos laboratórios e computadores; a não formação dos professores para utilizarem os equipamentos; (...); as licenças dos softwares e hardwares inspiraram e não houve renovação das licenças, etc”. São os pontos negativos no programa PROINFO, que foi um excelente programa, mas sem continuidade deixou as escolas e os alunos sem esse recurso tecnológico.

Pelo que apuramos em nossa estadia na escola, o Laboratório de Informática não funciona há vários anos, por falta de pessoal habilitado para trabalhar no local e por causa que não dispõe de computadores funcionando com internet. Possui apenas 05 (cinco) computadores funcionando, mas que não tem internet no Laboratório. A internet na escola é somente para os trabalhos da Direção da Escola com a Secretaria Escolar.

Pergunta 5: Quanto ao grau de dificuldade do conteúdo de função quadrática, você considera: Difícil, Razoável ou Fácil?

Esta pergunta já foi voltada para o assunto que os mesmos estavam estudando no bimestre para a quarta avaliação. As respostas podem ser melhor visualizadas no gráfico abaixo:

Figura 24 – Gráfico da Dificuldade de aprendizagem da função quadrática.



Fonte: Pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola.

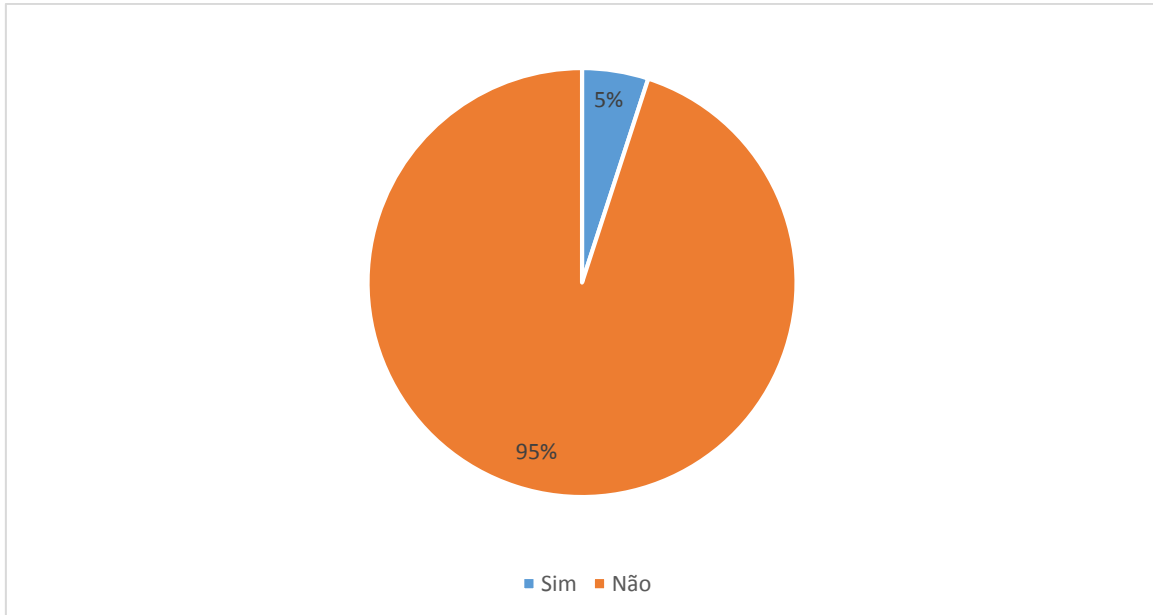
Quanto às respostas percebe-se que para 80% (oitenta por cento) dos entrevistados o assunto função quadrática é difícil, por exige conhecimento das seis operações fundamentais da matemática ao mesmo tempo, além da construção de gráficos com parábolas. Para 15% (quinze por cento) o assunto é razoável quanto a dificuldade, bastando se dedicar mais ao estudo, prestar atenção e treinar a resolução em casa. Já para 5% (cinco por cento) dos alunos, o assunto é considerado fácil, pois gostam e se dedicam ao estudo da matemática.

Sousa Junior (2018, p. 27) concorda com as dificuldades dos alunos ao dizer que o professor: “primeiro, mesmo antes de explorar qualquer situação – problema, defini função quadrática; depois, dá-se alguns exemplos soltos aos alunos; posteriormente começa-se a falar em gráficos, pontos notáveis da parábola e raízes, ...”. Tal metodologia dos professores não facilita a aprendizagem dos alunos quanto ao assunto função quadrática. Necessita-se criar forma eficazes de proporcionar a aprendizagem dos alunos.

Pergunta 6: Você conhece algum aplicativo de computador ou celular que ajuda a compreender a matemática? Quais?

Obtivemos as respostas apresentadas no gráfico abaixo, que para nós foi surpreendente.

Figura 25 – Gráfico de Conhece algum aplicativo para a aprendizagem da matemática.



Fonte: Pesquisa com os alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola.

A resposta foi Não para 95% (noventa e cinco por cento) dos alunos, o que surpreende, pois a grande maioria possui celulares de última geração tecnológica cheio de aplicativos, e o fato de não conhecerem ou não terem em seus celulares um aplicativo educacional é no mínimo preocupante, pois uma tecnologia dessa pode possibilitar um ganho imenso a aprendizagem deles.

Somente 5% (cinco por cento) deles conhecem aplicativos educacionais na área da matemática e perguntados quais? Responderam: Photomath, Rei da Matemática, Mathway e Geogebra. Vale ressaltar aqui, que esta porcentagem de alunos é a mesma que respondeu que o assunto de função quadrática era considerado pra eles como fácil. O que mostra que essa porcentagem de alunos, realmente gostam e estudam matemática. Oliveira (2001, p.00) concorda com o uso dessas ferramentas, dizendo que elas “constitui-se excelentes materiais de apoio tanto na pesquisa como na produção de novos conceitos”.

Pergunta 07: Você gostaria de conhecer o Geogebra e aprender a utilizar esse aplicativo que ajuda a compreender melhor os assuntos de matemática, como a função quadrática?

Para esta pergunta a resposta foi unanime que Sim, ou seja, 100% (cem por cento) dos alunos responderam que gostariam de conhecer e aprender a utilizar o

Geogebra. Mostraram grande interesse em conhecer o Geogebra, até porque foi dito para eles, que o aplicativo pode ser baixado no celular e que eles poderiam utilizar durante as aulas de matemática. Tudo isso, acertado com os seus professores, é claro.

Foi informado que eles receberiam um material para leitura e que deveriam marcar no material suas dúvidas para tirá-las posteriormente sobre o aplicativo e que seria ensinado a baixar e utilizar o aplicativo na resolução de questões que envolvesse função quadrática. Que eles fariam uma avaliação para a pesquisa e, que também contaria para a avaliação da escola referente ao quarto bimestre na disciplina matemática.

3.2. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DA PESQUISA COM OS PROFESSORES.

Este tópico dedicamos a apresentação da pesquisa feita com os dois professores das turmas de 1º Ano do Ensino Médio da Escola Norma Guilhon. Não fizemos gráficos para quantificar as respostas, pois se trata apenas de dois entrevistados. Também foram perguntas sobre suas formações, suas vidas profissionais e suas impressões sobre os alunos e a escola em que trabalham, à saber:

Pergunta 1: Quanto tempo o senhor tem de formado na Universidade?

O Professor A respondeu 35 (trinta e cinco) anos e o Professor B respondeu 10 (dez) anos. As respostas mostram uma grande amplitude no tempo de formação acadêmica entre eles. Essa amplitude no tempo de formação pode esclarecer as diferentes formas de trabalho entre eles, já que durante a formação do Professor A, ainda não se utilizava as tecnologias como recursos metodológicos.

Pergunta 2: Quanto tempo o senhor trabalha com matemática no ensino médio?

O Professor A respondeu que trabalha com essa modalidade de ensino desde o antigo 2º grau (atualmente ensino médio), ou seja, há mais de 30 (trinta anos), pois os primeiros anos de trabalho era somente professor do 1º grau (atualmente ensino fundamental). Já o professor B respondeu que trabalha desde quando entrou na Rede Estadual de Ensino, há mais de 10 (anos), pois assim que se formou, entrou logo na Rede Estadual através de concurso público.

Pergunta 3: O Senhor utiliza algum recurso tecnológico em suas aulas?

Resposta do Professor A: Não, sou bem a favor do livro didático, o quadro e o pincel, gosto de explicar, demonstrar a resolução e pedir para os alunos resolverem

exercícios. Mas não sou contra os recursos tecnológicos, acho que vem pra somar. Já o professor B respondeu que as vezes deixa os alunos pesquisarem nos celulares e que também deixa os alunos utilizarem calculadoras para resolver questões que exigem cálculos mais difíceis, só não deixa utilizar na hora da prova, pois pode servir de cola. Que só não utiliza mais recursos tecnológicos porque a escola não possui em numero suficiente para os alunos, pois o laboratório de informática não funciona há vários anos.

Pergunta 4: O Senhor deixa os alunos utilizarem o celular para resolver problemas matemáticos?

O Professor A foi enfático: Não. Gosto que eles aprendam a resolver com a própria cabeça, até porque na hora do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) não poderão utilizar mesmo. Já o Professor B respondeu: As vezes, libero mais para utilizarem a calculadora, os alunos são muito irresponsáveis na utilização do celular. Percebe-se nas respostas dos professores que eles não utilizam o celular como ferramenta de aprendizagem, o que poderia facilitar a ensino da matemática, desde que bem orientada pelos professores e utilizada de forma responsável pelos alunos.

Pergunta 5: O Senhor conhece algum aplicativo educacional voltado para a aprendizagem da matemática? Quais?

Ambos os professores responderam que Sim. Conhecem o Rei da Matemática, Mathway, MySdript Calculator, Photomath, Geogebra, Winplot, Math You, iMathematics. Percebe-se que os professores conhecem aplicativos que podem auxilia-los no ensino da matemática, só não compreendemos porque não fazem o esforço para utilizarem no dia-a-dia de aula, facilitando a aprendizagem dos alunos.

Pergunta 6: O Senhor sabe utilizar o Geogebra?

O Professor A respondeu: reconheço que não sei utilizar o aplicativo, eu nem tenho no meu celular e nem no meu computador em casa. Sei que existe e que serve para resolver vários problemas de vários assuntos matemáticos, mas não sei mexer com ele. O professor B respondeu: Sei um pouco, mas não domino o aplicativo, não tenho muito tempo livre pra mexer nele. Sei que ele é muito bom pra se aprender matemática.

Pelas respostas dos professores percebe-se que não conhecem como funciona o aplicativo Geogebra, mesmo sabendo que é uma importante ferramenta para o ensino da matemática não se interessaram em aprender a utilizar o aplicativo para introduzir como recurso em suas aulas. Mas, pelo menos reconhecem que o aplicativo

pode ajudar eles e os alunos na aprendizagem matemática, reconhecem a importância desse recurso tecnológico.

Pergunta 7: O Senhor gostaria que os seus alunos aprendessem a utilizar o Geogebra para resolver questões problemas sobre o assunto funções quadráticas?

Gostamos de saber as respostas, pois ambos os professores responderam que Sim. Que eles mesmos gostariam de aprender a utilizar o aplicativo, até mesmo para orientar melhor seus alunos. Que pode ser bem legal dinamizar as aulas, quem sabe assim, os alunos se interessam mais pelos estudos, pela matemática, no caso.

Percebe-se que os professores estão abertos a novas possibilidades de ensino, que estão dispostos a melhorar suas metodologias de aulas utilizando recursos tecnológicos que ajudarão nas suas aulas e que podem melhorar até mesmo a relação deles com os alunos, ou dos alunos com a disciplina matemática. Poderá ser o início de novos tempos na educação matemática da escola Norma Guilhon.

Pergunta 8: O Senhor acha que se os alunos utilizarem o computador (ou celular) para resolver problemas matemáticos, eles aprendem mais ou menos o assunto?

O Professor A respondeu: Não sei bem. Acho que podem se habituar a responder as questões só com a ajuda do celular e na hora do ENEM não vão poder utilizar, aí pode ser ruim pra eles. Já o Professor B respondeu: Acho que sim, desde que utilizem com responsabilidade o celular, e que aprendam com o aplicativo, e que não deixem o aplicativo fazer tudo pra eles.

Sabe-se que o computador (notebook, tablet, celular) são ferramentas tecnológicas que se utilizadas corretamente como recurso de aprendizagem pode facilitar em muito o trabalho dos professores e que os alunos podem se motivar para o estudo. Os aplicativos educacionais são apenas ferramentas de estudo e devem ser utilizadas com a orientação do professor para que os alunos aprendam de fato o assunto. Deve ser utilizada de forma orientada e responsável, mas os alunos não devem ser dependentes do aplicativo, pois como em muito salientou o Professor A, vai haver ocasião em que os alunos não poderão utilizar essas ferramentas tecnológicas e necessitarão somente do aprendizado adquirido com os estudos e não da ferramenta em si.

3.3. APRESENTANDO E TRABALHANDO COM O SOFTWARE GEOGEBRA EM SALA DE AULA.

Aqui apresentou-se o Software Geogebra para todos os alunos, com a supervisão dos professores. Iniciou-se explicando para todos o que é o Software Geogebra, suas funções e aplicações dentro da matemática. Falou-se sobre a história do software, seus criadores; como acessar via internet e, como baixar nos computadores, tablets e celulares.

Após a apresentação do Software foi dado para eles um tutorial do Aplicativo para que pudessem ler com antecedência e marcar no texto possíveis dúvidas. Com a ajuda de um Datashow foi explicado para que todos acompanhassem, ao mesmo tempo, as informações básicas do tutorial, principalmente, na parte que cabe a função quadrática. Essa parte das funções e gráfico da função quadrática foi melhor detalhada, pois era a parte que gostaríamos que os alunos entendessem sua funcionalidade para aplica-la em questões problemas elaboradas ou escolhidas pelos seus professores, tudo dentro do currículo que devem cumprir para a série dentro do ano letivo de 2019.

O tutorial foi dado impresso uma cópia para cada aluno, três dias antes da apresentação do mesmo para a turma toda, e foi solicitado que todos lessem o material e fizessem suas anotações no próprio material daquilo que não compreendessem sobre o assunto, para que quando fosse explicado o tutorial, eles tirassem suas dúvidas e pedissem explicações mais detalhadas.

Na exposição do tutorial para a turma, foram apenas cinco alunos que solicitaram explicações mais detalhadas sobre o aplicativo e puderam compartilhar suas dúvidas, os demais alunos, quando questionados se tinham lido o material impresso e se tinham alguma dúvida sobre o software afirmaram que tinham lido e que não possuíam dúvidas. Passou-se, então, a explicar somente a parte de como utilizar o software no uso das funções, em especial, no uso das funções quadráticas.

Após demonstrado o conhecimento sobre como o software ajuda na resolução de problemas sobre as funções quadráticas para todos os alunos, inclusive com a resolução de três questões tiradas do próprio livro didático utilizado pelos alunos, solicitamos aos professores que entregassem as quatro questões que eles haviam elaborados ou escolhidos para que seus alunos levassem para suas casas e tentassem resolve-las da forma tradicional, ou seja, sem a ajuda do Geogebra e, que

dois dias depois nos encontraríamos na própria escola para que os mesmos pudessem resolver as mesmas questões com a ajuda do software.

Para surpresa de todos apenas 40% (quarenta por cento) da turma resolveu todas as quatro questões; 30% (trinta por cento) resolveu três questões; 20% (vinte por cento) resolveu uma questão e; 10% (dez por cento) não resolveu nenhuma questão. Segundo os professores, são os 10% que não fazem nunca as tarefas que levam pra casa, assim como aquelas tarefas que deveriam ser feitas na própria sala de aula durante as aulas.

Por falta de computadores na escola, foi avisado que eles (alunos) seriam divididos em grupo de cinco alunos por vez, para utilizarem os computadores, pois a escola, embora tenha um laboratório de informática, não dispõem de nenhum computador funcionando para atender os alunos, colaborando o que diz Silva (2007, p. 45) quando diz que o PROINFO não foi um sucesso por vários problemas. Cada grupo de alunos teriam um tempo máximo de 10 minutos para tentar resolver o máximo de questões possíveis corretamente e, que além da pontuação para a quarta avaliação dada pelos professores na disciplina matemática, o aluno que melhor fosse avaliado, ou que melhor se destacasse na resolução dos problemas utilizando o software Geogebra, ainda ganhariam um prêmio surpresa ofertada por esta pesquisadora.

Como compareceram todos os alunos das duas turmas para o exercício no computador, a atividade demorou um pouco mais de três horas. Tudo supervisionado pelos professores das referidas turmas que a pedido desta pesquisadora, solicitou que fizessem a avaliação dos alunos, mas sem interferir na forma como os alunos estavam utilizando suas habilidades com o computador e nem com o software Geogebra, que deixassem por conta dos próprios alunos, como se fosse um avaliação mesmo, uma prova. Solicitação bem atendida pelos professores.

3.3.1. Atividades propostas pelos professores das turmas para os alunos resolverem sobre função quadrática, já resolvidas.

Neste tópico apresenta-se as quatro atividades proposta pelos professores da turma já com suas resoluções. As atividades foram distribuídas para os alunos resolverem em suas casas e depois resolver na escola com a ajuda do aplicativo Geogebra. Nessas atividades nós não interferimos na escolha, pois eram atividades propostas dos próprios professores para avaliação da turma que consta no planejamento deles (professores), apenas solicitamos que entregassem para os

alunos resolverem em dois momentos (em casa e na escola) as mesmas questões. Abaixo segue as atividades e as possíveis soluções segundo os professores. Vale ressaltar que foram dadas somente as questões aos alunos, as resoluções foram dadas pelos professores para colocar neste trabalho. Nos apêndices deste contam as questões da forma que foram entregues aos alunos.

Atividade 1 - Sabe-se que o custo de C para produzir x unidades de certo produto é dado pela expressão $C = x^2 - 80x + 3000$. Calcule o a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Resolução

O número de peças para que o custo seja mínimo será dado pelo cálculo de X_v e o valor deste custo mínimo será determinado pelo valor de x na função $C = x^2 - 80x + 3000$.

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

$$X_v = \frac{-(-80)}{2 \cdot 1}$$

$$X_v = \frac{80}{2}$$

$$X_v = 40$$

Custo da produção de 40 peças:

$$C = x^2 - 80x + 3000$$

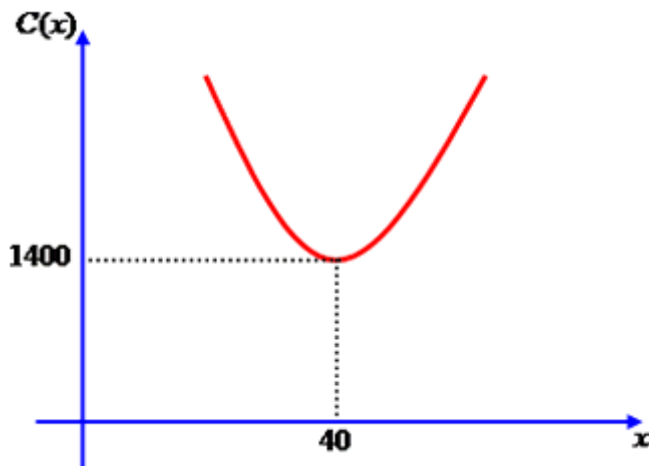
$$C = 40^2 - 80 \cdot 40 + 3000$$

$$C = 1600 - 3200 + 3000$$

$$C = 1.400$$

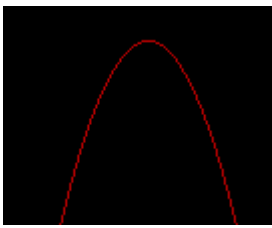
Para obter um custo mínimo de R\$ 1.400,00 a empresa deverá produzir exatamente 40 peças. Gráfico para ilustrar a resposta.

Figura 26 – Gráficos da resposta da atividade 1.



Atividade 2 - A representação cartesiana da função $y = ax^2 + bx + c$ é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, podemos afirmar que:

Figura 27 – Gráficos da atividade 2.



- a) $a < 0, b < 0$ e $c > 0$
- b) $a > 0, b > 0$ e $c < 0$
- c) $a > 0, b > 0$ e $c > 0$
- d) $a < 0, b > 0$ e $c < 0$
- e) $a < 0, b > 0$ e $c > 0$

Resolução

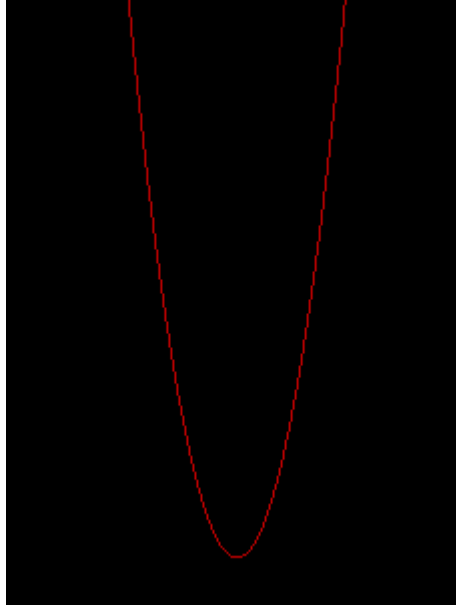
Esta questão é apenas sobre análise de coeficientes da equação do segundo grau:

- a concauidade da parábola está para **baixo**, portanto, o coeficiente **a** é negativo ($a < 0$);
- a parábola corta o eixo Y (eixo vertical) em um ponto **acima da origem**, logo **c** é positivo ($c > 0$);
- após o ponto de corte do eixo Y, a parábola **sobe**, então **b** é positivo ($b > 0$);

Resposta certa **letra E**.

Atividade 3 - Qual a função que representa o gráfico seguinte?

Figura 28 – Gráficos da atividade 3.



- a) $Y = 2x^2 + 3x - 9$
- b) $y = -2x^2 + 3x - 9$
- c) $y = 2x^2 - 3x - 9$
- d) $y = -2x^2 - 3x - 9$
- e) $y = 2x^2 + 3x + 9$

Resolução

No gráfico é indicado quais são as **raízes da função** ($-3/2$ e 3). Então, sabemos quais são os fatores da equação $(x + 3/2)$ e $(x-3)$.

Agora, efetuando a multiplicação entre estes dois fatores, achamos uma suposta equação para este gráfico:

$$\begin{aligned} &(x+3/2) \times (x-3) \\ &x^2 - 6x/2 + 3x/2 - 9/2 \\ &x^2 - 3x/2 - 9/2 \end{aligned}$$

Mas esta é somente uma suposta equação, pois veja quanto vale seu coeficiente **c**. Ele vale $-9/2$, e no gráfico mostra que ele deve valer “-9”. Então, o que devemos fazer para $-9/2$ virar -9 ? Isso mesmo, multiplicar TUDO por 2. Daí teremos a equação certa.

$$\begin{aligned} &2x^2 - 3x - 9 \\ &\text{Letra “C”} \end{aligned}$$

Atividade 4 – (UERJ – 2016) Observe a função f , definida por:

$$f(x) = x^2 - 2kx + 29, \text{ para } x \in \mathbb{R}$$

Se $f(x) \geq 4$, para todo número real x , o valor mínimo da função f é 4. Assim, o valor positivo do parâmetro k é:

- a) 5
- b) 6
- c) 10
- d) 15

Resolução

Como o coeficiente a da função é positivo (1) seu gráfico será uma parábola com a concavidade voltada para cima. Logo, o vértice da parábola será o ponto em que o valor da função é mínimo.

No enunciado é informado que esse valor é igual a 4, ou seja, que o $y_v = 4$. Sendo assim, usaremos a expressão do y_v para calcular o valor do parâmetro k .

Sendo $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, substituindo os valores, temos:

$$4 = -\frac{((-2k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 29)}{4 \cdot 1}$$

$$4 = -\frac{(4k^2 - 116)}{4}$$

$$16 = -4k^2 + 116$$

$$4k^2 = 116 - 16$$

$$k^2 = \frac{100}{4}$$

$$k = \sqrt{25} = \pm 5$$

Como a questão pede o valor positivo do parâmetro k , então iremos desprezar o valor de $k = -5$

Alternativa: a) 5

Com o término da atividade, constatou-se que apenas 30% (trinta por cento) dos alunos conseguiram responder corretamente todas as questões propostas no tempo máximo estipulado. Acreditasse que foi porque os mesmos são alunos dedicados e que se esforçam bastante para aprender, segundo os professores, e que entre eles estão àqueles que possuem celular e computador em suas casas e que já conheciam o Geogebra.

Constatou-se, ainda que 40% (quarenta por cento) dos alunos resolveram as cinco questões propostas, mais ultrapassando cerca de um a dois minutos além do tempo máximo estipulado. Acredita-se que foi porque são esforçados nos estudos e que também possuem celular, mas que não tem o hábito de utilizar o computador e necessitaram se familiarizar com o equipamento para depois iniciar a resolução dos problemas, logo necessitaram de um pouco mais de tempo para concluir a atividade.

Verificou-se que 15% (quinze por cento) dos alunos não resolveram todas as questões propostas, ficando uma ou duas questões por resolver. Acredita-se que essa porcentagem são de alunos que necessitam de uma atenção maior por parte dos professores, pois, por mais dificuldades que possuem com a matemática, demonstraram que com a ajuda do software conseguem resolver os problemas, mais que necessitam de maior tempo com o computador para a familiarização com o equipamento, e que também necessitam treinar mais no aplicativo Geogebra, pois para quem não o conhece ou conhece a pouco tempo, apresenta um nível de dificuldade que deve ser superada com o manuseio e utilização do aplicativo.

E apenas 15% (quinze por cento) resolveu apenas duas questões das cinco propostas para a atividade. Acredita-se que esses alunos necessitam maior atenção dos professores, necessitam mais familiarização com o computador, além de familiarização com o aplicativo, pois percebeu-se que mesmo com as dificuldades, inclusive as de não estudar a matemática, são alunos que resolveram 20% da atividade, o que mostra que o aplicativo motiva os alunos para os estudos, pois na atividade anterior tínhamos 5% (cinco por cento) deles que não realizaram a atividade proposta para casa, ou seja, houve um ganho com relação a aprendizagem desses alunos.

Apesar do tempo proposto para a atividade, pode-se perceber que todos os alunos esforçaram-se para realiza-la, inclusive àqueles que não haviam resolvido em casa a mesma atividade quando solicitada. O que mostra que o computador é uma ferramenta de aprendizagem, colaborando com que diz Oliveira (2001, p. 50) que “a informática é um grande recurso para o professor e para a aprendizagem dos alunos”. E que o Geogebra, também é um excelente aliado no ensino da função quadrática, como salienta Lima (2013, p. 58) quando diz: “que é o principal recurso para traçar gráficos de funções reais apresentado aos alunos no ensino básico”.

3.4. CONSIDERAÇÕES DOS ALUNOS E PROFESSORES APÓS O TRABALHO COM O GEOGEBRA.

No dia seguinte reunimos todos os alunos e os professores de matemática para realizarmos uma avaliação sobre a atividade realizada com o Geogebra. A avaliação foi direcionada em forma de entrevista para todos eles ao mesmo tempo, respondendo primeiro os alunos e depois os professores, não sendo obrigado todos responderem, apenas aqueles que quisessem. As perguntas foram, à saber:

Pergunta 1: Quem sentiu dificuldade em utilizar o aplicativo Geogebra? E quais as dificuldades?

Vários alunos levantaram a mão (não foi contabilizado quantos exatamente). Foi aberta a palavra para àqueles alunos que levantaram a mão falarem quais as dificuldades? Aluno A disse:

Professor eu nunca mexi num computador, aqui na escola não tem pra nós. Quando precisamos pesquisar algum assunto vamos no ciber mais o homem de lá é que pesquisa pra gente e imprimir, a gente só faz pagar e pegar para organizar e entregar para o professor.

Aluno B, falou:

Pra mim foi o tempo. Achei pouco tempo pra resolver as cinco questões. Quando resolvemos questões assim, o professor dá a aula toda pra fazer. Aí não deu tempo de resolver todas as questões.

Posicionamento do Aluno C:

Fiquei nervoso, com medo de errar, aí esquecia as coisas. Acho que tinha que ter mais computador na escola pra gente treinar. Mas achei melhor resolver no computador. Vou baixar no meu celular o Geogebra pra aprender mais.

O posicionamento dos professores, também foi no sentido de que as dificuldades dos alunos foi por falta de tempo para resolver o número de questões; a falta de intimidade com o computador de mesa, ou seja, concordaram com que disseram os alunos e que sabendo que estavam sendo avaliados eles (alunos) ficam nervosos e acabam se complicando com coisas fáceis.

Professor A afirmou: Acredito que os alunos estão corretos nas suas afirmações. Quando damos um número como esse de questões, também damos a praticamente a aula toda pra eles resolverem, pois sabemos da dificuldade. Além de que, quando eles sabem que vale ponto e que estão sendo avaliados, alguns ficam nervosos e acabam travando para resolver até questões consideradas fáceis.

Percebe-se que alunos e professores concordam no que diz respeito a quais as dificuldades encontradas para resolver as questões utilizando o Geogebra. Ninguém apontou o próprio aplicativo como dificuldade ou como difícil.

Pergunta 2: Quem não sentiu dificuldade em utilizar o aplicativo Geogebra? Por que?

Poucos alunos levantaram a mão (também não foi contabilizado) e um deles falou: “Não tive dificuldade porque lá em casa tem computador e depois que vocês mostraram pra nós aqui na escola o Geogebra, eu cheguei em casa e baixei logo o aplicativo e fiquei treinando e resolvendo logo as questões. Achei bem legal o aplicativo, parece mais fácil resolver com ele” (Aluno D).

“Não achei dificuldade também, eu não tenho computador, mais tenho internet em casa, aí baixei o aplicativo no celular e fiquei mexendo nele. Gostei muito, parece um jogo de vídeo game” (Aluno E).

Os professores não se posicionaram nessa resposta. Mas ficou claro que quem tem acesso ao computador com internet tem mais facilidade no manuseio com o aplicativo e consegue desenvolver as habilidades com as tecnologias com melhor destreza facilitando a aprendizagem, conforme afirma novamente Oliveira (2001, p. 50) “que a informática é um grande recurso para o professor e para a aprendizagem dos alunos”.

Pergunta 3: Qual a maneira mais fácil de resolver as atividades/questões propostas pelos professores, no caderno sem a ajuda do aplicativo ou no computador com a ajuda do aplicativo?

Dessa vez ninguém levantou a mão, gritaram num coro só: “no computador com a ajuda do aplicativo”. Um aluno ainda completou: “É mais fácil” (Aluno F). O professor B, disse: “Sem sombra de dúvida, com o aplicativo fica mais fácil não só a vida dos alunos, mas a nossa também, pois eles ficam interessados e motivados a aprenderem”. “Concordo plenamente”, afirmou o Professor A.

Assim, não resta dúvida que o aplicativo Geogebra é uma ferramenta que pode contribuir não só para a aprendizagem dos alunos, mais também, para a motivação em sala de aula para as disciplinas, principalmente, para a disciplina matemática que é considerada “bicho papão” por muitos alunos.

Pergunta 4: Como gostaria que as aulas de matemática fossem de agora em diante? Por que? E o que necessita para acontecer na escola?

Posicionamento dos alunos quanto a questão foi: “que a gente pudesse resolver as questões utilizando o computador, se tivesse na escola, porque fica mais fácil” (Aluno G). Outro aluno: “Também acho. Mas como não tem computador na escola, podia usar o celular mesmo” (Aluno H). Posição de mais um aluno: “Só falta a Diretora mandar consertar os computadores do Laboratório de Informática, tem muito computador lá, e nós precisa” (Aluna C).

Para os professores, não teria problema que os alunos utilizassem os celulares nas aulas de matemática, desde que eles se comprometessem a utilizar com responsabilidade e para resolver ou pesquisar assuntos trabalhados em sala de aula e, não para olhar whatsapp ou facebook como rotineiramente acontece. E que, quanto ao conserto dos computadores, não seria a Diretora, e sim a SEDUC (Secretaria Estadual de Educação) que deveria dar manutenção dos computadores e formação para os professores utilizarem pedagogicamente nas aulas.

Embora haja discordância entre professores e alunos quanto ao uso do celular nas aulas, acreditasse que podem chegar num consenso quanto a sua utilização pedagógica nas aulas de matemática, enquanto os computadores não são concertados. Assim, concordam que podem utilizar o celular como instrumento pedagógico.

Pergunta 5: O aplicativo Geogebra estar aprovado por eles para aprender a resolver as funções quadráticas com os seus gráficos?

Novamente, num coro só, responderam: “SIM, APROVADO”. Os professores concordaram também e, afirmaram que não só quanto as funções, mais também quanto a vários assuntos matemáticos. “Estive pesquisando e vi que o Geogebra é uma grande ferramenta para o ensino de vários assuntos de matemática” (Professor A).

As posições dos alunos e dos professores nos apontam no sentido de que a informática na escola é muito importante como ferramenta de aprendizagem, como nos afirma Oliveira (2001, p. 50). E que aplicativos, como o Geogebra ajuda muito mostrando a aplicabilidade da função quadrática, assim como a sua resolução, segundo Lima (2013, p. 58), fazendo com que os alunos se tornem mais interessados nas aulas e querendo realmente aprender a utilizar a ferramenta.

Se nossas escolas proporcionassem para os alunos ambientes informatizados para que eles pudessem ter acesso a ferramentas tecnológicas de aprendizagem, os índices educacionais seriam bem mais elevados. Assim como, se os professores

tivessem tempo para preparar as aulas e atividades utilizando como recursos as tecnologias, suas aulas seriam mais interessantes e motivadoras para os alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática sempre assustou os estudantes, ainda mais quando os professores apresentam uma aparência de bravos e avessos à mudanças na sua forma de ensinar. Mas, acredita-se que essa realidade da disciplina tem mudado ao longo dos últimos anos, pois muitos professores estão buscando formação continuada; as Universidades estão formando melhor os novos professores, com novas metodologias; as tecnologias fazem parte da formação dos professores e de seu trabalho, etc.

As tecnologias invadiram todos os setores da sociedade, e na educação não foi diferente. Principalmente, porque nas escolas, quase todos os alunos possuem um aparelho celular que utilizam para diversas coisas, inclusive para pesquisa escolar. Existe, também dezenas de aplicativos educacionais que ajudam no ensino de diversas disciplinas do currículo escolar. Na matemática conhecemos mais de uma dezena, entre eles, o Geogebra que é parte do objeto de estudo deste trabalho.

O Geogebra é um aplicativo matemático que facilita muito a aprendizagem de vários conteúdos, principalmente os conteúdos de funções e na construção de seus gráficos. Este aplicativo, se for utilizado, seguindo o seu tutorial, faz com que os alunos compreendam a aplicabilidade das funções no seu cotidiano. Ou seja, é uma ferramenta de aprendizagem que torna os assuntos mais fáceis de entender.

A pesquisa mostrou que a grande maioria dos alunos possuem celular, mas que não utilizavam para a aprendizagem dos assuntos do currículo escolar, e sim para redes sociais, youtube, jogos de internet, etc. Mostrou que a maioria deles não conheciam aplicativos educacionais, aplicativos que podem auxiliá-los em sua aprendizagem. Mostrou que os próprios professores, embora sabendo que existem aplicativos que favoreçam a aprendizagem, não utilizavam e nem estimulavam os alunos a se familiarizar com eles.

Para os professores, a desculpa de não utilizarem as tecnologias durante suas aulas era que a Escola Norma Guilhon não possui computadores com internet para os alunos, esquecendo que a maioria dos alunos possui seus próprios aparelhos (celulares). Acreditamos que estava mais cômodo para os professores escreverem e em seguida, explicarem os assuntos para depois cobrar em exercícios de fixação ou em provas, não tendo muito trabalho de proporcionar um ensino mais individualizado e motivador para os alunos.

Antes do Geogebra tivemos alunos que não faziam as atividades, segundo seus professores, não se sabe os motivos, apenas especula-se, como: preguiça, não aprendiam, não tinham interesse ou motivação, etc. Mas, quando falou-se nas turmas, que seria proporcionado uma atividade para eles onde deveriam utilizar o celular e/ou o computador, percebeu-se o interesse e a motivação pela atividade. Depois que finalizou a atividade, confirmou-se que todos realizaram pelo menos duas das cinco questões corretamente dentro do tempo proposto. Afirmaram que tiveram mais dificuldade em resolver as atividades no caderno do que no computador, embora muitos deles não possuíssem computador em casa e que também não haviam utilizado computador na escola, por motivos já destacado neste trabalho.

O que confirma que o software Geogebra facilita e motiva para a aprendizagem dos conteúdos por parte dos alunos, já que até aqueles que não realizavam as atividades rotineiras em sala de aula, desta vez fizeram e acertaram o mínimo possível de questões. Se fosse proporcionado mais tempo para atividade, quem sabe todas as questões seriam resolvidas corretamente por todos os alunos.

O conteúdo de função é considerado difícil pelos alunos, até porque envolve não só a Álgebra, mas também, a Geometria para a construção dos gráficos. Quanto mais vai se desenvolvendo o conteúdo de função, mais dificuldade o aluno vai encontrando para aprender. A função Quadrática é considerada difícil, pois além de necessitar saber as seis operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) para responder a função em si, necessita-se saber utilizar o plano cartesiano para construir o gráfico da função que obrigatoriamente é uma parábola. E construir uma parábola não é tão simples, utilizando apenas caneta e papel, como acontece na grande maioria das aulas de matemática nas escolas brasileiras.

Mas, utilizando o software Geogebra para resolver as funções quadráticas e construir seus gráficos, segundo a pesquisa com os alunos e professores tornou o assunto mais fácil de aprender. Respondendo então, a questão problema proposta para esta pesquisa que era se “a utilização do aplicativo Geogebra como recurso metodológico no ensino da função quadrática e de seus gráficos facilita a aprendizagem dos alunos? Portanto, sim. Facilita e muito a aprendizagem dos alunos e ainda motiva-os para as aulas, pois eles gostam e sabem utilizar as tecnologias, até melhor que muitos professores.

Deve-se proporcionar mais experiências como essa para que esses alunos percamos o medo da matemática e entendam que a mesma é uma aliada para resolver os problemas do cotidiano. A matemática deve ser ensinada com o auxílio das tecnologias em sala de aula. Aliás, só houve desenvolvimento das tecnologias, devido o desenvolvimento da matemática. Os professores devem ser responsáveis por isso, devem melhorar ou será modernizar suas metodologias para motivar e despertar o interesse dos alunos pela matemática. A matemática só deixará de ser o bicho papão das disciplinas se for ensinada com recursos metodológicos que estimulem e motivem os alunos, se for mostrado para os alunos a sua aplicabilidade na vida real, ou seja, se for mostrado para eles para que serve e o porque é importante aprender àquele conteúdo.

Sabendo que a utilização do software Geogebra facilita a aprendizagem dos alunos conclui-se que os objetivos desta pesquisa, também foram alcançados. E ficamos satisfeitos com a certeza de que os professores também compreenderam que necessitam melhorar as suas aulas para torna-las mais interessantes e motivadoras para os alunos, pois ganha não só os alunos, mais também os próprios professores, pois deixarão de ter trabalho com àqueles alunos que não gostam de realizar as atividades propostas pelos seus professores. Quanto os alunos estão motivados para aprender, o professor não tem trabalho, basta direcionar a aula que a aprendizagem vai acontecer naturalmente.

Os professores, também entenderam que as tecnologias estão aí para serem utilizadas e que devem fazer isso, pois se não o fizerem, os alunos não utilizarão com responsabilidade para sua própria aprendizagem, podem até utilizar para outros fins que não sejam educacionais. Fins que podem até mesmo ser perigosos para eles como para a escola. Logo, os professores devem canalizar esse recurso para a aprendizagem dos alunos, fazendo o uso responsável e consciente. Vale ressaltar que durante a conversa com todos os alunos e professores ficou praticamente acertado que eles utilizarão nas próximas aulas o celular como recurso de aprendizagem, bastando acertar algumas regras para o uso responsável por parte dos alunos.

Enfim, a pesquisa mostrou que quando se ensina com recursos motivadores a aprendizagem dos alunos se torna eficaz e eficiente, e eles aprenderão mais facilmente os conteúdos que são obrigatórios do currículo escolar. O aplicativo Geogebra é apenas um, dos mais de uma dezena de aplicativos que tornam a matemática mais interessante e motivadora. Cabendo somente, a nós educadores,

utilizarmos essa ferramenta a nosso favor, ou melhor dizendo, a favor da aprendizagem dos nossos alunos. O Geogebra ajuda muito no ensino e aprendizagem das funções quadráticas e dos gráficos, fazendo os alunos compreenderem suas aplicações no cotidiano. As tecnologias educacionais estão à disposição dos professores para tornar as aulas mais interessantes e o ensino mais eficiente. Nós, professores, sobretudo os com mais experiência em sala de aula, necessitamos perder o medo das tecnologias procurando formação para trabalhar com elas. Se isso acontecer, ganharemos todos, alunos, professores, escola, e conseqüentemente, a educação matemática brasileira.

REFERÊNCIAS

- BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática. In: **I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** p 135-146. 2002a.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 4. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 104 p. 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a Distância. **Programa Nacional de Informática na Educação.** Brasília: Ministério da Educação e Cultura/Banco Interamericano de Desenvolvimento, 1996.
- CYSNEIROS, Paulo G. **Programa Nacional de Informática na Educação: novas tecnologias, velhas estruturas.** In: BARRETO, Raquel G. (Org.) *Tecnologias educacionais e educação a distância: avaliando políticas e práticas.* Rio de Janeiro: Quartet, 2003.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática.** 2. ed. Campinas: Papirus, p.111. 1997.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- GOYATÁ, Sueli Leiko Takamatsu [et al.]. **Manual de normalização para elaboração de trabalhos acadêmicos, dissertações e teses da UNIFAL-MG.** Alfenas, 2006.
- IEZZI, G. & MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 1: Conjuntos.** São Paulo. Atual, 1993.
- IEZZI, G.; DOLCE, O & MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 2: Logaritmos.** São Paulo. Atual, 2004.
- KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias.** Campinas – SP. Papirus, 2007.
- LIMA, E. L. **Curso de análise. Vol. 1.** 12^a Ed. Projeto Euclides, 2008.
- LIMA, E. L. **Números e funções reais.** Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- MAGELA, G. **O uso do computador na educação como uma ferramenta, aliada aos softwares educativos no auxílio ao ensino e aprendizagem.**

Disponível em <<http://meuartigo.brasilecola.com/educacao/a-informaticaaplicada-na-educacao.htm>> Acesso em 09 jan. 2014.

MELO, Rafael Helerbrock. <<https://brasilecola.uol.com.br/informatica/>>. Acesso em: 12 de out. 2019.

MENEZES, Ebenezer Takuno de; SANTOS, Thais Helena dos. **Verbete Reforma Francisco Campos. Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil.** São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<http://www.educabrazil.com.br/reforma-francisco-campos/>>. Acesso em: 13 de fev. 2019

MENDES, Felipe et al. **O processo de ensino e aprendizagem da função quadrática com o auxílio do software Winplot no ensino médio.** Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 210 - 228, abr. 2018. ISSN 1981-1322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p210>>. Acesso em: 21 out. 2019. doi:<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n2p210>.

MICHALISZYN, Mario Sergio. **Pesquisa: orientações e normas para elaboração de projetos, monografias e artigos científicos.** 7ª Ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2012.

MIORIM, M. A.. **Introdução À História da Educação Matemática.** 1. ed. São Paulo – SP: Atual, 1998. v. 1. 160p .

OLIVEIRA, Ednei Nunes. **A utilização dos laboratórios de informática do PROINFO em escolas de Dourados – MS.** 2001, 109 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

OLIVEIRA, N. D. **Conceitos de função: uma abordagem do processo ensino – aprendizagem.** 1997.

SILVA, Vanderléa Luiza da. **Informática na Educação: possibilidades de inclusão digital.** Dissertação. (Mestrado em Educação). Universidade do Oeste de Santa Catarina, Joaçaba, 2007.

SIQUEIRA, Ruan de Freitas. **Tutorial para Geogebra.** UFF. Niterói – RJ, 2017.

SOUSA JUNIOR, A. W. de. **Uso do Software Geogebra e Modelagem Matemática no Ensino de Funções**. Dissertação de Mestrado da UFG. Jataí, 2018.

VALENTE, J. A. (Org). A informática na Educação no Brasil: Análise e Contextualização Histórica. In: **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, São Paulo, UNICAMP/NIED, 1999. 156 p.

<https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/raizes-ou-zero-funcao-2-grau.htm>

<https://www.tutorbrasil.com.br/aulas-de-matematica/funcoes-2-grau/exercicios-funcao-2-grau/>

APÊNDICES

QUESTIONÁRIO DO ALUNO - PESQUISA PARA TCC

1: Você gosta de estudar matemática?

2: Você tem celular ou computador em sua casa?

3: Você utiliza algum recurso tecnológico nas aulas de matemática ou em qualquer outra disciplina?

4: Sua escola tem computadores para os alunos utilizarem durante as aulas?

5: Quanto ao grau de dificuldade do conteúdo de função quadrática, você considera: Difícil, Razoável ou Fácil?

6: Você conhece algum aplicativo de computador ou celular que ajuda a compreender a matemática? Quais?

7: Você gostaria de conhecer o Geogebra e aprender a utilizar esse aplicativo que ajuda a compreender melhor os assuntos de matemática, como a função quadrática?

QUESTIONÁRIO DO PROFESSOR - PESQUISA PARA TCC

1: Quanto tempo o senhor tem de formado na Universidade?

2: Quanto tempo o senhor trabalha com matemática no ensino médio?

3: O Senhor utiliza algum recurso tecnológico em suas aulas?

4: O Senhor deixa os alunos utilizarem o celular para resolver problemas matemáticos?

5: O Senhor conhece algum aplicativo educacional voltado para a aprendizagem da matemática? Quais?

6: O Senhor sabe utilizar o Geogebra?

7: O Senhor gostaria que os seus alunos aprendessem a utilizar o Geogebra para resolver questões problemas sobre o assunto funções quadráticas?

8: O Senhor acha que se os alunos utilizarem o computador (ou celular) para resolver problemas matemáticos, eles aprendem mais ou menos o assunto?

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO NORMA GUILHON

Diretora: Ailde Almeida da Silva

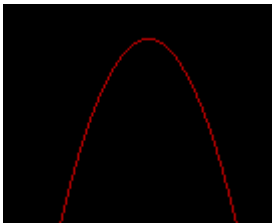
Professor: _____

Aluno (a): _____ Turma: _____

Atividade Avaliativa de Matemática para a 4ª Avaliação

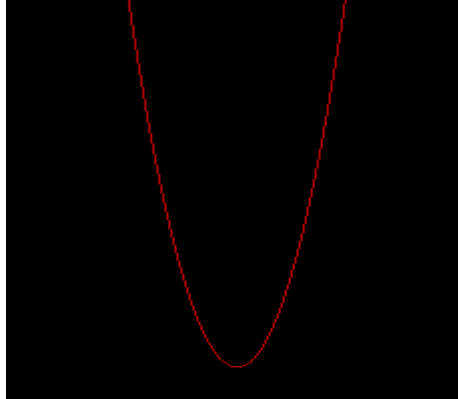
Atividade 1 - Sabe-se que o custo de C para produzir x unidades de certo produto é dado pela expressão $C = x^2 - 80x + 3000$. Calcule o a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

Atividade 2 - A representação cartesiana da função $y = ax^2 + bx + c$ é a parábola abaixo. Tendo em vista esse gráfico, podemos afirmar que:



- a) $a < 0, b < 0$ e $c > 0$
- b) $a > 0, b > 0$ e $c < 0$
- c) $a > 0, b > 0$ e $c > 0$
- d) $a < 0, b > 0$ e $c < 0$
- e) $a < 0, b > 0$ e $c > 0$

Atividade 3 - Qual a função que representa o gráfico seguinte?



b) $Y = 2x^2 + 3x - 9$

b) $y = -2x^2 + 3x - 9$

c) $y = 2x^2 - 3x - 9$

d) $y = -2x^2 - 3x - 9$

e) $y = 2x^2 + 3x + 9$

Atividade 4 – (UERJ – 2016) Observe a função f , definida por:

$$f(x) = x^2 - 2kx + 29, \text{ para } x \in \mathbb{R}$$

Se $f(x) \geq 4$, para todo número real x , o valor mínimo da função f é 4. Assim, o valor positivo do parâmetro k é:

a) 5

b) 6

c) 10

d) 15

QUESTIONARIO PARA DIRECIONAR A CONVERSA COM ALUNOS E PROFESSORES APÓS A RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADE COM O USO DO GEOGEBRA

Pergunta 1: Quem sentiu dificuldade em utilizar o aplicativo Geogebra? E quais as dificuldades?

Pergunta 2: Quem não sentiu dificuldade em utilizar o aplicativo Geogebra? Por que?

Pergunta 3: Qual a maneira mais fácil de resolver as atividades/questões propostas pelos professores, no caderno sem a ajuda do aplicativo ou no computador com a ajuda do aplicativo?

Pergunta 4: Como gostaria que as aulas de matemática fossem de agora em diante? Por que? E o que necessita para acontecer na escola?

Pergunta 5: O aplicativo Geogebra estar aprovado por eles para aprender a resolver as funções quadráticas com os seus gráficos?