



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL
FACULDADE DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUAN MATHEUS SÁ FRANÇA

**ANÁLISE DA SÉRIE TEMPORAL DO ÍNDICE PLUVIOMÉTRICO DA CIDADE DE
BELÉM-PA ENTRE 1950 ATÉ 2019: PADRÕES, TENDÊNCIAS E PREVISÕES.**

CASTANHAL – PA

JUNHO/2023

LUAN MATHEUS SÁ FRANÇA

**ANÁLISE DA SÉRIE TEMPORAL DO ÍNDICE PLUVIOMÉTRICO DA CIDADE DE
BELÉM-PA ENTRE 1950 ATÉ 2019: PADRÕES, TENDÊNCIAS E PREVISÕES.**

Portfólio Acadêmico, produzido como Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à comissão examinadora da Faculdade de Matemática do Campus de Castanhal da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do Prof. Drº. Renato Germano Reis Nunes.

CASTANHAL – PA

JUNHO/2023

ANÁLISE DA SÉRIE TEMPORAL DO ÍNDICE PLUVIOMÉTRICO DA CIDADE DE BELÉM-PA ENTRE 1950 ATÉ 2019: PADRÕES, TENDÊNCIAS E PREVISÕES

Trabalho de Conclusão de Curso orientado pelo Prof. Dr. Renato Germano Reis Nunes, apresentado à Faculdade de Matemática como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

APROVADO EM:21/06/2023

Conceito: EXCELENTE

BANCA EXAMINADORA:

Orientador:_____

Prof. Dr. Renato Germano Reis Nunes/FACMAT/UFPA

Membro:_____

Prof. Dra. Roberta Modesto Braga/FACMAT/UFPA

Membro:_____

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal/FACMAT/UFPA

“Ensinar é um exercício de imortalidade. De alguma forma continuamos a viver naqueles cujos olhos aprenderam a ver o mundo pela magia da nossa palavra. O professor, assim, não morre jamais.”

(Rubem Alves)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, pela minha vida, e por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo dela, inclusive nos momentos em que pensei em desistir, sempre guiando-me no caminho de fé e fazer-me acreditar que somos capazes de realizar tudo que desejamos.

Agradeço em especial, aos meus Pais e irmãs, por serem quem vocês exatamente são, por nunca terem medido esforços para me proporcionar um ensino de qualidade, pelo incentivo, amor e estarem ao meu lado durante a realização desta graduação com seu apoio incondicional.

Aos meus colegas de curso, com quem convivi intensamente durante os últimos anos, pelo companheirismo e pela troca de experiências que me permitiram crescer não só como pessoa, mas também como formando.

Principalmente aos meus amigos, Felipe Navarro, João Casseb, Julia Barbosa e Emile Andrade, compartilhar esses anos com vocês foi uma dádiva, que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade incondicional, que passaram por todas as situações e momentos difíceis comigo, vocês tornaram tudo mais leve, pois eu sabia que poderia sempre contar com vocês.

Gostaria de agradecer a todos os professores dessa instituição de ensino que em muito contribuíram para a realização deste trabalho. Professores que com seus ensinamentos tornaram a minha formação acadêmica possível.

Agradeço ao meu orientador que me guiou pelo caminho deste trabalho de Conclusão de Curso, sem o qual nada disso seria possível, a você Renato Germano meu agradecimento especial. Mais do que aquela pessoa que transmite conhecimento na sala de aula, você cria empatia com seus alunos.

Obrigado pela dedicação e tempo despendido em meu auxílio na realização deste trabalho, por fim, a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

O presente estudo foi escrito e estruturado no formato de um Portfólio Acadêmico, como objetivo de analisar os índices pluviométricos da Cidade de Belém-Pa no intervalo de 1950 a 2019, através de séries temporais utilizando como investigação para coleta e análise dos dados padrões, tendências e sazonalidades. Sendo verificado por meio da decomposição sazonal que a série apresentou componentes de tendência, sazonalidade e resíduos na série, possibilitando uma compreensão mais profunda dos índices pluviométricos ao longo dos anos. Ademais, com esses dados foi possível utilizar um dos métodos mais eficazes para elaboração de previsões futuras estatísticas, nesse caso índice pluviométrico. Com os resultados do modelo ARIMA, obteve-se valiosos parâmetros que podem ser utilizados para os mais variados estudos, como exemplo planejamento urbano, tomadas de decisões relacionadas ao clima, compreensão do comportamento das chuvas em Belém-PA e base para futuras investigações sobre fenômenos climáticos na região. De maneira que, o Trabalho de Conclusão de Curso, no formato de Portfólio, está consolidado em uma proposta organizacional do Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, na modalidade publicação, que foi aprovada pela Resolução nº 5.044, de 17 de maio de 2018.

Palavras-Chave: Séries temporais; Índice pluviométrico. Modelo ARIMA; Previsão de chuvas Belém-Pa.

SUMÁRIO

CONTEXTUALIZAÇÃO.....	7
1. ROTEIRO DE PESQUISA	7
1.1 RESULTADOS E DISCUSSÃO	9
1.2 MÉDIA MOVEIS.....	11
1.3 Decomposição.....	11
1.3.1 Tendência.....	11
1.3.2 Sazonalidade.....	12
1.3.3 Componente Residual.....	12
1.4 AUTOCORRELAÇÃO	12
1.5 DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL.....	13
1.6 AMOSTRA DOS DADOS.....	13
1.6.1 DE 1950 até 1969:.....	14
1.6.1.1 MÉDIA MÓVEL.....	14
1.6.1.2 DECOMPOSIÇÃO.....	14
1.6.1.3 AUTOCORRELAÇÃO	15
1.6.2 DE 1970 ATÉ 1989:	15
1.6.2.1 MÉDIA MOVEL.....	15
1.6.2.2 DECOMPOSIÇÃO.....	15
1.6.2.3 AUTOCORRELAÇÃO	16
1.6.3 DE 1990 ATÉ 2009:	16
1.6.3.1 MÉDIA MOVEL.....	16
1.6.3.2 DECOMPOSIÇÃO.....	16
1.6.3.3 AUTOCORRELAÇÃO	17
1.6.4 DE 2010 ATÉ 2019:	17
1.6.4.1 MÉDIA MÓVEL.....	17
1.6.4.2 DECOMPOSIÇÃO.....	18
1.6.4.3 AUTOCORRELAÇÃO	18
1.7 MODELO ARIMA.....	18
2. PESQUISAS E PUBLICAÇÕES PRODUZIDAS.....	20
3. PONDERAÇÕES FINAIS ACERCA DAS PESQUISAS	21
REFERÊNCIAS.....	22
ANEXOS	23

CONTEXTUALIZAÇÃO

Uma série temporal são conjuntos de observações ordenadas no tempo, esses dados podem ser coletados em intervalos regulares ou irregulares, sendo utilizados para analisar e prever padrões, tendências e comportamentos ao longo do tempo.

As séries temporais são largamente utilizadas em diversas áreas, como meteorologia, economia, finanças e outras. A análise de séries temporais se baseia na aplicação de estatísticas por meio de modelos matemáticos para entender e descrever os padrões presentes nos dados.

Alguns dos métodos comuns utilizados na análise de séries temporais compreende tendência, média moveis, análise espectral, modelos de suavização, modelos de regressão, ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average). Logo, utilizando a modelagem de dados é possível desenvolver modelos preditivos para identificar possíveis tendências ou até mesmo estimar valores futuros.

Assim, para Morettin e col (2006), os principais objetivos da análise de séries temporais são: a) Investigar o mecanismo gerador da série, b) fazer previsões de valores futuros. c) descrever o comportamento, d) procurar periodicidade. E entre estes vale destacar a descrição do comportamento e possível previsão futura.

Utilizando desses meios para modelar dados para estudo dos padrões de chuva e suas variações temporais, é de grande relevância principalmente na região ao qual vivemos, sendo fortemente influenciada pela constante incidência de chuvas, em especial na Cidade de Belém do Pará.

Conhecida pela sua alta pluviosidade ao longo do ano, sendo influenciada tanto pela sua localização na região amazônica tanto quanto pela sua proximidade com a linha do equador e possível influência de eventos climáticos como el niño. Em resumo, o estudo do índice pluviométrico nessa região é de grande importância, pois a quantidade e distribuição das chuvas ao longo dos anos tem impacto direto em áreas como agricultura, recursos hídricos, planejamento urbano e ecossistemas locais.

1. ROTEIRO DE PESQUISA

O Trabalho de Conclusão de Curso escolhido foi em formato de Portfólio do Curso de Licenciatura em Matemática no Campus Universitário de Castanhal, da

Universidade Federal do Pará – UFPA, sendo composto pela publicação de capítulo de livro na editora científica.

Segundo o entendimento de Sá-Chaves (2000) compreende o portfólio como sendo um instrumento de estimulação do pensamento reflexivo, facilitando oportunidades para documentar, registrar e estruturar os procedimentos e a própria aprendizagem. O portfólio evidencia ao mesmo tempo, tanto para o educando quanto para o educador, processos de autorreflexão. Com isso, ele possibilita o sucesso do estudante que, em tempo, pode transformar, mudar, (re) equacionar sua aprendizagem, em vez de simplesmente saber sobre ela, ao mesmo tempo em que permite ao professor repensar sua prática e suas condutas pedagógicas em vez de somente fazer algum juízo, avaliar ou classificar o processo de ensino-aprendizagem do aluno.

Ademais, Prodanov e Freitas (2013) afirmam que: “Neste método, é onde teremos os dados estatísticos e as fórmulas matemáticas em seu maior uso. Os dados são a chave principal para analisar e interpretar a realidade. Então termos como: porcentagem, coeficiente de correlação, média, desvio entre outros, são bem utilizados”.

Contudo, dadas as ideias o desenvolvimento deste portfólio fez-se com a reunião dos dados de índice pluviométrico da capital do estado do Pará, Belém do Pará, conhecimentos adquiridos ao longo dos anos de formação acadêmico e pesquisa de temas relacionados a metodologias estatísticas.

Sendo está uma pesquisa de natureza básica, descritiva, cujo procedimento é realizado por meio de estudo de caso com os índices de chuva em Belém-Pa e com os métodos quantitativos de acordo com Prodanov e Freitas (2013). A primeira etapa da metodologia se concentrou na coleta de dados histórico do índice das chuvas da cidade mencionada, no site HidroWeb, no qual a série temporal abrangia o período de janeiro de 1950 até dezembro de 2019.

Sendo este uma ferramenta integrante do SNIRH ao qual oferece acesso ao banco de dados que contém informações da Rede Hidro meteorológica Nacional, reunindo dados de níveis fluviais, vazões, chuvas, climatologia, qualidade de água e sedimentos.

Em um segundo momento, ocorreu uma etapa de pré-processamento dos dados para garantir qualidade e consistência, incluindo a verificação de valores ausentes, correção de erros de digitação e uniformização dos formatos dos dados. Em seguida foi realizada uma análise exploratória a fim de entender às características básicas da série temporal, envolvendo a visualização dos dados em gráficos e histogramas.

Com isso, se calculou medidas estatísticas descritivas, como média, mediana, desvio padrão e percentis. De posse desses dados, através da decomposição sazonal possibilitou subdividir os componentes de tendência, sazonalidade e resíduos na série temporal. Contudo, de posse da decomposição sazonal foi realizado a modelagem dos componentes por meio do modelo ARIMA.

Assim, ajustado o modelo ARIMA com os dados, realizou-se a validação do modelo para verificar sua capacidade de previsão. Já de posse do modelo ARIMA validado, foi realizado a previsão futura para índices pluviométricos para períodos além dos disponíveis, podendo assim fazer comparações entre o observado e a previsão.

Logo, o conteúdo de todos os trabalhos expostos se enquadram na temática do tipo Portfólio, na modalidade publicação, de acordo com o Artigo 10 do Projeto Pedagógico do Curso (PPC), de Licenciatura em Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, aprovado pela Resolução nº 5.044, do dia 17 de maio do ano de 2018, que compreende 30 horas de carga horária destinada a produção do Trabalho de Conclusão de Curso, nas modalidades monografia, publicação ou desenvolvimento de produto sob a orientação de um professor da Faculdade e consolidado no Eixo de Formação Prática, Estágio e Atividade Complementar, na nova proposta organizacional do Curso de Licenciatura em Matemática.

1.1 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Durante a graduação, o estudante tem contato com várias disciplinas, entre elas disciplinas mais monótonas e disciplinas que despertam o interesse do aluno em aplicar os conhecimentos obtidos em sala de aula em situações reais. Sendo assim a modelagem faz-se fundamental para este objetivo, e com as aulas desenvolvidas e discussões com os professores, troca-se informações das mais variadas áreas, em especial ao docente Renato Germano que apresentou a estatística de uma forma

descontraída, explorando pontos como a distribuição Gaussiana. Surgiu então o interesse de estudar o índice pluviométrico na nossa região, que é um dos fatores impactantes para mais variadas áreas.

Portanto, um dos obstáculos era conseguir informações da quantidade de precipitação aos longos dos anos, o site HidroWeb interligado ao sistema SNIIRH disponibilizou dados que foram de extrema importância para elaboração deste trabalho, já que contém informações acerca dos níveis fluviais, vazões, chuvas, climatologia, qualidade de água e sedimentos.

De posse desses dados foi realizado a tabulação das informações segundo a imagem 01, na qual a primeira coluna representa a data e a segunda a quantidade máxima de precipitação da chuva.

Imagem 01: Dados organizados.

Data	Máxima
2019-06-01	235.0
2019-05-01	348.0
2019-04-01	493.0
2019-03-01	625.0
2019-02-01	453.0
...	

Fonte: Própria Pesquisa.

Através dos dados acima podemos extrair os valores da estatística descritiva descritos na Tabela 1.

Tabela 1: resumo da estatística descritiva dos dados analisados.

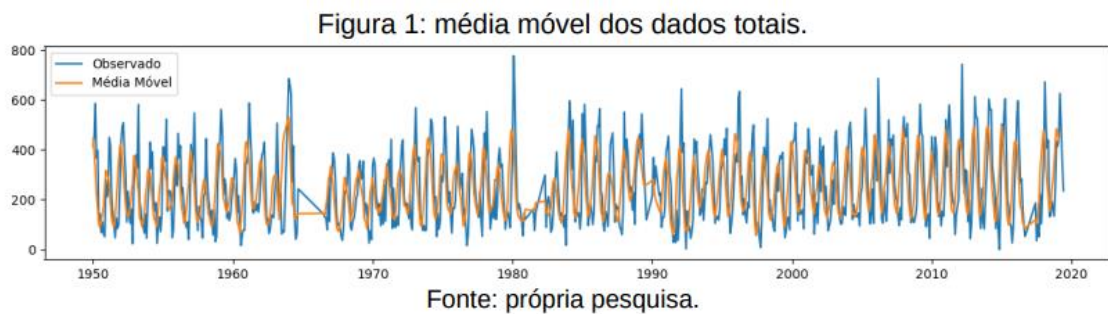
Índice	Valor	Índice	Valor
Número de medidas	781	Máximo	776
Média	250,24	Percentil 25%	127
Desvio padrão	152,1	Percentil 50%	215
Mínimo	0	Percentil 75%	367

Fonte: própria pesquisa.

Neste sentido, faz-se necessário conhecer alguns conceitos referentes aos métodos utilizados na análise de séries temporais e demonstrar os resultados obtidos através de gráficos para uma maior visualização e compreensão.

1.2 MÉDIA MOVEIS

Uma média móvel é calculada a partir de uma série de dados, em que cada valor é substituído pela média dos valores anteriores dentro de um determinado período, sendo utilizada para suavizar flutuações aleatórias em séries temporais, permitindo a identificação de tendências e padrões de comportamento. Optamos por utilizar a média móvel simples. Assim a média móvel para os dados totais são mostrados na figura 01.



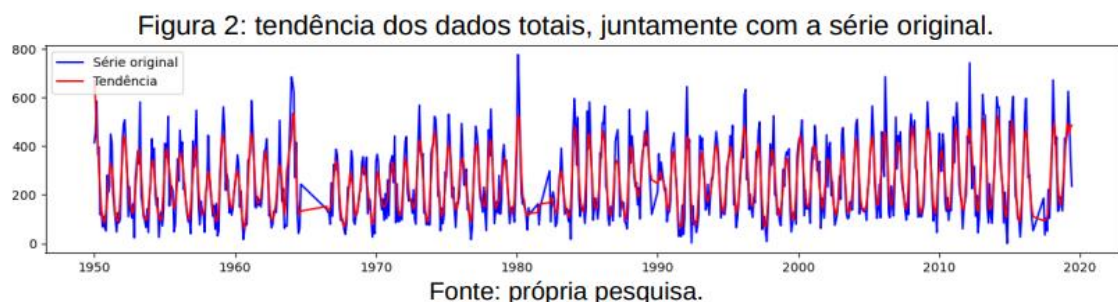
Em relação a figura 03, analisando a figura é visto que a média móvel reduziu as flutuações e estima-se que seja uma série estacionária.

1.3 Decomposição

A decomposição em séries temporais nada mais é do que uma técnica utilizada para desagregar uma série temporal em seus componentes individuais, a fim de poder visualizá-la e entendê-la, subdividida em três componentes principais.

1.3.1 Tendência

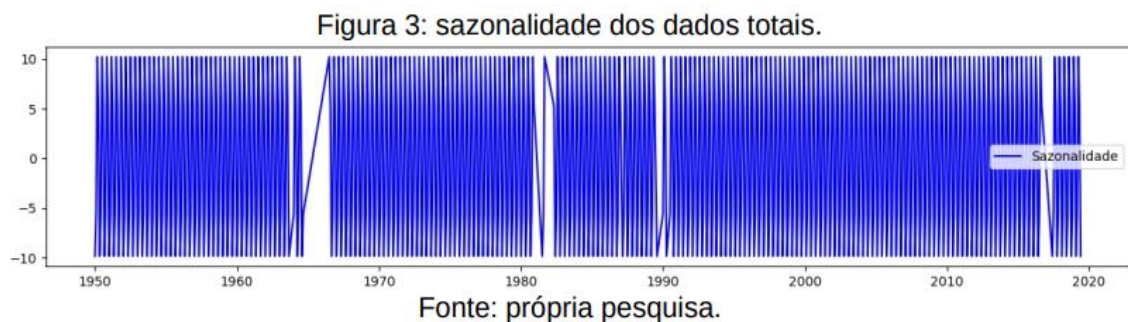
Pode ser entendida como a direção dos dados, podendo ter uma tendência ascendente, descendente ou mantendo relativamente estáveis.



Após análise do gráfico, verifica-se que a tendência está relativamente estável.

1.3.2 Sazonalidade

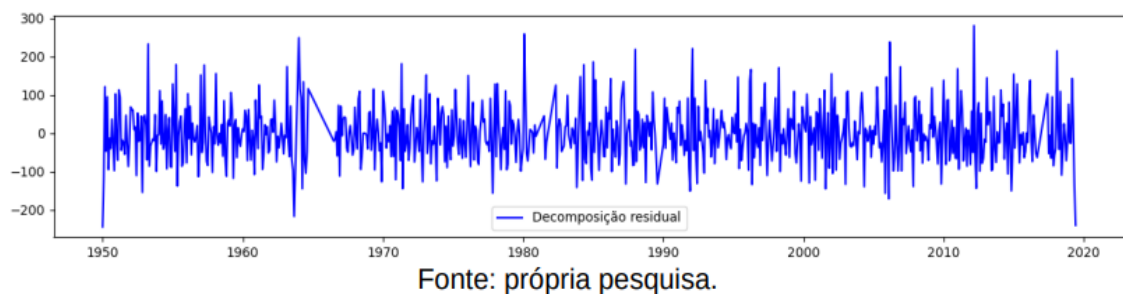
A sazonalidade representa variações regulares e previsíveis que ocorrem em intervalos fixos de tempo, como diariamente, semanalmente, mensalmente ou anualmente, podendo ser influenciados por fatores sazonais como estações do ano. Mostrada na figura 3.



1.3.3 Componente Residual

Representa uma variação aleatória e não sistemática que não podem ser explicadas pela tendência ou sazonalidade. Geralmente podendo ser causadas por ruídos, variações aleatórias, fatores imprevisíveis ou erros de medição.

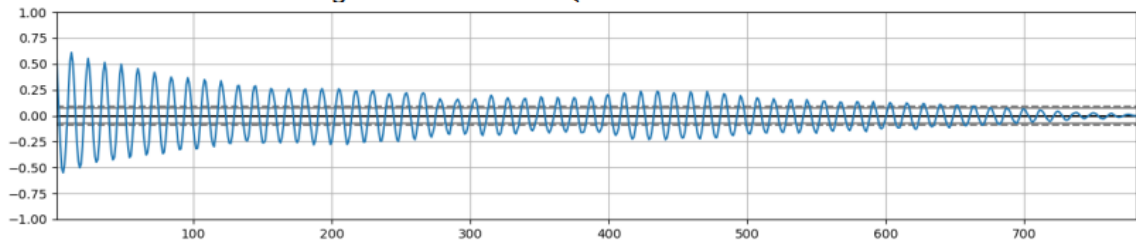
Figura 04: Decomposição residual dos dados.



1.4 AUTOCORRELAÇÃO

De uma maneira simplificada, a autocorrelação busca indicar se há uma dependência entre os valores passados e futuros da série. Utilizamos a correlação de Pearson, no qual, as medidas variam de -1 a 1, em que 1 indica uma correlação perfeita positiva entre valores e -1 o inverso, porém negativa e o zero a ausência desta correlação.

Figura 5: autocorrelação dos dados totais.

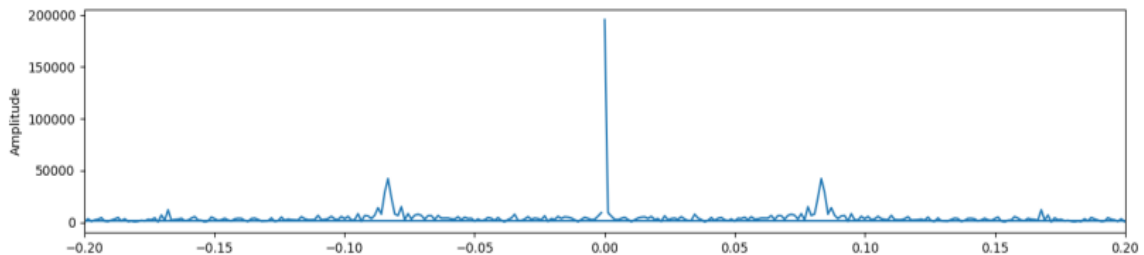


Fonte: própria pesquisa.

1.5 DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

É uma técnica utilizada para decompor um sinal ou uma série temporal em suas componentes de frequência, sendo baseada na Transformada de Fourier, ao qual, converte um sinal do domínio tempo para o domínio frequência. Utilizamos a transformada rápida de Fourier onde foram mostrados na figura 6.

Figura 6: Decomposição espectral dos dados totais.



Fonte: própria pesquisa.

Nota-se que existe apenas um valor de frequência dominante na série temporal, ao qual corresponde à sazonalidade dos dados, que demonstra ser bastante regular.

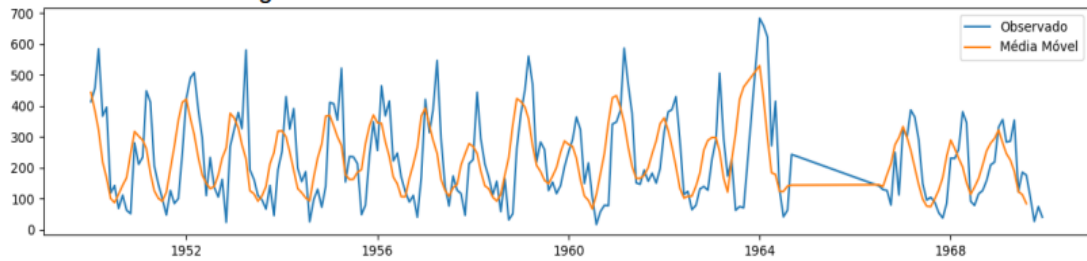
1.6 AMOSTRA DOS DADOS

Através dos métodos utilizados e de posse dos resultados, estes foram representados em gráficos. Afim de facilitar a visualização dos resultados, os períodos foram separados em intervalos aproximados de 20 anos.

1.6.1 DE 1950 até 1969:

1.6.1.1 MÉDIA MÓVEL

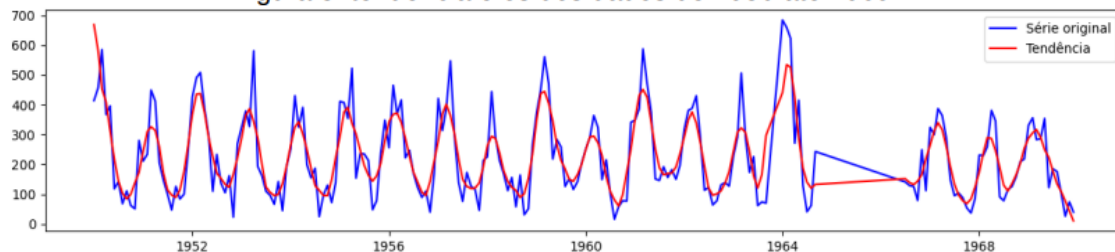
Figura 7: média móvel dos dados de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

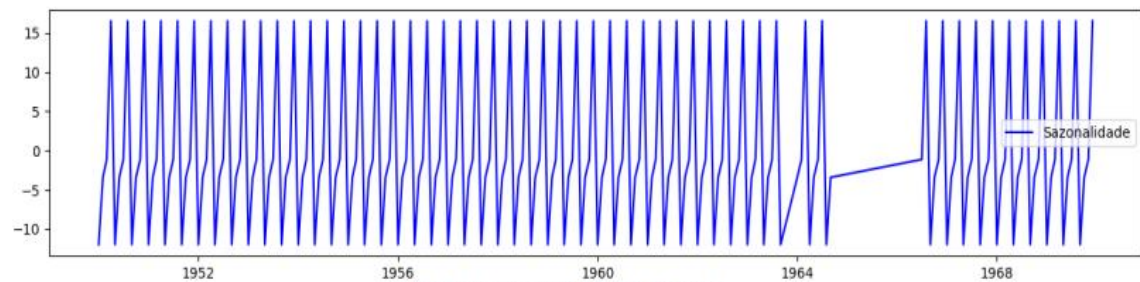
1.6.1.2 DECOMPOSIÇÃO

Figura 8: tendência e os dos dados de 1950 até 1969.



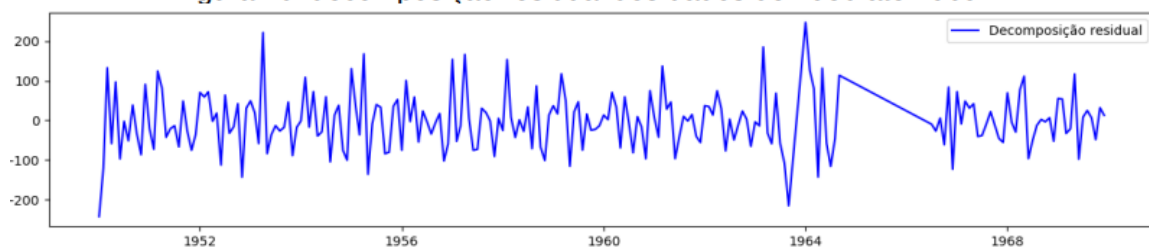
Fonte: própria pesquisa.

Figura 9: Sazonalidade dos dados de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

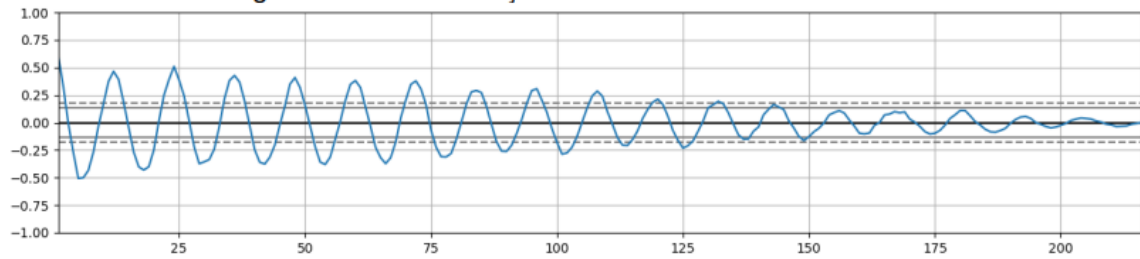
Figura 10: decomposição residual dos dados de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

1.6.1.3 AUTOCORRELAÇÃO

Figura 11: autocorrelação dos dados de 1950 até 1969.

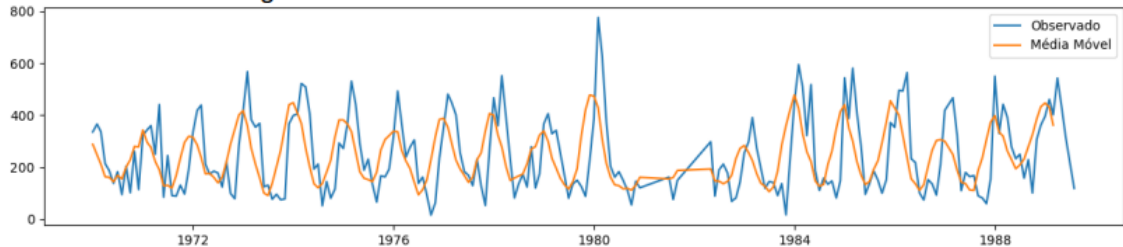


Fonte: própria pesquisa.

1.6.2 DE 1970 ATÉ 1989:

1.6.2.1 MÉDIA MOVEL

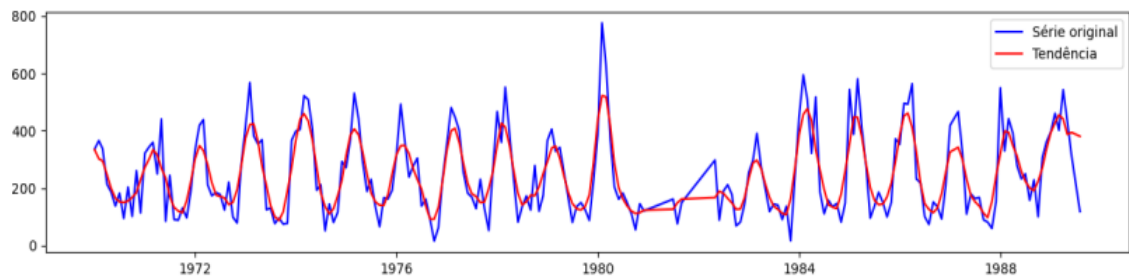
Figura 12: média móvel dos dados de 1970 até 1989.



Fonte: própria pesquisa.

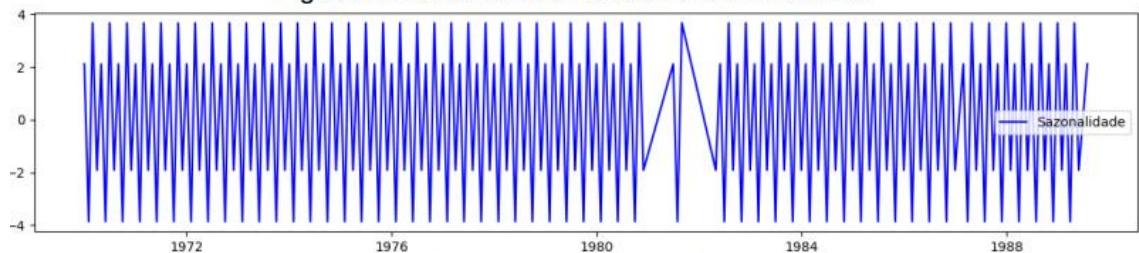
1.6.2.2 DECOMPOSIÇÃO

Figura 13: Tendência e os dados de 1970 até 1989.



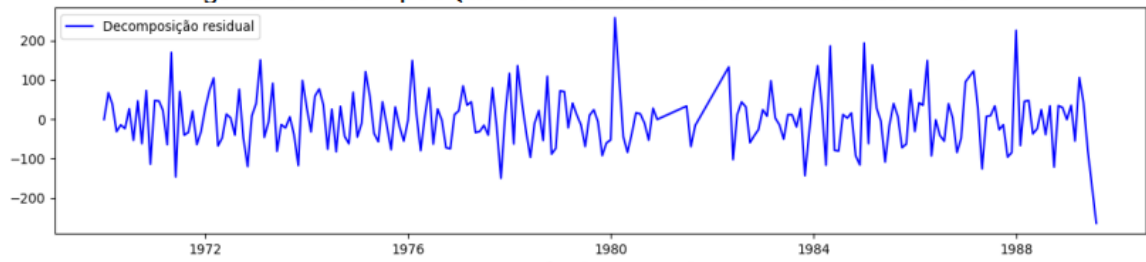
Fonte: própria pesquisa.

Figura 14: sazonalidade dos de 1970 até 1989.



Fonte: própria pesquisa.

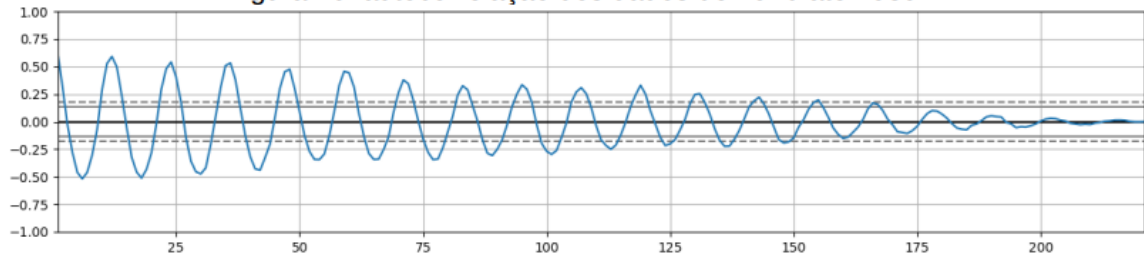
Figura 15: decomposição residual dos dados de 1970 até 1989.



Fonte: própria pesquisa.

1.6.2.3 AUTOCORRELAÇÃO

Figura 16: autocorrelação dos dados de 1970 até 1989.

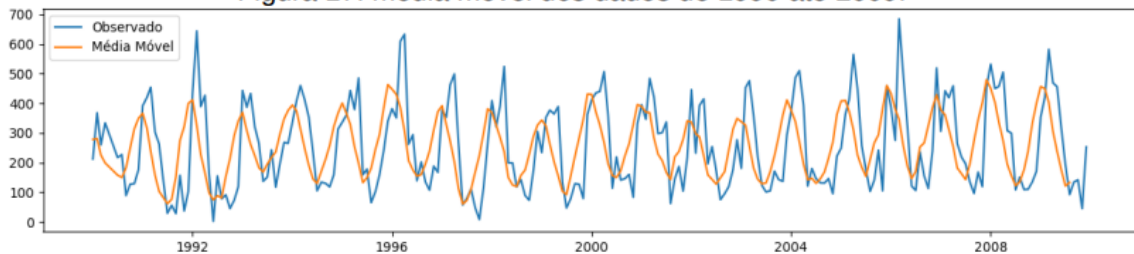


Fonte: própria pesquisa.

1.6.3 DE 1990 ATÉ 2009:

1.6.3.1 MÉDIA MOVEL

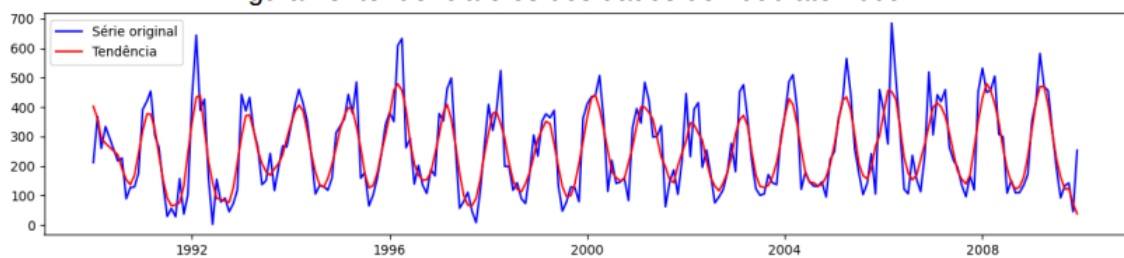
Figura 17: média móvel dos dados de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

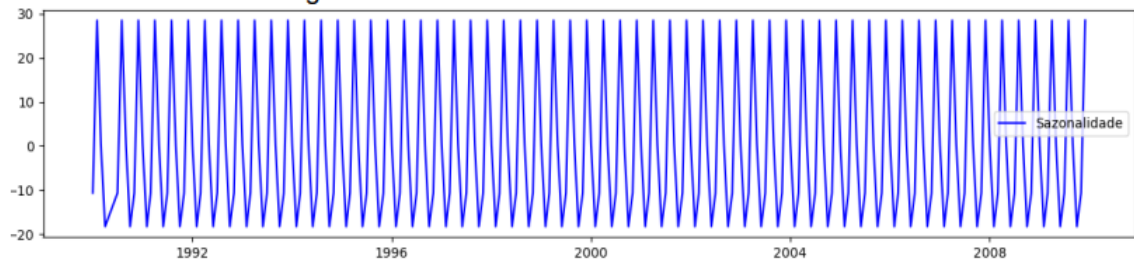
1.6.3.2 DECOMPOSIÇÃO

Figura 18: tendência e os dos dados de 1990 até 2009.



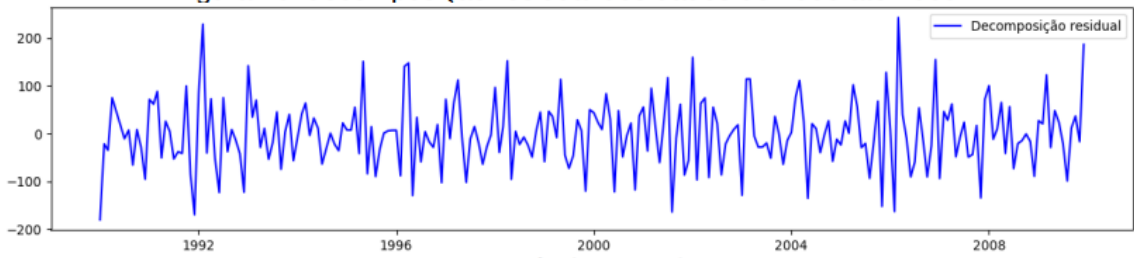
Fonte: própria pesquisa.

Figura 19: sazonalidade dos de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

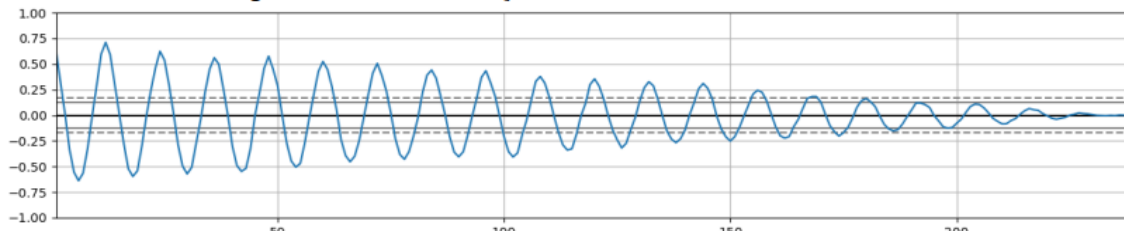
Figura 20: decomposição residual dos dados de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

1.6.3.3 AUTOCORRELAÇÃO

Figura 21: autocorrelação dos dados de 1990 até 2009.

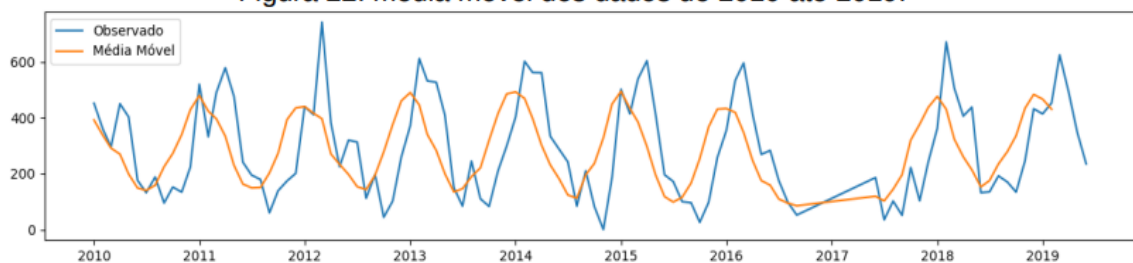


Fonte: própria pesquisa.

1.6.4 DE 2010 ATÉ 2019:

1.6.4.1 MÉDIA MÓVEL

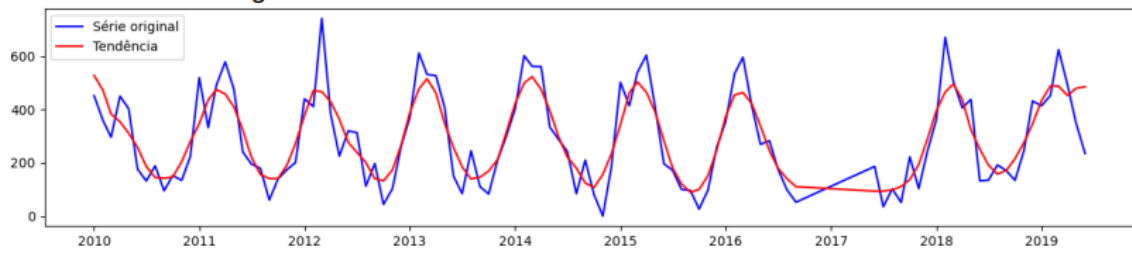
Figura 22: média móvel dos dados de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

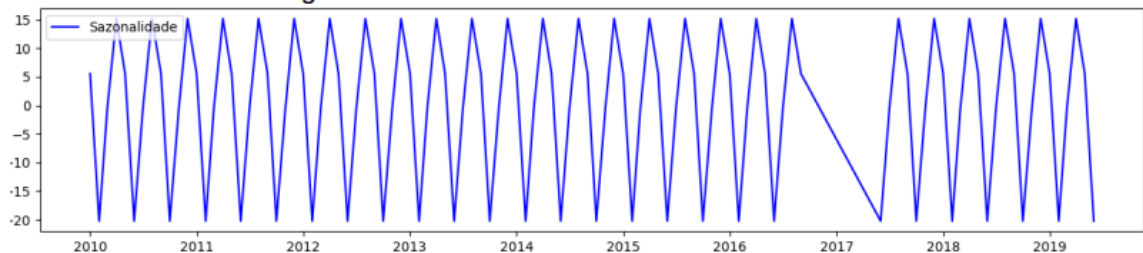
1.6.4.2 DECOMPOSIÇÃO

Figura 23: tendência e os dos dados de 2010 até 2019.

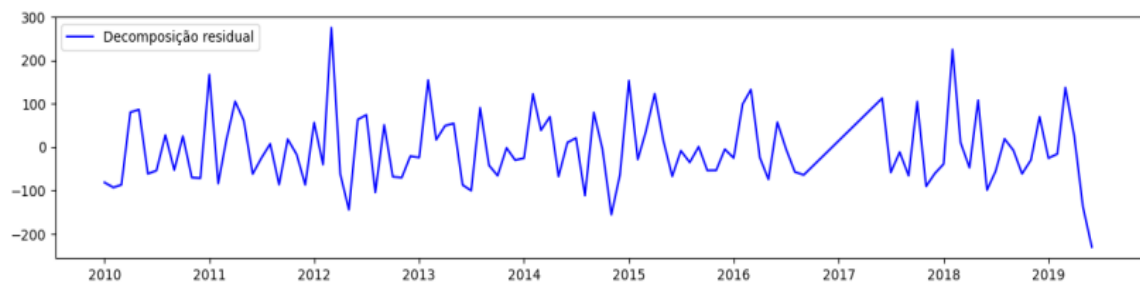


Fonte: própria pesquisa.

Figura 24: sazonalidade dos de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

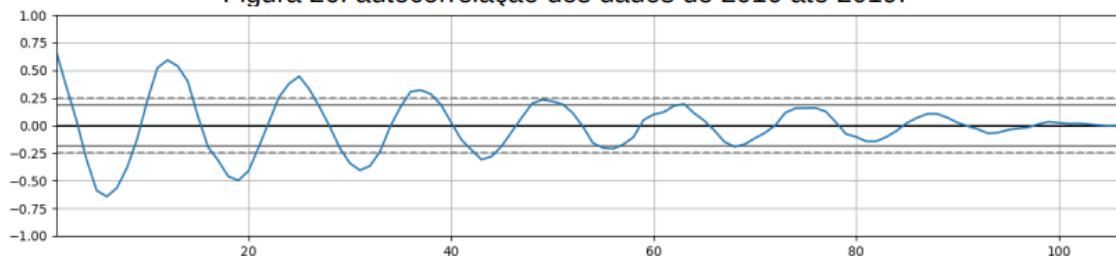


Fonte: própria pesquisa.

Figura 25: Decomposição residual dos dados de 2010 até 2019.

1.6.4.3 AUTOCORRELAÇÃO

Figura 26: autocorrelação dos dados de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

1.7 MODELO ARIMA

Em análise dos dados, foram utilizados modelos matemáticos capazes de produzirem uma previsão, deste modo, o modelo estatístico escolhido foi ARIMA, que

é amplamente utilizado para fazer previsões, pois é simples e de certa forma é um dos métodos mais eficazes.

Este modelo combina basicamente três fatores em sua análise, a autocorrelação autorregressiva (AR), diferenciação integrada (I) e média móvel (MA). A componente (AR) utiliza valores anteriores da série para prever valores futuros, ou seja, a série atual depende dos valores passados.

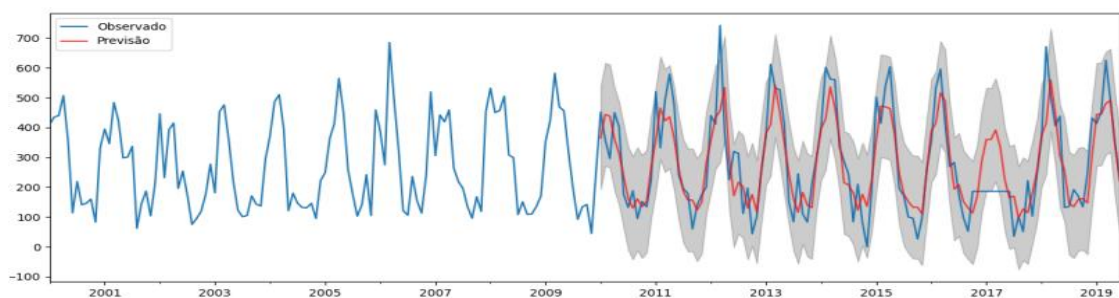
Enquanto a componente diferenciação (I), é utilizada para transformar uma série original em uma série estacionária, pois quando estacionária é bem útil para modelos estatísticos já que nada mais é que quando uma série não muda seus parâmetros ao longo do tempo, principalmente parâmetros estatísticos como média móvel e variância que são necessários para utilização do modelo ARIMA.

Por fim, outro parâmetro bastante utilizado é a média móvel, utilizados para reduzir ruídos, basicamente é utilizada para capturar os efeitos de médias dos erros de previsão anteriores, ou seja, ela considera os erros de previsão passados e seus respectivos valores para capturar a influência na série atual.

Como foi dito anteriormente o modelo ARIMA é especificado em três parâmetros, em que p representa a ordem componente AR, d representa os números de diferenciações integradas aplicadas à série e q representa a ordem da média móvel. Sabendo-se disso uma vez que o modelo ARIMA é ajustado aos dados históricos pode ser utilizado para fazer previsões futuras.

E realizado essa adequação, o modelo ARIMA foi utilizado no período de 1950 até 2009, e previsto entre os períodos de 2010 à 2019, a qual foi mostrado na figura 27.

Figura 27: Previsão do modelo ARIMA.



Fonte: própria pesquisa.

2. PESQUISAS E PUBLICAÇÕES PRODUZIDAS

Com a pesquisa realizada e orientada pelo professor orientador Renato Germano, houve a produção do artigo científico que posteriormente foi aceito e publicado na revista científica, o trabalho foi realizado seguindo os procedimentos relatados. Deste modo, a tabela 2, representa as produções realizadas que compõem este Portfólio.

ANO	EVENTO	TÍTULO	AUTORIA	RESUMO
2023	REVISTA CIÊNCIA	Análise de série temporal do índice pluviométrico da cidade de Belém-PA entre 1950 até 2019: padrões, tendências e previsões.	Luan Matheus Sá França; Renato Germano	Realizamos estudo de caso, aplicando séries temporais para conseguir fazer uma previsão do índice pluviométrico de chuvas de Belém-Pa.

A produção da tabela 2 compõem o corpus da seção deste trabalho de conclusão de curso, o qual foi realizado em forma de artigo e posteriormente publicado como capítulo de livro. Aceite segundo a certificação abaixo.



CERTIFICADO DE ACEITE PARA PUBLICAÇÃO

Data Submissão: 05/06/2023
Data Aprovação: 06/06/2023
Certificado Nº: 230613262

Certificamos que o trabalho intitulado "ANÁLISE DA SÉRIE TEMPORAL DO ÍNDICE PLUVIOMÉTRICO DA CIDADE DE BELÉM-PA ENTRE 1950 ATÉ 2019 PADRÕES, TENDÊNCIAS E PREVISÕES" de autoria de Luan Matheus Sá França, Renato Germano foi submetido para avaliação do nosso Conselho Editorial e obteve parecer de ACEITO para publicação. O trabalho encontra-se em processo editorial e será publicado no formato de Capítulo de Livro em 30/08/2023. A obra será publicada com ISBN, DOI, Conselho Editorial e Declaração de Avaliação.

Reinaldo Cardoso
Editor Geral, 229/0001-751
EDITORA
CIENTÍFICA
Rua Marquês / Fone: 812285
BAL. PERNAMBUCO
CEP: 11444-000
GUARUJÁ SP



3. PONDERAÇÕES FINAIS ACERCA DAS PESQUISAS

Contudo ao que foi exposto, este Portfólio desenvolveu uma análise de séries temporais à sequência de dados dos índices pluviométricos de chuva da cidade de Belém-PA, nos períodos de 1950 à 2019.

Diante dos resultados obtidos utilizando a análise estatística com o modelo ARIMA, foi realizado a previsão de dados dos índices pluviométricos do período desejado. Logo, este trabalho mostrou a efetividade dos métodos utilizados, o que demonstra como isso pode ser fundamental para tomada de decisões a temas que sejam relacionados ao clima.

À medida que foi encontrado os resultados, percebemos de quão grande valia seria utilizar esses dados para ter uma visão mais clara das características de chuva em Belém-PA. Ou seja, há vários motivos para sociedade buscar compreender a distribuição das chuvas em uma determinada região.

Tais motivos podem ser planejamento agrícola, prevenção de desastres naturais, gestão de recursos hídricos, planejamento urbano e infraestrutura, setor de geração de energia e outros.

Da mesma forma como foi mencionado no artigo, este trabalho é apenas um ponto de partida para uma compreensão do clima e dos fenômenos ambientais que possam estar diretamente ou indiretamente influenciados pelo clima nesta região. Além disso, outros trabalhos podem explorar outros aspectos, tal como a relação entre o clima e o índice pluviométrico, a vegetação e entre outros.

REFERÊNCIAS

Vieira, Vânia. Portfólio: uma proposta de avaliação como reconstrução do processo de aprendizagem. Periódicos eletrônicos em Psicologia, 2022. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141385572002000200005. Acesso em: 06/06/2023.

Sá-Chaves, I. (2000). Portfólios Reflexivos: estratégia de formação e de supervisão. Aveiro: Universidade.

SÁ-CHAVES, I. Portfólios: no fluir das concepções, das metodologias e dos instrumentos In: Almeida, L. & Tavares, J. (orgs.). Conhecer, aprender, avaliar. Porto: Porto, 1998.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. Conselho Superior de Ensino, Pesquisa e Extensão. Resolução nº5.044, de 17 de maio de 2018. Disponível em <http://facmatcastanhal.ufpa.br/wpcontent/uploads/DocumentosFacmat/RESOLUCAO5044.pdf>. Acesso em: 06 de Abril 2023.

HIDROWEB, <https://www.snirh.gov.br/hidroweb/apresentacao>. Acessado em abr. 2023.

SNIRH, <https://www.snirh.gov.br/>. Acesso em abr. 2023.

MORETTIN, P. A., Análise de séries temporais, 2a ed., Blucher, São Paulo, 2006.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico, 2a ed., Universidade Feevale, Novo Hamburgo, 2013.

APÊNDICE

Análise da série temporal do índice pluviométrico da cidade de Belém-PA entre 1950 até 2019: padrões, tendências e previsões

Luan Matheus Sá França
Renato Germano

Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, *Campus Castanhal*.

Resumo: Este artigo apresenta uma análise de séries temporais aplicada ao índice pluviométrico da cidade de Belém-PA no período de 1950 até 2019. Através da coleta e análise dos dados históricos, foram investigados os padrões, tendências e sazonalidades. A decomposição sazonal revelou a presença de componentes de tendência, sazonalidade e resíduos na série temporal, permitindo uma compreensão mais profunda da variação pluviométrica ao longo dos anos. Utilizando modelos ARIMA, foi possível ajustar um modelo adequado aos dados e realizar previsões futuras do índice pluviométrico. Os resultados obtidos fornecem valiosos parâmetros para a gestão dos recursos hídricos, planejamento urbano e tomada de decisões relacionadas ao clima. Este estudo contribui para a compreensão do comportamento das chuvas em Belém-PA e serve como base para futuras investigações sobre os fenômenos climáticos na região.

Palavras-chave: Séries temporais. Índice pluviométrico. Modelos ARIMA. Previsão de chuvas. Belém – Pará.

INTRODUÇÃO

A análise de séries temporais tem desempenhado um papel fundamental na compreensão e previsão de fenômenos que variam ao longo do tempo. Entre esses fenômenos, o estudo dos padrões de chuvas e suas variações temporais é de grande relevância, pois está intrinsecamente ligado ao clima e ao ambiente, em especial na região amazônica cuja incidência de chuvas é bastante elevado durante o ano.

A cidade de Belém-PA é conhecida por sua alta pluviosidade ao longo do ano, sendo influenciada tanto sua localização na região amazônica quanto pela proximidade da linha do equador quanto. O estudo do índice pluviométrico nessa região é de grande importância, pois a quantidade e distribuição das chuvas têm impacto direto em áreas como agricultura, recursos hídricos, planejamento urbano e ecossistemas locais.

Neste contexto, este trabalho abordará uma análise exploratória da série histórica do índice pluviométrico de Belém-PA no período janeiro de 1950 até dezembro de 2019, utilizando técnicas estatísticas adequadas para a análise de séries temporais. Serão aplicados métodos de suavização (média móvel), decomposição sazonal, identificação de tendências e padrões de autocorrelação. Além disso, serão utilizadas ferramentas de previsão para estimar a quantidade de chuva em períodos futuros próximos. Assim, as informações derivadas desse estudo contribuirão para a tomada de decisões estratégicas em diversas áreas que dependem da pluviosidade, visando a sustentabilidade e o desenvolvimento local.

Séries temporais

Séries temporais são conjuntos de observações ordenadas no tempo, em que as observações são registradas em intervalos regulares ou irregulares. Em seu estudo, geralmente estamos interessados em identificar padrões, tendências, sazonalidades e eventos específicos. Alguns exemplos de séries temporais são: a quantidade de vendas

diárias de um produto; cotações diárias de ações na bolsa de valores; temperatura média mensal ao longo dos anos; consumo de energia elétrica semanalmente; taxa de desemprego mensal; flutuações cambiais diárias.

A análise de séries temporais é de grande importância em várias áreas do conhecimento permitindo a previsão, monitoramento, controle e análise de fenômenos em uma variedade de áreas, como descrito a seguir.

Previsão: a análise de padrões e tendências passadas em uma série pode fornecer elementos valiosos para previsões sobre o comportamento futuro. O que é útil em áreas como economia, finanças, demanda de produtos, previsão climática etc.

Deteção de padrões e tendências: identificar padrões, tendências de longo prazo e ciclos presentes nos dados. Essa análise pode fornecer informações importantes para a tomada de decisões.

Análise de eventos extremos: identificação e análise de eventos extremos, como picos, mudanças abruptas, eventos climáticos extremos, entre outros. Isso permite entender melhor esses eventos, suas causas e seus impactos.

Monitoramento e controle de processos: analisar o desempenho do processo, identificar problemas e implementar estratégias de controle, ou seja, monitorar e controlar processos ao longo do tempo. O que são úteis em diversas áreas, como manufatura, engenharia, energia e saúde.

Avaliação de políticas e intervenções: avaliar os impactos de políticas, intervenções e mudanças ao longo do tempo, observando as mudanças na série temporal relevante.

Análise de dados climáticos e ambientais: analisar dados climáticos e ambientais, como temperatura, precipitação, qualidade do ar, níveis de poluição, entre outros. Isso ajuda a compreender as mudanças no clima e no ambiente ao longo do tempo.

Ferramentas matemáticas para o estudo de séries temporais

As principais ferramentas matemáticas utilizadas na análise de séries temporais são:

Média móvel: que é uma técnica de suavização de uma série temporal, calculando a média de um conjunto de observações adjacentes. Ela pode ser útil para remover flutuações aleatórias e identificar tendências de curto prazo.

Autocorrelação: mede a relação entre os valores passados de uma série temporal e seus valores futuros. Geralmente é utilizado para identificar padrões de sazonalidade e dependência temporal nas séries.

Autocorrelação parcial: mede a relação entre os valores passados de uma série temporal e seus valores futuros, controlando o efeito de valores intermediários. É útil para identificar a ordem de um modelo de séries temporais autorregressivo ou média móvel.

Modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average): esses modelos incorporam componentes de autorregressão, média móvel e diferenciação para capturar padrões de tendência, sazonalidade e flutuações aleatórias. Esta é uma classe de modelos amplamente utilizada na análise de séries temporais.

Decomposição sazonal: é uma técnica para decompor uma série temporal em seus componentes de tendência, sazonalidade e resíduo. O que pode ajudar a entender os padrões subjacentes e a identificar tendências de longo prazo e variações sazonais.

Análise espectral: é usada para examinar as propriedades de frequência de uma série temporal. Permite identificar componentes periódicos ou oscilações de diferentes frequências presentes na série.

Modelos de espaço de estados: são usados para descrever a evolução de uma série temporal como um conjunto de equações de estado. Eles podem ser aplicados a séries multivariadas e são úteis para modelar a dinâmica temporal e fazer previsões.

Testes de estacionariedade: são usados para verificar se uma série temporal é estacionária, ou seja, se sua média, variância e autocorrelação não mudam com o tempo.

METODOLOGIA

Esta pesquisa é de natureza básica, descritiva, cujo procedimento é um estudo de caso (índice de chuvas em Belém-PA) e com o método quantitativo de acordo com Prodanov e Freitas (2013).

A primeira etapa da metodologia consistiu na coleta dos dados históricos do índice pluviométrico da cidade de Belém-PA no portal HidroWeb. No momento do desenvolvimento desta pesquisa, série temporal disponível abrangia o período de janeiro de 1950 até dezembro de 2019, distribuídos mensalmente.

O Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH) é um instrumento de gestão previsto na Política Nacional de Recursos Hídricos, chamada de Lei das Águas, Lei nº 9.433, de 08 de Janeiro de 1997 do Governo Federal. Este é um amplo sistema de coleta, tratamento, armazenamento e recuperação de informações sobre recursos hídricos.

Seus objetivos são: reunir, dar consistência e divulgar os dados e informações sobre a situação qualitativa e quantitativa dos recursos hídricos no Brasil; atualizar permanentemente as informações sobre disponibilidade e demanda de recursos hídricos em todo o território nacional; fornecer subsídios para a elaboração dos Planos de Recursos Hídricos (SNIRH, 2023). Todas as informações do SNIRH são públicas, atualizadas e disponibilizadas gratuitamente a qualquer interessado.

O Portal HidroWeb é uma ferramenta integrante do SNIRH e oferece o acesso ao banco de dados que contém todas as informações coletadas pela Rede Hidrometeorológica Nacional, reunindo dados de níveis fluviais, vazões, chuvas, climatologia, qualidade da água e sedimentos (HIDROWEB, 2023).

Na etapa de pré-processamento dos dados, os dados coletados passaram por um processo de pré-processamento para garantir a qualidade e a consistência. Isso pode incluir a verificação de valores ausentes, correção de erros de digitação e uniformização do formato dos dados.

Foi realizada uma análise exploratória a fim de entender as características básicas da série temporal. O que envolveu a visualização dos dados em gráficos de linha, histogramas e outros tipos de visualização relevantes. Também foram calculadas medidas estatísticas descritivas, como média, mediana, desvio padrão e percentis.

A decomposição sazonal permitiu identificar e separar os componentes de tendência, sazonalidade e resíduo na série temporal.

Após a decomposição sazonal, foi possível realizar a modelagem dos componentes restantes da série temporal. Nesta etapa, foram utilizados os modelos ARIMA. A escolha do modelo ARIMA adequado foi baseada em análise de autocorrelação, testes de estacionariedade e critérios de seleção de modelos, com o critério de informação de Akaike (AIC).

Uma vez ajustado o modelo ARIMA aos dados, realizou-se a validação do modelo para verificar sua capacidade de previsão. Isso foi feito dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste, ajustando o modelo aos dados de treinamento e comparando as previsões com os dados de teste. Métricas de desempenho, como erro médio absoluto (MAE) ou erro quadrático médio (RMSE), foram calculadas para avaliar a precisão das previsões.

Com o modelo ARIMA validado, realizamos previsões futuras do índice pluviométrico para períodos além dos dados disponíveis.

Todas essas análises foram feitas utilizando a linguagem de programação Python (ATWAN, 2022; HUANG, PETUKHINA, 2022) e o Ambiente de Desenvolvimento Integrado Jupyter Notebook (JUPYTER, 2023), por sua praticidade e por possuir vários repositórios de pacotes instalados.

RESULTADOS DE DISCUSSÃO

Os dados foram tabulados em duas colunas, em que a primeira é o mês e a segunda é a quantidade máxima precipitação de chuva (em mm) neste mês, na seguinte formatação:

```
Data      Máxima
2019-06-01 235.0
2019-05-01 348.0
2019-04-01 493.0
2019-03-01 625.0
2019-02-01 453.0
...
```

A estatística descritiva dos dados analisados são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: resumo da estatística descritiva dos dados analisados.

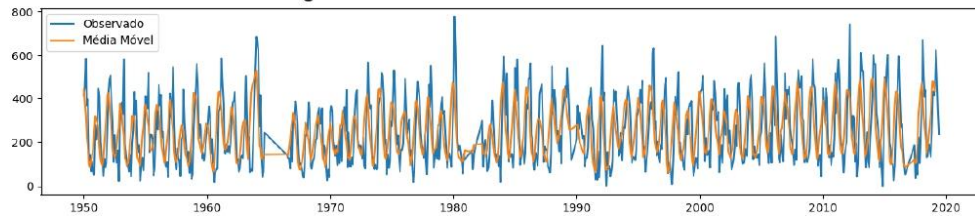
Índice	Valor	Índice	Valor
Número de medidas	781	Máximo	776
Média	250,24	Percentil 25%	127
Desvio padrão	152,1	Percentil 50%	215
Mínimo	0	Percentil 75%	367

Fonte: própria pesquisa.

Média móvel

A média móvel é utilizada para suavizar flutuações aleatórias em séries temporais, facilitando a identificação de tendências ou padrões subjacentes. Ela é calculada tomando-se a média de um determinado número de observações consecutivas, à medida que o tempo avança. Utilizamos a Média Móvel Simples, que é calculada somando-se um conjunto de valores consecutivos e dividindo o resultado pelo número de valores considerados. Assim, a média móvel para os dados totais são mostrados na Figura 1.

Figura 1: média móvel dos dados totais.



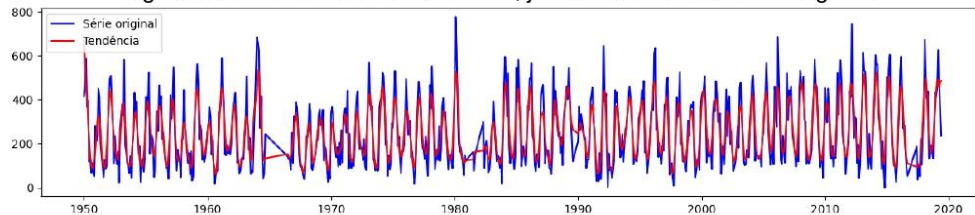
Fonte: própria pesquisa.

Decomposição

Esta é uma técnica utilizada para analisar e desmembrar uma série temporal em seus componentes principais. Com ela é possível identificar e separar os diferentes elementos presentes na série temporal, como tendência, sazonalidade, variações cíclicas e flutuações aleatórias. A decomposição geralmente envolve três componentes principais.

Tendência: que é a direção dos dados ao longo do tempo, identificando se eles estão aumentando, diminuindo ou mantendo-se relativamente estáveis (Figura 2).

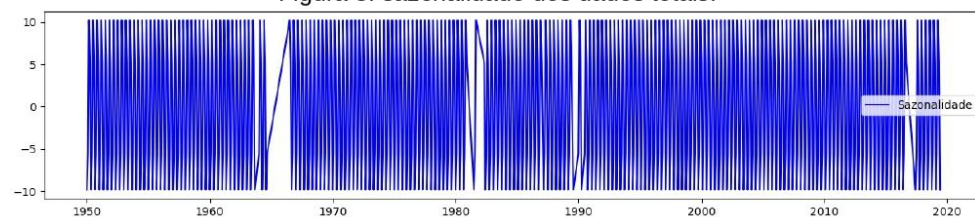
Figura 2: tendência dos dados totais, juntamente com a série original.



Fonte: própria pesquisa.

Sazonalidade: Representa variações regulares e previsíveis que ocorrem em intervalos fixos de tempo, como diariamente, semanalmente, mensalmente ou anualmente (Figura 3).

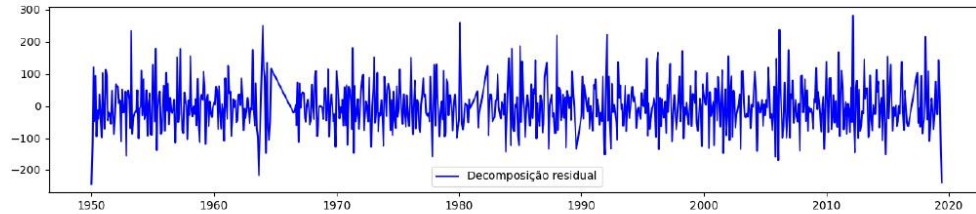
Figura 3: sazonalidade dos dados totais.



Fonte: própria pesquisa.

Componente residual (ou aleatório): são flutuações não sistemáticas e aleatórias que não podem ser atribuídas à tendência ou à sazonalidade. Essas flutuações podem ser causadas por ruídos, variações aleatórias, fatores imprevisíveis ou erros de medição (Figura 4).

Figura 4: decomposição residual dos dados totais.



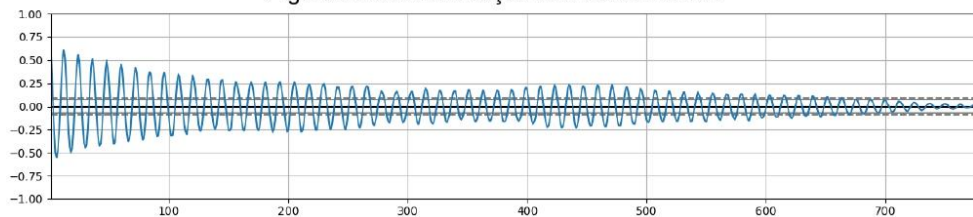
Fonte: própria pesquisa.

Autocorrelação

Autocorrelação quantifica o grau de correlação entre uma série temporal e suas próprias versões atrasadas, isto é, ela busca uma relação linear entre os valores passados e seus valores atuais.

A autocorrelação é utilizada para analisar se existe alguma estrutura de dependência entre os valores ao longo do tempo. O coeficiente de autocorrelação varia de -1 a 1, em que o valor de 1 indica uma correlação perfeita positiva entre os valores, -1 indica uma correlação perfeita negativa e zero indica ausência de correlação.

Figura 5: autocorrelação dos dados totais.



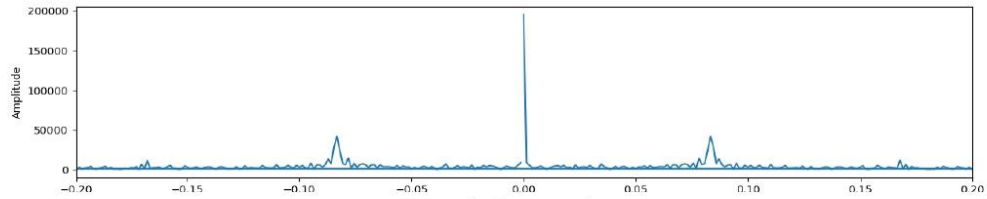
Fonte: própria pesquisa.

Decomposição espectral

Também conhecida como análise espectral, é uma técnica usada para decompor um sinal ou uma série temporal em suas componentes de frequência. Ela permite identificar as diferentes frequências dominantes nos dados e quantificar a contribuição de cada uma delas.

Uma das principais ferramentas usadas na decomposição espectral é a transformada de Fourier. A transformada de Fourier converte um sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência, representando-o como uma combinação de componentes harmônicos de diferentes frequências. Ela revela os componentes de frequência que compõem o sinal e suas respectivas amplitudes. Utilizamos a chamada transformada rápida de Fourier (FFT) cujos resultados são mostrados na Figura 6.

Figura 6: decomposição espectral dos dados totais.



Fonte: própria pesquisa.

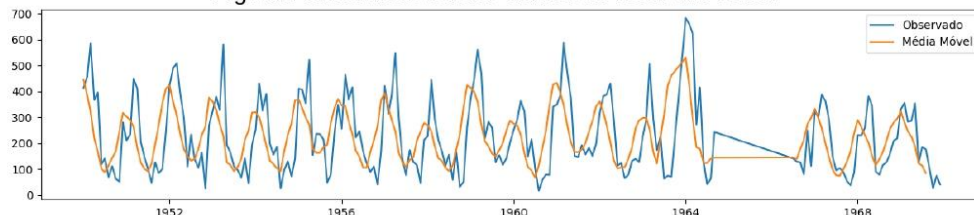
É possível notar que existe apenas um valor de frequência dominante na série temporal, a qual corresponde à sazonalidade dos dados, que é bastante regular.

A fim de facilitar a visualização destes resultados, dividiremos os dados em intervalos de 20 anos, isto é: 1950-1969; 1970-1989; 1990-2009 e 2010-2019.

De 1950 até 1969:

Média móvel

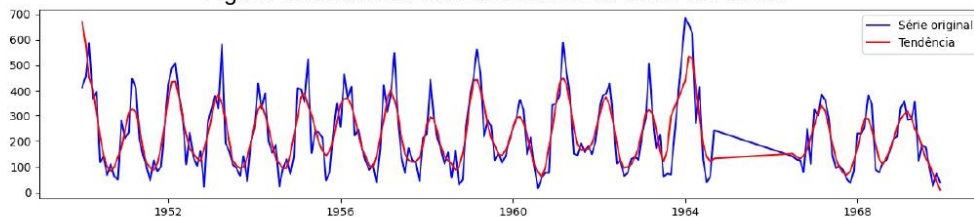
Figura 7: média móvel dos dados de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

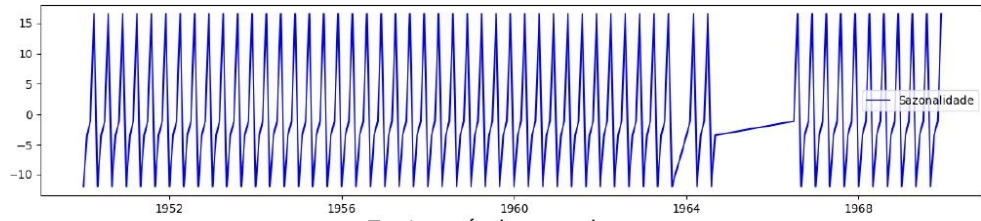
Decomposição

Figura 8: tendência e os dos dados de 1950 até 1969.



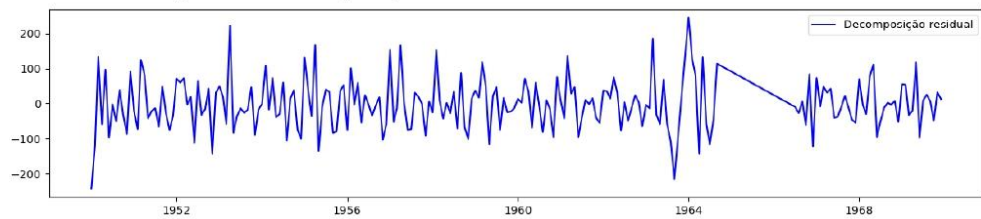
Fonte: própria pesquisa.

Figura 9: sazonalidade dos de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

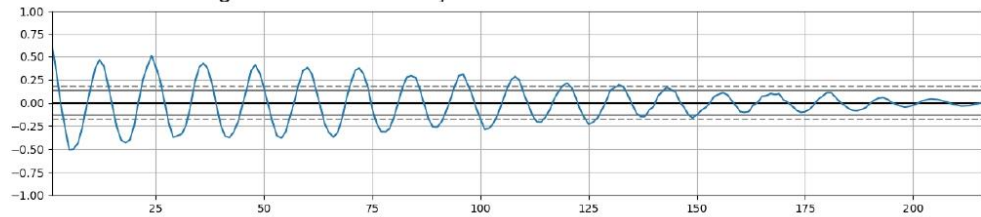
Figura 10: decomposição residual dos dados de 1950 até 1969.



Fonte: própria pesquisa.

Autocorrelação

Figura 11: autocorrelação dos dados de 1950 até 1969.

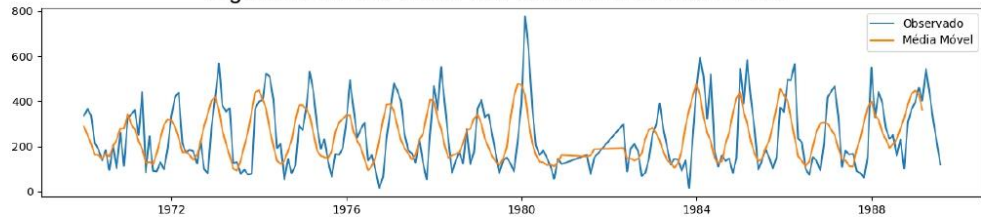


Fonte: própria pesquisa.

De 1970 até 1989:

Média móvel

Figura 12: média móvel dos dados de 1970 até 1989.



Fonte: própria pesquisa.

Decomposição

Figura 13: tendência e os dos dados de 1970 até 1989.

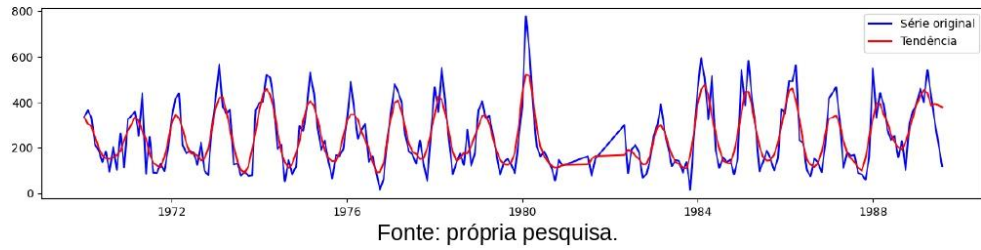


Figura 14: sazonalidade dos de 1970 até 1989.

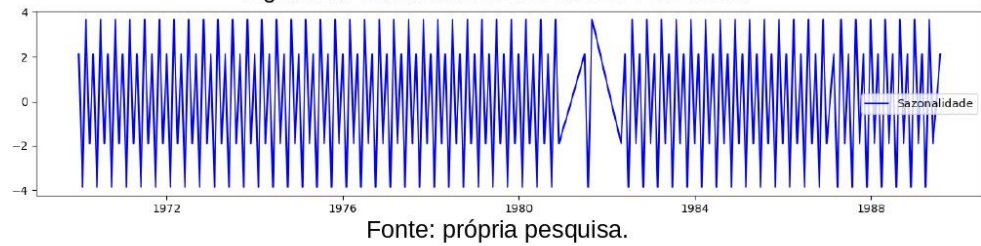
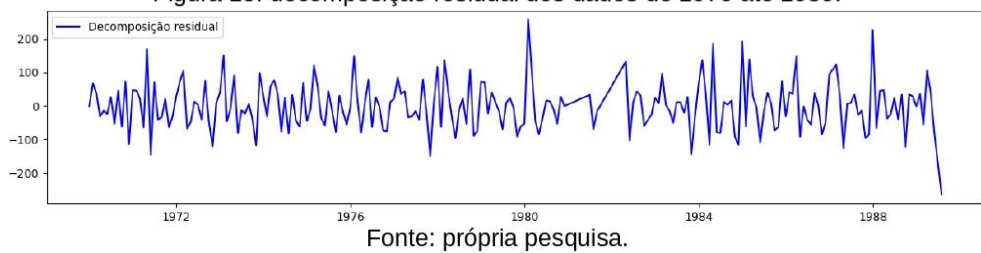
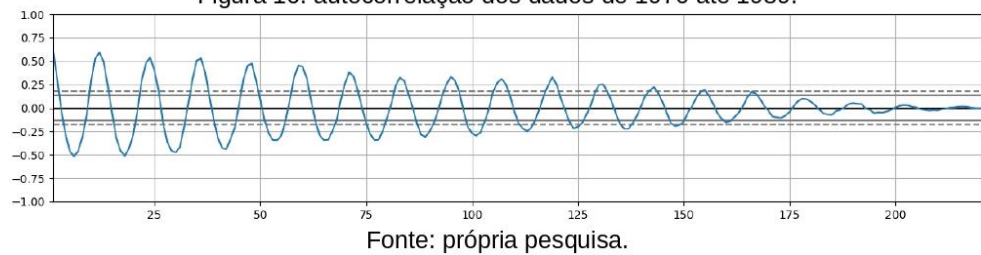


Figura 15: decomposição residual dos dados de 1970 até 1989.



Autocorrelação

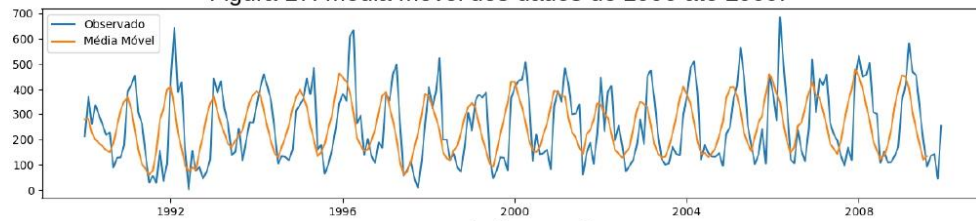
Figura 16: autocorrelação dos dados de 1970 até 1989.



De 1990 até 2009:

Média móvel

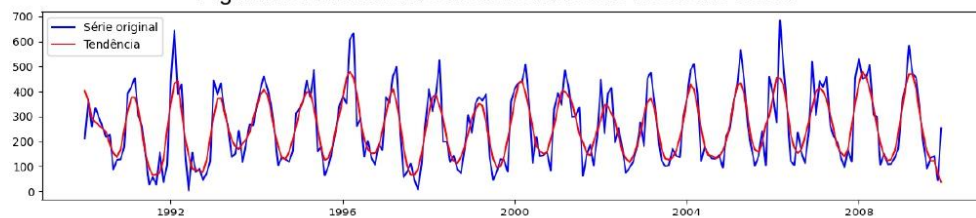
Figura 17: média móvel dos dados de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

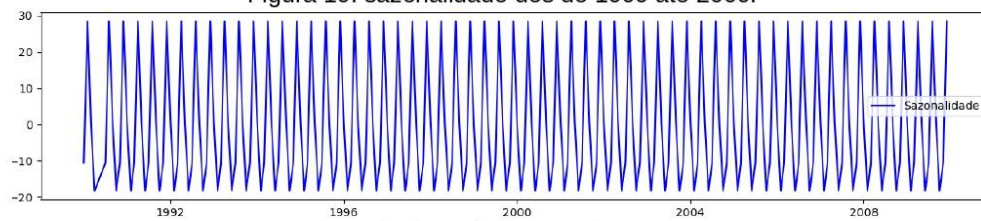
Decomposição

Figura 18: tendência e os dos dados de 1990 até 2009.



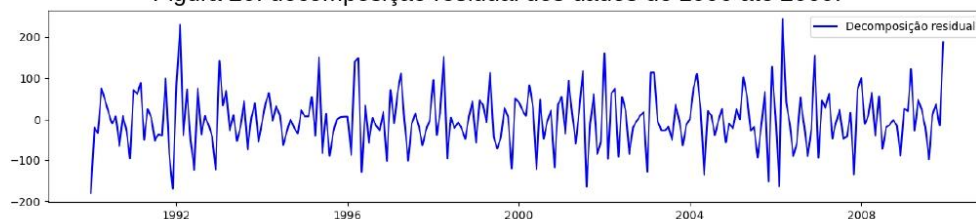
Fonte: própria pesquisa.

Figura 19: sazonalidade dos de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

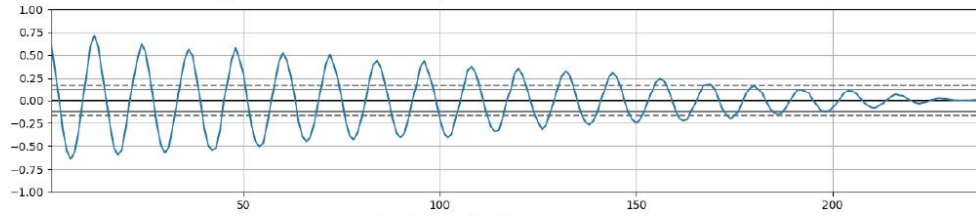
Figura 20: decomposição residual dos dados de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

Autocorrelação

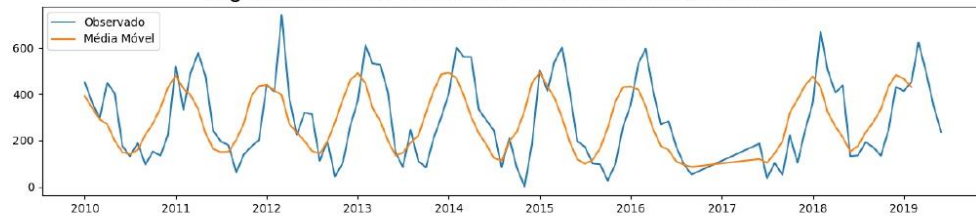
Figura 21: autocorrelação dos dados de 1990 até 2009.



Fonte: própria pesquisa.

De 2010 até 2019:**Média móvel**

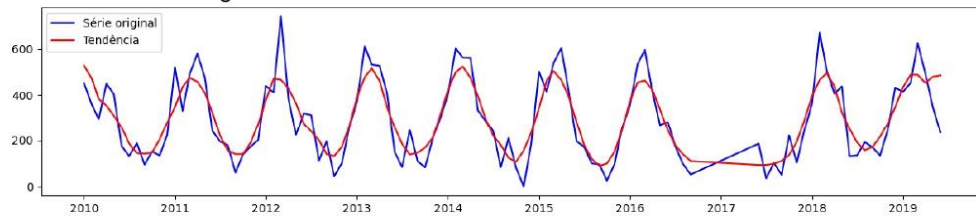
Figura 22: média móvel dos dados de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

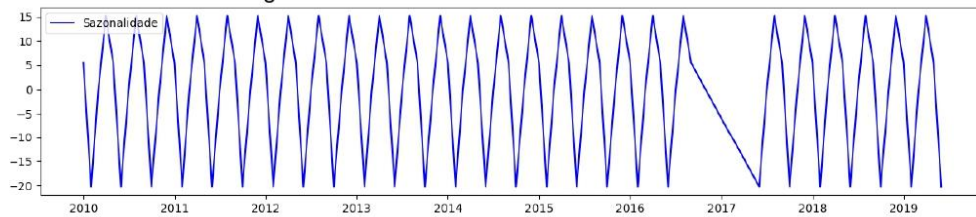
Decomposição

Figura 23: tendência e os dos dados de 2010 até 2019.



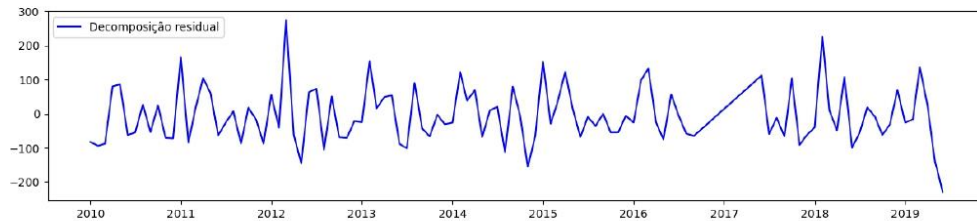
Fonte: própria pesquisa.

Figura 24: sazonalidade dos de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

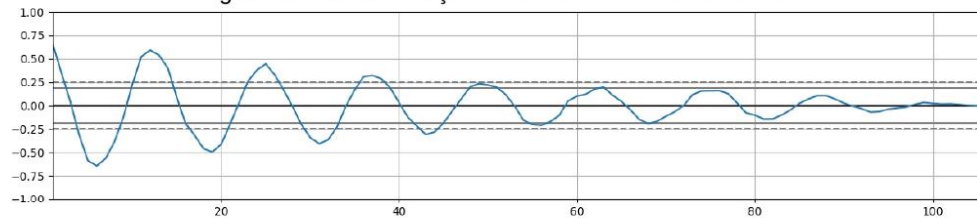
Figura 25: decomposição residual dos dados de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

Autocorrelação

Figura 26: autocorrelação dos dados de 2010 até 2019.



Fonte: própria pesquisa.

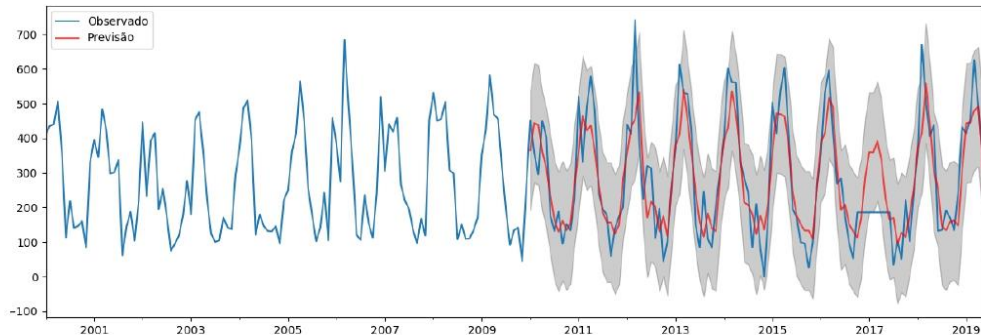
Modelos ARIMA

Os modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) são modelos estatísticos utilizados nas análises e previsões de séries temporais. Esses modelos combinam três componentes principais: *autocorrelação autorregressiva* (AR), que refere-se à dependência linear das observações passadas, isto é, cada valor da série é uma combinação linear dos valores anteriores. Desta forma, valores anteriores da série temporal têm impacto na atual; *diferenciação integrada* (I), que refere-se à diferenciação da série temporal para torná-la estacionária. Pois o modelo ARIMA pressupõe que a média e a variância da série sejam constantes ao longo do tempo e a *média móvel* (MA), que refere-se à dependência linear das observações passadas dos resíduos (erros) do modelo. Ele captura a relação entre os resíduos da série temporal em diferentes pontos no tempo.

O modelo ARIMA é especificado com três parâmetros (p , d e q). Em que p representa a ordem do componente AR, d representa o número de diferenciações integradas aplicadas à série e q representa a ordem do componente MA. A determinação dos valores p , d e q mais adequados aos dados é feita por meio da análise da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial da série temporal. Além de p , d e q , existem mais três parâmetros (P, D, Q) referentes aos efeitos sazonais os quais possuem as mesmas definições dos parâmetros anteriores.

Uma vez que o modelo ARIMA tenha sido ajustado aos dados históricos, ele pode ser usado para fazer previsões futuras. A previsão é baseada na combinação das informações dos componentes AR, I e MA, considerando a estrutura de autocorrelação passada. Os parâmetros que mais se adaptam aos dados analisados nesse trabalhos foram $ARIMA(1, 1, 1) \times (1, 1, 1)_{[12]}$ em que [12] representa a periodicidade dos dados, cuja previsão é mostrada na Figura 27.

Figura 27: previsão do modelo $ARIMA(1, 1, 1) \times (1, 1, 1)_{[12]}$.



Fonte: própria pesquisa.

É possível notar que, a partir dos dados de 1959 até 2009, a previsão para o intervalo de 2010 até 2019 é bastante satisfatória o que demonstra que os métodos utilizados em nossa análise são adequados para previsões futuras do índice de chuvas na cidade de Belém-PA.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi realizada uma análise de séries temporais aplicada à série histórica de índice pluviométrico da cidade de Belém-PA, no período de 1959 até 2019. Através da coleta e análise dos dados disponibilizados no portal da Agência Nacional de Água, foi possível determinar os padrões, tendências e sazonalidades das chuvas na região.

Através da decomposição sazonal, identificou-se a presença de componentes de tendência, sazonalidade e resíduos na série temporal. Isso permitiu compreender melhor a variação pluviométrica ao longo dos anos, bem como identificar possíveis mudanças significativas no regime de chuvas.

A modelagem utilizando modelos ARIMA possibilitou capturar os padrões de autocorrelação e ajustar um modelo adequado aos dados. Com a validação do modelo, foi possível obter previsões futuras do índice pluviométrico, o que mostra a efetividade dos métodos utilizados neste trabalho, o que é fundamental para a tomada de decisões relacionadas ao clima e ao planejamento urbano.

Os resultados obtidos forneceram uma visão mais aprofundada sobre as características temporais do índice pluviométrico em Belém-PA. Essas informações são de grande importância para a compreensão dos padrões climáticos na região, bem como para a adoção de medidas preventivas e estratégias de adaptação diante de eventos extremos, como períodos de seca ou chuvas intensas.

Destacamos que a análise apresentada neste trabalho é apenas o ponto de partida para uma compreensão mais ampla do clima e dos fenômenos ambientais nesta região. Estudos futuros podem explorar outros aspectos, como a relação entre o índice pluviométrico e a vegetação, a influência do clima regional nas chuvas locais ou o impacto das mudanças climáticas no regime pluviométrico de Belém-PA.

REFERÊNCIAS

ATWAN, T. A., *Time Series Analysis with Python Cookbook: Practical recipes for exploratory data analysis, data preparation, forecasting, and model evaluation*, Packt, Birmingham, 2022.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C.; LJUNG, G. M., *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 5a ed., John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2016.

CRYER, J. D.; CHAN, K.-S., *Time Series Analysis: With Applications in R*, 2a ed., Springer, New York, 2008.

HIDROWEB, <https://www.snirh.gov.br/hidroweb/apresentacao>. Acessado em abr. 2023.

HUANG, C.; PETUKHINA, A., *Applied Time Series Analysis and Forecasting with Python*, Springer, Cham, 2022.

JUPYTER, <https://jupyter.org/>, acesso em abr./ 2023.

MORETTIN, P. A., *Análise de séries temporais*, 2a ed., Blucher, São Paulo, 2006.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. *Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico*, 2a ed., Universidade Feevale, Novo Hamburgo, 2013.

SHUMWAY, R. H.; STOFFER, D. S., *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples*, 4a ed., Springer, New York, 2017.

SNIRH, <https://www.snirh.gov.br/>. Acesso em abr. 2023.