



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
FACULDADE DE GEOFÍSICA

JOSAFAT LOPES CARDOSO FILHO

CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA APLICADA À  
ILUMINAÇÃO SÍSMICA

BELÉM  
2012

JOSAFAT LOPES CARDOSO FILHO

CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA APLICADA À  
ILUMINAÇÃO SÍSMICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

Orientador: Jessé Carvalho Costa

BELÉM  
2012

JOSAFAT LOPES CARDOSO FILHO

**CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA APLICADA À  
ILUMINAÇÃO SÍSMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica

Data de aprovação em \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_,

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa - Orientador  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

---

Profa. Dra. Ellen de Nazaré Souza Gomes - Membro  
Doutora em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

---

Prof. Dr. Francisco de Assis Silva Neto - Membro  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

A minha família querida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família por me amar e por isso acreditar no meu sucesso me ajudando e me auxiliando durante todos os anos de dedicação da minha formação.

Agradeço especialmente o professor e orientador Jessé Costa pela dedicação, pelas orientações e pelos incentivos à pesquisa, além de se mostrar um amigo a disposição pronto para contribuir.

Agradeço ao colégio Somatório por ter me ajudado a encontrar o caminho certo, dando-me não apenas formação educacional, mas também me ensinando lições de vida.

Obrigado meus amigos e companheiros da Faculdade de Geofísica da UFPA, em especial a turma de 2008 e aos amigos Wilbert Stewart e Antônio Rizimar e sua família que me apoiaram e acreditaram no meu trabalho. Agradeço a amiga Rafaela Dias pelas conversas, companheirismo, antes, durante e após a edição deste trabalho. Agradeço aos colegas de trabalho Alexandre Costa, Jonatas Maciel, Itamara Campos e Francisco de Assis pelas explicações e conversas sobre o trabalho, bem como a ajuda durante a edição deste trabalho.

Agradeço o professor André Andrade pelas conversas e conselhos indispensáveis ao longo destes quatro anos de convivência na faculdade de Geofísica.

Agradeço a professora Ellen Gomes pela dedicação à faculdade de Geofísica e as ajudas e incentivos que sempre procurou fornecer aos alunos da faculdade.

Agradeço a Ana Alcântara, secretária da faculdade de Geofísica, por ter me ajudado inúmeras vezes. Sempre colocando-se a disposição para ajudar a resolver os problemas e obstáculos, no qual todos foram resolvidos graças a sua bondade.

Agradeço a atual coordenação do Curso de Geofísica da Universidade Federal do Pará pelo excelente trabalho desenvolvido.

Agradeço ao professor Reynam da Cruz Pestana do Programa de pós-graduação em geofísica da Universidade Federal da Bahia (UFBA) por ter cedido gentilmente o modelo de velocidade e o dado sísmico sintético utilizados neste trabalho.

Agradeço a ANP pelo incentivo e financiamento deste trabalho, oferecendo cursos e palestras ao longo destes dois anos de formação.

## RESUMO

Nós investigamos a iluminação sísmica em áreas de talude continental usando construção de frentes de onda e migração pré-empilhamento em profundidade utilizando equação de onda. Esse estudo utiliza um modelo representativo de área de talude que apresenta forte variação lateral de velocidade que mesmo para dados sintéticos sofre com a baixa qualidade da imagem sísmica nessas áreas. A construção de frentes de onda é aplicada para calcular os mapas de tempo de trânsito e amplitude que podem ser usados para definir áreas pobremente iluminadas, mas com a limitação de que o modelo de velocidade seja suave. Por outro lado, migração pré-empilhamento é utilizada para calcular o mapa de iluminação da fonte sem a limitação da teoria do raio, mas com a limitação na abertura angular. O uso desses dois métodos permite obter uma melhor geometria de aquisição sísmica que idealmente poderia melhorar a qualidade da imagem sísmica. Esse trabalho focaliza a descrição e a implementação dos algoritmos e justifica-se a utilidade desses algoritmos na análise de iluminação sísmica.

**Palavras-chave:** Equação de onda. Frentes de onda. Iluminação sísmica. Traçamento de raios. Migração com equação de onda. Geometria de aquisição.

## ABSTRACT

We investigate seismic illumination in continental slope areas using wavefront construction and wave-equation pre-stack depth migration. This study utilizes a model representative of the strong lateral velocity variation which degrades the quality of seismic imaging in these areas. The wavefront construction is applied to compute traveltimes and amplitudes maps that can be used to define areas of poor seismic illumination. Likewise, wave-equation pre-stack migration is used to compute source illumination maps without the limitations of ray theory but of limited angular aperture. The use of these two methods allows one to better design the seismic acquisition and which can improve the quality of seismic imaging. This work is focused in the description and the implementation of the algorithms.

**Keywords:** Wave equation. Wavefronts. Seismic Illumination. Ray Tracing. Wave equation Migration. acquisition design.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 Tubo de raios paraxiais a um raio central. Domínio de aplicação do teorema da divergência. ....	19
Figura 3.1 Frentes de onda em meio 2-D. A frente de onda no tempo $t + dt$ é o envelope tangente as frentes de ondas elementares no tempo $t$ . ....	27
Figura 3.2 A nova frente de onda (curva tracejada) é criada pelo traçamento de raio a partir da frente de onda anterior. Novos pontos são interpolados sobre a antiga frente de onda porque a distância $DS$ excede a distância $DS_{max}$ . ....	28
Figura 3.3 Frentes de onda produzem uma malha irregular sobreposta a uma malha regular. ....	30
Figura 3.4 Parâmetros conhecidos nos nós das frentes de onda são assinalados ao ponto P por interpolação baricêntrica. ....	31
Figura 3.5 Construção de frentes de onda circular com fonte posicionada na superfície do modelo. ....	32
Figura 3.6 Construção de frentes de onda circular com fonte posicionada em profundidade. ....	32
Figura 3.7 Modelo de velocidade. ....	35
Figura 4.1 Modelo de velocidade suavizado; Os dois pontos pretos acima e abaixo do sal representam posições de pontos imagens. ....	38
Figura 4.2 Mapa de tempo de trânsito para fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	38
Figura 4.3 Mapa jacobiano normalizado com fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	39
Figura 4.4 Mapa de fase com fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	40
Figura 4.5 Mapa tempo de trânsito com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	41
Figura 4.6 Mapa jacobiano normalizado com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	41

Figura 4.7 Mapa de fase com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda. ....	42
Figura 4.8 Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição $x_s = 4$ km .....	43
Figura 4.9 Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição $x_s = 4$ km .....	43
Figura 4.10 Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição $x_s = 5$ km .....	44
Figura 4.11 Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição $x_s = 5$ km .....	44
Figura 4.12 Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição $x_s = 10$ km .....	45
Figura 4.13 Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição $x_s = 10$ km .....	45
Figura 4.14 Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição $x_s = 12$ km .....	46
Figura 4.15 Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição $x_s = 12$ km .....	46
Figura 4.16 Seção sísmica migrada .....	47
Figura 4.17 Mapa de iluminação médio da fonte normalizado .....	48

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>TEORIA ASSINTÓTICA DO RAIO</b> . . . . .	<b>14</b>
2.1	EQUAÇÃO DA ONDA EM MEIOS ACÚSTICOS, HOMOGÊNEOS E ISOTRÓPICOS. . . . .	14
2.2	EQUAÇÃO DE HELMHOLTZ . . . . .	14
2.3	SÉRIE ASSINTÓTICA DO RAIO . . . . .	14
2.3.1	Solução da equação iconal e estimativas de tempo de trânsito. . . . .	16
2.3.2	Solução da equação do transporte e estimativas da amplitude do campo. . . . .	18
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1	DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DE CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA. . . . .	27
3.2	DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO. . . . .	32
3.2.1	Equação da onda unidirecional. . . . .	33
3.3	DESCRIÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE. . . . .	34
3.3.1	Descrição da geometria da seção sísmica sintética. . . . .	35
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> . . . . .	<b>37</b>
4.1	MAPAS OBTIDOS PELA CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA. . . . .	37
4.2	CORRELAÇÃO ENTRE OS MAPAS JACOBIANOS OBTIDOS POR CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA E OS MAPAS DE DISTRIBUIÇÃO DE AMPLITUDE DA FONTE OBTIDOS PELA EQUAÇÃO DA ONDA. . . . .	42

4.3	SEÇÃO SÍSMICA MIGRADA EM PROFUNDIDADE. . . . .	47
5	CONCLUSÃO . . . . .	50
	REFERÊNCIAS . . . . .	52

# 1 INTRODUÇÃO

A simulação numérica de experimentos sísmicos, tal como, propagação de ondas em meios geológicos nos permite avaliar estratégias de aquisição, processamento e interpretação de dados reais. Meios geológicos complexos com forte variação lateral de velocidade sofrem com a baixa qualidade da resposta sísmica registrada devido à perdas de amplitudes por espalhamento geométrico, absorção do meio, atenuação da onda que modificam a forma do pulso sísmico produzido pela fonte, além de ruídos possivelmente presentes nos dados sísmicos, como múltiplas, ondas diretas, ondas refratadas, ondas guiadas, difrações que degradam a imagem sísmica final dos alvos exploratórios de interesse.

A necessidade de se obter uma imagem sísmica mais acurada da subsuperfície incentivou o desenvolvimento de uma nova metodologia chamada análise de iluminação sísmica. A iluminação sísmica é controlada pela distribuição da energia do campo sísmico sobre alvos exploratórios em subsuperfície, pois ela permite obter estimativas da distribuição de amplitude e o tempo de trânsito do campo de onda espalhado que permitem avaliar a qualidade da cobertura da fonte sísmica dispondo do modelo de velocidade previamente. Assim a análise de iluminação sísmica torna-se uma ferramenta útil para otimizar a geometria de aquisição sísmica voltada para alvos específicos, permitindo melhorar a qualidade da imagem sobre estes alvos.

Várias metodologias de análise de iluminação já foram propostas. Dentre essas metodologias existem dois grandes grupos; as que utilizam o traçamento de raios e construção de frentes de onda e as que utilizam a equação da onda.

Os métodos de traçamento de raio e construção de frentes de onda utilizam o traçamento dinâmico do raio estimando o tempo de trânsito e a amplitude do campo de onda sísmico (CERVENÝ, 2001), este método é rápido e barato computacionalmente para construir a análise de iluminação em meios geológicos com baixo contraste de velocidade. Isto porque a solução da equação de onda através da teoria do raio fornece uma aproximação no limite de alta frequência e, portanto, exige que o modelo de velocidade seja suave (BLEISTEIN, 1984). Schneider e Winbow (1999), GLENN (2000) são trabalhos clássicos de análise de iluminação sísmica utilizando o método do raio.

Os métodos baseados na equação de onda pressupõe modelos de velocidade complexos com forte variação lateral. Esses métodos utilizam extrapoladores para o campo de onda sísmico (XIAO-BI et al., 2006). Essa análise pode ser feita tanto no domínio do tempo-

espaço, como no domínio frequência-número de onda através da aplicação da transformada de Fourier. Dentre cada metodologia ou maneira de resolver a equação da onda baseada na complexidade do modelo de velocidade existem várias limitações e vantagens inerentes aos métodos baseados na equação de onda. Para estudos da iluminação sísmica na literatura baseada na equação de onda podemos citar Berkhout (1992), Feng et al. (2004), LIU et al. (2005), PENG et al. (2011), Rietveld e Berkhout (1994), Chen e Wu (2002), Xie et al. (2003), XIAO-BI et al. (2006).

Este trabalho estudará estas duas metodologias utilizando um modelo de velocidade sintético representativo de área de talude. A justificativa desta escolha é porque estas regiões geralmente se associam a corpos salinos e apresentam fortes mergulhos e irregularidades dos refletores, fato este confirmado pelo processamento sísmico de dados reais obtidos nessas regiões.

A primeira metodologia constrói o mapa de iluminação da fonte sísmica usando o método de construção de frentes de onda (VINJE et al., 1993). A segunda utilizará a migração pré-empilhamento em profundidade usando a equação de onda (SCHLEICHER et al., 2008). Mapas de iluminação da fonte sísmica sobre o modelo de velocidade serão construídos, tais mapas nas duas metodologias serão correlacionados para avaliar a qualidade da aquisição sísmica e a cobertura de alvos exploratórios em subsuperfície.

No capítulo 2 apresentamos a teoria assintótica do raio que fornece os fundamentos teóricos para resolver a equação da onda no limite de alta frequência, fornecendo os conceitos principais utilizado neste trabalho, como frentes de onda, raio, amplitude e tempo de trânsito. No capítulo 3 abordamos as duas metodologias, mostramos como é construído o algoritmo de construção de frentes de onda e a migração pré-empilhamento em profundidade utilizando extrapoladores de diferenças finitas. No capítulo 4 mostramos os resultados experimentais através dos chamados mapas de iluminação. Estes mapas consistem em estimativas do tempo de trânsito, amplitude e fase do campo de onda para uma única fonte utilizando o algoritmo de construção de frentes de onda e mapas de iluminação da fonte estimados a partir de extrapoladores do campo de onda.

## 2 TEORIA ASSINTÓTICA DO RAI0

### 2.1 EQUAÇÃO DA ONDA EM MEIOS ACÚSTICOS, HOMOGÊNEOS E ISOTRÓPICOS.

A equação da onda acústica em meios isotrópicos para uma distribuição de fontes com taxas de injeção de volume é;

$$\frac{1}{\rho(x)c(x)} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho(x)} \nabla^2 p(x, t) + q(x, t) \quad (2.1)$$

É possível, contudo, desprezar o termo fonte e considerar apenas a equação homogênea da onda. A partir dessa equação aplicaremos a transformada de Fourier sobre o campo de pressão admitindo que as propriedades físicas do meio sejam estacionárias.

### 2.2 EQUAÇÃO DE HELMHOLTZ

A equação de Helmholtz é obtida passando-se a equação (2.1) para o domínio da frequência pelo método de Fourier. Esse procedimento é utilizado para facilitar a construção de soluções numéricas e analíticas. A equação homogênea de Helmholtz para meios acústicos é:

$$\frac{\partial^2 P(x, \omega)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c(x)^2} P(x, \omega) = 0 \quad (2.2)$$

Essa equação será o ponto de partida para a construção da solução do campo de onda para meios suavemente heterôgeneos utilizando o método do raio (BLEISTEIN, 1984), (CERVENÝ, 2001).

Na equação (2.2) a solução vai depender do modelo de velocidade, ou seja de como varia a velocidade de propagação da onda no meio.

### 2.3 SÉRIE ASSINTÓTICA DO RAI0

A maneira como se ataca o problema de resolver a equação (2.2) é propor uma série para aproximação do campo de onda, chamada série assintótica, (BLEISTEIN, 1984), (CER-

VENY, 2001) :

$$P(x, \omega) = \omega^\beta \exp(i\omega\tau(x)) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(x)}{(i\omega)^j} \quad (2.3)$$

Substituindo esta série dentro da equação de Helmholtz para meios heterogêneos, obtém-se:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \{(i\omega)^{2-j} A_j [(\nabla\tau)^2 - c^{-2}] + (i\omega)^{1-j} [2\nabla\tau \cdot \nabla A_j + A_j \nabla^2 \tau] + (i\omega)^{-j} \nabla^2 A_j\} = 0 \quad (2.4)$$

Podemos ver que para a equação homogênea não é possível determinar a potencia  $\beta$  de  $\omega$ .

A primeira aproximação e que constitui o método do raio é considerada como sendo a aproximação de ordem zero; Com a escolha de  $j = 0$  obtemos uma equação quadrática em  $\omega$ . Desta maneira propõem-se que a solução deva valer para todo espectro, isso significa que a solução deve não depender da frequência. Com isso exigiremos que os coeficientes das potencias de  $(i\omega)$  sejam nulos separadamente e com isso estamos querendo fornecer uma aproximação grosseira para a amplitude do campo de onda e o tempo de trânsito através das equações:

$$(\nabla\tau)^2 = \frac{1}{c(x)^2} \quad (2.5)$$

e

$$\frac{2\nabla \cdot \nabla\tau}{\rho(x)} + A\nabla \cdot \left(\frac{\nabla\tau}{\rho(x)}\right) = 0 \quad (2.6)$$

A primeira equação é conhecida como equação iconal e a segunda como equação do transporte. Essas equações são tanto melhores quanto mais suave for o meio e quanto menor for o terceiro termo da equação quadrática. Por isso, este método funciona bem em meios suavemente heterogêneos e passa a ser menos fidedigno quanto mais complexo for o meio onde se propaga a onda. Agora temos duas equações que fornecem o tempo de trânsito e a amplitude do campo de onda, e dependem exclusivamente do modelo de velocidade. A primeira parte para obter as soluções é resolver a equação iconal para um determinado meio. Depois, resolve-se a equação do transporte. A primeira parte da solução constitui a resolução do problema cinético e a segunda o dinâmico.

A equação iconal descreve superfícies isócronas associadas a velocidades específicas.

Essas superfícies são chamadas frentes de onda e suas formas variam de acordo com o meio. Em meios homogêneos as frentes de onda possuem forma perfeitamente esférica, enquanto em meios com heterogeneidades a forma esférica se deforma.

O método para solucionar a equação iconal é a construção de equações características ou método da construção de curvas características ou ainda método das características (COURANT; HILBERT, 1966), onde essas equações características constituem exatamente as idéias do método do raio que prevê uma síntese natural de idéias físicas e matemáticas dentro da teoria de propagação de ondas (BLEISTEIN, 1984). Matematicamente constitui um atalho para a solução da equação de onda, onde equações diferenciais parciais são decompostas em equações diferenciais ordinárias de primeira ordem (COURANT; HILBERT, 1966).

Por definição, o gradiente do tempo de trânsito é conhecido como vagarosidade. Sendo assim, o vetor vagarosidade é perpendicular a cada superfície isócrona, ou seja, a cada frente de onda. Na equação iconal se o valor de  $\tau$  é conhecido para alguma fronteira podemos construir a solução ao longo de trajetórias, (BLEISTEIN, 1984), (CERVENÝ, 2001), (COURANT; HILBERT, 1966), e cognominamos essas trajetórias de raios. Para meios isotrópicos a direção do raio coincide com a direção do vetor vagarosidade (CERVENÝ, 2001).

### 2.3.1 Solução da equação iconal e estimativas de tempo de trânsito.

A solução da equação iconal pode ser feita reescrevendo a equação (2.5) como:

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{s}) = \frac{1}{2}[c^2(x)\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} - 1] \quad (2.7)$$

Onde  $\mathbf{s}$  na equação é o vetor vagarosidade definido pelo gradiente do tempo de trânsito. Cognominamos a função  $H(\mathbf{x}, \mathbf{s})$  de hamiltoniana e podemos propor a solução ao longo de trajetórias que satisfazem esta equação.

Se conhecermos a solução desta equação em alguma posição e para determinado tempo, podemos extrapolar a solução para qualquer outra posição e tempo. Assim se conhecermos a função  $\tau(\mathbf{x}_s)$  para uma posição  $\mathbf{x}_s$ , por exemplo em  $\mathbf{x}_s$ ,  $\tau(\mathbf{x}_s) = 0$ , então podemos concluir nessa situação que qualquer vetor  $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}_u}{c(x)}$  é solução da hamiltoniana, onde  $\mathbf{s}_u$  é um vetor unitário na direção de  $\mathbf{s}$ .

Então podemos avaliar esta solução para uma vizinhança da posição

$\mathbf{x}_s$ , em  $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$  e  $\mathbf{s} + d\mathbf{s}$ , e calculando o diferencial da hamiltoniana

$$dH = \nabla_x H \cdot d\mathbf{x} + \nabla_s H \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.8)$$

e da função  $\tau$

$$d\tau = \nabla_x \tau \cdot d\mathbf{x} = \mathbf{s} \cdot d\mathbf{x} \quad (2.9)$$

Com isso podemos estender a solução ao longo de curvas  $\mathbf{x}(\xi)$  e  $\mathbf{s}(\xi)$ , em que  $\xi$  varia monotonicamente ao longo da trajetória. Com isso:

$$dH = \left[ \nabla_x H \cdot \frac{d\mathbf{x}}{d\xi} + \nabla_s H \cdot \frac{d\mathbf{s}}{d\xi} \right] d\xi = 0 \quad (2.10)$$

e

$$d\tau(\xi) = \mathbf{s} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{d\xi} d\xi \quad (2.11)$$

Assim as trajetórias  $\mathbf{x}(\xi)$  e  $\mathbf{s}(\xi)$  podem ser imediatamente obtidas fazendo

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\xi} = \lambda(\xi) \nabla_s H \quad (2.12)$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\xi} = -\lambda(\xi) \nabla_x H \quad (2.13)$$

e

$$\frac{d\tau}{d\xi} = \lambda(\xi) \mathbf{s} \cdot \nabla_s H \quad (2.14)$$

A solução  $\mathbf{x}(\xi)$  define as trajetórias denominadas raio. Essas trajetórias dependem da escolha do parâmetro  $\xi$  ao longo da curva. Dois parâmetros possíveis são o tempo de trânsito  $\tau$  e o comprimento  $l$  ao longo da curva. Fazendo  $\xi$  assumir esses valores:

Para  $\xi \equiv \tau$

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\xi} = c^2(\mathbf{x}) \mathbf{s} \quad (2.15)$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\xi} = -\frac{1}{c(\mathbf{x})} \nabla_x c(\mathbf{x}) \quad (2.16)$$

e

$$\frac{d\tau}{d\xi} = 1 \quad (2.17)$$

Para  $\xi \equiv l$

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\xi} = c(x)\mathbf{s} \quad (2.18)$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\xi} = -\frac{1}{c^2(x)}\nabla_x c(x) \quad (2.19)$$

e

$$\frac{d\tau}{d\xi} = \frac{1}{c(x)} \quad (2.20)$$

A partir desse sistema de equações ordinárias de primeira ordem é possível estimar o tempo de trânsito ao longo do raio.

### 2.3.2 Solução da equação do transporte e estimativas da amplitude do campo.

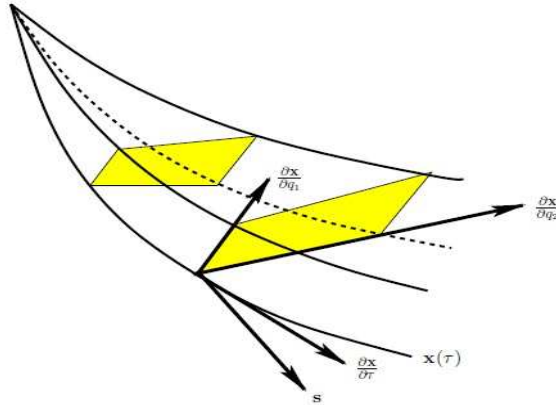
Uma vez determinada a distribuição de tempo de trânsito ao longo das trajetórias escolhidas, é possível resolver a equação do transporte e estimar a amplitude do campo sobre cada frente de onda.

Solucionar a equação do transporte permitirá obter uma estimativa da amplitude  $A$  do campo de onda espalhado. Sabemos que as trajetórias dos raios são obtidas a partir da solução da curva paramétrica  $\mathbf{x}(\xi)$ . Em seu sentido geométrico os raios ligam pontos entre frentes de ondas de menor e de maior tempo respectivamente, por isso podemos supor que a estimativa da amplitude pode ser realizada em um contexto geométrico em que a energia total liberada pela fonte ao longo do tempo permanece constante, mas a amplitude do campo varia inversamente proporcional a área da superfície cujos raios a interceptam.

Levando em consideração a Figura (2.1), um tubo de raios paraxiais a um raio central, podemos aplicar o teorema da divergência de Gauss nesse domínio e notar que apenas as somas sobre as frentes de onda em  $\tau_0$  e  $\tau$  são não nulas, podemos construir a igualdade:

$$\frac{A^2(\tau_0)\mathbf{s}(\tau_0) \cdot \mathbf{n}(\tau_0)\Delta S(\tau_0)}{\rho(x(\tau_0))} = \frac{A^2(\tau)\mathbf{s}(\tau) \cdot \mathbf{n}(\tau)\Delta S(\tau)}{\rho(x(\tau))} \quad (2.21)$$

Figura 2.1: Tubo de raios paraxiais a um raio central. Domínio de aplicação do teorema da divergência.



Em que  $\mathbf{n} = d\mathbf{x}/dl$  indica o vetor unitário ao longo do raio central,  $\Delta S$  indica a área da frente de onda interceptada pelo tubo de raios. Essa relação mostra que a quantidade acima permanece constante ao longo de um tubo de raios paraxiais a um raio central. Conseqüentemente;

$$A(\tau) = K \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{x}(\tau))c(\mathbf{x}(\tau))}{\mathbf{s}(\tau) \cdot \mathbf{n}(\tau)\Delta S(\tau)}} \quad (2.22)$$

O próximo passo para o cálculo da amplitude ao longo do raio é propor uma expressão para o denominador dentro da raiz na equação acima. Fazemos isso construindo uma expressão para um elemento de área sobre uma superfície arbitrária.

Uma porção de uma superfície arbitrária emersa em um espaço vetorial  $V$  pode ser mapeada em um domínio do  $\mathbb{R}^2$ . Este mapa é representado pela aplicação:

$$\begin{aligned} [a, b] \times [c, d] \in \mathbb{R}^2 &\rightarrow V \\ (q_1, q_2) &\rightarrow x(q_1, q_2) \end{aligned}$$

Utilizando esta parametrização, um elemento de superfície orientado pode ser calculado pela expressão:

$$dS(q_1, q_2) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_1} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_2} dq_1 dq_2 \quad (2.23)$$

Para frentes de ondas podemos escolher a orientação de forma que o elemento de

área sempre aponte na direção de propagação, portanto, paralelo a  $\nabla_x \tau$ . A projeção do elemento de área na direção do raio é obtida através da operação:

$$dS(l, q_1, q_2) = \mathbf{n} \cdot dS(q_1, q_2) = \left( \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial l} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_1} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_2} \right) \quad (2.24)$$

Este resultado pode ainda ser reescrito em função do tempo de trânsito ao longo do raio observando-se que

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial l} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial l} = \frac{1}{c(x)} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \tau} \quad (2.25)$$

Deste resultado segue que

$$dS(\tau, q_1, q_2) = \frac{1}{c(x)} \left( \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_1} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_2} \right) dq_1 dq_2 \quad (2.26)$$

O produto misto nas duas expressões acima para um elemento de superfície da frente de onda ao longo de um raio central representa o Jacobiano da transformação de coordenadas cartesianas para as coordenadas que parametrizam os raios:  $\xi$ ,  $q_1$  e  $q_2$ . Substituindo a expressão para o elemento de área na solução da equação de transporte

$$\frac{A^2(\tau_0) \mathbf{s}(\tau_0) \cdot \mathbf{n}(\tau_0) \Delta S(\tau_0)}{\rho(x(\tau_0))} = \frac{A^2(\tau) \mathbf{s}(\tau) \cdot \mathbf{n}(\tau) \Delta S(\tau)}{\rho(x(\tau))} \quad (2.27)$$

obtem-se

$$\frac{A^2(\tau_0) \mathbf{s}(\tau_0) \cdot \mathbf{n}(\tau_0) J(\tau_0)}{\rho(x(\tau_0)) c(x(\tau_0))} = \frac{A^2(\tau) \mathbf{s}(\tau) \cdot \mathbf{n}(\tau) J(\tau)}{\rho(x(\tau)) c(x(\tau))} \quad (2.28)$$

como  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_u/c(x)$  podemos escrever:

$$A(\tau) = A(\tau_0) \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{x}(\tau)) c^2(\mathbf{x}(\tau)) \mathbf{s}_u(\tau_0) \cdot \mathbf{n}(\tau_0) J(\tau_0)}{\rho(\mathbf{x}(\tau_0)) c^2(\mathbf{x}(\tau_0)) \mathbf{s}_u(\tau) \cdot \mathbf{n}(\tau) J(\tau)}} \quad (2.29)$$

Se o comprimento ao longo da trajetória é utilizado como parâmetro ao longo do raio,

$$A(l) = A(l_0) \sqrt{\frac{\rho(x(l)) c(x(l)) \mathbf{s}_u(l_0) \cdot \mathbf{n}(l_0) J(l_0)}{\rho(x(l_0)) c(x(l_0)) \mathbf{s}_u(l) \cdot \mathbf{n}(l) J(l)}} \quad (2.30)$$

Para meios acústicos e isotrópicos  $\mathbf{s}_u(l) \cdot \mathbf{n}(l) = 1$ , neste caso,

$$A(\tau) = A(\tau_0) \sqrt{\frac{\rho(x(\tau))c^2(x(\tau))}{\rho(x(\tau_0))c^2(x(\tau_0))} \frac{J(\tau_0)}{J(\tau)}} \quad (2.31)$$

Caso o parâmetro do raio seja o comprimento da trajetória,

$$A(l) = A(l_0) \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{x}(l))c(\mathbf{x}(l))}{\rho(\mathbf{x}(l_0))c(\mathbf{x}(l_0))} \frac{J(l_0)}{J(l)}} \quad (2.32)$$

Como podemos observar a estimativa da amplitude depende da avaliação de  $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_i}$  ao longo do raio. Para avaliar estas quantidades é necessário determinar o comportamento de raios vizinhos ao raio central ao longo da trajetória, denominados raios paraxiais. Os raios paraxiais devem obedecer as equações de Hamilton. Considerando  $\mathbf{x}(\tau)$ ,  $\mathbf{s}(\tau)$  ao longo do raio central e

$$\mathbf{x}'(\tau) = \mathbf{x}(\tau) + \Delta \mathbf{x}(\tau) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{s}'(\tau) = \mathbf{s}(\tau) + \Delta \mathbf{s}(\tau) \quad (2.34)$$

ao longo do raio paraxial, segue que:

$$H(\mathbf{x}'(\tau), \mathbf{s}'(\tau)) = 0 \quad (2.35)$$

Expandindo Hamiltoniana em série de Taylor ao longo do raio central

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}'(\tau), \mathbf{s}'(\tau)) &= H(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{s}(\tau)) + \nabla_x^T H(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau)) + \nabla_s^T H(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau)) + \\ &\frac{1}{2} [(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau))^T \nabla_x \nabla_x^T H(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau)) + \\ &(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau))^T \nabla_s \nabla_s^T H(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau)) + \\ &2(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau))^T \nabla_x \nabla_s^T H(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau))] + \mathcal{O}(\Delta^3) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Avaliando as equações de Hamilton para os raios paraxiais,

$$\frac{d\mathbf{x}'}{d\tau} = \nabla_s H + \nabla_s \nabla_x^T H(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau)) + \nabla_s \nabla_s^T H(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau)) + \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (2.37)$$

$$\frac{d\mathbf{s}'}{d\tau} = -\nabla_x H - \nabla_x \nabla_x^T H(\mathbf{x}'(\tau) - \mathbf{x}(\tau)) - \nabla_x \nabla_s^T H(\mathbf{s}'(\tau) - \mathbf{s}(\tau)) + \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (2.38)$$

Ao longo do raio central valem as equações de Hamilton

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \nabla_s H \quad (2.39)$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\tau} = -\nabla_x H \quad (2.40)$$

Substituindo as equações acima nas equações de Hamilton para os raios paraxiais, segue que

$$\frac{\Delta \mathbf{x}}{d\tau} = \nabla_s \nabla_x^T H \Delta \mathbf{x}(\tau) + \nabla_s \nabla_s^T H \Delta \mathbf{s}(\tau) + \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (2.41)$$

$$\frac{\Delta \mathbf{s}}{d\tau} = -\nabla_x \nabla_x^T H \Delta \mathbf{x}(\tau) + \nabla_x \nabla_s^T H \Delta \mathbf{s}(\tau) + \mathcal{O}(\Delta^2) \quad (2.42)$$

Considerando apenas os termos de primeira ordem em  $\Delta$  e representado estas perturbações ao longo do raio por  $\delta \mathbf{x}(\tau)$  e  $\delta \mathbf{s}(\tau)$ , as equações para perturbações associadas a raios paraxiais ao longo de um raio central são

$$\frac{d\delta \mathbf{x}(\tau)}{d\tau} = \nabla_s \nabla_x^T H \delta \mathbf{x}(\tau) + \nabla_s \nabla_s^T H \delta \mathbf{s}(\tau) \quad (2.43)$$

$$\frac{d\delta \mathbf{s}}{d\tau} = -\nabla_x \nabla_x^T H \delta \mathbf{x}(\tau) + \nabla_x \nabla_s^T H \delta \mathbf{s}(\tau) \quad (2.44)$$

ou ainda,

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \partial x / \partial q_v \\ \partial s / \partial q_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla_s \nabla_x^T H & \nabla_s \nabla_s^T H \\ \nabla_x \nabla_x^T H & -\nabla_x \nabla_s^T H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{s} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

A solução destas equações permite calcular as propriedades de raios paraxiais. Considerando que:

$$\delta \mathbf{x}(\tau) = \frac{\partial \mathbf{x}(\tau)}{\partial q_v} dq_v \quad (2.46)$$

$$\delta \mathbf{s}(\tau) = \frac{\partial \mathbf{s}(\tau)}{\partial q_v} dq_v \quad (2.47)$$

e substituindo em (2.45) obtêm-se as equações:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla_s \nabla_x^T H & \nabla_s \nabla_s^T H \\ \nabla_x \nabla_x^T H & -\nabla_x \nabla_s^T H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Substituindo a hamiltoniana para um meio isotrópico, dada pela equação (2.48), nas equações acima obtêm-se:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} c^2(\mathbf{x}) \\ -\frac{1}{2} \frac{1}{c(\mathbf{x})} \nabla_x \nabla_x^T c^2(\mathbf{x}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

A solução destas equações nos permite avaliar o jacobiano  $J(\tau)$  ao longo do raio central, especificadas as condições de fronteira. Para uma fonte puntual as condições de fronteira são:

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_v} \right|_{\tau=0} = 0 \quad (2.50)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial q_v} \right|_{\tau=0} = \frac{1}{c(\mathbf{x}(0))} \frac{\partial \mathbf{s}_u(0)}{\partial q_v} \quad (2.51)$$

O calculo do tempo de trânsito e da amplitude ao longo do raio, desta maneira, requer a solução do sistema de equações diferenciais

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = c^2(\mathbf{x})\mathbf{s}$$

$$\frac{d\mathbf{s}}{d\tau} = -\frac{1}{c(\mathbf{x})} \nabla_x c(\mathbf{x})$$

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} c^2(\mathbf{x}) \\ -\frac{1}{2} \frac{1}{c(\mathbf{x})} \nabla_x \nabla_x^T c^2(\mathbf{x}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial \mathbf{x} / \partial q_v \\ \partial \mathbf{s} / \partial q_v \end{pmatrix} \quad v = 1, 2$$

Sujeito as seguintes condições de fronteira:

$$\mathbf{x}(\tau = 0) = \mathbf{x}_s$$

$$\mathbf{s}(\tau = 0) = \frac{\mathbf{s}_u(0)}{c(\mathbf{x}_s)}$$

$$\tau(\mathbf{x}_s) = 0$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_v} \right|_{\tau=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial q_v} \right|_{\tau=0} = \frac{1}{c(\mathbf{x}(0))} \frac{\partial \mathbf{s}_u(0)}{\partial q_v}$$

O jacobiano pode então ser calculado através do raio a partir da expressão:

$$J(\tau) = \left( \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial l} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_1} \times \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q_2} \right)$$

Neste trabalho são implementados mapas de iluminação, que são um conjunto de mapas que carregam informações do tempo de trânsito e da amplitude do campo de onda espalhado. A construção desses mapas é feita baseada nessas equações de estimativa de tempo de trânsito e amplitude. Uma vez construídos esses mapas, podemos avaliar posições de máxima amplitude sobre o modelo e identificar regiões onde possivelmente o registro sísmico seria ideal e, portanto, permitiria idealizar uma geometria de aquisição favorável a máxima recuperação do sinal sísmico.

Mais do que isso, utilizando a teoria paraxial do raio é possível criar um mapa de iluminação médio da área, que consiste na média da distribuição de amplitude para uma distribuição de fontes. Na modelagem sísmica pode-se criar o mapa de iluminação médio a partir de uma seção sísmica, utilizando como fontes as posições de tiro do levantamento.

### 3 METODOLOGIA

Neste Capítulo nós descrevemos as duas metodologias utilizadas para desenvolver a iluminação sísmica utilizando o modelo representativo de áreas de quebra de talude; a primeira metodologia é a construção de frentes de onda e traçamento de raios sobre o modelo que permite estimar a amplitude do campo de onda, o tempo de trânsito e possivelmente mudanças na fase do campo de onda. A segunda utiliza migração pré-empilhamento em profundidade utilizando a equação de onda.

Por construção de frentes de onda nós iremos produzir mapas com os principais atributos sísmicos calculados ao longo do raio. Estes são, a amplitude, o tempo de trânsito e a fase do campo de onda. Para realizar a construção das frentes de onda e traçamento de raios nós nos fundamentamos no princípio de Huygens, princípio de Fermat e na lei de Snell.

A migração pré-empilhamento utilizando a equação de onda requer o registro do campo na superfície e a extrapolação dos campos da fonte e do receptor em profundidade. O campo sísmico registrado na superfície  $P(x, z = 0, t)$ , é então disposto no domínio de Fourier  $P(x, z = 0, \omega)$  e a partir dessa configuração estima-se o campo em uma profundidade  $z + \Delta z$  por continuação para baixo (BIONDI, 2006). Basicamente, o método de migração utilizado consiste em resolver a equação da onda duas vezes; um campo modelado a partir da fonte pelo método convolucional e o outro campo estimado a partir dos receptores através da extrapolação do campo na superfície para um nível  $z + \Delta z$  em profundidade. Com isso um ponto imagem exato em profundidade consistiria na máxima correlação entre os campos da fonte e do receptor. Com esta metodologia são criados os mapas de amplitude da fonte sísmica e o mapa de iluminação médio das fontes sísmica. O mapa de amplitude da fonte sísmica é simplesmente a distribuição de amplitude de uma única fonte sísmica ou o espectro de amplitude do campo produzido por esta fonte ativada sobre uma dada posição de tiro da aquisição. O mapa de iluminação médio das fontes sísmicas é a média das amplitudes ou dos espectros de amplitude de todas as fontes sísmicas da aquisição. Representamos estes dois mapas através das equações abaixo; a primeira é a distribuição da amplitude da fonte sísmica e a segunda a iluminação média das fontes sísmicas.

$$A(x, z; x_s, z_s; \omega) = \sum_{\omega} P_s(x, z; \omega) P_s^*(x, z; \omega) \quad (3.1)$$

$$I_M(x, z; \omega) = \sum_{s_i} A(x, z; \omega) \quad (3.2)$$

Onde  $P_s(x, z; \omega)$  indica o campo da fonte e  $P_s^*(x, z; \omega)$  o conjugado complexo do campo da fonte. Assim o espectro de amplitude da fonte deve ser calculado somado para todas as fontes para cada posição na subsuperfície e para uma dada posição de tiro. Por outro lado o mapa iluminação médio é a soma do espectro de amplitude de todas as fontes.

Resumindo o conjunto de mapas produzidos com as duas metodologias são colocados esquematicamente abaixo.

Construção de frentes de onda:

- 1 - Mapas de tempo de trânsito;
- 2 - Mapas Jacobianos (Correlacionam-se inversamente com a amplitude do campo de onda);
- 3 - Mapas de fase (Expressam a passagem do campo de onda por zonas de causticas).

Método de continuação para baixo do campo de onda:

- 1 - Mapa de espectro de amplitude da fonte sísmica;
- 2 - Mapa de iluminação médio das fontes sísmicas (Definido como a média das amplitudes das fontes sísmicas).

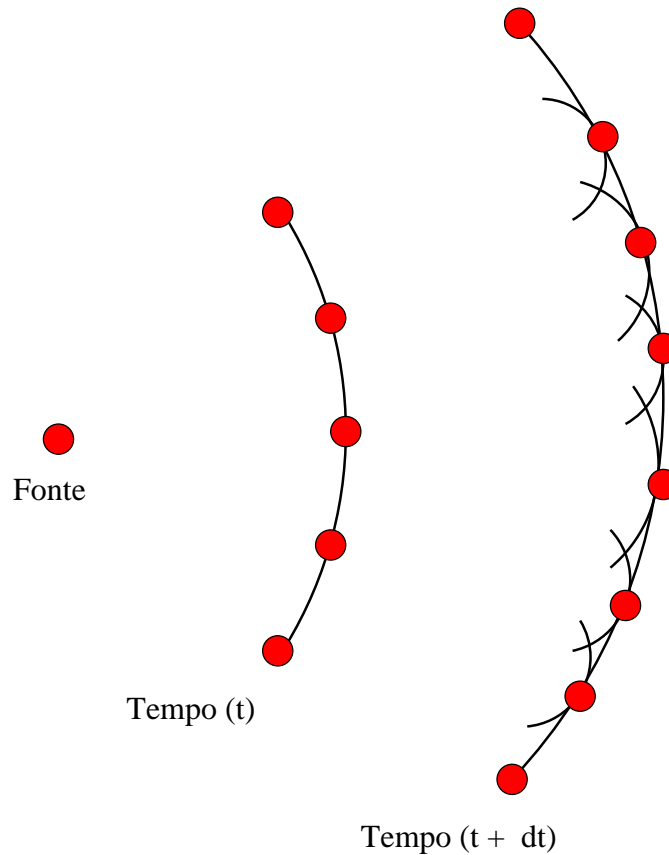
Além dos mapas citados acima, também podem ser construídos outros mapas a partir das duas metodologias contendo outras informações. Por exemplo no método de construção de frentes de onda ainda podemos construir mapas de comprimento ao longo do raio e no caso do método de migração pré-empilhamento utilizando a equação de onda podemos ainda construir mapas de amplitude dos receptores e mapa de iluminação total que consiste no produto entre a amplitude da fonte e a amplitude do receptor. Embora nossos algoritmos possam produzir todos esses mapas, somente os mapas citados acima são considerados no trabalho.

Vamos primeiramente enfatizar como funciona o algoritmo de construção de frentes de onda o principal foco deste trabalho e depois vamos falar a respeito do método de migração pré-empilhamento utilizando equação da onda e, por fim, a descrição do modelo de velocidade e a aquisição sísmica sobre este modelo que são fundamentais para a aplicação das metodologias.

### 3.1 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DE CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA.

Uma frente de onda em meio 2-D é uma curva isócrona. A frente de onda pode ser extrapolada a partir de um instante arbitrário  $t$  para um instante  $t + dt$  através do princípio de Huygens como ilustra a Figura (3.1).

Figura 3.1: Frentes de onda em meio 2-D. A frente de onda no tempo  $t + dt$  é o envelope tangente as frentes de ondas elementares no tempo  $t$ .

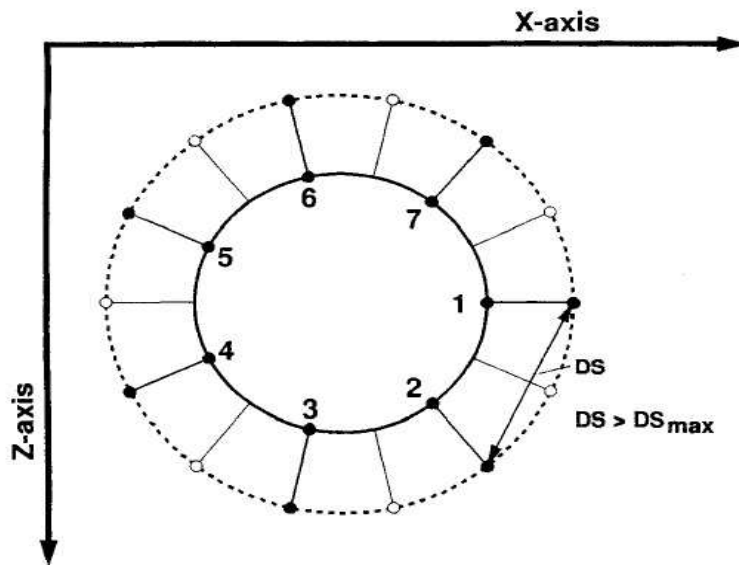


Sobre a frente de onda no instante arbitrário  $t$  é suposto existir uma quantidade finita de pontos difratores ou fontes secundárias que são ativadas no mesmo instante  $t$ . O envelope tangente a todas as frentes de ondas menores produzidas pelas fontes secundárias constitui a nova frente de onda no instante  $t + dt$ . Essa visualização geométrica é a representação do princípio de Huygens.

Baseados nessas idéias conceituais nós desenvolvemos um algoritmo para construção das frentes de onda e o traçamento de raios. Considerando sobre a frente de onda da Figura (3.2) os pontos como sendo fontes secundárias cada ponto desse é ativado no mesmo instante, então através de uma trajetória favorável o ponto se moverá para a posição da nova frente de onda após um intervalo  $dt$ . A trajetória do raio depende do meio e tal trajetória de acordo com o princípio de Fermat é aquela que favorece a interferência

construtiva das frentes de onda, tais trajetórias são conceitualmente definidos como sendo aquele em que o tempo de trânsito é estacionário.

Figura 3.2: A nova frente de onda (curva tracejada) é criada pelo traçamento de raio a partir da frente de onda anterior. Novos pontos são interpolados sobre a antiga frente de onda porque a distância  $DS$  excede a distância  $DS_{max}$ .



Fonte: Vinje (1990).

Após a obtenção de uma nova frente de onda os pontos sobre ela são ligados de forma a produzir uma curva isócrona. Se a distância entre esses pontos excede uma distância máxima pré-definida  $DS_{max}$ , então novos pontos são interpolados entre esses pontos de modo a refinar a quantidade de raios que emanam a partir da fonte.

Nesse sentido, a construção de frentes de onda inicia-se, considerando um único ponto difrator do qual as trajetórias dos raios são tomados em múltiplas direções. A princípio na construção do algoritmo conhecemos o número de pontos iniciais sobre a frente de onda, mas não conhecemos quantos pontos haverá a medida que a frente de onda se propaga, pois a quantidade de pontos interpolados crescerá em função da abertura entre os pontos criados sobre a nova frente de onda, e esta em função do modelo de velocidade. Além disso, quando uma frente de onda ultrapassa as dimensões do modelo, ou quando o número de pontos sobre a frente de onda é pequeno o código é implementado para matar estas frentes de ondas. Por isso a rotina implementada utiliza estruturas dinâmicas de dados (VILLAS, 1993), (CELES W.; CERQUEIRA, 2004). Tais estruturas permitem a criação e destruição de espaços na memória a medida que há necessidade da inserção ou remoção de nós na estrutura ( inserção ou remoção de pontos sobre as frentes de onda) durante a execução do programa.

A estrutura dinâmica de dados utilizada é uma lista encadeada (CELES W.; CERQUEIRA, 2004). A maneira mais simples de armazenarmos uma lista na memória é colocando os seus nós em posições sucessivas. Os nós são os pontos sobre a frente de onda, então para implementarmos o algoritmo necessitamos conhecer a localização de um nó na estrutura e o tamanho do nó ( Cada nó guarda informação de um conjunto de atributos sísmicos, como amplitude, tempo de trânsito e comprimento ao longo do raio).

Assim, para inserir novos pontos sobre a frente de onda devemos ter as seguintes informações;

- 1) Localização da posição do nó a ser incluso entre dois nós já existentes.
- 2) Atualizar a lista, pois o número de nós agora é  $(n + 1)$ .
- 3) O nó  $X_j$  torna-se o nó  $X_{j+1}$  se é sucessor do novo nó na estrutura.

e se há remoção de nós;

- 1) Localização da posição do nó a ser removido.
- 2) Atualizar a lista, pois o número de nós agora é  $(n - 1)$ .
- 3) O nó  $X_j$  torna-se o nó  $X_{j-1}$  se é sucessor do nó removido.

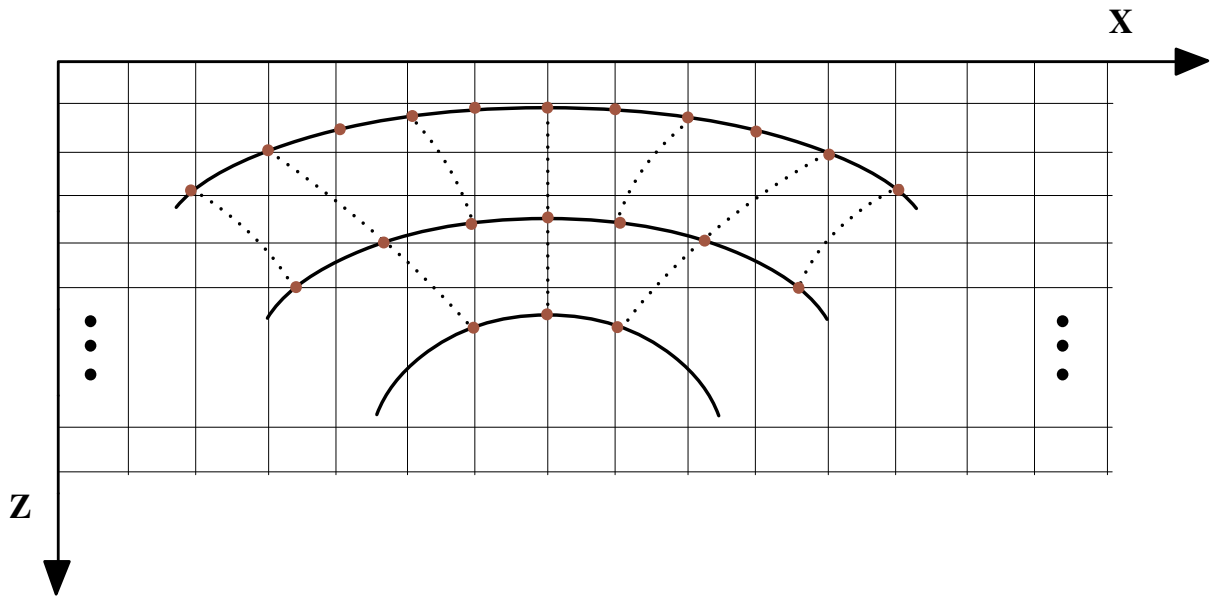
Como as frentes de onda em geral constituem curvas fechadas, é necessário tanto para a inserção quanto para remoção que se conheça a localização dos nós a direita e a esquerda dos nós a serem inseridos e removidos na lista.

A cada avanço da frente de onda necessita-se conhecer a velocidade da onda compressional no ponto para o qual a onda irá se mover, pois define tanto a posição final após um intervalo  $dt$  fixo quanto a trajetória do raio sobre o modelo. Entretanto, as frentes de onda produzem uma malha irregular, mas a tabela de valores com os atributos sísmicos, amplitude, tempo de trânsito e fase calculados sobre os nós das frentes de onda devem ser assinalados ou exportados para pontos em um grid retângular regular que será utilizado para construção dos mapas produzidos com esta metodologia. Neste caso temos duas estruturas de dados; O grid formado pelos nós das frentes de onda, e o grid retângular. Tanto o grid irregular das frentes de onda como o grid regular para construção dos mapas são formados por células ou celas que são o conjunto de quatro pontos vizinhos. No caso do grid regular essas celas são retangulares e os pontos são os vértices deste retângulo.

Logo, para assinalar o tempo de trânsito, amplitude e fase ao grid regular deve-se a cada avanço testar quais pontos do grid regular foram varridos pela frente de onda. Quando identificamos um ou mais pontos da malha regular contida dentro de uma malha irregular de duas frentes de ondas vizinhas utilizamos as informações contidas nos quatro nós da malha e fazemos uma interpolação baricêntrica (FARIN, 2002) para estimar o

atributo sísmico e atribuir ao ponto. A Figura (3.3) ilustra as frentes de onda sobrepostas ao grid regular que será utilizado para assinalar os atributos sísmicos. Na Figura (3.4) mostramos o procedimento para realizar a interpolação baricêntrica e atribuição ao ponto  $P$ , onde os pesos dos pontos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  são proporcionais as áreas dos triângulos dois a dois. Assim, por exemplo, o peso do ponto  $P_2$  é proporcional as áreas dos triângulos  $s_1$  e  $s_3$ .

Figura 3.3: Frentes de onda produzem uma malha irregular sobreposta a uma malha regular.



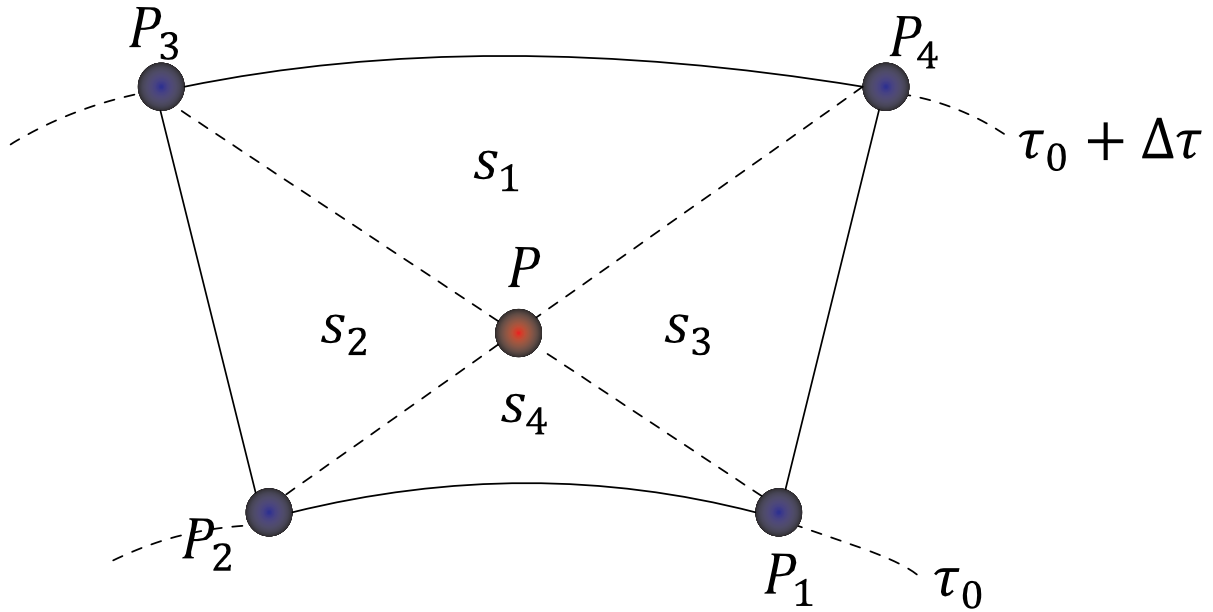
As frentes de onda se propagam em intervalos  $dt$  fixos e em cada passo o algoritmo localiza os pontos da malha regular que são varridos pelas frentes de onda no instante  $\tau_0$  ao instante  $\tau_0 + \Delta\tau_0$ . Para efetuar esse teste implementa-se os seguintes passos no algoritmo:

1) Selecionamos uma célula ou cela inicial da frente de onda e especificamos as coordenadas do ponto da malha regular.

2) Calculamos o produto vetorial orientado entre o vetor posição do ponto e os lados da cela selecionada. Avaliamos o sinal desse produto vetorial; caso o sinal seja positivo para todos os testes então o ponto pertence a cela, caso seja negativo para algum lado o ponto é exterior e o teste segue para a próxima cela.

Esses passos são efetuados até que as frentes de onda tenham varrido todo o domínio do modelo. A vantagem de se usar o método de construção de frentes de onda para realizar a análise de iluminação sísmica é que podemos simular a propagação do campo de onda da fonte sísmica ativando-a em qualquer posição sobre o modelo de velocidade, isso significa

Figura 3.4: Parâmetros conhecidos nos nós das frentes de onda são assinalados ao ponto  $P$  por interpolação baricêntrica.



que podemos avaliar a iluminação de um ponto imagem sobre alvos exploratórios sobre o modelo com as estimativas de distribuição da amplitude do campo, tempo de trânsito e fase do sinal.

Podemos construir também estes mapas simulando a propagação da onda com fonte sísmica sobre posições de tiro do levantamento. Essa flexibilidade resulta na avaliação de possíveis geometrias de aquisição que melhoram a iluminação sísmica de alvos exploratórios pobremente iluminados porque permite avaliar melhores configurações da aquisição baseadas no fluxo de energia sobre o modelo, além de permitir a configuração de levantamentos com afastamentos irregulares, o que torna possível apenas na modelagem desalocar receptores de possíveis zonas de sombra.

Mostramos dois exemplos de frentes de onda criadas sobre um modelo de velocidade suave utilizando o algoritmo de construção de frentes de onda. Simulamos duas fontes, uma na superfície, Figura (3.6) e outra em profundidade, Figura (3.7).

Figura 3.5: Construção de frentes de onda circular com fonte posicionada na superfície do modelo.

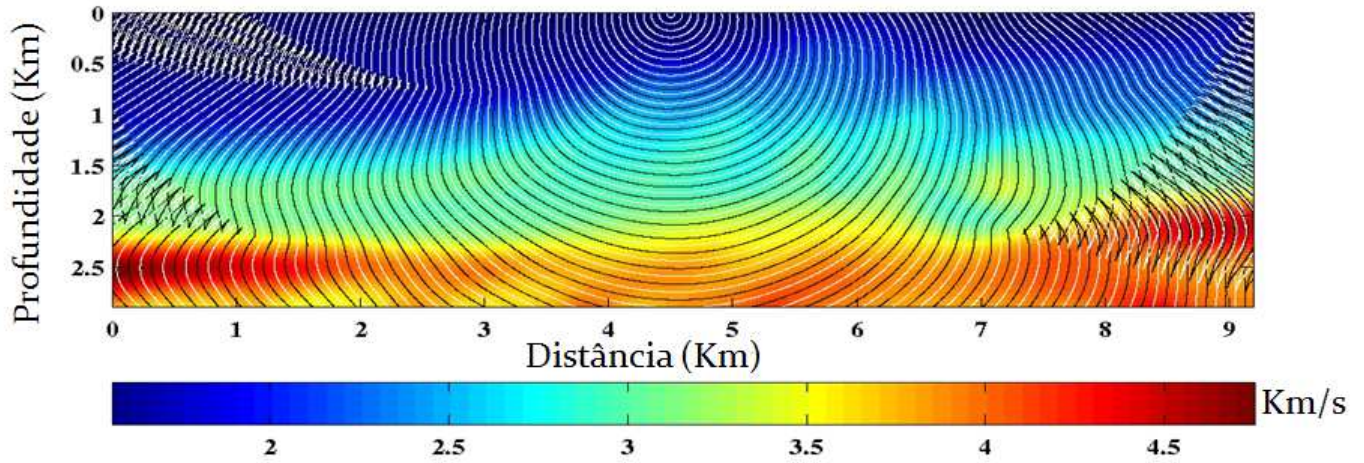
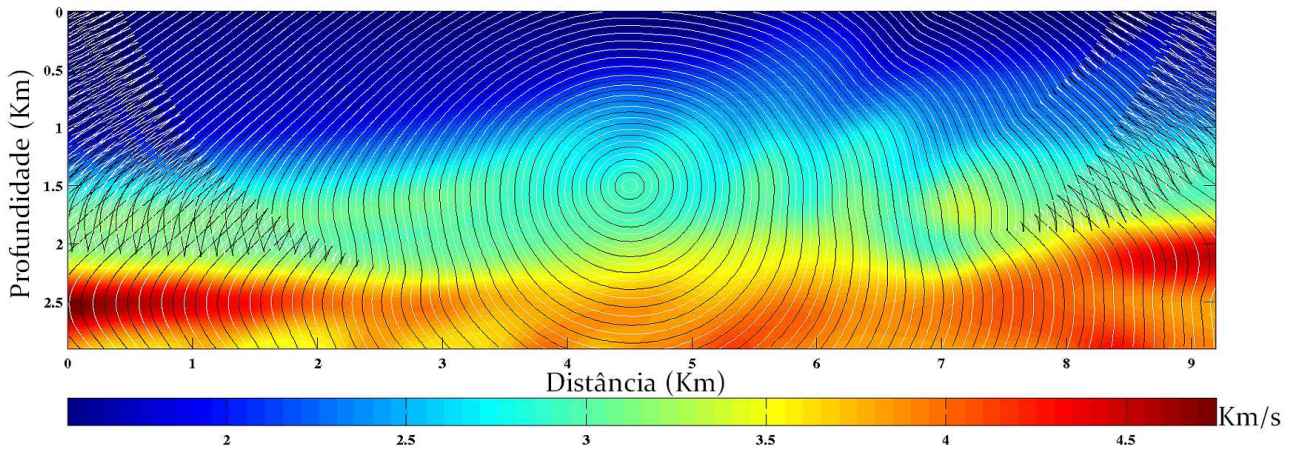


Figura 3.6: Construção de frentes de onda circular com fonte posicionada em profundidade.



## 3.2 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO.

Nesta seção iremos descrever o método de migração pré-empilhamento em profundidade utilizando o modelo de velocidade em profundidade que dispomos previamente. Para isso partiremos da equação da onda unidirecional e utilizaremos o algoritmo de continuação do campo de onda para baixo (BIONDI, 2006). Para obter a seção migrada em profundidade utilizaremos o método de diferenças finitas, cuja solução numérica para o operador de raiz quadrada da derivada é aproximada por uma expansão em série de Padé (BIONDI, 2006). Este método de migração não apresenta limitação quanto a variação lateral de velocidade, mas a aproximação do campo de onda tem abertura angular limitada. A condição de imagem utilizada é a correlação do campo de onda registrado na superfície

de registro com o campo de onda gerado pela fonte no tempo  $t = 0$  para cada família de tiro.

### 3.2.1 Equação da onda unidirecional.

A equação da onda acústica no domínio da frequência pode ser decomposta em duas partes; a primeira consiste na propagação do campo de onda para baixo, onda progressiva, e a segunda consiste na propagação do campo para cima, onda regressiva. Assim, escrevendo a equação da onda acústica no domínio da frequência e decompondo-a nas duas partes descritas obtemos a parte progressiva e regressiva respectivamente;

$$A = \left[ \frac{\partial P(x, z, \omega)}{\partial z} - \frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \sqrt{1 + \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \quad (3.3)$$

$$B = \left[ \frac{\partial P(x, z, \omega)}{\partial z} + \frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \sqrt{1 + \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] \quad (3.4)$$

$$A.B.P(x, z, \omega) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial P(x, z, \omega)}{\partial z} = \frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \sqrt{1 + \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} P(x, z, \omega) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial P(x, z, \omega)}{\partial z} = -\frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \sqrt{1 + \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} P(x, z, \omega) \quad (3.7)$$

Nesta implementação pode-se utilizar a expansão em série de Padé para aproximar o operador da raiz quadrada da derivada.

$$\frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \sqrt{1 + \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} P(x, z, \omega) \approx \frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + b_n \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] P(x, z, \omega) \quad (3.8)$$

A equação que será resolvida por diferenças finitas é:

$$\frac{\partial P(x, z, \omega)}{\partial z} = \frac{(-i\omega)}{c(x, z)} \left[ 1 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}{1 + b_n \frac{c^2(x, z)}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right] P(x, z, \omega) \quad (3.9)$$

Investigando a expressão (3.9) é evidente que nesta implementação o método não apresenta limitações quanto a variação lateral de velocidade. Entretanto, para migrar corretamente refletores com forte mergulho será requerido um maior número de parcelas na expansão de Padé. Quanto maior o grau de heterogeneidades do modelo de velocidade, menor será a aproximação angular da expressão (3.9) em relação ao campo de onda original. Um problema possível nesta implementação ocorre quando o operador de raiz quadrada da derivada é complexo, isso gera uma inconsistência matemática, pois a série de Padé é real e fisicamente isso sugere que o método não permite tratar de forma apropriada ondas evanescentes.

O tratamento metodológico de migração do campo de onda segue a seguinte ordem; calcula-se a transformada de fourier de cada amostra com relação ao tempo, resolve-se a equação de onda unidirecional progressiva em duas partes; a primeira com solução analítica é obtida através da solução da equação  $\frac{\partial P}{\partial z} = P$ , a segunda recebe como entrada a solução da primeira equação e resolve a equação:

$$B_i \frac{\partial P_2}{\partial z} = A_i P \quad (3.10)$$

Uma vez resolvida a equação da onda, utiliza-se este campo estimado a partir do modelo de velocidade em profundidade e correlaciona-se com o campo registrado que também é retropropagado por diferenças finitas, o que consiste no domínio da frequência na multiplicação cruzada dos espectro da fonte com o espectro do campo registrado em cada canal e, por fim, avalia-se a condição de imagem no tempo  $t = 0$ .

$$I(x, z) = \sum_{\omega} P_s(x, z, \omega) P_r^*(x, z, \omega) \quad (3.11)$$

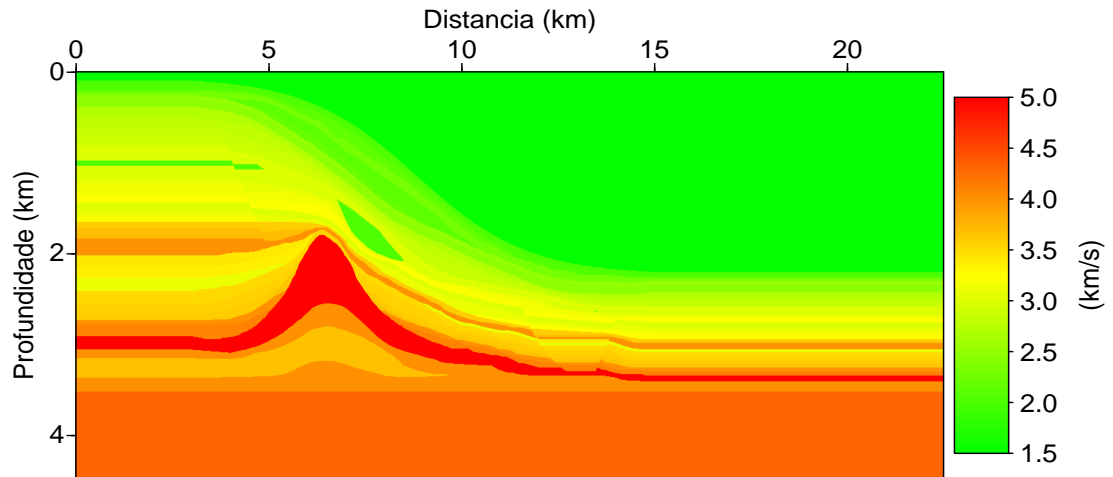
A correlação do campo da fonte com o campo registrado é a forma tradicional de aplicação da condição de imagem.

### 3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE.

Para realizar o experimento é necessário um modelo de velocidade representativo. Esse modelo pode ser visualizado na Figura (3.8). Este é o nosso modelo sintético representativo de área de talude. A escala de cores representa o gradiente de velocidade

que varia de 1.5 km/s a 5.0 km/s. A velocidade mais baixa faz referência geológica a velocidade média da água, enquanto que a velocidade mais alta simula uma lente de sal.

Figura 3.7: Modelo de velocidade.



O modelo 2-D constitui uma extensão em  $x$  de 22.5 km e a profundidade em  $z$  de 4.4 km. Como podemos ver esse modelo apresenta forte variação lateral e vertical de velocidade. Por esse motivo o modelo foi suavizado para poder ser realizada a construção das frentes de onda e traçamento de raios, uma vez que modelos com alto contraste de impedância produzem forte desvio dos raios que emanariam da fonte além de comprometer a resposta, pois necessita-se que o campo de velocidade tenha primeira e segunda derivadas contínuas.

### 3.3.1 Descrição da geometria da seção sísmica sintética.

Para desenvolvermos a análise de iluminação dispomos de um dado sísmico sobre o modelo de velocidade e utilizamos essa linha sísmica sintética para fazer a migração pré-empilhamento em profundidade utilizando a equação de onda como descrito na seção (3.2).

A geometria de aquisição do levantamento sísmico sobre o modelo consiste na simulação de um levantamento marinho 2-D do tipo Dip. O levantamento possui 500 tiros espaçados de 25 m e 320 canais de registro com espaçamento entre os canais de 12.5 m. O offset mínimo é 12 m e offset máximo igual a 4000 m. A posição do primeiro tiro na coordenada horizontal é de 4000 m e a do último tiro foi na posição 16475 m. O intervalo de amostragem é de 8 ms com 1500 amostras, totalizando 12 s de dado.

A seção sísmica foi organizada em 500 famílias de tiro comum. Essa seção sem qualquer tratamento ou pré-processamento é utilizada para fazer a migração pré-empilhamento em profundidade utilizando a equação de onda a partir do nosso modelo sintético de velocidade em profundidade.

## 4 RESULTADOS

A partir das duas metodologias tratadas neste trabalho construímos os mapas citados no Capítulo anterior utilizando o modelo de velocidade e a aquisição sísmica sintética sobre este modelo. Apresentaremos primeiramente os mapas obtidos por construção de frentes de onda e traçamento de raios, depois construímos os mapas de amplitude da fonte obtido pelo método de continuação para baixo do campo de onda e correlacionamos estes mapas com os mapas do jacobiano produzidos pelo método de construção de frentes de onda e por fim, mostramos o mapa de iluminação médio das fontes da aquisição sísmica sintética. Estes mapas interpretados conjuntamente permitem avaliar a qualidade da aquisição sísmica, uma vez que, as amplitudes dos eventos sísmicos na seção sísmica migrada são resultados diretos da iluminação sísmica da fonte e do arranjo de receptores que registram o sinal sísmico na superfície do modelo.

### 4.1 MAPAS OBTIDOS PELA CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA.

Os primeiros mapas gerados como resultados da propagação das frentes de onda sobre o modelo foram obtidos simulando fontes em várias posições sobre o modelo. Entre todos os experimentos, dois foram extremamente importantes; As respostas do campo de onda sobre o modelo para pontos imagens sobre dois alvos exploratórios, o primeiro acima da lente de sal representado pela fonte (source 1) e o segundo abaixo da lente de sal representado pela fonte (source 2) na Figura (4.1)

A idéia contida nesses dois experimentos é que podemos avaliar qual é a distribuição de energia em subsuperfície, bem como, o tempo de trânsito e fase do sinal ao longo do raio e como esse fluxo de energia que chega até a superfície se comporta nos dois casos. Em geral, imagens sísmicas reais acima de lentes de sal têm boa resolução, mas para zonas exploratórias abaixo da lente de sal a qualidade da imagem sísmica é baixa mesmo para modelos sintéticos. Sobre os mapas produzidos colocamos pontos pretos para representar a posição em que a fonte foi ativada sobre o modelo de velocidade.

O mapa da Figura (4.2) expressa a estimativa do tempo de trânsito quando a fonte é ativada sobre o sal. Visualmente percebemos que o campo de onda sísmica se propaga rápido por toda extensão do modelo de forma que uma distribuição de sensores na superfície até os primeiros 10 km poderiam registrar o campo da fonte em até 3 s após ativação da fonte.

Figura 4.1: Modelo de velocidade suavizado; Os dois pontos pretos acima e abaixo do sal representam posições de pontos imagens.

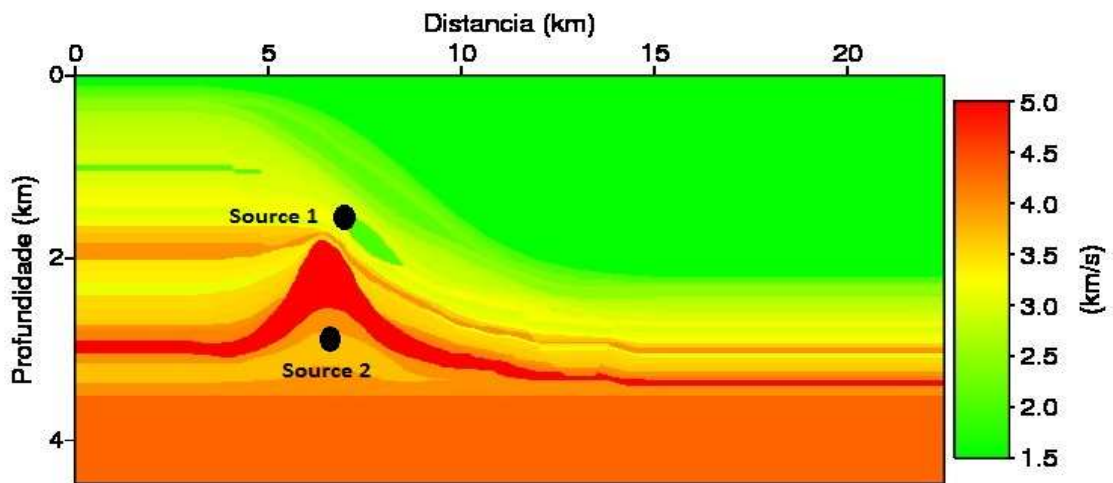
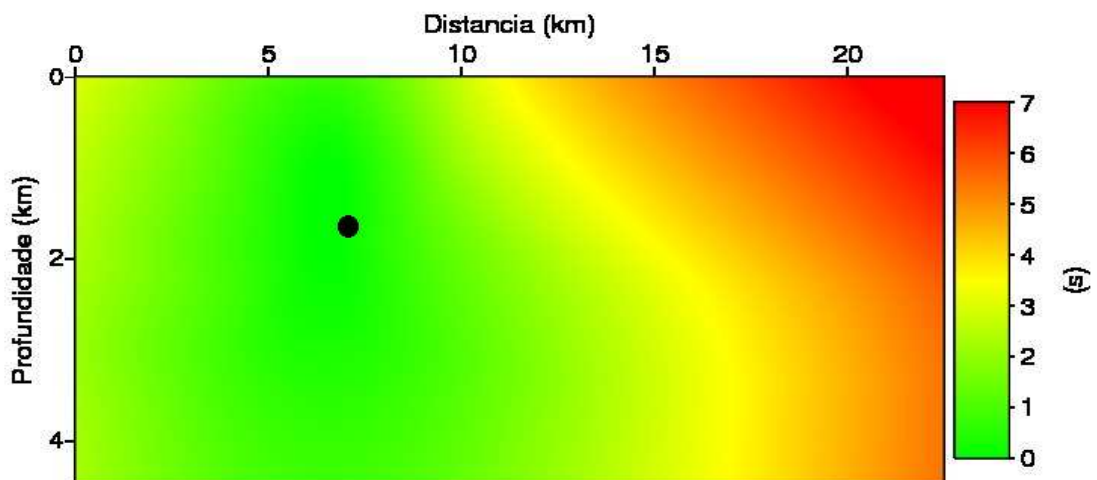


Figura 4.2: Mapa de tempo de trânsito para fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda.



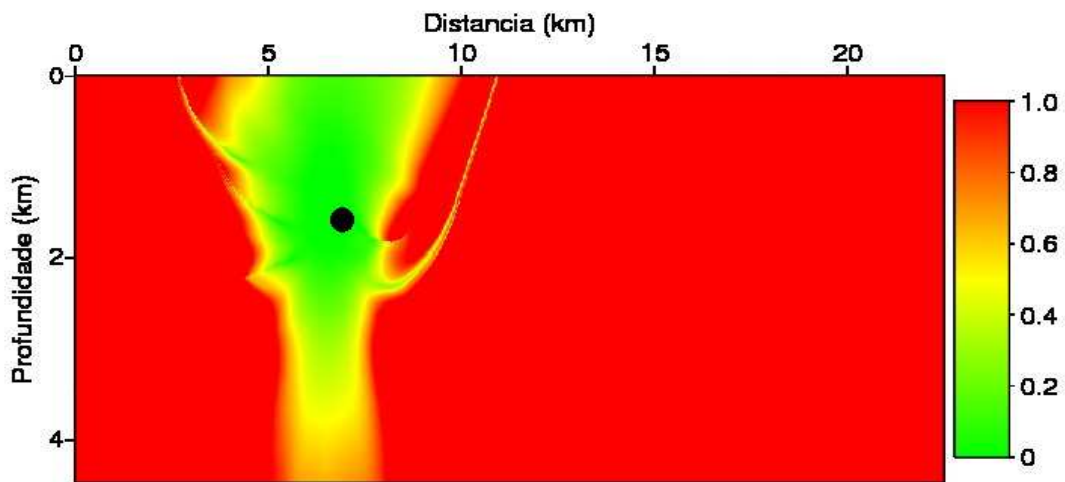
Percebemos também que uma janela de tempo de 7 s é suficiente para cobrir toda a extensão do modelo, propondo-nos a possibilidade de em uma aquisição sísmica utilizando esse modelo de velocidade um *range* considerável do lanço sísmico.

O mapa jacobiano Figura (4.3) fornece uma estimativa da amplitude do campo de onda, uma vez que a amplitude do campo é inversamente proporcional a raiz quadrada do jacobiano, equação (2.29) do Capítulo 2. Por isso nós iremos interpretar o mapa jacobiano e associá-lo diretamente a distribuição de amplitude do campo de onda sobre o modelo e

notar que as regiões onde o jacobiano é pequeno a amplitude do campo de onda é grande e onde o jacobiano é grande a amplitude do campo é pequena. Desse modo, embora o mapa de tempo de trânsito possa propor um lanço sísmico considerável sobre a superfície para registrar o sinal de um alvo sobre o modelo o mapa jacobiano nos permite identificar onde chega mais energia e onde chega pouca energia.

O mapa Jacobiano para um ponto imagem acima do sal, concentra maior parte da energia na superfície em uma extensão de 5 a 9 Km, evidenciando que uma distribuição de receptores localizados em tal área poderiam recuperar maior parte da enegia emanada do ponto imagem.

Figura 4.3: Mapa jacobiano normalizado com fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda.

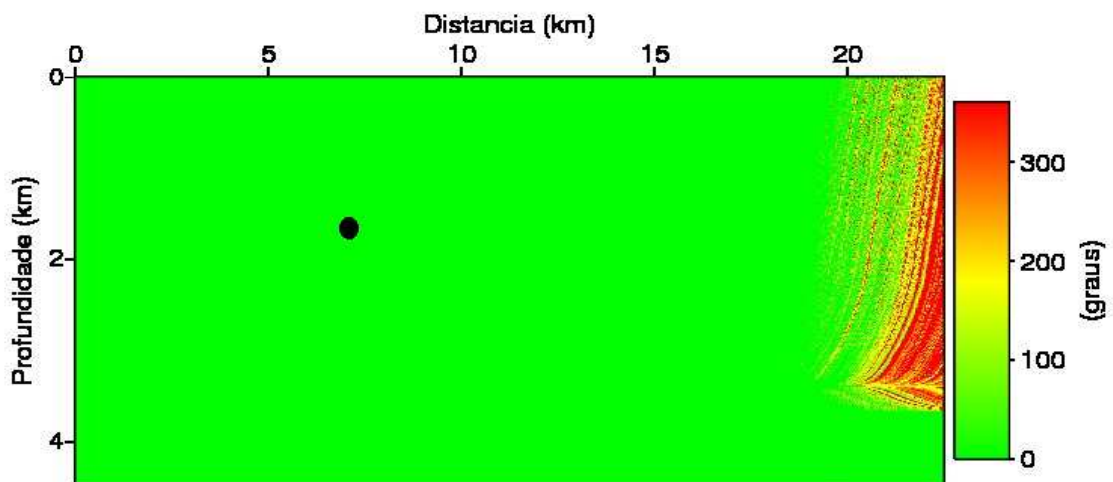


Visualizando a posição do ponto imagem com a distribuição de amplitude do sinal que chega na superfície, percebemos que essa distribuição não é simétrica na superfície. Antes dos 5 km não há iluminação associadas ao ponto imagem de maneira que uma distribuição de receptores nessa região não receberia sinal nenhum associado ao ponto imagem exceto na posição próxima aos 3 km onde chega um feixe de amplitude na superfície, caracterizando entre essa posição e a posição 5 km uma região de sombra. Essa deformação na forma da distribuição da amplitude do sinal está ligada as heterogeneidades do modelo de velocidade. Em situações reais em que um arranjo de receptores estivesse localizada em regiões de sombra eles registrariam muito mais sinal ruidoso do que um sinal coerente relacionado a uma reflexão. Como o mapa jacobiano pode fornecer uma estimativa da distribuição de amplitude sobre o modelo, pode-se utilizar essa informação para realizar correções de amplitude e aplicá-las na condição de imagem na migração do tipo Kirchhoff.

O mapa de fase, Figura (4.4), produzido conjuntamente neste experimento consiste

numa estimativa de como a fase se modifica enquanto a onda sísmica se propaga. Nesse experimento percebemos que a fase se manteve nula, evidenciando que a onda não passa por nenhuma zona de caústica e que não há mudança na forma do pulso sísmico. Apenas para distâncias consideráveis do ponto fonte a fase se modifica, indicando que lanços sísmicos grandes os receptores mais afastados podem registrar um sinal sísmico com o traço deformado devido a mudança na forma do pulso. O fato de a fase não ser nula para grandes afastamentos é porque o algoritmo foi rodado no modo de várias chegadas, sendo assim é considerado o cruzamento de raios de diferentes partes do modelo.

Figura 4.4: Mapa de fase com fonte acima do sal obtido por construção de frentes de onda.



Para o alvo abaixo da lente de sal produzimos os mesmos três mapas iluminação descritos anteriormente. O mapa de tempo de trânsito, Figura (4.5), para a fonte abaixo do sal mostra novamente que a onda sísmica se propaga rapidamente sobre o modelo e que uma janela de 7 s seria suficiente para cobrir toda a extensão do modelo.

Por outro lado, o mapa jacobiano, Figura (4.6), sofreu modificação significativa nesse experimento, sendo que a concentração de energia na zona de 5 a 9 Km é menor que no experimento anterior, sendo assim, não produz uma boa iluminação e, portanto, uma distribuição de receptores nessa região registrariam o sinal sísmico com baixa amplitude. Esse comportamento está ligado intimamente ao alto contraste de velocidade entre o corpo de sal e as outras camadas acima e abaixo do sal. A lente de sal produz forte desvios nas trajetórias dos raios que emanam da fonte, além de causar grande perda da energia.

A região de influência do mapa jacobianos no modelo de velocidade tanto para a fonte acima da lente de sal como para fonte abaixo da lente de sal, mostram a sensibilidade dos mapas em relação a forte variação lateral de velocidade e em relação ao mergulho

Figura 4.5: Mapa tempo de trânsito com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda.

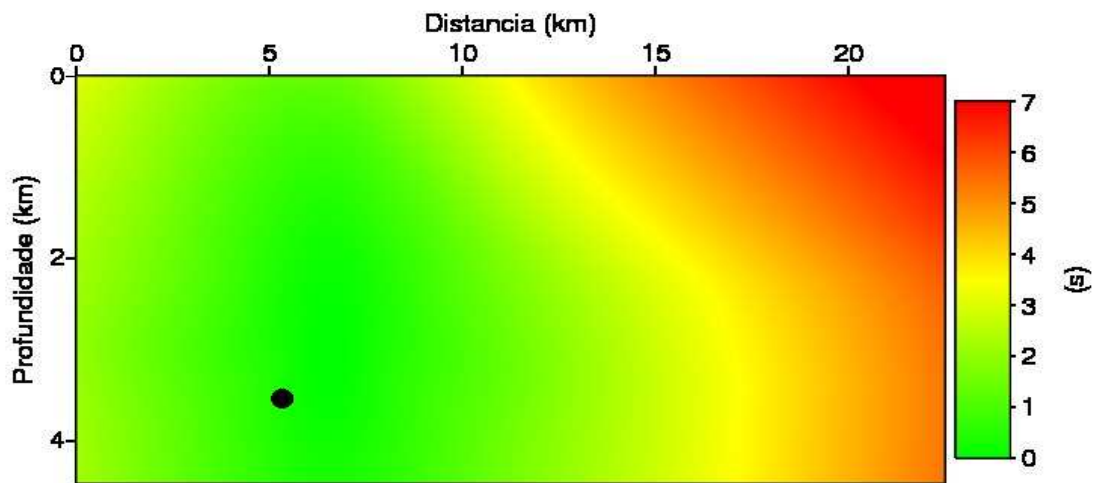
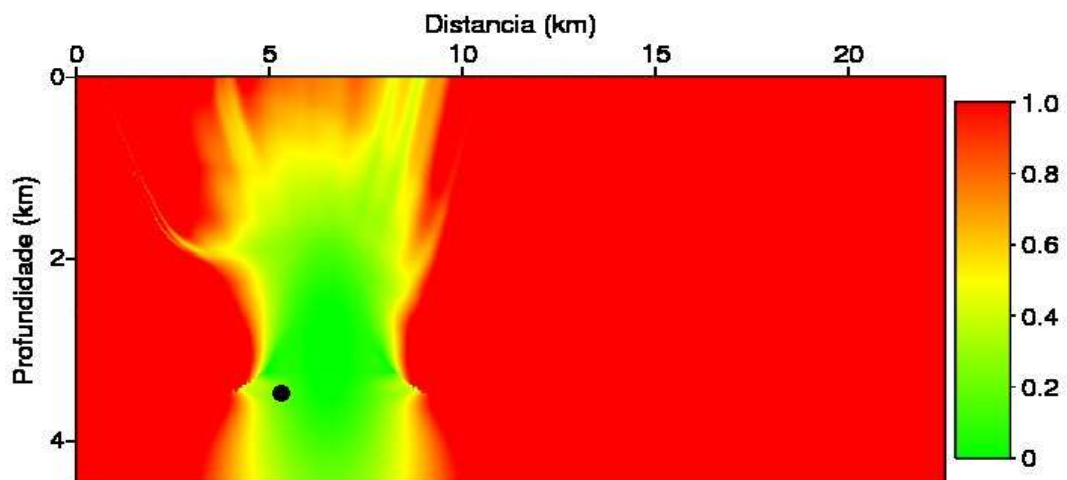


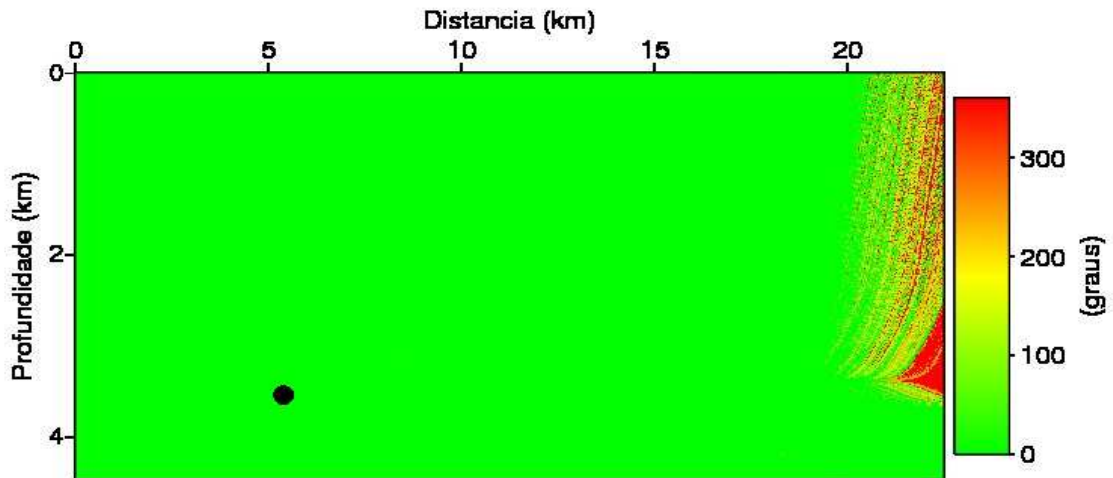
Figura 4.6: Mapa jacobiano normalizado com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda.



dos refletores sobre o modelo. No caso da variação lateral de velocidade os raios que chegam até a superfície tendem a se aproximar da direção normal, fazendo a distribuição de energia que chega na superfície fique limitada em uma zona estreita.

O mapa de fase, Figura (4.7), novamente indica praticamente o mesmo resultado. A onda sísmica se propaga sem sofrer modificações na forma do pulso ou passar por alguma zona de caustica.

Figura 4.7: Mapa de fase com fonte abaixo do sal obtido por construção de frentes de onda.



## 4.2 CORRELAÇÃO ENTRE OS MAPAS JACOBIANOS OBTIDOS POR CONSTRUÇÃO DE FRENTES DE ONDA E OS MAPAS DE DISTRIBUIÇÃO DE AMPLITUDE DA FONTE OBTIDOS PELA EQUAÇÃO DA ONDA.

Na seção anterior vimos que entre os mapas construídos com o método do raio, apenas o mapa jacobiano apresentou sensibilidade considerável em relação as posições de alvos sobre o modelo no qual desejamos iluminar. Esse resultado sugere que a amplitude do campo de onda é o atributo sísmico mais importante na análise de iluminação sísmica voltada para iluminação de alvos exploratórios. Isso quer dizer que o modelo de velocidade é responsável pela distribuição de energia em subsuperfície e que quanto maior for o contraste de velocidade entre camadas, maior é a perda de energia e, portanto, a iluminação sísmica depende da complexidade do modelo de velocidade. Agora nós iremos ativar a fonte sísmica em posições de tiros da aquisição sísmica sintética e construir os mapas jacobianos do método de construção de frentes de onda e correlacionaremos estes mapas com os mapas de amplitude da fonte sísmica obtidos pelo método de continuação para baixo do campo de onda. Cabe aqui ressaltar as peculiaridades destes dois métodos. O método de construção de frentes de onda permite a modelagem angular completa do campo de onda, mas com a limitação que o modelo de velocidade seja suave, isso quer dizer neste trabalho que as primeira e segunda derivadas do modelo de velocidade devem ser contínuas, por isso a velocidade deve ser uma função suave da posição. Por outro lado, o método de continuação do campo de onda não apresenta essas limitações em relação ao contraste de velocidade, mas tem limitação em relação a abertura angular (BIONDI,

2006).

Figura 4.8: Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição  $x_s = 4$  km

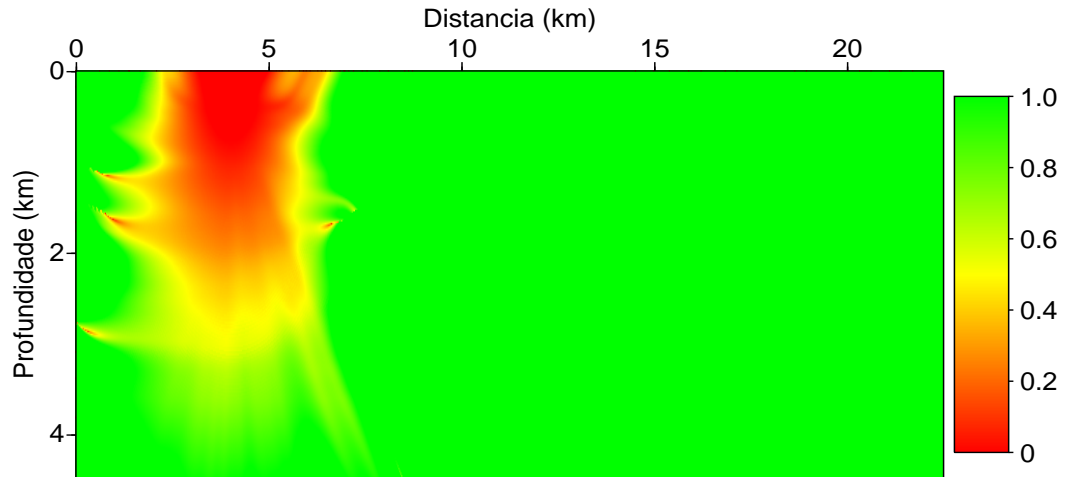
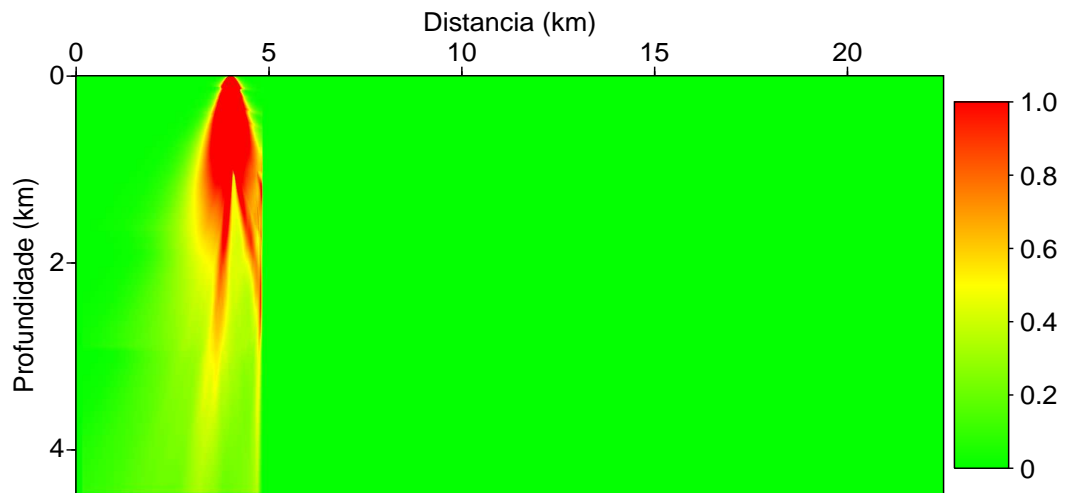


Figura 4.9: Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição  $x_s = 4$  km



Para realizar esse experimento foram escolhidas quatro posições de tiro; Duas nas regiões mais rasas do modelo e as outras duas nas posições mais profundas. As posições de tiro que foram escolhidas são;  $x = 4$  km,  $x = 5$  km,  $x = 10$  km e  $x = 12$  km.

Para o tiro em  $x = 4$  km, geramos os mapas das Figuras (4.8) e (4.9). Observando os dois mapas percebemos que eles mostram o mesmo padrão de distribuição de energia

sobre o modelo, embora o mapa obtido pela equação da onda apresente variação mais suave em relação ao mapa jacobiano e tem menor abertura angular.

Figura 4.10: Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição  $x_s = 5$  km

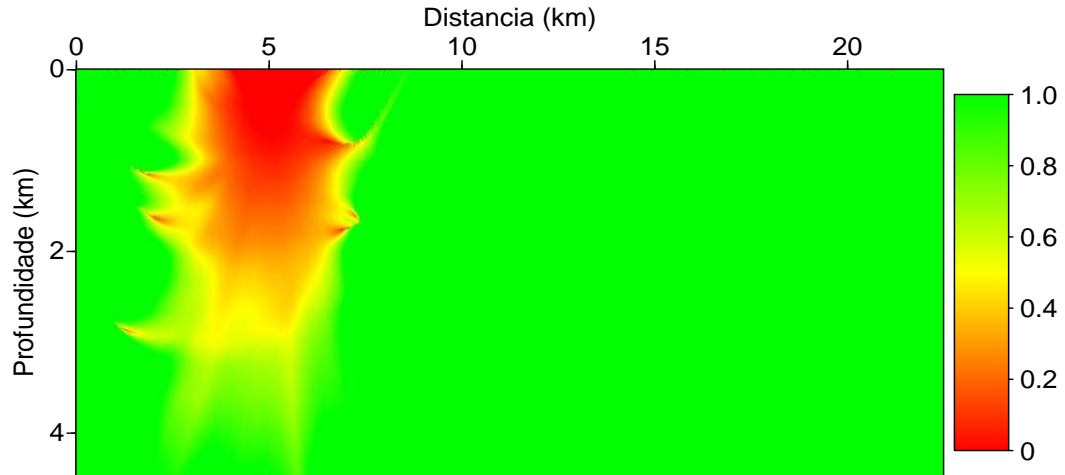
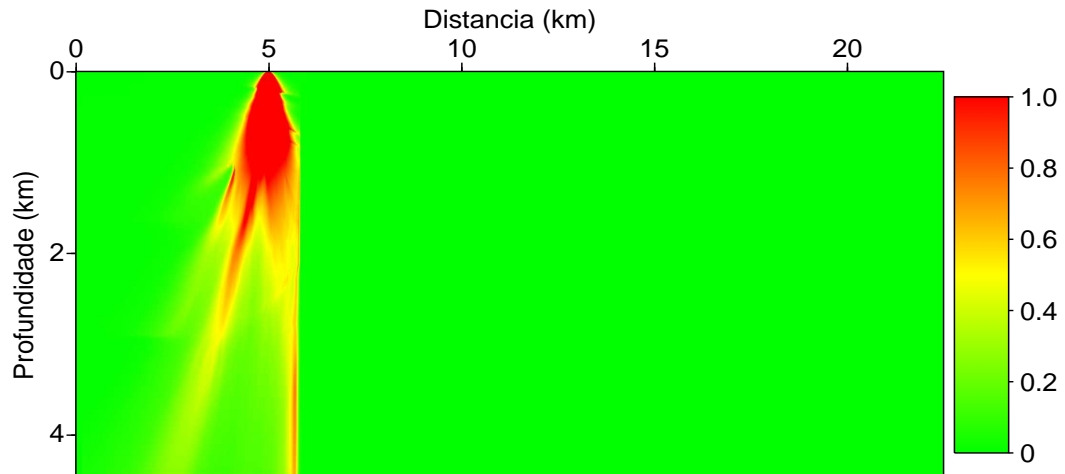


Figura 4.11: Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição  $x_s = 5$  km



Observamos também que a amplitude do campo de onda decresce rapidamente quando as frentes de onda encontram forte contraste de impedância acústica, sobretudo o contraste entre a lente de sal e as camadas de menor velocidade, de maneira que pouca energia consegue chegar no fundo do modelo, indicando que possíveis estruturas abaixo da lente de sal não serão bem iluminadas.

Quando ativamos a fonte na posição  $x = 5$  km, Figuras (4.10) e (4.11), verificamos o mesmo comportamento, indicando que na parte rasa do modelo a variação vertical e lateral de velocidade controlam o padrão da distribuição de energia sobre o modelo. Novamente pouca energia deve chegar até o fundo do modelo.

Figura 4.12: Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição  $x_s = 10$  km

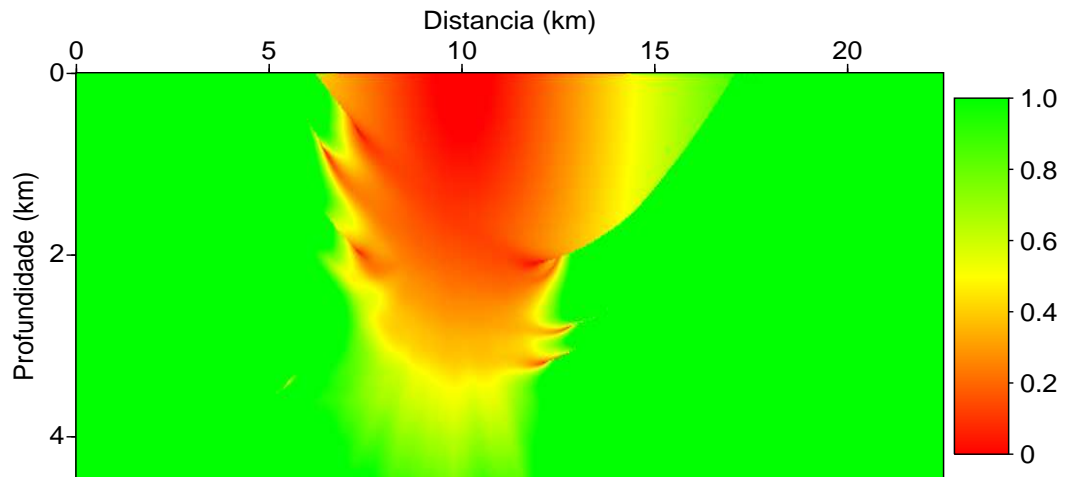
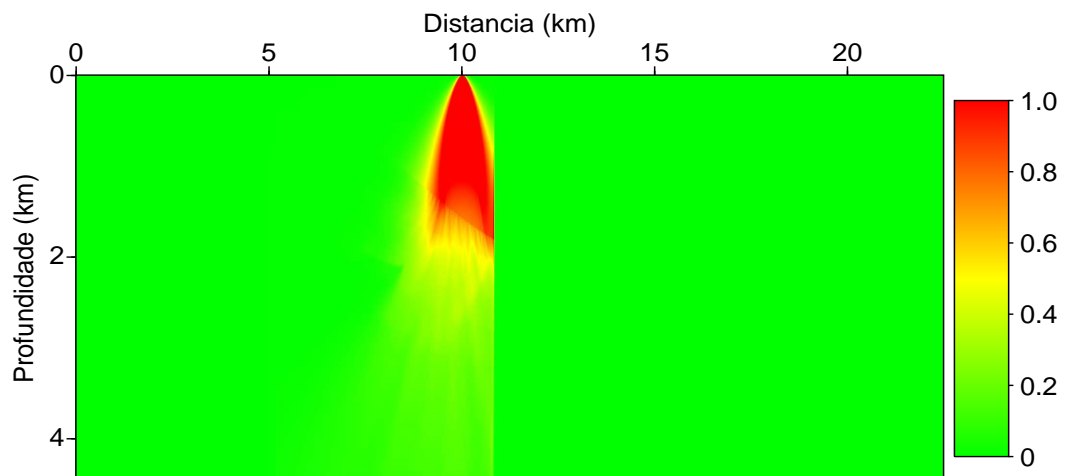


Figura 4.13: Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição  $x_s = 10$  km



Na parte profunda do modelo os mapas Jacobianos, Figuras (4.12), (4.13) apresentam grande estabilidade variando de maneira suave. Comportamento devido à pouca variação lateral e vertical de velocidade. Além de decaí lentamente ao contrário do observado na

Figura 4.14: Mapa Jacobiano normalizado produzido pelo método de construção de frentes de onda para fonte na posição  $x_s = 12$  km

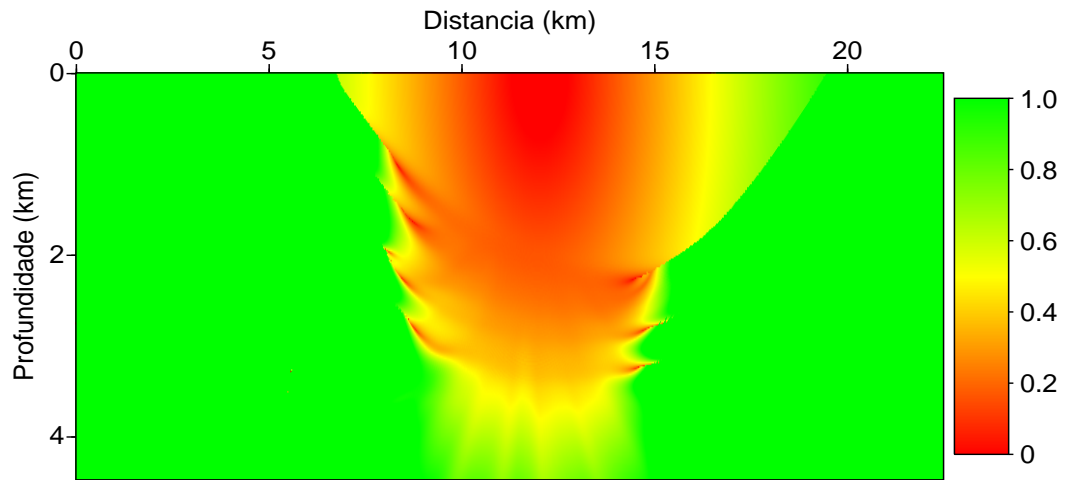
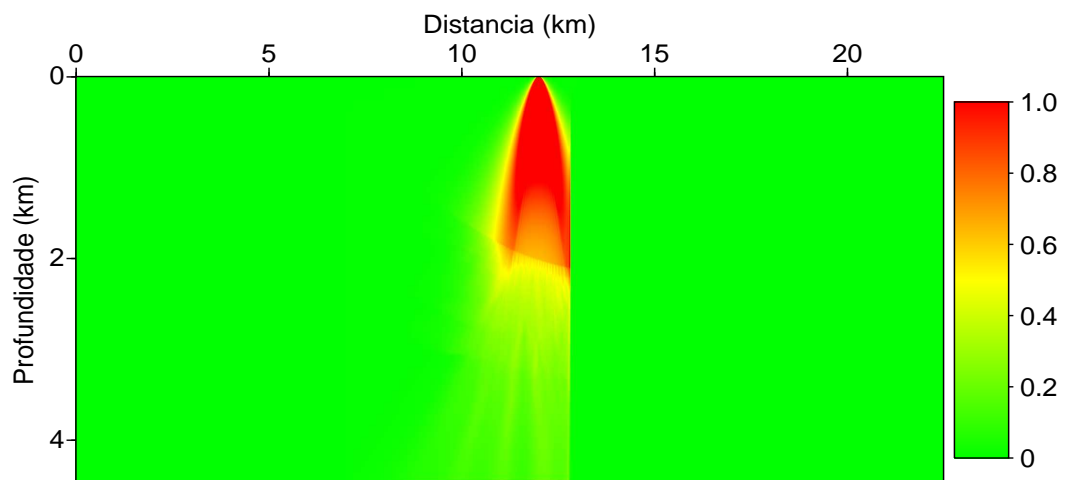


Figura 4.15: Mapa de amplitude normalizado produzido pelo método de migração pré-empilhamento para fonte na posição  $x_s = 12$  km



parte rasa, boa parte da energia do campo deve ainda chegar em grandes profundidades. O mapa de amplitude da fonte apresenta um padrão suave com concentração das maiores amplitudes na parte homogênea do modelo, mas nota-se uma linha de separação da qual acima jazem as maiores amplitudes com parte da energia voltando para superfície e abaixo as menores amplitudes. Essa linha mostraria se houvesse continuidade do mapa de amplitude para todos os tiros a interface água-sedimento. Os mapas jacobianos obtidos na parte profunda do modelo apresentam grande distribuição de energia na superfície devido

a camada homogênea. Percebe-se também um padrão de mergulho associado a inclinação dos refletores próximo ao talude.

### 4.3 SEÇÃO SÍSMICA MIGRADA EM PROFUNDIDADE.

O dado sísmico que dispomos foi então migrado em profundidade utilizando o algoritmo de migração pré-empilhamento em profundidade utilizando equação de onda descrito no Capítulo 3 deste trabalho.

A partir da análise conjunta dos mapas de iluminação sobre o modelo, vamos avaliar a qualidade da seção sísmica migrada baseada nesses mapas para verificarmos qual a correspondência entre a seção sísmica migrada com as zonas bem iluminadas e mal iluminadas sobre o modelo. O mapa de iluminação médio das fontes sísmicas é correlacionável com a seção sísmica migrada, pois as amplitudes dos eventos na seção sísmica migrada são proporcionais a distribuição média da amplitude do campo da fonte sobre o modelo. Cabe aqui ressaltar que a condição de imagem aplicada não influencia no mapa de iluminação médio, pois este mapa é resultado da aquisição sísmica, mas as amplitudes dos eventos na seção sísmica migrada podem ser afetadas pela aplicação da condição de imagem e são proporcionais ao mapa de iluminação médio.

Para avaliar a qualidade da aquisição podemos investigar a seção sísmica migrada, Figura (4.16), e o mapa de iluminação médio, Figura (4.17), e correlacionar as zonas com máxima amplitude no mapa de iluminação com as zonas melhores imageadas na seção sísmica migrada.

Figura 4.16: Seção sísmica migrada

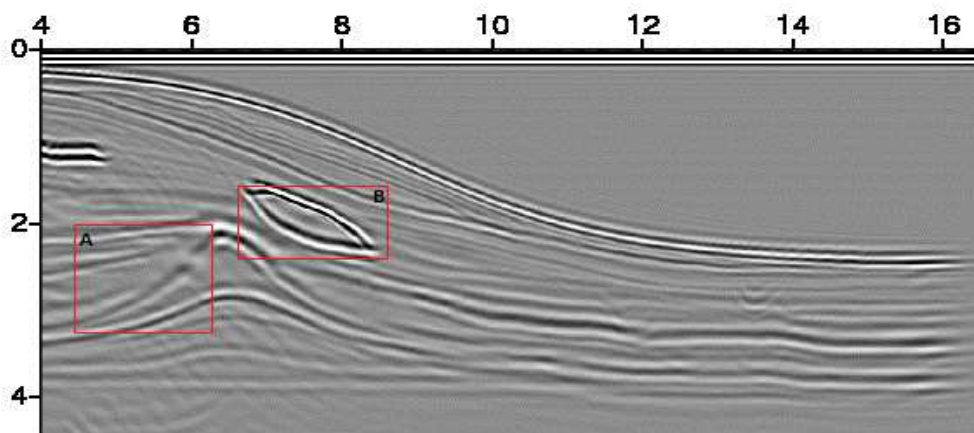
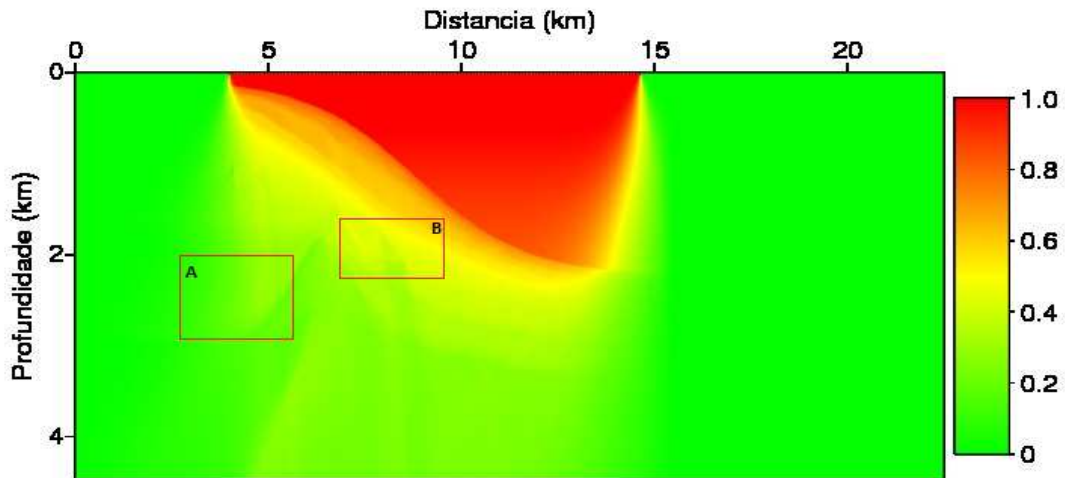


Figura 4.17: Mapa de iluminação médio da fonte normalizado



Na seção migrada observamos que o lado esquerdo da lente de sal apresenta menor amplitude dos eventos que o lado direito, e além disso abaixo da lente de sal as superfícies parecem pouco nítidas devido a baixa amplitude do sinal. Na seção sísmica migrada selecionamos duas regiões destacadas pelos quadros (A) e (B). No quadro (A) os eventos parecem pouco nítidos com baixa amplitude e interrupções das superfícies dos refletores. No quadro (B) a lente de baixa velocidade foi bem imageada com os eventos tendo alta amplitude e continuidade, bem como o topo da lente de sal. Comparando essas duas regiões com o mapa de iluminação médio das fontes sísmicas da aquisição podemos avaliar como a distribuição de amplitude da fonte sobre o modelo relaciona-se com a qualidade da imagem sísmica. O quadro (A) do mapa de iluminação apresenta pouca iluminação pela baixa amplitude da fonte sísmica nessa região do modelo, enquanto que no quadro (B) a iluminação ou a amplitude nessa região do modelo é maior. O mapa de iluminação médio é produto da aquisição sísmica, portanto, para melhorar a imagem sísmica de alvos exploratórios, como abaixo da lente de sal ou dentro do quadro (A) na seção sísmica migrada devemos desenhar uma geometria de aquisição que ilumine esses alvos. Para a região dentro do quadro (A), fontes poderiam ser reposicionadas para as regiões mais rasas do modelo e assim possivelmente aumentaria a iluminação do lado esquerdo do flanco da lente de sal. Entretanto o reposicionamento das fontes não são suficientes para melhorar a qualidade da imagem da subsuperfície, pois é necessário ainda que o arranjo de receptores favoreçam o registro do sinal sísmico. A seção sísmica migrada é, portanto, controlada pelo fluxo de energia da fonte mais o arranjo de receptores e da da condição de imagem utilizada, por outro lado, os mapas de iluminação da fonte sísmica apenas permitem a avaliação e qualidade do levantamento sísmico, bem como permiti o desenho de novas

configurações voltadas para iluminação de alvos exploratórios específicos sobre o modelo.

Além do mapa iluminação médio da fonte podem ser produzidos outros mapas como por exemplo o mapa de iluminação dos receptores, a partir do campo de onda registrado na superfície. Embora o mapa de iluminação da fonte forneça os alvos exploratórios iluminados sobre o modelo, o mapa iluminação dos receptores fornece informação de quais zonas iluminadas pela fonte são de fato registradas. Com os mapas de iluminação médio da fonte e dos receptores podem ser produzidos outros mapas, como por exemplo o mapa de iluminação total dado pelo produto dos mapas da fonte e do receptor. O mapa de iluminação dos receptores foi produzido durante os experimentos neste trabalho, ele não é mostrado aqui porque não podemos correlacioná-los com os mapas jacobianos produzidos por construção de frentes de onda nem com os mapas de amplitude da fonte sísmica produzidos por continuação para baixo do campo de onda, mas o uso destes mapas permitiria também desenvolver estratégias de aquisição que ilumine alvos exploratórios sobre o modelo.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho nós descrevemos detalhadamente a implementação do algoritmo de construção de frentes de onda e utilizamos os seus resultados para realizar a análise de iluminação sísmica. Descrevemos também o algoritmo de migração pré-empilhamento em profundidade utilizando equação da onda para produzir os mapas de amplitude da fonte e o mapa de iluminação médio da fonte e correlacionamos os mapas de amplitude da fonte sísmica com os mapas do jacobiano produzido pelo método de construção de frentes de onda. O mapa de iluminação médio das fontes foi utilizado para interpretar as variações das amplitudes dos eventos sísmicos na seção sísmica migrada em profundidade, dessa forma pudemos avaliar a qualidade da aquisição sísmica sobre o modelo de velocidade. Assim, mostramos que o método de construção de frentes de onda e migração pré-empilhamento em profundidade utilizados conjuntamente neste trabalho auxiliam a obtenção da melhor geometria de aquisição sísmica voltada para iluminação de alvos exploratórios.

Essa análise é possível porque os mapas de iluminação da fonte sísmica produzidos pelo método de construção de frentes de onda permitem identificar as zonas de sombra e de baixa energia sobre o modelo e com isso pode-se remanejar em uma nova aquisição sísmica o arranjo de sensores que não fiquem posicionados em regiões de sombra. Além disso através dos mapas do jacobiano pode-se obter uma estimativa da distribuição de amplitude sobre o modelo e utilizar essa informação para fazer correções de amplitude para aplicar na condição de imagem na migração Kirchhoff. O mapa de tempo de trânsito e fase do campo de onda sísmico modelado pelo algoritmo de construção de frentes de onda não apresentaram sensibilidade significativa em relação a posição do ponto imagem sobre o modelo, somente a amplitude do campo de onda sofre distorções significativas quando a posição do ponto imagem é modificada. Essas distorções estão principalmente relacionadas a forte variação lateral de velocidade, ao mergulho de refletores e ao alto contraste de impedância acústica, tornando a amplitude do campo de onda o principal atributo sísmico em análise de iluminação sísmica.

A iluminação é função da distribuição da amplitude da fonte sísmica. Alvos bem iluminados apresentam grande amplitude dos eventos sísmicos na seção sísmica migrada, e regiões pobremente iluminadas aparecem com baixa amplitude dos eventos na seção sísmica ou com as superfícies dos refletores descontínuas e pouco nítidas. Por outro lado, a imagem sísmica é função da qualidade do dado sísmico adquirido e do método de migração utilizado, nesse sentido justificamos o uso dos algoritmos na análise de iluminação

porque esta permite melhorar a qualidade da aquisição quando desejamos iluminar alvos específicos em subsuperfície.

## REFERÊNCIAS

- BERKHOUT, A. J. Areal shot-record technology:. *J. Seis*, p. 251–264, 1992.
- BIONDI, B. *3D Seismic imaging*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2006. 383 p.
- BLEISTEIN, N. *Mathematical methods for wave phenomena*. [S.l.]: Academic Press, 1984.
- CELES W.; CERQUEIRA, R. J. L. *Introdução a Estruturas de Dados: com técnicas de programação em C*. [S.l.]: Rio de Janeiro: Ed. Campus, 2004.
- CERVENÝ, V. *Seismic ray theory*. [S.l.]: Cambridge University Press, New york, 2001.
- CHEN, L.; WU, R. S. Target-oriented prestack beamlet migration using gabor-daubechies frames:. *Geophysics*, v. 72, p. 1356–1359, 2002.
- COURANT, R.; HILBERT, D. *Methods of mathematical physics*. third. [S.l.]: Interscience Publishers, 1966.
- FARIN, G. *Curves and Surface for CADG*. [S.l.]: Brian A. Barsky, University of California, Berkeley, 2002.
- FENG, W. et al. Synthesized wave migration by target-oriented controlled illumination. *Geophysical prospecting for petroleum*, n. 43, p. 223–228, 2004.
- GLENN, B. The construction of subsurface illumination and amplitude maps via ray tracing. p. 726–728, July 2000.
- LIU, S.; GENG, J.; FENG, W. Controlled illumination and seismic acquisition geometry for target-oriented imaging. v. 1.2, n. 4, p. 230–234, December 2005.
- PENG, W.; JIANG, X.; ZHOU, S. Gaussian-beam based seismic illumination analysis. p. 122–126, 2011.
- RIETVELD, W. E. A.; BERKHOUT, A. J. Prestack depth migration by means of controlled illumination:. *Geophysics*, v. 59, p. 801–809, 1994.
- SCHLEICHER, J.; COSTA, C. J.; NOVAIS, A. A comparison of imaging conditions for wave-equation shot-profile migration. *Geophysics*, v. 73, n. 6, p. S219–S227, November-December 2008.
- SCHNEIDER, W. A.; WINBOW, G. A. Efficient and accurate modeling of 3-d seismic illumination:. *Geophysics*, p. 633–636, 1999.
- VILLAS, M. V. . O. *Estruturas de Dados: Conceitos e Técnicas de implementação*. [S.l.]: Rio de Janeiro: Ed. Campus, 1993.

VINJE, V.; IVERSEN, E.; GJOYSTDAL, H. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction. *Geophysics*, v. 58, n. 8, p. 1157–1166, August 1993.

XIAO-BI, X.; SHENGWEN, J.; RU-SHAN, W. Wave equation-based seismic illumination analysis. v. 71, n. 5, p. S169–S177, September-October 2006.

XIE, X. B.; JIN, S.; WU, R. S. Three-dimensional illumination analysis using wave equation based propagator. *Geophysics*, p. 989–992, 2003.