



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
FACULDADE DE GEOFÍSICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

INTERFACE GRÁFICA EM MATLAB® PARA O MÉTODO MCSEM 1D

Thelson Luiz Pinheiro de Almeida

Belém-Pa
Março, 2013

Thelson Luiz Pinheiro de Almeida

**INTERFACE GRÁFICA EM MATLAB® PARA O MÉTODO
MCSEM 1D**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará – UFPA, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Geofísica.

Orientador: Prof. Victor Cezar Tocantins de Souza

Belém-Pa
Março, 2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Geólogo Raimundo Montenegro Garcia de Montalvão

A447i Almeida, Thelson Luiz Pinheiro de

Interface gráfica em MATLAB® para o Método MCSEM 1D /
Thelson Luiz Pinheiro de Almeida; Orientador: Victor Cezar
Tocantins de Souza – 2013

75 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em geofísica) –
Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Faculdade
de Geofísica, Belém, 2013.

1. Geofísica. 2. Geofísica aplicada. 3. Métodos
eletromagnéticos. 4. MCSEM 1D 5. MATLAB. 6. Interface gráfica.
I. Souza, Victor Cezar Tocantins de, *orient.* II. Universidade Federal
do Pará. III. Título.

CDD 22^a ed.: 550

Thelson Luiz Pinheiro de Almeida

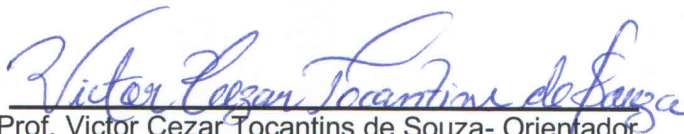
**INTERFACE GRÁFICA EM MATLAB® PARA O MÉTODO
MCSEM 1D**

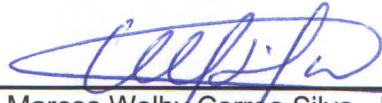
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Faculdade de
Geofísica do Instituto de Geociências
da Universidade Federal do Pará –
UFPA, em cumprimento às
exigências para obtenção do grau de
Bacharel em Geofísica.

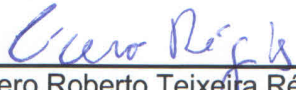
Data de aprovação: 07 / 03 / 2013

Conceito: Excelente

Banca examinadora:


Prof. Victor Cezar Tocantins de Souza - Orientador
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará


Prof. Marcos Welby Correa Silva - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará


Prof. Cícero Roberto Teixeira Régis - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Par

Ao meu pai, sr. Luiz Serra, pelo exemplo de homem e incentivo.
A minha mãe, sra. Conceição Almeida, pela direção e cuidado.
Aos Meus irmãos, srs. Thiago e Thales Almeida, pelo companheirismo e amizade.
A minha namorada, srta. Larissa Baptista, pela compreensão e incentivo.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de vivenciar e completar mais esta etapa em minha vida.

Aos meus familiares pelo cuidado, atenção e sustento em todos os sentidos. Pelos exemplos de vida de cada um, os quais me motivaram a sonhar com conclusão da minha graduação.

A minha namorada Larissa, pelo companheirismo e compreensão em todas as fases do processo de conclusão de curso.

Ao meu professor e orientador Dr. Victor Cezar Tocantins de Souza pela atenção e auxílio durante o desenvolvimento do projeto.

Aos professores da Faculdade de Geofísica pelos anos de estudos de profundo aprendizado na área de geociências.

Aos colegas de turma por todos os momentos, em sala de aula ou fora dela, em que estivemos juntos. Todos contribuíram imensamente durante todo o processo.

As instituições PETROBRAS e INCT pelo suporte financeiro quanto bolsista.

*“Ora, àquele que é poderoso para fazer infinitamente
mais além daquilo que pedimos ou pensamos,
segundo seu poder que opera em nós.”
(Bíblia Sagrada, Efésios 3, 20)*

RESUMO

O Marine Controlled Source ElectroMagnetic (MCSEM) é um método geofísico originalmente desenvolvido para estudos em águas profundas. O método é utilizado para a detecção, avaliação e monitoramento de reservatórios de hidrocarbonetos baseado no contraste de resistividade. Neste trabalho, confeccionou-se uma interface gráfica usuário para o MCSEM utilizando o software MATLAB®, em um meio 1D estratificado horizontalmente. A partir do cálculo dos campos eletromagnéticos totais e suas componentes em programa FORTRAN, exibiu-se para a análise e comparação, o comportamento dos campos elétricos e magnéticos para diferentes camadas em subsuperfície. O usuário tem liberdade para selecionar alguns modelos de subsuperfície, dados como referência, os quais já possuem propriedades físicas definidas, para assim fazer sua análise ou criar os seus próprios modelos de camadas em subsuperfície, determinando algumas de suas propriedades físicas, como resistividade e espessura, as quais serão utilizadas no cálculo dos campos. A partir de então, o usuário conseguirá visualizar o modelo de camadas com suas respectivas propriedades para quantas frequências desejar e para as posições de fonte e receptor que quiser. O usuário também poderá modificar e armazenar seus modelos da forma e nomenclatura que preferir, autorizar o cálculo dos campos elétricos e magnéticos, visualizar as amplitudes e fases dos campos e analisar de que forma os campos variam quando se possui diferentes modelos de subsuperfície, as quais podem ou não ter a presença de um reservatório com hidrocarboneto.

Palavras-chave: Geofísica. Geofísica aplicada. Métodos eletromagnéticos. MCSEM 1D. MATLAB. Interface gráfica.

ABSTRACT

The Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM) is a geophysical method used for deepwater studies. This method has been used to detect and appraise hydrocarbon reservoirs based on the resistivity variations. This work was made an interface graphic user to MCSEM using the MATLAB[®] software to 1D horizontally stratified subsurface. Beginning from the calculus of the total electromagnetic fields and their components on the FORTRAN program, show, to analysis and comparison, the behavior of the electric and magnetic fields to a different layers on subsurface. The user will be able to choose a few subsurface reference models, which already has their properties defined before to make his analysis or will be able to create his own subsurface models, defining some properties of the each layer as resistivities or thickness, which will be used to the field's calculus. Then the user will be able to visualize the layers model with their parameters for many frequencies and position of both transmitters and receivers The user also can modify and save it with shape and name as desire, allow the calculus of electric and magnetic fields, note the amplitude and phase of the fields and assay the changes on fields to several subsurface, which can or not has a hydrocarbon reservoir.

Keywords: Geophysics. Applied geophysics. Electromagnetic methods. MCSEM 1D. MATLAB. Graphic interface.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Representação esquemática do método MCSEM. Um transmissor eletromagnético, localizado próximo ao fundo do mar gera campos eletromagnéticos que interagem com a subsuperfície. As respostas desta interação, produzidas pelas rochas em subsuperfície, são registradas pelos instrumentos depositados no fundo do oceano. . .	14
Figura 2	Geometria dos campos do método MCSEM. Ao longo do eixo do transmissor, o campo é puramente radial - geometria inline. Ao longo do eixo perpendicular ao transmissor, o campo é puramente azimutal - geometria broadside.	17
Figura 3	Elementos utilizados na aquisição de dados MCSEM. Dipolo elétrico horizontal posicionado alguns metros acima do fundo do mar. Receptores eletromagnéticos dispostos sobre o assoalho oceânico. . .	18
Figura 4	Análise das respostas do método MCSEM. No topo esta ilustrado um típico modelo 1D. Respostas <i>in-line</i> para a subsuperfície com reservatório (linha verde) e sem reservatório (linha azul). O campo elétrico normalizado é obtido dividindo as magnitudes do campo elétrico para o modelo com reservatório pelo modelo sem reservatório (linha vermelha).	21
Figura 5	Layout inicial da interface gráfica com seus objetos gráficos.	24
Figura 6	Layout inicial da interface gráfica mostrando atividades primordiais para a utilização da mcsem1D. Neste caso, definição dos Paths de trabalho.	26
Figura 7	Caixa de diálogo para a definição da pasta onde há modelos csem ou para onde serão enviados aqueles que o usuário criará.	27
Figura 8	Observa-se diretório sem modelo csem. Defini-se diretório do executável.	27
Figura 9	Observa-se a caixa de diálogo para a localização do executável, o qual neste caso foi detectado pelo sistema como mcsem1D.exe. . .	28
Figura 10	Observa-se os elementos gráficos ativados, alguns com valores default.	28
Figura 11	Propriedade das camadas do modelo (a) primeira. (b) segunda. (c) terceira. (d) quarta camada sem espessura. (e) Modelo concluído. (f) Nomeação, salvamento e atualização do popup Name.	29

Figura 12	Modelo canônico com quatro camadas. Ao lado do modelo gerado está uma ilustração com suas respectivas propriedades.	30
Figura 13	(a) Especificações do transmissor: posição no espaço e frequência de transmissão. (b) Especificações dos receptores: posições, número e espaçamento das medidas de campo.	30
Figura 14	Observa-se as curvas representando o decaimento das componentes x dos campos elétricos, para frequência de 0.25 Hz, em geometria <i>Inline</i> , para ambos os modelos canônico e referência.	31
Figura 15	(a) Componentes E_x dos dois modelos. (b) Componente E_x em fase de ambos os modelos. As curvas nos gráficos representam a forma que os campos decaem em diferentes subsuperfícies. A curva em azul decai mais suavemente que a em vermelho.	32
Figura 16	Tem-se (a) Normalização dos campos elétricos ao modelo canônico e referência para a frequência de 0.25 Hz. (b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes ao modelo canônico e de referência para um sinal de 0.25 Hz.	33
Figura 17	Observa-se as curvas representando o decaimento das componentes z dos campos magnéticos, para frequência de 1 Hz, em geometria <i>Broadside</i> , para ambos os modelos canônico e referência. . . .	34
Figura 18	Tem-se (a) Normalização dos campos magnéticos referentes aos modelos canônico e referência para a frequência de 1 Hz. (b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes aos modelos canônico e de referência para um sinal de 1 Hz.	35
Figura 19	Modelo de camadas baseado no estudo da litosfera com as respostas do campo E_x na geometria <i>Inline</i> e para a frequência de 0.25 Hz.	37
Figura 20	Modelo de subsuperfície confeccionado a partir do estudo das rochas crustais, com sua resposta de E_z comparada ao modelo de referência mencionado anteriormente.	38
Figura 21	Local do levantamento e geometria MCSEM.	39
Figura 22	Modelo proposto para mapeamento de reservatórios com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria <i>Inline</i> . . .	40
Figura 23	Modelo proposto para detecção de hidrocarbonetos em águas rasas com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria <i>Inline</i>	42
Figura 24	Modelo proposto por Brown et al. (2012) com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria <i>Inline</i> , para frequência de 0.5 Hz.	43

Figura 25	Tem-se (a) Campo elétrico para frequência de 0.25 Hz.(b) Campo elétrico para frequência de 1 Hz.	44
Figura 26	Modelo proposto por Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011) com suas respostas de amplitude e fase para o campo Ex na geometria <i>Inline</i> , para frequência de 0.75 Hz.	46
Figura 27	Modelo proposto por Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011) com suas respostas de campos normalizados e a diferença de fase entre eles para o campo Ex na geometria <i>Inline</i> e frequência de 0.75 Hz. .	47
Figura 28	Relação geométrica entre um elemento de corrente Jdv' em (x', y', z') numa camada j ao ponto de medida (x, y, z) numa camada l . Também mostra as soluções gerais para os potenciais de Schelkunoff ϕ e θ em cada meio, onde as exponenciais com argumentos positivos e negativos representam respectivamente ondas propagando-se para baixo e para cima.	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	MOTIVAÇÃO.....	13
1.2	OBJETIVOS.....	14
2	O MÉTODO MCSEM	16
2.1	AQUISIÇÃO E ANÁLISE.....	17
2.2	APLICAÇÕES.....	22
3	INTERFACE GRÁFICA	24
3.1	INTRODUÇÃO E DESENVOLVIMENTO.....	24
3.2	USANDO A INTERFACE MCSEM 1D.....	26
4	INTERFACE GRÁFICA E APLICAÇÕES	36
4.1	ESTUDOS DA LITOSFERA.....	36
4.2	CONDUTIVIDADE DAS ROCHAS CRUSTAIS.....	37
4.3	MAPEAMENTO DE RESERVATÓRIOS DE HODRICARBONETOS...	39
4.4	DETECÇÃO DE HIDROCARBONETOS EM ÁGUAS RASAS.....	41
4.5	RESOLUÇÃO DE ESCALA ELÉTRICA RELACIONADA A ANISOTROPIA EM RESERVASTÓRIOS.....	42
4.6	INVERSÃO RÁPIDA 2D.....	45
5	CONCLUSÃO	48
	REFERÊNCIA	49
	ANEXOS	52
	ANEXO A DÍADES DAS FUNÇÕES DE GREEN PARA UM DIPOLO ELÉTRICO NO INTERIOR DE UM MODELO ESTRATIFICADO CONDUTIVO DA TERRA	53

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A indústria de exploração de hidrocarboneto faz um enorme investimento na criação de novas ferramentas de aquisição de dados no que diz respeito a detecção e exploração de hidrocarbonetos. Para atender a demanda por óleo, varios ramos da ciência e tecnologia são utilizados com o intuito de diminuir os riscos de exploração e aumentar as chances de sucesso.

A sísmica de reflexão há anos é utilizada como principal ferramenta geofísica no que diz respeito à localização de estruturas reservatório em águas profundas. Contudo, algumas limitações lhe surgem quando se trata de definir, por exemplo, se o reservatório armazena óleo ou gás associado à água. Segundo Thirud (2002), aproximadamente 90% dos reservatórios de hidrocarbonetos detectados por tecnologia sísmica são preenchidos por água salina, ou seja, existe um risco muito grande em termos de ambiguidade na localização de hidrocarboneto. Por isso, algumas técnicas em outros métodos geofísicos vêm sendo desenvolvidos com a finalidade de auxiliarem a sísmica a diminuir os riscos para exploração, como por exemplo o método eletromagnético de fonte controlada marinho.

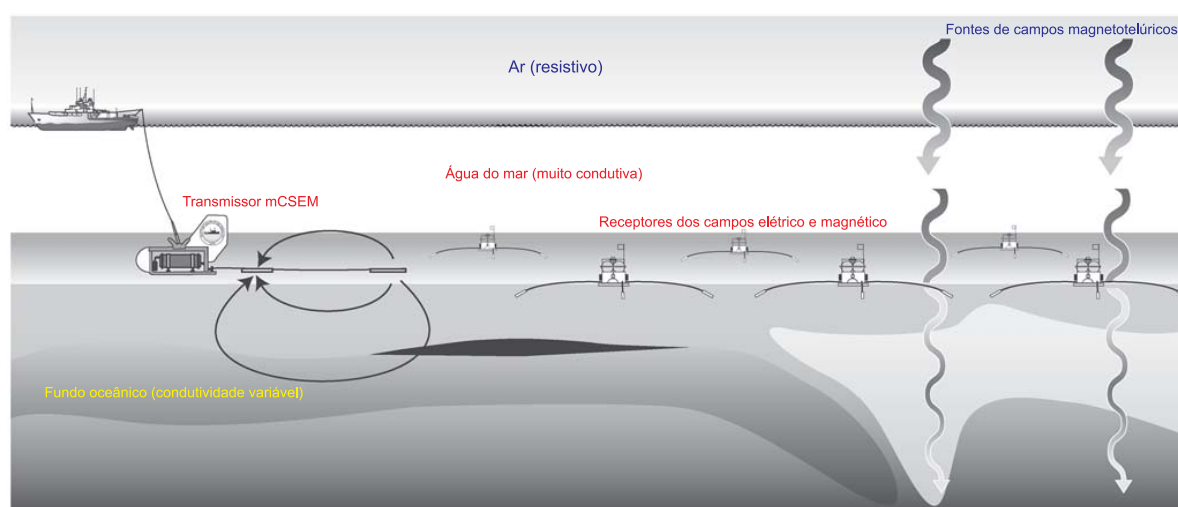
A utilização dos métodos eletromagnéticos para a exploração de reservatórios de hidrocarbonetos tem seu início nas primeiras décadas do século vinte, porém a sua aplicação em águas profundas foi desenvolvida por Charles Cox nos anos 70 e 80 (COX., 1981), a princípio para estudar a resistividade, em meio raso, da litosfera oceânica. Atualmente, vários trabalhos estão disponíveis para o estudo detalhado do método, como Rijo (2004), Souza (2007) e Constable. e Srnka (2006).

Há alguns anos, começou-se a utilizar um método eletromagnético de fonte controlada que é capaz de detectar as variações de condutividade elétrica em águas profundas, o Marine Controlled Source Electromagnetic – MCSEM.

Este método consiste em um transmissor de sinal eletromagnético do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH) posicionado a alguns metros acima do assoalho oceânico a fim de investigar, através dos campos eletromagnéticos, o substrato marinho, como mostra a Figura 1. O campo primário gerado pelo transmissor induz um campo secundário na subsuperfície. As componentes elétricas e magnéticas do campo secundário são registradas por um conjunto de receptores dispostos sobre o solo oceânico. Estes registros são combinações das energias propagadas na coluna de água,

nas camadas do assoalho oceânico e no ar, os quais serão processados de forma que convertam em amplitude e fase do sinal, como uma função do *off-set* fonte-receptor e frequência. A frequência com a qual normalmente o sinal é emitido se encontra na faixa de 0.1 a 10 Hertz. Assim os campos eletromagnéticos medidos nos receptores possui informação da resistividade elétrica no substrato oceânico e, em última análise, dos fluidos nos poros das rochas (ARCHIE, 1947)

Figura 1 – Representação esquemática do método MCSEM. Um transmissor eletromagnético, localizado próximo ao fundo do mar gera campos eletromagnéticos que interagem com a subsuperfície. As respostas desta interação, produzidas pelas rochas em subsuperfície, são registradas pelos instrumentos depositados no fundo do oceano.



Fonte: Constable. e Srnka (2006).

As medidas de resistividade elétrica podem ser usadas para distinguir fluidos, haja vista que reservatórios com hidrocarbonetos (HC) são de um a três vezes mais resistivos, se comparados aos reservatórios salinizados (ARCHIE, 1950) . Atualmente, a resistividade elétrica de uma subsuperfície marinha é comumente obtida por meio da aquisição de testemunho do poço de produção. Porém, esse método é consideravelmente limitado tendo em vista que fornece informações muito pontuais, ainda que diretamente, possui custos elevados em ambientes de águas profundas (EIDESMO. et al., 2002).

1.2 OBJETIVOS

Apesar de o método MCSEM ser uma técnica já bastante consolidada e amplamente utilizada, ainda se encontra sob processo de aprimoramento. Existem vários códigos de programação, feitos em diferentes linguagens, que utilizam a teoria do método tendo como finalidade o desenvolvimento da técnica. Logo, considerou-se relevante, tanto para a indústria quanto para o meio acadêmico, a construção de uma

ferramenta que possibilite, de forma mais amigável, a interação do usuário com um programa que utilize essa metodologia. Portanto, sem precisar utilizar o prompt de comando para compilar ou mesmo possuir o código do programa em determinada linguagem, o usuário poderá realizar diretamente na interface gráfica suas análises.

Este trabalho tem como objetivo a confecção de uma interface gráfica interativa ao usuário, utilizando o software MATLAB® (MATLAB, 2012). A finalidade é facilitar a visualização do comportamento dos campos elétricos e magnéticos, calculados por intermédio de programa FORTRAN, para quaisquer das geometrias de aquisição (*In-line* ou *broadside*) e para diferentes modelos unidimensionais subsuperfícies definidas pelo próprio usuário.

A interface disponibiliza relativa liberdade de criação de modelos de camadas planas e horizontais 1D, permitindo que o próprio usuário defina algumas de suas propriedades, como resistividade e espessura das camadas. Ademais, alguns modelos de referência 1D foram embutidos ao código da interface apenas para visualização, parte deles relacionados a subsuperfícies que apresentam reservatório com hidrocarboneto. O usuário poderá salvar seus modelos e criar um banco de dados para estudar como os campos eletromagnéticos se comportam em ambientes diferenciados. Além disso, o usuário poderá determinar algumas características da análise como, por exemplo, a profundidade do transmissor, posição dos receptores e o número de frequências para as quais os cálculos dos campos serão efetuados. O interessante é que a quantidade de camadas do modelo 1D criado, com suas respectivas espessuras e resistividades sejam enviadas ao programa em FORTRAN, o qual realizará todos os cálculos necessários e, em seguida, disponibilizará os resultados para apresentação em MATLAB.

2 O MÉTODO MCSEM

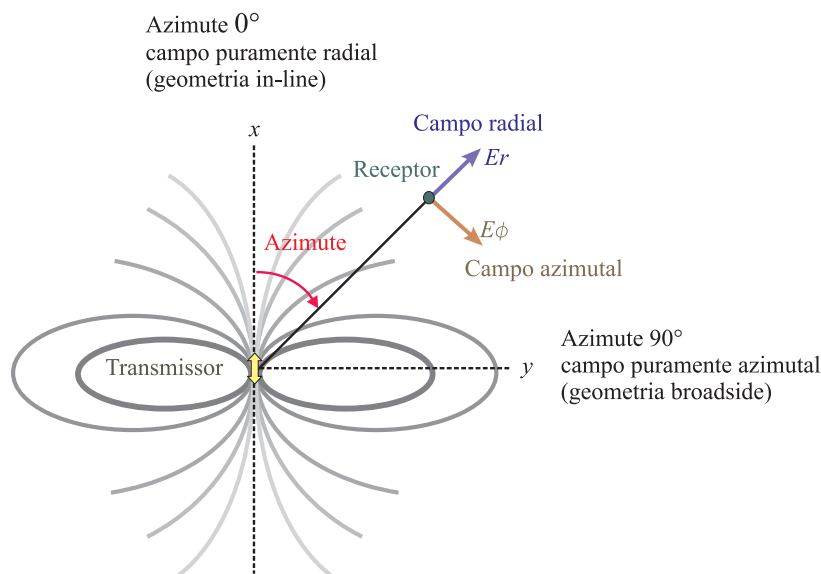
Neste capítulo, expõe-se de forma detalhada sobre o que se trata o método MCSEM, sua aplicabilidade, quais as suas vantagens e de que forma tem contribuído, juntamente a outros métodos geofísicos, na exploração de hidrocarbonetos.

O método de aquisição de dados MCSEM (Marine Controlled Source Electromagnetic) é uma ferramenta para exploração de hidrocarbonetos, utilizada em levantamentos geofísicos realizados em águas profundas e ultraprofundas porém, existem relatos de a mesma técnica ser utilizada em levantamentos terrestres na Rússia e na China (STRACK; ESMERSOY; ALLEGAR, 2007). A ideia consiste em posicionar um dipolo elétrico horizontal (DEH) em uma determinada profundidade abaixo da superfície da água e próximo ao fundo do mar, com a finalidade de gerar um sinal eletromagnético (EM) de baixa frequência que energizará as camadas do assoalho oceânico excitando conjuntamente os modos de propagação TE e TM (EIDESMO. et al., 2002), ou seja, os modos transversais de polarização elétrico e magnético respectivamente.

Além do dipolo elétrico, um arranjo de receptores dos campos eletromagnéticos é posicionado no fundo do mar. Em um levantamento geralmente são tomadas pelo menos duas possibilidades de disposição relativa entre fonte e receptores, estas são comumente denominadas de geometria *inline* e *broadside*. Como mostrado na Figura 2, quando o dipolo elétrico horizontal está posicionado na mesma direção que o arranjo de receptores (azimute fonte/receptor igual a 0°) e é deslocado na direção do seu próprio eixo, tem-se a geometria denominada de radial ou *inline*. De outra forma acontece quando o DEH está disposto perpendicularmente em relação a direção de posicionamento dos receptores (Azimute fonte/receptor igual a 180°), tem-se então a geometria *broadside*.

Devido o sinal eletromagnético emitido pela fonte ser de natureza tridimensional, ocorre um espalhamento da energia através da subsuperfície em todas as direções, como consequência o campo eletromagnético é distorcido por possíveis heterogeneidades espalhadoras ao meio encaixante. Com isso, o sinal registrado nos receptores se compõe de uma combinação de energia eletromagnética oriunda do sinal que percorre a trajetória fonte-receptor, do sinal que sofreu o espalhamento na coluna de água, no ar e nas camadas subsequentes ao fundo oceânico e das heterogeneidades. Essas informações obtidas são utilizadas para estimar a real distribuição de resistividade na subsuperfície por intermédio de técnicas de inversão e migração além de outros tipos de análises numéricas (SOUZA, 2007).

Figura 2 – Geometria dos campos do método MCSEM. Ao longo do eixo do transmissor, o campo é puramente radial - geometria inline. Ao longo do eixo perpendicular ao transmissor, o campo é puramente azimutal - geometria broadside.

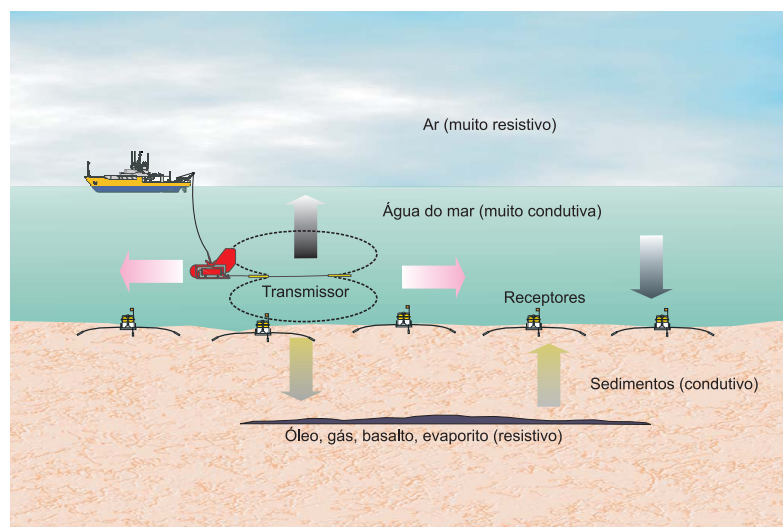


Fonte: Weiss e Constable (2006).

2.1 AQUISIÇÃO E ANÁLISE

Em um levantamento marinho CSEM, uma fonte eletromagnética do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH), é posicionada um pouco acima do fundo oceânico - cerca de 20 a 40 metros – emitindo continuamente um campo EM direcionado à subsuperfície. Para o registro de dados, receptores são dispostos no assoalho do fundo do mar, espaçados adequadamente conforme representado pela Figura 3. Nesta figura tem-se um modelo de camadas formado pelo ar, pelo mar e pela camada de substrato. O sinal emitido pela fonte se encontra com as diferentes propriedades físicas em subsuperfície e sofre reflexões as quais serão registradas pelo grid de receptores dispostos no assoalho oceanico.

Figura 3 – Elementos utilizados na aquisição de dados MCSEM. Dipolo elétrico horizontal posicionado alguns metros acima do fundo do mar. Receptores eletromagnéticos dispostos sobre o assoalho oceânico.



Fonte: Souza (2007).

Contudo, ocorrem atenuações do campo EM as quais dependem, principalmente, da frequência com a qual o sinal foi emitido pela fonte, e dos diferentes valores de resistividade das camadas em subsuperfície. Como os dados registrados pelos receptores decorrem do espalhamento geométrico do campo EM, é razoável que esse fenômeno precisa ser maior que o nível de ruído e, para que isso ocorra, faz-se conveniente que a frequência e a corrente com as quais o sinal foi emitido sejam bem definidas, assim como sua forma de onda.

Usualmente, utilizam-se amplitudes de correntes acima de 1300A e comprimento da fonte EM variando entre 150 e 350 metros. Experimentalmente, sabe-se que frequências no intervalo de 0.1 a 3 hertz (Hz) são capazes de mapear alvos com até 3000 metros de profundidade abaixo do assoalho oceânico (HESTHAMMER; STEFATOS; BOULAENKO, 2010). As resoluções espaciais dos dados EM são limitadas, principalmente, pela amplitude do sinal, frequência, espaçamento fonte/receptor e o nível de ruído.

É importante afirmar que o espalhamento geométrico sofrido pelo campo EM ocorre devido as diferentes propriedades que as rochas possuem, e principalmente dos fluidos que estão preenchendo seus poros. Uma rocha sedimentar que possua seus poros preenchidos por água salgada apresentará altos valores de condutividade enquanto que a mesma rocha, com porosidade preenchida por hidrocarboneto, indicará resistividade bastante acentuada e, portando, contribuirá para um espalhamento geométrico maior.

As aquisições de dados baseadas no método MCSEM têm sido promissoras e, portanto, amplamente utilizadas em todo mundo. A maioria das empresas que utiliza essa técnica de exploração e monitoramento possuem levantamentos denominados de “levantamentos de calibragem”, que nada mais são do que aquisições de dados através de poços em produção ou já explorados que serão utilizadas como base para avaliações de respostas anômalas em futuras descobertas (HESTHAMMER; STEFATOS; BOULAENKO, 2010).

As respostas anômalas registradas pelos receptores correspondem a um possível material com resistividade diferenciada se comparada com a dos materiais adjacentes. Essa observação é feita a partir do momento que se adota como base um determinado registro de resistividade em um específico receptor, tomado como receptor de referência, fazendo-se o mesmo processo para cada linha de aquisição realizada.

Para cada linha de aquisição de dados MCSEM é necessário estabelecer o receptor de referência e um offset entre fonte e receptor. Todos os receptores restantes são normalizados em relação ao receptor base, para a mesma frequência e mesmo offset. Os receptores são posicionados levando em consideração a magnitude da normalização em relação ao seu offset e, desta forma, pode-se identificar as áreas com maior variação de resistividade ou maior resposta de anomalia normalizada. Ou seja, se um receptor registrar uma anomalia de magnitude maior do que aquela registrada pelo receptor base, significa que o valor registrado pelo primeiro receptor corresponde a um valor alto de resistividade, o que não acontecia no registro do segundo. Esta anomalia no registro pode estar ligada a presença de um reservatório com hidrocarboneto ou qualquer outro material bastante resistivo como, por exemplo, folhelhos, arenitos cimentados, carbonatos, basaltos ou mesmo sal.

Como todo método geofísico o MCSEM também está sujeito a ruídos e ambiguidades de interpretações das suas respostas. Um exemplo de ambiguidade seria que, geralmente, a rocha sedimentar que aprisiona óleo em uma bacia é o folhelho, o qual possui uma condutividade elétrica intrínseca devido a adsorção de cátions em sua estrutura (OLPHEN, 1977). Sabe-se que a resistividade dos sedimentos depende de alguns parâmetros físicos como porosidade, tortuosidade, pressão e temperatura. A porosidade do folhelho decai de 50%, nas proximidades do fundo oceânico, para 10% quando está a 3 Km abaixo do fundo do mar, devido a pressão litostática. A tortuosidade – capacidade do material se curvar – cresce com o aumento da profundidade, aumentando a compactação. Essas propriedades, para uma rocha como o folhelho e a 3 Km de profundidade, deveriam fazer com o que a resistividade da rocha aumentasse, porém não é o que ocorre. Aliás, a resistividade diminui devido ao aumento da condutância dos eletrólitos, ocasionada pela elevação de 30°C por quilômetro da temperatura sob a qual a rocha foi sendo exposta conforme ganhava profundidade

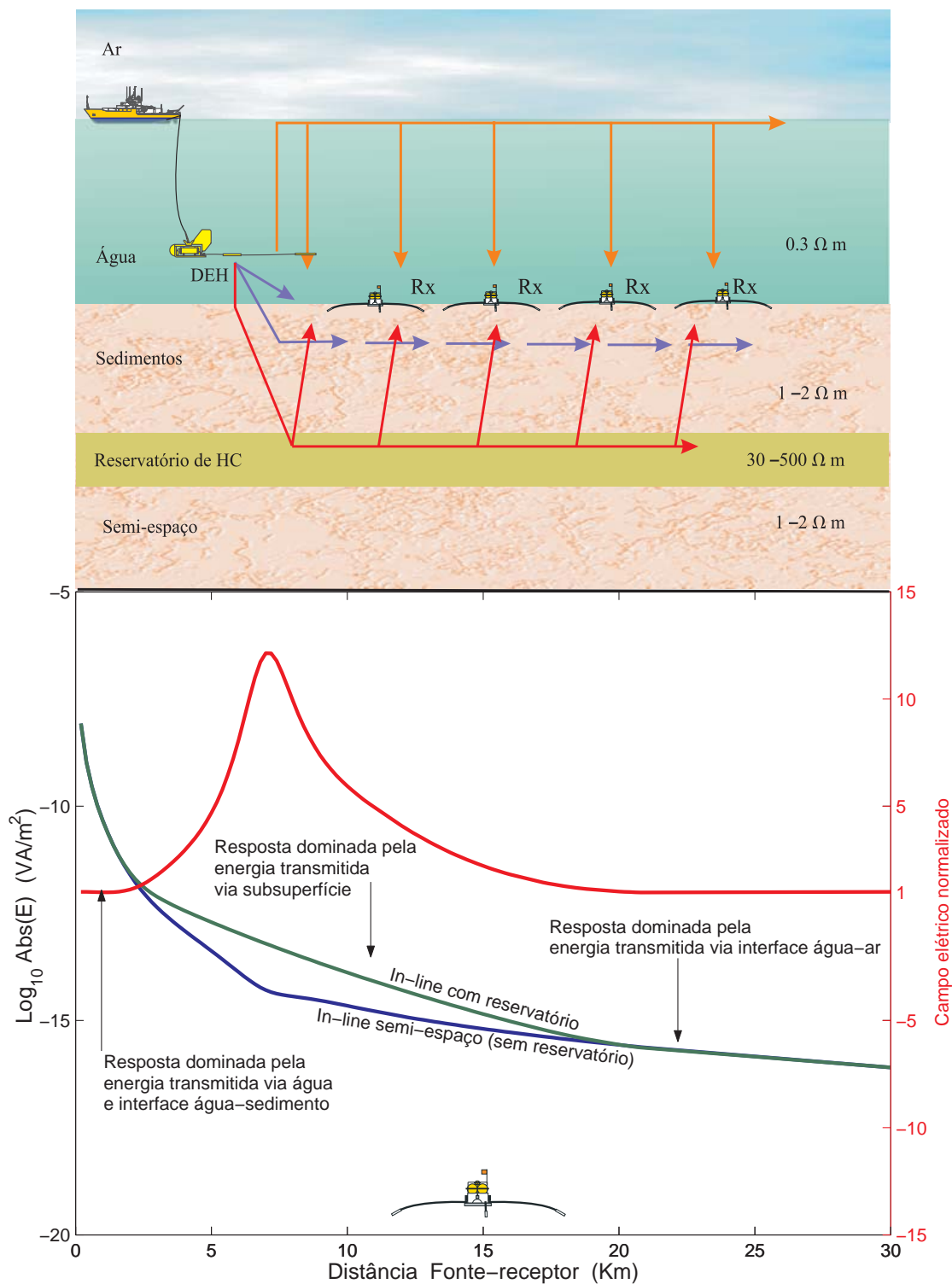
(EIDESMO. et al., 2002). Dessa maneira, o MCSEM não localizaria a região resistiva armazenadora de óleo por mais que ela existisse, pois a temperatura in loco tornaria a região condutiva. Portanto, a resistividade predominante em poços perfurados no oceano e a alguns quilômetros de profundidade abaixo do assoalho tende a se apresentar de forma reduzida, indicando que a temperatura impõe forte influência.

No que diz respeito a ruídos aos quais o método está exposto, tem-se, como um dos principais, a airwave que é um efeito que ocorre na interface ar/água. Devido o ar possuir uma resistividade extremamente alta e os valores medidos nos levantamentos MCSEM serem muito baixos, a reflexão, produzida pelo ar, da onda eletromagnética pode atenuar os efeitos produzidos pela presença de camadas resistivas no subsolo.

Quando uma fonte eletromagnética emite um sinal em direção a subsuperfície, as diferentes propriedades das camadas promovem variações nesse sinal as quais serão registradas pelos receptores localizados no assoalho oceânico. Caso haja, em subsuperfície, uma camada que seja bastante resistiva em relação as adjacentes, essa camada faz com que as reflexões registradas quando amostradas apresente um comportamento decadente mais suave se comparado a um sinal medido em decorrência de uma subsuperfície sem reservatório. A Figura 4 apresenta um esquema envolvendo a aquisição de dados e as respostas correspondentes a determinados modelos de subsuperfícies e a comparação desses sinais, através da sua normalização, a qual representa o quanto uma resposta é maior que a outra, quando uma é dividida pela outra.

As equações das componentes eletromagnéticas estão no Apêndice anexoA. Nesta seção está detalhado toda a formulação matemática para os campos elétrico e magnético produzido por um dipolo elétrico. Este trabalho se baseia no caso em que um dipolo elétrico horizontal está na direção x , as componentes elétrica e magnética *in-line* também estarão na direção x e as equações para esta configuração são apresentadas pelas equações (A.54a) e (A.58a) respectivamente. Para a geometria *broadside* o campo elétrico é dado pela equação (A.54b) e o campo magnético pela equação (A.58b) ambos na direção y . No cálculo dos campos EM foi empregado a técnica dos filtros digitais para o cálculo das transformadas de Hankel conforme o trabalho de Kong (2007).

Figura 4 – Análise das respostas do método MCSEM. No topo esta ilustrado um típico modelo 1D. Respostas *in-line* para a subsuperfície com reservatório (linha verde) e sem reservatório (linha azul). O campo elétrico normalizado é obtido dividindo as magnitudes do campo elétrico para o modelo com reservatório pelo modelo sem reservatório (linha vermelha).



Fonte: Souza (2007).

2.2 APLICAÇÕES

Recentemente, a técnica MCSEM de aquisição de dados tem sido amplamente utilizada por empresas do ramo de hidrocarbonetos, apesar de já ter sido aplicada com outras finalidades como, por exemplo, nos estudos da litosfera oceânica (CHAVE.; COX, 1983), das cordilheiras mesoceanicas (MACGREGOR; SINHA; CONSTABLE, 2001), na exploração de sedimentos de sub-basaltos (MACGREGOR; SINHA, 2000) e na detecção de hidratos de gás (WEITMEYER; CONSTABLE; KEY, 2006), o que mostra que os fundamentos deste método eletromagnético, para diferentes fontes eletromagnéticas, estão bastante consolidados.

Frequentemente, ocorre utilização das técnicas do método MCSEM por parte da indústria petrolífera, principalmente, por conseguir acessar a propriedade resistividade dos alvos identificados pela sísmica de subsuperfície. O método está sendo usado para diferenciar se o fluido detectado preenchendo os poros das rochas é hidrocarboneto (HC) ou água salina. De fato, as resistividades que são medidas em subsuperfície sofrem grande influência da quantidade de fluido presente nos poros das rochas de forma que em substâncias como água, HC ou CO₂ essa propriedade varia significativamente. Observa-se que a resistividade da matriz das rochas varia uniformemente, porém a água, por exemplo, possui uma resistividade 0.3 Ωm em determinado ambiente oceânico e isto pode variar consideravelmente quando se aumenta a profundidade de medição, ao passo que HC e CO₂ podem possuir resistividades iguais ou superiores a até 2000 Ωm (RIDER, 1996). Portanto, uma ferramenta que consiga determinar essas diferenças entre substâncias, baseada em uma propriedade física, conseguirá monitorar o volume e a saturação de fluido presente no reservatório.

O método MCSEM é muito utilizado com a finalidade de ajudar na localização e delimitação dos possíveis alvos detectados pela sísmica. Na bacia brasileira de Potiguar, por exemplo, no ano de 2009, após terem sido realizados alguns levantamentos sísmicos 2D e 3D, utilizou-se o MCSEM para adicionar informações que diminuíssem os riscos de exploração e, para isso, analisando as componentes horizontais dos campos elétrico e magnético além da componente vertical do campo elétrico, fez-se modelagem 1D, com determinadas frequências, para avaliar o nível de detectabilidade da técnica em relação aos alvos encontrados pelos dados sísmicos (LOVATINI et al., 2010).

Além disso, modelagens multidimensionais e inversão foram realizadas levando em consideração a qualidade da interpretação, ou seja, a normalização entre os dados observados e o modelo sintético proposto. Após isso, as inversões anisotrópicas 1D foram estendidas para 2D e 3D. Com a integração dos dados de resistividade obtidos pela inversão anisotrópica 3D, pode-se entender melhor o modelo de camadas e suas estruturas, corroborando para um melhor estudo de como prospectar na região

offshore da bacia de Potiguar, a qual é umas das maiores produtoras de óleo do Brasil de acordo com o trabalho de Lovatini et al. (2010).

O MCSEM também pode ser utilizado no monitoramento da geometria do reservatório e da quantidade de fluido existente nos poros da rocha reservatório, além de apresentar curvas características quando ocorre fluxo lateral ou vertical de hidrocarboneto e, com isso, é capaz de informar sobre o esgotamento do reservatório (ORANGE; KEY; CONSTABLE, 2009).

O método MCSEM também é usado nos estudos que tratam da morfologia terrestre. Em 2002, por exemplo, foi realizado pelo Scripps Institution of Oceanography um levantamento de dados com o objetivo de verificar de que forma a água poderia influenciar no grau de serpentinização dos minerais localizados no manto superior. Tomou-se como referência para o estudo algumas falhas extensionais, mais especificamente aquela formada no encontro das placas Americana e a trincheira offshore da Nicarágua. Ao longo de 220 Km, imagearam mapas de resistividade, os quais revelaram um considerável decréscimo de resistividade e uma forte anisotropia vertical ao longo do plano da falha causada pelo que foi chamado de wet slab, ou seja, fluxo aquoso conduzido até o manto superior através do plano das falhas (KEY et al., 2012).

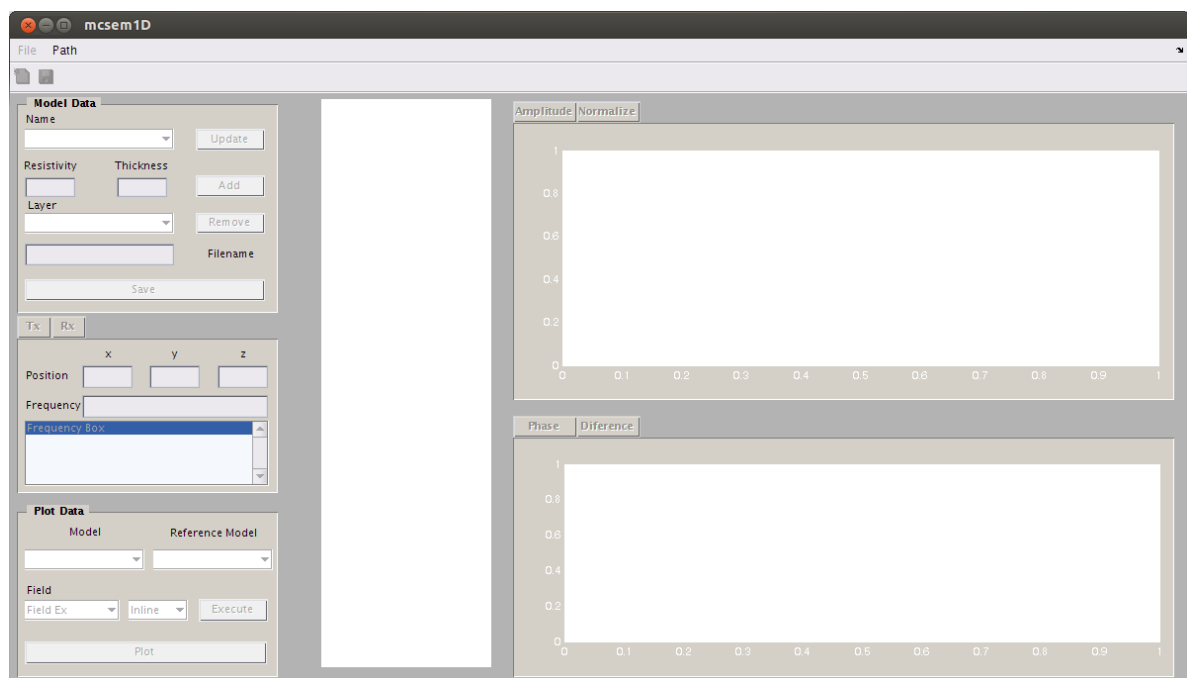
3 INTERFACE GRÁFICA

3.1 INTRODUÇÃO E DESENVOLVIMENTO

Interface gráfica é o conjunto de ambientes planejadamente dispostos, sejam eles físicos ou lógicos, que visa fazer uma adaptação entre dois sistemas para se obter certo fim, cujo resultado é composto de partes dos dois sistemas. Este trabalho se utiliza para a construção do objeto gráfico mcsem1D de duas ferramentas distintas: MATLAB e FORTRAN. Cada um possui suas respectivas funções, cada uma com total importância para o desempenho da outra.

Utilizou-se o software MATLAB para a edição de todo o layout da interface por intermédio da ferramenta de design de ambientes *GUIDE* (*graphical user interface development environment*) que permite a criação e edição de interface interativamente. Esta componente do matlab oferece todos os objetos gráficos, com suas respectivas propriedades, as quais podem ser utilizadas durante a criação de uma interface. A modificação destas propriedades por linha de programação definirá a função específica de cada objeto. Estabelecendo o layout da página e as funções de cada objeto gráfico, tem-se um ambiente interativo como resposta, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Layout inicial da interface gráfica com seus objetos gráficos.



Fonte: Elaborado pelo Autor

A interface mcsem1D possui os seguintes elementos gráficos:

- Barras de Trabalho
 - Barra de Menu (File e Path)
 - Barra de Ferramentas (New Model e Save)
- Painel Model Data
 - Popup para nomes dos arquivos csem do diretório (Name)
 - Popup para número de camadas de determinado modelo (Layer)
 - Pushbottom de atualização de modelos (Update)
 - Pushbottom de adição de valores (Add)
 - Pushbottom para salvar modelo (Save)
 - Caixa diálogo para valores de resistividade e espessura (Resistivity e Thickness)
 - Caixa diálogo que recebe nome do arquivo do modelo criado (Filename)
- Painel Tx
 - Caixas diálogo que recebem a posição no espaço do transmissor (x, y, z)
 - Caixa diálogo que recebe o valor da(s) frequência(s) de aquisição (Frequency)
 - Caixa de texto que recebe o conjunto das frequências de trabalho (Box)
- Painel Rx
 - Caixas diálogo que recebem a posição no espaço dos receptores (x, y, z)
 - Caixa diálogo que recebe o número e as posições de medidas (Inline)
 - Caixa diálogo que recebe o número e as posições de medidas (Broadside)
- Painel Plot Data
 - Popup para nome do modelo de teste (Model)
 - Popup para o nome do modelo de referência (Reference Model)
 - Popup para definir o campo eletromagnético a ser plotado (Field)
 - Popup que defini para qual geometria o plot será feito.(Inline ou Broadside)
 - Pushbottom para execução do processo (Execute)
 - Pushbottom para plotar as respostas (Plot)

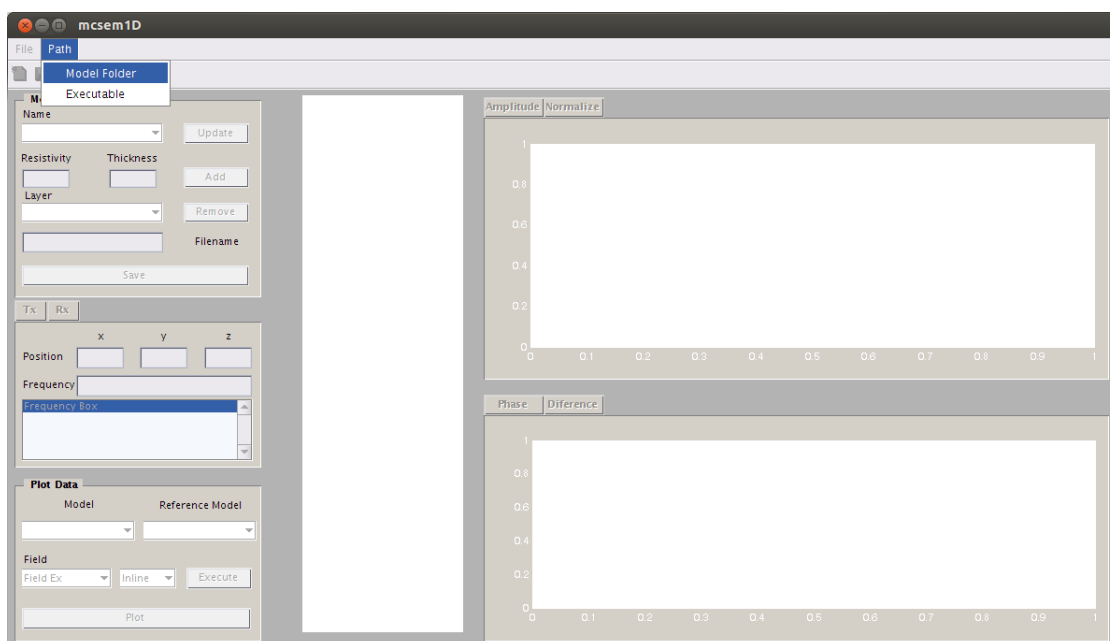
Na figura anterior temos na região superior esquerda a barra de menu, e abaixo desta a barra de ferramentas. Logo abaixo das barras de atividades estão os três painéis de edição em coluna e ao lado deles os três eixos de exibição.

Os valores digitados pelo usuário nas caixas de diálogo, que forem salvados, ficarão armazenados em arquivos com a extensão “csem” em formato específico para a leitura do segundo sistema do processo. O programa em linguagem FORTRAN é o segundo sistema responsável pela leitura dos arquivos “csem”. Cada linha do arquivo criado pelo usuário funcionará como valores de entrada para o programa, o qual se encarregará de realizar todos os cálculos, para qualquer geometria de aquisição, das três componentes dos campos elétricos e magnéticos para quaisquer valores de posição da fonte, posição do receptor, frequência, número e intervalo de medidas.

3.2 USANDO A INTERFACE MCSEM1D

Ao inicializar a interface gráfica os objetos estão todos inativos, com exceção do elemento Path. Isso acontece propositalmente para que o usuário defina o seu diretório de trabalho, ou seja, informe ao sistema o local onde estão seus modelos antigos ou para onde deseja enviar aquele que criará. Veja a Figura 6.

Figura 6 – Layout inicial da interface gráfica mostrando atividades primordiais para a utilização da mcsem1D. Neste caso, definição dos Paths de trabalho.

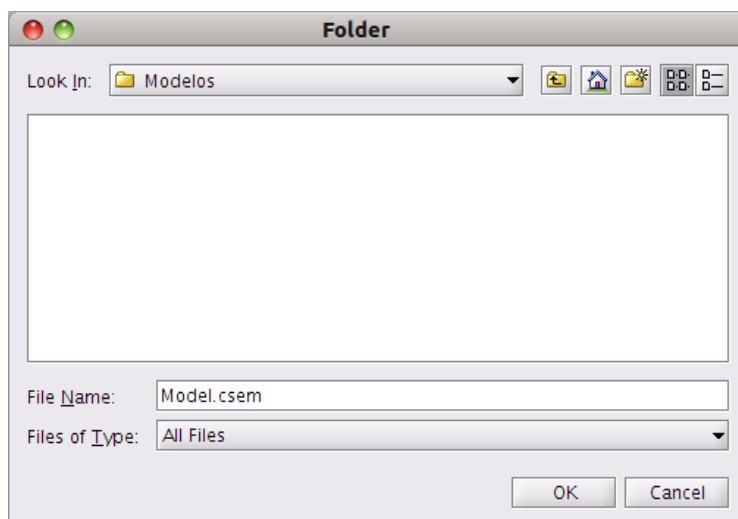


Fonte: Elaborado pelo Autor

Como é constatado na figura anterior, após o usuário clicar no botão Path lhe aparecem opções secundárias de definição. A primeira, Model Folder, é específica

para a localização de modelos antigos ou futuros. Clicando nesta opção, abre-se uma caixa de diálogo para a definição do diretório, como mostrado na Figura 7.

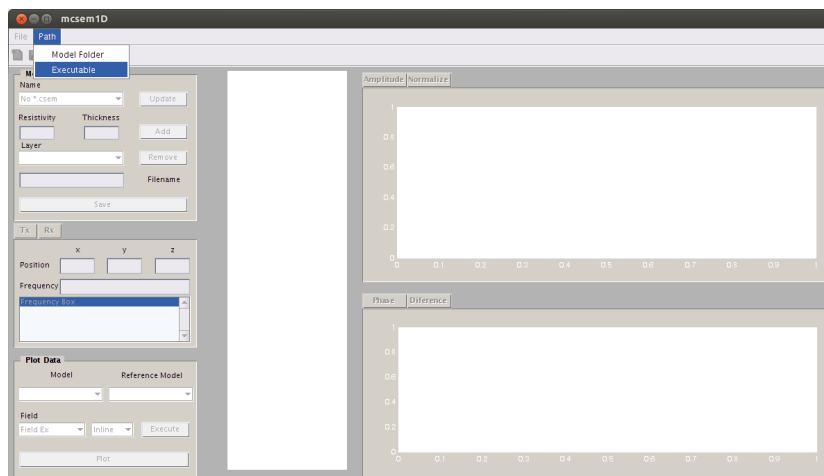
Figura 7 – Caixa de diálogo para a definição da pasta onde há modelos csem ou para onde serão enviados aqueles que o usuário criará.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Quando o usuário seleciona a pasta de trabalho, o sistema verificará se há ou não modelos csem neste diretório. Caso haja, uma lista de modelos é construída e armazenada no popup Name, caso não haja nenhum modelo antigo o mesmo popup recebe a informação de No*.csem. Após a seleção da pasta de modelos, o usuário deverá definir o diretório onde está o seu arquivo executável. Esta opção existe para que o usuário tenha mais liberdade para organizar seu trabalho. Veja a Figura 8.

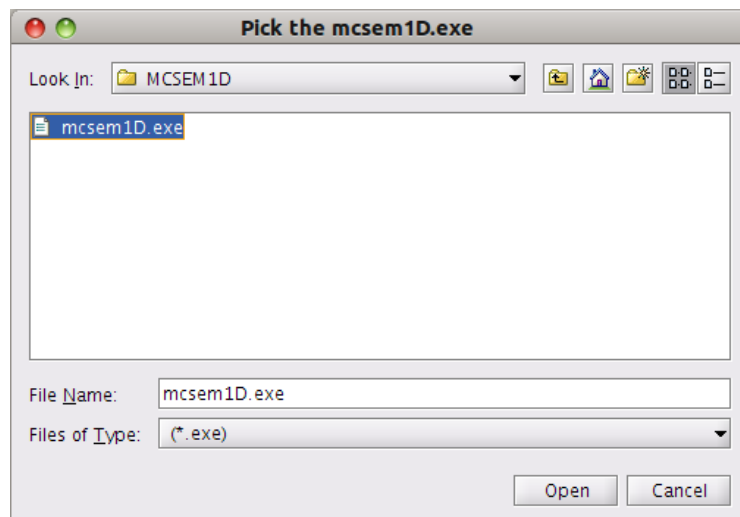
Figura 8 – Observa-se diretório sem modelo csem. Defini-se diretório do executável.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Para a definição do diretório do executável, uma caixa de diálogo é mostrada. O sistema verificará se no diretório escolhido existe ou não executável compatível com a interface. Caso não haja, o sistema informará que essa atividade ainda não foi efetuada com sucesso e, portando, terá de ser refeita. Veja a Figura 9, que representa a localização no sistema do usuário, o executável que faz parte de seu trabalho.

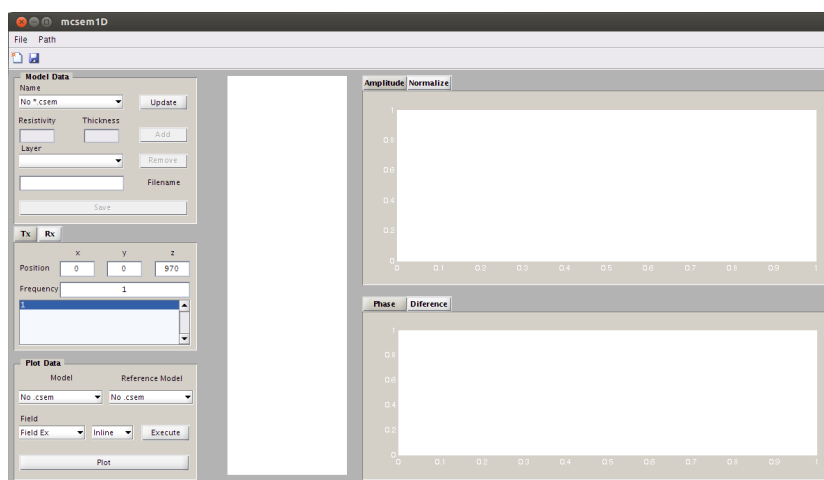
Figura 9 – Observa-se a caixa de diálogo para a localização do executável, o qual neste caso foi detectado pelo sistema como mcsem1D.exe.



Fonte: Elaborado pelo Autor

Com a definição correta dos diretórios dos modelos e do executável todos os objetos que antes estavam inaptos tornam-se ativos como ilustra a Figura 10.

Figura 10 – Observa-se os elementos gráficos ativados, alguns com valores default.

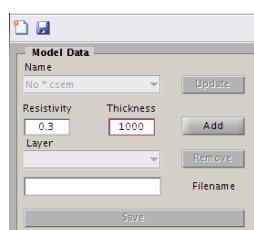


Fonte: Elaborado pelo Autor

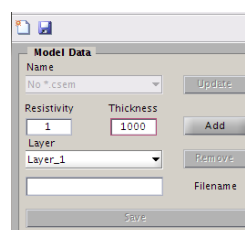
Note na figura anterior que alguns campos como, por exemplo, posição da fonte e do receptor, frequência de levantamento, número e espaçamento das medidas, já

estão preenchidos, porém o usuário poderá modificá-los. Por didática, preferiu-se escolher um diretório que não houvesse arquivos **.csem**. Assim, faz-se necessário a criação de modelos com suas propriedades e, dessa forma, dá-se continuidade a apresentação da interface. Para a criação de modelos existem duas formas: por meio do pushbutton **New Model** ou o pushbutton **New**, dentro do **File**. Desta forma, inicia-se a criação de novos modelos. A partir de então, o usuário precisará definir os valores de resistividade (**Resistivity**) e espessura (**Thickness**) de cada camada acrescentada. Quando o usuário digitar os valores de resistividade e espessura, tem-se que clicar no botão adicionar (**Add**) para que a primeira camada seja criada. Conforme o usuário cria suas camadas, o popup **Layer** sofrerá atualizações e informará o número de camadas criadas até o momento. Na Figura 11, estão os passos para criação de um modelo sendo que a última não precisa de espessura por se tratar do substrato.

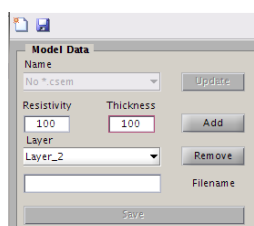
Figura 11 – Propriedade das camadas do modelo (a) primeira. (b) segunda. (c) terceira. (d) quarta camada sem espessura. (e) Modelo concluído. (f) Nomeação, salvamento e atualização do popup **Name**.



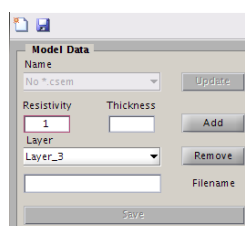
(a) Valores da camada 1.



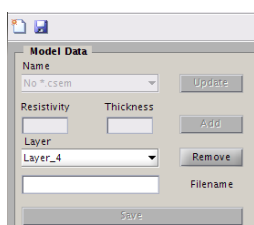
(b) Valores da camada 2.



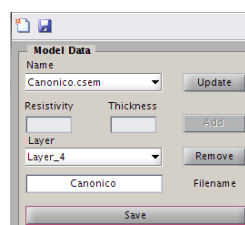
(c) Valores da camada 3.



(d) Valores da camada 4.



(e) Fim da definição das propriedades.

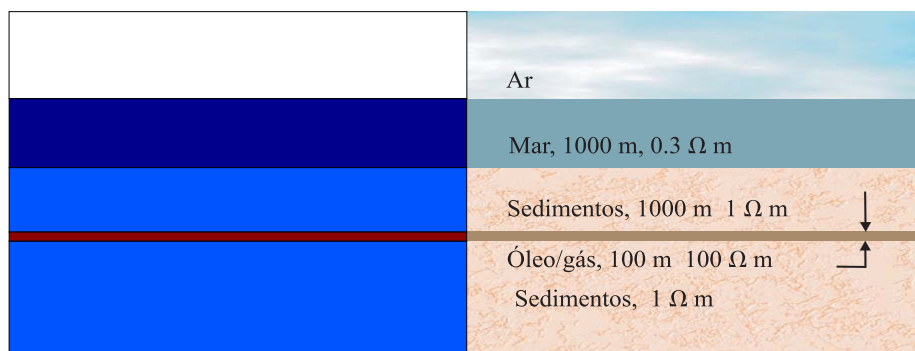


(f) Nome do modelo e clique em Salvar (Save).

Fonte: Elaborado pelo Autor

Com a criação do modelo Canônico, pode-se visualizar no eixo em branco, ao lado direito do painel, a forma final do modelo criado. Para isso, basta clicar em atualizar (Update) que o modelo será desenhado. Entretanto, todo desenho de modelo criado aparecerá com uma região superior de cor branca, correspondendo à camada fixa de ar, presente nos levantamentos MCSEM e que influencia bastante nas medidas, e uma camada inferior relacionada ao substrato. Ambas as camadas possuem espessura fixa em 20% da profundidade total do modelo criado. O restante das colorações são baseadas nos valores de resistividades de cada camada digitada pelo usuário. Ver Figura 12.

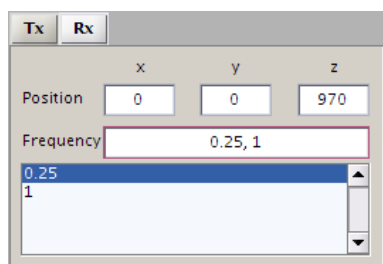
Figura 12 – Modelo canônico com quatro camadas. Ao lado do modelo gerado está uma ilustração com suas respectivas propriedades.



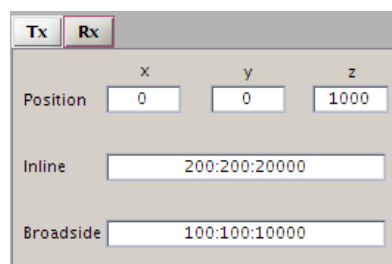
Fonte: Elaborado pelo Autor/ Souza (2007).

A interface mcsem1D também oferece ao usuário a liberdade de definir elementos muito importantes de um levantamento de dados. Para o transmissor (Tx), pode-se definir a posição e com qual ou quais frequências o sinal será transmitido. Para os receptores (Rx), pode-se definir o número de medidas e o espaçamentos delas para as duas geometrias *Inline* ou *broadside*. Ver Figura 13.

Figura 13 – (a) Especificações do transmissor: posição no espaço e frequência de transmissão. (b) Especificações dos receptores: posições, número e espaçamento das medidas de campo.



(a) Painel referente as especificações do transmissor.



(b) Painel referente as especificações dos receptores.

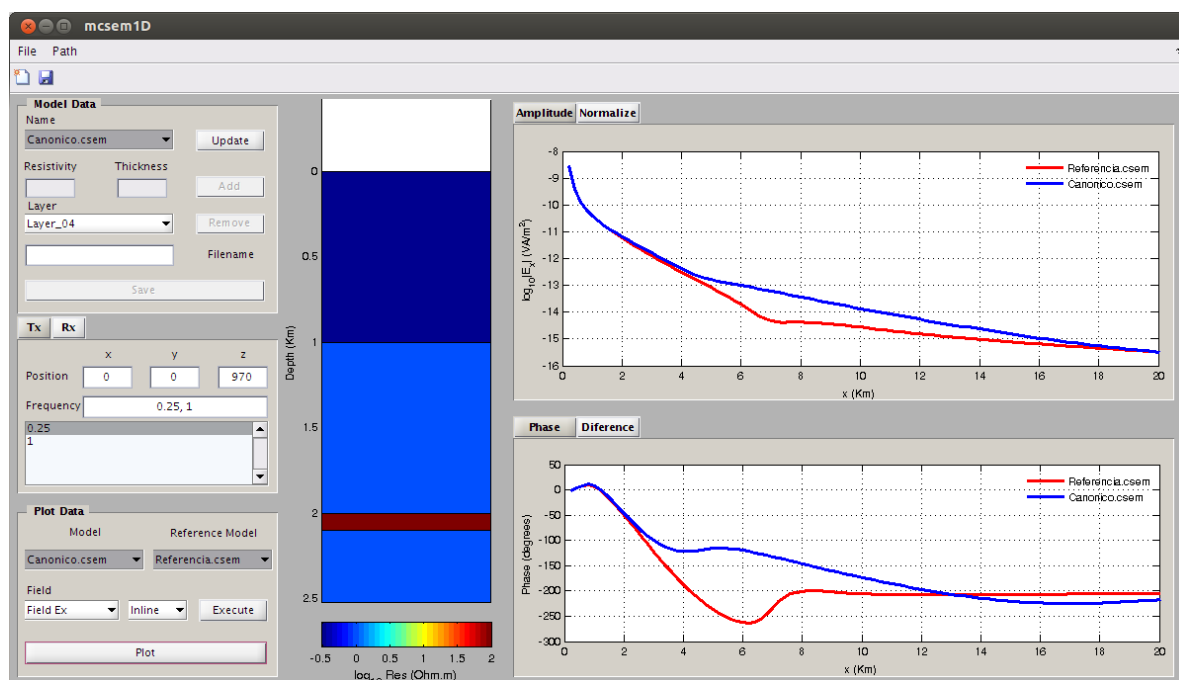
Fonte: Elaborado pelo Autor

Após terem sido estabelecidas as condições de análise do estudo, vem a seção execução e plotagem. O botão Execute, localizado no painel do canto esquerdo inferior, tem as seguintes funções: armazenar todas as entradas postas na interface em dois arquivos de dados, sendo que um deles contém os modelos de camadas, com as propriedades previamente definidas para as quais se quer realizar o estudo, e outro arquivo contendo as especificidades para os cálculos no FORTRAN como a posição da fonte e do receptor, frequência do sinal da fonte, número e espaçamento de medidas efetuadas pelos receptores.

Clicando em executar, as arquivos criados são enviados ao sistema FORTRAN, o qual lerá cada um e os tomará como entradas para, assim, efetuar os cálculos dos campos elétricos e magnéticos. Feitos os cálculos, novos arquivos são gerados, dessa vez pelo programa FORTRAN, e enviados de volta ao MATLAB.

O objeto Plot é o elemento responsável por identificar qual campo está ativado no popup Fields, para qual geometria (*Inline/Broadside*) se quer realizar a análise e com quais frequências a fonte emitirá o sinal eletromagnético. Estabelecendo isto, o botão Plot carrega o arquivo de dados correspondentes aos valores de campo, geometria e frequência selecionada, enviado do FORTRAN ao MATLAB, e os plota nos eixos localizados na região direita da janela gráfica, como pode ser visto na Figura 14.

Figura 14 – Observa-se as curvas representando o decaimento das componentes x dos campos elétricos, para frequência de 0.25 Hz, em geometria *Inline*, para ambos os modelos canônico e referência.

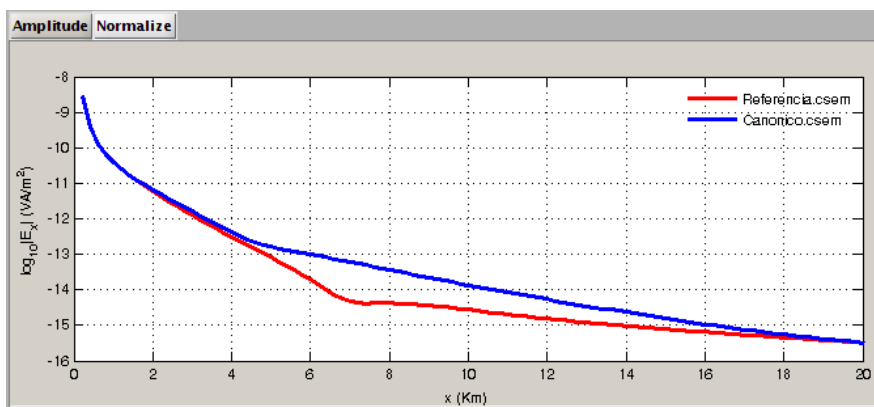


Fonte: Elaborado pelo Autor

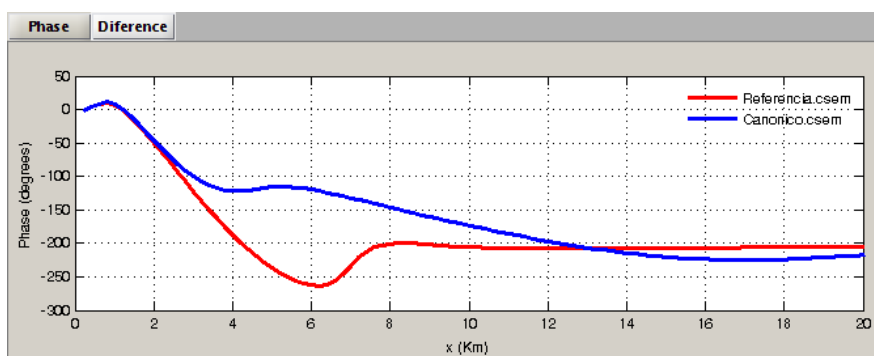
A Figura anterior mostra as respostas, em amplitude e fase, para geometria *Inline*, da componente x do campo elétrico para dois modelos diferentes, o Canônico criado anteriormente e um modelo de referência com duas camadas criado pelo autor deste trabalho. O modelo de referência possui as seguintes características: camada 1 com espessura de 1000 metros e resistividade de $0.3 \Omega\text{m}$ e a camada 2, representando o substrato, com resistividade de $1 \Omega\text{m}$. Utiliza-se da representação E_x , para identificar que se trata da componente x do campo elétrico.

A Figura 15 mostra as curvas de ambos os gráficos de forma mais detalhada e, como dito anteriormente, representam a forma como os campos decaem ao se encontrarem com determinadas propriedades elétricas de cada modelo. Observa-se que a curva em azul decai de forma mais suave se comparada com a curva em vermelho. Isso acontece porque no modelo canônico criado, existe uma camada com resistividade de $100 \Omega\text{m}$ representando o reservatório, a qual aprisionará o sinal emitido pela fonte, fazendo que o campo decaia menos, o que não acontece com a curva em vermelho já que a resistividade das camadas deste modelo não varia tão abruptamente.

Figura 15 – (a) Componentes E_x dos dois modelos. (b) Componente E_x em fase de ambos os modelos. As curvas nos gráficos representam a forma que os campos decaem em diferentes subsuperfícies. A curva em azul decai mais suavemente que a em vermelho.



(a) Amplitude da componente E_x em geometria *Inline*.

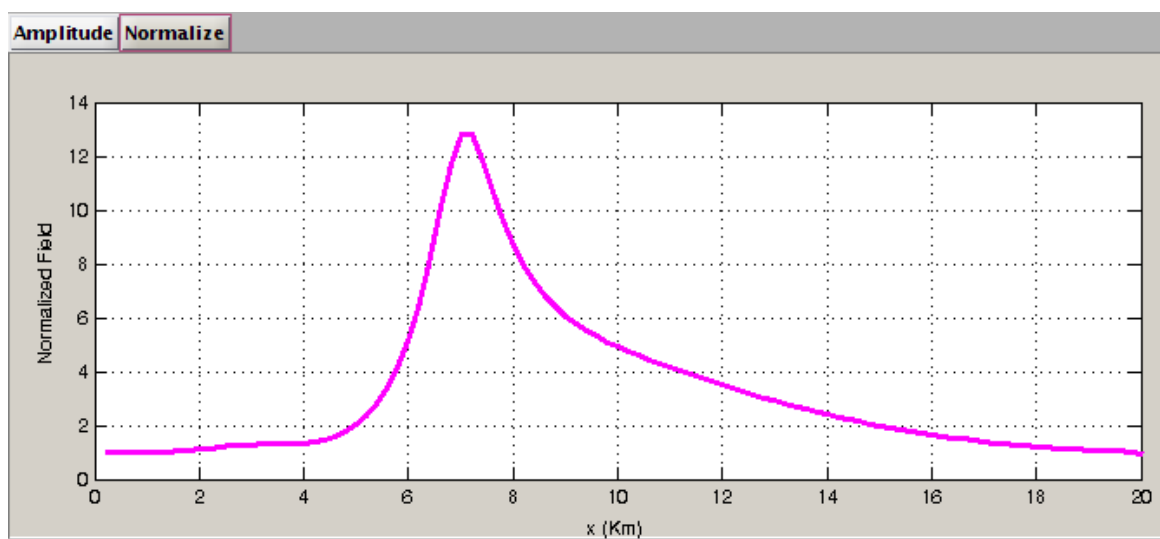


(b) Componente E_x em fase para a geometria *Inline*.

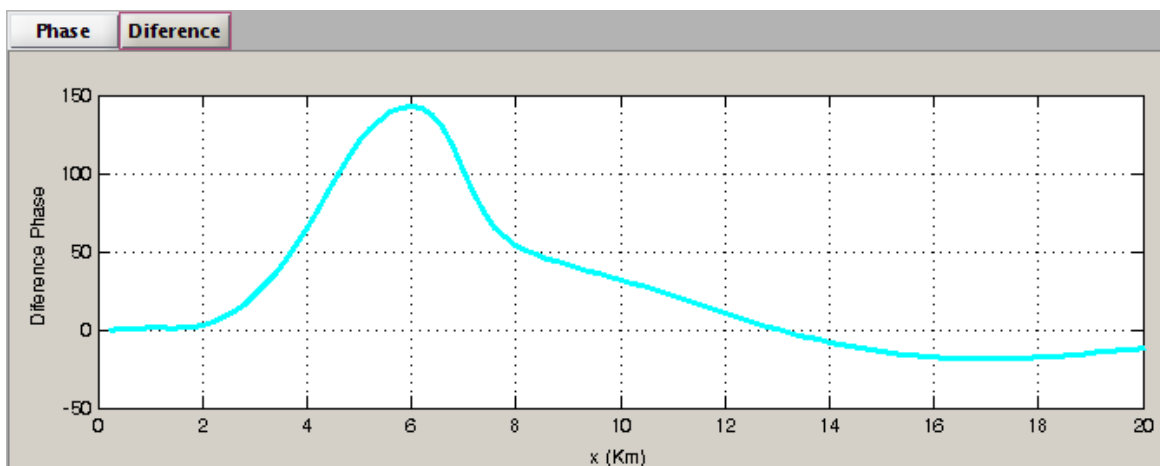
Fonte: Elaborado pelo Autor

A interface além de disponibilizar a visualização do comportamento dos campos eletromagnéticos também permite a análise da normalização dos campos, ou seja, a razão entre eles representando o quanto que um campo é maior que o outro. Além disso é possível visualizar a diferença de fase entre os campos, como representado na Figura 16.

Figura 16 – Tem-se (a) Normalização dos campos elétricos ao modelo canônico e referência para a frequência de 0.25 Hz. (b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes ao modelo canônico e de referência para um sinal de 0.25 Hz.



(a) Normalização dos campos elétricos referentes aos modelos canônico e referência.



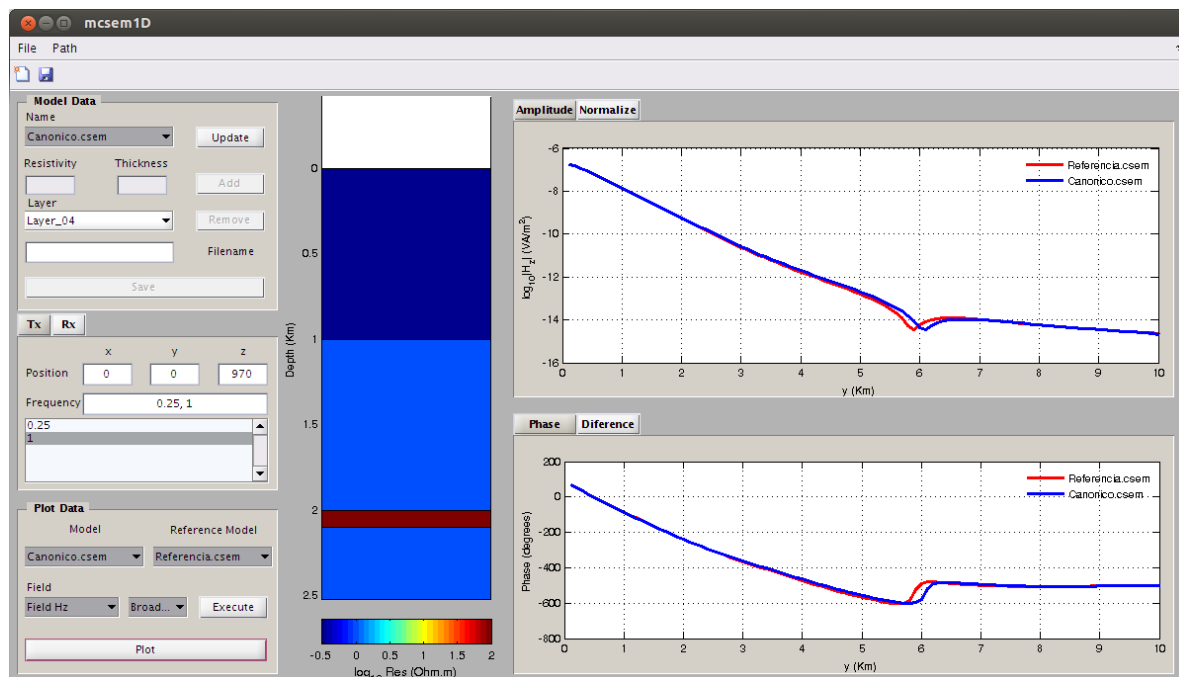
(b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes aos modelos canônico e referência.

Fonte: Elaborado pelo Autor

Como a interface disponibiliza a estudo do comportamento dos campos elétricos e magnéticos, para diferentes modelos de camadas e para sinais com diferentes frequências, a Figura 17 mostra o comportamento da componente Hz dos campos magnéticos dos modelos canônico e de referência, dessa vez adquiridos por geometria *Broadside*. Dessa forma o usuário poderá verificar o comportamento dos dife-

rentes campos eletromagnéticos, em estudos com várias frequências e em diferentes geometrias de aquisição.

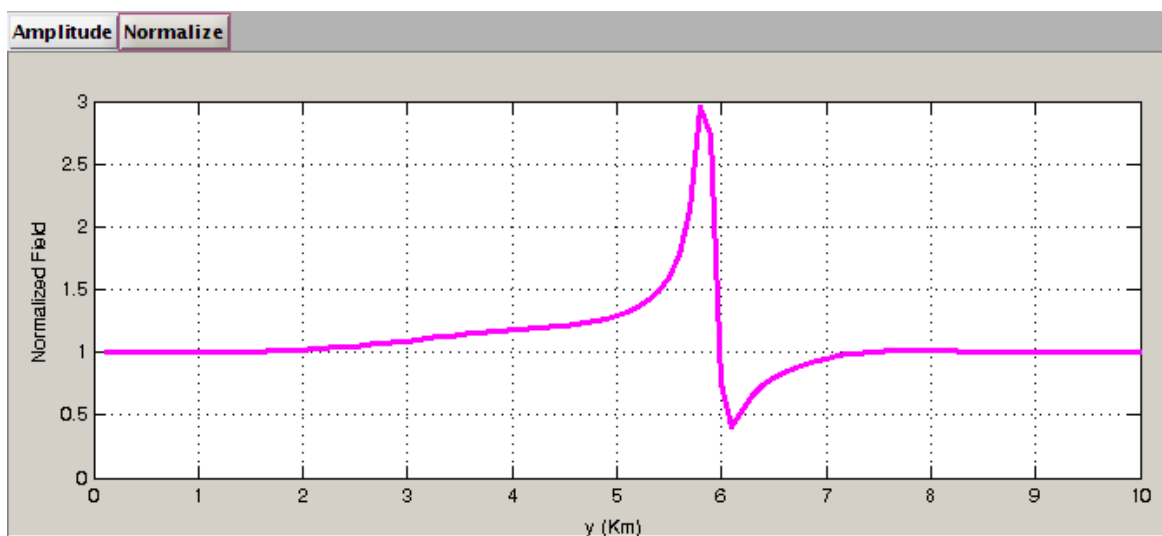
Figura 17 – Observa-se as curvas representando o decaimento das componentes z dos campos magnéticos, para frequência de 1 Hz, em geometria *Broadside*, para ambos os modelos canônico e referência.



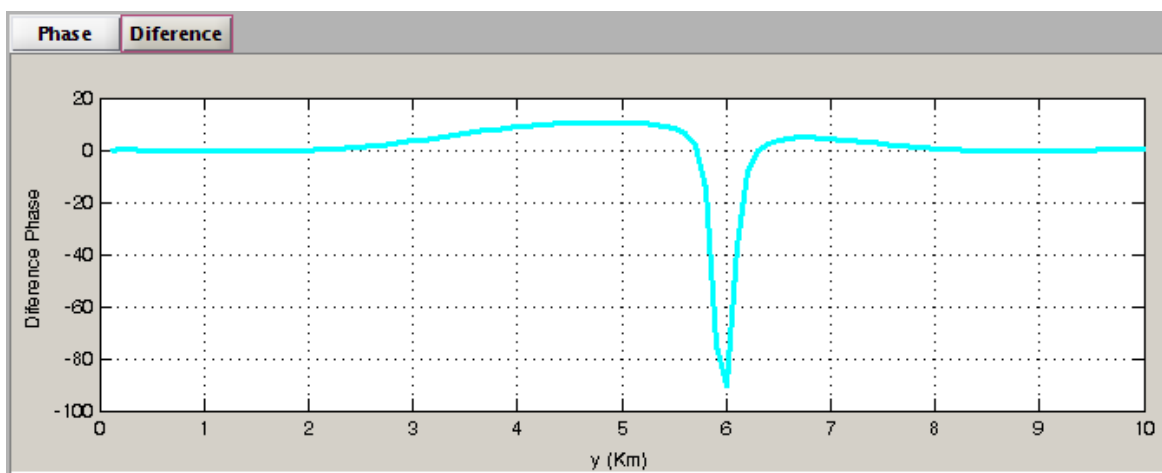
Fonte: Elaborado pelo Autor

A interface mcsem1D disponibiliza um leque de possibilidades para que o usuário crie seus próprios modelos e faça suas comparações de resultados obtidos de diferentes parâmetros. A Figura 18 mostra a normalização e a diferença de fase entre as componentes z dos campos magnéticos referentes a ambos modelos utilizados como exemplo até o momento.

Figura 18 – Tem-se (a) Normalização dos campos magnéticos referentes aos modelos canônico e referência para a frequência de 1 Hz. (b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes aos modelos canônico e de referência para um sinal de 1 Hz.



(a) Normalização dos campos magnéticos referentes aos modelos canônico e referência.



(b) Diferença de fase entre os campos elétricos referentes aos modelos canônico e de referência.

Fonte: Elaborado pelo Autor

4 INTERFACE GRÁFICA E APLICAÇÕES

4.1 ESTUDOS DA LITOSFERA

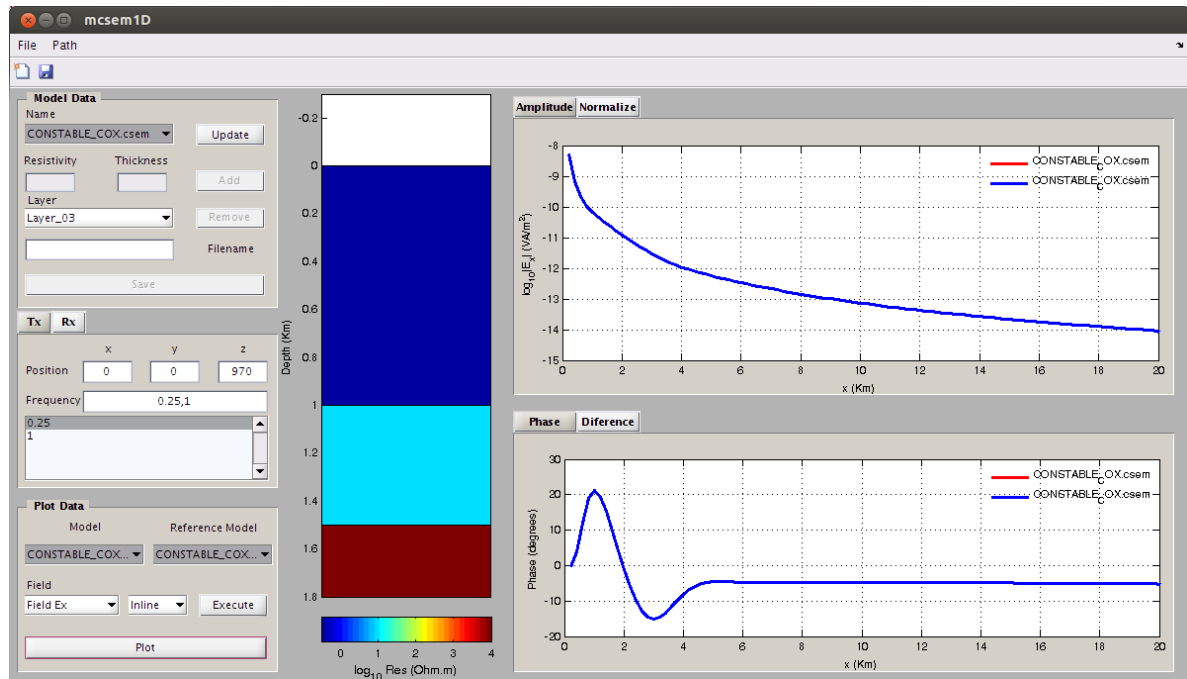
Em novembro de 1988, o *Scripps Institution of Oceanography*, da universidade de San Diego, realizou um levantamento de dados geofísicos na região nordeste do oceano Pacífico com a finalidade de observar, em comparação a dados adquiridos diretamente de poços, algumas propriedades da litosfera oceânica, incluindo as variações de pressão e de gravidade em função da profundidade de medida. Denominou-se este projeto como PEGASUS (CONSTABLE; COX, 1996), por se tratar de medidas de pressão, propriedades elétricas e gravidade por intermédio de um levantamento marinho de fonte controlada – MCSEM. Para tanto, escolheu-se uma área denominada de normal, localizada no Pacífico na posição de 35°N e 132°W, uma região de topografia suave, com camada de sedimentação delgada, com batimetria conhecida e próxima a San Diego.

Neste projeto, foi-se utilizado um dipolo eletromagnético horizontal, ligado por um cabo a um navio, o qual foi conduzido por aproximadamente 28 horas a 2.5 Km/h, realizando medidas a cada 15 minutos com sinais de frequência de 0.25, 1, 2, 4 e 8 Hertz. Além da fonte, utilizou-se um total de 14 receptores dispostos no fundo do mar, sendo que 12 coletaram dados, embora um deles tenha apresentado problemas antes do início das transmissões. Nove receptores eram do tipo ELF — tipo de receptor que mede rapidamente a componente horizontal do campo eletromagnético, para distâncias menores que 10 a 20 Km devido suas pequenas antenas -, porém apenas seis obtiveram boas respostas. Os outros 5 receptores restantes eram do tipo LEM - instrumentos mais sensíveis se comparados aos ELF -, rebocados pelo navio e liberados no fundo oceânico a maneira descrita em Webb et al. (1985). Dos receptores LEM, quatro possuíam antenas de 1000 metros e um de 3000 metros sendo que cada um deles também tinha antenas secundárias (*Backup sensor*) com um terço do comprimento de suas respectivas antenas principais.

Com os dados observados, realizou-se o método da inversão regularizada não linear com a finalidade de modelar uma estrutura com condutividade elétrica unidimensional. Os resultados mostraram que a profundidade máxima que pode ser inferida, analisando a resposta que a subsuperfície dá ao sinal eletromagnético, é de aproximadamente 30 Km. Chegou-se a conclusão de que a resistividade dos materiais presentes no semi-espaco crosta inferior e manto superior varia entre 2 e $7 \times 10^4 \Omega\text{m}$ e uma resistência lateral de menos de $10^9 \Omega\text{m}^2$, sugerindo que cerca de 0.3% do volume

da interface é formado por água na crosta inferior e algum material condutivo no manto superior. O modelo de subsuperfície proposto neste trabalho é formado por uma primeira camada de espessura de 1000 m e resistividade $0.3 \Omega\text{m}$, segunda camada com espessura de 500 m e resistividade de $10 \Omega\text{m}$ e terceira camada com resistividade de $10000 \Omega\text{m}$ como está representado na Figura 19.

Figura 19 – Modelo de camadas baseado no estudo da litosfera com as respostas do campo E_x na geometria *Inline* e para a frequência de 0.25 Hz.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 CONDUTIVIDADE DAS ROCHAS CRUSTAIS

No trabalho de Young e Cox (1981), encontram-se informações sobre um levantamento eletromagnético de dados em uma região chamada de alto do pacífico leste. Este estudo fez parte do projeto Rise apoiado pelo Scripps Institution of Oceanography e consistia em saber como experimentos eletromagnéticos de fonte controlada poderiam ser usados para obter gradientes térmicos e assim dizer algo sobre os processos que ocorrem na crosta.

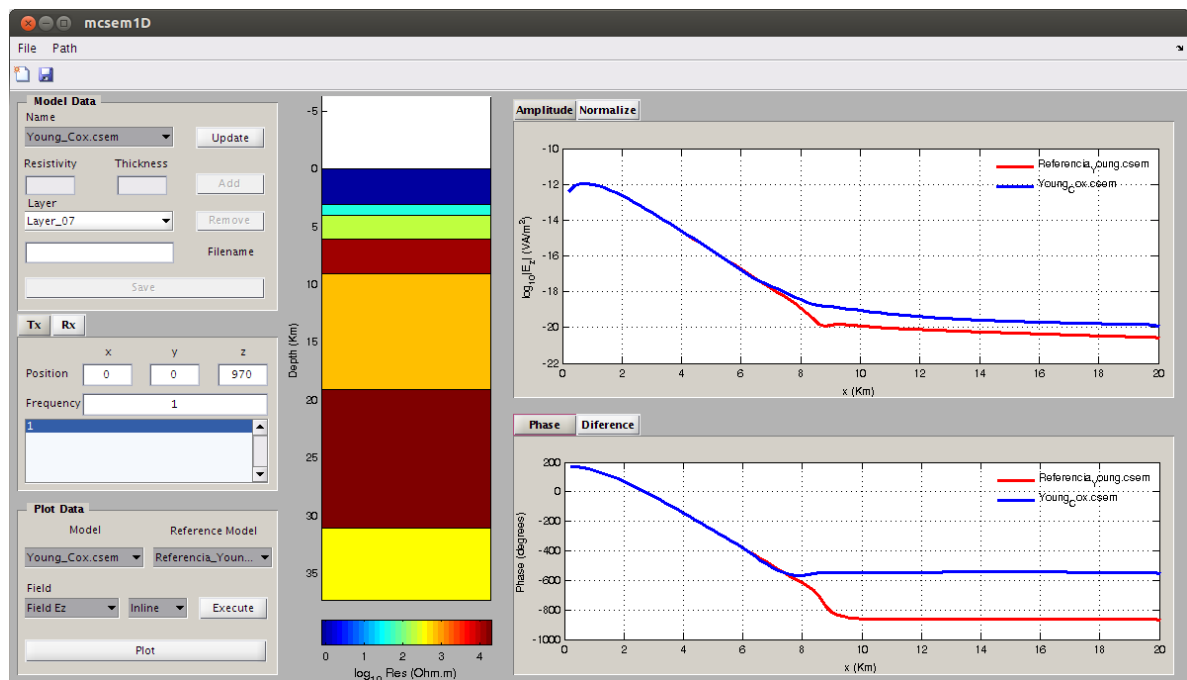
Neste estudo foram utilizados um transmissor de baixa frequência, além de diversos receptores dispostos ao longo de 18.9 Km ao longo do assoalho oceânico para se obter informações sobre a condutividade elétrica de estruturas da crosta. A antena transmissora era um dipolo horizontal de aproximadamente 800 metros de comprimento, localizado dentro do oceano, ao longo do qual, transmitia-se uma corrente

alternada de 70 amperes para, então, produzir sinais eletromagnéticos com janela de frequência variando de 0.25 até 2.25 Hertz. Os receptores mediram sinais da ordem de 10^{-10} V/m das componentes horizontais do campo elétrico utilizando duas antenas de nove metros cada.

Para um *skin depth* de 1 Hertz no oceano, sendo este de condutividade de 3.2 S/m e, para valores de condutividade das rochas abaixo da crosta variando por volta de $4 \times 10^{-3} S/m$ em profundidade de 0.28 e 8 Km, concluiu-se que para um alcance de 19 Km o sinal se propagou exclusivamente ao longo das rochas em sub-superfície.

Ao invés de interpretar as medidas eletromagnéticas em termos de um perfil elétrico das condutividades das rochas da crosta e do manto superior, fez-se um ajuste dos dados para um modelo de camadas planas e horizontais dispostas sob o fundo do mar. Com isso, obteve-se um modelo correspondendo a melhor distribuição de condutividade elétrica conforme se pode ver na Figura 20 e, para as propriedades deste modelo apresentado no artigo, a interface mostra os valores de campo E_z em comparação a um modelo de referência com as seguintes propriedades: primeira camada, relativa ao oceano, com $0.75 \Omega m$ de resistividade e 3050 m de espessura e segunda camada, relativa ao substrato, com $20000 \Omega m$ de resistividade.

Figura 20 – Modelo de subsuperfície confeccionado a partir do estudo das rochas crustais, com sua resposta de E_z comparada ao modelo de referência mencionado anteriormente.

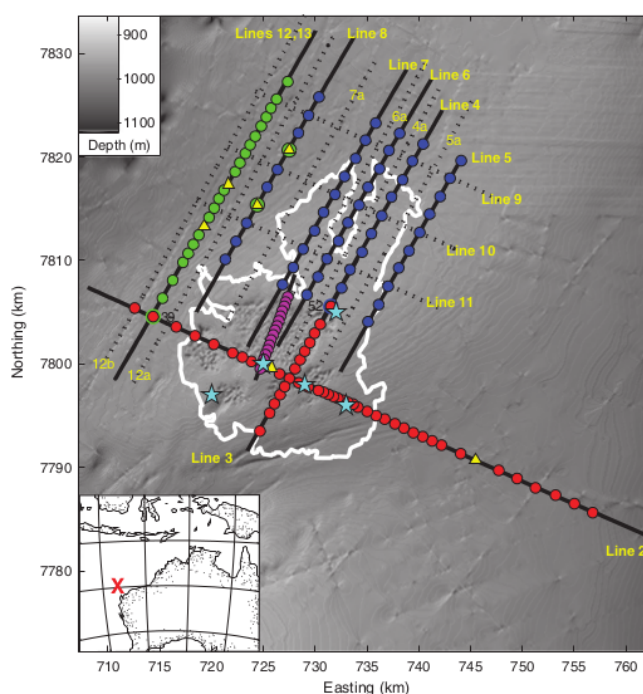


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 MAPEAMENTO DE RESERVATÓRIOS COM HIDROCARBONETOS

Segundo os estudos de Myer et al. (2012), realizou-se em 2009 um levantamento de dados, utilizando a técnica MCSEM, em uma região produtora de gás em Scarborough, a noroeste da costa australiana. Este levantamento utilizou 20 linhas de transmissores eletromagnéticos e 144 receptores ao longo de um perfil 2D com um grid complexo 3D, conforme ilustrado na Figura 21. O objetivo do estudo era coletar dados com alta qualidade sobre uma região em que houvesse hidrocarboneto e usa-los para o desenvolvimento das técnicas de levantamentos marinhos CSEM.

Figura 21 – Local do levantamento e geometria MCSEM.



Fonte: Myer et al. (2012).

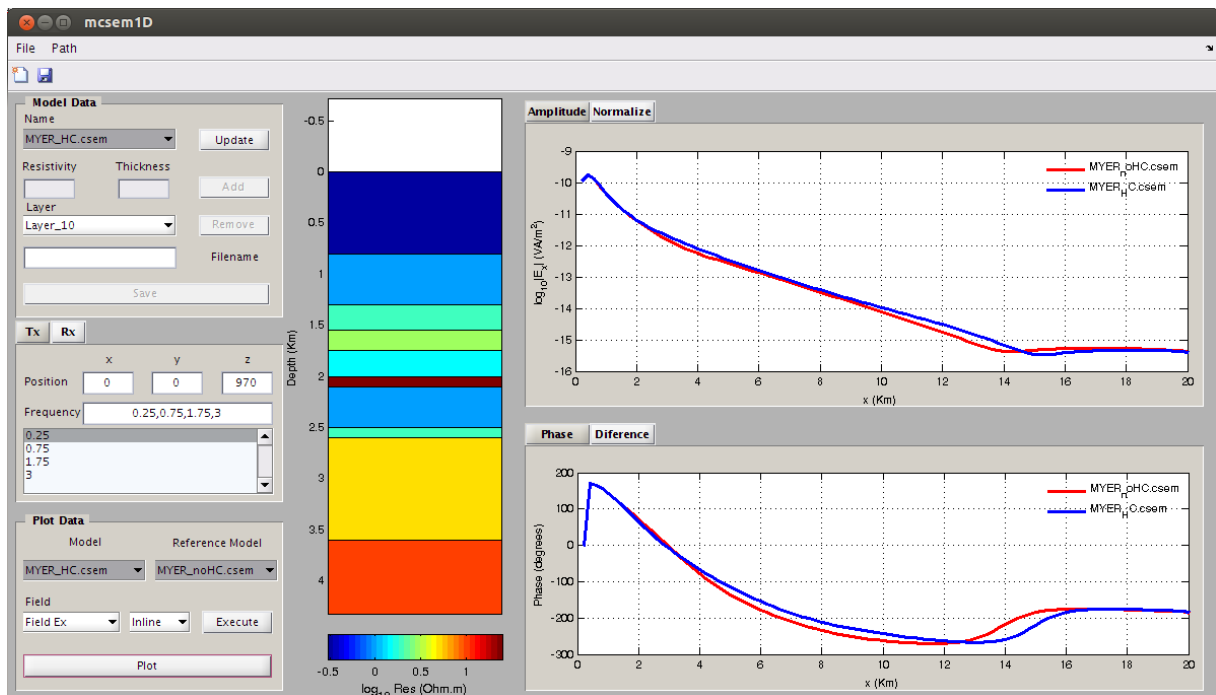
O levantamento em Scarborough foi planejado para cobrir uma ampla geometria de aquisição para então mostrar a efetividade do método marinho eletromagnético para a exploração de hidrocarbonetos. Portanto, os objetivos específicos do trabalho foram: (1) obter dados de calibração sobre uma estrutura previamente conhecida, estando esta sob o controle de 5 poços perfurados e excelentes dados de sísmica 3D. Dessa forma, haveria respaldo para a interpretação de dados 1D, 2D e 3D além das respostas de métodos de inversão. (2) Adquirir um banco de dados apropriado para fazer correlações entre os métodos magnetotelúrico, CSEM e sísmico. (3) Verificação da profundidade efetiva dos elementos resistivos em subsuperfície. (4) Entender como otimizar a quantidade e a disposição de transmissores e receptores para uma melhor resposta. (5) Verificar quão diferentes os dados de poços e de CSEM se apresentam

para diferentes espessuras e saturações de reservatórios e, finalmente (6) analisar os ruídos que o dado CSEM pode sofrer.

Avanços recentes sobre as técnicas de navegação e processamento de dados rederam respostas com alta qualidade em determinados domínios de frequência. Algumas pseudoseções exibiram significativas anomalias confinadas, como se esperava, na mesma posição onde o reservatório estava localizado. Porém, quando se realizou o método da inversão unidimensional, verificou-se que o reservatório não correspondia a totalidade da camada em que se encontrava, ou seja, o reservatório estava posicionado em uma camada também resistiva. Então, concluiu-se que o reservatório e a camada resistiva não poderiam ser observados separadamente mesmo quando suas propriedades elétricas eram consideravelmente díspares.

A Figura 22, mostra o modelo com reservatório abordado no paper com suas respostas de amplitude e fase, porém no trabalho de Myer et al. (2012), tem-se um esquema 2D representando as camadas sendo que a sexta camada é composta parcialmente pelo reservatório.

Figura 22 – Modelo proposto para mapeamento de reservatórios com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria *Inline*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como este trabalho de graduação foi feito para problemas em 1D, na figura anterior plotou-se dois modelos baseado neste paper: um sem reservatório na sexta camada e outro com reservatório. O modelos mostrado na figura apresenta as seguintes características: primeira camada da com espessura de 800 m e resistividade de $0.3 \Omega\text{m}$, segunda camada com 500 m de espessura e $1 \Omega\text{m}$ de resistividade, terceira camada com 250 m de espessura e $2 \Omega\text{m}$ de resistividade, quarta camada com espessura de 200 m e $3 \Omega\text{m}$ de resistividade, quinta camada com espessura de 250 m e $1.5 \Omega\text{m}$ de resistividade, sexta camada com 100 m e $25 \Omega\text{m}$ de resistividade, sétima camada com 400 m de espessura e $1 \Omega\text{m}$ de resistividade, oitava camada com 100 m de espessura e $2 \Omega\text{m}$ de resistividade, nona camada com 1000 m de espessura e resistividade de $5 \Omega\text{m}$ e décima camada com resistividade de $10 \Omega\text{m}$. Então, mostra-se os gráficos das respostas dos campos quando se tem reservatório (Linha azul) e quando não tem (linha vermelha).

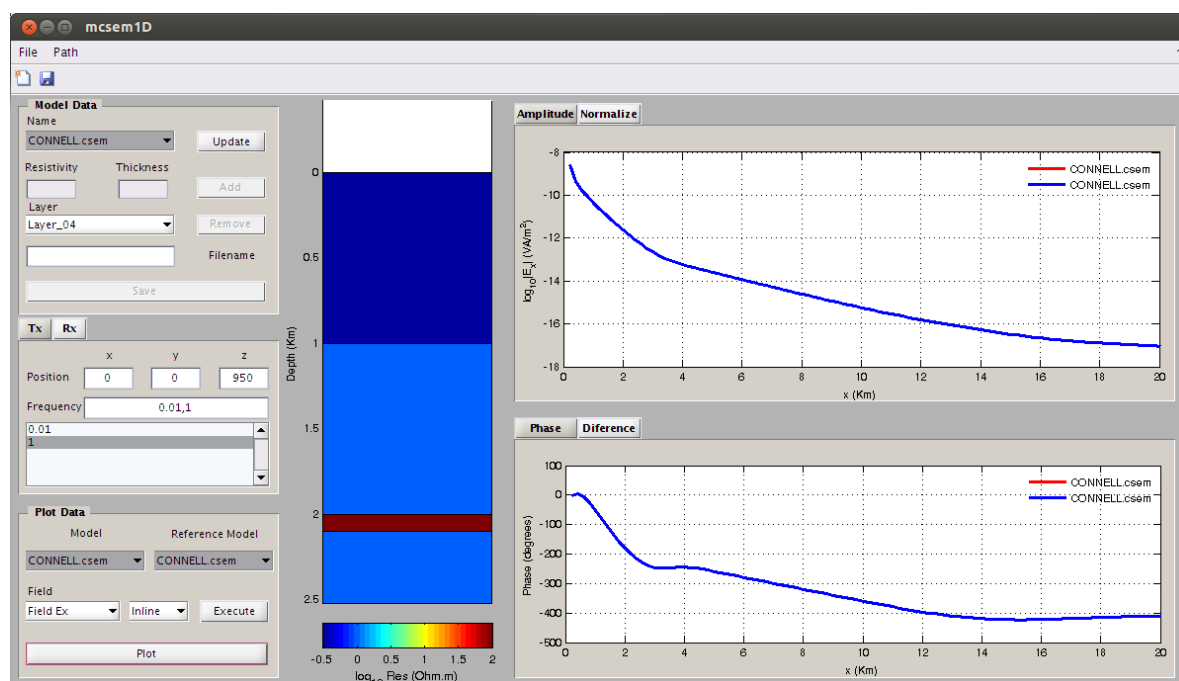
4.4 DETECÇÃO DE HIDROCARBONETOS EM ÁGUAS RASAS

Em levantamentos de dados, no domínio da frequência, em ambientes de água rasa ($< 500\text{m}$) o sinal registrado é contaminado pela airwave – resultado da transmissão que se propaga na interface entre o ar, bastante resistivo, e o mar – a sensibilidade para a detecção de alvos resistivos rasos fica extremamente limitada. Porém, quando se trabalha no domínio do tempo ocorre uma melhora na sensibilidade e resolução destes alvos, mesmo com a presença da airwave.

Em Connell e Key (2011), faz-se uma comparação entre sensibilidade e resolução de levantamentos realizados no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Em águas rasas, a resposta da airwave no domínio do tempo chega mais rapidamente se comparada a resposta vinda do reservatório e isto proporciona a separação dos sinais. A Figura 23, apresenta um modelo de camadas proposto no paper citado juntamente com a resposta do campo E_x , no domínio da frequência de 1 Hz. Este modelo possui quatro camadas, sendo uma delas com hidrocarboneto. A camada de lâmina de água tem 1000 metros e a fonte foi posicionada a 50 metros acima do fundo do mar, como se pode ver no painel Tx, e os receptores sobre o assoalho oceânico.

Figura 23 – Modelo proposto para detecção de hidrocarbonetos em águas rasas com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria *Inline*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.5 RESOLUÇÃO DE ESCALA ELÉTRICA RELACIONADA A ANISOTROPIA EM RESERVATÓRIOS

A modelagem 1D e 3D, juntamente com a inversão de dados, são métodos convencionais para analisar a sensibilidade e a resolução que o MCSEM oferece em levantamentos de dados. Porém, quando se trata de mais de uma camada com propriedade elétrica variando de forma abrupta como, por exemplo, uma camada de folhelho e outra de arenito saturado com hidrocarboneto, alguns parâmetros elétricos podem contribuir para discriminar essas seções de subsuperfície.

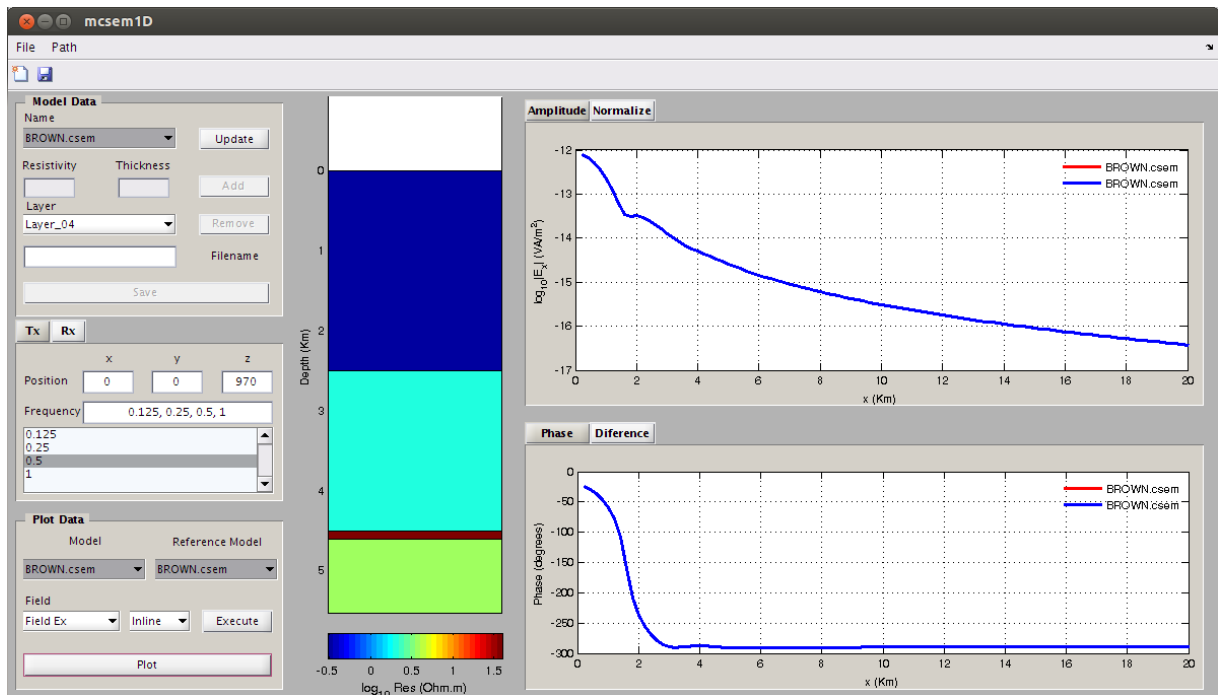
Os estudos realizados por Brown et al. (2012), mostram que, como a resistividade pode variar em diferentes direções caracterizando um meio anisotrópico, é possível diferenciar camadas analisando esses parâmetros. Por exemplo, em uma camada de folhelho a resistividade é uma propriedade física que varia bastante verticalmente e pouco horizontalmente. A medida que a resistividade horizontal diminui, a sua resolução, para o MCSEM, aumenta. Isso ocorre em camadas anisotrópicas que apresentam alta densidade de corrente horizontal e baixa resistividade nesta direção.

Neste trabalho, utilizou-se os modelos 1D apresentados por Brown et al. (2012) onde se analisou a sensibilidade que o MCSEM tem em relação a anisotropia locali-

zada em um reservatório e constatou que, em águas profundas, a modelagem 1D é pouco sensível para pequenas anisotropias.

Como apresentado na Figura 24, tem-se uma camada de lâmina de água com 2.5 Km de espessura e resistividade de $0.3 \Omega\text{m}$, uma camada de sedimentos com espessura de 2 Km e $2 \Omega\text{m}$, um reservatório com 0.1 Km de espessura e resistividade de $40 \Omega\text{m}$ e substrato com resistividade de $4 \Omega\text{m}$.

Figura 24 – Modelo proposto por Brown et al. (2012) com suas respostas de amplitude e fase para o campo E_x na geometria *Inline*, para frequência de 0.5 Hz.



Fonte: Elaborado pelo autor.

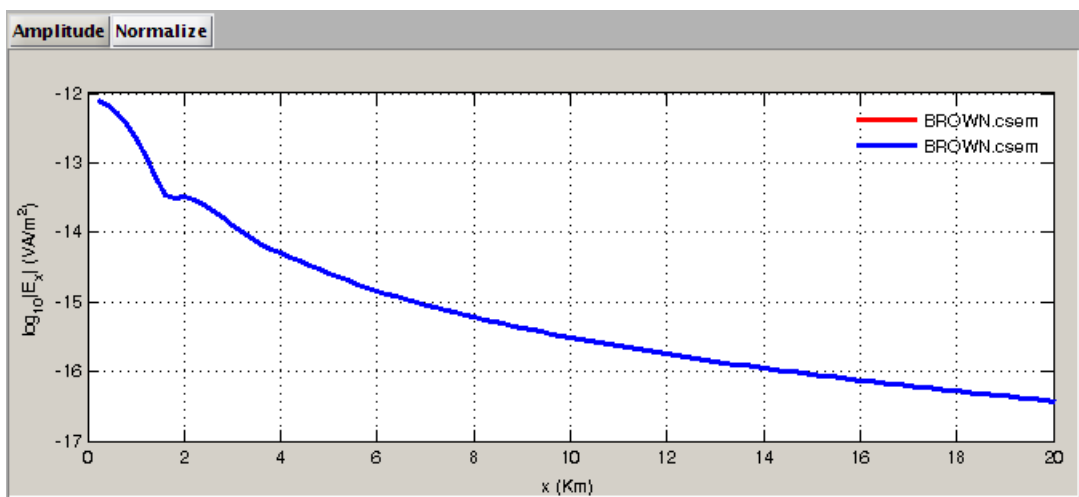
Conhecendo a variação da resistividade em determinada direção, é possível distinguir, por exemplo, um arenito saturado com óleo e granulação homogênea, do qual se espera resistividade isotrópica, de um folhelho, o qual geralmente é anisotrópico. Com a determinação de como varia a resistividade horizontalmente, pode-se diferenciar porosidade uniforme, uniformidade do tamanho dos grãos e folhelhos anisotrópicos.

Outra aplicação destes conceitos está em relacionar o tamanho dos grãos de um arenito e sua permeabilidade com seu grau anisotrópico. Arenitos que possuem porosidade uniforme, mas permeabilidade e tamanhos dos grãos variáveis, são eletricamente isotrópicos quando preenchidos por água. Porém, quando preenchidos por hidrocarbonetos, tornam-se anisotrópicos e isso faz com que se relacione permeabilidade da rocha com seu grau anisotrópico. Ou seja, a transição de um meio isotrópico

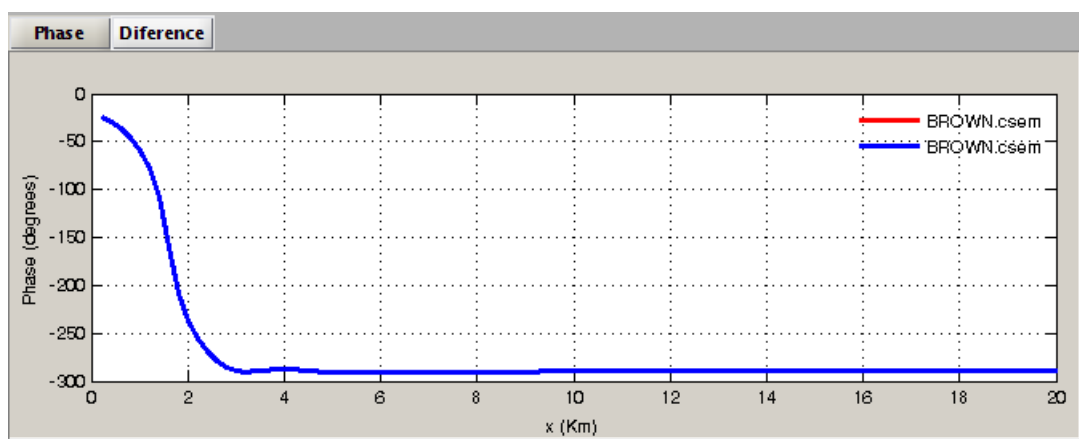
para outro anisotrópico poderia indicar a passagem de uma região que contém água para outra que contém óleo dentro de reservatórios areníticos.

As curvas na Figura 25 representam o espalhamento geométrico que o sinal emitido pela fonte sofre ao atravessar as camadas em subsuperfície. Para o mesmo modelo de Brown et al. (2012), conforme se aumenta a frequência o sinal sofre menos espalhamento porém a resolução diminui e, portanto, não mostra detalhes em algumas camadas que poderiam ser importantes para a interpretação do dado eletromagnético.

Figura 25 – Tem-se (a) Campo elétrico para frequência de 0.25 Hz.(b) Campo elétrico para frequência de 1 Hz.



(a) Comportamento do campo E_x para frequência de 0.25hz.



(b) Comportamento do campo E_x para frequência de 1hz.

Fonte: Elaborado pelo Autor

4.6 INVERSÃO RÁPIDA 2D

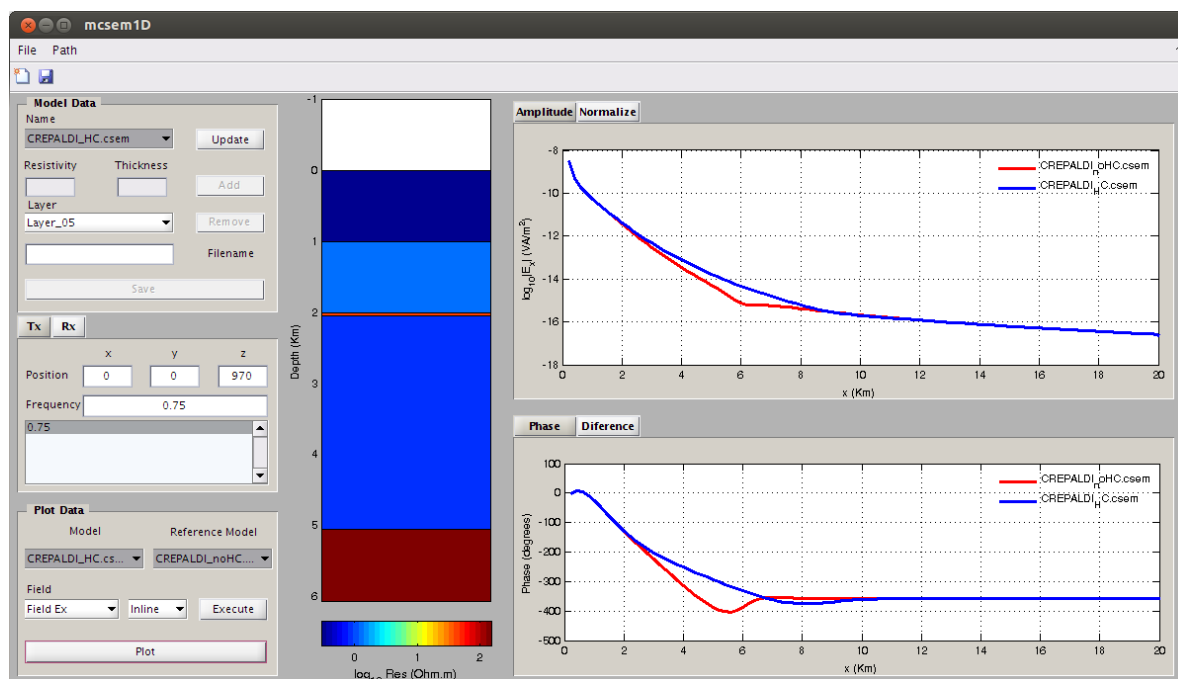
O método MCSEM é uma ferramenta que reduz os riscos de falha na localização de reservatórios com hidrocarbonetos e, por isso, sua aplicação vem sendo bastante difundida na indústria do petróleo. Contudo, a interpretação dos dados ainda é um grande desafio para a indústria. Por isso, várias metodologias vem sendo desenvolvidas com a finalidade de melhorar o tempo de interpretação e processamento dos dados e a diminuição dos custos desses processos.

No trabalho de Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011), tem-se a apresentação de um método de inversão 1D que se revelou como uma grande alternativa se comparada aos custos e complexa implementação das inversões 2D e 3D. A ideia consiste em inverter dados que tenham informações sobre um mesmo domínio CMP e isso ocorre porque esse grupo de informações contém dados sobre um mesmo ponto registrado por vários offset e, com isso, consegue-se analisar melhor o comportamento horizontal da subsuperfície, exatamente como feito no processamento sísmico. Esta metodologia de inversão de dados foi aplicada para uma linha MCSEM, chamada de LTAM10, na bacia de Santos e os resultados foram comparados aos dados previamente adquiridos pela sísmica e de poços .

O trabalho também apresenta derivadas analíticas de campos produzidos por dipolos eletromagnéticos horizontais com respeito a camadas resistivas, que foram capazes de realizar inversões 40 vezes mais rápidas do que aquelas realizadas utilizando o mesmo algoritmo usando derivadas numéricas.

O sinal transmitido pela fonte tinha frequência de 0.75 Hz e foram utilizados, para a técnica de modelamento, 11 receptores. A Figura 26 mostra um modelos de camadas apresentado no artigo citado, o qual foi construído baseado em dados geelétricos obtidos da LTAM10 por um conjunto de modelos 1D e que adquiriu característica 2D. O modelo é composto por 4 camadas sendo que o corpo resistivo tem espessura de 50 metros e 20 Km de extensão com resistividade de 40 Ω m. Os receptores estão dispostos em 1 Km e 100 metros afastados do transmissor.

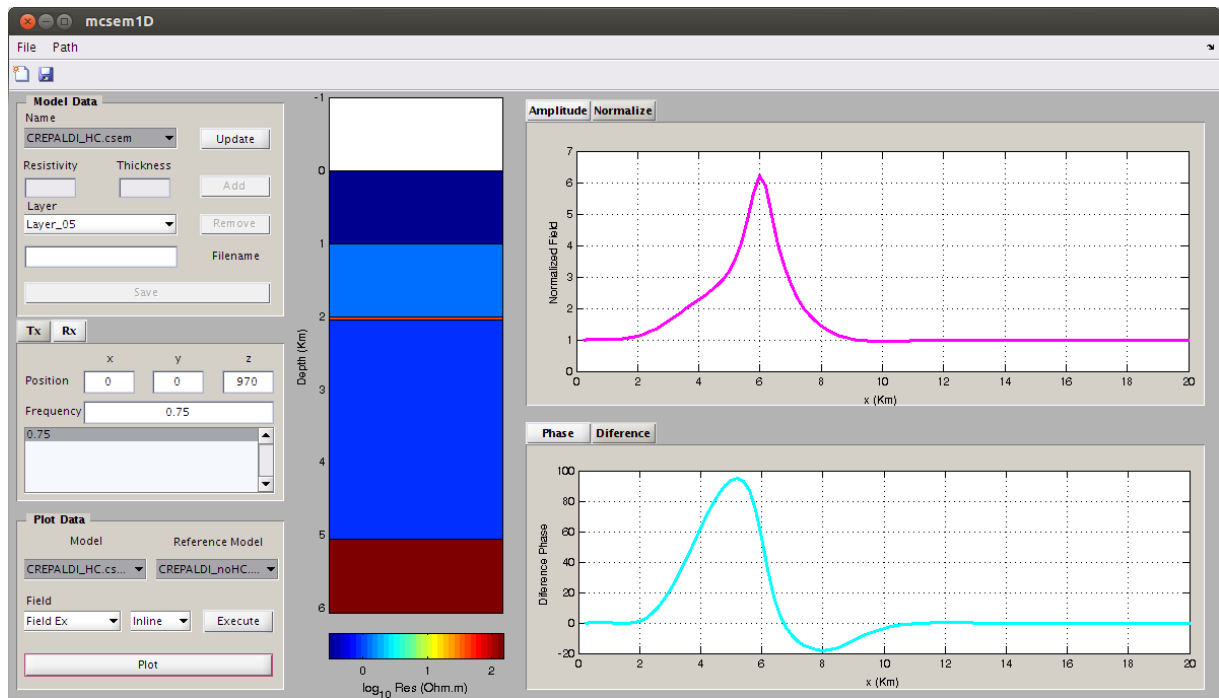
Figura 26 – Modelo proposto por Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011) com suas respostas de amplitude e fase para o campo Ex na geometria *InLine*, para frequência de 0.75 Hz.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A interface mcsem1D disponibiliza a visualização de normalização dos campos. Utilizando o modelo de camadas proposto por Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011), tem-se o quanto a resposta, produzida pela subsuperfície que possui hidrocarboneto, é maior que a resposta produzida pela subsuperfície que não possui hidrocarboneto. Essa propriedade é analisada quando se acessa o botão *Normalize*. Além da normalização, pode-se verificar a diferença de fase entre os modelos de camadas propostos no artigo citado através do botão *Diference*. O comportamento das respostas dessas opções pode ser verificado na Figura 27.

Figura 27 – Modelo proposto por Crepaldi, Buonora e Figueiredo (2011) com suas respostas de campos normalizados e a diferença de fase entre eles para o campo Ex na geometria *Inline* e frequência de 0.75 Hz.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONCLUSÃO

O método CSEM é uma tecnologia de aquisição de dados aplicada a identificação de camadas resistivas em subsuperfície, o qual pode ser utilizado tanto em terra como no mar. Este método tem sido usado por parte da indústria como ferramenta de auxílio às aquisições sísmicas, pelo fato de conseguir diferenciar substâncias, baseado no contraste de resistividade, e assim diminuir os riscos de exploração de hidrocarbonetos. A técnica do MCSEM também é muito utilizada no monitoramento de produção de reservatórios e estudos da composição da litosfera.

A modelagem 1D para o método aqui estudado tem extrema importância tanto no campo acadêmico como no industrial. Como pode ser constatado nos artigos citados no desenvolvimento deste trabalho, praticamente todos os estudos que se valem desta técnica de aquisição passam por etapas de modelagem 1D, haja visto que se esta modelagem não apresentar respostas satisfatórias, as modelagens 2D e 3D também não darão e, por isso, a modelagem 1D é base para qualquer estudo litológico.

O confecção de uma interface gráfica surge como ferramenta de auxílio a visualização dos resultados provenientes de levantamentos MCSEM. Com este produto, tem-se uma facilidade maior em analisar o comportamento dos campos elétricos e magnéticos resultantes de aquisições, haja visto que rapidamente o usuário pode criar seus modelos e armazená-los, variando as características tanto da subsuperfície como dos parâmetros de levantamento de dados como frequência do sinal emitido, posição e espaçamento dos receptores, número e espaçamento das medidas.

REFERÊNCIAS

- ARCHIE, G. E. Electrical resistivity an aid in core-analysis interpretation. *American association of petroleum geologists bulletin*, v. 31, n. 2, p. 350–366, 1947.
- ARCHIE, G. E. Introduction to petrophysics of reservoir rocks. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, v. 34, n. 5, p. 943–961, 1950.
- BROWN, V. et al. Resolution of reservoir scale electrical anisotropy from marine csem data. *Geophysics*, v. 77, n. 2, p. E147–E158, 2012.
- CHAVE., A. D.; COX, C. S. Em induction by ocean currents and the conductivity of the oceanic lithosphere. *Geomagn. Geoelectr.*, v. 35, p. 204–217, 1983.
- CONNELL, D.; KEY, K. A numerical comparison of time and frequency-domain marine electromagnetic methods for hydrocarbon exploration in shallow water. *European Association of geoscientists and engineers, Geophysical Prospecting*, p. 1–13, 2011.
- CONSTABLE, S.; COX, C. S. Marine controlled-source electromagnetic sounding. the pegasus experiment. *Journal of geophysical research*, v. 101, p. 5519–5530, March 1996.
- CONSTABLE., S.; SRNKA, L. J. An introduction to marine controlledsource electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, v. 72, n. 2, p. WA3–WA12, 2006.
- COX., C. S. On the electrical conductivity of the oceanic lithosphere. *Earth Planet*, p. 196–201, 1981.
- CREPALDI, J. L. S.; BUONORA, M. P. P.; FIGUEIREDO, I. Fast marine csem inversion in the cmp domain using analytical derivatives. *Geophysics*, v. 76, n. 5, p. F303–F313, 2011.
- EIDESMO., T. et al. Sea bed logging (sbl), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. *First break*, v. 20, p. 144–152, 2002.
- ERDELYI, A. *Tables of integral transforms*. [S.I.]: McGraw-Hill, 1954.
- HARRINGTON, R. F. *Time-Harmonic electromagnetic fields*. [S.I.]: Wiley-IEEE Press, 2001.
- HESTHAMMER, J.; STEFATOS, A.; BOULAENKO, M. CSEM performance in light of well results. *The Leading Edge*, v. 29, n. 1, p. 34–41, january 2010.
- KEY, K. et al. Electromagnetic detection of plate hydration due to bending faults at the middle america trench. *Earth and Planetary Science Letters*, p. 45–53, 2012.
- KONG, F. N. Hankel transform filters for dipole antenna radiation in a conductive medium. *Geophysics prospecting*, v. 55, p. 83–89, 2007.

- LEE, K. H.; PRIDMORE, D. F.; MORRISON, H. F. A hybrid three-dimensional electromagnetic modeling scheme. *Geophysics*, v. 46, n. 5, p. 796–805, 1981.
- LOVATINI, A. et al. The potiguar integrated exploration project: Csem prospectivity assessment offshore brazil. *The leading edge*, v. 29, p. 848–851, 2010.
- MACGREGOR, L.; SINHA, M. C. Use of marine controlled-source electromagnetic sounding for sub-basalt exploration. *Geophysical*, v. 48, p. 1091–1106, 2000.
- MACGREGOR, L.; SINHA, M. C.; CONSTABLE, S. Electrical resistivity structure of the valu fa ridge, lau basin, from marine controlled-source electromagnetic sounding. *Geophysical journal international*, v. 146, p. 217–236, 2001.
- MATLAB. *version 8.0.0.783 (R2012b)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2012.
- MYER, D. et al. Marine csem of the scarborough gas field, part 1: experimental design and data uncertainty. *Geophysics*, v. 77, p. E281–E299, July-August 2012.
- OLPHEN, H. V. *An introduction to Clay Colloid Chemistry*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 1977.
- ORANGE, A.; KEY, K.; CONSTABLE, S. The feasibility of reservoir monitoring using time-lapse marine csem. *Geophysics*, v. 74, n. 2, p. 21–29, 2009.
- RIDER, M. *The geological interpretation of well logs*. [S.l.]: Whittles Publishing, 1996.
- RIJO, L. *Electrical geophysics, 1–D earth direct modeling*. [S.l.: s.n.], 2004.
- SOUZA, V. C. T. de. *Modelagem numérica de dados MCSEM usando computação paralela*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Pará, 2007.
- STRACK, K.; ESMERSOY, C.; ALLEGAR, N. Introduction to this special section: Csem. *The leading edge*, p. 323–325, 2007.
- THIRUD, A. Waves of information. *Scandinavian oil-Gas magazine*, n. 3/4, p. 8–9, 2002.
- WAIT, J. R. *Electromagnetic waves in stratified media*. [S.l.]: Pergamon Press, 1970. 372 p.
- WANNAMAKER, P. E.; HOHMANN, G. W.; SANFILIPO, W. A. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations. *Geophysics*, v. 49, p. 60–74, JANUARY 1984.
- WARD, S. H.; HOHMANN, G. W. *Electromagnetic theory for geophysical applications*. [S.l.]: Society of exploration geophysicists SEG, 1988. (Investigations in geophysics, v. 1).
- WEBB, S. C. et al. A seafloor electric field instrument. *Geomagn. Geoelectr.*, v. 37, p. 1115–1130, 1985.
- WEISS, C. J.; CONSTABLE, S. C. Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine em methods: Insights from 1d modeling. *Geophysics*, v. 71, p. 43–51, 2006.

WEITMEYER, K.; CONSTABLE, S.; KEY, K. Marine em techniques for gas-hydrate detection and hazard mitigation. *The leading edge*, v. 25, p. 629–632, 2006.

YOUNG, P. D.; COX, C. S. Electromagnetic active source sounding near the east pacific rise. *Geophysical research letters*, v. 8, n. 10, p. 1043–1046, 1981.

Anexos

ANEXO A – Díades das Funções de Green para um Dipolo Elétrico no Interior de um Modelo Estratificado Condutivo da Terra

A teoria eletromagnética empregada no método MCSEM segue a utilização dos potenciais de Shelkunoff em um meio estratificado horizontalmente (WANNAMAKER; HOHMANN; SANFILIPPO, 1984) como ilustra a Figura 28. Assim, os campos elétrico e magnético em ponto (x, y, z) numa camada l estão relacionados a um elemento de corrente $\mathbf{J}dv'$ em (x', y', z') numa camada j conforme as funções díades de Green 3×3

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{r}) = \tilde{G}_l^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')dv'; \quad (\text{A.1a})$$

e

$$\mathbf{H}_l(\mathbf{r}) = \tilde{G}_l^H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')dv'; \quad (\text{A.1b})$$

em que

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv' = J_x dv' \mathbf{u}_x + J_y dv' \mathbf{u}_y + J_z dv' \mathbf{u}_z. \quad (\text{A.2})$$

Os potenciais vetoriais de Schelkunoff \mathbf{A} e \mathbf{F} (WARD; HOHMANN, 1988) podem ser usados desde que $\nabla \cdot \mathbf{E}_l = \nabla \cdot \mathbf{H}_l = 0$ para toda camada l exceto na camada em que existe a presença da fonte. Esses potenciais obedecem as equações da onda

$$(\nabla^2 + k_l^2)\mathbf{A}_l = \mathbf{J} \quad (\text{A.3a})$$

e

$$(\nabla^2 + k_l^2)\mathbf{F}_l = \mathbf{M} \quad (\text{A.3b})$$

em que \mathbf{J} e \mathbf{M} são distribuições volumétricas de corrente elétrica e magnética. Note que nesta definição a fonte na equação (A.1), passa a ser considerada uma distribuição de volume, para ser usada em (A.3a), podendo ser escrita como $\mathbf{J} = \mathbf{J}dv'\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, em que $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ é a função Delta de Kronecker. Os campos podem ser obtidos por

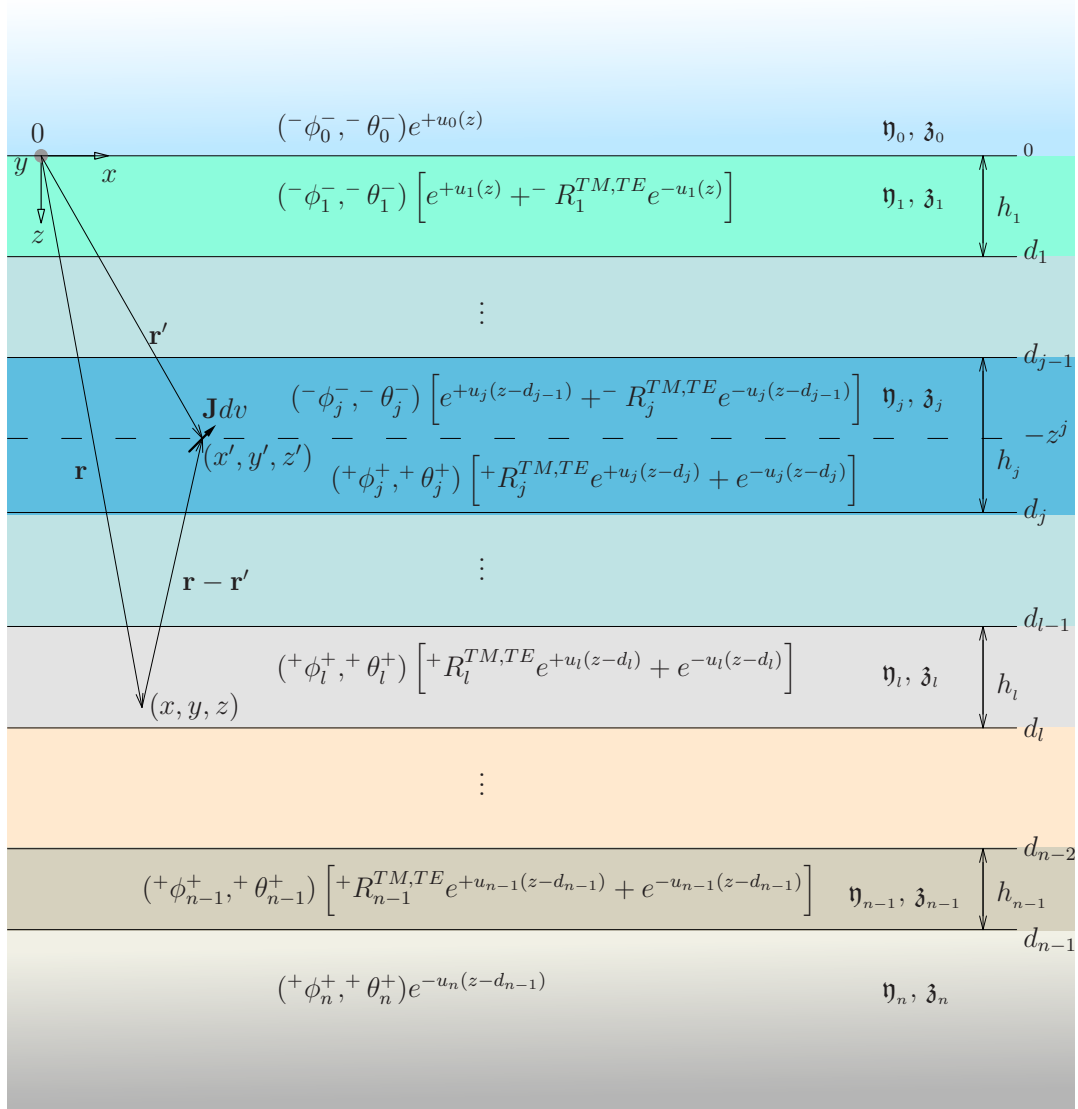
$$\mathbf{E}_l = -\nabla \times \mathbf{F}_l - \mathfrak{z}_l \mathbf{A}_l + \frac{1}{\eta_l} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}_l) \quad (\text{A.4a})$$

e

$$\mathbf{H}_l = \nabla \times \mathbf{A}_l - \eta_l \mathbf{F}_l + \frac{1}{\mathfrak{z}_l} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}_l); \quad (\text{A.4b})$$

em que $\eta_l = \sigma_l + i\omega\epsilon_l$ e $\mathfrak{z}_l = i\omega\mu_l$ são respectivamente a admitividade e a impedividade da camada l (RIJO, 2004).

Figura 28 – Relação geométrica entre um elemento de corrente $\mathbf{J}dv'$ em (x', y', z') numa camada j ao ponto de medida (x, y, z) numa camada l . Também mostra as soluções gerais para os potenciais de Schelkunoff ϕ e θ em cada meio, onde as exponenciais com argumentos positivos e negativos representam respectivamente ondas propagando-se para baixo e para cima.



Fonte: Adaptado de Wannamaker, Hohmann e SanFilipo (1984).

Seguindo Harrington (2001), nós expressamos nossa fonte corrente Jdv' em termos de uma distribuição equivalente de fontes magnética e elétrica orientada verticalmente. Isto reduz nossa tarefa para determinar somente as componentes verticais de A_l (daqui em diante designado ϕ_l) e F_l (designado θ_l) que obedecem as equações escalares

$$(\nabla^2 + k_l^2)\phi_l = J_z^{eq} \quad (\text{A.5a})$$

e

$$(\nabla^2 + k_l^2)\theta_l = M_z^{eq} \quad (\text{A.5b})$$

com J_z^{eq} e M_z^{eq} sendo as distribuições de fonte equivalente.

As equações (A.4a) e (A.4b) em coordenadas cartesianas tornam-se:

$$E_{xl} = \frac{1}{\eta_l} \frac{\partial^2 \phi_l}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \theta_l}{\partial y}, \quad H_{xl} = \frac{\partial \phi_l}{\partial y} + \frac{1}{\beta_l} \frac{\partial^2 \theta_l}{\partial x \partial z}, \quad (\text{A.6a})$$

$$E_{yl} = \frac{1}{\eta_l} \frac{\partial^2 \phi_l}{\partial y \partial z} - \frac{\partial \theta_l}{\partial x}, \quad H_{yl} = -\frac{\partial \phi_l}{\partial x} + \frac{1}{\beta_l} \frac{\partial^2 \theta_l}{\partial y \partial z}, \quad (\text{A.6b})$$

$$E_{zl} = \frac{1}{\eta_l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_l^2 \right) \phi_l, \quad e \quad H_{zl} = \frac{1}{\beta_l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_l^2 \right) \theta_l. \quad (\text{A.6c})$$

Observe que E_{zl} é formulado somente em termos de ϕ_l enquanto H_{zl} é somente em termos de θ . Esta escolha de potenciais separa os campos em dois modos, o transverso magnético (TM) e transverso elétrico (TE) em z .

Usando o par de transformada de Fourier espacial bi-dimensional,

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y, z) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (\text{A.7a})$$

e

$$F(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (\text{A.7b})$$

As soluções para as equações (A.5) no espaço (k_x, k_y) são dadas como ondas planas propagando para cima e para baixo em cada região homogênea da forma

$${}^- \phi_l = {}^- \phi_l^- e^{+u_l(z-d_{l-1})} + {}^- \phi_l^+ e^{-u_l(z-d_{l-1})} \quad (\text{A.8a})$$

e

$${}^- \theta_l = {}^- \theta_l^- e^{+u_l(z-d_{l-1})} + {}^- \theta_l^+ e^{-u_l(z-d_{l-1})} \quad (\text{A.8b})$$

para $z < z'$ e

$${}^+ \phi_l = {}^+ \phi_l^- e^{+u_l(z-d_l)} + {}^+ \phi_l^+ e^{-u_l(z-d_l)} \quad (\text{A.9a})$$

e

$${}^+ \theta_l = {}^+ \theta_l^- e^{+u_l(z-d_l)} + {}^+ \theta_l^+ e^{-u_l(z-d_l)} \quad (\text{A.9b})$$

para $z > z'$. Os superscritos a direita + e – referem-se respectivamente as ondas para baixo e para cima (veja Figura 28) e $u_l^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_l^2$. A relação (A.6) no domínio (k_x, k_y) agora é

$$E_{xl} = \frac{ik_x}{\eta_l} \frac{\partial \phi_l}{\partial z} - ik_y \theta_l, \quad H_{xl} = ik_y \phi_l + \frac{ik_x}{\beta_l} \frac{\partial \theta_l}{\partial z}, \quad (\text{A.10a})$$

$$E_{yl} = \frac{ik_y}{\eta_l} \frac{\partial \phi_l}{\partial z} - ik_x \theta_l, \quad H_{yl} = -ik_x \phi_l + \frac{ik_y}{\beta_l} \frac{\partial \theta_l}{\partial z}, \quad (\text{A.10b})$$

$$E_{zl} = \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{\eta_l} \phi_l, \quad e \quad H_{zl} = \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{\beta_l} \theta_l. \quad (\text{A.10c})$$

As soluções gerais (A.8) e (A.9) são construídas como a soma das soluções primárias ou particular, que aparece somente na região j contendo a fonte, mais as soluções secundárias ou complementares, que aparecem em qualquer outra camada l e são escolhidas para satisfazerem as condições de contorno (HARRINGTON, 2001). As soluções primárias ${}^P \phi_j$ e ${}^P \theta_j$ resultam das relações (A.10c) para as componentes verticais dos campos elétrico e magnético das componentes de corrente J_x e J_z num espaço uniforme do número de onda k_j ¹. Estes campos por sua vez são obtidos pela aplicação da equação (A.4) para os potenciais em espaço uniforme (HARRINGTON, 2001).

$${}^P A_{xj} = \frac{J_x dv'}{4\pi} \frac{e^{-ik_j [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}}}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}} \quad (\text{A.11a})$$

e

$${}^P A_{zj} = \frac{J_z dv'}{4\pi} \frac{e^{-ik_j [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}}}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}}, \quad (\text{A.11b})$$

que no espaço (k_x, k_y) são (ERDELYI, 1954)

$${}^P A_{xj} = \frac{J_x}{2u_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.12a})$$

¹Não consideraremos J_y , devido a analogia dos elementos das funções de Green com J_x e são simplesmente estabelecidas no final desta análise

e

$${}^P A_{zj} = \frac{J_z}{2u_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.12b})$$

Para J_x , os campos da versão da transformada de Fourier de (A.4) são

$${}^P E_{zj}^x = \frac{ik_x}{\eta_j} \frac{\partial {}^P A_{xj}}{\partial z} = \pm \frac{J_x ik_x}{2\eta_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.13a})$$

e

$${}^P H_{zj}^x = -ik_y {}^P A_{xj} = -\frac{J_x ik_y}{2u_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.13b})$$

onde \pm aplica-se acima/abaixo do elemento de corrente. Para J_z , encontramos

$${}^P E_{zj}^z = \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{\eta_j} {}^P A_{zj} = \frac{J_z (k_x^2 + k_y^2)}{2\eta_j u_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.14a})$$

e

$${}^P H_{zj}^z = 0. \quad (\text{A.14b})$$

Agora, analisando a equação (A.10c) com (A.13), temos para um elemento de corrente na direção x

$${}^P \phi_j^x = \pm \frac{J_x ik_x}{2(k_x^2 + k_y^2)} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.15a})$$

e

$${}^P \theta_j^x = -\frac{J_x ik_y}{2u_j (k_x^2 + k_y^2)} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|}; \quad (\text{A.15b})$$

e pelas equações (A.10c) e (A.14), temos para um elemento de corrente na direção z

$${}^P \phi_j^z = \frac{J_z}{2u_j} e^{-i(k_x x' + k_y y')} e^{-u_j |z-z'|} \quad (\text{A.16a})$$

e

$${}^P \theta_j^z = 0. \quad (\text{A.16b})$$

Comparando (A.15) e (A.16) com (A.12), as distribuições de fontes equivalente elétrica e magnética em termos do dipolo original são:

$$J_z^{eq} = \pm \frac{J_x u_j ik_x}{(k_x^2 + k_y^2)} + J_z \quad (\text{A.17a})$$

e

$$M_z^{eq} = - \frac{J_x \delta_j i k_y}{(k_x^2 + k_y^2)}. \quad (\text{A.17b})$$

As fontes equivalentes não são elementos discretos de corrente em (x', y', z') , mas estão distribuídas sobre o plano- xy em $z = z'$.

As ondas para cima e para baixo da equação (A.8) em qualquer camada acima do dipolo estão relacionadas através dos coeficientes de reflexão ${}^{-}\text{R}_l^{TM}$ e ${}^{-}\text{R}_l^{TE}$ por

$${}^{-}\phi_l^+ = {}^{-}\text{R}_l^{TM} {}^{-}\phi_l^- \quad (\text{A.18a})$$

e

$${}^{-}\theta_l^+ = {}^{-}\text{R}_l^{TE} {}^{-}\theta_l^- \quad (\text{A.18b})$$

Após Wait (1970), os coeficientes de reflexão são obtidos por:

$${}^{-}\text{R}_l^{TM} = \frac{\mathcal{Z}_l - {}^{-}\bar{\mathcal{Z}}_{l-1}}{\mathcal{Z}_l + {}^{-}\bar{\mathcal{Z}}_{l-1}} \quad (\text{A.19a})$$

e

$${}^{-}\text{R}_l^{TE} = \frac{\mathcal{Y}_l - {}^{-}\bar{\mathcal{Y}}_{l-1}}{\mathcal{Y}_l + {}^{-}\bar{\mathcal{Y}}_{l-1}} \quad (\text{A.19b})$$

com as seguintes formulas de recorrência

$${}^{-}\bar{\mathcal{Z}}_l = \mathcal{Z}_l \frac{{}^{-}\bar{\mathcal{Z}}_{l-1} + \mathcal{Z}_l \tanh(u_l h_l)}{\mathcal{Z}_l + {}^{-}\bar{\mathcal{Z}}_{l-1} \tanh(u_l h_l)} \quad (\text{A.20a})$$

e

$${}^{-}\bar{\mathcal{Y}}_l = \mathcal{Y}_l \frac{{}^{-}\bar{\mathcal{Y}}_{l-1} + \mathcal{Y}_l \tanh(u_l h_l)}{\mathcal{Y}_l + {}^{-}\bar{\mathcal{Y}}_{l-1} \tanh(u_l h_l)} \quad (\text{A.20b})$$

onde $\mathcal{Z}_l = \frac{u_l}{\eta_l}$, $\mathcal{Y}_l = \frac{u_l}{\xi_l}$ e $h_l = d_l - d_{l-1}$.

Assim para (A.8) na região j com $z < z'$ tornam-se

$${}^{-}\phi_j = {}^{-}\phi_j^- \left[e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^{-}\text{R}_j^{TM} e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right] \quad (\text{A.21a})$$

e

$${}^{-}\theta_j = {}^{-}\theta_j^- \left[e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^{-}\text{R}_j^{TE} e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right]. \quad (\text{A.21b})$$

similarmente (A.9) na camada j tornam-se para $z > z'$,

$${}^{+}\phi_j = {}^{+}\phi_j^+ \left[{}^{+}\text{R}_j^{TM} e^{+u_j(z-d_{j-1})} + e^{-u_j(z-d_j)} \right] \quad (\text{A.22a})$$

e

$${}^+\theta_j = {}^+\theta_j^+ \left[{}^+\mathbf{R}_j^{TE} e^{+u_j(z-d_{j-1})} + e^{-u_j(z-d_j)} \right]. \quad (\text{A.22b})$$

Os coeficientes de reflexão aqui, e para qualquer outra camada abaixo do dipolo, são

$${}^+\mathbf{R}_l^{TM} = \frac{\mathcal{Z}_l - {}^+\bar{\mathcal{Z}}_{l+1}}{\mathcal{Z}_l + {}^+\bar{\mathcal{Z}}_{l+1}} \quad (\text{A.23a})$$

e

$${}^+\mathbf{R}_l^{TE} = \frac{\mathcal{Y}_l - {}^+\bar{\mathcal{Y}}_{l+1}}{\mathcal{Y}_l + {}^+\bar{\mathcal{Y}}_{l+1}} \quad (\text{A.23b})$$

com as seguintes formulas de recorrência

$${}^+\bar{\mathcal{Z}}_l = \mathcal{Z}_l \frac{{}^+\bar{\mathcal{Z}}_{l+1} + \mathcal{Z}_l \tanh(u_l h_l)}{\mathcal{Z}_l + {}^+\bar{\mathcal{Z}}_{l+1} \tanh(u_l h_l)} \quad (\text{A.24a})$$

e

$${}^+\bar{\mathcal{Y}}_l = \mathcal{Y}_l \frac{{}^+\bar{\mathcal{Y}}_{l+1} + \mathcal{Y}_l \tanh(u_l h_l)}{\mathcal{Y}_l + {}^+\bar{\mathcal{Y}}_{l+1} \tanh(u_l h_l)}. \quad (\text{A.24b})$$

Diferente de um dipolo abaixo da estratificação (LEE; PRIDMORE; MORRISON, 1981), ${}^-\phi_j$ e ${}^-\theta_j$ em (A.21) não são identificados somente pelos potenciais primários. De fato, eles são as somas dos potenciais primários mais os potenciais secundários refletidos para cima feito pelas camadas abaixo do dipolo. Nós escrevemos

$${}^-\phi_j = \left[{}^{P-}\phi_j^- + {}^{S}\phi_j^- \right] \left[e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^-\mathbf{R}_j^{TM} e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right] \quad (\text{A.25a})$$

e

$${}^-\theta_j = \left[{}^{P-}\theta_j^- + {}^{S}\theta_j^- \right] \left[e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^-\mathbf{R}_j^{TE} e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right]. \quad (\text{A.25b})$$

Abaixo da fonte, entretanto, os potenciais primários são para baixo, e os potenciais totais na camada j pode ser escrito

$$\begin{aligned} {}^+\phi_j = & {}^{S}\phi_j^- e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^{P+}\phi_j^+ e^{-u_j(z-d_{j-1})} \\ & + {}^{P-}\phi_j^- {}^-\mathbf{R}_j^{TM} e^{-u_j(z-d_{j-1})} + {}^{S}\phi_j^- {}^-\mathbf{R}_j^{TM} e^{-u_j(z-d_{j-1})} \end{aligned} \quad (\text{A.26a})$$

e

$$\begin{aligned} {}^+\theta_j = & {}^{S}\theta_j^- e^{+u_j(z-d_{j-1})} + {}^{P+}\theta_j^+ e^{-u_j(z-d_{j-1})} \\ & + {}^{P-}\theta_j^- {}^-\mathbf{R}_j^{TE} e^{-u_j(z-d_{j-1})} + {}^{S}\theta_j^- {}^-\mathbf{R}_j^{TE} e^{-u_j(z-d_{j-1})}. \end{aligned} \quad (\text{A.26b})$$

que deve ser igual a equação (A.22). Nesta equação, a última relação, ${}^+ \phi_j^+ + R_j^{TM} e^{+u_j(z-d_j)}$ e ${}^+ \theta_j^+ + R_j^{TE} e^{+u_j(z-d_j)}$ representam somente reflexões secundárias para cima feitas pela estratificação basal, então com (A.26) encontramos

$${}^+ \phi_j^+ + R_j^{TM} = {}^S \phi_j^- e^{+u_j h_j} \quad (\text{A.27a})$$

e

$${}^+ \theta_j^+ + R_j^{TE} = {}^S \theta_j^- e^{+u_j h_j}. \quad (\text{A.27b})$$

Deste modo, podemos igualar ${}^+ \phi_j$ e ${}^+ \theta_j$ em (A.22) e (A.26) e conseguimos

$${}^S \phi_j^- = \frac{\left[{}^{P+} \phi_j^+ + {}^{P-} \phi_j^- - R_j^{TM} \right] + R_j^{TM} e^{-2u_j h_j}}{1 - {}^+ R_j^{TM} - R_j^{TM} e^{-2u_j h_j}} \quad (\text{A.28a})$$

e

$${}^S \theta_j^- = \frac{\left[{}^{P+} \theta_j^+ + {}^{P-} \theta_j^- - R_j^{TE} \right] + R_j^{TE} e^{-2u_j h_j}}{1 - {}^+ R_j^{TE} - R_j^{TE} e^{-2u_j h_j}}. \quad (\text{A.28b})$$

As relações entre ${}^{P+} \phi_j^+$ e ${}^{P-} \theta_j^-$ e entre ${}^{P+} \theta_j^+$ e ${}^{P-} \phi_j^-$ dependem se consideramos J_x ou J_z como fonte. Para J_x apenas, da equação (A.15)

$${}^{P-} \phi_j^{-x} = -e^{-2u_j(z'-d_{j-1})} {}^{P+} \phi_j^+ \quad (\text{A.29a})$$

e

$${}^{P-} \theta_j^{-x} = e^{-2u_j(z'-d_{j-1})} {}^{P+} \theta_j^+. \quad (\text{A.29b})$$

onde

$${}^{P+} \phi_j^{+x} = \frac{-S_x i k_x}{k_x^2 + k_y^2} e^{+u_j(z'-d_{j-1})} \quad (\text{A.30a})$$

e

$${}^{P+} \theta_j^{+x} = \frac{-S_x \mathfrak{I} i k_y}{u_j(k_x^2 + k_y^2)} e^{+u_j(z'-d_{j-1})}. \quad (\text{A.30b})$$

De modo conciso ajustamos $S_x = \frac{1}{2} J_x e^{-i(k_x x' + k_y y')}$. Para J_z somente, de (A.16), resulta

$${}^{P-} \phi_j^{-z} = e^{-2u_j(z'-d_{j-1})} {}^{P+} \phi_j^{+z} \quad (\text{A.31})$$

com

$${}^{P+} \phi_j^{+z} = \frac{S_z}{u_j} e^{+u_j(z'-d_{j-1})} \quad (\text{A.32})$$

e onde $S_z = \frac{1}{2} J_z e^{-i(k_x x' + k_y y')}$. Finalmente, com (A.22), (A.23), (A.28), (A.29) e (A.30), obtemos somente para uma densidade de corrente de componente x respectivamente as funções ϕ_j^x e θ_j^x

$$\phi_j^x = \frac{S_x i k_x}{k_x^2 + k_y^2} \left\{ \left[\pm e^{-u_j |z-z'|} + -R_j^{TM} e^{-u_j (z+z'-2d_{j-1})} \right] + {}^x A_j^{TM} \left[e^{+u_j (z-d_{j-1})} + -R_j^{TM} e^{-u_j (z-d_{j-1})} \right] \right\} \quad (\text{A.33a})$$

$$\theta_j^x = \frac{-S_x \delta_j i k_y}{u_j (k_x^2 + k_y^2)} \left\{ \left[e^{-u_j |z-z'|} + -R_j^{TE} e^{-u_j (z+z'-2d_{j-1})} \right] + {}^x A_j^{TE} \left[e^{+u_j (z-d_{j-1})} + -R_j^{TE} e^{-u_j (z-d_{j-1})} \right] \right\} \quad (\text{A.33b})$$

Com (A.22), (A.23), (A.28), (A.31) e (A.32), obtemos somente para J_z

$$\phi_j^z = \frac{S_z}{u_j} \left\{ \left[e^{-u_j |z-z'|} + -R_j^{TM} e^{-u_j (z+z'-2d_{j-1})} \right] + {}^z A_j^{TM} \left[e^{+u_j (z-d_{j-1})} + -R_j^{TM} e^{-u_j (z-d_{j-1})} \right] \right\}. \quad (\text{A.34})$$

Nós temos definido

$${}^x A_j^{TM} = \frac{+R_j^{TM} e^{-2u_j h_j} e^{+u_j (z'-d_{j-1})} \left[-R_j^{TM} e^{-2u_j (z'-d_{j-1})} - 1 \right]}{1 - +R_j^{TM} -R_j^{TM} e^{-2u_j h_j}}, \quad (\text{A.35a})$$

$${}^x A_j^{TE} = \frac{+R_j^{TE} e^{-2u_j h_j} e^{+u_j (z'-d_{j-1})} \left[-R_j^{TE} e^{-2u_j (z'-d_{j-1})} + 1 \right]}{1 - +R_j^{TE} -R_j^{TE} e^{-2u_j h_j}} \quad (\text{A.35b})$$

e

$${}^z A_j^{TM} = \frac{+R_j^{TM} e^{-2u_j h_j} e^{+u_j (z'-d_{j-1})} \left[-R_j^{TM} e^{-2u_j (z'-d_{j-1})} + 1 \right]}{1 - +R_j^{TM} -R_j^{TM} e^{-2u_j h_j}}. \quad (\text{A.36})$$

A continuidade dos campos elétrico e magnético através das interfaces com (A.22), (A.23), levam aos potenciais em outras camadas. Para $l > j$, obtemos

$${}^+ \phi_l^+ = \prod_{m=j+1}^l \frac{[1 + +R_{m-1}^{TM}] e^{-u_m h_m}}{[1 + +R_m^{TM} e^{-2u_m h_m}]} {}^+ \phi_j^+ = {}^+ B_{lj}^{TM} {}^+ \phi_j^+, \quad (\text{A.37a})$$

$${}^+ \theta_l^+ = \prod_{m=j+1}^l \frac{[1 + +R_{m-1}^{TE}] e^{-u_m h_m}}{[1 + +R_m^{TE} e^{-2u_m h_m}]} {}^+ \theta_j^+ = {}^+ B_{lj}^{TE} {}^+ \theta_j^+ \quad (\text{A.37b})$$

Especificações para $l = n$ é dado a seguir com as funções de Green. Combinando (A.33) e (A.37), nós conseguimos para J_x

$$\phi_l^x = \frac{S_x i k_x}{(k_x^2 + k_y^2)} \left[{}^+ B_{lj}^{TM} \left(\frac{{}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j}}{+R_j^{TM}} \right) \right] \left[+R_l^{TM} e^{+u_l (z-d_l)} + e^{-u_l (z-d_l)} \right] \quad (\text{A.38a})$$

e

$$\theta_l^x = \frac{-S_x \delta_j i k_y}{u_j (k_x^2 + k_y^2)} \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left(\frac{{}^xA_j^{TE} e^{+u_j h_j}}{+R_j^{TE}} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TE} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right]. \quad (\text{A.38b})$$

$$(\text{A.38c})$$

Combinando (A.34) e (A.37), para J_z e $l > j$ temos

$$\phi_l^z = \frac{S_z}{u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left(\frac{{}^zA_j^{TM} e^{+u_j h_j}}{+R_j^{TM}} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TM} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right]. \quad (\text{A.39})$$

Para camada $l < j$ acima do elemento de corrente, nós temos

$${}^-\phi_l^- = \prod_{m=j-1}^l \frac{[1 + {}^-\text{R}_{m+1}^{TM}] e^{-u_m h_m}}{[1 + {}^-\text{R}_m^{TM} e^{-2u_m h_m}]} {}^-\phi_j^- = {}^-\text{B}_{lj}^{TM} {}^-\phi_j^-, \quad (\text{A.40a})$$

$${}^-\theta_l^- = \prod_{m=j-1}^l \frac{[1 + {}^-\text{R}_{m+1}^{TE}] e^{-u_m h_m}}{[1 + {}^-\text{R}_m^{TE} e^{-2u_m h_m}]} {}^-\theta_j^- = {}^-\text{B}_{lj}^{TE} {}^-\theta_j^-. \quad (\text{A.40b})$$

Especificações quando $l = 0$ é também dado mais tarde com as funções de Green. Combinando (A.33) e (A.40), nós conseguimos para J_x

$$\phi_l^x = \frac{S_x i k_x}{(k_x^2 + k_y^2)} \left[{}^-B_{lj}^{TM} \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^xA_j^{TM} \right) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + {}^-R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \quad (\text{A.41a})$$

e

$$\theta_l^x = \frac{-S_x \delta_j i k_y}{u_j (k_x^2 + k_y^2)} \left[{}^-B_{lj}^{TE} \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^xA_j^{TE} \right) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + {}^-R_l^{TE} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right]. \quad (\text{A.41b})$$

Finalmente com (A.34) e (A.40), para J_z e $l < j$ teremos

$$\phi_l^z = \frac{S_z}{u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^zA_j^{TM} \right) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + {}^-R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right]. \quad (\text{A.42})$$

Os elementos das funções de Green no espaço (k_x, k_y) são substituindo as equações (A.33), (A.34), (A.38), (A.39), (A.41) e (A.42) de volta na relação (A.10) e fazendo as amplitudes de cada componente de $J dv'$ igual a unidade. Os resultados em coordenadas cartesianas virão da aplicação de (A.7b). Aplicando a propriedade

$$\iint_{-\infty}^{\infty} F(k_x^2 + k_y^2) dk_x dk_y = 2\pi \int_0^{\infty} F(\lambda) \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.43})$$

em que $\lambda^2 = k_x^2 + k_y^2$, $r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$ e $J_0(\lambda r)$ é a função de Bessel de ordem 0 de primeira espécie. Além do mais necessitaremos das seguintes relações

$$\frac{\partial}{\partial x} \xrightarrow{F.T.} ik_x \qquad \frac{\partial}{\partial y} \xrightarrow{F.T.} ik_y \quad (\text{A.44})$$

onde $F.T.$ denota a Transformada de Fourier, e

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-u_j |z-z'|}}{u_j} \right) = \pm e^{u_j |z-z'|}. \quad (\text{A.45})$$

Além disso, devemos usar (ERDELYI, 1954)

$$\int_0^\infty \frac{e^{-u_j |z-z'|}}{u_j} \lambda J_0(\lambda r) = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \quad (\text{A.46})$$

em que $R^2 = r^2 + (z - z')^2$ junto com

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{-ik_j R}}{R} = -\frac{e^{-ik_j R}}{R} \left[\frac{1}{R^2} + \frac{ik_j}{R} \right] (x - x') \quad (\text{A.47a})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-ik_j R}}{R} = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \left\{ \left[\frac{3}{R} + \frac{3ik_j}{R} - k_j^2 \right] (x - x') - \left[\frac{1}{R^2} + \frac{ik_j}{R} \right] \right\} \quad (\text{A.47b})$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{e^{-ik_j R}}{R} = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \left\{ \left[\frac{3}{R^2} + \frac{3ik_j}{R} - k_j^2 \right] (x - x')(y - y') \right\} \quad (\text{A.47c})$$

Também requeremos

$$\frac{\partial}{\partial x} [J_0(\lambda r)] = \frac{-(x - x')}{r} \lambda J_1(\lambda r) \quad (\text{A.48a})$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x} [J_1(\lambda r)] = \frac{(x - x')}{r} \lambda \left[J_0(\lambda r) - \frac{1}{\lambda r} J_1(\lambda r) \right] \quad (\text{A.48b})$$

em que $J_1(\lambda r)$ é a função de Bessel de primeira ordem da primeira espécie. De (A.48) resulta

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [J_0(\lambda r)] = \left[\frac{2(x - x')^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right] \lambda J_1(\lambda r) - \left[\frac{(x - x')^2}{r^2} \right] \lambda^2 J_0(\lambda r) \quad (\text{A.49a})$$

$$= - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \lambda^2 \right) J_0(\lambda r) \quad (\text{A.49b})$$

e

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [J_0(\lambda r)] = \left[\frac{2(x - x')(y - y')}{r^3} \right] \lambda J_1(\lambda r) - \left[\frac{(x - x')(y - y')}{r^2} \right] \lambda^2 J_0(\lambda r). \quad (\text{A.49c})$$

Na camada j , as soluções dos potenciais particular e complementar dão os elementos da díade primária e secundária, i.e.,

$$\tilde{G}_j^E = {}^P\tilde{G}_j^E + {}^S\tilde{G}_j^E \quad (\text{A.50})$$

e

$$\tilde{G}_j^H = {}^P\tilde{G}_j^H + {}^S\tilde{G}_j^H \quad (\text{A.51})$$

Usando (A.33), (A.34) e (A.43) a (A.47), os elementos primário do campo elétrico são

$${}^P G_{xxj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(x-x')^2}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E - {}^P\gamma_{2j}^E + k_j^2 {}^P\gamma_{3j}^E \right\}, \quad (\text{A.52a})$$

$${}^P G_{yxj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(x-x')(y-y')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52b})$$

$${}^P G_{zxj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(x-x')(z-z')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52c})$$

$${}^P G_{xyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(x-x')(y-y')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52d})$$

$${}^P G_{yyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(y-y')^2}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E - {}^P\gamma_{2j}^E + k_j^2 {}^P\gamma_{3j}^E \right\}, \quad (\text{A.52e})$$

$${}^P G_{zyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(y-y')(z-z')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52f})$$

$${}^P G_{xzz}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(x-x')(z-z')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52g})$$

$${}^P G_{yzz}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(y-y')(z-z')}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E \right\}, \quad (\text{A.52h})$$

e

$${}^P G_{zzj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{(z-z')^2}{R^2} \right] {}^P\gamma_{1j}^E - {}^P\gamma_{2j}^E + k_j^2 {}^P\gamma_{3j}^E \right\}, \quad (\text{A.52i})$$

onde

$${}^P\gamma_{1j}^E = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \left[\frac{3}{R^2} + \frac{3ik_j}{R} - k_j^2 \right], \quad (\text{A.53a})$$

$${}^P \gamma_{2j}^E = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \left[\frac{1}{R^2} + \frac{ik_j}{R} \right], \quad (\text{A.53b})$$

e

$${}^P \gamma_{3j}^E = \frac{e^{-ik_j R}}{R}. \quad (\text{A.53c})$$

Devemos agora considerar a componente J_y para especificar todas as nove componentes tensoriais das funções de Green. De (A.33), (A.34), (A.43), (A.48) e (A.49), os elementos secundários do campo elétrico são

$${}^S G_{xxj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{2(x-x')^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right] {}^S \gamma_{1j}^E - \left[\frac{(x-x')^2}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^E + k_j^2 {}^S \gamma_{3j}^E \right\}, \quad (\text{A.54a})$$

$${}^S G_{yxj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{2(x-x')(y-y')}{r^3} \right] {}^S \gamma_{1j}^E - \left[\frac{(x-x')(y-y')}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^E \right\}, \quad (\text{A.54b})$$

$${}^S G_{zxx}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{-(x-x')}{r} \right] {}^S \gamma_{4j}^E \right\}, \quad (\text{A.54c})$$

$${}^S G_{xyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{2(x-x')(y-y')}{r^3} \right] {}^S \gamma_{1j}^E - \left[\frac{(x-x')(y-y')}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^E \right\}, \quad (\text{A.54d})$$

$${}^S G_{yyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{2(y-y')^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right] {}^S \gamma_{1j}^E - \left[\frac{(y-y')^2}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^E + k_j^2 {}^S \gamma_{3j}^E \right\}, \quad (\text{A.54e})$$

$${}^S G_{zyj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{-(y-y')}{r} \right] {}^S \gamma_{4j}^E \right\}, \quad (\text{A.54f})$$

$${}^S G_{xzz}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{-(x-x')}{r} \right] {}^S \gamma_{6j}^E \right\}, \quad (\text{A.54g})$$

$${}^S G_{yzj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ \left[\frac{-(y-y')}{r} \right] {}^S \gamma_{6j}^E \right\}, \quad (\text{A.54h})$$

e

$${}^S G_{zzj}^E = \frac{1}{4\pi\eta_j} \left\{ {}^S \gamma_{5j}^E \right\}, \quad (\text{A.54i})$$

com as transformadas de Hankel

$${}^S \gamma_{1j}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_j {}^x A_j^{TM} + \frac{k_j^2}{u_j} {}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} - \left[u_j \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM} \right) \right] -R_j^{TM} \right.$$

$$-\frac{k_j^2}{u_j} \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \left] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.55a})$$

$${}^s \gamma_{2j}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_j {}^x A_j^{TM} + \frac{k_j^2}{u_j} {}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} - \left[u_j \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{k_j^2}{u_j} \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.55b})$$

$${}^s \gamma_{3j}^E = \int_0^\infty \frac{1}{u_j} \left\{ \left[{}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.55c})$$

$${}^s \gamma_{4j}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[{}^x A_j^{TM} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.55d})$$

$${}^s \gamma_{5j}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^z A_j^{TM} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.55e})$$

e

$${}^s \gamma_{6j}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[{}^z A_j^{TM} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} - \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (\text{A.55f})$$

Similarmente, membros magnéticos tornam-se

$${}^P G_{xxj}^H = 0, \quad (\text{A.56a})$$

$${}^P G_{yxj}^H = \frac{-1}{4\pi} (z - z') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56b})$$

$${}^P G_{zxx}^H = \frac{1}{4\pi} (y - y') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56c})$$

$${}^P G_{xyj}^H = \frac{1}{4\pi} (z - z') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56d})$$

$${}^P G_{yyj}^H = 0, \quad (\text{A.56e})$$

$${}^P G_{zyj}^H = \frac{-1}{4\pi} (x - x') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56f})$$

$${}^P G_{xzz}^H = \frac{-1}{4\pi} (y - y') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56g})$$

$${}^P G_{yzj}^H = \frac{1}{4\pi} (x - x') {}^P \gamma_{1j}^H, \quad (\text{A.56h})$$

e

$${}^P G_{zzj}^H = 0 \quad (\text{A.56i})$$

onde

$${}^P \gamma_{1j}^H = \frac{e^{-ik_j R}}{R} \left[\frac{1}{R^2} + \frac{ik_j}{R} \right]. \quad (\text{A.57})$$

Os elementos secundários são

$${}^S G_{xxj}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{2(x - x')(y - y')}{r^3} \right] {}^S \gamma_{1j}^H - \left[\frac{(x - x')(y - y')}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^H \right\}, \quad (\text{A.58a})$$

$${}^S G_{yxj}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{2(x - x')^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right] {}^S \gamma_{1j}^H + \left[\frac{(x - x')^2}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^H + {}^S \gamma_{3j}^H \right\}, \quad (\text{A.58b})$$

$${}^S G_{zxx}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{(y - y')}{r} \right] {}^S \gamma_{4j}^H \right\}, \quad (\text{A.58c})$$

$${}^S G_{xyj}^H = \frac{-1}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{2(y - y')^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right] {}^S \gamma_{1j}^H + \left[\frac{(y - y')^2}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^H + {}^S \gamma_{3j}^H \right\}, \quad (\text{A.58d})$$

$${}^S G_{yyj}^H = \frac{-1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{2(x - x')(y - y')}{r^3} \right] {}^S \gamma_{1j}^H - \left[\frac{(x - x')(y - y')}{r^2} \right] {}^S \gamma_{2j}^H \right\}, \quad (\text{A.58e})$$

$${}^S G_{zyj}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{(x - x')}{r} \right] {}^S \gamma_{4j}^H \right\}, \quad (\text{A.58f})$$

$${}^S G_{xzz}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ - \left[\frac{(y - y')}{r} \right] {}^S \gamma_{5j}^H \right\}, \quad (\text{A.58g})$$

$${}^S G_{yzj}^H = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{(x - x')}{r} \right] {}^S \gamma_{5j}^H \right\}, \quad (\text{A.58h})$$

e

$${}^S G_{zzj}^H = 0, \quad (\text{A.58i})$$

com transformadas

$${}^S \gamma_{1j}^H = \int_0^\infty \left\{ [{}^x A_j^{TM} - {}^x A_j^{TE}] e^{+u_j(z-d_{j-1})} - \left[(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) - R_j^{TM} \right] \right.$$

$$+ \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \left] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.59a})$$

$${}^s \gamma_{2j}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^x A_j^{TM} - {}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.59b})$$

$${}^s \gamma_{3j}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} - \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.59c})$$

$${}^s \gamma_{4j}^H = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^x A_j^{TE} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE} \right) -R_j^{TE} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.59d})$$

e

$${}^s \gamma_{5j}^H = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^z A_j^{TM} \right] e^{+u_j(z-d_{j-1})} + \left[\left(e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM} \right) -R_j^{TM} \right] e^{-u_j(z-d_{j-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (\text{A.59e})$$

É importante dizer que esta abordagem é bem geral, e leva em consideração as soluções primárias e complementares adequadas para as díades das funções de Green, usadas no método numérico das equações integrais. Como estamos interessados na resposta apenas do modelo estratificado a díade primária que corresponde a solução dos campos EM num espaço ilimitado não é computada em nossa modelagem. Porém, para as camadas diferente da camada contendo a fonte, só existem as soluções complementares para os potenciais, e somente os elementos secundários das funções de Green são definidos. As formas dos elementos secundários são idênticas as equações (A.54) e (A.58), com l substituindo j em qualquer parte, e não será reescrita. As transformadas de Hankel pertinentes aos elementos do tensor para o campo elétrico, quando $l > j$, são

$${}^s \gamma_{1l}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l + B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / +R_j^{TM} \right) + R_l^{TM} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k_l^2}{u_j} + B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / +R_j^{TE} \right) + R_l^{TE} \right] e^{+u_l(z-d_l)} \right\}$$

$$-\left[u_l \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) - \frac{k_l^2}{u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE} \right) \right] \right] e^{-u_l(z-d_l)} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.60a})$$

$${}^S \gamma_{2l}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) + {}^+R_l^{TM} + \frac{k_l^2}{u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE} \right) + {}^+R_l^{TE} \right] \right] e^{+u_j(z-d_l)} - \left[u_l \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) - \frac{k_l^2}{u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE} \right) \right] \right] e^{-u_l(z-d_l)} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.60b})$$

$${}^S \gamma_{3l}^E = \int_0^\infty \frac{1}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TE} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.60c})$$

$${}^S \gamma_{4l}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TM} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.60d})$$

$${}^S \gamma_{5l}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TM} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.60e})$$

e

$${}^S \gamma_{6l}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \frac{u_l}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) \right] \left[{}^+R_l^{TM} e^{+u_l(z-d_l)} - e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (\text{A.60f})$$

As transformadas magnéticas são

$${}^S \gamma_{1l}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) + {}^+R_l^{TM} - \frac{\partial_j u_l}{\partial_l u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TE} \left({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE} \right) + {}^+R_l^{TE} \right] \right] e^{+u_l(z-d_l)} + \left[{}^+B_{lj}^{TM} \left({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM} \right) \right] \right\}$$

$$+\frac{\partial_j u_l}{\partial_l u_j} \left[{}^+B_{lj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_l(z-d_l)} \Big\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.61a})$$

$$\begin{aligned} {}^s \gamma_{2l}^H = & \int_0^\infty \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) + {}^+R_l^{TM} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\partial_j u_l}{\partial_l u_j} + {}^+B_{lj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) + {}^+R_l^{TE} \right] e^{+u_l(z-d_l)} \right. \\ & \left. + \left[{}^+B_{lj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial_j u_l}{\partial_l u_j} + {}^+B_{lj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_l(z-d_l)} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.61b}) \end{aligned}$$

$${}^s \gamma_{3l}^H = \int_0^\infty \frac{\partial_j u_l}{\partial_l u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{-u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] \left[{}^+R_l^{TE} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.61c})$$

$${}^s \gamma_{4l}^H = \int_0^\infty \frac{\partial_j \lambda^2}{\partial_l u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] \left[{}^+R_l^{TE} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.61d})$$

e

$${}^s \gamma_{5l}^H = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{lj}^{TM} ({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right] \left[{}^+R_l^{TM} e^{+u_l(z-d_l)} + e^{-u_l(z-d_l)} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (\text{A.61e})$$

Para os receptores no semi-espço basal, as transformadas simplificam para

$$\begin{aligned} {}^s \gamma_{1n}^E = & \int_0^\infty - \left\{ \left[u_n + {}^+B_{nj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{k_n^2}{u_j} + {}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.62a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^s \gamma_{2n}^E = & \int_0^\infty - \left\{ \left[u_n + {}^+B_{nj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{k_n^2}{u_j} + {}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.62b}) \end{aligned}$$

$${}^S\gamma_{3n}^E = \int_0^\infty \frac{1}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.62c})$$

$${}^S\gamma_{4n}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.62d})$$

$${}^S\gamma_{5n}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j^2} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.62e})$$

e

$${}^S\gamma_{6n}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \frac{u_n}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.62f})$$

juntamente com

$${}^S \gamma_{1n}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) + \frac{\mathfrak{z}_j u_n}{\mathfrak{z}_n u_j} {}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.63a})$$

$${}^S \gamma_{2n}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^x A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) + \frac{\mathfrak{z}_j u_n}{\mathfrak{z}_n u_j} {}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.63b})$$

$${}^S \gamma_{3n}^H = \int_0^\infty \frac{\mathfrak{z}_j u_n}{\mathfrak{z}_n u_j} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.63c})$$

$${}^S \gamma_{4n}^H = \int_0^\infty \frac{\mathfrak{z}_j u_n}{\mathfrak{z}_n u_j} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TE} ({}^x A_j^{TE} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TE}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.63d})$$

e

$${}^S \gamma_{5n}^H = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^+B_{nj}^{TM} ({}^z A_j^{TM} e^{+u_j h_j} / {}^+R_j^{TM}) \right] e^{-u_n(z-d_{n-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.63e})$$

em que ${}^+B_{nj}^{TM} = [1 + {}^+R_{n-1}^{TM}] {}^+B_{n-1,j}^{TM}$ e ${}^+B_{nj}^{TE} = [1 + {}^+R_{n-1}^{TE}] {}^+B_{n-1,j}^{TE}$.

Na camada $l < j$, as transformadas de Hankel são

$${}^S \gamma_{1l}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l {}^-B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) + \frac{k_l^2}{u_j} {}^-B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_l(z-d_{l-1})} - \left[u_l {}^-B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) - R_l^{TM} - \frac{k_l^2}{u_j} {}^-B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) - R_l^{TE} \right] e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64a})$$

$${}^S \gamma_{2l}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l {}^-B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) + \frac{k_l^2}{u_j} {}^-B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_l(z-d_{l-1})} - \left[u_l {}^-B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) - R_l^{TM} \right] e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda,$$

$$-\frac{k_l^2}{u_j} \left[{}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) - R_l^{TE} \right] e^{-u_l(z-d_{l-1})} \Big\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64b})$$

$${}^s \gamma_{3l}^E = \int_0^\infty \frac{1}{u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + -R_l^{TE} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64c})$$

$${}^s \gamma_{4l}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[{}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + -R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64d})$$

$${}^s \gamma_{5l}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + -R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64e})$$

e

$${}^s \gamma_{6l}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \frac{u_l}{u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} - -R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.64f})$$

com as integrais magnéticas

$$\begin{aligned} {}^s \gamma_{1l}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l {}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\delta_j u_l}{\delta l u_j} {}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_l(z-d_{l-1})} \right. \\ \left. + \left[u_l {}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) - R_l^{TM} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\delta_j u_l}{\delta l u_j} {}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) - R_l^{TE} \right] e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.65a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^s \gamma_{2l}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[u_l {}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\delta_j u_l}{\delta l u_j} {}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_l(z-d_{l-1})} \right. \\ \left. + \left[u_l {}^{-}B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) - R_l^{TM} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\delta_j u_l}{\delta l u_j} {}^{-}B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) - R_l^{TE} \right] e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.65b}) \end{aligned}$$

$${}^S \gamma_{3l}^H = \int_0^\infty \frac{\delta_j u_l}{\delta_l u_j} \left\{ \left[-B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} - R_l^{TE} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.65c})$$

$${}^S \gamma_{4l}^H = \int_0^\infty \frac{\delta_j u_l}{\delta_l u_j} \left\{ \left[-B_{lj}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.65d})$$

e

$${}^S \gamma_{5l}^H = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[-B_{lj}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] \left[e^{+u_l(z-d_{l-1})} + R_l^{TM} e^{-u_l(z-d_{l-1})} \right] \right\} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (\text{A.65e})$$

Finalmente, para campos no ar (semi-espaco superior) as transformada tornam-se

$${}^S \gamma_{10}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_0 -B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) + \frac{k_0^2}{u_j} -B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66a})$$

$${}^S \gamma_{20}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[u_0 -B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) + \frac{k_0^2}{u_j} -B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66b})$$

$${}^S \gamma_{30}^E = \int_0^\infty \frac{1}{u_j} \left\{ \left[-B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66c})$$

$${}^S \gamma_{40}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \left\{ \left[-B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66d})$$

$${}^S \gamma_{50}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[-B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] e^{+u_0 z} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66e})$$

e

$${}^S \gamma_{60}^E = \int_0^\infty \lambda^2 \frac{u_0}{u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.66f})$$

juntamente com

$${}^S \gamma_{10}^H = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\mathfrak{z}_j u_0}{\mathfrak{z}_0 u_j} {}^{-}B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.67a})$$

$${}^S \gamma_{20}^E = \int_0^\infty \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TM}) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\mathfrak{z}_j u_0}{\mathfrak{z}_0 u_j} {}^{-}B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.67b})$$

$${}^S \gamma_{30}^E = \int_0^\infty \frac{\mathfrak{z}_j u_0}{\mathfrak{z}_0 u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.67c})$$

$${}^S \gamma_{40}^E = \int_0^\infty \frac{\mathfrak{z}_j u_0}{\mathfrak{z}_0 u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TE} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^x A_j^{TE}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.67d})$$

e

$${}^S \gamma_{50}^E = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_j} \left\{ \left[{}^{-}B_{0j}^{TM} (e^{-u_j(z'-d_{j-1})} + {}^z A_j^{TM}) \right] e^{+u_0 z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (\text{A.67e})$$

em que ${}^{-}B_{0j}^{TM} = [1 + {}^{-}R_1^{TM}] {}^{-}B_{1j}^{TM}$ e ${}^{-}B_{0j}^{TE} = [1 + {}^{-}R_1^{TE}] {}^{-}B_{1j}^{TE}$.