



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

GISELLE FEIO PINHEIRO

**PERCEPÇÕES GEOMÉTRICAS: AS DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA
GEOMETRIA.**

ABAETETUBA – PA

2019

GISELLE FEIO PINHEIRO

**PERCEPÇÕES GEOMÉTRICAS: AS DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA
GEOMETRIA.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, como requisito final para obtenção de Licenciatura Pela em Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros.

ABAETETUBA – PA

2019

GISELLE FEIO PINHEIRO

**PERCEPÇÕES GEOMÉTRICAS: AS DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA
GEOMETRIA.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, como requisito final para obtenção de Licenciatura Pela em Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros.

Abaetetuba: 16 de julho de 2019

Prof. Dr. Osvaldo Barros

(Orientador)

(Universidade Federal do Pará – UFPA)

Prof^ª Esp. Jocicleide dos Santos Lima

(Examinador da banca)

(Universidade Federal do Pará – UFPA)

Prof. Mestrando Elizeu Cantão de Jesus Calandrini Neto

(Examinador da banca)

(Universidade Federal do Pará – UFPA)

ABAETETUBA – PA

2019

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar as dificuldades encontradas por alunos em diversas etapas do ensino e da aprendizagem da geometria. Nesse contexto, observa-se as dificuldades de percepção e visualização geométrica que surgem devido o *deficit* na aplicação dos seus conceitos fundamentais. Por isso, é necessário investigar e desenvolver novas estratégias metodológicas as quais simplifiquem a compreensão dos conceitos básicos da geometria. Dessa forma, o trabalho desenvolveu-se a partir de pesquisas bibliográfica e aplicação metodológica em sala de aula para identificar as principais necessidades. Assim, gerar uma reflexão em torno das práticas atuais de ensino e colaborar para a problemática da aplicação da geometria.

Palavras chave: aprendizagem, fundamentos, percepção e visualização geométrica.

Abstract

The present work objective present the difficulties encountered by students in several stages of the teaching of geometry learning. In this context, we observe that difficulties of perception and geometric visualization that arise due to deficit in the application of its fundamental concepts. Therefore, it is necessary to investigate and develop new methodological strategies that simplify the understanding of the basic concepts of geometry. Thus, the work developed from bibliographical research and methodological application in the classroom to identify the main needs. Thus, generate a reflection around current teaching practices and collaborate on the problem of the application of geometry.

Keywords: learning, fundamentals, perception and geometric visualization.

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de inquirir uma reflexão associada as dificuldades pela qual passam os alunos no decorrer de sua trajetória escolar, no campo do ensino e da aprendizagem da geometria, visando a percepção e a visualização geométrica. Ainda que o papel da geometria seja um campo importante da Matemática, o qual é apontada pelos PCN (1997, p. 39) como instrumento para outras áreas do conhecimento, pois por meio de tal instrumento “o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de

números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa”. Contudo, as pesquisas selecionadas para este trabalho nos mostram o contrário.

Assim, foram usados no presente estudo autores com destaque para Becker (2009), Sant’ana (2009) e Pavanello (1989), com discussões que tratam das consequências deixadas ao longo do tempo pelo inadequado uso dos fundamentos geométricos, causando, então, a lacuna existente na habilidade de percepção e visualização das figuras geométricas, contribuindo com uma descaracterização da geometria. Desse modo, é válido ressaltar que não se pode almejar que os alunos arquetem uma diversidade de conceitos geométricos tal como sugerem os PCN, se na sua formação base, segundo os autores pesquisados, estes não estão sendo aplicados de forma correta.

Pois, no decorrer da minha caminhada escolar, vivenciei muitas situações que apontavam para as dificuldades encontradas na disciplina de matemática especialmente na Geometria e ao longo dos meus estudos, inclusive já na graduação, quis entender o porquê que essa disciplina causa tanto desconforto para nós estudantes. Com base nisso, decidiu-se buscar resposta para o seguinte questionamento: “**por que os alunos não diferenciam figuras a partir dos seus conceitos fundamentais?**”. Para auxiliar e nortear este trabalho teve-se como autores, Pavanello (1989) que relatou em sua tese de doutorado a lacuna existente no ensino da geometria, causando assim um déficit gradual na aprendizagem dessa disciplina, o casal van Hiele que também em sua tese de doutorado desenvolveu uma teoria para auxiliar o ensino e a aprendizagem da geometria, Santa’ana (2009) em seu trabalho de conclusão de curso e Becker (2009) em sua tese de mestrado, ambos apresentaram pesquisas nas quais é comprovada a lacuna no ensino da geometria, em que utilizaram a teoria de van Hiele como uma alternativa para auxiliar os professores ao lecionarem tal disciplina.

Pretende-se que as informações coletadas durante o estudo possam vir a colaborar com a formação por meio de capacitações dos profissionais que já atuam, como também aos que estão em formação na referida área de ensino, pois, deduz-se pela quantidade de pesquisas existentes relacionadas ao assunto que há de fato uma lacuna a ser preenchida. Assim, este estudo tem a pretensão não só de esclarecer para a comunidade acadêmica, como também para a comunidade escolar, alguns pontos relevantes que podem vir a somar na busca por um dinamismo no ensino da geometria.

2 RELATOS DO INÍCIO DA GEOMETRIA

De acordo com Salgado (2013) a história da geometria teve início com:

A urgente necessidade de se demarcar terras, a fim de se estabelecer limites de propriedades em civilizações antigas, bem como no Egito Antigo, estimulou o desenvolvimento de uma importantíssima ciência chamada Geometria. O nome Geometria deriva do grego “geometrien”, donde geo significa terra e metrien significa medida. No século V a.C. um geógrafo e historiador grego de nome Heródoto, conhecido como “o pai da história”, seria o primeiro a registrar o possível surgimento da geometria. (SALGADO, 2013).

Para Eves (1994, p.1) “A noção de distância foi, sem dúvida, um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos” a partir disso a Geometria passou a ser usada conforme “a necessidade de delimitar a terra” isso segundo Eves “levou à noção de figuras geométricas simples, tais como retângulo, quadrado e triângulo” consequentemente a Geometria foi tomando forma e espaço desde a antiguidade até os dias de hoje, pois ainda vemos nos registros de Eves (1994, p.2) “outros conceitos geométricos simples, como as noções de vertical, paralela, e perpendicular, teriam sido sugeridos pela construção de muros e moradias”.

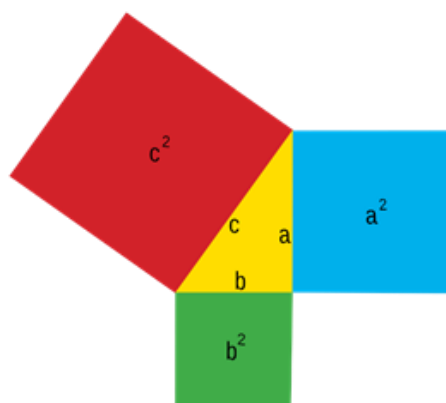
3 CONHECENDO A GEOMETRIA

3.1 As contribuições de Pitágoras e Euclides

Falar de geometria sem mencionar Pitágoras torna-se irrelevante, já que segundo Borges (2007, p. 15) “na literatura da antiguidade tardia, Pitágoras surge como um gênio único, o pai fundador da matemática, da música, da astronomia e da filosofia.”

Pitágoras era um profeta e um místico, nascido em Gamos, não longe de Mileto. Durante suas peregrinações ele evidentemente absorveu não só informação matemática e astronômica como também muitas ideias religiosas. Pitágoras, aliás, praticamente foi contemporâneo de Buda, Confúcio e LaoTse. Ao retornar ao mundo grego, Pitágoras fixou-se em Crotona na costa sudeste do que agora é Itália, mas era então chamada Magna Grécia. Lá ele fundou uma sociedade secreta, com base matemáticas e filosóficas cujo símbolo da sociedade era o pentagrama e seu lema era “Tudo é número”. Se a tradição merece confiança, os pitagóricos não só fizeram da aritmética um ramo, a filosofia; parecem ter feito dela uma base para a unificação de todos os aspectos do mundo que os rodeava. (BOYER, Carl B. Tradução GOMIDE, Elza F.– 2003.)

Borges relata ainda que “Pitágoras não é apenas o nome mais famoso na história da filosofia antes de Sócrates e Platão; ele também é uma das figuras mais fascinantes da Antiguidade” pois uma de suas genialidades que atravessou os séculos é o teorema que leva seu nome, o “Teorema de Pitágoras” que de forma sucinta diz que em um triângulo retângulo com os lados de extensões a , b e c onde c é oposto ao ângulo reto temos que a soma do quadrado de a e b é igual ao quadrado de c .



Fonte: Google Imagens.
Figura 1: Imagem da representação do Teorema de Pitágoras, representado pela fórmula $c^2 = a^2 + b^2$

Segundo Mottin (2004, p.16) o Teorema de Pitágoras tem “[...] suas variadas aplicações na Engenharia, Arquitetura, Marcenaria, e outras.” Um outro achado digno de relevância está em Eves (1994, p.8) onde postula que “o geômetra Pitágoras grego importante mencionado no Sumário Eudemiano¹ é considerado como continuador da sistematização da geometria iniciada por Tales, cerca de 50 anos antes.”

Com relação as contribuições de Euclides, pouco se sabe da sua vida pessoal, o que se encontra nos achados da Revista do Professor de Matemática 45, 2011 (RPM 45) é que “Euclides escreveu várias obras científicas, a mais famosa das quais, conhecida com o nome de Elementos, reúne quase todo o conhecimento matemático daquele tempo.”

Segundo SANTOS e VIGLIOLI (2011, p.14) trata-se de:

[...] um tratado matemático e geométrico consistindo de 13 livros escrito pelo matemático grego Euclides em Alexandria por volta de 300 a.C. Os 4 primeiros livros, que hoje pode ser pensando como capítulos, tratam da

¹ O Sumário Eudemiano ao que parece, uma história completa da geometria grega, cobrindo o período anterior a 335 a.C. escrita por Eudemiano, um discípulo de Aristóteles. O Sumário Eudemiano é assim chamado porque supostamente, baseia-se nesse trabalho mais antigo. (Eves, 1994, p.7).

Geometria Plana conhecida da época, enquanto os demais tratam da teoria dos números, dos incomensuráveis e da geometria espacial.

Desse modo, temos que essa relação de livros escritos por Euclides é de suma importância para a construção do que hoje estudamos em geometria e na matemática, pois ainda na RPM 45 postula-se que:

[...] os Elementos de Euclides são praticamente tudo o que temos da Matemática grega que se desenvolveu desde seu início com Tales de Mileto, que viveu no século VI a.C., até o tempo de Euclides, um período de cerca de 250 anos, aliás, muito pouco tempo para que a Matemática, logicamente organizada, evoluísse do estágio embrionário em que se encontrava com Tales, até o alto grau de sofisticação que transparece nos Elementos. (ÁVILA, RPM 45, 2011).

Por fim, têm-se os estudos de Euclides como norte nos ensinamentos de hoje, pois segundo SANTOS e VIGLIOLI temos os conhecimentos básicos da geometria plana sendo definidos em um de seus livros, como se segue:

No livro 1 dos Elementos de Euclides, inicia-se o estudo da geometria plana, hoje conhecida como Geometria Euclidiana Plana em sua homenagem. Inicialmente ele define os objetos geométricos cujas propriedades deseja-se estudar. São 23 definições, entre as quais encontramos as definições de ponto, reta, círculo, triângulo, retas paralelas, etc. (SANTOS e VIGLIOLI, 2011, p.14)

3.2 Percepção e visualização geométrica


O ensino e a aprendizagem da geometria nos permite observar o meio que vivemos com um parâmetro diferente do habitual, desde que inicia-se o ensino da geometria nas escolas os professores começam a dar exemplos de objetos do meio em que estes estão inseridos, para que os alunos possam começar a criar as percepções geométricas necessárias para compreender a ideia das figuras geométricas e a partir disso começar a criar as representações dessas figuras em sua mente, permitindo assim, a visualização geométrica para um melhor entendimento da disciplina de geometria.

Segundo o que postula (Buratto, 2006, p. 19 e 20):

[...] para que a geometria permita ao aluno o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento que lhe possibilite compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive, é necessário criar condições nas quais ele passe da geometria pragmática (experimentação,

manipulação e descoberta de propriedades) a uma geometria conceitual, envolvendo construções geométricas, conjeturas, provas e demonstrações.

(Peirce, 2003, p. 46) corrobora afirmando que “um signo, ou representâmen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. [...] isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente.” Em se tratando de geometria, podemos exemplificar da seguinte forma: imagem é o *significante*, conceito é o *significado* e o exemplo é o *signo*. Se pensarmos em uma figura geométrica, no caso o quadrado, observamos que:

- “Quadrado” = Signo = Forma simbólica.
-  = Significante = Principal forma de representação.
- “Uma figura regular de quatro lados” = Significado = Linguagem natural.

A importância fundamental da visualização em matemática é porque ela mostra de forma precisa a organização das relações, como ressalta Durval (1999 apud PALLES e SILVA, 2011, p. 06) que a visualização é:

Uma atividade cognitiva intrinsecamente semiótica, sendo esta atividade de representação e não apenas de percepção. Duval (2002) salienta que ao contrário da visão, que fornece um acesso direto ao objeto, a visualização é baseada na produção de uma representação semiótica, pois mostra relações, ou melhor, a organização das relações entre unidades figurais de representação.

Faz-se necessário ressaltar que a visualização envolve muito além do que conhecimentos geométricos, Pavanello (1999, p. 17) postula que a visualização “envolve o problema dos processos mentais através dos quais se dá o conhecimento.” Já para Zimmermann e Cunningham (1991 apud PALLES e SILVA, 2011, p. 06) “a visualização matemática é o processo de formação de imagens, seja mentalmente, com papel e lápis ou com o auxílio da tecnologia, e a utilização dessas imagens para descobrir e compreender matemática.”

Diante de tais contribuições, ressalta-se que é fundamental para o aluno conseguir desenvolver habilidades as quais lhes concedam entendimento e interpretação de diferentes tipos de representações bidimensionais, ou melhor, os alunos terão habilidades de criar, mover e analisar tridimensionalmente objetos por meio de imagens mentais fornecidas por dados através da planificação.

Garcia corrobora destacando que a:

Observação das formas geométricas constitui-se em espaço que exige a descrição e a compreensão das formas geométricas resgatando as suas semelhanças e diferenças possibilitando, dessa forma, a construção da imagem mental, o que possibilitará ao aluno pensar o objeto geométrico, na sua ausência, distinguindo as suas características conceituais e figurais. (GARCIA, 2006, p. 01)

Ao observar os postulados acima em relação a *percepção* e a *visualização*, nota-se que, não se trata de um processo tão simples, existe entre teoria e prática um distanciamento, uma vez que a teoria apresenta um caminho a ser percorrido para que haja êxito no processo de aprendizagem da geometria, temos em contrapartida a prática que vem sofrendo ao longo do tempo uma espécie de degradação, causando assim, uma lacuna, comprovada pelos estudos de Pavanello (1989):

As explicações dos matemáticos sobre os motivos que teriam levado à desenfaturação do ensino da geometria –basicamente a euclidiana- nos diferentes graus do ensino concentram-se em torno das questões geralmente relacionada ao rigor, a visualização e o que poderia se chamar de subordinação da geometria à álgebra.

3.3 Relatos das dificuldades sob o olhar de Becker e Sant’ana

No ensino da matemática nos anos finais do ensino fundamental a geometria não é trabalhada a partir de seus fundamentos, isso provoca a falta de percepção e visualização das estruturas geométricas, tendo como consequência o não reconhecimento por parte dos alunos das diferenças existentes entre as figuras a partir de seus conceitos fundamentais.

Nas series finais do ensino fundamental, o objetivo é desenvolver o pensamento geométrico que permite ao aluno compreender, descrever e representar de forma organizada o mundo em que vive. São necessárias as questões relacionadas com as formas e relações entre elas, com as possibilidades de ocupação do espaço e com a localização e o deslocamento de objeto no espaço. (BECKER, 2009, p. 18)

No entanto para que isso aconteça Leivas (2010, p.71) postula que:

[...] é preciso que seus professores também consigam desenvolver seu pensamento geométrico nesse nível e, em princípio, nos níveis superiores, para poder planejar atividades em que os alunos se acostumem a visualizar e analisar figuras geométricas. (LEIVAS 2010, p.71)

Autores como Sant’ana (2009) e Becker (2009) corroboram enfatizando por meio de suas pesquisas que há de fato uma lacuna entre teoria e a prática do ensino da geometria.

Sant'ana (2009) salienta que:

[...] apesar de toda sua importância, diversos pesquisadores brasileiros nos revelam que a geometria está sendo pouco estudada nas escolas, colegas da graduação comentam também que seus alunos, nas disciplinas de Estágio Supervisionado, não têm noção alguma sobre Geometria. Eu, o pesquisador, quando cursei todo o Ensino Fundamental e Médio jamais tive a oportunidade de estudar Geometria Plana, tão pouco, Geometria Espacial. (SANT'ANA 2009, p.10)

A pesquisa foi aplicada em quatro escolas de Rede Pública Estadual, no bairro de Niterói no RS, fazendo a análise do nível do pensamento geométrico dos estudantes ao final do ensino fundamental, com referência aos níveis de van Hiele aplicado em quatro turmas de 8ª séries. O teste teve como base o livro “Geometria Segundo a teoria de Van Hiele (NASSER, 1997), resultante de um estudo coordenado pela Dra. em Educação Matemática Lílian Nasser, com o apoio de uma equipe de 13 professores do Projeto Fundão.”

Sant'ana (2009) alcançou com a pesquisa:

[...] uma categorização dos estudantes que responderam o teste, de acordo com o nível de pensamento geométrico de cada um, segundo a teoria de Van Hiele. O teste apresenta 15 questões, distribuídas em 3 blocos, cada bloco corresponde a um dos níveis de van Hiele. (SANT'ANA 2009, p.14).

Como resultado a pesquisa mostrou que dos 219 alunos que participaram do teste, apenas 98 estão situados no nível básico o que foi considerado um resultado muito baixo. Pois o nível básico está ligado a identificação, comparação e nomenclatura das figuras geométricas o que indica no bloco “espaço e forma” dos PCN (1997), ou seja, as séries iniciais têm como objetivo a exploração do espaço, o posicionamento da criança em seu ambiente, a construção e a comparação dos objetos, a exploração e a representação de figuras geométricas.

Entretanto, Sant'ana (2009) destaca que:

[...] com os resultados obtidos, tudo indica que a maior parte dos alunos da pesquisa não conhecem as figuras geométricas, tão pouco suas nomenclaturas, pois, dos 219 alunos, 120 sequer conseguiram responder corretamente as questões de 1 a 5 referentes ao nível básico. (SANT'ANA 2009, p.48).

O pesquisador relata ainda que nas questões do nível básico um fato importante a ser observado, é que a maioria dos alunos só conseguem identificar e nomear as figuras se estes

visualizarem a figura em sua forma estática, como por exemplo, um quadrado e um retângulo só são tidos como verdadeiros se seus lados estiverem paralelos a uma folha de papel, o que levou Sant'ana a pensar que “os professores não devem ensinar geometria de maneira estática.”

Por fim, o pesquisador em observação ao resultado do teste em relação ao nível básico da teoria de van Hiele, relata que:

São 120 alunos que não se enquadram em nenhum nível de Van Hiele, 120 alunos que não tiveram vivência nos conteúdos de Geometria em sua jornada escolar desde as séries iniciais até o presente momento no final do Ensino Fundamental. (SANT'ANA 2009, p. 49)

Já Becker (2009) narra relatos de professores atuantes nas redes de ensino de nível fundamental e médio, asseverando o quão ficam inseguros tendo que lecionar a geometria, pelo fato de terem recebido uma formação deficiente nessa área da matemática.

Ainda com base em seus relatos, revela o seguinte:

Tive a oportunidade de trabalhar com professores em um curso de especialização em geometria. Esses professores, atuantes nas redes de ensino públicas e privadas em nível fundamental e médio, tiveram na sua totalidade formação em licenciatura em Matemática. Eles relataram durante as aulas que tinham dificuldades em trabalhar com a Geometria, por terem uma formação deficiente e por apresentarem dificuldades em lidar com esse conteúdo. (BECKER 2009, p. 11)

Em se tratando da aplicação de sua pesquisa, revela a experiência feita em uma turma de pós-graduação a qual foi esquematizada com uma proposta de atividades nas quais foram utilizados a teoria de van Hiele, teoria essa que será explicada adiante.

Uma das atividades apresentadas por Becker (2006) em sua pesquisa foi trabalhar a visualização dos alunos da turma mencionada, o experimento se deu da seguinte maneira; havia um sólido dentro de uma caixa fechada, que foi nomeada a Caixa de Becker, com dois furos e somente com o toque os alunos deveriam trazer para o papel o desenho em perspectiva do sólido em questão e então notou-se nas turmas de pós-graduação que:

Os resultados obtidos mostram que os alunos possuem uma visão projetiva desenvolvida, porém as relações euclidianas não estão sendo respeitadas nos desenhos. Podemos afirmar que os alunos identificaram a forma do objeto,

mas o fato deles não terem identificado as proporções entre arestas fez com que o desenho não ficasse correto. (BECKER, 2006)

Desse modo, podemos perceber que entre a pesquisa de Pavanello (1989) cuja apresenta a lacuna no ensino da geometria e os estudos de Becker (2009) e Sant'ana (2009) os quais mostram na prática a presença de tal lacuna, percebe-se com isso que de fato a base da geometria, contida nos PCN (1997), deveria ser abordada nos anos iniciais do ensino, pois tem o objetivo de difundir as habilidades necessárias dos alunos, porém, de fato não estão sendo aplicadas, tal episódio é comprovado com os problemas explicitados nas pesquisas analisadas para esse estudo.

Ademais, tais problemas abrem cada vez mais espaços para pesquisas em busca de respostas concretas que possam ao menos amenizar o caráter problemático dessa área de ensino, posto que tal fato mais se assemelha a um ciclo, uma vez que segundo os autores acima os professores em formação não são ensinados sobre os fundamentos da geometria, em consequência não ensinarão seus futuros alunos, os alunos por sua vez, chegarão e sairão das universidades também sem base, fomentando assim o ciclo em que se encontra o ensino da geometria, e cabe salientar que os conceitos fundamentais dessa, são cobrados ao longo da jornada de ensino.(grifos nossos).

Em se tratando de alternativa para sanar a lacuna apresentada acima, surge a pesquisa de van Hiele uma nova forma para ensinar e aprender a geometria.

4 O MÉTODO INOVADOR DO CASAL VAN HIELE PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

4.1 Os “níveis” propostos pela Teoria de Van Hiele.

O estudo desenvolvido pelo casal holandês Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geoldof, para o ensino da Geometria, se deu após observarem as dificuldades apresentadas por alunos do curso secundário na Holanda.

O surgimento dessa nova teoria teve origem nos anos 50 através das teses de doutoramento do casal, quando foram publicadas, nas quais apresentavam um novo método de ensino baseado no desenvolvimento de pensamento geométrico, chamado Modelo de Van Hiele. (SANT'ANA, 2009).

Nasser e Lopes (2005, p.11) em seus estudos ao se referirem a teoria, postulam que “van Hiele sugere cinco níveis hierárquicos, no sentido de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após passar por todos os níveis inferiores”. Asseveram ainda que “cada nível é caracterizado por relações entre os objetos de estudo e linguagem próprios”. Tendo como consequência que “não pode haver compreensão quando o curso é dado num nível mais elevado do que o atingido pelo aluno”.

Segundo Nasser (2005, p. 12) em seu Projeto Fundão, elaborou-se um organograma baseado no que propôs Van Hiele com relação aos níveis hierárquicos.

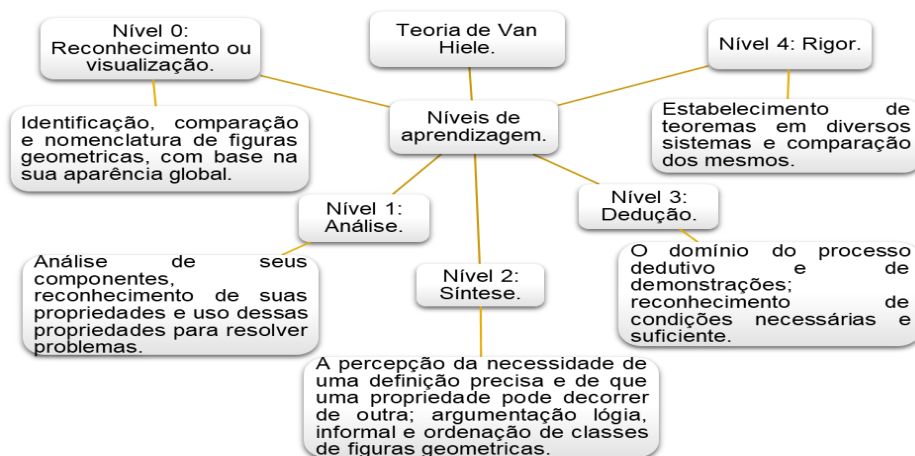


Figura 2 – Organograma da Teoria de van Hiele.

Fonte: NASSER, L. LOPES, Maria L.M.L. (coordenadoras). Geometria Na Era da Imagem e do Movimento. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 2005.

Esse novo modelo de aprendizagem sugere que os alunos consigam progredir enquanto adquirem os conceitos e aprendem sobre a Geometria, fazendo assim que estes estejam aptos para atingir os níveis almejados dentro da teoria “Esse modelo é fonte de novas pesquisas em vários países da Europa. Nos Estados Unidos e também alguns educadores soviéticos se embasam no modelo e planejam o currículo escolar tendo como base o trabalho de Van Hiele.” (SANT’ANA, 2009).

Apresenta-se a seguir os níveis de Van Hiele, resumidamente para um melhor entendimento da teoria.

1. Nível 0: reconhecimento ou visualização.
 - O aluno possui a identificação global das figuras geométricas; ao observar um conjunto de figuras, cada uma delas são observadas separadamente das demais da mesma classe.

- Identificação individual: o aluno observa a figura e associa ao objeto sem reconhecer que esta faz parte de uma classe, observando as figuras por suas partes.
- Através de objetos com formas geométricas são feitas as comparações e as descrições das figuras geométricas.
- Usa-se um vocabulário básico para que haja a descrição das figuras sem usar as propriedades geométricas.
- Através do aspecto físico e das posições no espaço são feitas as descrições.

2. Nível 1: Análise

- Os alunos começam a observar a figura geométrica não como um todo, passando a perceber seus componentes identificando as características das figuras e as suas propriedades.
- Uso dessas propriedades para resolver problemas.
- Através de exemplos são feitas demonstrações.
- Não há a relação de diferentes propriedades entre figuras distintas, não entendem as definições.
- Usam muito da experimentação e a observação.

3. Nível 2: Síntese

- Os alunos passam a fazer relações entre as propriedades de uma figura comparando-as com outras figuras, um exemplo, um quadrado é um retângulo por possuir as mesmas propriedades do retângulo.
- Percepção da necessidade de uma definição precisa.
- Possuem o raciocínio lógico informal.
- Ordenação de classes de figuras geométricas.

4. Nível 3: Dedução formal

- Os alunos começam fazer a diferença entre teoremas, postulados e definições.
- Conseguem fazer demonstrações formais sem decorá-las.
- Passam a ser capazes de possuir uma visão global das demonstrações.
- Utilizam uma linguagem mais precisa.

5. Nível 4: Rigor

- Os alunos estão prontos para estudar problemas diferentes do usual (geometria euclidiana).
- São capazes de fazer comparação de teorema em diversos sistemas e comparação dos mesmos.

“O quinto nível não vem sendo muito explorado pelos pesquisadores. P.M Van Hiele afirma que se interessava pelos três primeiros níveis, justamente por ter desenvolvido a teoria no ensino secundário.” (SILVIA, USP).

5 METODOLOGIA.

Os PCN (1997) quando relatam a importância do ensino da geometria fazem entender que os alunos precisam ter um contato direto com este campo da matemática, já que essa é de suma importância para o dia a dia, porém a geometria é pouco trabalhada em sala de aula partindo das dificuldades encontradas no seu ensino e aprendizagem. Assim, a referente pesquisa é do tipo exploratório, pois segundo Gil (2008), o objetivo de uma pesquisa exploratória é familiarizar-se com o estudo e pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições.

Desse modo, desenvolvemos a pesquisa de campo para observar e refletir quanto as dificuldades que os alunos passam em sua trajetória escolar, quando estes são expostos ao ensino da geometria e principalmente quando estes precisam explorar suas percepções e visualizações geométricas.


O recurso didático usado foram as dobraduras, tal recurso os estimula a participarem ativamente das aulas melhorando sua coordenação motora, o raciocínio lógico, a concentração e o desenvolvimento de habilidades e conceitos sobre a geometria. Teve como eixo principal, desenvolver nos alunos a capacidade de percepção e compreensão sobre alguns dos fundamentos da geometria plana. A prática pedagógica, ocorreu na turma do 7º ano do ensino fundamental da EEEF CRISTO REDENTOR na cidade de Abaetetuba, situado no estado do Pará, no momento da aplicação a turma continha 27 alunos, os quais foram participativos durante todo o desenvolvimento da pesquisa.

Após breve apresentação, iniciou-se uma conversa para saber o que eles achavam da disciplina de Geometria, se os alunos sentiam dificuldades de aprendê-la e a resposta foi unânime que a dificuldade de aprender estava na “matemática inteira,” o que causa preocupação, visto que vemos cada vez mais os alunos levantarem barreiras quando se trata do aprendizado da matemática.

A partir disso iniciei a aplicação que conteve três momentos:

I. ETAPA

Foi entregue um questionário que continham as seguintes indagações: Segue exemplo do questionário.



Questionário Aplicado aos alunos do 7º ano da EEEF CRISTO REDENTOR na cidade de Abaetetuba-PA.

1ª- O que é um polígono regular?

2ª- Dê exemplo de um polígono regular de quatro lados.

3ª- Dê exemplo de um polígono regular de três lados.

Figura 3 – Registro do questionário aplicado aos alunos.
Fonte: Acervo pessoal.

II. ETAPA

Esta etapa deu-se da seguinte maneira: foram explanados os conceitos dos polígonos regulares² apresentando a eles os dois polígonos que seriam as respostas das perguntas do questionário: o quadrado e o triângulo equilátero, em que foram mostradas as propriedades de ambos os polígonos para que os alunos pudessem compreender o que fazia ambas as figuras se tornarem polígonos regulares.

² “Um polígono é considerado *regular* quando ele é convexo e possui todos os lados e ângulos com a mesma medida”. Fonte: Mundo Educação.

O *triângulo equilátero* e o *quadrado* são exemplos de *polígonos regulares* de 3 e 4 lados, respectivamente:



Figura 4: Triângulo Equilátero



Figura 5. Quadrado

Fonte: Wikipédia

III. ETAPA

A partir disso deu-se início a terceira etapa da pesquisa, os exemplos foram utilizados para a construção das dobraduras para colocar em prática o que havia sido aprendido no momento anterior. Foram entregues duas folhas de papel A4 para cada um dos alunos, esta etapa desdobrou-se em:

1º Os alunos foram auxiliados a trabalharem com uma das folhas de papel entregues a eles para que fizessem a construção do quadrado a partir das dobraduras, assim que esse ficou pronto foi pedido para que os alunos identificassem na construção as medianas/mediatrizes, os ângulos e o ponto médio do quadrado.

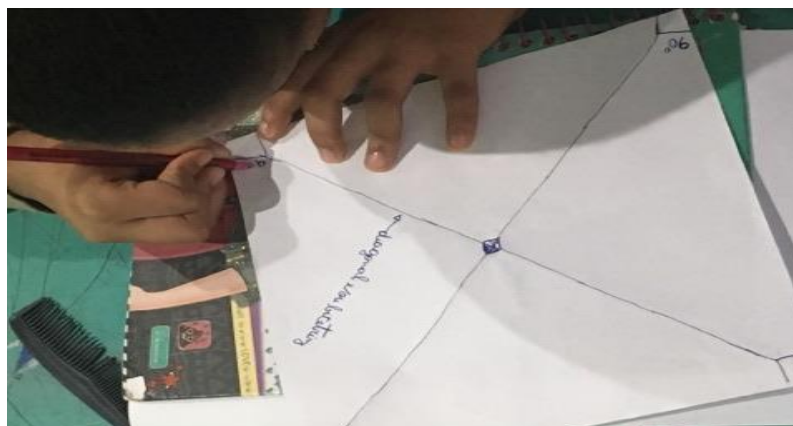


Figura 6: Registro da identificação das características do Quadrado. Fonte: Acervo pessoal.

2º Em seguida foram auxiliados na construção do triângulo equilátero, e após a construção foi pedido para que eles identificassem também as características do triângulo equilátero.



Figura 7: Registro da identificação das características do Triângulo Equilátero.
Fonte: Acervo pessoal.

6 RESULTADOS

Durante a entrega do questionário era notório o espanto no rosto de cada um quando foi falado que eles iriam responder algumas perguntas e para uma melhor socialização procurei deixar claro que aquele momento não contabilizaria nota para a disciplina de matemática, o que os deixou mais aliviados e dispostos em participar da aplicação. Esta etapa de questionário teve como objetivo coletar informações acerca do que eles conheciam sobre os conceitos geométricos referente aos polígonos regulares. Com base no resultado, foi possível classificá-los a um dos níveis da pesquisa de van Hiele.

Após a entrega do questionário eles tiveram 10 min para responder as perguntas e durante esse momento consegui captar frases como “Eu não sei”, “Não tenho nem ideia do que seja isso”, “Eu acho que sei, mas não sei explicar” e após receber as respostas pôde-se observar que a grande maioria não soube responder com precisão nenhuma das perguntas e os resultados foram:

- 14 dos 27 alunos responderam “Não sei” nas três perguntas.
- 2 dos 27 alunos respondeu “Não sei” na primeira pergunta, na segunda respondeu “retângulo” e na terceira respondeu “triângulo”.
- 1 dos 27 alunos respondeu “Não sei” na primeira e na terceira pergunta e desenhou um “quadrado” para responder a segunda pergunta.
- 1 dos 27 alunos respondeu a primeira pergunta da seguinte maneira “Eu acho que são os lados e as dobradas” e fez nas outras duas perguntas desenhos de retas e semirretas.
- 1 dos 27 alunos respondeu as três perguntas com retas e semirretas.
- 1 dos 27 alunos respondeu “Não sei” na primeira pergunta, desenhou um cubo para responder a segunda pergunta e desenhou um triângulo na terceira pergunta.

Sendo assim, observou-se que a maioria da turma não alcançou nenhum nível da teoria de van Hiele, comprovando o que Becker (2009), Pavanello (1989) e Sant’ana (2009) enfatizam em suas pesquisas ao dizerem que há de fato uma lacuna entre a teoria e a prática, uma vez que os PCN (1997, p. 39) nos diz que os conceitos de geometria fazem parte do currículo de matemática no ensino fundamental e que por meio deles o indivíduo pode desenvolver um pensamento especial, que o permite compreender, descrever e representar o mundo em que vive de forma mais organizada.

➤ 6 dos 27 alunos responderam “Não sei” na primeira pergunta, na segunda pergunta responderam “quadrado” e na terceira responderam “triângulo”.

➤ 1 dos 27 alunos respondeu a primeira pergunta com o desenho de um “círculo”, na segunda pergunta desenhou um “quadrado” e na terceira pergunta desenhou um “triângulo”.

Para a construção do gráfico da I Etapa classificamos as respostas em “certo”, “errado” e “incompleto”, ou seja, 27 alunos não conseguiram responder a 1º questão e automaticamente erraram esse item, 8 alunos responderam certo e 19 erram a 2º questão, 10 alunos responderam incompleta e 17 erraram a 3º questão, considerou-se incompleta as respostas dos 10 alunos pois esses conseguiram associar o enunciado a figura do triângulo mesmo que não tenham conseguido identificar qual dos triângulos seria

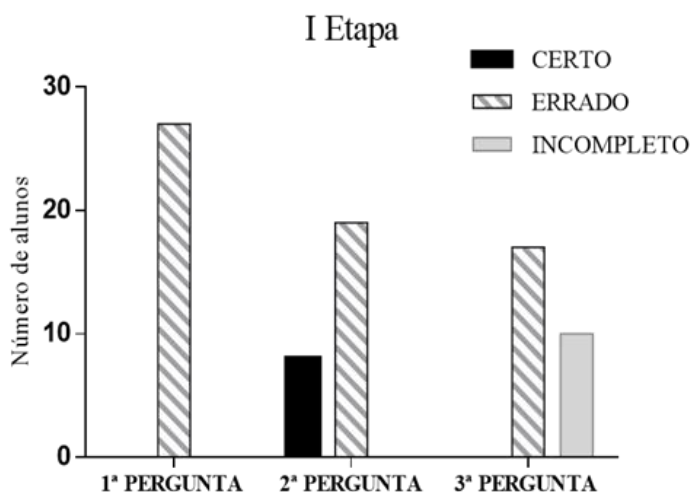


Figura 8 Gráfico contendo resultados da I Etapa.

Para classificar os alunos nos níveis de van Hiele, observa-se que um terço dos alunos alcançaram o nível 0 da teoria de van Hiele, pois responderam as duas últimas perguntas capturando somente o que dizia o enunciado e recuperaram informações as quais possibilitaram ver o quadrado, e aqui considerou-se também os que responderam retângulo ao invés do pois

os alunos conseguiram associar suas respostas ao enunciado que pedia uma figura de quatro lados, e o triângulo mesmo sem identificar que o triângulo seria o equilátero, mas viram a figura como um todo, não percebendo suas partes, e é o que nos diz o nível em questão.

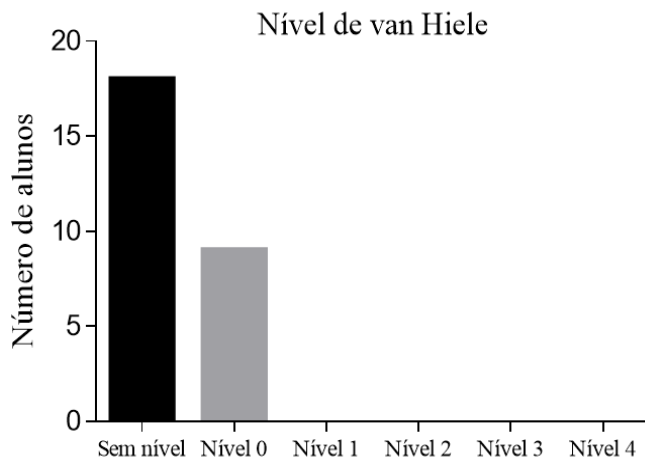


Figura 9: Gráfico dos resultados dos níveis de van Hiele.

Durante a aplicação foi notória a participação dos alunos enquanto eram direcionados pelos comandos para a conclusão de cada etapa, houve momentos de dúvidas porém todos os esforços foram feitos para serem sanadas, houve também momentos em que os próprios alunos ajudaram-se a para que todos tivessem êxito no final de cada etapa.

No entanto foi observado também que enquanto foi pedido para que os alunos identificassem as características das figuras, a maioria deles não conseguiu visualizá-las, o que nos faz concordar com Rogenski e Pedroso (p. 4) quando postulam que “[...] os materiais concretos permitem ver o objeto em estudo, mas não garantem a habilidade de visualização [...]”. Todavia, segundo Rogenski e Pedroso (p. 4), conforme citado por Lindquist (1994, p.77) “Materiais de manipulação fornecem oportunidades para raciocinar com objetos e, portanto para ensinar a resolver problemas e ensinar para resolver problemas.” Sendo assim, pode-se trabalhar a geometria de forma lúdica e trazendo os alunos para vivenciar as aulas e sair do ensino da geometria estática que vem sendo trabalhada nas escolas.

CONCLUSÃO.

Por que os alunos não diferenciam figuras a partir dos seus conceitos fundamentais? Em busca de responder esta pergunta fomos levados a pesquisar sobre estudos que tratassem do assunto referido, para que só então pudéssemos concretizar o motivo pelo qual os conceitos fundamentais da geometria não estão sendo ensinados corretamente.

Uma das respostas foi encontrada nos estudos de Becker (2009), quando este relatou que teve oportunidade de trabalhar com professores em um curso de especialização em geometria, e esses professores confessaram ter dificuldades em trabalhar a Geometria por terem tido uma formação deficiente e conseqüentemente apresentavam dificuldades em lidar com o conteúdo, aqui mostramos um dos entraves no ensino da disciplina, pois é neste momento que o ciclo do déficit no ensino e na aprendizagem da geometria inicia, se um professor tem sua formação defeituosa em uma área da aprendizagem dificilmente este conseguirá suprir este problema na hora de ensinar.

Comprovou-se que a partir de uma formação insuficiente cria-se uma aprendizagem falha, quando encontramos nos estudos de Sant'ana (2009) a afirmação de que realmente a geometria não está sendo ensinada mediante seus fundamentos essenciais, pois através de sua pesquisa foi comprovado que a maior parte dos alunos - o qual foi aplicado o teste de van Hiele - não conhecem as figuras geométricas e tampouco suas nomenclaturas, e esses são os conhecimentos básicos que pedem os PCN.

Fomos mais além ao desenvolver a pesquisa de campo e, com isso, vivenciamos os desafios de ensinar a geometria e as dificuldades reais dos alunos em aprenderem, pois os resultados obtidos nas perguntas básicas feitas no questionário, de assuntos que deveriam ter sido ministrados no decorrer do 6º ano, nos provou que os alunos pouco avançaram quando se trata de seu pensamento geométrico, o que nos faz acreditar que realmente existe um distanciamento entre o “ensinar” e o “aprender”. Identificamos também que necessita-se de outros estudos mais avançados, já que ao fazer o balanço dos resultados da pesquisa obtivemos de um total de 27 alunos, 18 alunos não conseguiram alcançar nenhum nível da teoria de van Hiele, quando não conseguiram assimilar as informações dadas para depois criar a imagem e só então identificar os polígonos que possuísem quatro e três “lados”.

Concluiu-se, então, que os resultados apresentados através do questionário e dos outros estudos no decorrer deste artigo, a existência da lacuna no ensino e a partir dela o déficit de

aprendizagem só aumenta entre o alunado, causando falhas nas habilidades de percepção e visualização do conhecimento geométrico. A fim de que essa falha possa ser reparada tem-se a teoria de van Hiele, que é uma alternativa para que a geometria venha a ser inserida com mais êxito nos currículos escolares, pois por meio dela os professores poderão identificar em que nível de pensamento geométrico seus alunos estão, e a partir disso será possível buscar formas mais eficazes para fazer o ensino da geometria.

Por fim, podemos constatar que apesar de todos os esforços que existem para que a Geometria tenha sua devida importância reconhecida, nos foi apresentado que de algum modo seu ensino ainda é deixado em segundo plano, talvez por uma formação acadêmica falha resultando na insegurança do professor. Sem a pretensão de esgotarmos, somente com esta pesquisa, um assunto que vem ao longo do tempo sendo trabalhado sem a devida orientação, causando sequelas que atravessam o tempo, sugerimos que os professores de matemática busquem discutir com as escolas a importância do ensino da geometria, para que possa haver uma organização conjunta para romper a ideia de que a matemática e a geometria são difíceis de serem aprendidas.

REFERÊNCIAS

BECKER, Marcelo. **Uma alternativa para o ensino da geometria: visualização geométricas e representação de sólidos no plano.** –UFGRS, Porto Alegre, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Tradução GOMIDE, Elza F. 2ª edição – 2003. Edgard Bloucher – São Paulo.

_____. Cadernos de Pesquisa, **Os PCN e a elaboração de propostas curriculares no Brasil.** São Paulo, v.44, n.153, p. 648-669, jul./set. 2014.

CURY e LEIVAS, Helena Noronha e José Carlos Pinto. **Análise de erros em soluções de um problema de geometria: uma investigação com professores em formação continuada.** – Florianópolis, 2010.

_____. Downloaded from: **Biblioteca Digital da Produção Intelectual - BDPI**, Universidade de São Paulo. <<http://www.producao.usp.br/handle/BDPI/48391>>

EVES, **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. Geometria.** Tradução DOMINGUES, Higyno H. Atual Editora LTDA – 1994. São Paulo.

GARCIA, L. M. I. **A visualização e a representação geométrica de conceitos matemáticos e suas influências na constituição do conceito matemática.** In: **X Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – EBRAPEM.** Artigos. Minas Gerais, 2006. Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br/ebrapem/completos/08-06.pdf>> Acesso em 23/01/2019 às 19h e 15min.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4º ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MOTTIN, Elisandra. **A utilização de material didático-pedagógico em ateliês de matemática, para o estudo do teorema de Pitágoras.** – 2004.

PALLES, Camila Molina; SILVA, Maria José Ferreira da. **Visualização em Geometria.**

PAVANELLO, Maria Regina. **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica.** – UNICAMP, 1989.

PEDROSO, Sandra Mara Dias; ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro. **O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades.**

_____. PEIRCE, Charles Sanders. Disponível em: <https://ensaioenotas.com/2016/11/08/o-signo-elementos-elementos-semioticos-de-peirce/>. Acesso em 14 de Julho de 2019 as 16h e 17min.

_____. **Revista do Professor de Matemática**, <<http://www.rpm.org.br/cdrpm/45/1.htm>>. Acesso em 23/01/2019 às 20h e 20min.

SALGADO, Jacymar de Almeida. **Reflexões quanto à importância das Construções Geométricas no ensino da Geometria Plana** – 2013.

SANTOS, Marcele da Silva e SANT'ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **O ensino de geometria e a teoria de van Hiele: uma abordagem através do laboratório de ensino de matemática no 8º ano da educação básica**.

SANT'ANA, Evandro Cardoso. **Geometria segundo modelo de van Hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental** – 2009.

SILVA, Luciana. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**. USP.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **"Polígonos"**; Brasil Escola. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm>>. Acesso em 24 de abril de 2019 as 20h e 31min.