UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSE XAVIER SOBRINHO JUNIOR

O NÚMERO DE OURO E SUAS BELEZAS

Abaetetuba/Pará
2019

JOSE XAVIER SOBRINHO JUNIOR

O NÚMERO DE OURO E SUAS BELEZAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, campus universitário de Abaetetuba, como requisito para obtenção do grau de Licenciado em Matemática, sob a orientação da Professora Mestra Silvana da Costa Gomes.

Abaetetuba/Pará

2019.

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO BAIXO TOCANTINS
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

ATA DE DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No dia 11 de julho de 2019, às 14:43 horas, na sala 17 do Campus Universitário de Abaetetuba, reuniu-se a banca examinadora do trabalho acadêmico de conclusão de curso de **LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**, constituída pelos professores: Osvaldo dos Santos Barros, Raimundo das Graças C. de Almeida e Silvana da Costa Gomes, para avaliar o trabalho do aluno: **JOSE XAVIER SOBRINHO JUNIOR**, orientado pela docente, Silvana da Costa Gomes com o Título: **O NÚMERO DE OURO E SUAS BELEZAS.** Após a apresentação do trabalho, o aluno foi arguido pela banca, em seguida a banca reuniu-se para deliberar sobre o parecer final, tendo decidido pelo parecer **FAVORÁVEL** com média 8,5, ou seja, conceito BOM este conceito está vinculado ao atendimento às alterações solicitadas pela banca examinadora, descriminadas, no TCC impresso devolvido ao discente. A sessão foi encerrada às 16:08 horas, sendo lavrada a presente ata que vai assinada por mim, presidente da banca, e pelos demais membros da banca.

Silvana da Costa Gomes
Profª. Me. Silvana da Costa Gomes
UFPA/ABAETETUBA
(Presidente / Orientador)

Profº. Dr. Osvaldo dos Santos Barros
UFPA/ABAETETUBA
(Membro)

Profº. Me. Raimundo das Graças C. de Almeida
UFPA/ABAETETUBA
(Membro)

À Minha Família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus pela oportunidade a mim concedida de estar chegando ao final deste curso, dando-me força e disposição necessárias para superar as dificuldades enfrentadas no decorrer desses anos de universidade.

À minha Mãe Maria Célia Nogueira Cunha por acreditar que um dia esse sonho fosse possível, dando-me os suportes necessários para minha permanência no curso, o qual hoje se torna concreto através da minha formação.

À minha orientadora Mestra Prof.ª Silvana da Costa Gomes pela dedicação e paciência para que este trabalho pudesse ser concretizado com sucesso.

À todos os meus familiares, que direta e indiretamente contribuíram para a conclusão deste curso.

Aos meus amigos do dia a dia que sempre apostaram e incentivaram-me para que eu continuasse em busca do tão esperado sonho.

Ao meu amigo irmão Sabmael Silva Carvalho, por me incentivar e acreditar que eu poderia vivenciar este momento.

Aos meus colegas de faculdade que cordialmente me ajudaram a vencer todas as dificuldades existentes nos estudos.

À todos os professores da UFPA do campus de Abaetetuba que de forma direta contribuíram para o meu êxito no curso.

À esta universidade, por dar-me o suporte necessário para minha permanência, abrindo as portas necessárias para meu crescimento e desenvolvimento.

A todos, que direta e indiretamente fizeram parte da minha formação, meu muito obrigada.

.

"A paciência faz contra as ofensas o mesmo que as roupas fazem com o frio; pois, se vestires mais roupas conforme o inverno aumenta tal frio não te poderá afetar. De modo semelhante, a paciência de crescer em relação às grandes ofensas; tais injúrias não poderão afetar a tua mente".

(Leonardo Da Vinci, 1452 – 1519).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo fazer com que um maior número de estudantes da matemática conheça o número de ouro e mostrar o valor de ouro que ele possui, pois muitos ainda não o conhecem. Com esse objetivo é que este trabalho desenvolve-se, mostrando a importância deste número presente em várias vertentes do nosso dia a dia, contextualizando-o com registros atuais e identificando-o principalmente na natureza. E por que a terminologia "número de ouro"? Segundo informações contidas no site *escolakids*, "O número de ouro é o representante matemático da perfeição na natureza". Dizer qual número é considerado de ouro pode ser fácil, mas explicar como os matemáticos descobriram este número, é um dos objetivos específicos que responderemos no desenvolver deste trabalho. Ele é estudado desde a Antiguidade e muitas construções gregas e obras artísticas apresentam-no como base. O número de ouro é representado pela letra grega Φ *(phi)* e seu valor corresponde a $1{,}61803399\ldots$ Mas por que esse número é tão importante? Por que é tão usado em construções, obras de arte, sendo o referencial da beleza? Porque ele representa a perfeição e a beleza da natureza, ele está presente em quase todos os lugares, na natureza, em objetos e construções que consideramos as mais belas. Através da sequência numérica descoberta por Fibonacci, e posteriormente a criação da Espiral de Fibonacci, descrita neste trabalho, entendemos que o número de ouro é sinônimo de perfeição e beleza, por justamente estar presente na maioria da criação Divina.

Palavras-chave: Número de Ouro. Arte. Natureza. Perfeição.

ABSTRACT

This paper aims to make a larger number of math students know the gold number and show the gold value it has, as many do not know it yet. With this objective is that this work is developed, showing the importance of this number present in various aspects of our daily lives, contextualizing it with current records and identifying it mainly in nature. And why the terminology "gold number"? According to information on the schoolkids website, "The golden number is the mathematical representative of perfection in nature." Saying which number is considered gold may be easy, but explaining how mathematicians discovered this number is one of the specific objectives we will answer in the development of this paper. It has been studied since antiquity and many Greek constructions and artistic works present it as a basis. The gold number is represented by the Greek letter Φ (phi) and its value corresponds to 1.61803399 ... But why is this number so important? Why is it so used in buildings, works of art, being the reference of beauty? Because it represents the perfection and beauty of nature, it is present almost everywhere, in nature, in objects and constructions that we consider the most beautiful. Through the numerical sequence discovered by Fibonacci, and later the creation of the Fibonacci Spiral, described in this paper, we understand that the golden number is synonymous with perfection and beauty because it is present in most Divine creation.

Keywords: Gold Number. Art. Nature. Perfection.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A harmonia, o equilíbrio e perfeição não são apenas características que se buscam em uma pessoa religiosa ou em quem acredita em uma determinada religião, esses são elementos também “visíveis” no universo o qual é considerado matematicamente perfeito. No âmbito religioso, a criação é a maior evidência da existência de Deus. Essa harmonia, equilíbrio e perfeição, que sintetiza a beleza, é considerada uma obra divina, já que está presente na natureza pelas suas peculiaridades e formatos com uma matemática perfeita, como por exemplo, o é o “Número de Ouro”. O Número de Ouro é o objeto de análise deste trabalho, contextualizado em suas várias aplicações, reforçando a ideia da perfeição, equilíbrio e harmonia em tudo que é belo. Com o objetivo de fazer mais conhecido a um maior número de estudantes de matemática que ainda não o conhecem é que este trabalho desenvolve-se. O número de Ouro é encontrado em várias vertentes da vida humana, como em pinturas, obras arquitetônicas, na música, nos alimentos e no próprio corpo humano, tais informações encontram-se registradas em várias referências da educação matemática, como por exemplo, no livro de Brown e de Biembegut. Um dos principais colaboradores para o descobrimento do número de ouro, o qual é representado pela letra grega Φ (phí), é o escultor grego Phídeas, que descobriu que o valor do número de ouro é de aproximadamente 1,6180 e que suas “visualizações” em inúmeras coisas no mundo são impressionantes, destacamos neste trabalho algumas delas, como o quadro de Leonardo da Vinci, Mona lisa, o Parthenon grego de Péricles, o qual em sua fachada contém o número de ouro, o Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci e na natureza, a perfeita criação de Deus, dentre outras que serão analisados neste trabalho.

Como suporte para a realização deste trabalho, utilizamos as obras de BIEMBEGUT (1998) e COLE (2006). Ainda fazemos levantamentos para o enriquecimento da pesquisa, em vários sites como Wikipédia, Escolakids, dentre outros.

Para uma melhor organização, dividimos o trabalho em três capítulos, distribuídos da seguinte forma:

No primeiro capítulo, abordaremos o conceito do Número de Ouro, delimitando qual é esse número e por que os estudiosos o chamam dessa forma, bem como a utilização do cálculo para obtê-lo e quais os idealizadores o descobriram e o utilizaram. No segundo capítulo, abordaremos a utilização do número de ouro na arquitetura e na arte, demonstrando como ele é aplicado nessas vertentes com o objetivo de buscar a beleza e a perfeição. No terceiro e último capítulo, mostraremos a percepção do número de ouro na natureza, sua proporção nos ramos das árvores, a Espiral vista em plantas e flores e o Número de Ouro nos objetos atuais do nosso dia a dia.

1 O NÚMERO DE OURO E SEUS IDEALIZADORES

Neste capítulo faremos uma breve abordagem sobre o Número que é considerado o número Áureo, a forma algébrica para delimitá-lo e os principais estudiosos que colaboraram para o surgimento deste, dentre os quais, o grego Phídeas. Citamos como base teórica para o embasamento deste capítulo COLE (2006) e o site da Wikipédia.

1.1 Número de Ouro

Segundo o site Wikipédia, o número de ouro também é conhecido como proporção áurea, número áureo, secção áurea e proporção de ouro. Seu valor é um número irracional, que arredondado a três casas decimais equivale a 1,618 o qual é representado pela letra grega Φ (Phi) em homenagem ao escultor grego Phideas. Phideas teria utilizado o número para conceber sua grande obra arquitetônica "O Parthenon". (Falaremos com mais profundidade no item 1.2, o qual trata sobre Phideas).

Delimitaremos a seguir, uma das formas de se obter o número de ouro (razão áurea), a partir de alguns cálculos algébricos. De acordo com o site Wikipédia, dois valores positivos estão em razão áurea se sua razão é igual à razão da sua soma pela maior das quantidades. Algebricamente, dados $a\ e\ b, a > b > 0,$ então:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \Phi \qquad (1^*)$$

Onde Φ representa a razão áurea, em que de $\frac{a}{b} = \Phi \Rightarrow a = b\Phi$, substituindo em (1), têm-se:

$$\frac{b\Phi+b}{b\Phi} = \frac{b\Phi}{b} \qquad (2^*)$$

Sendo $b \neq 0$, simplificando b em (2), obtem-se:

$$\frac{\Phi+1}{\Phi} = \Phi \qquad (3^*)$$

Multiplicando a equação 3 por Φ, obtem-se

$$\Phi + 1 = \Phi^2 \qquad (4^*)$$

Organizando a equação (4), obtem-se:

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0 \qquad (5^*)$$

A equação (5*) é uma equação do 2º grau em Φ, em que, resolvendo-a e aplicando a fórmula de Bháskara, obteremos:

$$\Phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

No entanto, a única solução positiva para Φ é:

$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}61803398875$, que é o valor do número de ouro.

Analisada e exposta a equação acima, obtêm-se através dela o Número de Ouro, essa é uma das formas de obtê-lo, porém existem outras formas, a partir de outras razões áureas, (que não será detalhada neste trabalho) no entanto serão citadas no decorrer do trabalho na criação e análise das obras de artes e arquiteturas no próximo capítulo.

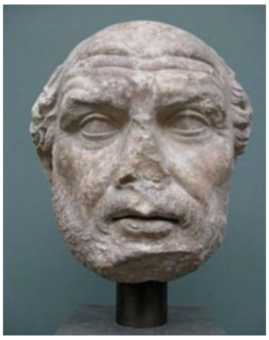
1.2 Idealizadores do Número de Ouro

1.2.1 Phídeas (Fídias)

Segundo o site Wikipédia, a enciclopédia livre, Phídeas (Fig.1a), foi um célebre escultor da Grécia Antiga. Sua biografia é cheia de lacunas e incertezas, porém as fontes apontam como confiáveis que ele foi o autor de duas entre as mais famosas estátuas da Antiguidade: a Atena Parthenos (Fig.1b) e o Zeus Olímpico (Fig. 1c).

Figura 1 – Fídias (a) Atena Parthenos(b) Zeus Olímpico (c)

a



b

c

(Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/)

Segundo o site, Phídeas é um dos fundadores e um dos mais perfeitos expoentes do Alto Classicismo na escultura, sendo louvado desde quando vivo até os dias de hoje como um dos mais importantes escultores do ocidente. A contribuição de Phídeas para a história do número de ouro, (que abordaremos logo adiante), é que, segundo a enciclopédia livre, ele fez uso do número de ouro para a construção de sua grande obra, O Parthenon (Fig.2).

Figura 2 – Parthenon

(Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/)

1.2.2 Leonardo da Vinci

Segundo o site Wikipédia, Leonardo da Vinci (Figura 3) foi um polímata, ou seja, alguém que deteve um grande conhecimento em diversos assuntos, como ciência, matemática, engenharia, inventos, anatomia, pintura, escultura, arquitetura, botânica, poesia e música; é considerado um dos maiores pintores de todos os tempos e como notadamente, a pessoa mais dotada de talentos de diversas áreas, tendo vivido e influenciado inúmeras gerações. Uma de suas contribuições que não pode ser ignorada, é a excelência dos seus desenhos que revelam não só as suas habilidades pela pintura, como também os seus conhecimentos pela matemática, bem como a utilização da razão áurea como garantia de perfeição, beleza e harmonia, únicas de suas obras. Leonardo era um gênio de pensamento original que usou exaustivamente os seus conhecimentos sobre a matemática e o número de ouro nas suas obras de arte, como por exemplo, a sua famosa pintura: Mona Lisa, que veremos no próximo capítulo, analisando sua criação genial utilizando o número da perfeição, a saber, o número de Ouro.

Figura 3 – Leonardo da Vinci

(Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/)

1.2.3 Leonardo Fibonacci

Outra contribuição preciosa quanto ao Número de Ouro, foi dada por Leonardo Fibonacci (1170–1250) ou Leonardo de Pisa; (ilustrado na figura 4). Segundo o site Wikipédia, foi um matemático italiano nomeado como o primeiro grande matemático europeu da idade média, é considerado por alguns como o mais talentoso matemático ocidental da idade média e ficou conhecido pela grande descoberta da sequência de Fibonacci e pela sua participação na introdução dos algarismos Hindu-arábicos na Europa.

Figura 4 – Leonardo Fibonacci

(Fonte: https://pt.m.wikipedia.org/wiki/)

De acordo com o site, a sequência numérica conhecida como Sequência de Fibonacci, está relacionada com a solução do problema que diz respeito a reprodução dos coelhos publicado no seu livro "*LiberAbaci"*. A sequência de números de Fibonacci, são as sucessivas razões entre os números, pelos quais o número que o antecede vão se aproximando do número de ouro.

1.2.3.1 Fibonacci e o Problema dos Coelhos

Tendo como base as informações contidas em várias leituras sobre o problema dos Coelhos de Fibonacci, podemos dizer que, Fibonacci ao analisar a referida situação ou problema, passou a observar como funcionava a reprodução de coelhos no interalo de 1 mês a 12 meses sendo que a cada mês, cada par de coelhos geraria um novo par de coelhos, partindo então de um par de coelhos jovens e o tempo de amadurecimento para que esses coelhos começassem a reproduzir, o qual é de 1 mês, assim temos:

1º mês: 1 par de coelhos filhotes.

2º mês: esse 1 par de coelhos filhotes já estão adultos.

3º mês: este par de coelhos adulto gerou um par de coelhos filhotes, ou seja, 1 par de coelhos adultos + 1 par de coelhos filhotes.

4º mês: o par de adultos gera um novo par de coelhos filhotes e o par de coelho filhote vira um par adulto, então se observa que há 3 pares de coelhos no total: 2 adultos + 1 filhote.

5º mês: neste mês, os pares adultos geram mais dois pares de coelhos filhotes e o par de filhotes anterior viram adultos, então observa-se que há 5 pares de coelhos, 3 adultos + 2 filhotes.

6º mês: os 3 pares geraram 3 novos pares de coelhos e os 2 filhotes anteriores que serão adultos, então observa-se que há 8 pares de coelhos, 5 adultos + 3 filhotes.

7º mês: os 5 pares geraram 5 novos pares de coelhos e os 3 filhotes anteriores que serão adultos, então observa-se que há 13 pares de coelhos, 8 adultos + 5 filhotes.

8º mês: os 8 pares geraram 8 novos pares de coelhos e os 5 filhotes anteriores que serão adultos, então observa-se que há 21 pares de coelhos; 13 adultos + 8 filhotes.

9º mês: os 13 pares geraram 13 novos pares de coelhos e os 8 filhotes anteriores que serão adultos, então observa-se que há 34 pares de coelhos; 21 adultos + 13 filhotes.

10º mês: os 21 pares geraram 21 novos pares de coelhos e os 13 filhotes anteriores que serão adultos, então se observa que há 55 pares de coelhos, 34 adultos + 21 filhotes.

11º mês: os 34 pares geraram 34 novos pares de coelhos e os 21 filhotes anteriores que serão adultos, então se observa que há 89 pares de coelhos, 55 adultos + 34 filhotes

12º mês: neste último mês, os 55 pares que geraram 55 novos pares de coelhos e os 34 filhotes anteriores que serão adultos, então se observa que há 144 pares de coelhos, 89 adultos + 55 filhotes.

Deste modo, Fibonacci concluiu que ao longo de um ano através deste estudo feito com coelhos, seguindo uma sequência, ele teria 144 pares de coelhos, ou seja, Leonardo Fibonacci chegou à seguinte sequência, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144 ao longo de 12 meses e ao analisar essa sequência, procurando uma lógica matemática ele percebeu o seguinte: o primeiro número era 1 e o segundo também era 1 e a partir do terceiro, cada número da série seria a soma dos seus dois termos antecessores, ou seja, os mais próximos, então teríamos:

1º mês: 1 + 0 = 1	7º mês: 8 + 5 = 13
2º mês: 0 + 1 = 1	8º mês: 13 + 8 = 21
3º mês: 1 + 1= 2	9º mês: 21 + 13 = 34
4º mês: 2 + 1 = 3	10º mês: 34 + 21 = 55
5º mês: 3 + 2 = 5	11º mês: 55 + 34 = 89
6º mês: 5 + 3 = 8	12º mês: 89 + 55 = 144

1.2.3.2 A Sequência de Fibonacci e sua Convergência

Tendo como referência a análise feita por Fibonacci com relação a reprodução dos coelhos durante um ano, dá origem a sequência de Fibonacci que é considerada uma das mais fascinantes descobertas da história, a sequência de números propostos pelo matemático italiano Leonardo de Pisa, como também era conhecido Leonardo Fibonacci, ficou o seguinte: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610... e assim sucessivamente.

No século XIII surge uma curiosidade na sequência de Fibonacci, em que se dividindo cada número da sequência de Fibonacci pelo seu antecessor, os seus valores convergem para o número 1,6180, conforme ilustra a tabela 1. Este número é chamado de número de ouro que é representado por Φ, o interessante é que este número tem ligação com os fenômenos da natureza, que veremos no próximo capítulo deste trabalho.

Tabela 1 – Convergência da Sequência de Fibonacci

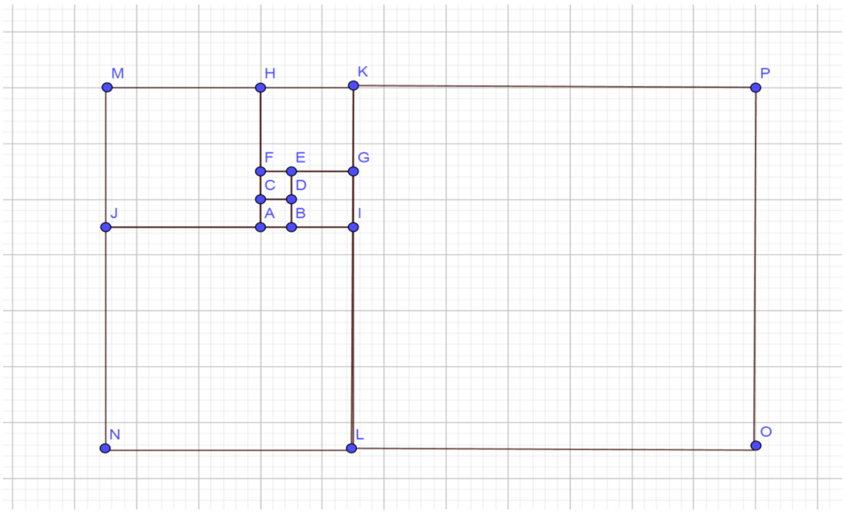
n	F_n	${F_n}/{F_{n-1}}$
1	1	1
2	1	$1/1 = 1$
3	2	$2/1 = 2$
4	3	$3/2 = 1{,}5$
5	5	$5/3 = 1{,}6667$
6	8	$8/5 = 1{,}6$
7	13	$13/8 = 1{,}625$
8	21	$21/13 = 1{,}61538$
9	34	$34/21 = 1{,}61905$
10	55	$55/34 = 1{,}61765$
11	89	$89/55 = 1{,}61818$
12	144	$144/89 = 1{,}61798$

(Fonte: Autoria Própria)

1.2.3.3 Retângulo Áureo

Baseado na sua sequência descoberta, Fibonacci criou o retângulo áureo ou retângulo de ouro, em que para cada número da sequência ele construiu um quadrado equivalente a esse valor, então o primeiro é 1 e construiu um quadrado de lado 1, o segundo também é 1 e construiu o outro quadrado de lado 1, juntou esses dois quadrados formando um retângulo de 2 por 1. No próximo número da sequência ele formou um quadrado de lado 2, juntando esse quadrado com os outros dois quadrados anteriores, formou o retângulo 3 por 2. O outro quadrado que seria feito de lado 3 juntando ao quadrado anterior de lado 2, formando o retângulo 5 por 3. O próximo quadrado de lado 5 juntando aos outros quadrados formaria um novo retângulo, de lado 5 por 8 e assim o fez com todos os números da sequência e sempre obtendo um retângulo de medidas perfeitas ou convergindo para o número de ouro $\Phi = 1{,}6180$**.** A figura 5 ilustra o passo-a-passo da construção do retângulo de ouro, conforme detalhado acima.

Figura 5 – Retângulo de ouro

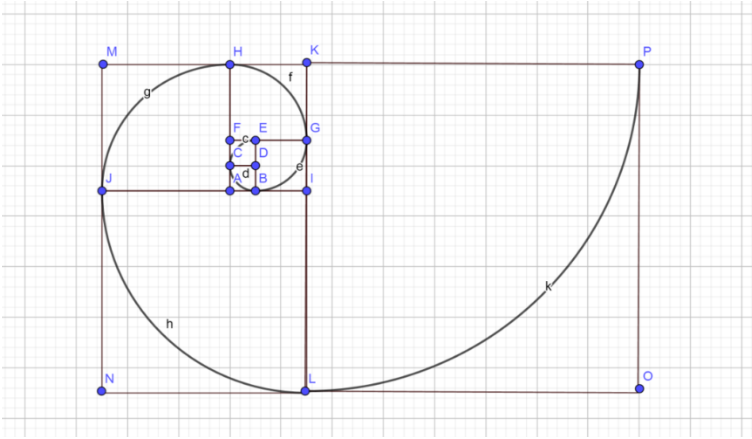


Fonte: José Xavier (2019).

1.2.3.4 Espiral de Fibonacci

A espiral de Fibonacci surgiu da ideia de pegar em cada quadrado do retângulo de ouro (Figura 5) um quarto de circunferência e ligando as formas circulares ele obteve um novo desenho no formato de uma espiral, que é a famosa Espiral de Fibonacci (Figura 6).

Figura 6 - Espiral de Fibonacci



Fonte: José Xavier (2019).

Segundo COLE (2006), Leonardo Da Vinci demonstra a excelência dos seus desenhos por revelar seus profundos conhecimentos matemáticos em suas criações, bem como a utilização da razão áurea como garantia da perfeição, beleza e harmonia únicas em suas obras. Leonardo era um gênio de pensamento original que usou exaustivamente os seus conhecimentos matemáticos, especificamente o número de ouro nas suas obras de arte.

No próximo capítulo falaremos a respeito da utilização prática do Número de Ouro na Arquitetura e na Arte por renomados artistas, veremos como estes inspiraram-se nas proporções perfeitas para se chegar ao belo.

2 O NÚMERO DE OURO EM ARQUITETURAS E ARTES

Durante muito tempo perguntou-se como eram produzidas as estruturas de pinturas milenares e históricas, em contrapartida, as várias arquiteturas históricas e obras de artes, eram feitas com objetivos distintos, porém com a mesma finalidade: o de demonstrar e apresentar ao mundo belezas sem iguais e com complexidade perfeição que não apenas acrescentavam valor e genialidade aos seus artistas, mas sobretudo, reconhecimento e inspirações. Neste capítulo abordaremos algumas arquiteturas históricas e obras de artes em que seus escultores e artistas utilizaram para a sua criação, o número de ouro.

2.1 Na Arquitetura

Na arquitetura destaca-se a “presença” do Número de Ouro, em uma das suas grandes obras, citada no capítulo anterior, o Parthenon (Figura 2), construído entre 447 e 433 a.C, pelo escultor grego, Phídeas, segundo o site Wikipédia. O Parthenon Grego, templo representativo do século de Péricles contém a razão de Ouro no retângulo que contêm a fachada (Largura / Altura), ver (Fig. 7), na qual o arquiteto revela a preocupação de realizar uma obra bela e harmoniosa.

Figura 7 – Fachada Áurea de Parthenon

Fonte: Gloogle imagens

A fachada do templo é um retângulo, em que o lado maior dividido pelo lado menor é aproximadamente igual ao lado menor dividido pela diferença entre o lado maior e menor, sendo assim, chamaremos o lado maior de a e o lado menor de b. Temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} = \Phi \qquad (6)$$

Se fizermos na equação (6) o mesmo raciocínio feito na equação (1), obtém-se a mesma equação (5) e, portanto:

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}61803398875.$$

Dessa forma, temos o exato número de ouro, pelo que os gregos não usaram essas medidas por acaso, eles consideravam as medidas muito mais harmoniosas, bonita e agradável, por isso utilizaram os retângulos que tinham essa proporção.

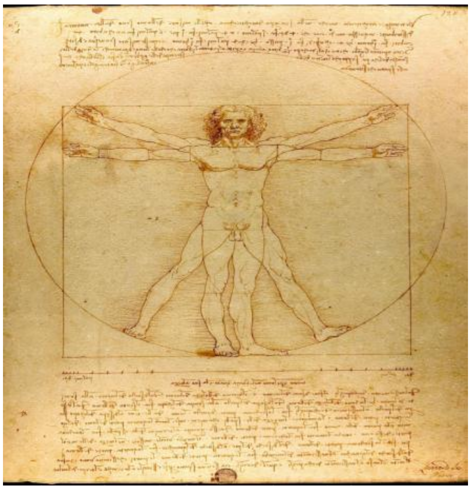
2.2 Na Arte

Segundo pesquisas em sites confiáveis, no século XVI o número de ouro ou razão áurea chega definitivamente para o mundo das artes, naquele século, um monge chamado Luca Pacioli escreveu um livro sobre o número de ouro chamado: “De Divina Proportioni”, Leonardo da Vinci foi escolhido para ilustrar a obra, e a partir disso, passou a usar a proporção divina em suas criações, ele se fascinou pela harmonia que esse número era capaz de gerar, e entre suas obras mais famosas, destacam-se: “O Homem Vitruviano” e ”A Mona Lisa”.

2.2.1 O Homem Vitruviano

O homem Vitruviano ilustrado na figura 8 de Leonardo da Vinci, é um desenho famoso que acompanhava as notas feitas pelo artista por volta do ano de 1490, em um dos seus diários ele descreve uma figura masculina nua, separada e simultaneamente em duas posições sobrepostas com os braços inscritos num círculo e num quadrado, a cabeça é calculada como sendo um oitavo da altura total. O desenho e o texto ficaram conhecidos como cânone das proporções, o desenho atualmente faz parte da coleção da Gallerydell`accademia (galeria da academia) em Veneza, Itália.

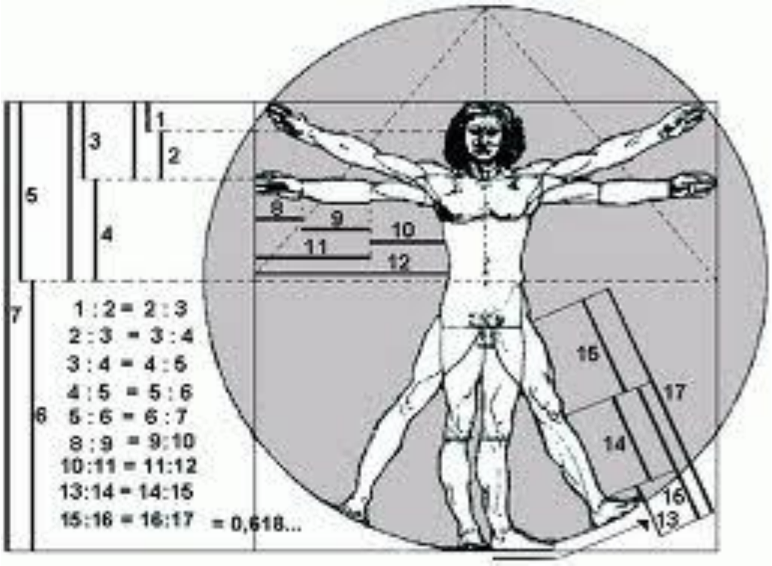
Figura 8 – O homem Vitruviano



Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm

A figura 9 ilustra todos os cálculos feitos por Leonardo da Vinci, na sua obra "O homem Vitruviano", obtendo o número de ouro.

Figura 9 – Cálculos do número de ouro no homem Vitruviano

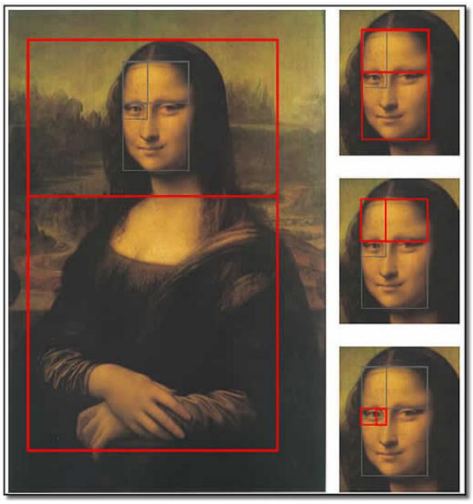


Fonte:http://artenarede.com.br/blog/wp-content/uploads/2014/08/da-Vinci-Homem-Vitruviano-fibonacci.png

2.2.2 A Mona Lisa

A Mona Lisa de Leonardo da Vinci, (figura 10), apresenta proporção áurea nas relações entre o tronco e a cabeça, bem como nos elementos da face, mas é importante lembrar que essa proporção da face é uma característica inerente ao ser humano e tais proporções podem ser encontradas na maioria das pinturas em que a anatomia original tenha sido respeitada. Medições feitas por computador mostraram que os olhos de Mona Lisa estão situados em subdivisões áureas da tela, as dimensões do quadro (aproximadamente 270 cm × 167 cm) estão em Razão Áurea entre si.

Figura 10 – A Mona Lisa



Fonte: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm.

Segundo o site Wikipédia, na história da arte renascentista, a perfeição da beleza em quadros foi bastante explorada com base nessa constante, desse modo, podemos observar que Leonardo da Vinci buscava realmente a perfeição, pois seguia sempre a proporção divina, atenhando-se a chegar em uma obra perfeita, em que seria cada vez mais bela e atraente aos olhares humanos.

Desse modo fica evidenciado a preocupação do artista em sempre demonstrar em suas obras o quanto a beleza e a harmonia são virtudes indispensáveis e agradáveis aos olhos de quem a admira, chamando a atenção de todos pela perfeição. Não somente na arquitetura e na arte, a proporção áurea também é evidenciada no corpo humano.

2.3 O Corpo Humano

Além da arte e da arquitetura seguir o padrão áureo, pode-se encontrar formas no corpo humano que seguem as medidas da proporção áurea, inclusive uma curiosidade encontrada, é que essa proporção é o fator da simetria do rosto para ser perfeito, ou seja, quanto mais o rosto for seguindo esse padrão, mais bonito a pessoa será, essa maravilha se dá justamente porque esses números representam a perfeição. Sabe-se que para os gregos antigos, uma pessoa considerada bela ou mais próxima da perfeição em todos os seus aspectos físicos, dá-se-ia se possuísse um padrão relacionado com o número 1,618, um exemplo desse padrão é o que se vê na figura 11.

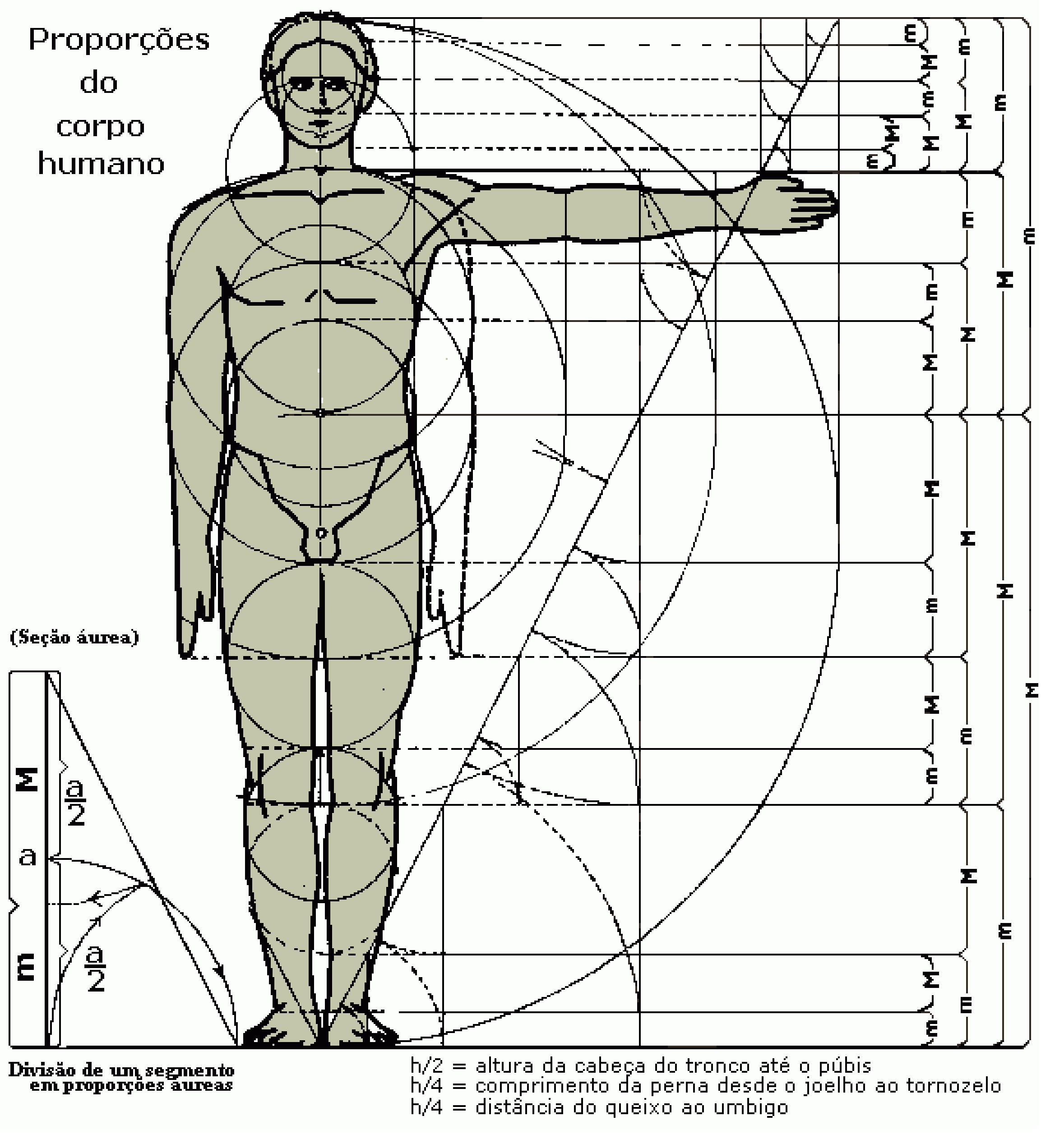
Figura 11 – Perfeição do Homem

Fonte: Viajenaarte.wordpress.com

Neste caso, para obter a perfeição do homem (Figura 11), descobriu-se que sua altura deveria ser de aproximadamente 1,83 m, pois ao dividir 1,83m por 1,131m (distância da sola dos pés ao umbigo), obtém-se como razão o número de ouro.

Também obtém esse número dividindo a distância da testa ao queixo, pela distância da orelha ao queixo, da mesma forma acontecerá, ao relacionar o comprimento total do braço com a distância do cotovelo à ponta do dedo médio. Veja a Figura 12.

Figura 12 – Proporções Áureas de um Homem



Fonte: http://www.uel.br/projetos/matessencial/alegria/fibonacci/seqfib2.htm

Assim o homem que possui essas medidas da proporção áurea é considerado um homem perfeito e belo.

3 A BELEZA DIVINA EM MEIO A NATUREZA E EM OBJETOS DO DIA A DIA

Neste capítulo mostraremos que a razão áurea também está presente na natureza que Deus criou, utilizaremos como base, os conhecimentos adquiridos através de leituras de teóricos como BIEMBEGUT (1998), contextualizaremos a análise através de imagens espetaculares da natureza, as quais seguem a sequência de Fibonacci e, portanto, se aproximam do número de ouro, contextualizaremos também a sequência de Fibonacci, com objetos que utilizamos em nosso dia a dia.

3.1 A Proporção Áurea nos Ramos das Árvores

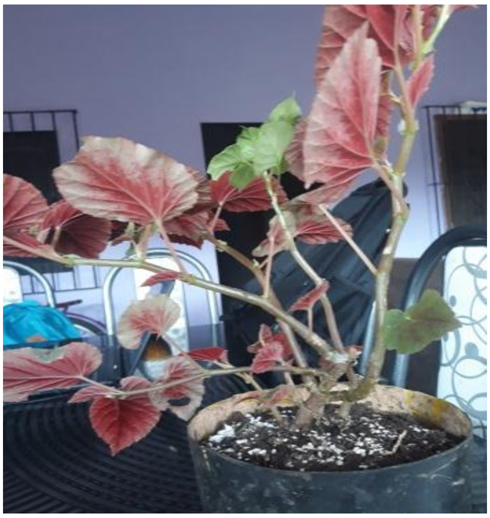
A magnífica curiosidade de toda essa sequência matemática, é que quando se demonstra a sequência de Fibonacci em meio à natureza, ela toma proporções incríveis, que impressionam pela beleza, estética e encanta ainda mais pela sua perfeição. É interessantíssimo, porque ao estudarmos esses fenômenos da matemática, e após cada descoberta feita, têm-se uma nova percepção pelo mundo espetacular que nos cerca. A certeza de que seus encantos são existentes e comprovados pela própria ciência, através do colhimento dos dados, acontece algo espetacular em nossa memória: por algum motivo o cérebro relaciona as proporções do retângulo de ouro com a imagem mais agradável e perfeita possível, matematicamente falando, (e existencialmente também), que pode existir aos olhos humanos.

A presença do número de ouro se faz na medida em que a natureza, nas suas mais variadas formas revela-se: a cada flor que desabrocha, a cada árvore que brota do solo e assim contemplamos as maravilhas existentes na criação. É nesse contexto, que demonstraremos duas espécies de plantas que crescem de acordo com a sequência de Fibonacci, ver (figura 12). Analisaremos os ramos de duas espécies, a Begônia e a árvore de Cupuaçu.

Veja, a planta Begônia, (fig. 12,a) e a árvore de Cupuaçu (fig. 12,b) se ramificam de acordo com os números de Fibonacci, na sequência temos: em baixo 1 ramo, depois mais 1 ramo e depois 2 ramos e um pouco mais a cima 3 ramos, logo em seguida, 5 ramos e assim vai crescendo de acordo com a sequência de

Fibonacci. Concluímos que existe uma sequência de crescimento da árvore impressionante, justamente por seguir exatamente um padrão tão atraente e perfeito, que tendem ao número de ouro.

Figura 12 – Ramo de Begônia (a) e Ramo da Árvore de Cupuaçu (b);



Fonte: José Xavier, 2019.

3.2 A Espiral de Fibonacci na Natureza

A Espiral de Fibonacci mostra-se presente na natureza de várias formas, não somente em plantas, contudo em espécies específicas de animais, e nos próprios fenômenos naturais da natureza, como mostram as imagens a seguir.

A (Fig.13) mostra-nos a imagem de um Caracol, crustáceo que sobrevive em locais úmidos. É possível observar em sua concha, tanto na parte interna, quanto a externa, a Espiral de Fibonacci.

Figura 13 – Caracol e sua concha

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm,

A figura 14, mostra-nos um fenômeno natural de um redemoinho, em que também é possível ver a Espiral.

Figura 14 – Redemoinho

Fonte: https://www.onzedegenesis.com.br/2017/12/08/proporcao-aurea/redemoinho/

A figura 15, ilustra um fenômeno da natureza que muitos surfistas adoram, uma onda do mar, que se move formando uma espiral.

Figura 15 – Onda do Mar

Fonte: https://educacao.umcomo.com.br/artigo/de-onde-vem-a-onda-do-mar-26398.html

Dessa forma, fica evidenciado através das imagens, que a natureza principalmente, a qual é detentora de toda beleza e perfeição, foi totalmente projetada através do Número de Ouro.

3.3 O Número de Ouro em Objetos do Dia a Dia.

Desde o século V a.C., os gregos buscavam a perfeição na arquitetura e nas artes, conforme citado no capítulo primeiro deste trabalho, mas também buscavam construir objetos com base na proporção áurea, com o objetivo de dar mais beleza e harmonia em suas criações. Essa prática de querer chegar à perfeição, não é característica somente dos Gregos, mas é inerente à toda raça humana. Nos dias atuais, por exemplo, há a busca pela beleza e harmonia na criação de novos objetos.

É possível observar que muitos objetos confeccionados para a utilização no nosso dia a dia, em que os grandes fabricantes investem na beleza e harmonia de suas formas, procuram confeccioná-los com as medidas que mais se aproximam do valor do número de ouro. Para tal comprovação, fizemos uma pesquisa em sites de compra e venda, com alguns objetos disponíveis na internet. Utilizamos algumas imagens de objetos sobre os quais fizemos o cálculo de suas dimensões com o objetivo de obter o número de suas dimensões que mais se aproximem do número de ouro, como forma de comprovar que os grandes fabricantes também utilizam as dimensões Áureas para chegarem a forma de seus produtos que despertem mais desejo de compra aos seus clientes. Veremos a seguir, os respectivos produtos disponíveis para venda e sua base de cálculo para a obtenção do Número de Ouro.

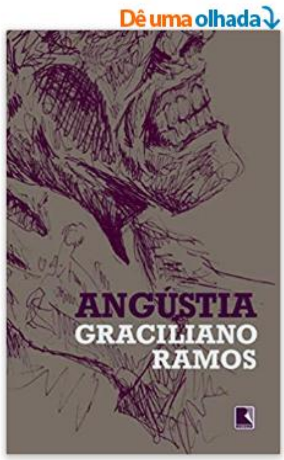
Figura 16-Smart TV

Medidas: $\frac{largura}{altura} = \frac{73{,}5cm}{44{,}6} \cong 1{,}647982$ ...

Fonte: https://www.carrefour.com.br/Smart-TV-LED-32-Sony-KDL-32W655D-HD-2HDMI-2-USB-Preto-com-Conversor-Digital-Integrado/p/5034787

Notamos que na figura 16, suas medidas aproximam-se do Número de Ouro. Observem a próxima imagem:

Figura 17-Livro



Medidas: $\frac{comprimento}{largura} = \frac{20{,}6cm}{13{,}4cm} \cong 1{,}537313$ ...

Fonte: https://www.amazon.com.br/Ang%C3%BAstia-Graciliano-Ramos/dp/8501115940/ref=pd_sbs_14_3/136-7760076-0594034?_encoding=UTF8&pd_rd_i=8501115940&pd_rd_r=be0ca7c0-8a14-11e9-95f1-

0df550726a75&pd_rd_w=a38VQ&pd_rd_wg=9XpPm&pf_rd_p=80c6065d-57d3-41bf-b15e-ee01dd80424f&pf_rd_r=S562EZXH3JZWQEH03QTT&psc=1&refRID=S562EZXH3JZWQEH03QTT

A imagem 17 também aproxima-se em suas dimensões ao Número de Ouro. Observe a imagem 18:

Figura 18-Notebook

$$\text{Medidas: } \frac{comprimento}{largura} = \frac{37{,}7cm}{24{,}9cm} \cong 1{,}514056\ldots$$

Fonte: https://www.casasbahia.com.br/Informatica/Notebook/notebook-samsung-core-i3-7020u-4gb-1tb-tela-full-hd-15-6-windows-10-essentials-e30-np350xaa-kf2br-12918894.html?rectype=p1_ov_f_s5&recsource=cat-57

A imagem também aproxima-se em suas dimensões totais ao Número de Ouro. Observe a imagem abaixo:

Figura 19-Quadro

$$\text{Medidas: } \frac{comprimento}{altura} = \frac{64{,}72cm}{40cm} \cong 1{,}618$$

Fonte: https://www.clacestore.com.br/quadros-e-lousas/quadro-para-escrita/quadro-de-vidro-temperado-6-mm-com-adesivo-branco-clace

A imagem 19 chega ao número exato ao de Ouro.
Observe a próxima imagem:

Figura 20-Tablet

Medidas: $\frac{Largura}{comprimento} = \frac{18{,}7cm}{10{,}9cm} \cong 1{,}715 ...$

Fonte:
https://www.amazon.com.br/dp/B01GRFYEE4/ref=asc_df_B01GRFYEE45908446/?creative=380333&creativeASIN=B01GRFYEE4&linkCode=asn&tag=zoom059-20

Foi feita uma pequena exposição de objetos que tem suas medidas com razões próximas ao valor do número de ouro, constatamos que todos seguem essa base de proporção, o quadro, por exemplo, foi o único objeto em que suas dimensões chegaram exatamente à proporção Áurea. Há também outros objetos passíveis de serem calculados suas dimensões e que também podem apresentar um valor próximo da proporção Áurea, como por exemplo: bandeiras, cartões de créditos, celulares, agenda, dentre outros.

Se você tem curiosidade e gostou da análise, Faça! Acredito que é interessante para uma pesquisa em sala de aula com os alunos, pois eles iriam buscar objetos que estão inseridos no seu dia a dia e interliga-los a matemática do número de ouro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Temos grandes homens intelectuais na história que marcaram positivamente o desenvolvimento da educação matemática, a qual é um dos ramos da ciência mais fascinantes e importantes para o descobrimento e desenvolvimento da própria constituição humana. Haja vista, por ser através do conhecimento que paulatinamente vamos nos conhecendo e consequentemente descobrindo o mundo ao nosso redor.

Intelectuais que marcaram seu tempo e o nosso com suas magníficas descobertas, dentre os quais cito Phídeas, o precursor da descoberta do Número de Ouro, o qual é o objeto de análise deste trabalho. Dentre outros, como Fibonacci, que também proporcionou ao homem um enorme passo para a eficácia e utilização dessa terminologia, indispensável no que concerne ao entendimento do mundo que ainda desconhecemos.

Através dessas maravilhosas descobertas, pôde-se constatar que a frase: “Por um acaso” é vazia de significação dentro dessa relação: Deus X Homem X Natureza. Tudo tem uma causa, um objetivo e consequentemente, uma consequência. Nada foi criado por um acaso e pelo acaso. Tudo foi detalhadamente projetado, dentro de parâmetros perfeitos, pois quem realmente criou, é absolutamente perfeito.

A descoberta do Número de Ouro proporcionou à humanidade, a busca incessante pelo que é belo, já que essa busca é inerente à toda a espécie humana. Todos, independentemente de cor, religião, crenças, gênero, sentem prazer ao contemplar o belo. Mas porque essa essência em nós? Porque simplesmente nosso criador nos formou assim. Ele também admira o belo, observe os detalhes de sua criação!

A partir dessa nova descoberta, com o “Número da Perfeição”, muitos intelectuais de variadas áreas do conhecimento e de várias épocas, começaram a utilizar em suas obras essa proporção perfeita. Leonardo d Vinci, por exemplo, a utilizou em suas obras, com o intuito de se chegar mais próximo da perfeição, do belo. Phideas, um escultor grego, também o utilizou em suas construções buscando formas perfeitas. Não só estes, mas vários outros, utilizaram a proporção de ouro, mais uma vez afirmamos: nada é feito por um acaso, os intelectuais não utilizaram essa proporção sem objetivo, mas o fizeram com o intuito de se chegar ao belo.

Ao contemplarmos a beleza e harmonia da natureza, logo relacionamos esses adjetivos ao uso do número de ouro. Fibonacci, um intelectual matemático, ao realizar experimentos com coelhos, descobriu uma sequência lógica de números. A partir dessa sequência, criou retângulos e foi mais além: a partir dos retângulos, criou a Espiral matemática que hoje é totalmente relevante para o estudo e novas descobertas, tanto de cunho científico quanto religioso. Pois a Espiral de Fibonacci está presente na maioria da criação de Deus, a saber: no homem, na natureza, nos animais, nos fenômenos naturais, como exposto no desenvolvimento do trabalho.

É imprescindível destacar a importância da descoberta do número de Ouro para a ciência e para a religião, pois para a primeira, através dele há um maior entendimento do mundo que nos cerca, há um maior crescimento e desenvolvimento científico, como por exemplo, a sua aplicação na criação de objetos, obras de artes e construções e no desenvolvimento para próprio conhecimento científico. Para a segunda, é importante pois somente reforça o que a criação mesmo declara: a sua perfeição, o Número de Ouro utilizado pelo próprio Deus.

Um dos objetivos desse estudo, é fazer com que uma boa parte dos alunos do curso de matemática do campus de Abaetetuba, conheçam mais sobre o Número de Ouro e suas inúmeras aplicações. Além disso, objetivamos mostrar para os alunos do ensino Fundamental e Médio, toda a história deste número, auxiliá-los onde podem buscá-lo e como esse número faz parte do dia-dia deles.

REFERÊNCIAS

ANIMAIS EM FORMA DE ESPIRAL. Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm>. Acesso: 21 de maio de 2019.

BIEMBEGUT, Maria Sallet. **Número de Ouro e Secção Áurea.** São Paulo: Edifurb, 1998.

BROWN, Dan. **O Código da Vinci.** Rio de Janeiro: Sextante, 20 de jul. 2018.

COLE, K.C... **O Universo e a Xicara de Chá: A Matemática da Verdade e da Beleza**. São Paulo: Record, 2006.

HOMEM VITRUVIANO. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm>. Acesso: 25 de jul. de 2018.

LIVRO COM MEDIDAS ÁUREAS. Disponível em: <https://www.amazon.com.br/Ang%C3%BAstia-Graciliano-Ramos/dp/8501115940/ref=pd_sbs_14_3/136-7760076-0594034?_encoding=UTF8&pd_rd_i=8501115940&pd_rd_r=be0ca7c0-8a14-11e9-95f1-0df550726a75&pd_rd_w=a38VQ&pd_rd_wg=9XpPm&pf_rd_p=80c6065d-57d3-41bf-b15e-ee01dd80424f&pf_rd_r=S562EZXH3JZWQEH03QTT&psc=1&refRID=S562EZXH3JZWQEH03QTT>. Acesso: 24 de maio de 2019.

MATEMÁTICA ESSENCIAL. Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib2.htm>. Acesso em 20 de jul. de 2018.

MONA LISA. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Corbusier.htm>. Acesso: 25 de jul. de 2018.

NOTEBOOK COM MEDIDAS ÁUREAS. disponível em: <https://www.casasbahia.com.br/Informatica/Notebook/notebook-samsung-core-i3-7020u-4gb-1tb-tela-full-hd-15-6-windows-10-essentials-e30-np350xaa-kf2br-12918894.html?rectype=p1_ov_f_s5&recsource=cat-57> Acesso: 24 de maio de 2019.

NÚMERO DE OURO. Disponível em: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/numero-de-ouro.htm>. Acesso em: 20 de jun. de 2018.

NÚMERO DE OURO NO HOMEM VITRUVIANO. Diponivel: <http://artenarede.com.br/blog/wp-content/uploads/2014/08/da-Vinci-Homem-Vitruviano-fibonacci.png>. Acesso: 26 de jul. de 2018.

ONDAS DO MAR. Disponível em <https://educacao.umcomo.com.br/artigo/de-onde-vem-a-onda-do-mar-26398.html>. Acesso: 21 de maio de 2019.

PERFEIÇÃO DO HOMEM. Disponível em: <Viajenaarte.wordspress.com>. Acesso em 27 de jul. de 2018.

PROPORÇÃO ÁUREA. **Wikipédia, a enciclopédia livre** com as imagens do Parthernon, Leonardo da Vinci Leonardo Fibonacci. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki.> Acesso em 20 de jul. de 2018

PROPORÇÃO ÁUREA NO CORPO HUMANO. Disponível em: **<**http://www.uel.br/projetos/matessencial/alegria/fibonacci/seqfib2.htm>. Acesso: 20 de maio de 2019.

QUADRO DE VIDRO. Disponível em: <https://www.clacestore.com.br/quadros-e-lousas/quadro-para-escrita/quadro-de-vidro-temperado-6-mm-com-adesivo-branco-clace> Acesso: 24 de maio de 2019.

REDEMOINHO. Disponível em: <https://www.onzedegenesis.com.br/2017/12/08/proporcao-aurea/redemoinho/> Acesso: 21 de maio de 2019.

SMART TV. Disponível em <https://www.carrefour.com.br/Smart-TV-LED-32-Sony-KDL-32W655D-HD-2HDMI-2-USB-Preto-com-Conversor-Digital-Integrado/p/5034787 > Acesso: 22 de maio de 2019.

TABLETE. Disponível em: <https://www.amazon.com.br/dp/B01GRFYEE4/ref=asc_df_B01GRFYEE45908446/?creative=380333&creativeASIN=B01GRFYEE4&linkCode=asn&tag=zoom059-20> Acesso: 24 de maio de 2019.