



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE CASTANHAL/ POLO DE CURUÇÁ
FACULDADE DE MATEMÁTICA

MARIA EDUARDA NORONHA DAS NEVES

**LOGARITMOS, CONGRUÊNCIAS E ESTUDO SOBRE RADIAÇÃO SOLAR EM
BELÉM E CASTANHAL**

CASTANHAL
2023

MARIA EDUARDA NORONHA DAS NEVES

**LOGARITMOS, CONGRUÊNCIAS E ESTUDO SOBRE RADIAÇÃO SOLAR EM
BELÉM E CASTANHAL**

Portfólio acadêmico apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Dr. Arthur da Costa Almeida.
Universidade Federal do Pará.

CASTANHAL
2023

MARIA EDUARDA NORONHA DAS NEVES

**LOGARITMOS, CONGRUÊNCIAS E ESTUDO SOBRE RADIAÇÃO SOLAR EM
BELÉM E CASTANHAL**

Portfólio acadêmico apresentado à Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Dr. Arthur da Costa Almeida.
Universidade Federal do Pará.

Data da aprovação: ____/____/____

Conceito: _____

BANCA EXAMINADORA

Dr. Arthur da Costa Almeida
Universidade Federal do Pará

Prof. Dr. Edilberto Oliveira Rozal
Universidade Federal do Pará

Profa. Dra. Gerlandia de Castro Silva Thijm
Universidade Federal do Pará

Aos meus pais, Nilson e Cristina, cujos esforços e incentivo foram os principais motivos que me fizeram prosseguir rumo a esta conquista.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me proporcionar a realização de um sonho e pelas inúmeras bênçãos derramadas durante este percurso.

Aos meus pais, Nilson e Cristina que se fizeram presentes apoiando e incentivando a não desistir de meus objetivos, também por me estimularem a dar o meu melhor e buscar a superação em cada obstáculo no decorrer do caminho.

A minha avó, Maria das Graças, ao meu irmão Carlos Eduardo, por estarem sempre ao meu lado.

A minha avó Sofia Vitalino (in memoriam) que não pode estar comigo no início desta trajetória, mas que durante sua vida demonstrou amor e felicidade por cada um de meus passos.

Ao meu amigo Gustavo Quintal, por todos os momentos em que estive ao meu lado, por todas as vezes que me fez sorrir perante as aflições, e principalmente por acreditar em minha capacidade.

A todos os meus amigos em especial Mateus Modesto, Sâmara Nascimento, Henrique Pinheiro, Joabe Roger, Mariel Lima, Bianca Souza, Danilo Pinheiro, Flávio Neves e Milene Vaz, por todo apoio recebido, por todas as distrações e cumplicidades as quais guardarei em minha memória, também a todos os colegas a qual contribuíram de alguma forma para meu crescimento profissional e pessoal.

Aos docentes que ministraram disciplinas durante esta graduação, desta maneira colaborando para minha formação acadêmica.

Ao meu orientador, Arthur Almeida, pelo seu imenso apoio durante minha trajetória, por todas as vezes em que buscou me incentivar a prosseguir com meus objetivos, por todos os momentos em que estive ao meu lado, pelos convites para participação em eventos, em seu projeto de iniciação científica. E sobretudo, por ter aceitado o convite para ser meu orientador neste trabalho de Conclusão de Curso.

Agradeço a todos os professores que passaram por minha vida desde o ensino básico até o superior, pois contribuíram com um grande ensinamento em minha educação estudantil.

Agradeço a UFPA, por ter aberto uma porta rumo ao sucesso em minha carreira profissional, ao PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica), pelo incentivo a pesquisa científica o que contribuiu para uma formação de excelente qualidade.

“As nuvens mudam sempre de posição, mas são sempre nuvens no céu. Assim devemos ser todo dia, mutantes, porém leais com o que pensamos e sonhamos; lembre-se, tudo se desmancha no ar, menos os pensamentos.”

(PAULO BELEKI)

RESUMO

Esta produção textual trata-se de um portfólio acadêmico, o qual tem como desígnio apresentar os trabalhos produzidos e publicados durante o período da graduação, o mesmo não encontra-se em ordem cronológica nas seções aqui expostas, pois, procurou-se organiza-los conforme indicado no título desta produção. Em vista disso, são apresentadas quatro publicações produzidas durante o ano de 2021 e 2022, tendo como foco apenas três destas produções na área de matemática aplicada e educação matemática. Deste modo, o trabalho de Conclusão de Curso, na categoria portfólio atinge o requisito exposto no art. 6º, parágrafo III da resolução N° 01/2007, na modalidade “publicação”. A primeira produção trata-se de “Ensino de funções logarítmicas”, apresentada e publicada no de 2021, tendo como objetivo expor sua função histórica e os motivos que levam os professores de matemática ainda lecionarem sobre propriedades e funções relacionadas com o logaritmo. No segundo texto acadêmico é abordada a temática “Congruências e critérios de divisibilidade”, apresentada como pôster no V Simpósio de Ensino Pesquisa e Extensão, da UFPA, neste é introduzido definição e aplicação na prova dos nove. O terceiro trabalho acadêmico corresponde em uma análise de dados para diagnosticar a disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal levando em consideração os dados correspondentes aos anos de 2011 a 2020, num total de 10 anos. A última publicação “Perfil horário da radiação solar na região de Belém”, tem como objetivo apresentar a variação horária da radiação solar e propor um modelo matemático para fornecer valores estimados de energia solar recebida. Assim sendo, este portfólio tem como proposta apresentar as produções realizadas durante a trajetória no curso de Licenciatura em Matemática. Além do mais, ressaltar que as produções acadêmicas contribuíram para meu desenvolvimento pessoal e acadêmico, fortalecendo meus objetivos, cumprindo metas pessoais e acima de tudo proporcionando uma excelente complementação em minha formação profissional.

Palavras-chave: Congruências; Função Logarítmica; Modelagem Matemática; Prova dos nove; Radiação Solar.

ABSTRACT

This textual production is an academic portfolio, which aims to present the works produced and published during the graduation period, which is not in chronological order in the sections exposed here, as we tried to organize them as indicated in the title of this production. In view of this, four publications produced during 2021 and 2022 are presented, focusing on only three of these productions in the area of applied mathematics and mathematics education. In this way, the Course Completion work, in the portfolio category, reaches the requirement set out in art. 6, paragraph III of Resolution No. 01/2007, in the “publication” mode. The first production is “Teaching logarithmic functions”, presented and published in 2021, with the objective of exposing its historical function and the reasons why mathematics teachers still teach about properties and functions related to the logarithm. In the second academic text, the theme “Congruences and divisibility criteria” is discussed, presented as a poster at the V Symposium on Teaching, Research and Extension, at UFPA, in which the definition and application in the test of nine is introduced. The third academic work corresponds to a data analysis to diagnose the availability of solar radiation in the Castanhal region, taking into account the data corresponding to the years 2011 to 2020, for a total of 10 years. The last publication “Hourly profile of solar radiation in the region of Belém”, aims to present the hourly variation of solar radiation and propose a mathematical model to provide estimated values of received solar energy. Therefore, this portfolio has the proposal to present the productions carried out during the trajectory in the Mathematics Degree course. Furthermore, it should be noted that the academic productions contributed to my personal and academic development, strengthening my goals, fulfilling personal goals and, above all, providing an excellent complement to my professional training.

Keywords: Congruences; Logarithmic function; Mathematical Modeling; Proof of the nine; Solar radiation.

SUMÁRIO

1	FATORES INICIAIS.....	10
2	UMA BUSCA PELO DESENVOLVIMENTO PESSOAL E ACADÊMICO.....	12
2.1	O INÍCIO DE UMA TRAJETÓRIA.....	13
2.2	PERSISTÊNCIA EM MEIO AS DIFICULDADES.....	14
3	PRODUÇÕES ACADÊMICAS.....	15
4	FUNÇÕES LOGARÍTMICAS.....	17
4.1	FUNÇÃO HISTÓRICA DOS LOGARITMOS.....	17
5	CONGRUÊNCIAS E CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE.....	20
5.1	APLICAÇÃO NA PROVA DOS 9.....	21
6	RADIAÇÃO SOLAR.....	29
6.1	ASPECTOS CLIMÁTICOS.....	31
6.2	A MATEMÁTICA NO PROCESSO DE COMPREENSÃO DE DADOS.....	32
6.3	PROCEDIMENTO DOS DADOS NA PLATAFORMA ESTATÍSTICA R.....	33
6.4	PAINÉIS FOTOVOLTAICOS.....	35
7	PERFIL HORÁRIO DA RADIAÇÃO NA REGIÃO DE BELÉM.....	39
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
	REFERÊNCIAS.....	47
	ANEXO A – Certificados para Comprovação de apresentação de trabalhos...	49

1 FATORES INICIAIS

A produção de texto científico com o intuito em publicação obteve um aumento significativo nas últimas três décadas segundo a Pesquisa FAPESP (2021), o que tornar perceptível afirmar que o interesse por produções textuais está se tornando cada vez mais presente em nossa sociedade.

No entanto, Moraes (2007, apud COSTA, 2022), ressalta que “quando se analisa a quantidade de citações, ou seja, o impacto que estes artigos possuem nota-se que a qualidade dos trabalhos brasileiros vem diminuindo ao passo em que o volume de publicações tem crescido”. Em outras palavras, apenas produzir textos e publicá-los não significa conter total utilidade para servir como base para novas publicações.

Diante disso, desenvolver a escrita acadêmica e científica durante o período da graduação é de fundamental utilidade para o aperfeiçoamento na qualidade de trabalhos elaborados com intuito em publicação.

À vista disso, a resolução N° 01/2017 do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará (UFPA), no capítulo III, art. 6 determina que o Trabalho de Conclusão de Curso poderá ser apresentado nas modalidades I- monografia, II- publicação ou III- desenvolvimento de produto. Deste modo, optei por elaborar meu TCC na modalidade publicação, desenvolvido na área de Educação Matemática e Matemática Aplicada.

Esta modalidade é constituída por um portfólio acadêmico contendo as principais publicações do universitário durante o percurso da graduação. O portfólio é um instrumento avaliativo a qual possibilita analisar o desenvolvimento do discente por meio de suas produções. De acordo com Alvarega (2001), o portfólio

nada mais é, que um instrumento que compreende a compilação de todos os trabalhos realizados pelos estudantes durante um curso ou disciplina e inclui registro de visitas, resumos de textos, projetos e relatórios de pesquisa, anotações de experiências, ensaios auto-reflexivos. Quaisquer tarefas que permitam aos alunos a discussão de como a experiência no curso ou disciplina mudou sua vida, seus hábitos de estudo, e/ou seus comportamentos (ALVAREGA, 2001).

Deste modo, este portfólio é constituído por quatro publicações acadêmicas apresentadas em eventos científicos, estando organizadas em seções, referências e anexos. A primeira seção “Fatores Iniciais”, apresenta uma breve informação sobre

o aumento e qualidade em publicações científicas no Brasil, como também, uma breve afirmação sobre o que é um portfólio acadêmico. Na segunda seção, é apresentado o meu trajeto inicial durante a graduação e os motivos a qual me levaram a produção textual. A terceira seção expõe a ordem em que as quatro publicações foram apresentadas. Posteriormente, a seção quatro, cinco, seis e sete, buscam apresentar as quatro produções acadêmicas, das quais selecionei as três em que obtive total empenho. Na última seção, são feitas minhas considerações finais sobre todos os trabalhos apresentados neste portfólio.

Cada publicação contida neste portfólio expõe significativas contribuições para meu desenvolvimento durante a graduação. O primeiro trabalho, “Ensino de funções logarítmicas” foi possível aprofundar meus conhecimentos neste conteúdo matemático e perceber a extrema importância do mesmo nas mais variadas situações, da mesma maneira a qual ocorreu em “Congruência e critérios de divisibilidade”. Nos trabalhos “Disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal-PA” e “Perfil horário da radiação solar na região de Belém” me permitiu conhecer um pouco da matemática aplicada e como sua metodologia é envolvente e fascinante.

Deste modo, este portfólio tem como objetivo apresentar as produções desenvolvidas durante o período da graduação e como contribuíram para minha formação profissional.

2 UMA BUSCA PELO DESENVOLVIMENTO PESSOAL E ACADÊMICO

Ingressar na graduação em uma universidade pública é considerado por estudantes de ensino médio um dos maiores desafios para o início de uma nova trajetória, visto que são inúmeros os problemas envolvidos, a começar pelo famoso processo seletivo através da prova do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), em que medos, aflições e dificuldades em escrita textual e resolução de problemas matemáticos precisam ser enfrentados sendo este o início de uma decisão e busca pelo desenvolvimento pessoal.

Ademais, diferente de uma porcentagem de estudantes que planejam sobre a escolha da graduação que pretendem cursar, me ocorreu a dúvida na escolha de meu curso, porém com a certeza de que gostaria de atuar como docente no futuro e apesar de ter sido completamente apaixonada pela matemática durante meu ensino fundamental e facilidade com a mesma durante o ensino médio, obtive uma “queda de paraquedas” na graduação no curso de matemática. Como toda chegada inesperada as dificuldades começaram a surgir principalmente no período inicial, e isto me fez perceber as pessoas nos rotulando como se não houvesse algo a ser superado, com isto uma breve reflexão me fez perceber que não devemos nos fazer vítimas das dificuldades, mas utilizá-las como instrumento motivador.

Com isto, essas aflições tornaram fatores positivos transformados como objetivos para a superação e consecutivamente contribuintes para meu desenvolvimento pessoal e acadêmico, de modo que, com o aumento de dedicação obtive um olhar diferente de tudo o que havia imaginado, pois estar apenas naquele ambiente formativo para grau de licenciada não era mais meu único “sonho” para o futuro, olhar para os docentes e observar a felicidade ao ensinar aqueles conteúdos para os novos educadores escolares, a beleza por trás de conhecimentos matemáticos, e o quanto ela está presente em nossas vidas, é algo que me fez perceber a importância de buscar essa mudança, de fazer algo para tornar aquele objetivo inicial e alterado ao observar um interesse completamente novo pelo conhecimento que não seria apenas para minha própria aprendizagem, mas para aprendizagem de muitas pessoas.

Ademais, para tornar possível, a produção textual de trabalhos acadêmicos teria total relevância, o que me motivou a buscar novamente a superação de minhas

dificuldades, no entanto agora não se tratava de compreensão de conceitos e propriedades matemáticas, mas da escrita matemática.

2.1 O INÍCIO DE UMA TRAJETÓRIA

Com o objetivo de desenvolver e aperfeiçoar a escrita acadêmica/científica e com a parceria de um dos docentes da Universidade Federal do Pará (UFPA), do Campus de Castanhal, da Faculdade de Matemática, iniciei o processo de produção textual, o qual primeiramente escolhemos uma temática em que eu possuía interesse e curiosidade a respeito da mesma, sendo um ótimo fator para uma boa produção. Além do mais, pelo fato desta escrita ser correspondente a primeira após a iniciativa de “evolução” pessoal obtive uma dedicação muito boa, e uma compreensão relevante a respeito do conteúdo estudado, mas como esperado não houve tanta demora para novamente surgir aquele obstáculo inicial, transformando o que era para ser um simples texto em algo confuso, sem coerência e coesão entre si, no entanto, as tentativas para a redução deste acontecimento continuaram a persistir.

Tendo em vista que, uma boa produção textual não era apenas meu único objetivo, pois, também tinha interesse em publicá-los em eventos relacionados a área da matemática, o que veio encaixar-se exatamente com o apoio da UFPA aos discentes correspondentes a todos os cursos ofertados pelo Campus, a qual coordenação promove todos os anos um Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão (SIEPEX). Nesse simpósio os discentes possuem a oportunidade de apresentar seus trabalhos elaborados em programas de extensão, atividades do PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica), e até mesmo sobre conteúdos relacionados as suas respectivas áreas, como em meu caso na publicação sobre “Ensino de Funções Logarítmicas” e no ano seguinte com “Congruência e Critérios de Divisibilidade”.

Além disso, obtive a oportunidade de conhecer a respeito de um evento nacional, o CNMAC (Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional), a qual com ajuda de meu orientador e parceiro durante todo este percurso, obtive participação através do resumo “Estudo sobre a disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal, PA”. Este resumo me proporcionou a percepção e certeza sobre intensificar a busca pelo contínuo conhecimento, em conhecer e utilizar a matemática

em situações reais, com grande relevância para a sociedade e consecutivamente fortalecer meu conhecimento, fazendo valer a pena cada segundo estudado.

2.2 PERSISTÊNCIA EM MEIO AS DIFICULDADES

Após esse aspecto, recebi o convite para participar de um projeto de iniciação científica como voluntária, o qual aceitei pois, gostaria de conhecer um pouco mais sobre o conteúdo que seria estudado, meses posteriores ao convite deixei de ser voluntaria para me tornar bolsista, assim, me dedicando de forma ainda mais intensa. Com início do estudo "Modelagem matemática da disponibilidade da radiação solar na região de Belém e Castanhal", obtive muita dedicação e descobertas a partir de leituras a respeito de climatologia e meteorologia. No entanto, as dificuldades retornaram novamente principalmente ao utilizar a programação para obter os resultados, pois sem ela seria quase impossível fazer análise dos dados. Com a persistência da dificuldade a tarefa se tornou mais difícil e permanecer não foi uma decisão fácil, e como citado anteriormente na maioria das vezes utilizamos as dificuldades como desculpa para desistir de nossos objetivos em vez de buscar uma constante superação dos mesmos, outra vez o desejo de não me limitar a isso falou mais alto. Além disso, as descobertas fantásticas também se tornaram motivadoras para novas descobertas.

Analisando toda esta trajetória se pode perceber que o processo da graduação é prosseguido das diversas escolhas que tomamos, seja para aumento de nossos limites existentes ou até mesmo de nossas desistências. Diante desta trajetória, este portfólio retrata minhas experiências bem como nos estudos teóricos e práticos sobre Logaritmos, Congruências e Estudo Sobre a Radiação Solar em Belém e Castanhal.

3 PRODUÇÕES ACADÊMICAS

De acordo com a resolução N° 01/2017, art. 12, os discentes que priorizarem a elaboração do TCC através de um portfólio, com a modalidade publicação, devem desenvolver no mínimo um dos seguintes requisitos:

- I. Um artigo;
- II. Duas comunicações orais;
- III. Três pôsteres;
- IV. Uma comunicação oral e dois pôsteres.

Além disso, para a validação dos mesmos, as comprovações de trabalhos aceitos, apresentados ou publicados em revistas, eventos devem ser inseridos como um dos requisitos comunicados. Desta forma, optei pela construção de meu TCC seguindo o requisito do item IV, o qual apresenta meus trabalhos publicados e apresentados durante o período de minha graduação nos anos de 2021 e 2022, no qual se podem observar no quadro abaixo.

Quadro 1: Trabalhos acadêmicos publicados durante o período de formação em Licenciatura em Matemática.

TÍTULO	AUTORES	EVENTO	PERÍODO
Ensino de funções logarítmicas	Maria Eduarda N. das Neves Arthur da Costa Almeida	IV Simpósio de Ensino Pesquisa e Extensão- SIEPEX	25 a 27 de agosto de 2021
Estudo sobre a disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal, PA	Maria Eduarda N. das Neves Arthur da Costa Almeida Danilo Pablo P. Pinheiro	XL Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional- CNMAC	13 a 17 de setembro de 2021
Congruência e critérios de divisibilidade	Maria Eduarda N. das Neves Arthur da Costa Almeida	V Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão- SIEPEX	8 a 11 de novembro de 2022
Perfil horário da radiação solar na região de Belém	Maria Eduarda N. das Neves Arthur da Costa Almeida	V Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão- SIEPEX	8 a 11 de novembro de 2022

Fonte: A autora.

A composição oficial deste portfólio é apresentada por meio dos três primeiros itens no quadro 2, de trabalhos acadêmicos publicados, a qual também expõe uma quarta produção acadêmica, porém, esta tem o intuito de complementar informações a respeito da radiação solar nas regiões apresentadas.

Os trabalhos acadêmicos, apresentam-se na seguinte modalidade:

Quadro 2: Trabalhos acadêmicos publicados.

1°	Uma comunicação oral em evento regional
2°	Um pôster em evento nacional
3°	Um pôster em evento regional

Fonte: A autora.

Desta forma, permanece verídico que o seguinte portfólio encontra-se de acordo com os critérios exigidos no art. 12.

4 FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Meu primeiro contato com a escrita acadêmica no intuito de submetê-la, ocorreu após informações transmitidas pelo Prof. Dr. Arthur Almeida, sobre a possibilidade de submeter um resumo em um simpósio a qual ocorreria em formato virtual organizado pela coordenação do Campus de Castanhal.

Inicialmente, optei pela temática “funções logarítmicas”, pois obtinha um vasto interesse em compreender um pouco mais a respeito da mesma, o que a torna uma excelente temática para uma boa produção.

Posteriormente, obtive a sugestão de meu orientador para estudar e abordar não apenas os conteúdos em geral, mas incluir suas aplicações. Desta forma, o trabalho intitulado a “Ensino de funções logarítmicas” abordaria conceitos e aplicações. No entanto, levando em consideração minhas dificuldades em relação a escrita acadêmica optamos por abordar apenas definição e função histórica. Por este motivo, a subseção 4.1 busca apresentar um breve complemento a respeito de sua importância histórica.

Ademais, vale destacar que após a submissão o presente trabalho foi aceito e publicado no IV Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão (SIEPEX), da UFPA do Campus Universitário de Castanhal.

4.1 FUNÇÃO HISTÓRICA DOS LOGARITMOS

Levando em consideração sua importância, vale ressaltar alguns aspectos relacionados a sua origem. Em princípio, dando ênfase aos seus criadores e posteriormente abordando os motivos o qual os levaram a pensar e desenvolver tal função matemática, que atualmente mantém-se fixa sua importância, visto que, a mesma está presente em assuntos práticos e complexos relacionados a pesquisa de diversificadas áreas correspondentes a matemática aplicada.

Primordialmente, se pode dizer que o logaritmo contém apenas um criador sendo ele John Napier, um matemático o qual dedicou 20 anos de sua vida a um estudo com intuito em encontrar um modelo matemático a qual sanasse as necessidades da época correspondentes aos cálculos complexos no processo de expansão do comércio e desenvolvimento da Astronomia. Como apresenta Silva (2016), “o desenvolvimento dos logaritmos nasceu da necessidade de simplificação

de alguns cálculos matemáticos, principalmente por conta do desenvolvimento da Astronomia e da expansão do comércio causada pelas grandes navegações”.

Posteriormente, Napier realizou seu estudo com base no conhecimento matemático sobre sequências de potências sucessivas,

publicadas cinquenta anos antes por Stifel e também nas obras de Arquimedes, ele deparou-se com a evidência de que as somas ou diferenças dos índices das potências eram na verdade produtos ou quocientes das potências dadas, mas com uma particularidade nas sequências de potências inteiras de mesma base (SILVA, 2016).

Além disso, é pertinente enfatizar que na época não havia conceito algum sobre a base de um sistema de logaritmo, uma vez que não se obtinha estudo dedicado à sua descoberta, desta forma, com suas próprias definições seu criador construiu tabelas numericamente em vez de geometricamente (MARTINS, 2000).

Diante disso, é viável explicar que por meio da publicação do livro sobre logaritmo elaborado por John Napier, Henry Briggs adquiriu uma grande admiração pelas informações transpassadas, que influenciaram largar seus estudos para prestar homenagem ao escritor, também implica-se dizer que por meio da visita a Napier, Briggs e Napier chegaram a uma conclusão a respeito de uma possível tábua de logaritmo decimais.

ENSINO DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Maria Eduarda Noronha Neves¹

Arthur da Costa Almeida²

A função histórica básica dos logaritmos como facilitadores de cálculos complexos foi perdida depois que apareceram as calculadoras eletrônicas nos anos 70. Então, pode-se perguntar qual a razão desse assunto ainda persistir no currículo do ensino médio. Por que os professores de matemática ainda precisam ensinar as propriedades e funções relacionadas com o logaritmo, se a sua justificativa histórica não mais existe? É a proposta deste trabalho discutir este tema e justificar o seu estudo em nossas escolas. Como justificativa, podemos avaliar duas vertentes. A primeira, a vertente histórica. Nessa, o professor pode explicar aos estudantes as dificuldades de se fazer complicados cálculos manuais, notadamente os cálculos astronômicos, exigidos pela nova astronomia baseada na hipótese de Copérnico. E os logaritmos, com suas tábuas de valores previamente calculados, economizaram horas incontáveis de esforço manual dos pesquisadores e astrônomos. Pode falar também das aventuras intelectuais dos matemáticos da época, em busca do melhor número que pudesse servir de base para esses cálculos. Napier propôs um número que é o inverso do número que é hoje considerado o melhor número para esse fim. E, claro, não pode esquecer de mencionar Briggs, que usou a base 10, facilitando em muito o trabalho operacional com as contas. Já na segunda vertente da abordagem, a que cuida dos aspectos puramente matemáticos, é preciso destacar as propriedades básicas que permitiram o uso dos logaritmos como os facilitadores de cálculos complexos. Nessa linha, destaca-se a propriedade básica da lei dos expoentes, tais como: para multiplicar duas potências da mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes. Essa levou os matemáticos à descoberta de que é possível transformar uma multiplicação de dois números na soma de dois expoentes de uma base comum. E, a partir desse lampejo de entendimento matemático, explicar o próximo passo: a construção de tabelas com essas potências de uma base comum, as tábuas de logaritmos. Acredita-se que com essa abordagem proposta, o professor poderá motivar os estudantes e despertar o seu interesse pelo assunto.

Palavras-chave: logaritmos, propriedades básicas, história da matemática.

¹ maria.noronha.neves@castanhal.ufpa.br, UFPA, faculdade de matemática, discente.

² arthur@ufpa.br, UFPA, faculdade de matemática, orientador

5 CONGRUÊNCIAS E CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Diferente da seção anterior, a temática deste trabalho partiu de uma indicação de meu orientador Dr. Arthur Almeida, visto que obtínhamos como objetivo utilizar o presente resumo para finalizar um dos requisitos para elaboração do TCC na modalidade portfólio. Em princípio, a proposta desta temática consistia em uma aplicação relacionada a criptografia, posteriormente pesquisas bibliográficas foram realizadas e diversificados exemplos encontrados, entretanto, as dificuldades na elaboração da escrita científica obtiveram-se persistentes e em virtude da proximidade de esgotamento do prazo para submissão de resumos expandidos, optamos pela troca da aplicação, está obtendo transferência de algo complexo e bastante utilizado nas atividades do cotidiano, a uma aplicação simples introduzida em conteúdos escolares do ensino fundamental, considerada muito importante nos tempos passados. Deste modo, o trabalho com o título “Congruência e Criptografia” tornou-se “Congruências e Critérios de Divisibilidade”.

Desta maneira, o estudo consistiu em pesquisas a respeito de conceitos e propriedades de um assunto recorrente na disciplina de teoria dos números, tendo como referência principal Hefez (2014). Certamente com o trabalho finalizado e autorizado por meu orientador, encaminhei o estudo para submissão no V SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO DA UFPA do Campus de Castanhal, a qual foi aceito e publicado sem necessidade de ajustes no mesmo.

A exposição do trabalho ocorreu em formato de apresentação de pôster no dia 09 de novembro de 2022, no ginásio da UFPA. Levando em consideração a avaliação de uma docente do Campus, da faculdade de matemática, após o encerramento do evento busquei ampliar meus conhecimentos em pesquisas com o intuito de conhecer um pouco mais a respeito da prova dos nove, como seu local de origem e o sentimento a qual está aplicação recorda nas memórias do passado, no entanto a subseção 5.1 busca apenas explicar a respeito do local de originalidade da seguinte prova, como uma complementação do resumo publicado.

5.1 APLICAÇÃO NA PROVA DOS 9

Entre diversas aplicações relacionadas a congruências e critérios de divisibilidade, optamos pela respectiva escolha da prova dos nove. Levando em consideração o fato de corresponder a um exemplo simples relacionado a propriedades complexas, também pela mesma obter valor significativo ao ser selecionada nas séries iniciais do ensino fundamental desde os tempos passados. A priori, pesquisas bibliográficas indicam que não há vestígios exatos de sua origem, no entanto, expressão que a mesma apresentava valor significativo na educação escolar, nas atividades desenvolvidas pela sociedade, em especial para os comerciantes. visto que ela os auxiliava na identificação de erros em cálculos relacionados a aritmética. Diante disso, alguns autores como Zuin (2019), Lacava e Costa (2016), buscam apresentar pequenas estimativas indicando o local originário da “famosa” prova dos nove.

Alguns autores apontam a origem do método entre o povo hindu, outros afirmam que a prova dos nove é muito mais antiga, tendo indícios de estar inserida na Grécia, em período anterior ao nascimento de Cristo, em práticas derivadas da aritmética pitagórica (ZUIN, 2019).

Lacava e Costa (2016), também afirmam que “por mais que os hindus testassem os cálculos usando o método do nove-fora, este processo não é de origem indiana, pois Hipólito já o conhecia”. Desta forma, se pode notar que a prova dos nove provem de tempos passados e sem identificações de sua primeira utilização.

Diante disto, é de extrema relevância apresentar sua função a qual foi tão importante em tempos passados. A prova dos nove é considerada um instrumento de verificação a respeito de respostas corretas ou erradas relacionadas as operações básicas da matemática, conhecidas como: adição, subtração, multiplicação e divisão. Logo, é uma ferramenta a qual se tem como função identificar erros ou acertos nas operações de aritmética. De acordo com Lacava e Costa, “as expressões prova dos nove e nove-fora não apresentam o mesmo significado”. Visto que, a expressão prova dos nove é considerada uma técnica de verificação para identificar se a primeira operação está correta, no entanto quando se trata da expressão “nove-fora” estamos tratando do processo realizado na segunda operação em virtude do algarismo nove.

Aliás, o procedimento de resolução das quatro operações expõe semelhança entre ambos, da mesma maneira a qual as operações básicas apresentam entre si, como se pode perceber nos seguintes exemplos:

Exemplo 1: Prova dos nove na operação de adição.

$$\begin{array}{r} 23157 \\ 70042 \\ 16240 + \\ \hline 962 \\ \hline 119059 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 7 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pela autora

Neste exemplo, somam-se cada algarismo das parcelas e eliminam-se o algarismo 9 sempre que encontrado, como se pode observar: $2 + 3 = 5$; $5 + 1 = 6$; $6 + 5 = 11$; noves-fora 2; $2 + 7 = 9$; noves-fora 0; $0 + 7 = 7$; $7 + 4 = 11$; noves-fora 2; $2 + 2 = 4$; $4 + 1 = 5$; $5 + 6 = 11$; noves-fora 2; $2 + 2 = 4$; $4 + 4 = 8$; $8 + 6 = 14$; noves-fora 5; $5 + 2 = 7$. Consecutivamente deve-se repetir o mesmo processo para o resultado da primeira operação: $1 + 1 = 2$; $2 + 9 = 11$; noves-fora 2; $2 + 5 = 7$; $7 + 9 = 16$; noves-fora 7. Desse modo, levando em consideração a definição da prova dos nove concluímos que nossa operação está respondida corretamente, visto que ambos os resultados finais da verificação encontram-se semelhantes.

Exemplo 2: Prova dos nove na operação de subtração.

$$\begin{array}{r} 7142 \\ 5360 - \\ \hline 1782 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

Fonte: Elaborado pela autora

Segundo Lacerda, “tiram-se os nove primeiro ao minuendo e depois ao subtraendo e ao resto, como se estes formassem um só número; esta dupla operação deve dar resultados iguais para que a subtração esteja certa”, e de acordo com a ilustração apresentada se pode definir que a operação está correta. Logo após, estes dois exemplos notam-se que para considerar-se correto ambos os cálculos precisam conter na verificação dois resultados iguais, se apresentássemos os cálculos com

suas verificações na operação de multiplicação e divisão obteríamos este mesmo critério para afirmação de erro não identificado.

Desta maneira, é viável utilizar a prova dos nove para afirmação de operação resolvida com sucesso, entretanto, este método nem sempre identifica os presentes erros, visto que na soma de algarismos diferentes se pode resultar em restos semelhantes, como na soma dos números 361, 802, 154, que o resto equivale ao algarismo 1.

Diante disso, a prova dos nove está relacionada aos critérios de divisibilidade do algarismo nove, pois expõe em seus resultados a definição a qual se deve fazer a divisão de dois números por n e comparar seus restos. Logo, apresentando uma vasta riqueza em sua aplicação, com algo aparentemente simples a ser utilizado como base para compreensão de proposições complexas.



CONGRUÊNCIA E CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

CONGRUENCE AND DIVISIBILITY CRITERIA

CONGRUENCIA Y CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Maria Eduarda Noronha das Neves¹
Arthur da Costa Almeida²

Palavras-chave: Congruências. Aplicação de congruências. Critérios de divisibilidade.

INTRODUÇÃO

A compreensão e aplicação de conceitos matemáticos possui grande importância para o aperfeiçoamento, aumento do desenvolvimento pessoal e acadêmico, visto que a matemática auxilia em variadas áreas de conhecimento na educação e na ciência. Dessa maneira, este trabalho tem como objetivo mostrar o uso de conceitos e propriedades de congruências com sua aplicação nos critérios de divisibilidade, e em especial, mostrar o seu uso na justificativa da conhecida “prova dos noves”, muito usada no ensino elementar. O texto a seguir mostra um pouco das origens desse conceito na Aritmética.

O matemático Suíço Euler foi o pioneiro na abordagem de congruência por volta de 1750, quando ele explicitamente introduziu a ideia de congruência módulo um número natural N . No entanto, a abordagem moderna da aritmética modular foi desenvolvida por Gauss, sendo publicada em 1801, (WIKIPEDIA, 2021).

Ademais, as congruências possuem propriedades que vão além de simples exercícios matemáticos. Pode-se destacar que as congruências módulo m e a aritmética modular possuem diversas aplicações com teste de divisibilidade tanto na área de modelagem matemática como em diferentes campos de conhecimento, por

1 Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará, eduardaneves391@gmail.com

2 Professor da Faculdade de Matemática da Universidade Federal do Pará, arthur@ufpa.br

exemplo nas áreas de tecnologia da informação, física e música. Consecutivamente, é de relevância o aprofundamento em exemplos simples da matemática para que com o aperfeiçoamento ocorra grande facilidade na aplicação em situações complexas. Além do mais, Asth afirma que “os critérios de divisibilidade nos ajudam a saber antecipadamente quando um número natural é divisível por outro”. Ou seja, ele torna ágil a resolução de problemas relacionados com critérios de divisibilidade, facilitando a compreensão e reduzindo o tempo gasto com cálculos.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os conceitos e propriedades são essenciais para a resolução de problemas, e auxiliam no processo de compreensão em conteúdos matemáticos, visto que proporcionam um caminho a qual se deve seguir para obter os possíveis resultados e desta forma confirmar a veracidade do mesmo. Diante disso, utilizaremos proposição de congruências para aplicação em critérios de divisibilidade, Leopold (2015), ressalta que as congruências foram introduzidas por Gauss e sua noção consiste nos restos fornecidos pela divisão de números inteiros não negativos. A mesma também é utilizada no algoritmo de Euclides, que de acordo com Stallings (2015), é uma técnica para determinar o máximo divisor comum de dois inteiros positivos a qual se faz uso da definição:

- Dois inteiros são relativamente primos se seu único fator comum inteiro e positivo for 1.

De acordo com Hefez (2014), a definição de congruência é dada por:

- Seja m um número natural diferente de zero. Diremos que dois números inteiros a e b são congruentes módulo m se os restos de sua divisão euclidiana por m são iguais.

Logo, se dois números são congruentes módulo m , usamos a notação:

$$a \equiv b \pmod{m}$$

De maneira exemplificada, $41 \equiv 19 \pmod{2}$, visto que a divisão de ambos os números por 2 contem restos equivalentes a 1.

Em vista disso, algumas proposições a qual podem-se ser encontradas em Hefez (2014), indicam que para a verificação de existência em congruência é necessário efetuar a divisão de dois números por m e comparar seus restos. Portanto se os restos forem iguais há congruência entre ambos como apresentado na exemplificação anterior. Uma outra maneira mais simples e equivalente é verificar se m divide a diferença $a - b$. Além disso, destaca-se que para a verificação de congruência entre dois números inteiros não há necessidade da divisão dos dois números por m para depois compará-los, logo é suficiente aplicar a seguinte proposição:

-
- Suponha que $a, b, m \in \mathbb{Z}$, com $m > 1$. Tem-se que $a \equiv b \pmod{m}$ se, e somente se, $m \mid b - a$.

Consecutivamente, é importante enfatizar que a noção de congruência é uma ferramenta poderosa em Aritmética, pois há relação de equivalência com as operações de adição e divisão de números inteiros. Diante disso, se pode fazer aplicação em critérios de divisibilidade, a qual este é conhecido por conter regras que segundo Leopold (2015), “permitem verificar se um dado número inteiro a é múltiplo de outro número inteiro b , tomando como base sua representação decimal (base 10).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho ocorreu por meio de pesquisas bibliográficas em livros sobre congruências e suas aplicações, teoria dos números e criptografia, visto que, todos abordam conteúdos a respeito da temática deste resumo, logo, ocorreu a utilização destes para que houvesse uma melhor compreensão. Além disto, para afirmação da veracidade dos conceitos e proposições indicadas. Visto que, as proposições são fundamentais para a eficiência e segurança da aplicação de congruências em critérios de divisibilidade. A pesquisa bibliográfica envolveu leitura de livros, artigos, dissertações e vários sites da internet, conforme mencionados nas Referências.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como exemplo de aplicação do conceito de congruências, vamos apresentar e justificar o funcionamento da “prova dos noves”.

Ao tratar-se de critérios de divisibilidade é interessante expor uma breve informação a respeito da representação de números inteiros, visto que estes fazem parte de conceitos de congruências. De acordo com Hefez (2014) as pessoas comuns utilizavam o sistema decimal posicional para representar os números inteiros. E neste sistema decimal, todo número inteiro é representado pela sequência dos seguintes algarismos:

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

Sendo estes, acrescidos do símbolo 0 (zero), a qual significa a ausência de valor naquela posição. Logo, por conterem dez algarismos, são conhecidos como sistema decimal. Desta forma, pela seguinte proposição: Seja $a = r_n \dots r_1 r_0$ um número representado no sistema decimal. Uma condição a qual é necessária e suficiente para que a seja divisível por 3 ou 9 é que $r_n + \dots + r_1 + r_0$ seja divisível por 3 ou 9.

Pelo critério de divisibilidade por 3 e 9, se pode dizer que $10 \equiv 1 \pmod{3}, \pmod{9}$, logo $n_i 10^i \equiv n_i \pmod{3}, \pmod{9}$. O que mostra que, se n é representado na base 10 como $n_r n_{r-1} \dots n_0$, então pode-se dizer que $n \equiv n_r + n_{r-1} + \dots + n_0 \pmod{3}, \pmod{9}$. Logo, prova que n é divisível por 3 ou 9 se, e somente se, $n_r + n_{r-1} + \dots + n_0$ é divisível, respectivamente, por 3 ou por 9. Desta maneira, isto torna justificável a famosa regra dos “nove fora”, a qual normalmente é introduzida no ensino

fundamental. A regra é enunciada da seguinte forma: Para verificar se um dado número é divisível por 3 ou 9, somam-se os seus algarismos, desprezando-se, ao efetuar a soma, cada parcela igual a nove. Se o resultado final for 0, então o número é divisível por 9.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, o estudo do conceito e propriedades das congruências nos faz entender melhor o funcionamento de vários critérios de divisibilidade, além de outras aplicações, como no caso da criptografia e calendário, que não foram abordadas neste resumo.

REFERÊNCIAS

ASTH, Rafael. Critérios de divisibilidade. Toda matéria. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/criterios-de-divisibilidade>. Acesso em: 14 out. 2022.

HEFEZ, Abramo. Aritmética; Editora da SBM, Coleção Profmat. Rio de Janeiro, 2014.

LEOPOLD, Guilherme Liegel. **Congruência e aplicações**. 73 p. Dissertação, Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional. Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2015. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5542>. Acesso em: 01 out. 2022.

STALLINGS, William. **Criptografia e segurança de redes**: princípios e práticas. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

WIKIPEDIA, Verbetes aritmética modular. In: WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Aritmética_modular. Acesso em: 14 out. 2022.

6 RADIAÇÃO SOLAR

Este trabalho foi elaborado a partir de um convite realizado no dia 10 de janeiro de 2021 pelo professor Dr. Arthur, o qual me apresentou uma proposta de matemática aplicada para elaboração de um artigo com objetivo de enviar para submissão no XL Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC), este ocorreria em formato virtual por motivos de segurança a saúde, visto que a sociedade se encontrava em um período pandêmico por conta do vírus da Covid-19.

A ideia do trabalho consistia em fazer um estudo estatístico da disponibilidade anual de radiação solar na região de Castanhal, levando em consideração o local de origem do Campus a qual obtemos vinculação, também pelos dados necessários serem correspondidos a esta devida região. O resumo obtinha como critério apenas duas páginas no máximo, e em caso de aprovação seria apresentado como pôster durante a realização do evento em uma plataforma digital.

Consecutivamente, levando em consideração estarmos a cerca de dois meses para as submissões de resumos, o professor Dr. Arthur Almeida me proporcionou as imagens a qual seriam utilizadas como resultado do seguinte trabalho. Pois, eu ainda não dominava programação, principalmente sobre o software R, um programa a qual sua principal funcionalidade é manipular dados estatísticos. Deste modo, minha função como iniciante em produção de resumos para submissões tratava-se de realizar pesquisas sobre a temática. Logo, sobre energia solar, radiação solar e como utilizá-la para converter em energia elétrica.

Um dos pontos centrais a qual me levou a aceitar a participação neste resumo, foi correspondida por estar relacionado a análise estatística, que na época era um assunto a qual pretendia abordar como temática de meu TCC. No entanto, um segundo motivo a qual também me levou a esta decisão, foi o conhecimento a qual seria adquirido fortalecendo minha aprendizagem, sem contar na experiência que também estaria recebendo para meu crescimento acadêmico.

Posteriormente, observando a quantidade de autores que poderiam estar contidos no presente trabalho, resolvi fazer o convite a um de meus colegas Danilo Pablo Pinheiro Pinheiro, para juntar-se conosco nesta pesquisa, pois gostaria que participasse desta etapa em que uma vasta porcentagem de discentes acabam não vivenciando durante a graduação, o convite foi aceito, porém o discente não obteve

uma boa identificação na área, no entanto, prosseguiu conosco em uma parte da pesquisa.

Após a submissão, obteve-se aprovação do trabalho a qual foi apresentado na modalidade pôster durante os dias da realização do evento. Ademais, este portfólio busca acrescentar alguns comentários a respeito do conteúdo abordado no presente resumo, através de 4 subseções aqui expostas.

6.1 ASPECTOS CLIMÁTICOS

Os aspectos climáticos são fatores de extrema importância ao tratar-se de estudos relacionados a meteorologia, climatologia e em geral aos fenômenos naturais do planeta Terra. Pois, cada região do Brasil e do mundo, possui características a qual influenciam nos fenômenos pertencentes a essas determinadas áreas de estudo, e em nosso caso não poderia ser diferente, visto que a radiação solar como o próprio nome expõe é a energia transmitida pelo sol.

Desta forma, levando em consideração que, as análises realizadas através de ocorrências do cotidiano e principalmente em fenômenos naturais, são obtidas por meio de dados que apresentam variações derivadas do período climatológico apresentado na região de estudo, tendo como exemplo as estações chuvosas, estações secas, horas locais e latitude regional, a qual colaboram para a possível compreensão de dados e diagnóstico a respeito da temática estudada, apresentando resultados verídicos e não apenas uma simples estimativa com grandes possibilidades de erros em aplicações relacionadas em determinados fenômenos.

Eventualmente, as horas locais também são consideradas interferentes nesse processo natural por consequência dos níveis baixos e elevados do sol em relação a altitude da região estudada. De acordo com Barbirato; Souza e Torres (2007), um dos principais fatores interferentes é apresentado pela latitude referente a região observada, pois “a latitude é a distância contada em graus da linha do equador, no sentido Norte e Sul, de 0° a 90°, medida pelos paralelos. Possui influência principal no controle sobre a quantidade de insolação que um determinado local recebe”.

Deste modo, é viável dizer que há uma variedade de fatores a qual interferem na disponibilidade de radiação solar recebida na cidade de Castanhal. Além do mais, vale ressaltar que apenas este conhecimento não é suficiente para a conclusão do valor correspondente a situação estipulada. Logo, para obtenção do valor numérico utiliza-se os conhecimentos matemáticos com auxílio de ferramentas computacionais.

6.2 A MATEMÁTICA NO PROCESSO DE COMPREENSÃO DE DADOS

Os conhecimentos matemáticos estão presentes em variadas áreas e temáticas de pesquisa, e em nosso caso não poderia ser diferente. Visto que, a própria temática trata-se de uma análise estatística, sendo está responsável por analisar dados coletados.

Consecutivamente, levando em consideração o fato de que, para obtenção dos resultados relacionados a pesquisa de matemática aplicada seguindo uma grande quantidade de dados numéricos a serem moldados, calculados e analisados, surge a importância da utilização de programas computacionais, visto que, contribuem para resultados exatos, rápidos e com mínima possibilidade de erros. No entanto, apesar do software ser considerado o responsável por todo o cálculo envolvido, o discente ou pesquisador, possui a função de conhecer o processo matemático a ser utilizado, pois, o programa precisa de comandos a serem seguidos, e para isto, é necessário compreender a ordem e operações dos conteúdos matemáticos para a aplicação, com objetivo de um possível resultado.

Ademais, cálculos trigonométricos também são fundamentais para apresentar os resultados necessários, tendo como dedução suposições a respeito da maneira a qual os raios do sol atingem a superfície terrestre. Deste modo, diagnosticando não apenas a disponibilidade de radiação solar de uma região, mas os pontos horários a qual se atinge índices elevados e baixos desta energia recebida, além disto, expõe o período mensal a qual obtém-se o maior recebimento desta energia na determinada região.

Diante disso, cabe ao pesquisador conhecer os conceitos a respeito de cada conteúdo por ele utilizado para solucionar seu problema de pesquisa. À vista disto, para que ocorresse o processo mencionado, a realização da pesquisa baseou-se nos dados coletados no site do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), através de seu banco de dados, o qual nos proporcionou os valores de toda a radiação solar recebida durante 10 anos, sendo estes de 2011 a 2020, a qual foram coletados através da estação automática A202, localizada no terreno do Instituto Federal do Pará (IFPA).

Certamente, o objetivo principal que correspondia ao levantamento estatístico da disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal, só foi possível pelo fato da utilização de conhecimentos matemáticos com o auxílio de uma ferramenta da Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC), como apresentado na subseção 6.3.

6.3 PROCEDIMENTO DOS DADOS NA PLATAFORMA ESTATÍSTICA R

Para a obtenção de resultados, buscou-se auxílio da tecnologia como meio de facilitação para obtenção de cálculos envolvendo uma vasta quantidade de dados numéricos. Desta forma, levando em consideração ser correspondente a uma análise estatística optamos pelo software R.

Segundo Souza, Peternelli e Melo (2014), o programa computacional R “é uma linguagem orientada a objetos que aliada a um ambiente integrado permite a manipulação de dados, realização de cálculos e geração de gráficos”, o que é considerado de extrema relevância quando se trata de um estudo baseado em dados estatísticos.

Inicialmente, a planilha de dados em formato txt foi inserida no programa desenvolvido no R, a qual a partir de comandos como “mean”, “median” tornaram-se possível encontrar a média de todos os dados ali inseridos, da mesma maneira a qual a partir de outros comandos são encontrados o desvio-padrão e mediana.

Posteriormente, para elaboração de gráficos aplicou-se os comandos a qual haviam sido inseridos para obtenção dos valores citados acima, acrescentados de comandos como “plot”, “barplot”.

Diante dessas informações, aparentemente calcular a disponibilidade de radiação solar recebida pode-se parecer algo simples a ser calculado através do programa em questão de segundos. No entanto, existe todo um processo a qual precisa-se ser elaborado para que a geração de gráficos seja obtida de maneira organizada, com informações claras. Deste modo, inserir no programa o arquivo com os dados organizados em dias mensais, com datas anuais, não é o suficiente para que se possa obter os resultados almejados. Principalmente, se levarmos em consideração que os dados disponibilizados pelo INMET, contém a unidade de medida em quilojoule (Kj) por hora, e para um possível aproveitamento precisa-se que os dados estejam em watt-hora (Wh), logo, para isto, um comando deve-se ser inserido para a conversão de unidade de medida.

Além disto, para que os resultados da média, mediana e desvio-padrão seja apresentado de maneira correta pelo programa, neste caso, apresentado como resultado mensal da disponibilidade desta energia sustentável, precisa-se que os comandos desenvolvidos no R, indique a quantidade de dias mensais a qual se deseja calcular, por exemplo, se obtenho a função de calcular apenas a quantidade

disponível no mês de fevereiro, se deve utilizar comandos específicos a esta função. Para as indicações mensais e legendas expostas para visualização no gráfico utilizamos comandos diferentes como “main”.

Desta maneira, o programa estatístico R é um dos principais fatores responsáveis para a obtenção de um resultado a qual se demonstra os benefícios que a energia solar disponibilizada para toda uma região, contribuindo para economia financeira da sociedade e para um planeta saudável.

6.4 PAINÉIS FOTOVOLTAICOS

A eficácia deste estudo baseasse não apenas nos conhecimentos utilizados para se obter a quantidade total de radiação solar disponível na cidade de Castanhal, mas, pelas informações transpassadas sobre o aproveitamento desta energia para consumo saldável de toda uma comunidade. Ademais, este aproveitamento é possível por meio de modernas tecnologias, a qual permitem a conversão de energia solar para eletricidade, como é o caso dos painéis fotovoltaicos.

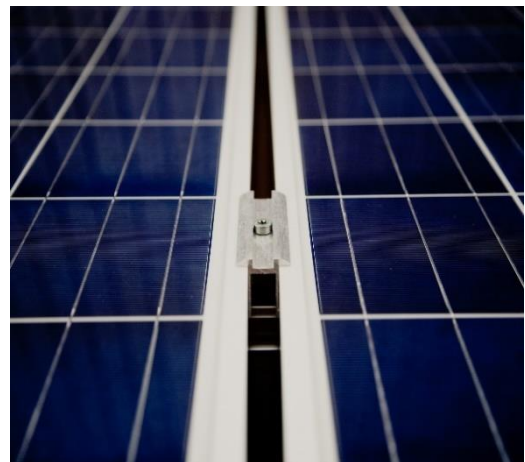
Os painéis fotovoltaicos são compostos por células fotovoltaicas, a qual são considerados os fatores responsáveis pela conversão da energia transmitida pela luz do sol. Essas células são construídas através de materiais semicondutores, a qual são identificados pela nomenclatura das placas solares e pela estrutura visual analisada nas mesmas, tendo como indicação as células produzidas por silício cristalizado, este podendo ser mono ou policristalino, como apresentado na figura 2 e 3.

Figura 2- Painel fotovoltaico monocristalino



Fonte: Hisatomi

Figura 3- Painel fotovoltaico policristalino



Fonte: Brasil (2019)

Desta maneira, há algumas características a qual diferenciam uma placa da outra. visto que, a monocristalina é uma tecnologia antiga, com cor uniforme a qual indica alta pureza de silício, e contém os cantos de sua estrutura arredondados, ao contrário do painel policristalino que obtém coloração azul, com suas bordas retas. Ademais, as mesmas podem ser diferenciadas pela indicação de seus nomes, pois,

monocristalino significa que contém apenas um cristal de silício e policristalino contém uma infinidade de cristais.

De acordo com Neris (2021), no painel fotovoltaico monocristalino “um único cristal de silício é dividido e transformado em lâminas individuais, que, por sua vez, são tratadas e transformadas em células fotovoltaicas”. Neris (2021), também afirma que no painel fotovoltaico policristalino “os cristais de silício são fundidos em um bloco, com a preservação de múltiplos cristais”. E estes fatores influenciam no momento de diferenciar um painel do outro, pois, com apenas um cristal o alinhamento das células é considerado perfeito, diferenciado da placa composta por vários cristais que apresentam sua estrutura retangular pelo fato de que são derretidos, moldados e cortados em folhas.

No entanto, para a eficiência das placas solares apenas seu material não é suficiente para um ótimo aproveitamento, pois, se deve levar em consideração o ângulo de inclinação da placa utilizada, o que incentiva no aumento ou perda de energia recebida.

Desta forma, o ângulo de inclinação do painel fotovoltaico é baseado na trigonometria esférica. Deste modo,

com relação a posição de uma estrela como vista de um determinado ponto na superfície da Terra, usamos um sistema de coordenadas celeste que tem como plano básico, o plano do equador, por isso é conhecido como um sistema de coordenadas celeste equatorial (ALMEIDA, 2016).

Portanto, é de extrema relevância a compreensão dos fatores envolvidos no processo de conversão e aproveitamento de energia solar, bem como, identificação a respeito dos conhecimentos matemáticos necessários para a eficiência da mesma.

Estudo sobre a disponibilidade de radiação solar na região de Castanhal, PA

Maria Eduarda N. das Neves ¹

Danilo P. Pinheiro²

Arthur C. Almeida³

UFPA/FACMAT, Castanhal, PA

A radiação solar é a principal fonte de energia para o planeta Terra. É a energia da radiação solar que alimenta a máquina térmica da atmosfera, que provoca os fenômenos associados ao tempo e estudados na Meteorologia [1] [4]. Além disso, modernas tecnologias permitem que essa energia solar seja transformada em energia elétrica e armazenada em baterias ou inserida nas redes de energia elétrica para uma utilização maior pela comunidade [2].

Embora a quantidade total de energia solar recebida pela Terra em um dia seja capaz de gerar a energia elétrica para um ano de consumo atual, ela é dispersa por toda a superfície do planeta, dificultando assim o seu aproveitamento total.

A região amazônica como um todo, por estar situada na região equatorial do planeta recebe energia solar de forma mais ou menos homogênea durante o ano, e em grande quantidade, por não possuir uma estação como o inverno das altas latitudes. Nessa região, por conta da latitude, existe um clima de eterno verão, com o Sol aparecendo cerca de 12h por dia, durante todos os dias do ano.

Levando-se em conta essas considerações, é o objetivo deste trabalho fazer um levantamento estatístico da quantidade de radiação solar disponível em uma cidade da região amazônica, a cidade de Castanhal, localizada no estado do Pará, nas coordenadas Latitude: 1° 17' 50" Sul, Longitude: 47° 55' 20" Oeste, em plena faixa equatorial do planeta.

Os dados para este trabalho foram obtidos do site do INMET, Instituto Nacional de Meteorologia, e se referem à estação meteorológica automatizada A202, localizada na cidade de Castanhal. O período estudado vai de 1/01/2011 até 31/12/2020, num total de 10 anos, com dados horários de radiação. Para processar os dados obtidos dessa estação foi desenvolvido um programa na plataforma do programa estatístico R [3].

Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 1. Nela, com unidades em $Wh/m^2.dia$ em cada mês, são mostradas a média, a mediana, o desvio-padrão e o coeficiente de variação dos dados.

Nessa tabela observa-se a homogeneidade da quantidade de radiação solar recebida durante os meses do ano. A variação é mínima, sendo ligeiramente menor nos meses da estação chuvosa, que vai de Janeiro a Junho, com um discreto aumento na estação seca, que vai de Julho a Dezembro. A média anual encontrada foi de $4358 Wh/m^2.dia$.

Na Figura 1 é mostrada a curva média dos valores mensais da radiação solar, expressa em $Wh/m^2.dia$. A curva mostra também características da climatologia local, com diminuição de radiação na estação chuvosa e uma alta na estação seca.

¹eduardaneves391@gmail.com.

²damnpinh@gmail.com.

³arthur@ufpa.br.

Tabela 1: Radiação Solar em $Wh/m^2.dia$ em cada mês

MÊS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN
Media	3962	3261	3837	3787	4168	4464
Mediana	3922	3284	3808	3793	4117	4516
Desvio	243	280	244	288	384	236
CV(%)	6.13	8.58	6.36	7.62	9.22	5.28
MÊS	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
Media	4787	5057	4871	5056	4704	4331
Mediana	4828	5093	4992	5053	4681	4443
Desvio	293	218	400	191	274	486
CV(%)	6.13	4.31	8.22	3.78	5.82	11.23

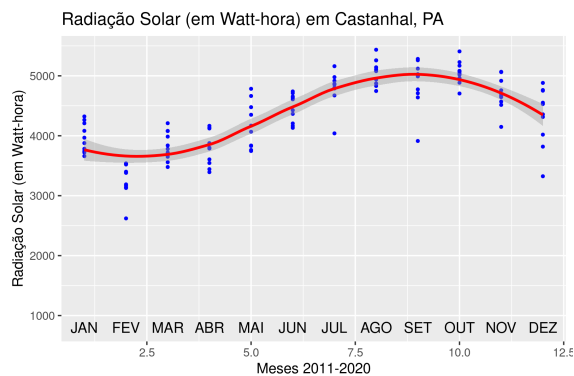


Figura 1: Radiação Solar em $Wh/m^2.dia$ em cada mês

Agradecimentos

Os autores agradecem ao INMET, Instituto Nacional de Meteorologia, por ter cedido os dados da estação meteorológica A202 localizada em Castanhal, PA.

Referências

- [1] Mendonça, F e Danni-Oliveira, I. M. *Climatologia: Noções básicas e climas do Brasil*. Ed. Oficina de Textos. SP, 2007.
- [2] Pereira, C. S; Alves, R. C. e Almeida, A. C. Estudos para posicionamento ótimo de painéis fotovoltaicos nas latitudes amazônicas. *IV Congresso Amazônico de Meio Ambiente e Energias Renováveis*. Belém, PA, 2016.
- [3] R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*. 2012, URL <https://www.R-project.org/>. Acessado em 02/03/2021.
- [4] Wikipedia. *Radiação Solar*. url:pt.wikipedia.org. Acessado em 02/03/2021.

6 PERFIL HORÁRIO DA RADIAÇÃO NA REGIÃO DE BELÉM

Diferente das seções 4 e 5, este não partiu de minha iniciativa, mas da iniciativa do Prof. Dr. Arthur Almeida, o qual realizou o convite para submissão e consecutivamente apresentação no V Simpósio de Ensino Pesquisa e Extensão, realizado em novembro de 2022 no Campus Universitário de Castanhal. Além do mais, levando em consideração este fator optei apenas por apresentar esta produção como um complemento das três produções foco deste portfólio.

O intuito desta produção baseava-se em consolidar como resultado de pesquisa do projeto de “Modelagem matemática da disponibilidade da radiação solar na região de Belém e Castanhal”, a qual eu participava como bolsista do PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica).

Deste modo, o estudo consistiu em apresentar a variação horaria da radiação solar na região de Belém, a quais dados foram moldados, calculados e analisados por meio do software R. Posteriormente, após os resultados se fez uso da modelagem matemática para encontrar um modelo matemático em que se adequasse na análise para comparação de dados reais e do modelo encontrado. Não apenas, possibilitando uma “fórmula” para calcular as demais radiações nos próximos períodos, mas também, contribuindo para uma observação e prévia de um primeiro contato entre mim e a modelagem matemática, diante da observação no modelo encontrado.

Assim sendo, o trabalho foi submetido, aprovado e apresentado na modalidade comunicação oral no V SIEPEX. O qual proporcionou uma vivência, troca de ideias e conhecimentos significativos entre ouvinte e apresentador.



PERFIL HORÁRIO DA RADIAÇÃO SOLAR NA REGIÃO DE BELÉM

HOURLY PROFILE OF SOLAR RADIATION IN THE BELEM REGION

PERFIL HORARIO DE ENERGIA SOLAR EN LA REGION DE BELEM

Maria Eduarda Noronha das Neves¹
Arthur da Costa Almeida²

PALAVRAS-CHAVE: Radiação solar. Modelagem matemática, Trigonometria.

INTRODUÇÃO

A radiação solar é a principal fonte de energia disponível para o planeta Terra. É essa energia que nos ilumina, aquece e provoca os movimentos diários da atmosfera. Todos os eventos relacionados com o tempo meteorológico têm como fonte a radiação solar. Sem ela, não haveria tempo como conhecemos, envolvendo chuvas, tempestades, raios, relâmpagos. Embora a maior parte dessa energia seja desperdiçada no espaço, uma parte dela atinge a Terra no topo da atmosfera. Dessa energia, uma parte é refletida pelas nuvens e outra atinge a superfície, onde provoca aquecimento e as mudanças na temperatura e no movimento das correntes de ar na atmosfera, provocando os fenômenos do tempo.

Estudar a disponibilidade dessa energia em nossa região é importante para a compreensão de nosso meio ambiente, diante de possíveis mudanças climáticas, e também para o planejamento de sistemas fotovoltaicos, que estão se tornando cada vez mais difundidos e acessíveis para a população.

É a proposta deste trabalho fazer um levantamento da disponibilidade de radiação solar na região e, a partir desse resultado, propor um modelo matemático simples para sua estimativa, o que também pode ser útil no planejamento desses sistemas.

1 Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática, UFPA/Campus de Castanhal, eduardaneves391@gmail.com

2 Docente da Faculdade de Matemática, UFPA/Campus de Castanhal, arthur@ufpa.br

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Terra recebe, de forma contínua, energia proveniente do Sol de forma desigual em sua superfície (Mendonça, Danni-Oliveira, 2011). Segundo Ahrens e Henson (2019), as diferenças são causadas pela distância da Terra ao Sol, que varia de acordo com a época do ano e também pela latitude do lugar, sendo a faixa equatorial do planeta a que recebe a maior quantidade dessa energia.

O clima atual da região amazônica é caracterizado pela alta disponibilidade de radiação solar durante todo o ano (Fisch, Marengo, Nobre, 2014). De acordo com Varejão (2006), os valores máximos ocorrem nos equinócios (21/22 de março, 21/22 de setembro) e os mínimos nos solstícios (21/22 junho, 21/22 de dezembro). Por conta desse alto valor de radiação recebida do Sol, a temperatura sofre pequena variação durante o ano. Dessa forma, a região é uma área de grande interesse para a instalação de sistemas fotovoltaicos, que convertem a energia solar em eletricidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os dados de radiação solar são coletados em todo o território nacional pelas estações meteorológicas do INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) e seu histórico está disponível na internet, no site do instituto (<https://portal.inmet.gov.br/>). Os registros são feitos de hora em hora. Além da radiação solar, as estações registram outras variáveis atmosféricas, como pressão, umidade, precipitação, temperatura, velocidade e direção dos ventos no local.

Para este trabalho foram usados os dados da estação automática A201, localizada em Belém. Os dados abrangem os anos de 2011 a 2020, num total de 10 anos de observações.

Para processar esses dados foi desenvolvido um programa na plataforma estatística R (R Core Team, 2011). Inicialmente, o programa lê os dados que estão na unidade de Mega Joules por m² e converte para Watt-hora por m². Em seguida, acumula os totais dos 10 anos por hora do dia e, então, calcula a média diária anual naquela hora. Em seguida, são gerados os gráficos para melhor entendimento e visualização.

O modelo matemático foi feito supondo-se que, dada a distância, os raios do sol incidem de forma paralela ao chegarem à superfície. Mas, de acordo com a elevação em relação ao horizonte, eles incidem em um ângulo que ajuda a dispersar a energia pela atmosfera, atingindo o máximo quando o sol está no zênite, num ângulo de 90 graus. Dessa forma, como são 180 graus, divididos por 12 horas, obtém-se 15° para cada hora. A partir dessas considerações, foi deduzido um modelo simples, baseado na trigonometria.

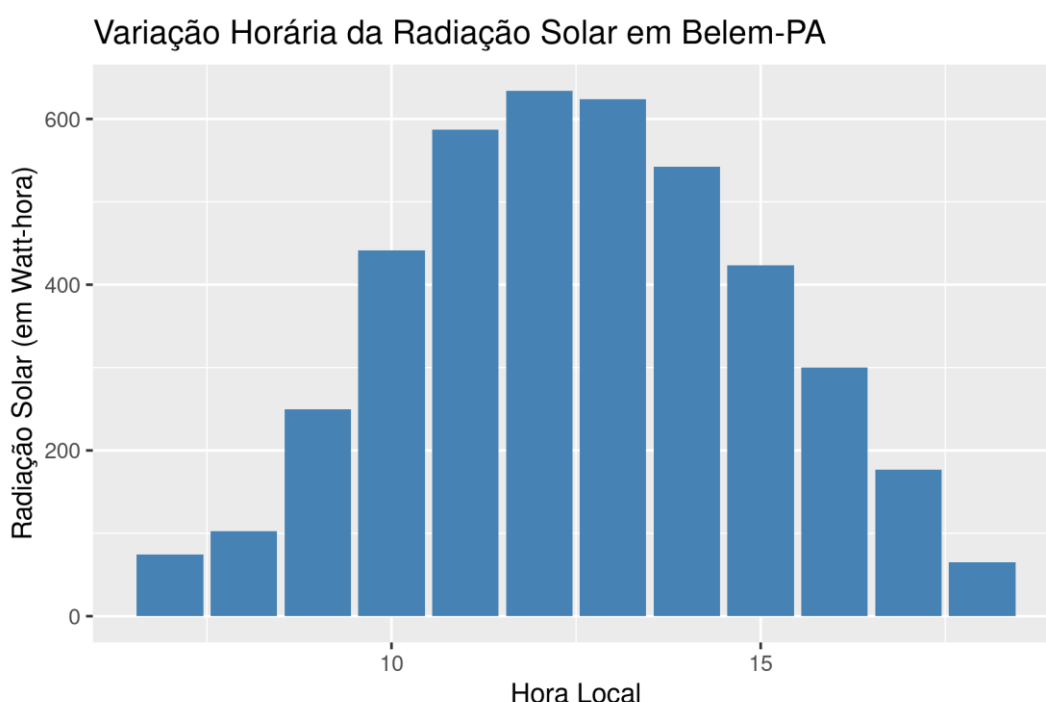
$$E_h = A * \text{sen}(\theta) \quad (\text{Eq. 1})$$

Nessa equação, E_h é a energia horária que é obtida multiplicando-se o A , valor máximo da energia disponível no local, pelo seno do θ , o ângulo da elevação do sol naquele horário.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 mostra a variação horária média, a partir dos dados da disponibilidade de radiação solar na área de estudo. O valor máximo encontrado é de 643 Watt-hora por m^2 , na faixa das 12h, um valor alto se comparado com os encontrados em cidades brasileiras com latitudes mais altas. Por outro lado, é menor que os encontrados em cidades do nordeste brasileiro, provavelmente por conta da grande nebulosidade existente na região de Belém, durante boa parte do ano, gerada pela presença de muita umidade no ar, por conta dos rios e florestas da região amazônica.

Figura 1: Variação horária da radiação solar em Belém-PA

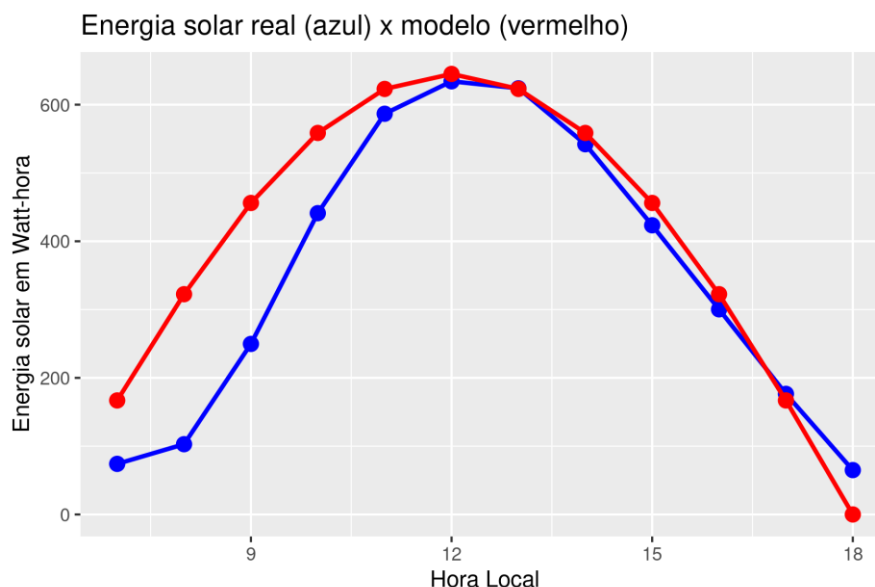


Fonte: os autores (2022).

A partir desse resultado, foi feita a modelagem de acordo com a (Eq.1), encontrando-se o resultado mostrado na Figura 2.

Nessa figura, observa-se um ajuste entre o modelo e os dados reais encontrados na pesquisa, principalmente pela parte da tarde, recomendando-se assim o seu uso em planejamento para sistemas fotovoltaicos na região. Considerou-se o modelo encontrado, como sendo de boa qualidade, principalmente pela sua simplicidade, dependendo apenas do ângulo de elevação do Sol em relação à linha do horizonte.

Figura 2: Comparação entre a radiação real e o modelo



Fonte: os autores (2022).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A radiação solar é a principal fonte de energia que movimenta a atmosfera terrestre e provoca os fenômenos meteorológicos. A região amazônica, por sua localização geográfica na zona equatorial do planeta, recebe uma grande quantidade dessa energia durante todo o ano. Associada com a imensa quantidade de umidade derivada dos rios e florestas, isso define a climatologia da região, com intensas chuvas e altas temperaturas durante o ano inteiro.

Em vista dessa abundância de energia solar, a região tornou-se interessante para a instalação e uso de sistemas fotovoltaicos, que convertem essa energia solar em eletricidade, reduzindo assim o custo desse serviço de utilidade pública. O planejamento desses sistemas demanda levantamento da disponibilidade dessa energia na região de uso.

Neste trabalho foi feito um levantamento dessa disponibilidade na região de Belém, válido para os municípios vizinhos, como Castanhal, pois estão todos em latitudes próximas. Foi encontrado um alto valor de radiação solar por dia e por hora, sendo o pico observado de 643 Watt-hora por m^2 , por volta das 12h. Além disso, foi proposto um modelo matemático simples, baseado na trigonometria, para fornecer valores estimados, com um bom nível de precisão.

REFERÊNCIAS

AHRENS, C. D; HENSON, R. **Meteorology Today**: An invitation to weather, climate, and the environment. Ed. Cengage. Boston, USA. 2019.

FISCH, G; MARENGO, J. A; NOBRE, C. A. **Clima da Amazônia**. Disponível em <https://www.ecodebate.com.br/2014/11/13/clima-da-amazonia-por-gilberto-fisch-jose-a-marengo-e-carlos-a-nobre/>. Acesso em 10 set 2022.

MENDONÇA, F; DANNI-OLIVEIRA, I. M. **Climatologia**: Noções básicas e climas do Brasil. Ed. Oficina de Texto. São Paulo, 2011.

R CORE TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna. 2020.

VAREJÃO, M. A. **Meteorologia e Climatologia**. Edição Digital. Recife, 2006.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este presente portfólio intitulado a “LOGARITMOS, CONGRUÊNCIAS E ESTUDO SOBRE RADIAÇÃO SOLAR EM BELÉM E CASTANHAL” proporcionou contribuições significativas sobre o trajeto percorrido durante o curso de Licenciatura em Matemática. Dito isto, também é viável dizer que o mesmo ocasionou a oportunidade de um olhar crítico e detalhado sobre as dificuldades adquiridas, mas também sobre a perseverança e conquistas alcançadas. Desta forma, percebendo-se as riquezas obtidas em experiências vivenciadas, em produções textuais e no incentivo a pesquisa científica.

O ensino de funções logarítmicas, teve como objetivo rever e me aprofundar nesses conhecimentos a qual eu não obtinha o domínio adequado para a docência. Embora este trabalho tenha sido elaborado de forma simplificada, me proporcionou uma série de conhecimentos obtidos nas mais variadas aplicações estudadas, em suas propriedades observadas com um olhar especial e acima de tudo o motivo pelo qual ainda é ensinado nas escolas de ensino médio.

Além disto, também ocorre uma similaridade no estudo de congruências e critérios de divisibilidade, a qual tinha como intuito produzir um resumo deste conteúdo estudado em teorias dos números e apresentar sua utilidade na sociedade por meio da aplicação em criptografia, visto que ela é de suma importância para a segurança de nossos dados pessoais. E mesmo não ocorrendo a finalização com esta aplicação complexa, trouxe um vasto interesse para posteriormente aprofundar-me em tal conteúdo e com isto realizar uma nova produção textual. Ademais, a aplicação na prova dos nove apesar de ser simples e prática, contém um conhecimento importante e proporciona uma visão da sua importância em tempos passados.

O terceiro trabalho teve como proposta realizar um estudo estatístico da disponibilidade anual de radiação solar recebida na cidade de Castanhal, o qual me proporcionou um primeiro contato com a matemática aplicada, com os conhecimentos climatológicos e um olhar sobre como utilizar a matemática para compreender uma variedade de fatores. De igual modo, a mesma posteriormente me proporcionou um contato direto através da participação em um projeto de iniciação científica, coletando os dados no próprio banco de dados do INMET, e também um primeiro contato com a programação no software estatístico denominado de R. Deste

modo, contribuindo para o aumento de minhas habilidades e interesse pela área da matemática aplicada.

O quarto e último trabalho sobre o “Perfil horário da radiação solar na região de Belém” assim como no anterior tinha como objetivo apresentar a variação horaria da radiação solar, no entanto, também obtinha o intuito de apresentar um modelo matemático para solucionar seu objetivo. Desta forma, proporcionando por meio da apresentação um desejo de prosseguir e analisar dados comparativos de outras cidades ou regiões para que se possa obter a variação de energia recebida em regiões diferentes.

Afinal, os trabalhos acadêmicos apresentados neste portfólio e o processo de evolução, superação e persistência em meio as dificuldades me permitiram compreender o caminho trilhado até aqui e ter a certeza dos próximos passos a qual pretendo seguir. Concluindo o trajeto da graduação para o início de minha carreira profissional onde pretendo por em pratica a docência com objetivo de despertar em meus futuros discentes um novo olhar a respeito da matemática em nossas vidas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Arthur da Costa; PEREIRA, Carlos Simoes; ALVES, Raimundo Cesar. Estudo para posicionamento ótimo de painéis fotovoltaicos nas latitudes Amazonicas. Belém, 2016.

ALVARENGA, Georfrávia Montoza. Portfólio: o que é e a que serve?. **Olho Mágico**-vol.8- nº1, jan./abr. 2001. Disponível em: <http://www.ccs.uel.br/olhomagico/v8n1/portfol.htm>. Acesso em: 22 jan. 2022.

BARBIRATO, Gianna Melo; SOUZA, Léa Cristina Lucas de; TORRES, Simone Carnaúba. Clima e cidade a abordagem climática como subsídio para estudos urbanos. Maceió: EDUFAL, 2007.

Citações e frases famosas. Frases de Paulo Baleki (6 citações). Disponível em: <https://citacoes.in/autores/paulo-baleki/>. Acesso em: 26 dez. 2022.

HEFEZ, Abramo. Aritmética; Editora da SBM, Coleção Profmat. Rio de Janeiro, 2014.

HISATOMI, Carolina. Painel solar monocristalino: o que é e propriedades. **Ecycle**. Disponível em: [Painel solar monocristalino: o que é e propriedades - eCycle](#). Acesso em: 10 dez. 2022.

LACAVA, Alana Godoy; COSTA, David Antonio da. A prova dos nove e o caso da “Arithmetica Primaria” de Cezar Pinheiro. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 11, n. 1, p. 54-73, 2016.

MARTINS, Manoel Marino. **Logaritmos**. Orientador: Prof. Nereu Estanislau Burin. 2000. 49 f. TCC (Graduação) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/97085>. Acesso em: 22 dez. 2022.

MORAES, F. T. Brasil aumenta produção científica, mas impacto dos trabalhos diminui. Folha de São Paulo, São Paulo, 16 out. 2017.

NERIS, Alessandra. O que são painéis monocristalino e quais são suas vantagens?. **Aldo.blog**, 2021. Disponível em: <https://www.aldo.com.br/blog/o-que-sao-paineis-monocristalinos-e-quais-sao-suas-vantagens/>. Acesso em: 10 dez. 2022.

Painel solar monocristalino e policristalino: entenda as diferenças e as vantagens de cada um. **Elysia energiasolar**, 2019. Disponível em: <https://elysia.com.br/painel-solar-monocristalino-e-policristalino/>. Acesso em: 10 dez. 2022.

Pesquisa FAPESP. Número de publicações científicas cresceu significativamente nas últimas três décadas. Mai. 2021. Disponível em: [Número de publicações científicas cresceu significativamente nas últimas três décadas : Revista Pesquisa Fapesp](#). Acesso em: 22 jan. 2023.

SILVA, Verônica Vale da. **A história dos logaritmos e suas aplicações no dia-a-dia**. Orientador: Prof. Me. Daniel Ecco. 2016. 32 f. Monografia (Especialização) – Curso de Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/43795>. Acesso em: 22 dez. 2022.

SOUZA, Emanuel Fernando Maia de; PETERNELLI, Luiz Alexandre; MELLO, Márcio Pupin de. SOFTWARE LIVRE R: aplicação estatística. 2014. Disponível em: [Apostila R - GenMelhor 1-libre.pdf \(d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net\)](#). Acesso em: 11 dez. 2022.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. REVISANDO A PROVA DOS NOVES: um estudo dos “exames de admissão” de Carlos Góes. **Revista Vidya**, Santa Maria, v. 39, n. 2, p.527-544, jul./dez, 2019.

ANEXO A – Certificados para Comprovação de apresentação de trabalhos

**IV SIMPÓSIO DE ENSINO
PESQUISA E EXTENSÃO DA
UFPA CASTANHAL**

CIÊNCIA E INOVAÇÕES TECNOLÓGICAS
PARA O DESENVOLVIMENTO DA AMAZÔNIA



CERTIFICADO

Certificamos que o trabalho intitulado **ENSINO DE FUNÇÕES LOGARÍTMICAS** foi apresentado, em forma de comunicação, durante o **IV SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO** realizado, *online*, no período de 25 a 27 de agosto de 2021 pelo *campus* de Castanhal da Universidade Federal do Pará – UFPA.

AUTORES: Maria Eduarda Noronha das Neves; Arthur da Costa Almeida.





FRANCISCO VALDINEI SANTOS DOS ANJOS
COORDENADOR ACADÊMICO UFPA- CASTANHAL

ISSN: 2595 7856






CERTIFICADO



Certificamos que o trabalho intitulado

Estudo Sobre a Disponibilidade de Radiação Solar na Região de Castanhal, PA

Autoria de

Maria Eduarda Noronha das Neves, Arthur da Costa Almeida, Danilo Pablo Pinheiro Pinheiro

foi apresentado por **Maria Eduarda Noronha das Neves**

como pôster durante o XL Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional -
CNMAC 2021, realizado de 13 a 17 de setembro de 2021 em formato virtual.



Pablo Martin Rodriguez
Presidente
Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

Organização:




Certification by Galois



Verifique o código de autenticidade 4793198.2010683.378396.5.5462408323964506437 em <https://www.even3.com.br/documentos>

V SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO DA UFPA - CAMPUS CASTANHAL

UNIVERSIDADE E VIDA NA AMAZÔNIA

CERTIFICADO

Certificamos que **Maria Eduarda Noronha das Neves e Arthur da Costa Almeida**, apresentaram o trabalho intitulado **CONGRUÊNCIA E CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE**, na Modalidade(s) Exposição de poster durante o V SIEPEX realizado no campus de Castanhal da UFPA.

Castanhal, 08 a 11 de novembro de 2022.


FRANCISCO VALDINEI SANTOS DOS ANJOS
VICE-COORDENADOR ACADÊMICO UFPA- CASTANHAL



ISSN: 2595 7856

Verifique o código de autenticidade 4793198.2010683.370116.5.5462408323964532297 em <https://www.even3.com.br/documentos>

V SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO DA UFPA - CAMPUS CASTANHAL

UNIVERSIDADE E VIDA NA AMAZÔNIA

CERTIFICADO

Certificamos que **Maria Eduarda Noronha das Neves e Arthur da Costa Almeida**, apresentaram o trabalho intitulado **PERFIL HORÁRIO DA RADIAÇÃO SOLAR NA REGIÃO DE BELÉM**, na Modalidade(s) Apresentação oral durante o V SIEPEX realizado no campus de Castanhal da UFPA.

Castanhal, 08 a 11 de novembro de 2022.


FRANCISCO VALDINEI SANTOS DOS ANJOS
VICE-COORDENADOR ACADÊMICO UFPA- CASTANHAL



ISSN: 2595 7856