



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIAS ELÉTRICA E BIOMÉDICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

MARCUS VINICIUS DIAS LAGE

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS DESEMPENHOS DOS
CONTROLADORES GPC E PI PARA SISTEMAS COM MOTOR
DE INDUÇÃO**

**BELÉM-PA
2024**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIAS ELÉTRICA E BIOMÉDICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

MARCUS VINICIUS DIAS LAGE

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS DESEMPENHOS DOS
CONTROLADORES GPC E PI PARA SISTEMAS COM MOTOR
DE INDUÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Engenharias Elétrica e Biomédica (FEEB) do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Walter Barra Junior
Coorientador: Eng. Victor Antonio de Sousa Abrahão

**BELÉM-PA
2024**

MARCUS VINICIUS DIAS LAGE

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS DESEMPENHOS DOS CONTROLADORES
GPC E PI PARA SISTEMAS COM MOTOR DE INDUÇÃO**

Este trabalho foi julgado adequado em ____/____/____ para a obtenção do Grau de Engenheiro Eletricista, aprovado em sua forma pela banca examinadora que atribuiu o conceito

_____.

Prof. Dr. Walter Barra Junior

(FEEB/ITEC/UFPA - Orientador(a))

Eng. Victor Antonio de Sousa Abrahão

(FEEB/ITEC/UFPA - Coorientador(a))

Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira

(FEEB/ITEC/UFPA - Membro da Banca Examinadora)

Eng. Msc. Carlos Roozembergh Porto da Silva Junior

(FEEB/ITEC/UFPA - Membro da Banca Examinadora)

Prof. Dra. Carminda Célia Moura de Moura Carvalho

(FEEB/ITEC/UFPA - Diretora da FEEB)

A conclusão deste trabalho resume-se em dedicação, dedicação que vi ao longo desse trajeto aos meus orientadores, colegas de laboratório e meus pais, a quem dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer à minha mãe, Alda, uma mulher forte e batalhadora que sempre sacrificou tudo em prol da minha educação e bem-estar. Sua perseverança e amor incondicional foram os maiores pilares de apoio em minha vida. Em seguida, expresso minha gratidão aos meus avós, Aldoliro e Raimunda, que, durante os três anos de ensino médio e os seis anos de graduação, foram alicerces fundamentais para minha adaptação à nova vida nesta cidade. Gostaria também de manifestar minha gratidão ao meu pai, Jorge. Seu incentivo e suas palavras de motivação sempre me impulsionaram a seguir em frente e a buscar o meu melhor. Além deles, agradeço aos meus demais familiares, como minha irmã e meus tios, que, de diversas formas, contribuíram com carinho, conselhos e suporte nos momentos em que mais precisei. A presença de cada um foi essencial para a construção de quem sou hoje e para a realização deste sonho.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Walter Barra Junior, por despertar em mim o interesse pela área de automação e controle de sistemas de potência. Sua paixão pelo campo e dedicação são inspiradoras, sendo uma honra ter aprendido com alguém tão comprometido com a excelência. Além disso, expresso minha gratidão ao meu coorientador, Victor Antônio de Sousa Abrahão, cuja disposição em me acompanhar na realização dos testes do projeto e em esclarecer dúvidas ao longo do processo foi fundamental para a conclusão deste trabalho. Agradeço também aos colegas de laboratório, Carlos, Éder e Paulo, que sempre estiveram dispostos a colaborar, compartilhar conhecimentos e oferecer apoio nos momentos de desafio. A convivência com vocês enriqueceu não apenas minha formação acadêmica, mas também proporcionou um ambiente de amizade e aprendizado mútuo que levarei para a vida toda.

Além desses, minha gratidão vai aos companheiros de curso e sala, Daniel, Jardel, Igor, Leonan e Thiago, que estiveram ao meu lado durante toda a graduação. Juntos, enfrentamos desafios acadêmicos e vivemos momentos de alegria que tornaram essa jornada verdadeiramente marcante. Mais do que colegas de estudo, vocês foram verdadeiros amigos, cujo apoio e companheirismo tornaram cada etapa mais leve e especial. Estendo também meu agradecimento a todos os amigos que conheci ao longo dessa caminhada; cada um, com sua singularidade, contribuiu de maneira significativa para essa conquista.

Por fim, meu agradecimento sincero vai a todos que, de alguma forma, influenciaram a realização deste trabalho. A soma de cada gesto, conselho e incentivo foi indispensável para a concretização deste sonho. Muito obrigado a todos!

“Se A é o sucesso, então A é igual a X mais Y mais Z. O trabalho é X; Y é o lazer; e Z é manter a boca fechada.”

(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre o controlador preditivo generalizado (GPC) e o controlador proporcional-integral (PI) na tarefa de controle da velocidade de um motor de indução trifásico, utilizando uma bancada experimental. Inicialmente, são discutidos os conceitos fundamentais dos motores de indução e das técnicas de controle envolvidas, contextualizando as características da planta e a modelagem do sistema. O estudo foca em projetar e implementar o controlador GPC, explorando seu desempenho em termos de eliminação de erro permanente, rejeição de perturbações e rastreamento de referência. O controlador GPC se destaca pela flexibilidade em sistemas monovariáveis e multivariáveis, incorporando filtros e métodos para maior robustez, com o objetivo de otimizar o comportamento do motor de indução frente a diversas condições operacionais. Comparações entre o desempenho do GPC e do controlador PI são realizadas por meio de simulações e ensaios práticos, observando-se critérios como resposta dinâmica, estabilidade e robustez. A pesquisa conclui com uma discussão sobre as vantagens e limitações de cada abordagem, considerando suas aplicabilidades práticas em sistemas de controle industrial.

Palavras-chave: controlador preditivo, motor de indução, controlador PI

ABSTRACT

This work presents a comparative analysis between the Generalized Predictive Controller (GPC) and the Proportional-Integral (PI) controller in the task of controlling the speed of a three-phase induction motor, using an experimental setup. Initially, the fundamental concepts of induction motors and the control techniques involved are discussed, contextualizing the plant characteristics and the system modeling. The study focuses on designing and implementing the GPC controller, exploring its performance in terms of eliminating steady-state error, disturbance rejection, and reference tracking. The GPC controller stands out for its flexibility in both single-variable and multi-variable systems, incorporating filters and methods for greater robustness, aiming to optimize the performance of the induction motor under various operating conditions. Comparisons between the performance of the GPC and PI controllers are made through simulations and practical tests, considering criteria such as dynamic response, stability, and robustness. The research concludes with a discussion on the advantages and limitations of each approach, considering their practical applications in industrial control systems.

Keywords: predictive controller, induction motor, PI controller

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Motores elétricos de indução.	22
Figura 2 – Motor de indução.	23
Figura 3 – Vista em corte do motor de indução: a) rotor Gaiola de Esquilo b) rotor bobinado.	25
Figura 4 – Esquemático bancada completa.	30
Figura 5 – Esquemático bancada completa.	31
Figura 6 – Painel de acionamento e proteção da bancada de controle do motor de indução.	32
Figura 7 – Inversor de frequência-parte da potência.	34
Figura 8 – Bornes para conexão.	35
Figura 9 – Encoder incremental.	37
Figura 10 – Arduino Mega.	38
Figura 11 – Circuito de condicionamento.	40
Figura 12 – Entrada e saída do circuito de condicionamento.	40
Figura 13 – Planta completa regulador mais motor.	45
Figura 14 – Curva de resposta ao degrau.	47
Figura 15 – Comparação modelo crítico com resultado medido.	49
Figura 16 – Comparação modelo subamortecido com resultado medido.	49
Figura 17 – Esquemático controlador em malha fechada.	50
Figura 18 – Resposta ao degrau modelo criticamente amortecido e modelo de 1º ordem.	53
Figura 19 – Controlador Digital RST forma canônica.	56
Figura 20 – Resposta esperada na saída da planta com PI.	65
Figura 21 – Sinal de esforço do controlador PI.	66
Figura 22 – Diagrama de Bode para a planta com PI.	67
Figura 23 – Erro para a planta com PI.	69
Figura 24 – Diagrama do RST para o GPC.	70
Figura 25 – Resposta esperada GPC.	70
Figura 26 – Sinal de esforço aplicado pelo controlador GPC.	71
Figura 27 – Diagrama de Bode para a planta com GPC.	72
Figura 28 – Erro do GPC.	73
Figura 29 – Resposta real planta com PI.	74
Figura 30 – Esforço de controle real para planta com PI.	75
Figura 31 – Resposta real planta com GPC.	76
Figura 32 – Esforço de controle real para planta com GPC.	77
Figura 33 – Comparação de melhores aspectos entre GPC e PI.	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ganhos do regulador interno do inversor	35
Tabela 2 – Parâmetros motor	36
Tabela 3 – Parâmetros do Sistema	47
Tabela 4 – Parâmetros dos controladores P, PI e PID	54
Tabela 5 – Parâmetros de Sintonia para Controlador PI utilizando Ziegler-Nichols . . .	54
Tabela 6 – Valores dos índices para o PI	69
Tabela 7 – Valores dos índices para o GPC	73
Tabela 8 – Valores dos índices reais para a planta com PI	75
Tabela 9 – Valores dos índices reais para planta com GPC	77

LISTA DE ACRÔNIMOS

CARIMA	<i>Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average.</i> 57, 62
FOPDT	Sistema de primeira ordem mais tempo morto. 51
GPC	Controle Preditivo Generalizado. 18, 20, 57, 58, 62, 63, 69, 70, 72, 73, 75, 77–79
IHM	Interface Homem-Máquina. 35
ISE	Índice integral do erro quadrático. 67–69
ISU	Índice de Integral do Sinal de Controle. 67–69
ITAE	Índice integral do valor absoluto do erro ponderado pelo tempo. 67, 69
LACSPOT	Laboratório de Acionamento e Controle de Sistemas de Potência. 18, 31
PI	Proporcional e Integral. 18, 20, 49, 54–56, 65, 66, 72–74, 77–79
PID	Proporcional, Integral e Derivativo. 28, 50, 66
PWM	Modulação por largura de pulso. 39
SISO	Entrada única e Saída única. 57

LISTA DE SÍMBOLOS

ζ	Fator de amortecimento
d	Atraso discreto do sistema
N_y	Horizonte de predição
u	Sinal de controle aplicado ao processo
w	Trajetória de referência futura
y	Sinal de saída do processo
N_u	Horizonte de controle
A	Polinômio relacionado aos polos de malha aberta do processo
B	Polinômio relacionado aos zeros de malha aberta do processo
C	Polinômio da dinâmica do ruído
ξ	Sinal de ruído branco de média nula
Δ	Operador diferencial
T	Filtro do sinal de entrada
J	Função custo a ser otimizada
N_1	Horizonte de predição mínimo
ϕ	Valor de ponderação do erro futuro
λ	Valor de ponderação do sinal de controle
q	Operador deslocamento
K_{GPC}	Ganho do controlador preditivo
\hat{y}	Saída preditiva
G, G'	Matrizes de controle
I	Matriz identidade
E_j, F_j	Polinômios da solução da equação de diofantina
f	Vetor de informações conhecidas do processo (resposta livre)
∂	Derivada parcial

\tilde{g}	Vetor que contém informações da primeira linha da matriz de ganho do GPC
n	Velocidade do rotor
f	Frequência da tensão aplicada no estator
p	Número de pares de polos magnéticos da máquina
s	Escorregamento
n_s	Velocidade do campo magnético girante produzido no estator
Φ	Fluxo magnético no condutor
f.e.m	Tensão induzida
l	Comprimento do condutor
i	Corrente elétrica
B	Campo magnético
F	Força eletromagnética
K_1	Contatora de acionamento do Inversor-Motor
K_2	Contatora de acionamento dos circuitos auxiliares-Controle
B_e	Botão de Emergência, NF
B_d	Botão de desligamento dos circuitos, NF
B_c	Botão de começo de atividades, NA
B_p	Botão de parada do Motor, NF
B_a	Botão de acionamento do Motor, NA
L_g	Sinaleiro LED verde: Inversor ativo
L_y	Sinaleiro LED amarelo: Circuito de força ligado
L_r	Sinaleiro LED vermelho: Bancada energizada
S_1, S_2, S_3	Chaves de seleção de funções do Inversor
$X(s)$	Entrada/referência do sistema
$Y(s)$	Saída/resposta do sistema
$e(s)$	Sinal de erro do sistema

$u(s)$	Saída do controlador / sinal de correção
$Y(\infty)$	Valor de regime
e_{ss}	Erro de regime permanente
T_r	Tempo de subida de 10% a 90%
T_{set}	Tempo de acomodação
T_p	Tempo de pico
O_s	Máximo sobressinal / Overshoot
K	Ganho do sistema
ω_n	Frequência natural de oscilação
θ	Tempo de atraso de transporte contínuo
K_p	Ganho proporcional
K_i	Ganho integrativo
K_d	Ganho derivativo
T_s	Periodo de amostragem
T_i	Tempo integrativo ($T_i = k_p/k_i$)
T_d	Tempo derivativo ($T_d = k_d/k_p$)
τ	Constante de tempo de primeira ordem
K_0	Ganho de primeira ordem
Θ	Atraso de resposta
$G(s)$	Modelo da planta do sistema
$G_{crit}(s)$	Modelo da planta criticamente amortecida aproximada
$g_1(s)$	Modelo da planta aproximado de primeira ordem com atraso de transporte

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Considerações iniciais	18
1.2	Justificativa	18
1.3	Objetivos	19
1.3.1	Objetivo Geral	19
1.3.2	Objetivos Específicos	19
1.4	Estrutura do Trabalho	19
2	MOTOR DE INDUÇÃO	21
2.1	Contextualização de motores elétricos	21
2.2	Introdução ao motor de indução	23
2.3	Estrutura e Princípio de Funcionamento	23
2.3.1	Estrutura do Motor de Indução	24
2.3.2	Princípios de Funcionamento	25
2.4	Controle do Motor de Indução	26
2.4.1	Controle de Torque e Velocidade	26
2.4.1.1	Controle Escalar	27
2.4.1.2	Controle Vetorial	27
2.4.2	Controle em Malha Fechada	28
2.5	Conclusão	28
3	ESTUDO DA BANCADA	30
3.1	Painel de acionamento e segurança da bancada	31
3.2	Inversor de frequência	33
3.3	Motor de indução da bancada	35
3.4	Encoder incremental	36
3.5	Arduino Mega	38
3.6	Circuito de condicionamento para o sinal de controle	39
4	IDENTIFICAÇÃO DE UM MODELO DINÂMICO DA PLANTA ADE- QUADO PARA O CONTROLE	41
4.1	Modelagem do Sistema	41
4.2	Resposta ao Degrau em Malha Aberta	42
4.2.1	Parâmetros da Resposta ao Degrau	43
4.2.2	Método Gráfico para Determinação dos Parâmetros	44
4.2.3	Modelagem Matemática da Resposta ao Degrau	44
4.3	Estudo da Curva de Resposta ao Degrau	45
4.3.1	Considerações Finais	48

5	IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR PI	50
5.1	Controladores PID: Estrutura e Objetivos	50
5.2	Método da Half-Rule de Skogestad	51
5.2.1	Visão Geral e Aplicabilidade	51
5.2.2	Derivação e Aplicação da Half-Rule	52
5.3	Sintonia de Controladores PID pelo Método de Ziegler-Nichols	53
5.3.1	Primeiro Método	53
5.3.2	Segundo Método	54
5.4	Sintonia de Controladores PI para o Sistema em Estudo	54
5.5	Considerações sobre o Método de Ziegler-Nichols	54
5.6	Discretização do controlador	55
5.6.1	Hibridização para o RST	56
6	IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR GPC	57
6.1	Introdução	57
6.2	Formulação do GPC	57
6.3	Equação Diofantina e Predição de Saída do GPC	59
6.3.1	Implementação das Predições	61
6.4	Aplicação Na planta real	62
6.5	Hibridização RST do GPC	63
7	RESULTADOS	65
7.1	Resultados de simulação para o controlador PI	65
7.1.1	Resultado na saída	65
7.1.2	Sinal de controle	65
7.1.3	Diagrama de Bode	66
7.1.4	Índices de desempenho	67
7.1.4.1	ISE	68
7.1.4.2	ITAE	68
7.1.4.3	ISU	68
7.1.4.4	Valores obtidos	69
7.2	Resultados de simulação do GPC	69
7.2.1	Resultado na saída	70
7.2.2	Sinal de controle	71
7.2.3	Diagrama de Bode	71
7.2.4	Índices de desempenho	72
7.3	Resultados obtidos via implementação na planta	73
7.3.1	Controlador PI	74
7.3.2	Controlador GPC	75

8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
8.1	Projetos Futuros	79
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Nos últimos anos, o avanço da tecnologia de controle e automação tem permitido o desenvolvimento de técnicas de controle cada vez mais sofisticadas para uma variedade de aplicações industriais. Entre essas técnicas, o Controle Preditivo Generalizado (GPC) e o controlador Proporcional e Integral (PI) são amplamente utilizados em sistemas de controle, especialmente em processos com variáveis dinâmicas complexas, como motores de indução.

A escolha e o desempenho de um controlador são essenciais para garantir a eficiência e a estabilidade dos sistemas, principalmente em aplicações onde a resposta rápida e precisa é necessária. Nesse contexto, surge o interesse em investigar o desempenho comparativo entre o controlador GPC e o controlador PI. O GPC é uma técnica avançada de controle, cuja característica é prever o comportamento futuro do sistema baseado em um modelo matemático, ajustando a saída para minimizar o erro ao longo de um horizonte preditivo. Em contraste, o controlador PI, amplamente difundido e utilizado, é uma técnica de controle mais simples, cuja ação de controle baseia-se nos erros atuais e passados do sistema.

A bancada experimental de motor de indução, desenvolvida no Laboratório de Acionamento e Controle de Sistemas de Potência (LACSPOT) por Abrahão (2023), é um ambiente ideal para esse estudo comparativo, pois os motores de indução são amplamente utilizados na indústria, devido à sua durabilidade e custo-benefício. No entanto, eles apresentam uma dinâmica não-linear complexa, o que torna desafiador o controle preciso de variáveis como velocidade e torque. Assim, a comparação entre os controladores GPC e PI, aplicados a um motor de indução pode fornecer *insights* valiosos sobre as vantagens e limitações de cada técnica, para a referida planta, considerando fatores como robustez, tempo de resposta e estabilidade.

1.2 Justificativa

O controle de motores de indução é um tema de grande importância para a indústria, pois esses motores representam a maioria dos atuadores utilizados em processos industriais. A escolha de um controlador eficaz para esses motores pode impactar diretamente a eficiência energética, a precisão do controle e a durabilidade dos equipamentos.

Embora o controlador PI seja amplamente utilizado devido à sua simplicidade, confiabilidade e facilidade de implementação, ele pode ser insuficiente em aplicações que exigem alta precisão e robustez em condições de operação variáveis. Por outro lado, o controlador GPC oferece uma abordagem mais avançada, capaz de prever o comportamento futuro do sistema e ajustar o controle de acordo com a resposta esperada. Comparar essas duas abordagens permitirá verificar a aplicabilidade e as limitações de cada técnica em condições reais de operação,

oferecendo uma contribuição prática para a escolha de controladores em aplicações industriais.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Avaliar o desempenho comparativo entre o controlador GPC e o controlador PI em uma bancada para ensaios de motor de indução, investigando as diferenças em termos de precisão, estabilidade e robustez.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Implementar e ajustar o controlador PI para o controle de velocidade de um motor de indução na bancada experimental.
- Implementar e ajustar o controlador GPC para o controle de velocidade do mesmo motor de indução, utilizando um modelo matemático preditivo.
- Discutir as vantagens e desvantagens de cada controlador, com base nos resultados experimentais, para identificar a técnica mais adequada, entre GPC e PI para o controle de motores de indução.
- Analisar e comparar o desempenho dos controladores em termos de tempo de resposta *overshoot*, estabilidade e robustez

1.4 Estrutura do Trabalho

A estrutura geral do trabalho, dividida em oito capítulos, é mostrada a seguir:

- **Capítulo 1 - Introdução:** Apresenta uma visão geral do tema, os objetivos geral e específicos da pesquisa.
- **Capítulo 2 - Motor de indução:** Faz uma revisão geral sobre os principais aspectos do elemento à ser controlado na bancada, O elemento seria o motor de indução nesse caso.
- **Capítulo 3 - Estudo da bancada:** Discute os aspectos construtivos no que tange segurança e acionamento da planta em geral, comentando sobre a parte de comando da bancada e os outros elementos essenciais para o controle.
- **Capítulo 4 - Identificação de um modelo dinâmico da planta adequado para o controle:** Apresenta as técnicas para extração das características do modelo de resposta da planta.

- **Capítulo 5 - Implementação Controlador PI:** Abordará os aspectos teóricos para a implementação do controlador PI, detalhando o processo de sintonização segundo o método de Ziegler-Nichols. Serão apresentados os parâmetros ajustados.
- **Capítulo 6 - Implementação do Controlador GPC:** Este capítulo abordará os aspectos teóricos relacionados à implementação do controlador GPC, detalhando o processo de modelagem, predição e otimização necessários para sua aplicação. Serão descritos os parâmetros ajustados e as estratégias utilizadas para o ajuste dos pesos de ponderação do esforço de controle, e dos horizontes de saída e de controle, garantindo o desempenho desejado.
- **Capítulo 7 - Resultados :** Apresenta os resultados esperados e obtidos e discute suas implicações, bem como possíveis limitações do estudo.
- **Capítulo 8 - Considerações Finais:** Encerra o trabalho com uma síntese dos principais resultados obtidos do controle, faz uma comparação entre as duas opções propostas de controle, e encerra com as contribuições para a área e sugestões para pesquisas futuras.

2 MOTOR DE INDUÇÃO

2.1 Contextualização de motores elétricos

A evolução da tecnologia moderna está profundamente ligada ao desenvolvimento das máquinas elétricas, em especial dos motores elétricos, que transformam energia elétrica em energia mecânica. A invenção dos motores elétricos foi um marco na 2ª Revolução Industrial, possibilitando uma nova era de eficiência e automação em fábricas, transporte e, posteriormente, em aparelhos domésticos. Os motores elétricos representam uma das tecnologias mais transformadoras da era moderna, permitindo que a energia elétrica, gerada por turbinas eólicas, hidrelétricas ou usinas termelétricas, seja utilizada para movimentar máquinas e realizar trabalho mecânico, (Chapman, 2011).

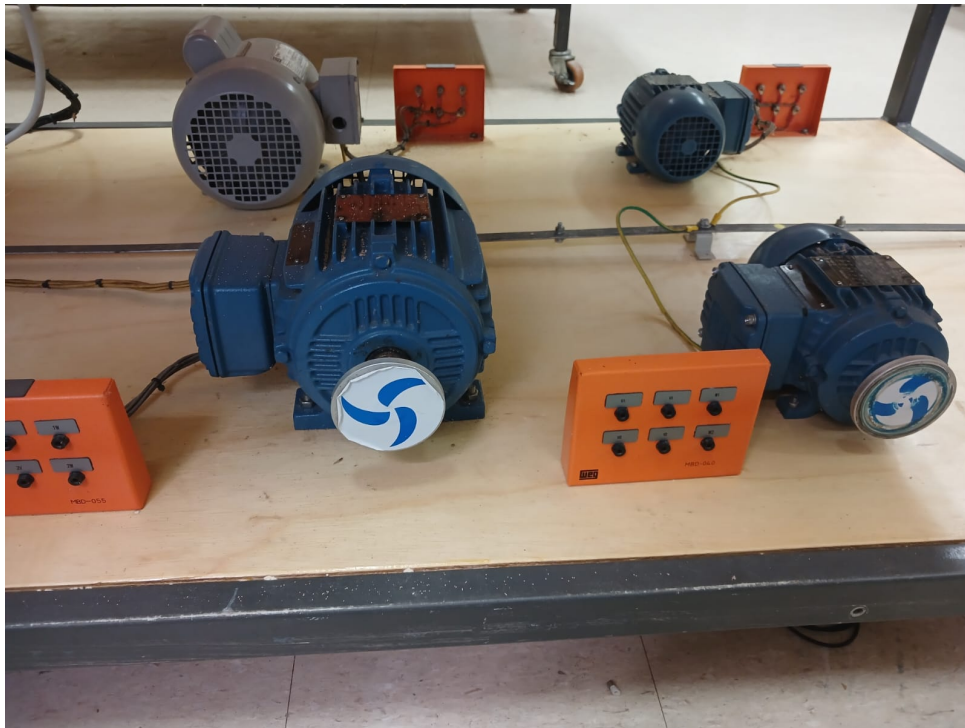
Os motores elétricos são divididos em duas categorias principais: motores de corrente contínua (CC) e motores de corrente alternada (CA). Cada categoria possui características distintas que se adaptam a diferentes tipos de aplicações. Os motores de corrente contínua, inventados no início do século XIX, foram amplamente utilizados em uma variedade de aplicações industriais e de transporte devido permitirem controle simples e preciso de velocidade e torque. No entanto, esses motores exigem manutenção frequente devido ao uso de escovas e comutadores, componentes que desgastam com o tempo e precisam ser substituídos periodicamente (Wildi, 2011). Esse fator levou ao desenvolvimento e à popularização dos motores de corrente alternada, especialmente após a invenção do motor de indução por Nikola Tesla em 1888, uma inovação que trouxe uma opção mais robusta e de menor custo de manutenção (Bortoni, 2008).

Embora os motores de corrente contínua ainda possuam vantagens em termos de controle, seu maior custo de fabricação e a necessidade de manutenção constante os tornam menos atraentes em aplicações que exigem robustez e economia a longo prazo. Segundo Bortoni (2008), o motor de corrente contínua ainda é amplamente utilizado em situações específicas, como em trens elétricos, guindastes e em robótica, onde o controle fino de torque e velocidade é crucial. Contudo, em muitas indústrias, a busca por uma alternativa mais resistente e de baixo custo de manutenção abriu espaço para os motores de corrente alternada, particularmente os motores de indução, que atualmente dominam o mercado industrial.

Entre os motores de corrente alternada, existem diversos tipos, incluindo o motor síncrono e o motor de indução, cada um com suas características específicas. O motor síncrono é ideal para aplicações onde é necessária uma velocidade constante, independente da carga, como em sistemas de sincronização de geradores e em indústrias petroquímicas. No entanto, a complexidade de controle do motor síncrono o torna menos utilizado em aplicações que requerem ajustes dinâmicos de velocidade e torque. Chapman (2011) destaca que, embora o motor síncrono tenha alta eficiência em regimes de carga constante, sua aplicação é limitada quando comparada ao motor de indução, Figura 1, pois este último oferece maior versatilidade e adaptabilidade em

diferentes condições operacionais.

Figura 1 – Motores elétricos de indução.



Fonte:Autor(2024)

A importância dos motores elétricos no contexto industrial é inegável, uma vez que eles representam mais de 70% do consumo de energia elétrica em indústrias (Oliveira; Monteiro, 2012). Essa alta demanda por motores de alto desempenho e baixo consumo de energia gera a necessidade de pesquisa e desenvolvimento de tecnologias cada vez mais eficientes, como o controle vetorial e o controle direto de torque, que são aplicados principalmente em motores de indução. Além disso, a durabilidade e a simplicidade de design do motor de indução permitiram que ele fosse amplamente adotado em aplicações que vão desde bombas e ventiladores até sistemas de transporte e automação de processos (Bortoni, 2008).

Hoje, o motor de indução é reconhecido como uma das máquinas elétricas mais importantes e amplamente utilizadas na indústria moderna devido à sua construção robusta, baixo custo de manutenção e confiabilidade. Essa versatilidade explica por que o motor de indução se tornou a escolha predominante para operações industriais em que alta potência e eficiência são requisitos fundamentais. Além disso, ele oferece uma solução econômica para várias aplicações industriais onde a velocidade variável e o controle de torque são necessários, especialmente com os avanços recentes nos sistemas de controle baseados em inversores de frequência (Wildi, 2011).

2.2 Introdução ao motor de indução

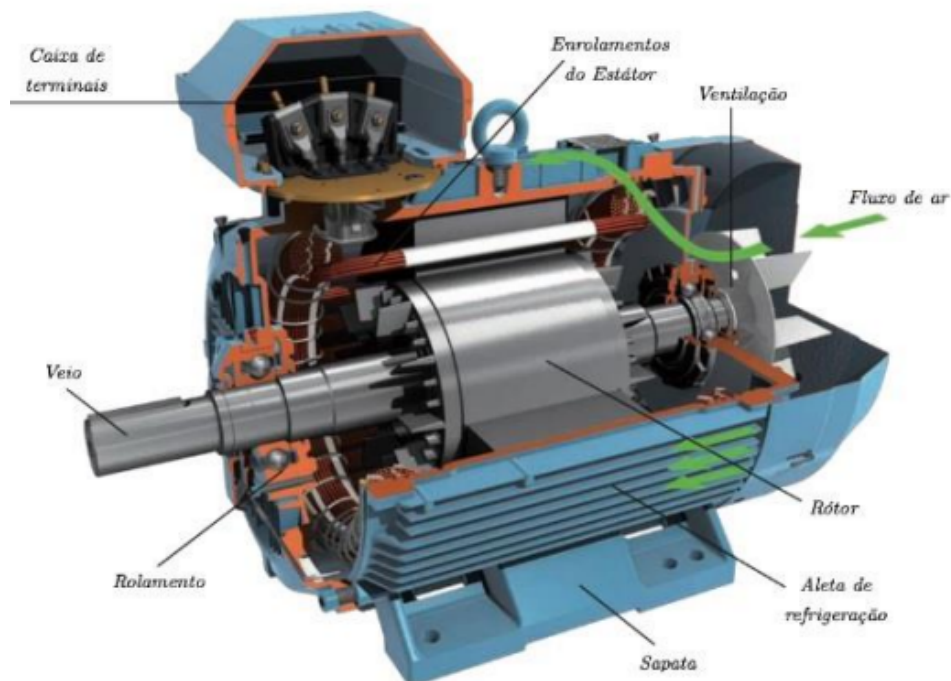
O motor de indução é uma das máquinas elétricas mais importantes e amplamente utilizadas na indústria moderna devido à sua construção robusta, baixo custo de manutenção e confiabilidade. Tesla introduziu o modelo de duas fases em 1888, e sua criação, particularmente o motor de rotor em gaiola de esquilo, transformou a engenharia elétrica com um design sem escovas e sem contatos deslizantes (Wildi, 2011).

Além das aplicações industriais, a popularidade dos motores de indução cresceu em contextos comerciais e residenciais, impulsionada pelo desenvolvimento de semicondutores e pela introdução de inversores de frequência, que permitem um controle eficiente da velocidade do motor (Bortoni, 2008).

2.3 Estrutura e Princípio de Funcionamento

O motor de indução opera através da indução eletromagnética entre o estator e o rotor, dispensando o uso de comutadores e escovas, o que o torna extremamente durável e confiável para diversas aplicações industriais e comerciais. A estrutura do motor de indução pode ser dividida essencialmente em duas partes principais: o estator e o rotor, cada um com funções específicas para o funcionamento da máquina.

Figura 2 – Motor de indução.

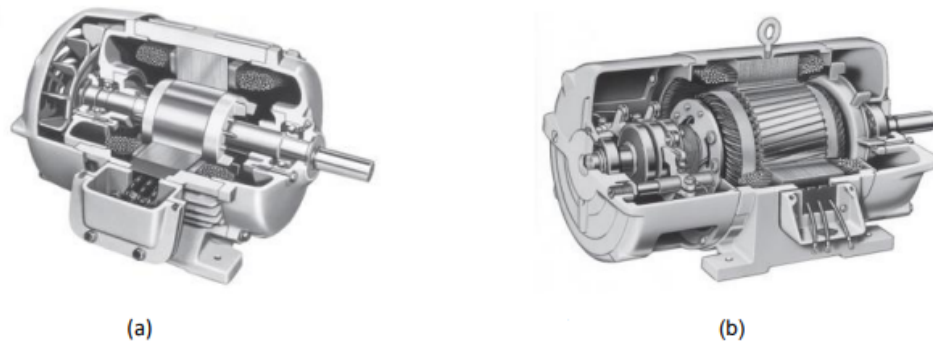


Fonte: (Silveira, 2017)

2.3.1 Estrutura do Motor de Indução

O motor de indução é composto por duas partes principais: o estator, que permanece fixo, e o rotor, que gira em resposta ao campo magnético gerado. A interação entre esses componentes é fundamental para a conversão de energia elétrica em movimento mecânico, característica essencial dos motores de indução, ambos elementos podem ser observado na Figura 2. Abaixo, exploraremos a estrutura e o funcionamento de cada um desses elementos, destacando suas características dispare e contribuições para o desempenho do motor.

1. **Estator:** O estator é a parte fixa do motor de indução e é composto por um núcleo de chapas de ferro laminadas para minimizar as perdas por correntes parasitas. Essas chapas são empilhadas e isoladas entre si, formando o circuito magnético do estator. Em sua estrutura, o estator possui ranhuras onde são inseridos enrolamentos polifásicos (geralmente trifásicos), que recebem a energia elétrica proveniente de uma fonte externa. Esse enrolamento polifásico é essencial para criar o campo magnético girante, que induz a corrente no rotor. Quando o estator é alimentado por uma corrente alternada trifásica, um campo magnético rotativo é gerado, com velocidade proporcional à frequência da corrente elétrica.
2. **Rotor:** O rotor é a parte móvel do motor de indução e gira em resposta ao campo magnético produzido pelo estator. Existem dois tipos principais de rotor: o rotor bobinado e o rotor em gaiola de esquilo. O rotor bobinado possui enrolamentos similares aos do estator e é mais comumente usado em motores de grande porte. Já o rotor em gaiola de esquilo, mais comum e popular, consiste em barras condutoras paralelas dispostas ao redor do núcleo do rotor e conectadas nas extremidades por anéis de curto-circuito. Essas barras são geralmente de alumínio ou cobre, fundidas diretamente nas ranhuras do rotor, formando uma estrutura que se assemelha a uma "gaiola de esquilo", ambas as formas podem ser observadas na Figura 3. A simplicidade e robustez do rotor em gaiola de esquilo tornam o motor de indução resistente a falhas e de baixa manutenção, sendo o mais utilizado em indústrias.

Figura 3 – Vista em corte do motor de indução: a) rotor Gaiola de Esquilo b) rotor bobinado.

Fonte:(Chapman, 2011)

2.3.2 Princípios de Funcionamento

O funcionamento do motor de indução é baseado no fenômeno da indução eletromagnética, descoberto por Michael Faraday, e que estabelece que uma corrente elétrica pode ser induzida em um circuito condutor quando este é submetido a um campo magnético variável. Esse princípio é aplicado no motor de indução através do campo magnético rotativo gerado pelo estator. A seguir, são detalhados os princípios básicos do funcionamento desse motor.

Quando o enrolamento trifásico do estator é alimentado por uma fonte de corrente alternada trifásica, é estabelecido um campo magnético girante no estator, com uma frequência angular proporcional à frequência da corrente fornecida. Esse campo magnético girante interage com as barras do rotor, que inicialmente está em repouso. À medida que o campo magnético rotativo corta as barras condutoras do rotor, uma força eletromotriz (f.e.m.) é induzida nesses condutores. Como as barras do rotor estão em curto-circuito através dos anéis de curto-circuito, uma corrente elétrica é gerada no circuito do rotor devido à f.e.m. induzida.

É esperado que a f.e.m. induzida no rotor seja representada pela equação 2.1, onde ϕ representa o fluxo magnético.:

$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.1)$$

A corrente elétrica que flui nas barras do rotor cria um segundo campo magnético, que interage com o campo girante do estator. Essa interação gera um torque, que faz o rotor girar na direção do campo magnético rotativo.

No entanto, é importante notar que a velocidade do rotor nunca atinge a velocidade do campo magnético girante (velocidade síncrona), pois se isso ocorresse, não haveria variação do fluxo magnético relativo ao rotor e, portanto, a indução de corrente cessaria. A diferença entre a velocidade síncrona ω_s do campo magnético e a velocidade do rotor ω_r é chamada de escorregamento, representado pela variável s , dada pela equação 2.2.

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad (2.2)$$

O escorregamento é um parâmetro fundamental para o funcionamento do motor de indução, pois é responsável pela geração do torque no rotor. Em termos de porcentagem, o escorregamento de um motor de indução é geralmente pequeno, variando entre 0 e 5% em condições de carga nominal. Motores com alto escorregamento são mais adequados para aplicações onde é necessário um grande torque de partida, como em compressores e bombas.

Outro aspecto importante do motor de indução é a velocidade síncrona do campo magnético, determinada pela frequência f da corrente fornecida e pelo número de pares de polos P do motor, de acordo com a fórmula:

$$n_s = \frac{120f}{P} \quad (2.3)$$

onde n_s é a velocidade síncrona em rotações por minuto (rpm). Essa velocidade representa a velocidade máxima que o campo magnético girante pode atingir para uma determinada frequência de alimentação. A diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade real do rotor é, então, responsável pela indução de corrente no rotor e, conseqüentemente, pela geração de torque.

2.4 Controle do Motor de Indução

O controle do motor de indução evoluiu significativamente ao longo das últimas décadas, impulsionado pela demanda crescente por precisão e eficiência em aplicações industriais e comerciais. A natureza robusta e a simplicidade estrutural dos motores de indução os tornaram ideais para uma ampla gama de aplicações. No entanto, suas características de controle são inerentemente complexas devido à natureza não linear do motor, tornando o controle do torque e da velocidade um desafio significativo. Nos primeiros estágios de desenvolvimento, o controle desses motores era feito de forma rudimentar, sem grandes exigências de precisão. Com o avanço da tecnologia, métodos mais sofisticados, como o controle escalar e o controle vetorial, foram desenvolvidos, permitindo ajustes de torque e velocidade com maior precisão. Esses avanços transformaram o motor de indução em uma opção viável para aplicações que exigem alta performance dinâmica e controle rigoroso de variáveis operacionais.

2.4.1 Controle de Torque e Velocidade

Para entender o controle moderno de torque e velocidade em motores de indução, é importante considerar a complexidade dos requisitos de desempenho em diferentes aplicações. Em ambientes industriais, muitas operações dependem de controle preciso da velocidade para otimizar o rendimento e a eficiência de sistemas como bombas, ventiladores, compressores e

maquinário de produção (Wildi, 2011). O controle de torque, por sua vez, é crucial em processos que exigem a aplicação precisa de força, como em sistemas de transporte e acionamentos de robótica industrial. Historicamente, esses controles eram realizados de forma relativamente simples, limitando-se à variação de frequência e tensão, o controle escalar. No entanto, essa abordagem é insuficiente para atender exigências de alta precisão em setores indústrias modernas, o que motivou o desenvolvimento de técnicas mais avançadas, como o controle vetorial.

2.4.1.1 Controle Escalar

O controle escalar é um método tradicional e relativamente simples para ajustar a velocidade do motor de indução. Essa técnica se baseia na variação da frequência da alimentação para controlar a velocidade do motor, mantendo a relação tensão/frequência constante. Esse tipo de controle é bastante utilizado em aplicações onde o controle dinâmico do torque não é crítico, sendo adequado para equipamentos que operam a uma velocidade constante ou que não exigem mudanças rápidas de torque, como ventiladores e bombas (Oliveira; Monteiro, 2012).

No controle escalar, a velocidade do motor é determinada pela frequência de alimentação, enquanto a tensão aplicada é ajustada proporcionalmente para manter a magnetização do motor constante. Isso é essencial para garantir que o motor opere de forma eficiente, evitando perdas significativas de energia. Um dos principais atrativos do controle escalar é sua simplicidade de implementação, uma vez que não exige um modelo matemático complexo do motor. No entanto, esse método tem limitações, especialmente em aplicações que exigem controle preciso do torque e da velocidade. Como o controle escalar não é capaz de manipular separadamente o fluxo magnético e o torque, ele apresenta limitações na resposta dinâmica e na precisão do controle, o que o torna inadequado para aplicações que exigem rápida resposta a mudanças de carga (Chapman, 2011).

2.4.1.2 Controle Vetorial

O controle vetorial, também conhecido como controle de orientação de campo, representa um avanço significativo em relação ao controle escalar. Esse método permite o controle independente das componentes de corrente de magnetização e torque, possibilitando uma resposta rápida e precisa a variações de carga e velocidade. Desenvolvido a partir de modelagem matemática avançada, o controle vetorial emprega transformações de coordenadas para simplificar as dinâmicas não lineares do motor de indução, o que permite que o motor seja controlado de maneira similar a um motor de corrente contínua (Bose, 2006).

Para implementar o controle vetorial, são realizadas transformações de Park e Clarke, que convertem as variáveis de corrente e tensão para um sistema de referência rotativo. Esse sistema de referência facilita a separação das componentes de torque e de fluxo magnético, permitindo que cada uma seja controlada independentemente. Essa separação oferece alta precisão no controle do torque e na resposta dinâmica do motor, características essenciais em

aplicações como robótica e acionamentos de precisão (Chapman, 2011). O controle vetorial é amplamente utilizado em sistemas que exigem ajustes rápidos e precisos, como elevadores, guindastes e máquinas de manufatura de alta precisão, onde o desempenho dinâmico é um requisito fundamental. No entanto, a implementação do controle vetorial é mais complexa e requer sensores adicionais, como encoders para monitorar a posição do rotor, e circuitos de controle mais sofisticados (Bortoni, 2008).

2.4.2 Controle em Malha Fechada

Uma das formas mais eficazes de otimizar o desempenho de motores de indução é através do uso de controle em malha fechada. Em sistemas de malha fechada, sensores e algoritmos avançados monitoram constantemente a velocidade e a posição do rotor, ajustando automaticamente as variáveis de controle em tempo real para manter o motor operando nas condições desejadas. Esse tipo de controle é particularmente importante em aplicações que exigem alta precisão, como em sistemas de produção automatizada e robótica industrial, onde até mesmo pequenas variações na velocidade ou torque podem afetar a qualidade do produto final (Bortoni, 2008).

A integração de controladores vetoriais em sistemas de malha fechada, especialmente em combinação com inversores de frequência, permite que o motor de indução atinja níveis de desempenho comparáveis aos de motores de corrente contínua, que tradicionalmente são conhecidos por sua facilidade de controle. A malha fechada melhora a precisão do sistema, pois permite corrigir erros de velocidade e posição com rapidez, adaptando-se automaticamente a mudanças nas condições de carga e minimizando o impacto de distúrbios externos (Wildi, 2011). Isso é obtido com o uso de algoritmos de controle, como o controlador proporcional-integral-derivativo Proporcional, Integral e Derivativo (PID) ou algoritmos de controle mais avançados, que ajustam continuamente as correntes de campo e de armadura do motor.

Além disso, o controle em malha fechada permite o uso de técnicas de identificação de parâmetros em tempo real, o que pode ajustar o modelo matemático do motor para refletir as mudanças nas condições operacionais, como variações de temperatura e desgaste mecânico. Esse recurso é particularmente importante em ambientes industriais, onde o motor de indução pode estar sujeito a variações frequentes de carga e temperatura (Oliveira; Monteiro, 2012). A capacidade de adaptação do controle em malha fechada torna-o uma escolha ideal para aplicações industriais modernas que requerem alto desempenho e confiabilidade.

2.5 Conclusão

Neste capítulo, foi apresentada uma breve introdução ao princípio de funcionamento dos motores de indução, destacando sua importância histórica, estrutura, princípio de funcionamento e métodos de controle. Compreender esses aspectos é fundamental para avaliar o papel central

que os motores de indução desempenham na indústria moderna, onde a demanda por máquinas robustas, confiáveis e de baixo custo de manutenção é cada vez maior.

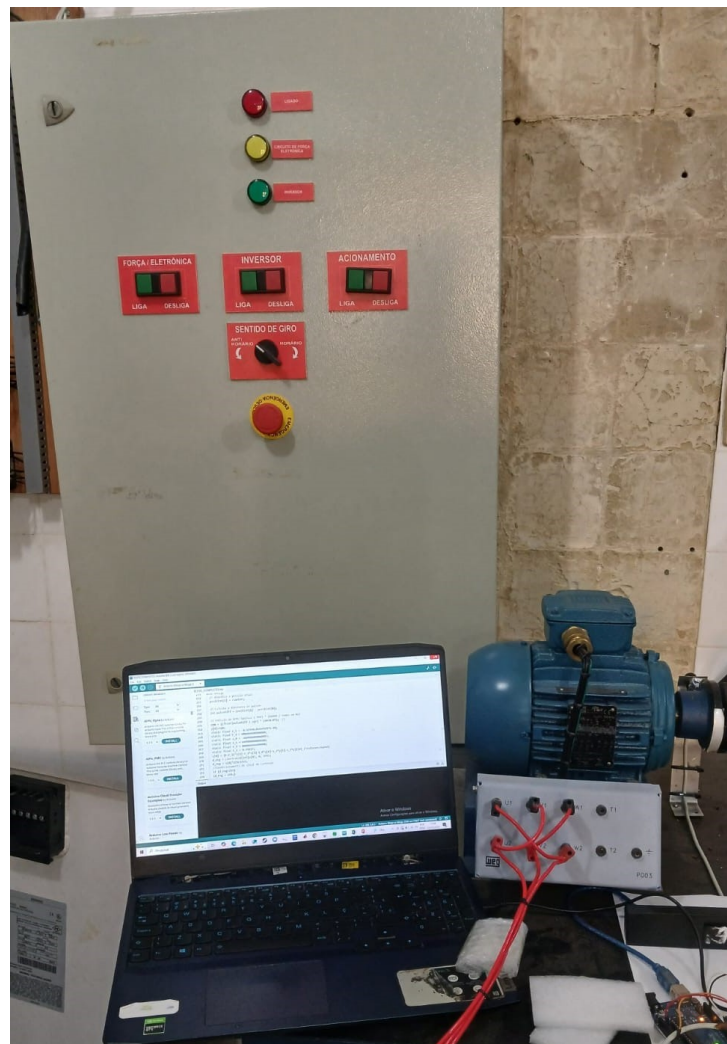
Foi visto que o motor de indução, graças à sua construção simplificada e ausência de elementos de desgaste como escovas e comutadores, se consolidou como a escolha predominante para acionamentos industriais, especialmente em aplicações que exigem alta potência e eficiência. Além disso, as inovações nos métodos de controle, como o controle escalar, controle vetorial e controle em malha fechada, permitiram um avanço significativo na precisão e no desempenho desses motores, tornando-os adequados para uma gama diversificada de aplicações industriais e comerciais.

Dessa forma, o motor de indução continua a ser uma solução essencial e economicamente vantajosa, fornecendo um meio eficiente de conversão de energia elétrica em energia mecânica. As tecnologias de controle avançadas, como o controle vetorial em malha fechada, reforçam ainda mais sua posição de destaque, viabilizando o uso de motores de indução em sistemas que exigem alta precisão e adaptabilidade.

3 ESTUDO DA BANCADA

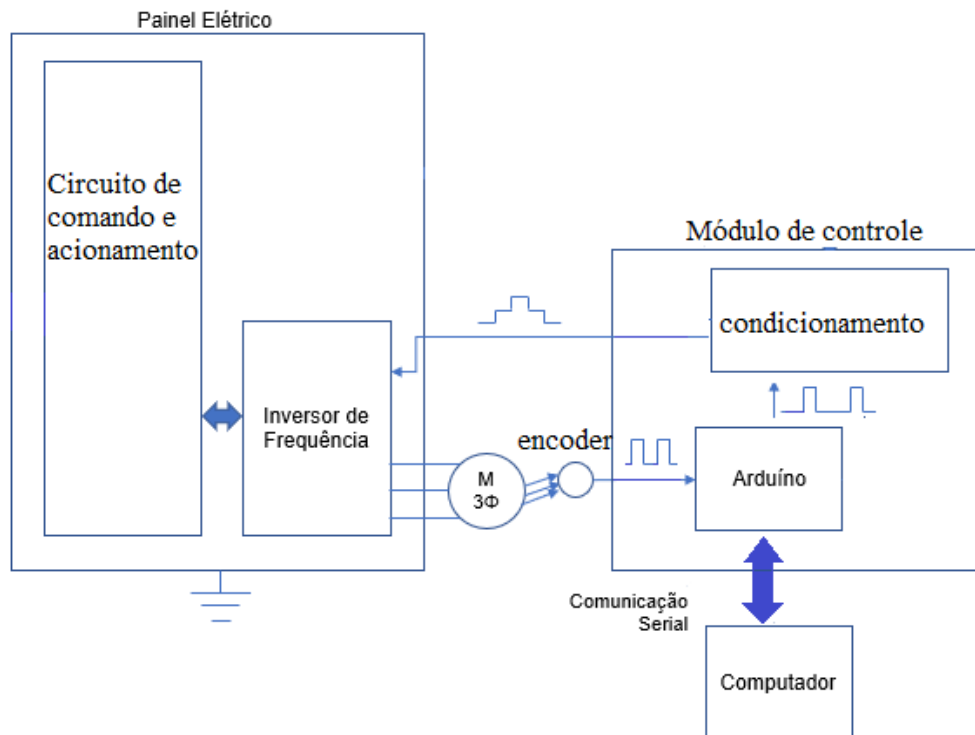
A bancada a ser estudada no trabalho, é uma adaptação da feita em Abrahão (2023). Esta nova planta adaptada será composta por diversos elementos que influenciarão no regime de funcionamento do sistema de potência por completo. Os principais elementos a serem estudados neste capítulo serão: o motor de indução, o inversor, o Arduino, o circuito de condicionamento do sinal de entrada, o encoder e o painel de acionamento e segurança para bancada completa. A Figura 4 é referente a bancada completa, enquanto, a Figura 4 da forma a um modelo adaptado para a bancada de testes.

Figura 4 – Esquemático bancada completa.



Fonte: Autor(2024)

Figura 5 – Esquemático bancada completa.



Fonte: Autor(2024)

3.1 Painel de acionamento e segurança da bancada

O sistema de acionamento do motor de indução trifásico é projetado para atender às especificações exigentes do equipamento. Para isso, o painel de controle é alimentado pela rede de energia elétrica local trifásica, que fornece uma tensão alternada de 127V_{rms} a uma frequência de 60Hz. As três fases estão defasadas entre si em 120°, garantindo um suprimento de energia estável e eficiente.

Além disso, o painel está conectado ao aterramento do prédio, proporcionando uma proteção adicional contra choques elétricos e garantindo a segurança dos operadores.

Em conformidade com os padrões adotados no LACSPOT, a bancada é conectada à energia elétrica por meio de tomadas de sobrepôr 3P+T Steck, que oferecem uma conexão segura e confiável. Essa tomada estará conectada, por sua vez, com um disjuntor, de seu uso único e exclusivo, tripolar de 25A em seguida, um transformador 1:1 é utilizado para isolar o sistema do painel do resto da rede, mantendo o módulo do sinal de alimentação e reduzindo ruídos no secundário do transformador. Além disso, o transformador equilibra as fases que alimentam o sistema (Abrahão, 2023).

Para proteger o circuito contra curtos-circuitos ou sobrecargas, fusíveis NH foram instalados em cada fase do painel. Adicionalmente, dois fusíveis DIAZED de corrente mais baixa são utilizados na alimentação do circuito de comando do sistema, entenda-se contatoras e

botões.

Partindo para o comando do painel este funcionará de maneira concisa, o painel de acionamento funciona da seguinte forma: quando a bancada é conectada à rede de energia elétrica, o operador deve habilitar os disjuntores de força e de comando. Isso faz com que o indicador de energia, denominado L_r , acenda, sinalizando que a bancada está energizada, porém nem o motor, inversor ou circuitos auxiliares estão funcionando nesse estado.

Em seguida, o operador deve acionar o botão de comando, denominado B_c , que fecha o circuito e alimenta o contactor. Isso faz com que o contato de selo de K_2 seja fechado, mantendo a corrente fluindo independentemente do estado do botão B_c . Além disso, os botões normalmente fechados, denominados B_d e B_e , podem desligar o ramo e desabilitar K_2 .

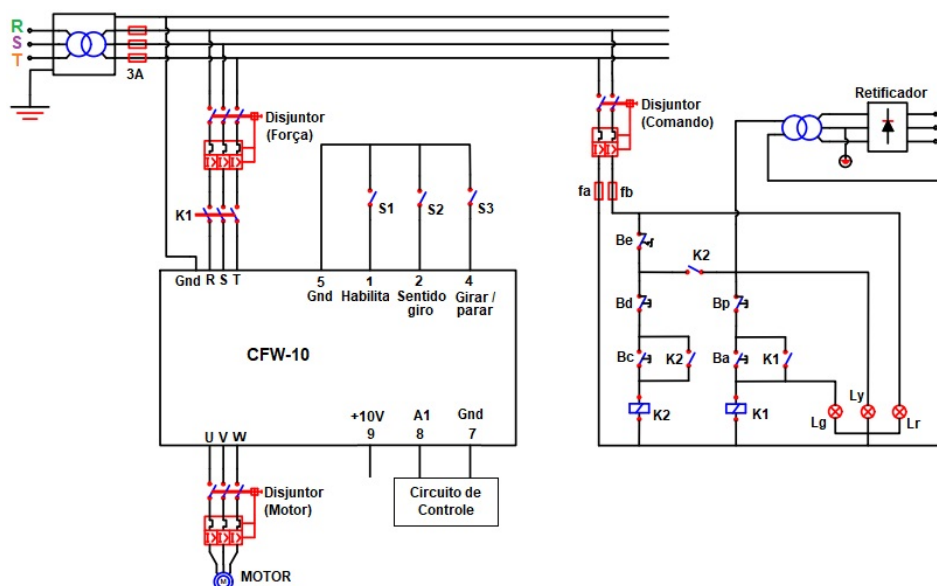
Quando o contactor K_2 está acionado, os circuitos auxiliares são alimentados pelo regulador, o indicador de prontidão, denominado L_y , acende, sinalizando que o circuito de força está pronto, e o ramo capaz de acionar o motor fica disponível.

Para acionar o motor, o operador deve acionar o botão de partida, denominado B_a . Isso faz com que o indicador L_g acenda novamente, o contactor K_1 seja energizado e comute seus contatos, e o inversor receba as três fases da rede e possa ser parametrizado.

As chaves de seleção, denominadas S_1 , S_2 e S_3 , definem quando o motor será habilitado e em qual sentido de giro. Dessa forma, o motor é acionado e controlado conforme o circuito de controle informa ao inversor.

Além disso, os botões de emergência, denominados B_e e B_p , permitem desligar o sistema em caso de emergência, garantindo a segurança do operador e do equipamento. na Figura 6 é possível observar o esquemático completo do equipamento.

Figura 6 – Painel de acionamento e proteção da bancada de controle do motor de indução.



Fonte: (Abrahão, 2023)

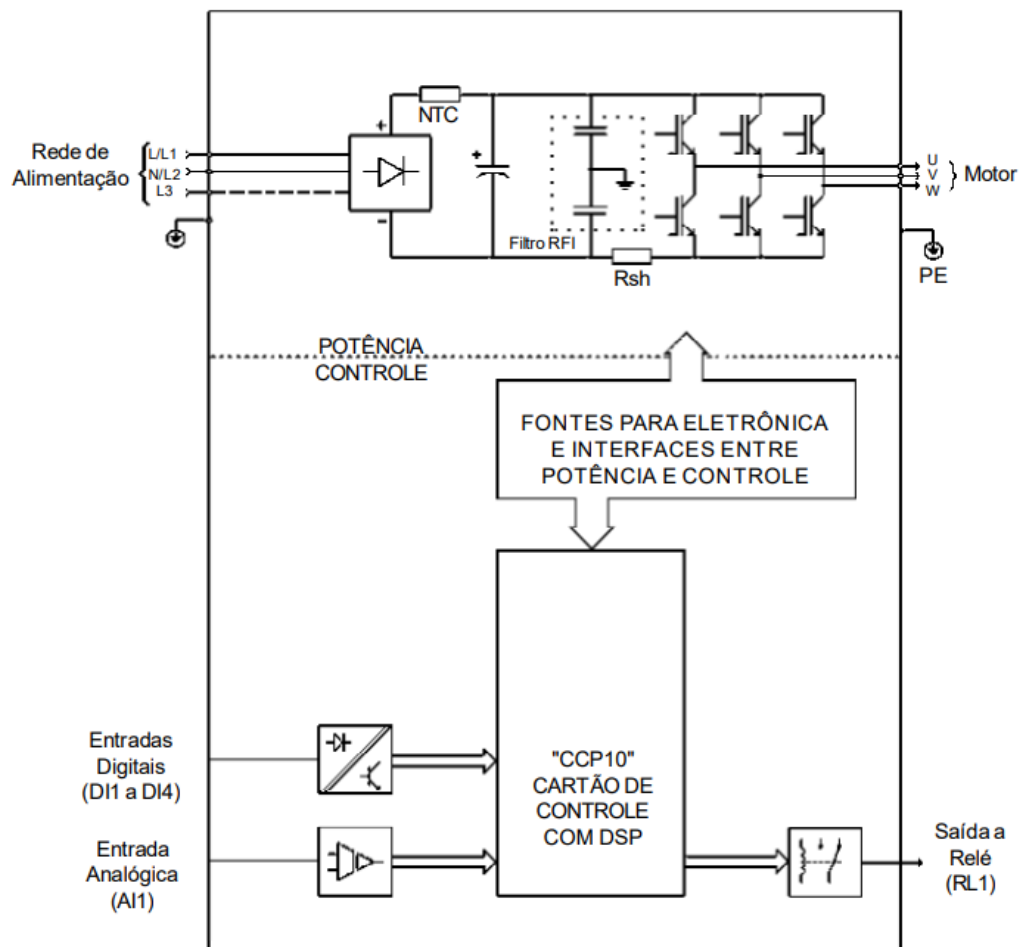
3.2 Inversor de frequência

O inversor de frequência CFW-10 da WEG é um dispositivo voltado ao controle da velocidade de motores de indução trifásicos, especialmente recomendado para aplicações simples como acionamento de bombas, ventiladores e outros sistemas que demandam controle básico de velocidade. Utilizando o método de controle escalar V/F, o CFW-10 ajusta a frequência e tensão aplicadas ao motor, possibilitando uma operação eficiente, com menos perdas de energia. A opção "V/F quadrática", presente nesse inversor, permite ainda reduzir as perdas no motor em aplicações onde o torque exigido diminui conforme a velocidade aumenta, como em bombas e ventiladores centrífugos.

Em motores com rotor de gaiola de esquilo, o inversor de frequência é um componente fundamental para controlar a velocidade de rotação, possibilitando ao motor adaptar-se a diferentes processos industriais. Este tipo de controle é eficiente porque mantém a robustez do motor enquanto varia a velocidade. O CFW-10 ajusta a velocidade síncrona do motor controlando a frequência da tensão de alimentação, mantendo constante a densidade de fluxo magnético a partir da relação V/F. Isso é feito variando proporcionalmente a tensão e a frequência de alimentação, permitindo que o motor opere de forma eficiente em diferentes velocidades, conforme a necessidade do processo.

O inversor de frequência CFW-10 é composto por três blocos principais: o retificador, o link CC e o inversor. O retificador converte a corrente alternada em corrente contínua pulsante, utilizando diodos para essa transformação. O link CC reduz as ondulações na corrente contínua com o uso de capacitores, criando um sinal mais estável. Finalmente, o bloco inversor, com transistores IGBT, modula a corrente para gerar uma onda de saída controlável, que alimenta o motor com a tensão e frequência ideais para o controle da velocidade. Esse processo é conhecido como modulação por largura de pulso (PWM), que varia o período dos pulsos de acordo com a amplitude do sinal de entrada, proporcionando uma tensão eficaz ao motor. O esquemático proposto pela WEG está na Figura 7.

Figura 7 – Inversor de frequência-parte da potência.



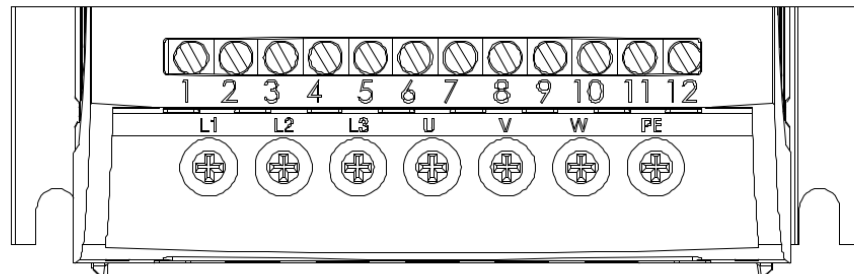
Fonte:(WEG Equipamentos Elétricos S.A., 2013)

O CFW-10 é compacto e versátil, facilitando sua instalação e manuseio em diversos ambientes industriais. Ele opera com tensões entre 208V e 230V, com frequência de 50Hz ou 60Hz e sua saída pode ser ajustada entre 0V e a tensão nominal do motor, com frequências de saída variando de 0Hz a 120Hz. Essa flexibilidade o torna ideal para uma ampla gama de aplicações industriais, como bombas centrífugas, ventiladores, agitadores, misturadores e esteiras transportadoras. Além disso, o inversor pode ser conectado a uma rede trifásica com entradas L1(R), L2(S) e L3(T) e saídas U, V e W para ligação do motor, com pino PE para aterramento.

Para controle e operação, o CFW-10 possui diversas entradas e saídas digitais e analógicas, como aparece no esquema da Figura 7. Quanto ao esquema de ligação para essas entradas digitais e analógicas os pinos 1 ao 4 na carcaça do inversor correspondem as ligações das 4 entradas digitais, o pino 5 é o negativo da entrada analógica 1 enquanto o pino 7 é o positivo, já o pino 6 é o negativo para a entrada analógica 2 enquanto o pino 8 é o positivo, isso tudo é observado na Figura 8. As entradas digitais suportam até 30Vdc, permitindo configurações de controle mais complexas e personalizadas. O dispositivo também possui conectores específicos para sinais de referência analógica, tanto em corrente quanto em tensão, além de uma entrada para

um potenciômetro, que permite ajustes finos na velocidade do motor. O relé auxiliar oferece flexibilidade adicional, possibilitando o acionamento de outros dispositivos a partir de comandos do inversor.

Figura 8 – Bornes para conexão.



Fonte:(WEG Equipamentos Elétricos S.A., 2013)

A interface Interface homem-Máquina (IHM) do CFW-10 é intuitiva, facilitando o ajuste de parâmetros e a configuração para diferentes tipos de aplicação. No manual da WEG, são detalhadas instruções para a instalação e operação, recomendando o uso em aplicações industriais que não demandam controle vetorial sofisticado, mas que ainda exigem precisão e robustez.

Além disso, o CFW-10 é um inversor de frequência que possui um regulador PID interno. Este PID atua sobre a variável de operação externa recebida pelo pino de entrada analógica do inversor, determinando, através desse sinal, uma resposta a ser aplicada na parte de controle de velocidade do motor. Os valores dos ganhos internos desse regulador podem ser alterados, mas, na aplicação prática, utilizaram-se os mesmos descritos no trabalho de Abrahão (2023), com o ganho derivativo nulo e os demais apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Ganhos do regulador interno do inversor

K_p	K_i
0,1	0,1

Fonte: Autor (2024)

Em resumo, o inversor de frequência CFW-10 da WEG é uma solução eficaz para o controle de motores em ambientes industriais, oferecendo uma operação confiável, econômica e adaptável a diversas necessidades, especialmente em processos onde se busca um custo-benefício favorável com controle escalar V/F.

3.3 Motor de indução da bancada

No capítulo anterior, foram detalhados os diversos aspectos construtivos e operacionais dos motores de indução. Neste trecho, o foco será nas características específicas do motor presente

na bancada de testes. Com base nos dados de placa, é possível identificar as características de funcionamento, os valores nominais e os modos operacionais permitidos para o motor. O equipamento em estudo possui especificações que devem ser respeitadas e consideradas durante o desenvolvimento do projeto. A Tabela 2 apresenta os dados mais relevantes do motor.

Tabela 2 – Parâmetros motor

Parâmetro Físico	Valor do Parâmetro
Potência Nominal	1.1kW(1.5 cv)
Tensão Nominal	220V/380V
Corrente Nominal por Fase	4,42A/2,56 A
Frequência	60 Hz
Velocidade Nominal	1715 rpm
Rendimento	81,6%
Fator de Potência	0,8

Fonte: Autor (2024)

3.4 Encoder incremental

Uma adaptação feita em (Abrahão, 2023) foi que para a aplicação na bancada de controle de motor, será utilizado o Encoder NPN Incremental de 600 pulsos por volta, com uma faixa de tensão de operação entre 5 e 24 Vdc e saídas A e B. Este encoder desempenha um papel crucial no monitoramento e controle do motor de indução trifásico, proporcionando um *feedback* preciso de posição e velocidade. A principal função desse dispositivo é gerar sinais digitais em forma de pulsos, os quais são enviados para o sistema de controle, permitindo a medição da rotação do motor em tempo real. Na Figura 9 aparece o encoder já acomplado ao motor.

Figura 9 – Encoder incremental.

Fonte: (Autor, 2024).

Com 600 pulsos por volta, o encoder é capaz de oferecer uma alta resolução, o que significa que a cada rotação completa do eixo do motor, ele gerará 600 pulsos. Isso permite que o sistema de controle receba informações detalhadas sobre a velocidade e a posição do motor, o que é essencial para realizar ajustes finos e garantir que o motor opere de acordo com as especificações do processo. Esse tipo de *feedback* é particularmente importante em aplicações que exigem alta precisão, como as que envolvem sistemas de controle de velocidade e posicionamento.

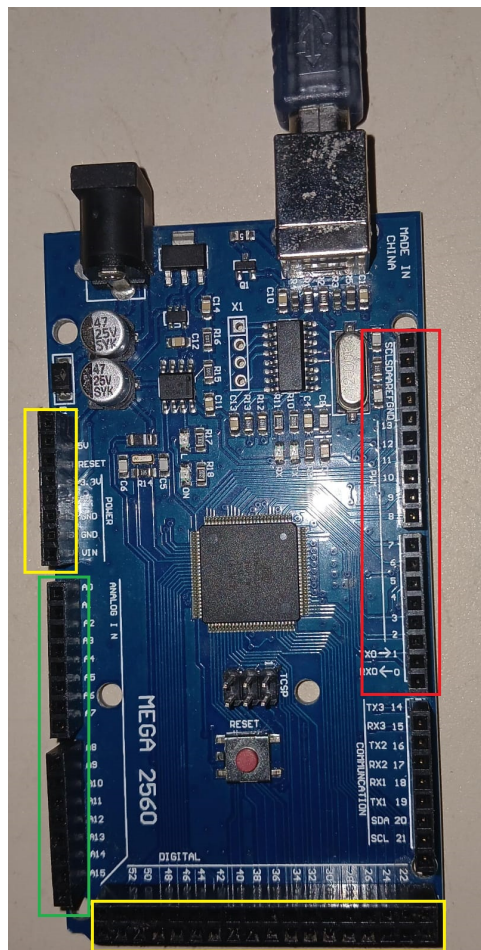
As saídas A e B do encoder são sinais digitais que fornecem informações sobre a direção e a velocidade do motor. A diferença de fase entre os sinais A e B permite que o controlador determine a direção da rotação do motor, enquanto a quantidade de pulsos gerados em um determinado período de tempo indica a velocidade. Esses sinais são processados pelo controlador, como o inversor de frequência, para ajustar a operação do motor, aumentando ou diminuindo a velocidade conforme necessário para atender aos requisitos do processo em questão.

Além disso, como o encoder NPN Incremental é alimentado por uma tensão de operação de 5 a 24 Vdc, isso o torna compatível com a alimentação vinda de um Arduino(5V), tornando-se uma opção ainda mais versátil para diversas aplicações industriais. Essa faixa de tensão permite que o encoder seja integrado facilmente ao painel de controle da bancada, sem a necessidade de fontes de alimentação específicas ou complexas.

3.5 Arduino Mega

O Arduino Mega é uma poderosa plataforma de desenvolvimento de sistema embarcados, ideal para projetos que exigem maior capacidade de processamento e múltiplas conexões, como no caso de sistemas de controle de motores. Com 54 pinos digitais, 16 entradas analógicas. Com 256 KB de memória *flash*, 8 KB de SRAM, e 4 KB de EEPROM, o que o faz ter uma memória mais ampla em comparação com outras versões, além de possuir 8 *bits* em níveis nas suas saídas, o Arduino Mega é perfeito para lidar com sensores e dispositivos como o Encoder NPN Incremental, que será utilizado para medir a velocidade do motor de indução trifásico. Na Figura 10, em amarelo estão os pinos de alimentação do Arduino, em vermelho os pinos digitais e em verde os pinos analógicos.

Figura 10 – Arduino Mega.



Fonte: (Autor, 2024).

No projeto de controle do motor, outra adaptação de Abrahão (2023) será a utilização de peça única de Arduino, o Arduino Mega único será responsável por processar os sinais gerados pelo encoder através dos pinos 1 e 2 de entradas digitais. O Encoder NPN Incremental de 600 pulsos por volta envia sinais digitais (saídas A e B) ao Arduino, que, por meio de interrupções nos pinos digitais, será capaz de contar o número de pulsos gerados durante um intervalo de

tempo. A partir dessa contagem, o Arduino Mega pode calcular a velocidade de rotação do motor, monitorando constantemente a sua performance.

Uma vez que a velocidade do motor é medida, o Arduino será programado para enviar comandos ao inversor de frequência, por meio da saída analógica 9 do Arduino, ajustando a frequência e a tensão de alimentação do motor, garantindo que ele opere dentro de uma faixa de velocidade. O Arduino Mega, com sua capacidade de processamento, pode ajustar esses valores em tempo real para manter a velocidade estável, independentemente das variações de carga no motor. Esse controle é essencial para aplicações que exigem precisão, como em sistemas de automação industrial.

Além disso, o Arduino Mega facilita a integração de outros sensores e dispositivos, tornando-o uma solução versátil para sistemas complexos de controle de motores. Sua plataforma aberta e a grande quantidade de bibliotecas disponíveis garantem flexibilidade para realizar modificações e adaptações conforme as necessidades do projeto. Em resumo, o Arduino Mega é um microcontrolador eficiente, capaz de gerenciar, processar e ajustar dinamicamente a operação do motor de indução, utilizando as leituras do encoder para garantir um controle preciso da velocidade.

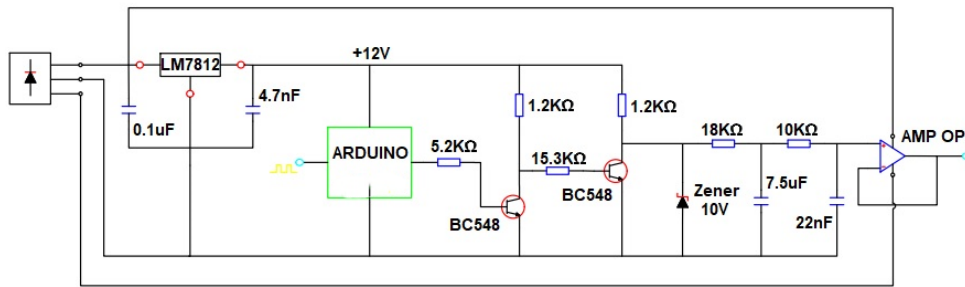
3.6 Circuito de condicionamento para o sinal de controle

O Arduino, por sua natureza, envia sinais de controle na forma de modulação por largura de pulso (PWM), com amplitude variável entre 0 e 5V. Contudo, o inversor exige um sinal analógico contínuo na faixa de 0-10V na sua entrada de referência de tensão para ajustar a operação do motor, o que gera a necessidade de um processo de condicionamento do sinal.

Para adaptar o sinal PWM de 1 KHz gerado pelo Arduino às especificações do inversor, foi proposto um circuito de condicionamento de sinal. Nesse circuito, o primeiro passo é amplificar o sinal PWM de 0-5V através de um arranjo de transformadores, que aumentará a amplitude do sinal para a faixa desejada. Além disso, um diodo Zener será utilizado para limitar o nível máximo do sinal amplificado em 10V, assegurando que o sinal não ultrapasse o valor máximo que o inversor pode ler sem causar danos ao sistema.

Após a amplificação e limitação do sinal, o próximo processo é garantir que o sinal PWM se converta em um sinal analógico contínuo. Para isso, o sinal amplificado passará por dois filtros passa-baixa, com frequências de corte em 1,18Hz e 723,4Hz. Esses filtros têm como função integrar os pulsos PWM, suavizando a forma do sinal e transformando-o em uma variação contínua de tensão. Com a combinação desses filtros, o sinal final terá um formato suave, com uma amplitude de 0 a 10V, atendendo às exigências do inversor de frequência e permitindo um controle preciso da velocidade do motor, na Figura 11 é possível observar o circuito.

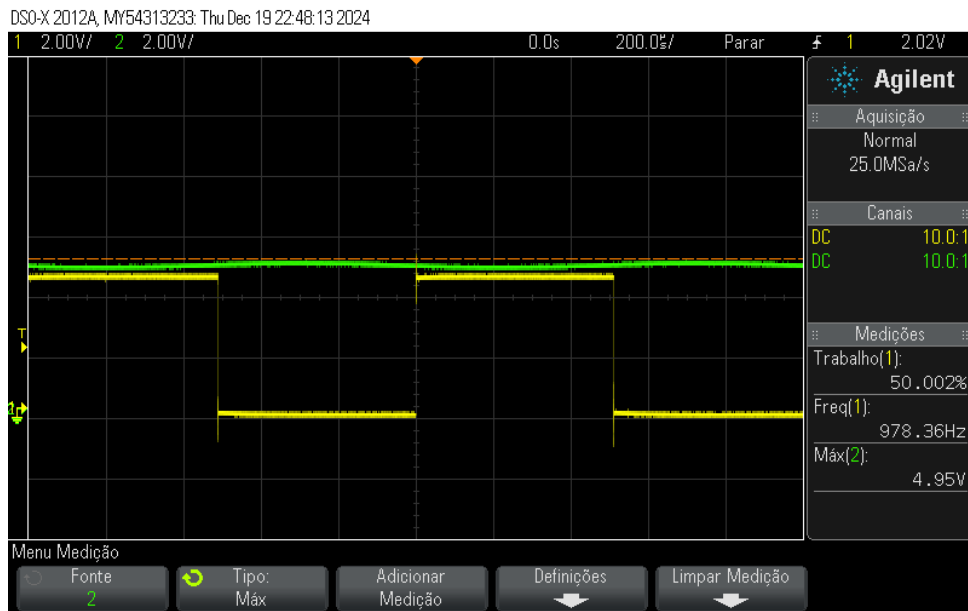
Figura 11 – Circuito de condicionamento.



Fonte: (Abrahão, 2023).

Esse processo de condicionamento do sinal assegura que o Arduino Mega possa interagir de forma eficiente com o inversor, fornecendo um controle de velocidade de alta precisão para o motor de indução. Na Figura 12 aparece o teste realizado no circuito de condicionamento com auxílio de um osciloscópio, para um ciclo de trabalho de 50% no pino do Arduino, e onde a saída após o condicionamento aparece em verde.

Figura 12 – Entrada e saída do circuito de condicionamento.



Fonte: (Autor,2024).

4 IDENTIFICAÇÃO DE UM MODELO DINÂMICO DA PLANTA ADEQUADO PARA O CONTROLE

4.1 Modelagem do Sistema

A modelagem de sistemas é um componente essencial na engenharia de controle, permitindo a criação e análise de representações matemáticas que capturam as dinâmicas e características principais de sistemas reais. Segundo (Ogata, 2007), o objetivo central da modelagem é desenvolver um modelo matemático que represente o sistema com precisão suficiente para o propósito pretendido, de forma que possa ser utilizado de maneira eficaz na simulação e controle.

Para garantir que as simulações realizadas com o modelo sejam úteis e representem o comportamento real do sistema, a qualidade da modelagem é de extrema importância. A validade dos resultados obtidos nas simulações depende diretamente da capacidade do modelo de captar as características mais relevantes do sistema real. Estudos focados em simulação de sistemas dinâmicos ressaltam que a escolha adequada do modelo impacta diretamente a precisão dos resultados e, conseqüentemente, a eficácia das estratégias de controle a serem aplicadas.

No entanto, é necessário ponderar que a complexidade excessiva do modelo não é sempre desejável e nem sempre resulta em maior precisão. Para Ogata (2007), um modelo ideal deve ser simples e eficiente, já que a obtenção de um modelo perfeito e completo é uma tarefa inviável. Na prática, o objetivo é atingir um equilíbrio entre complexidade e precisão, criando uma representação simplificada que capture os aspectos essenciais do sistema sem exigir um esforço computacional excessivo ou se tornar difícil de manusear.

A modelagem matemática é amplamente aplicada em projetos de controle e automação. Sua importância reside na capacidade de prever estados futuros do sistema, analisar o desempenho sob diferentes condições, detectar falhas, e projetar controladores adequados para garantir um funcionamento otimizado. Além disso, a modelagem permite aprimorar a eficiência operacional, reduzir custos e elevar a qualidade da produção. Outro aspecto fundamental da modelagem é sua utilidade na análise de estabilidade e robustez do sistema, elementos cruciais para o funcionamento seguro e eficaz do mesmo. Conforme abordado por especialistas em controle moderno, a estabilidade é uma característica indispensável dos sistemas de controle, e uma análise detalhada é fundamental para assegurar que o sistema operará conforme o esperado.

A modelagem é também uma ferramenta poderosa para a otimização de processos. Como argumenta (Edgar; Himmelblau; Lasdon, 2001), o processo de otimização sistemática para encontrar a melhor solução para um dado problema envolve a definição clara de variáveis de controle e a consideração das restrições impostas. Esse processo visa identificar soluções que melhorem o desempenho do sistema, muitas vezes explorando caminhos alternativos para alcançar os objetivos de forma mais eficiente.

De modo geral, a modelagem de sistemas fornece uma base sólida para a simulação, análise e otimização de sistemas reais. A qualidade do modelo matemático é um fator determinante na precisão dos resultados obtidos, e sua escolha deve ser feita com rigor para assegurar que o modelo seja adequado ao propósito para o qual será utilizado.

A modelagem matemática pode ser realizada a partir de diferentes abordagens, cada uma adequada a distintos cenários e níveis de conhecimento do sistema. Abaixo estão descritas as principais abordagens:

1. **Modelagem Caixa Branca (ou Modelagem Fenomenológica):** Essa abordagem depende de um conhecimento profundo sobre o sistema e das relações matemáticas que descrevem os fenômenos presentes. Baseia-se em uma análise físico-matemática, que considera as leis físicas e as características internas do sistema, permitindo uma modelagem fundamentada na compreensão detalhada de sua estrutura e funcionamento.
2. **Modelagem Caixa Preta (ou Identificação de Sistemas):** Ao contrário da modelagem caixa branca, esta técnica não requer conhecimento prévio do sistema e é baseada em métodos experimentais para a construção do modelo. É particularmente útil em situações onde as características internas do sistema não estão completamente disponíveis ou são muito complexas para serem modeladas analiticamente. A partir de dados de entrada e saída, métodos de identificação podem gerar um modelo matemático que pode ser linear, não linear, estático, dinâmico, determinístico ou estocástico, dependendo das necessidades e características do sistema analisado.
3. **Modelagem Caixa Cinza:** Esta abordagem combina elementos da modelagem caixa branca e da caixa preta, proporcionando uma solução intermediária. Ao mesclar conhecimento teórico parcial sobre o sistema com dados experimentais, a modelagem caixa cinza busca uma representação híbrida, que pode balancear o custo computacional e a precisão do modelo, aproveitando o que há de melhor nas duas abordagens.

Em resumo, a escolha da abordagem de modelagem deve considerar fatores como o nível de conhecimento sobre o sistema, a complexidade desejada do modelo e as restrições de tempo e recursos disponíveis. Cada abordagem apresenta vantagens e desvantagens, e a escolha correta é fundamental para que o modelo atenda aos requisitos específicos do projeto de controle e automação em que será aplicado.

4.2 Resposta ao Degrau em Malha Aberta

A análise de resposta ao degrau em malha aberta é uma técnica fundamental na engenharia de controle, sendo amplamente utilizada para caracterizar o comportamento dinâmico de sistemas (Ogata, 2007). A escolha desse método se deve à sua simplicidade e eficácia, permitindo, a

partir da aplicação de de uma entrada conhecida, observar o comportamento de saída do sistema ao longo do tempo. Dessa forma, é possível obter informações críticas sobre as propriedades do sistema, como a velocidade de resposta, o tempo de acomodação, o ganho estático, entre outros parâmetros. Essas informações são fundamentais para a modelagem precisa do sistema e a seleção de estratégias de controle apropriadas (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2005).

A resposta ao degrau em malha aberta é especialmente útil para sistemas onde se deseja entender o comportamento natural e inalterado do sistema sem interferência de controladores. Em outras palavras, essa abordagem fornece uma visão "pura" das dinâmicas do sistema, revelando a maneira como ele reage a uma mudança brusca na entrada. A partir desses dados, é possível construir uma representação matemática que captura as características mais importantes da planta e permite sua simulação e controle em ambientes variados (Nise, 2011).

4.2.1 Parâmetros da Resposta ao Degrau

Ao observar a resposta ao degrau de um sistema, diversos parâmetros fundamentais podem ser determinados. Esses parâmetros são indicadores diretos do desempenho e das limitações do sistema e são descritos a seguir (Dorf; Bishop, 2008):

- **Tempo de Subida (T_r):** Este é o tempo que o sistema leva para sair do estado inicial e alcançar uma certa porcentagem do valor final (geralmente 90%). O tempo de subida é diretamente relacionado à rapidez com que o sistema responde a alterações na entrada. Quanto menor o tempo de subida, mais rápido o sistema reage (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2005).
- **Tempo de Pico (T_p):** Refere-se ao tempo em que a resposta atinge o valor máximo, ou seja, o pico antes de se acomodar. Esse valor é importante, especialmente em sistemas de segunda ordem, pois indica a presença de oscilações e a tendência do sistema a ultrapassar o valor de regime permanente (Ogata, 2007).
- **Tempo de Acomodação (T_{set}):** Este parâmetro representa o tempo necessário para que a resposta permaneça dentro de uma faixa específica ao redor do valor final (normalmente 2% a 5%) sem sair novamente dessa faixa. Um tempo de acomodação mais curto é geralmente desejado, pois indica que o sistema se estabiliza rapidamente após uma mudança na entrada (Dorf; Bishop, 2008).
- **Ganho Estático (K):** O ganho estático representa a relação entre a amplitude da entrada e a amplitude do valor de regime permanente da saída. Este parâmetro é crucial para determinar a sensibilidade do sistema a variações na entrada (Nise, 2011).
- **Constante de Tempo (τ):** Em sistemas de primeira ordem, a constante de tempo é um indicador da velocidade de resposta. É definida como o tempo necessário para que a

resposta alcance aproximadamente 63,2% do valor final. Em geral, uma constante de tempo menor implica uma resposta mais rápida (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2005).

- **Overshoot(O_s):** O overshoot é a quantidade pela qual a resposta excede o valor final antes de estabilizar. Este é um parâmetro importante para sistemas que não devem ultrapassar certos limites, como em aplicações sensíveis à precisão. O overshoot pode indicar problemas de estabilidade ou a necessidade de ajustes no controle (Ogata, 2007).
- **Oscilações e Amortecimento:** Em sistemas de segunda ordem, a presença de oscilações na resposta indica raízes complexas no polinômio característico do sistema. A quantidade de oscilação e o tempo de amortecimento refletem a estabilidade e robustez do sistema. Quanto maior o fator de amortecimento, menor é a tendência de oscilações e mais rápida é a estabilização do sistema (Dorf; Bishop, 2008).

4.2.2 Método Gráfico para Determinação dos Parâmetros

Após aplicar um degrau ao sistema, pode-se observar sua resposta gráfica para identificar os parâmetros descritos. Em sistemas de primeira ordem, o gráfico normalmente apresenta um comportamento exponencial simples, aproximando-se gradualmente do valor final sem oscilações. Essa característica facilita a análise da constante de tempo e do ganho estático (Nise, 2011).

Em sistemas de segunda ordem, onde o comportamento é mais complexo, o gráfico da resposta pode exibir oscilações antes de alcançar o valor final. Esse comportamento indica a presença de uma dinâmica mais complexa, associada ao fator de amortecimento e à frequência natural do sistema (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2005). Com esses dados, é possível identificar características importantes como o overshoot, a frequência de oscilação e a velocidade de amortecimento, que são parâmetros essenciais para o ajuste de controladores.

4.2.3 Modelagem Matemática da Resposta ao Degrau

Para representar matematicamente a resposta ao degrau, utiliza-se a função de transferência do sistema, que estabelece a relação entre a entrada e a saída no domínio da frequência. A função de transferência pode ser expressa como uma razão entre polinômios em s , sendo s a variável complexa de Laplace (Ogata, 2007).

1. **Sistema de Primeira Ordem:** A função de transferência de um sistema de primeira ordem é dada por:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (4.1)$$

onde K é o ganho estático e τ é a constante de tempo. A resposta ao degrau desse sistema é uma curva exponencial que se aproxima assintoticamente do valor final K (Dorf; Bishop,

2008). Este tipo de sistema é amplamente utilizado para modelar processos simples, como sistemas térmicos e hidráulicos.

2. **Sistema de Segunda Ordem:** A função de transferência de um sistema de segunda ordem é expressa como:

$$G(s) = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} e^{-\theta s} \quad (4.2)$$

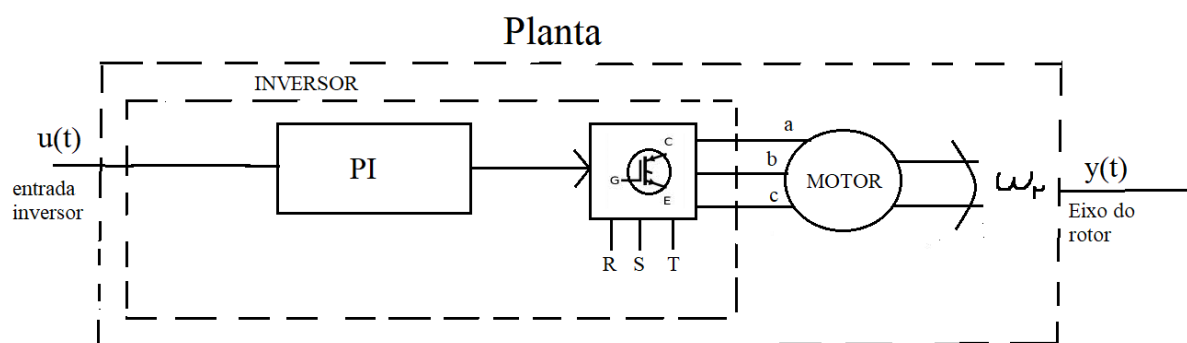
onde K corresponde a razão de ganho do sistema, ω_n é a frequência natural, ζ é o fator de amortecimento. Para sistemas subamortecidos ($0 < \zeta < 1$) e θ é o atraso do sistema, a resposta ao degrau exibe oscilações antes de se estabilizar no valor final (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2005). Esse comportamento é comum em sistemas mecânicos como massa e mola, motor-freio, onde a inércia e o atrito produzem um efeito oscilatório.

4.3 Estudo da Curva de Resposta ao Degrau

Neste estudo, o sistema é tratado como uma "caixa preta", onde é feito um estudo em conjunto entre a dinâmica do regulador PI interno do inversor, e a dinâmica do próprio motor, isso tudo por meio de sensores na entrada analógica do inversor e no eixo do rotor. Essa abordagem permite a aplicação de um sinal de degrau na entrada do inversor para observar a resposta do sistema ao longo do tempo, na forma de velocidade do rotor.

Conforme ilustrado na Figura 13 é apresentado o esquemático da planta trabalhada. O que será identificado no capítulo será a função de transferência para a planta completa (inversor-motor).

Figura 13 – Planta completa regulador mais motor.



Fonte: (Autor, 2024).

Para realizar os testes, configurou-se uma amostragem de 4 ms no microcontrolador Arduino Mega. Este possui 256 níveis distintos (8 bits) de tensão de saída PWM, que variam de 0 a 5V. Considerando a frequência nominal do motor em 60 Hz, a faixa de 0 a 255 níveis PWM foi definida como proporcional a uma variação de 0Hz a 60Hz na frequência de rotação do motor.

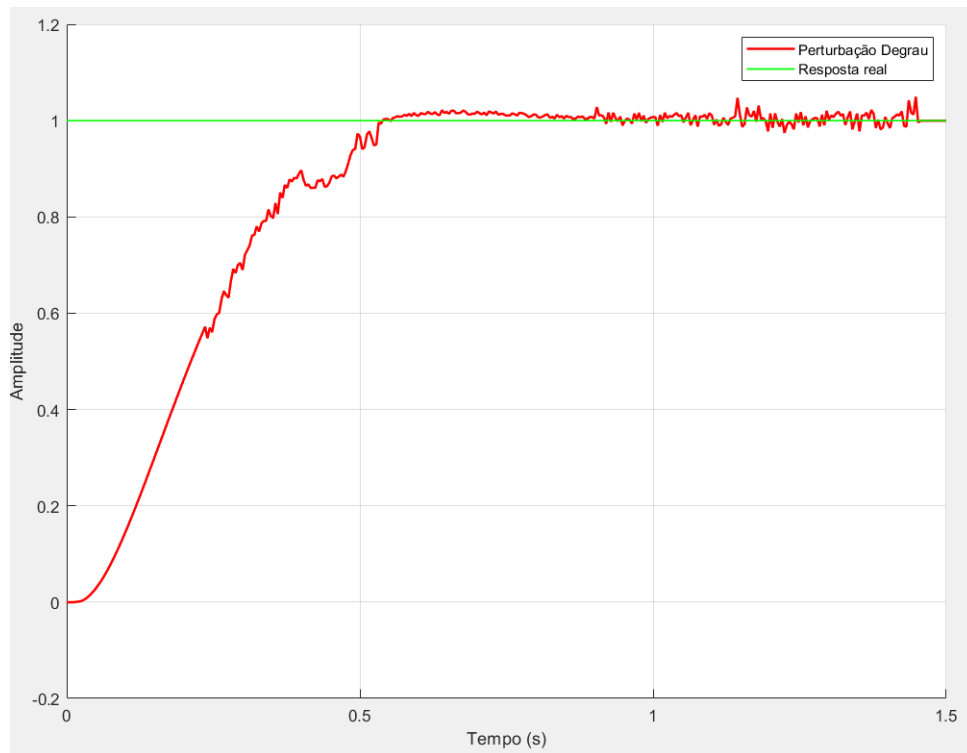
O Arduino Mega comunica-se com o inversor WEG CFW-10 através de um circuito de condicionamento de sinal, que eleva o sinal PWM de 0-5V para a faixa de 0-10V, necessária para as entradas analógicas do inversor. Entre os parâmetros ajustados no CFW-10, foram definidos valores nominais de tensão e corrente, assim como os valores mínimo e máximo de frequência. Essas configurações estabelecem a correspondência entre o nível de entrada de 0 a 255 (PWM) e a velocidade de rotação do eixo do motor em função da frequência de entrada.

Para monitorar a saída do sistema, o Arduino Mega registra os pulsos de um *encoder* incremental com 600 pulsos por volta. Cada pulso detectado pelo *encoder* representa uma fração da rotação do eixo do motor, onde uma volta completa equivale a 600 pulsos. Esse dado permite calcular a velocidade de rotação em função da frequência de entrada aplicada, facilitando a análise da resposta ao degrau.

Para o motor utilizado neste experimento, a velocidade nominal é de 1715 rpm, correspondendo a uma frequência de 60 Hz. Isso significa que, ao aplicar um sinal de controle configurado para 60 Hz, o motor deverá operar próximo de sua velocidade nominal de 1715 rpm. Essa relação entre frequência e velocidade de rotação é crucial para o controle preciso do sistema, pois permite que a faixa de variação de frequência aplicada ao motor seja diretamente proporcional à sua rotação. Desta forma, o sistema de controle baseado no Arduino Mega pode ajustar a frequência de entrada de 0 a 60 Hz, regulando a velocidade do motor de 0 até a faixa nominal de 1715 rpm, o que simplifica o processo de ajuste e calibração do sistema.

No experimento, o motor é configurado inicialmente em repouso, correspondendo a uma frequência de 0 Hz. Em um determinado instante, a frequência de referência de entrada é aumentada abruptamente para 686rpm, mantendo-se neste valor. Esse incremento é programado no Arduino Mega, configurando a faixa PWM para a variação desejada de 0 a 24 Hz. Assim, o valor PWM se ajusta de 0 (correspondente a 0 Hz) até o valor proporcional a 24 Hz (correspondente a 686rpm). O sinal gerado pelo Arduino Mega é registrado e transferido para um computador via monitor serial, onde é posteriormente salvo e processado.

Os dados foram plotados em função do tempo usando o software MATLAB. O gráfico resultante é mostrado na Figura 14. Essa curva apresenta a resposta do sistema à entrada em degrau normalizado, onde 1 representa 686rpm, permitindo a análise normalizada dos parâmetros de desempenho, como tempo de subida, tempo de acomodação e overshoot.

Figura 14 – Curva de resposta ao degrau.

Fonte: (Autor, 2024).

Apesar da presença de ruídos no sinal, a envoltória da curva permitiu uma estimativa próxima dos parâmetros desejados, como tempo de subida e tempo de acomodação, durante o regime transitório. Esses parâmetros são fundamentais para entender o comportamento dinâmico do sistema e ajustar adequadamente as estratégias de controle.

Feita a coleta de dados pode-se concluir que a curva obtida possui características de uma função de 2º ordem, visto que o transitório possui um leve formato de *s*, além de a resposta ser um tanto quanto rápida para o sistema, alcançando o valor de regime antes de atingir 1s(segundo), além disso pelo o sinal de entrada ser identificado como um degrau unitário pode-se inferir que o ganho estático da planta na situação é unitário. Portanto, a função de transferência que rege a curva será da forma da equação 4.2. Para fins de modelo, retiramos alguns características da curva, estas constam na tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros do Sistema

Overshoot	$T_{r(10\%-90\%)}(s)$	Tp (s)	$T_{set} (s)$	$\theta (s)$	Mp (pu)
2,118%	0,396	0,64	0,68	0,016	0,02118

Fonte: Autor (2024)

Para o sistema estudado tem-se um overshoot de 2,118%, com base nisso aplica-se a

equação 4.3 que consta em (Ogata, 2007) para encontrar o valor aproximado de ζ .

$$M_p = e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi} \quad (4.3)$$

Na substituição de valores encontra-se ζ igual a 0,7752, em seguida usa-se a equação 4.4, válida para o critério de estabilidade de 2% a fim de encontrar o valor de ω_n .

$$T_{set} \approx \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (4.4)$$

Para o sistema ($\zeta = 0,7752$), e com o valor de tempo de estabilização $T_{set} = 0,68$ s, a expressão se torna:

$$\omega_n \approx \frac{4}{(0,68)(0,7752)} \approx 7,5885 \text{ rad/s} \quad (4.5)$$

Assim, a função de transferência do sistema, considerando o atraso, ganho unitário, pode ser expressa como:

$$G(s) = \frac{(7,5885)^2 e^{-0,016s}}{s^2 + 2(7,5885)(0,7752)s + (7,5885)^2} = \frac{57,59 e^{-0,016s}}{s^2 + 11,76s + 57,59} \quad (4.6)$$

Outra alternativa de modelo seria considerar o sistema como sendo criticamente amortecido, visto que o overshoot medido no sistema real foi muito baixo como consta na tabela 3. Sendo assim, partindo da equação

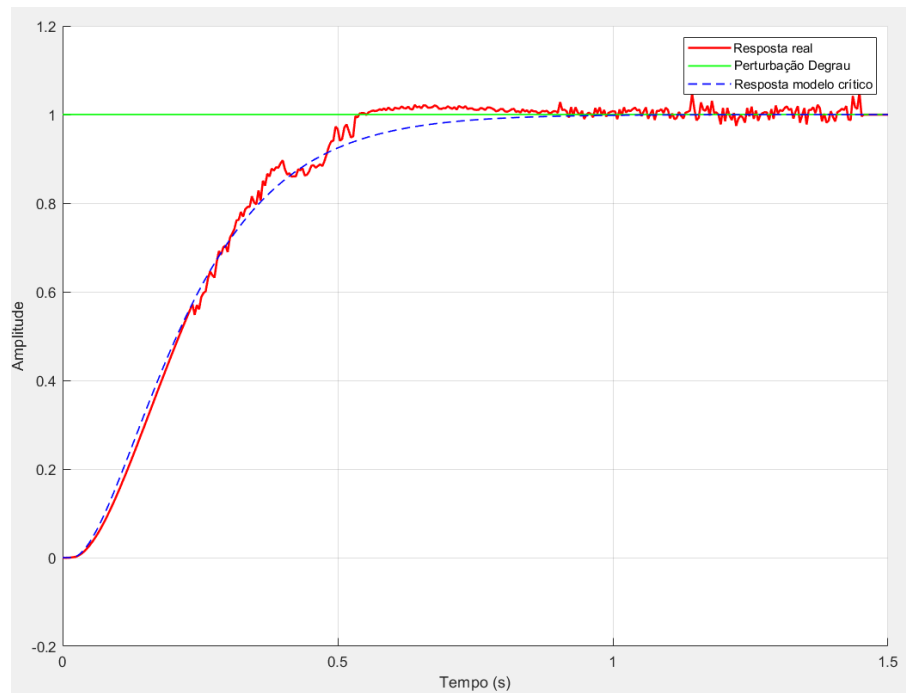
$$\omega_n \approx \frac{3,4}{T_r} \approx 8,7629 \text{ rad/s} \quad (4.7)$$

Novamente substituindo o valor de (ω_n) na equação 4.2, tem-se que :

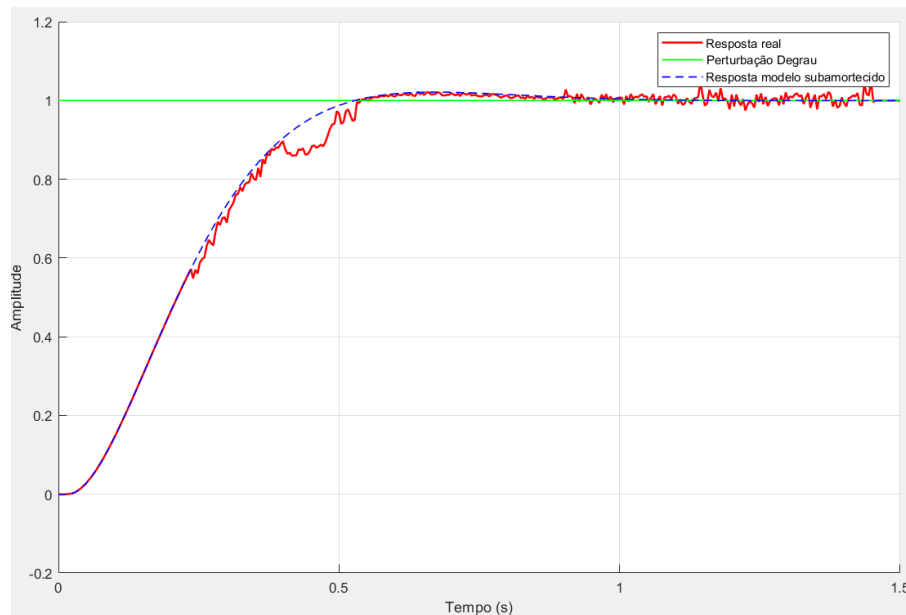
$$G_{crit}(s) = \frac{(8,7629)^2 e^{-0,016s}}{s^2 + 2(8,7629)(1)s + (8,7629)^2} = \frac{76,79 e^{-0,016s}}{s^2 + 17,53s + 76,79} \quad (4.8)$$

4.3.1 Considerações Finais

As figuras 15 e 16 apresentam os resultados das simulações dos modelos desenvolvidos, realizadas utilizando o software Matlab. Nessas figuras, são mostradas as respostas obtidas para cada modelo, permitindo uma comparação visual e quantitativa do desempenho entre as diferentes abordagens implementadas.

Figura 15 – Comparação modelo crítico com resultado medido.

Fonte: (Autor, 2024).

Figura 16 – Comparação modelo subamortecido com resultado medido.

Fonte: (Autor, 2024).

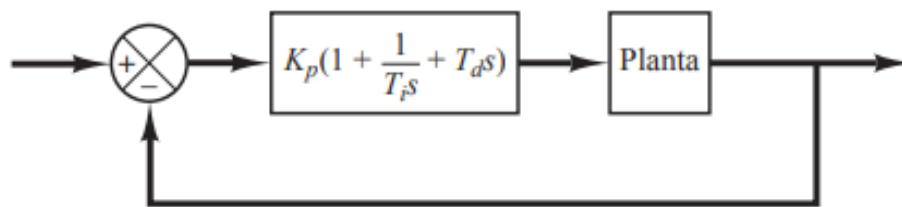
Ambos os modelos apresentam-se como respostas apropriadas ao sistema e possuem a mesma complexidade, visto que ambos são de 2ª ordem. No entanto, a depender do tipo de sintonia de controle aplicado, pode ser mais vantajoso optar pelo modelo crítico do sistema, uma vez que esse modelo apresenta raízes no eixo real, permitindo o uso de métodos como a regra da metade para a redução da ordem. Essa estratégia se mostra particularmente eficiente, principalmente na implementação do PI.

5 IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR PI

No capítulo anterior, estabeleceu-se o comportamento dinâmico da planta em estudo, por meio de uma modelagem experimental. Esse modelo matemático permite uma representação aproximada do sistema em malha aberta, onde a resposta do sistema se desenrola sem interferência externa, obedecendo apenas à entrada de referência e às características intrínsecas da planta. Em sistemas de malha aberta, tal configuração pode ser viável para processos industriais em que perturbações externas são mínimas, ou onde variações no regime transitório e na precisão da saída não são críticas (Ogata, 2007).

Para muitos processos industriais, contudo, essas condições ideais são impraticáveis, exigindo a introdução de um controlador para ajustar a resposta da planta. Em uma malha de controle fechada, como representado na Figura 17, o sistema se retroalimenta: a saída é continuamente comparada com a referência, e o erro resultante $e(t)$ é processado pelo controlador, que está na forma do PID acadêmica, para ajustar o sinal de controle $u(t)$ de forma a minimizar esse desvio. Esse procedimento de realimentação permite que o sistema alcance as especificações de desempenho exigidas, mesmo com a presença de perturbações (Åström; Hägglund, 1995).

Figura 17 – Esquemático controlador em malha fechada.



Fonte: (Ogata, 2007).

5.1 Controladores PID: Estrutura e Objetivos

Controladores PID são amplamente utilizados devido à sua eficácia em alcançar um desempenho preciso. Além de sua implementação simples, os controladores PID oferecem uma solução econômica e versátil, explicando seu uso em aproximadamente 90% das aplicações industriais (Åström; Hägglund, 1995). A estrutura básica de um controlador PID pode ser descrita pelas Equações (5.1) e (5.2):

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (5.1)$$

$$u(t) = [P] \cdot e(t) + [I] \cdot e(t) + [D] \cdot e(t) \quad (5.2)$$

Na prática, o controlador PID ajusta a resposta do sistema através de três ações de controle. O componente Proporcional (P) reage diretamente ao erro, ajustando o sinal de controle de acordo com a magnitude do desvio. A ação Integral (I) acumula o erro ao longo do tempo, corrigindo desvios persistentes e buscando eliminar o erro de regime. Por último, a ação Derivativa (D) antecipa tendências de variação do erro, acelerando a resposta em caso de mudanças abruptas. Combinando essas três ações, obtém-se a função de transferência do controlador, descrita pela Equação (5.3):

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (5.3)$$

onde:

- K_p é o ganho proporcional;
- T_i é o tempo integral ($T_i = \frac{K_p}{K_i}$);
- T_d é o tempo derivativo ($T_d = \frac{K_d}{K_p}$).

5.2 Método da Half-Rule de Skogestad

O método da *Half-Rule* (ou Regra da Metade), proposto por Sigurd Skogestad, simplifica o processo de ajuste de controladores para plantas de alta ordem ao transformar o sistema em uma aproximação de primeira ordem com atraso de transporte, conhecida como Sistema de primeira ordem mais tempo morto (FOPDT) (*First Order Plus Dead Time*). Essa técnica permite representar sistemas de controle complexos de forma simplificada, facilitando o ajuste e o projeto de controladores, especialmente para aqueles casos em que a obtenção de um modelo matemático preciso da planta é desafiadora devido à presença de dinâmicas complexas ou não lineares (Skogestad, 2003).

5.2.1 Visão Geral e Aplicabilidade

A Half-Rule de Skogestad aplica-se a sistemas cujas respostas transitórias não possuem sobressinal significativo, o que indica que os polos dominantes do sistema estão posicionados de forma crítica ou próximo ao eixo real do plano complexo. Quando aplicável, este método gera uma simplificação significativa da resposta, mantendo as principais características do comportamento dinâmico da planta.

Para que o sistema seja reduzido a um modelo FOPDT pela Half-Rule, é necessário que ele apresente polos reais dominantes e um atraso de transporte moderado. A ausência de polos complexos conjugados é um critério essencial, pois a Half-Rule não lida bem com sistemas oscilatórios (Skogestad, 2003). Nesses casos, a aproximação FOPDT mantém a precisão no

comportamento de primeira ordem, fornecendo informações úteis para o ajuste dos parâmetros do controlador, incluindo ganho proporcional (K_p), tempo integral (T_i) e tempo derivativo (T_d), conforme sugerido por técnicas de sintonia como as de Ziegler-Nichols e outras (Ziegler; Nichols, 1942).

5.2.2 Derivação e Aplicação da Half-Rule

Para utilizar o método da Half-Rule, a função de transferência de uma planta de alta ordem pode ser representada pela expressão geral:

$$G(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} e^{-\theta s} \quad (5.4)$$

Onde K é o ganho estático da planta, T_i são as constantes de tempo associadas a cada polo, e θ representa o atraso de transporte. Nesse caso a implementação da função de transferência do modelo criticamente amortecido é a mais favorável, visto que para esse caso ambas as raízes do polinômio estarão no semiplano esquerdo do plano imaginário, e ainda serão reais.

De acordo com a Half-Rule, a constante de tempo equivalente τ de um sistema de primeira ordem é obtida pela soma da maior constante de tempo com metade da segunda maior:

$$\tau = T_1 + \frac{T_2}{2} \quad (5.5)$$

Essa soma fornece um valor τ que representa a constante de tempo da resposta global do sistema, enquanto o valor de θ será dado pela soma do atraso original com metade da segunda maior constante de tempo mais todas as outras com exceção da maior.

$$\theta = \theta_1 + \frac{T_2}{2} + T_3 \dots + T_{n-1} + T_n \quad (5.6)$$

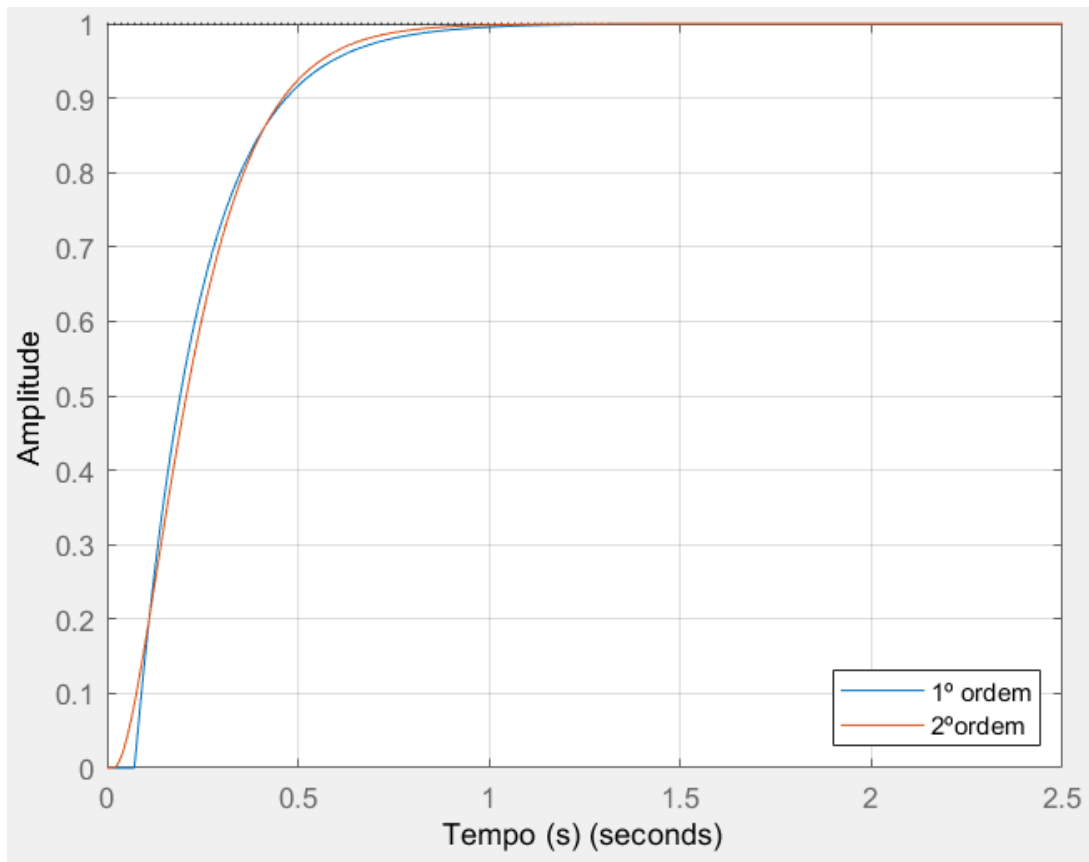
Assim, manipulando a equação 4.8, tem-se a nova equação abaixo:

$$G_{\text{crit}}(s) = \frac{76,79e^{-0,016s}}{(s + 8,9527) \cdot (s + 8,5773)} = \frac{1e^{-0,016s}}{\left(\frac{1}{8,9527}s + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{8,5773}s + 1\right)} \quad (5.7)$$

Substituindo os valores da nova equação 5.7 nas equações 5.5 e 5.6, encontra-se $\theta = 0,0718$ e $\tau = 0,1724$. Por fim, o modelo atualizado da planta em 1º ordem será dado na equação abaixo

$$g_1(s) = \frac{1}{(0,1724s + 1)} e^{-0,0718s} \quad (5.8)$$

Na figura 18 consta a resposta do modelo criticamente amortecido e o de 1º ordem obtido pela regra da metade.

Figura 18 – Resposta ao degrau modelo criticamente amortecido e modelo de 1º ordem.

Fonte: (Autor, 2024).

5.3 Sintonia de Controladores PID pelo Método de Ziegler-Nichols

O método de Ziegler-Nichols é um dos mais tradicionais para a sintonia de controladores PID e oferece uma base inicial para ajuste fino dos parâmetros K_p , T_i e T_d . Desenvolvido na década de 1940, esse método é fundamentado em testes experimentais, analisando a resposta do sistema à entrada em degrau, ou avaliando o ganho proporcional que provoca uma resposta marginalmente estável (Ziegler; Nichols, 1942).

Existem dois métodos principais para a sintonia de controladores PID de acordo com Ziegler e Nichols:

5.3.1 Primeiro Método

Este método baseia-se na resposta ao degrau unitário e é ideal para sistemas cuja curva de resposta possui uma forma em "S". Utilizando-se de uma entrada em degrau, obtém-se a curva de resposta da planta e, a partir da linha tangente no ponto de inflexão, define-se as constantes de atraso L e de tempo T . A função de transferência da planta é então aproximada por um modelo

de primeira ordem com atraso L , permitindo uma definição inicial para os parâmetros K_p , T_i , e T_d (Ogata, 2007).

5.3.2 Segundo Método

O segundo método é aplicado diretamente em sistemas de malha fechada, ajustando-se o ganho proporcional K_p até que o sistema oscile de maneira constante (marginalmente estável). Esse ganho é denominado ganho crítico, e o período da oscilação resultante é o período crítico. Com base nesses valores experimentais, Ziegler e Nichols sugerem valores iniciais para os parâmetros do controlador, conforme tabelas disponíveis para diferentes configurações de controladores (Ziegler; Nichols, 1942; Ogata, 2007).

5.4 Sintonia de Controladores PI para o Sistema em Estudo

Para o sistema em análise, optou-se pela implementação de um controlador PI, eliminando o componente derivativo devido ao ruído presente no processo. Com a aproximação FOPDT obtida na Equação (5.8), foi possível aplicar o primeiro método de Ziegler-Nichols para determinar os valores iniciais de K_p e T_i . A Tabela 4 resume os parâmetros de controle que podem ser conhecidos através do conhecimento do ganho estático, atraso e constante de tempo do sistema obtidos na equação 5.8, e a Tabela 5 resume os valores calculados de PI:

Tabela 4 – Parâmetros dos controladores P, PI e PID

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{\tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$0.9 \frac{\tau}{K \times \theta}$	$3.33 \times \theta$	—
PID	$1.2 \frac{\tau}{K \times \theta}$	$2 \times \theta$	$0.5 \times \theta$

Fonte: (Campos; Teixeira, 2010)

Tabela 5 – Parâmetros de Sintonia para Controlador PI utilizando Ziegler-Nichols

Sintonia Ziegler-Nichols	K_p	T_i
PI	2,161	0,239

Fonte: Autor(2024)

5.5 Considerações sobre o Método de Ziegler-Nichols

Apesar de amplamente utilizado, o método de Ziegler-Nichols possui limitações. A resposta ao degrau obtida muitas vezes apresenta um sobressinal excessivo, sendo inaceitável para processos que demandam precisão. Nesses casos, ajustes finos são necessários, ou até a utilização de métodos alternativos de sintonia.

Outras técnicas, como o método de Skogestad (Skogestad, 2003), e métodos de otimização pelo critério ISE e IAE, surgiram como alternativas para melhorar a resposta do controlador. Cada uma dessas técnicas tem especificidades que as tornam mais adequadas a diferentes tipos de sistema e requisitos de desempenho.

Assim, o método de Ziegler-Nichols é valioso como ponto de partida, mas frequentemente precisa ser complementado por outras técnicas para garantir que o sistema atenda plenamente às exigências operacionais, como a que virá a ser apresentada no capítulo 6

5.6 Discretização do controlador

A discretização de um controlador PI foi usando o método de Tustin, ou bilinear que é particularmente eficaz para sistemas digitais, pois aproximará melhor o comportamento contínuo do sistema quando aplicado ao controlador digital, especialmente quando o controlador precisa ser implementado em hardware como o Arduino, que envia sinais em pulsos constantes até a atualização seguinte. Um passo importante para a discretização do sistema é decidir o período de amostragem do sistema, para isso, foi considerada a recomendação de Astrom (1997), e sabendo que ($T_{set} = 0,68$) aplica-se a inequação abaixo para determinar o T_s no intervalo.

$$\frac{T_{set}}{15} < T_s < \frac{T_{set}}{6} \quad (5.9)$$

A escolha dentro do intervalo da inequação acima foi de $T_s = 0,07s$.

A transformação de Tustin substitui a variável s da função de transferência contínua pela expressão no domínio z :

$$s = \frac{2(z-1)}{T_s(z+1)} \quad (5.10)$$

Essa substituição permite transformar a função de transferência do controlador no domínio contínuo para o domínio discreto. Considerando a equação do controlador PI contínuo:

$$C(s) = \frac{K_p s + \frac{K_p}{T_i}}{s} \quad (5.11)$$

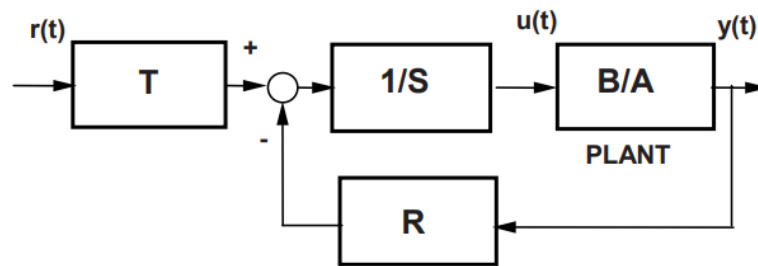
A aplicação da transformação de Tustin resulta na função de transferência do controlador PI no domínio z , representando-o adequadamente para o sistema digital, que opera com amostragem periódica. Esse processo facilita a implementação do controlador digital, pois a aproximação do método de Tustin garante uma resposta mais precisa e estável. Ajustada para o comportamento desejado do sistema no domínio discreto. Com base na equação 5.11, e nos valores para K_p e T_i , a equação 5.12 representa o controlador discreto.

$$C(z) = \frac{2,477 \cdot z - 1,845}{z - 1} \quad (5.12)$$

5.6.1 Hibridização para o RST

Para a implementação de controladores em tempo real, torna-se essencial a utilização de controladores discretos no tempo, uma vez que sistemas digitais exigem o processamento de sinais em intervalos discretos. Para Landau et al. (1998), no projeto de controladores utilizando a alocação de pólos, aplica-se a forma polinomial RST, que se baseia em uma lei de controle linear para estabelecer a relação entre a saída $y(t)$, a variável de controle $u(t)$ e a referência $w(t)$. Essa abordagem permite ajustar os parâmetros do sistema a partir de equações diferenciais simples e operadores de atraso z^{-1} .

Figura 19 – Controlador Digital RST forma canônica.



Fonte: (Landau; Zito, 2006).

No caso do controlador PI projetado basta apenas igualar a função de transferência da equação 5.12 com a razão dos polinômios R e S de tal forma como a equação 5.13, isso é claro considerando que a disposição R, S e T fosse a forma canônica como da Figura19, isto será essencial na hora em que ocorrerem os testes físicos na planta com arduíno

$$C(z) = \frac{u(k)}{e(k)} = \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})} = \frac{r_0 + r_1 z^{-1}}{1 + s_1 z^{-1}} \quad (5.13)$$

6 IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR GPC

6.1 Introdução

O GPC, ou *Generalized Predictive Controller*, é um método preditivo de controle baseado em modelos que permite prever e compensar desvios no comportamento de sistemas dinâmicos. Essa abordagem foi originalmente desenvolvida por Clarke, Mohtadi e Tuffs em 1987 e tem sido amplamente utilizada em aplicações industriais e acadêmicas devido à sua flexibilidade e robustez. Diferente de controladores convencionais, o GPC é capaz de prever a resposta futura de um sistema e calcular a sequência de ações de controle que minimizam a diferença entre a saída prevista e a referência desejada ao longo de um horizonte de saída (Camacho; Bordons, 1999).

O diferencial do GPC reside na sua estrutura preditiva, que utiliza um modelo para *Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average* (CARIMA) para representar o sistema. O modelo CARIMA inclui um termo integral que permite ao controlador lidar com perturbações de forma eficaz e garantir um comportamento estável do sistema, mesmo em presença de ruído e distúrbios persistentes. A inclusão desse termo integral torna o GPC adequado para aplicações onde é necessário compensar desvios ao longo do tempo, oferecendo uma resposta de controle capaz de minimizar o erro sem comprometer a estabilidade do sistema.

Ao longo deste capítulo, exploraremos a formulação do GPC para sistemas de Entrada única e Saída única (SISO), focando nas equações de predição, nos parâmetros de ajuste e na solução da equação Diofantina, essencial para a obtenção dos ganhos do controlador. Serão discutidos também os passos necessários para configurar o controlador e calcular as variáveis de controle de forma otimizada.

6.2 Formulação do GPC

Para a formulação do GPC, consideramos o modelo CARIMA, representado pela equação:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-d) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta}\xi(k), \quad (6.1)$$

onde:

- $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são polinômios do operador de atraso, e estão relacionados a função de transferência da planta em q^{-1} ,

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \end{aligned}$$

- $C(q^{-1})$ representa a ação de um filtro de ruído na planta,

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

- d é o atraso do sistema,
- $\xi(k)$ é uma sequência de ruído branco com média zero.

Essa representação permite a inclusão do efeito de ruído de maneira integrada ao modelo, proporcionando maior precisão nas previsões e melhor desempenho em ambientes industriais, onde variações e incertezas são comuns.

A ideia central do método consiste em calcular uma sequência de sinais de controle futuros que minimizam uma função de custo definida ao longo de um horizonte de previsão. Essa função é composta por duas parcelas: uma que avalia a diferença entre os valores futuros estimados da saída da planta e a sequência de valores desejados de referência, e outra que mede o esforço necessário para a aplicação dos controles, conforme descrito pela equação 6.2.

$$J(N_1, N_y, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_y} \phi(j) [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-d)]^2, \quad (6.2)$$

Para tal, \hat{y} a saída predita, w o sinal referência e Δu a variação de sinal de controle. Quanto aos outros 4 elementos da função custo, estes serão importantíssimos para gerenciar a eficiência do controlador GPC.

1. **Horizonte de Predição Inferior(N_1):** Geralmente escolhido como 1, N_1 representa o início do horizonte de predição e deve ser ajustado conforme o atraso do sistema. Em processos com atraso de transporte, N_1 deve ser pelo menos igual ao atraso da planta para que a predição possa refletir a resposta correta da saída em relação à entrada.
2. **Horizonte de Predição Superior(N_y):** Este parâmetro define o final do horizonte de predição e é escolhido para ser maior que o tempo de subida da planta, abrangendo o comportamento dinâmico completo do sistema (Camacho; Bordons, 1999). Para sistemas que já são estáveis em malha aberta, valores menores de N_y tendem a acelerar a resposta em malha fechada. No entanto, aumentar N_y proporciona maior robustez, permitindo que o sistema acomode dinâmicas não modeladas, embora com um custo computacional elevado.
3. **Horizonte de Controle (N_u):** número de passos no qual as ações de controle serão computadas na função custo. Geralmente, é escolhido um valor menor ou igual a N_y para limitar o esforço computacional.
4. **Valor de ponderação do sinal de controle (λ):** controla o peso atribuído às variações nas ações de controle, atuando como um fator de regularização para evitar ajustes excessivos e assegurar uma resposta suave.

5. **Valor de ponderação do sinal de erro (ϕ):** controla o peso atribuído às variações nas respostas, atuando como um ponderador do erro em regime.

Esses parâmetros deverão ser ajustados cuidadosamente de acordo com as características específicas do sistema e os objetivos de controle.

6.3 Equação Diofantina e Predição de Saída do GPC

No contexto do GPC, a Equação Diofantina é proposta para decompor as previsões de saída do sistema em termos de uma "resposta livre"(dependente apenas das saídas e entradas passadas) e uma "resposta forçada"(dependente das ações de controle futuras). A equação Diofantina proposta seria:

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}), \quad (6.3)$$

Na qual os polinômios E_j e F_j seguem o padrão de:

$$\begin{aligned} E_j(q^{-1}) &= 1 + e_1q^{-1} + \dots + e_{j-1}q^{-(j-1)} \\ F_j(q^{-1}) &= f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \dots + f_{j,n_a}q^{-n_a} \end{aligned}$$

Então ao multiplicar a equação 6.1 pelo termo $\Delta E_j(q^{-1})q^j$, tirando algumas decomposições da equação 6.3 e a planta tenha $C(q^{-1}) = 1$, obtém-se a equação que representa a saída predita j -passos à frente:

$$y(k+j) = F_j(q^{-1})y(k) + [E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(k+j-d) + E_j(q^{-1})\xi(k+j)]. \quad (6.4)$$

Para o período futuro é cômodo supor que o ruído do processo seja nulo. Dessa forma obtém-se uma nova equação de 6.4.

$$y(k+j) = F_j(q^{-1})y(k) + E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(k+j-d). \quad (6.5)$$

Por fim, supõe-se um vetor G_j que seja o produto E_j com B . Assim, a equação base para a predição da saída do sistema à j passos será dada por:

$$\hat{y}(k+j|k) = G_j(q^{-1})\Delta u(k+j-d) + F_j(q^{-1})y(k), \quad (6.6)$$

onde:

- $G_j(q^{-1})$ representa a resposta do sistema às mudanças no controle,

- $F_j(q^{-1})$ captura a resposta livre baseada nas saídas passadas.

Aplicando as definições dos polinômios E_j e $B(q^{-1})$, encontra-se o polinômio $G_j(q^{-1})$, para um $B(q^{-1})$ cujo $n_b = 2$.

$$G_j(q^{-1}) = (1 + e_{j,1}q^{-1} + \dots + e_{j,j-1}q^{-(j-1)}) (b_0 + b_1q^{-1} + b_1q^{-2}), \quad (6.7)$$

$$G_j(q^{-1}) = g_{j,0} + g_{j,1}q^{-1} + \dots + g_{j,j-1}q^{-(j-1)}. \quad (6.8)$$

Fazendo $j = 1, \dots, N_y$, obtém-se:

$$\hat{y}(k+1|k) = [g_{1,0} \quad g_{1,1}q^{-1} \quad g_{1,2}q^{-2}] \Delta u(k-d+1) + F_1(q^{-1})y(k),$$

$$\hat{y}(k+1|k) = g_{1,0}\Delta u(k-d+1) + g_{1,1}\Delta u(k-d) + g_{1,2}\Delta u(k-d-1) + F_1(q^{-1})y(k),$$

$$\hat{y}(k+2|k) = [g_{2,0} \quad g_{2,1}q^{-1} \quad g_{2,2}q^{-2} \quad g_{2,3}q^{-3}] \Delta u(k-d+2) + F_2(q^{-1})y(k),$$

$$\hat{y}(k+2|k) = g_{2,0}\Delta u(k-d+2) + g_{2,1}\Delta u(k-d+1) + g_{2,2}\Delta u(k-d) + g_{2,3}\Delta u(k-d-1) + F_2(q^{-1})y(k),$$

$$\hat{y}(k+3|k) = [g_{3,0} \quad g_{3,1}q^{-1} \quad g_{3,2}q^{-2} \quad g_{3,3}q^{-3} \quad g_{3,4}q^{-4}] \Delta u(k-d+3) + F_3(q^{-1})y(k),$$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+3|k) &= g_{3,0}\Delta u(k-d+3) + g_{3,1}\Delta u(k-d+2) + g_{3,2}\Delta u(k-d+1) + g_{3,3}\Delta u(k-d) \\ &\quad + g_{3,4}\Delta u(k-d-1) + F_3(q^{-1})y(k), \end{aligned}$$

Sendo assim, a predição de saída \hat{y} no instante N_y futuro será decomposto na forma:

$$\hat{y}(k+N_y|k) = [g_{N_y,0} \quad g_{N_y,1}q^{-1} \dots g_{N_y,N_y}q^{-N_y} \quad g_{N_y,N_y+1}q^{-N_y-1}] \Delta u(k+N_y-d) + F_{N_y}(q^{-1})y(k), \quad (6.9)$$

Supondo o atraso ($d=1$) é possível reescrever a equação 6.6, destrinchando o produto $\Delta u(k-1)$ por G_j :

$$y = G\tilde{u} + G'\Delta u(k-1) + Fy(k) \quad (6.10)$$

Onde:

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \hat{y}(k+3|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_y|k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_y-1) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{1,0} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_{2,0} & g_{2,1} & 0 & \cdots & 0 \\ g_{3,0} & g_{3,1} & g_{3,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_y,0} & g_{N_y,1} & g_{N_y,2} & \cdots & g_{N_y,N_y-1} \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} F_1(q^{-1}) \\ F_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{N_y}(q^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$G' = \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,2} \\ g_{2,2} & g_{2,3} \\ \vdots & \\ g_{N_y,N_y} & g_{N_y,N_y+1} \end{bmatrix},$$

Ou seja é notável que da equação 6.10 os 2 últimos elementos são dependentes do passado, enquanto o 1º elemento depende de ações de controle futura, sendo assim estabelece-se a relação abaixo:

$$f_r = G' \Delta u(k-1) + F_j(q^{-1})y(k), \quad (6.11)$$

Por fim a equação 6.10 se torna:

$$y = G\tilde{u} + f_r \quad (6.12)$$

Ao final, tudo se resume em resolver a equação Diofantina para o passo j , usando uma sequência ótima de previsões, a qual fornece os polinômios E e F , esses são utilizados para definir os vetores G e f_r , e então a resposta futura do sistema é calculada.

6.3.1 Implementação das Previsões

Substituindo a equação 6.12 na equação 6.2, onde $\phi(j) = 1$, e sabendo que uma matriz multiplicada por sua transposta resulta em todos os seus elementos elevados ao quadrado, tem-se:

$$J = (G\tilde{u} + f_r - w)^T (G\tilde{u} + f_r - w) + \lambda \tilde{u}^T \tilde{u} \quad (6.13)$$

Fazendo um rearranjo da equação chega-se a:

$$J = \frac{1}{2} \tilde{u}^T \mathbf{H} \tilde{u} + \mathbf{b}^T \tilde{u} + f_0 \quad (6.14)$$

Para tal:

$$\mathbf{H} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})$$

$$\mathbf{b}^T = 2(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G}$$

$$f_0 = (\mathbf{f}_r - \mathbf{w})^T (\mathbf{f}_r - \mathbf{w})$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w(t+N_1) & \dots & w(t+N_y) \end{bmatrix}^T$$

Como o controlador GPC busca a otimização da rota, é notório que para tal a função custo da equação 6.14 deverá ser mínima, e sabe-se que uma das ferramentas matemáticas mais utilizadas na determinação de mínimos em funções, será a derivada, portanto faz-se $\frac{\partial J}{\partial \tilde{u}} = 0$, resultando que o controle otimizado seja dado por:

$$\tilde{u} = [G^T G + \lambda I]^{-1} G^T (w - f_r), \quad (6.15)$$

Como apenas o primeiro termo do vetor de controle \tilde{u} obtido é aplicado à planta, pode-se escrever que o ganho para o GPC será somente a linha 1 de:

$$K_{GPC} = [G^T G + \lambda I]^{-1} G^T \quad (6.16)$$

Uma questão importante a ser pontuada é que a matriz G poderá ser truncada na coluna N_u visto que esse será justamente o horizonte de controle da planta.

6.4 Aplicação Na planta real

Já de posse da formulação matemática de suporte do GPC, o que restou fazer foi determinar as características da planta e do controle desejada, para tal obtém-se em primeiro lugar o modelo CARIMA da mesma, na secção 5.6 foi determinado o tempo de amostragem ideal da planta, já na secção 4.3 encontrou-se um modelo subamortecido para o processo contínuo, desse modo o modelo CARIMA resultará no abaixo:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.251q^{-1} + 0.4389q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.06777 + 0.1166q^{-1} + 0.003444q^{-2}$$

Com o atraso igual a 1, para a escolha das características do controle, determinou-se N_1 igual ao atraso. Já para N_y , este deve ser suficientemente grande para abranger todo o período de acomodação do modelo, sendo assim, escolheu-se N_y igual a 12. Quanto a N_u e λ , esses foram definidos após a realização de simulações via MATLAB e implementação prática na planta, a fim de verificar a qualidade dos testes em função dos valores praticados. Após essa bateria de testes, escolheu-se N_u igual a 4 e λ igual a 0,1.

Dessa forma a matriz G , G' e F que serão encontradas por meio de script no ambiente do matlab, que consta no Apêndice C:

$$G = \begin{bmatrix} 0,0678 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2692 & 0,0678 & 0 & 0 \\ 0,4948 & 0,2692 & 0,0678 & 0 \\ 0,6886 & 0,4948 & 0,2692 & 0,0678 \\ 0,8322 & 0,6886 & 0,4948 & 0,2692 \\ 0,9266 & 0,8322 & 0,6886 & 0,4948 \\ 0,9817 & 0,9266 & 0,8322 & 0,6886 \\ 1,0093 & 0,9817 & 0,9266 & 0,8322 \\ 1,0196 & 1,0093 & 0,9817 & 0,9266 \\ 1,0203 & 1,0196 & 1,0093 & 0,9817 \\ 1,0167 & 1,0203 & 1,0196 & 1,0093 \\ 1,0119 & 1,0167 & 1,0203 & 1,0196 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 2,2510 & -1,6899q^{-1} & 0,4389q^{-2} \\ 3,3771 & -3,3651q^{-1} & 0,9880q^{-2} \\ 4,2368 & -4,7190q^{-1} & 1,4822q^{-2} \\ 4,8180 & -5,6775q^{-1} & 1,8595q^{-2} \\ 5,1678 & -6,2824q^{-1} & 2,1146q^{-2} \\ 5,3503 & -6,6185q^{-1} & 2,2682q^{-2} \\ 5,4251 & -6,7733q^{-1} & 2,3482q^{-2} \\ 5,4385 & -6,8196q^{-1} & 2,3811q^{-2} \\ 5,4225 & -6,8095q^{-1} & 2,3870q^{-2} \\ 5,3966 & -6,7766q^{-1} & 2,3799q^{-2} \\ 5,3712 & -6,7398q^{-1} & 2,3686q^{-2} \\ 5,3508 & -6,7082q^{-1} & 2,3574q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$G' = \begin{bmatrix} 0,1166 & 0,0034q^{-1} \\ 0,2659 & 0,0078q^{-1} \\ 0,4015 & 0,0116q^{-1} \\ 0,5056 & 0,0146q^{-1} \\ 0,5764 & 0,0166q^{-1} \\ 0,6192 & 0,0178q^{-1} \\ 0,6416 & 0,0184q^{-1} \\ 0,6510 & 0,0187q^{-1} \\ 0,6528 & 0,0187q^{-1} \\ 0,6510 & 0,0187q^{-1} \\ 0,6479 & 0,0186q^{-1} \\ 0,6449 & 0,0185q^{-1} \end{bmatrix},$$

Por fim, o vetor dos ganhos do controlador é:

$$K_{GPC} = [0,2074 \ 0,5969 \ 0,5713 \ 0,3443 \ 0,1733 \ 0,0620 \ -0,0021 \ -0,0335 \ -0,0446 \ -0,0447]$$

6.5 Hibridização RST do GPC

A hibridização do controlador nesse caso, foi feita para reduzir o custo computacional do processo, visto que o K_{GPC} obtido se traduzirá num polinômio da 12° ordem em atrasos. Com base em Neto et al. (2005), tem-se as seguintes equações para determinar os polinômios R , S e T , do GPC.

$$R(q^{-1}) = (1 + q^{-1}K_{GPC} \cdot G') \quad (6.17)$$

$$S(q^{-1}) = (K_{GPC} \cdot F) \quad (6.18)$$

$$T(q^{-1}) = \sum_{i=1}^{N_y} K_{GPC}(i) \quad (6.19)$$

Sendo assim, com os resultados anteriores para G, K_{GPC} e F, encontra-se os polinômios R,S e T que serão embarcados no Arduino:

$$R(q^{-1}) = [1,0000 \quad 0,5954q^{-1} \quad 0,0173q^{-2}]$$

$$S(q^{-1}) = [6,7153 \quad -7,1612q^{-1} \quad 2,2021q^{-2}]$$

$$T(q^{-1}) = 1,7562$$

7 RESULTADOS

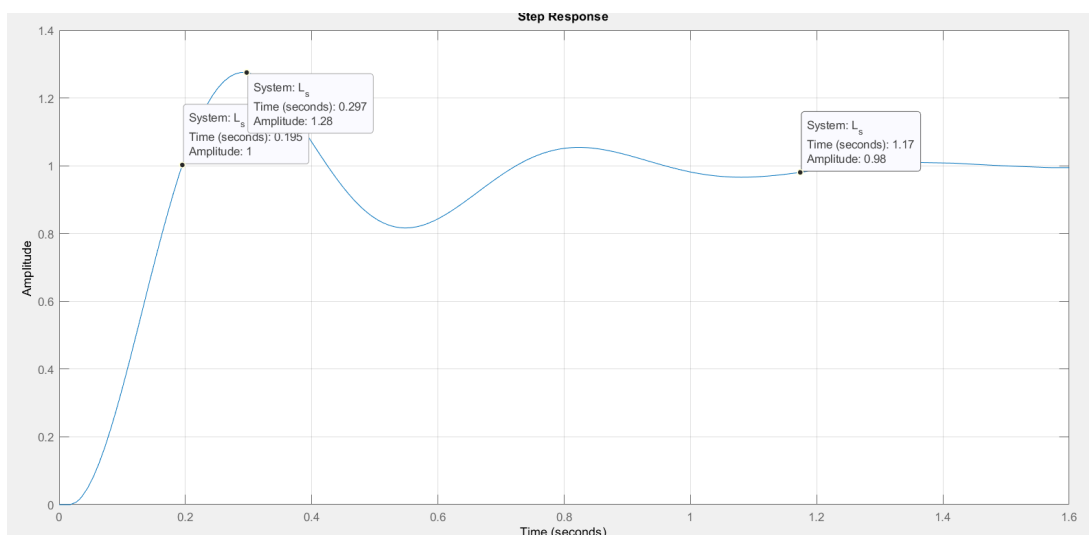
7.1 Resultados de simulação para o controlador PI

Nesta seção, serão apresentados os resultados esperados da implementação do controlador PI para o sistema em análise. Utilizando o ambiente MATLAB, espera-se obter respostas que demonstrem a eficácia do controlador PI em termos de estabilidade, redução do erro em regime permanente e melhoria da dinâmica de resposta do sistema. A simulação em MATLAB permitirá ajustar os parâmetros do controlador e avaliar seu desempenho em diferentes condições operacionais, possibilitando uma análise detalhada da resposta do sistema a variações de referência e perturbações. Os resultados obtidos servirão de base para validar a configuração proposta do controlador PI e sua aplicabilidade ao sistema em questão, os *scripts* utilizados constam no Apêndice C.

7.1.1 Resultado na saída

A curva obtida na Figura 20 mostra o sinal saída do sistema controlado. O sistema controlado teve um tempo de subida baixo, de 0,195 segundo. Em contrapartida, esse movimento inicial provocou um alto valor de sobressinal, cerca de 28% do regime, com um tempo de oscilação maior também que o da planta em malha aberta, oscilando até se acomodar em 1,17 segundos.

Figura 20 – Resposta esperada na saída da planta com PI.



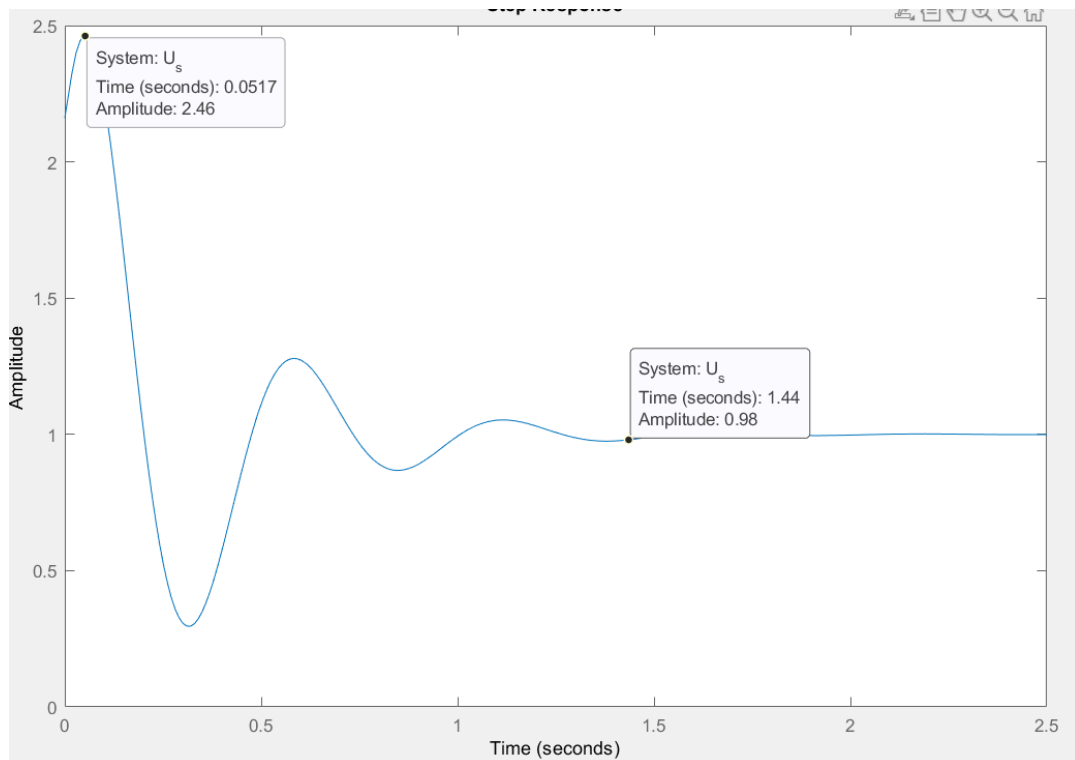
Fonte: (Autor, 2024).

7.1.2 Sinal de controle

A curva da Figura 21 é a representação do sinal de controle do controlador PI por sintonia de Ziegler- Nichols, nota-se um grande esforço inicial afim de corrigir o erro da saída em relação

a referência, esse esforço foi de cerca de 2.46 vezes maior no pico.

Figura 21 – Sinal de esforço do controlador PI.

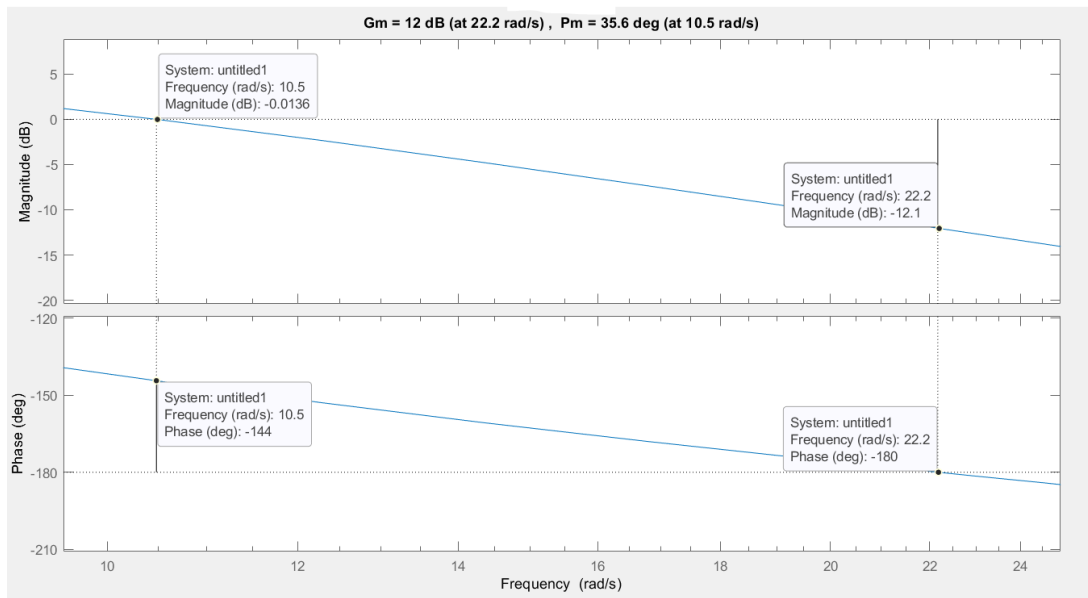


Fonte: (Autor, 2024).

7.1.3 Diagrama de Bode

O diagrama de Bode é uma ferramenta gráfica usada para analisar a resposta de um sistema linear no domínio da frequência. Ele é composto por dois gráficos: um para a magnitude (ganho) e outro para a fase (deslocamento de fase entre entrada e saída), ambos em função da frequência e exibidos em escala logarítmica. Essa representação facilita a interpretação da resposta em uma ampla faixa de frequências. Para o uso do mesmo, o mais comum a se fazer é utilizar a função de transferência da planta com o controlador em malha aberta, visto que garantindo uma planta estável em malha aberta garantirá maior estabilidade em malha fechada.

A análise do ganho verifica a adequação da resposta em diferentes frequências, enquanto a análise da fase avalia o comportamento dinâmico e a estabilidade. Em essência, o diagrama de Bode é uma ferramenta essencial para projetar e ajustar controladores, como PI e PID, assegurando que o sistema opere de forma estável e eficaz. Na Figura 22, observa-se o diagrama de Bode para a planta com controlador PI projetado.

Figura 22 – Diagrama de Bode para a planta com PI.

Fonte: (Autor, 2024).

Analisando, é possível afirmar que a margem de fase e ganho do sistema garante um funcionamento estável e com boa margem de segurança, com margem de ganho de 12db, margem de fase de 35.6° , frequência de cruzamento em 10.5(rad/s), e frequência de ganho unitário em 22.2(rad/s).

7.1.4 Índices de desempenho

A avaliação de desempenho de um controlador é essencial para determinar a proximidade de um sistema com o controle ótimo, definido como aquele que minimiza o desgaste e melhora a eficiência do processo. De acordo com Ogata (2007), “um sistema de controle ótimo é aquele cujos parâmetros foram ajustados para atingir um mínimo desejável, de modo a otimizar o desempenho dentro de restrições definidas”. Assim, quanto menor o Índice de Desempenho, mais próximo o sistema está do comportamento ótimo, refletindo uma resposta eficiente e com menor erro.

Para quantificar o desempenho, são comumente utilizados os Índices de Desempenho Índice integral do erro quadrático (ISE) e Índice integral do valor absoluto do erro ponderado pelo tempo (ITAE), que calculam a contribuição do erro do sistema ao longo do tempo, fornecendo um embasamento numérico para ajustes e melhorias no sistema de controle. Outro índice que é reconhecido para aferir a otimização do sistema seria o Índice de Integral do Sinal de Controle (ISU), apesar de não ser tão amplamente utilizado como os 2 anteriores, também é uma boa métrica principalmente no que tange a "energia despendida" pelo sinal de controle

7.1.4.1 ISE

O ISE é um índice que mede o desempenho pela integral do erro ao quadrado, como mostrado abaixo:

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt$$

Onde $e(t)$ é o erro do sistema ao longo do tempo e T é o intervalo de avaliação, usualmente escolhido como o tempo de assentamento do sistema. O ISE penaliza mais fortemente os valores de erro maiores, sendo sensível a oscilações e desvios significativos que ocorrem principalmente no início da resposta do sistema.

Esse índice é muito útil para minimizar erros maiores e melhorar o amortecimento do sistema, resultando em uma resposta rápida e controlada. A abordagem do ISE favorece sistemas que necessitam de um rápido ajuste inicial e que buscam eliminar oscilações indesejadas, reduzindo assim grandes desvios de erro que podem comprometer o desempenho e a estabilidade do sistema.

7.1.4.2 ITAE

Outro índice relevante ITAE, considera não apenas a magnitude do erro, mas também o momento em que ele ocorre:

$$ITAE = \int_0^T t \cdot |e(t)| dt$$

Esse índice atribui maior peso aos erros que ocorrem em tempos mais avançados, ajudando a suavizar a resposta do sistema ao longo do tempo. Ao focar nos erros persistentes, o ITAE permite avaliar de forma mais detalhada a estabilidade e o desempenho de longo prazo do sistema. Ele é ideal para aplicações que exigem estabilidade e suavidade na resposta, pois minimiza erros prolongados, incentivando uma resposta mais estável e sem oscilações intensas.

7.1.4.3 ISU

O critério de otimização ISU é uma ferramenta amplamente utilizada em sistemas de controle para equilibrar o desempenho e o esforço aplicado pelos atuadores. Ele é definido pela seguinte expressão:

$$ISU = \int_0^T (e(t)^2 + u(t)^2) dt$$

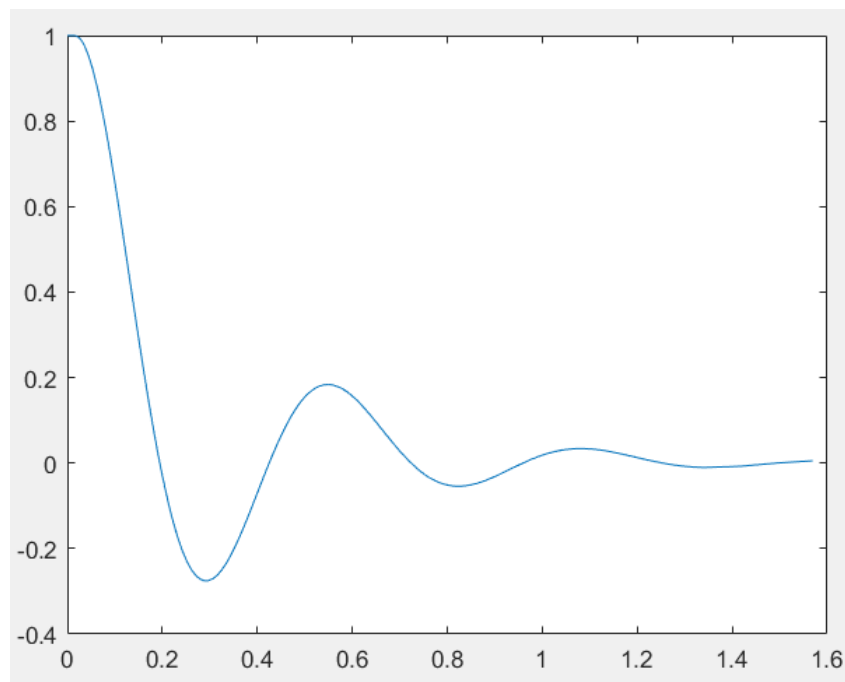
Nessa fórmula, $e(t)$ representa o sinal de erro, ou seja, a diferença entre a saída desejada e a real do sistema, enquanto $u(t)$ é o sinal de controle aplicado. O objetivo da análise é minimizar

ISU, garantindo que o sistema tenha alta precisão no rastreamento ou na regulação, ao mesmo tempo em que reduz o consumo de energia e o desgaste dos atuadores.

7.1.4.4 Valores obtidos

Com base no sinal de erro da Figura 23, e no sinal de controle da Figura 21, aplicou-se as definições do ISE, ITAE e ISU. assim preencheu-se a Tabela 7

Figura 23 – Erro para a planta com PI.



Fonte: (Autor, 2024).

Tabela 6 – Valores dos índices para o PI

ISE	ITAE	ISU
0,1430	0,0573	3,8732

Fonte: Autor (2024)

7.2 Resultados de simulação do GPC

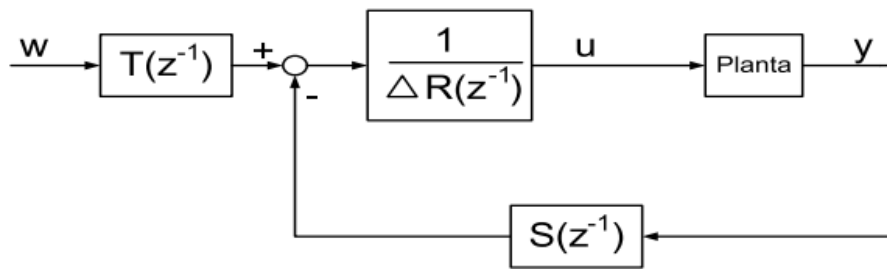
Nesta seção, serão apresentados os resultados esperados da implementação do controlador GPC para o sistema em análise. Utilizando o ambiente MATLAB, espera-se obter respostas que demonstrem a eficácia do controlador GPC em termos de estabilidade, redução do erro em regime permanente e melhoria da dinâmica de resposta do sistema, além de otimizar o desempenho em relação a restrições e objetivos específicos. A simulação em MATLAB permitirá ajustar os parâmetros do controlador, como o horizonte de previsão e o peso dos erros, e avaliar seu desempenho em diferentes condições operacionais, possibilitando uma análise detalhada da

resposta do sistema a variações de referência e perturbações. Os resultados obtidos servirão de base para validar a configuração proposta do controlador GPC e sua aplicabilidade ao sistema em questão, demonstrando sua capacidade de lidar com sistemas complexos e não lineares.

7.2.1 Resultado na saída

Para a análise da saída do GPC baseou-se a representação no matlab hibridização do mesmo conforme Figura 24

Figura 24 – Diagrama do RST para o GPC.



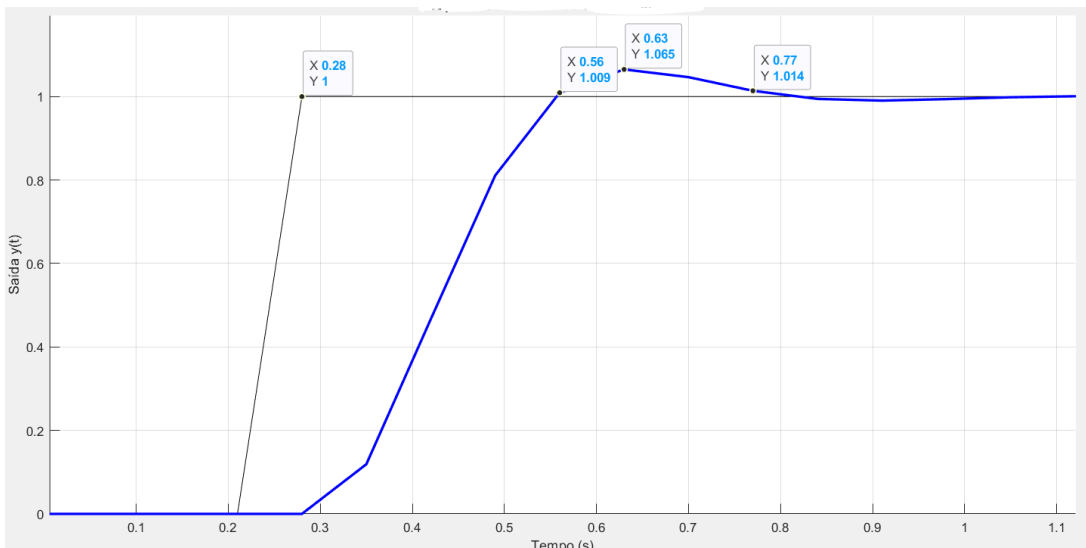
Fonte: (Neto et al., 2005).

Da figura tira-se a equação 7.1 para y em malha fechada do controlador

$$y = \frac{-R(q^{-1})\Delta u + T(q^{-1})w}{S(q^{-1})} \tag{7.1}$$

Onde w é a referência, y a resposta e u o sinal de controle. Desse modo obteve-se a Figura 25

Figura 25 – Resposta esperada GPC.



Fonte: Autor(2024).

No princípio, é possível observar que a planta terá um overshoot de 6,5% , um tempo de subida ao redor de 0,28 segundo, e um tempo de acomodação ao redor de 0,49 segundo.

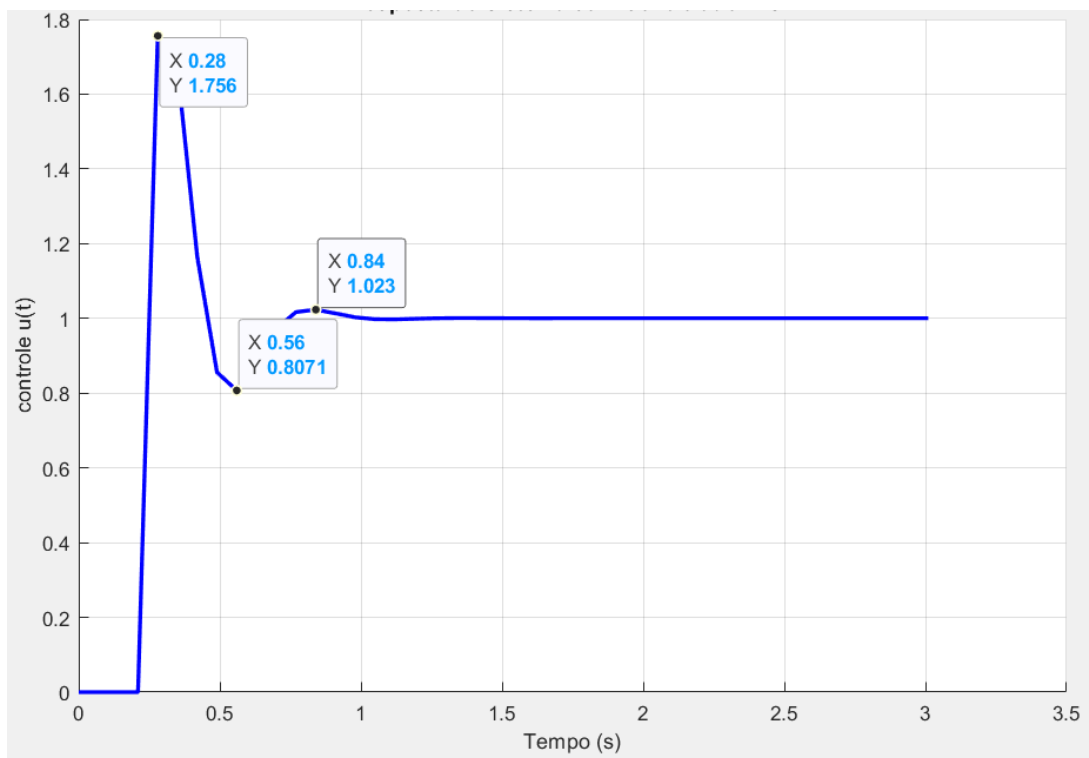
7.2.2 Sinal de controle

Da Figura 24 obtem-se a equação do sinal de controle, e esta será:

$$u = \frac{T(z^{-1}) \cdot w - S(z^{-1}) \cdot y}{\Delta R(z^{-1})} \quad (7.2)$$

Assim foi aplicada a equação 7.2 por via do Matlab e obteve-se o sinal de controle da Figura 26:

Figura 26 – Sinal de esforço aplicado pelo controlador GPC.



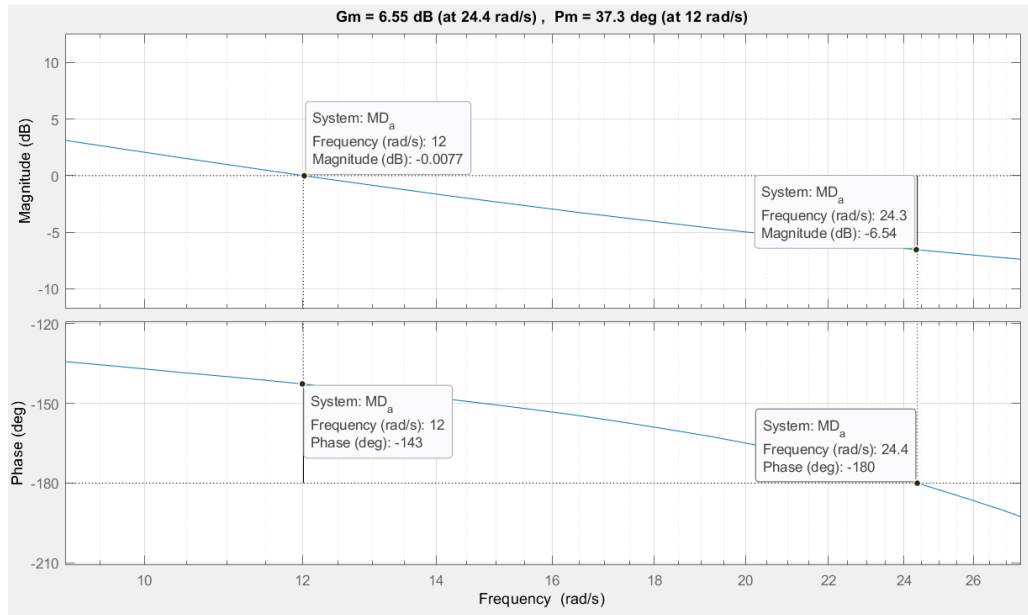
Fonte: Autor(2024).

7.2.3 Diagrama de Bode

Com base em Landau & Zito (2006) a resposta em malha aberta da planta RST controlada que obtivemos pode ser descrita como a equação 7.3

$$y_{openloop} = \frac{B(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta R(z^{-1})} \quad (7.3)$$

Assim, com a equação 7.3 foi desenvolvido um código matlab para obter o diagrama de Bode da mesma. Na Figura 27, consta o resultado.

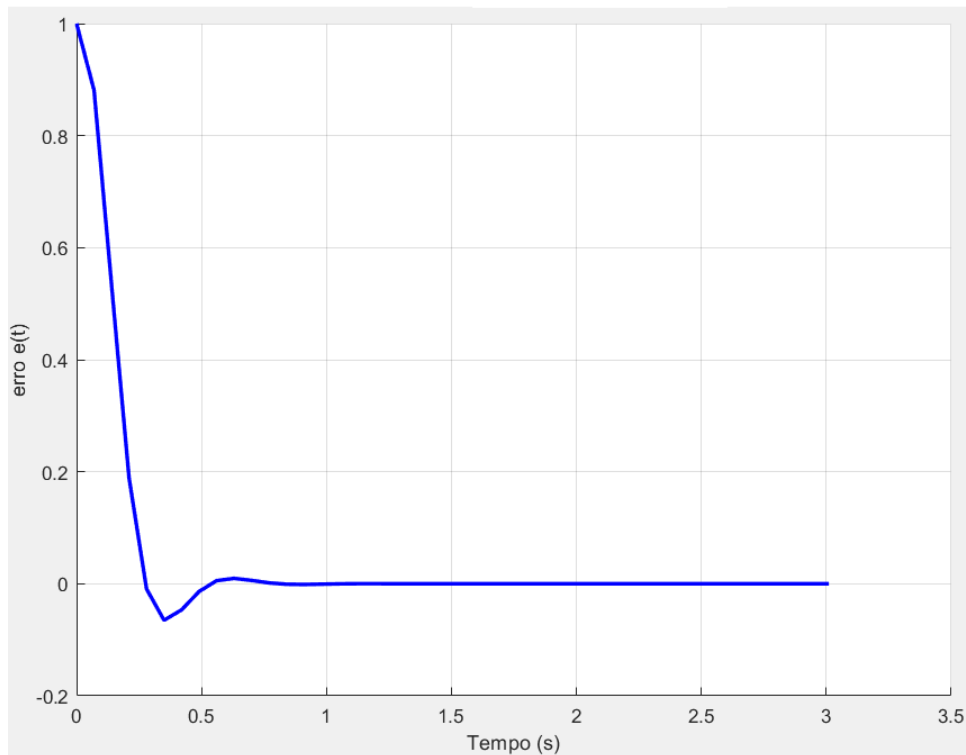
Figura 27 – Diagrama de Bode para a planta com GPC.

Fonte: Autor(2024).

A análise do diagrama de Bode apresentado demonstra que o sistema possui boas margens de estabilidade, com uma margem de ganho de 6,55 dB na frequência de 24,3 rad/s e uma margem de fase de 37,3° na frequência de 12 rad/s, indicando robustez contra variações moderadas nos parâmetros. O cruzamento da magnitude com 0 dB ocorre em 12 rad/s, onde a fase é de -143°, enquanto a fase de -180° é alcançada em 24,4 rad/s, com uma magnitude de -6,55 dB, indicando a estabilidade moderada do sistema. Sendo levemente superior em relação a margem de fase vista pelo PI, e inferior em relação a margem de ganho.

7.2.4 Índices de desempenho

Quanto aos índices de desempenho em secções anteriores já foi demonstrado como será feito o calculo, abaixo seguem a tabela de valores dos índices calculados para o GPC, e a Figura 28 do erro.

Figura 28 – Erro do GPC.

Fonte: Autor(2024).

Tabela 7 – Valores dos índices para o GPC

ISE	ITAE	ISU
0,1472	0,0172	3,4701

Fonte: Autor (2024)

7.3 Resultados obtidos via implementação na planta

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos a partir da implementação prática dos controladores PI e GPC em uma planta experimental composta por um motor de indução trifásico. O objetivo principal é avaliar o desempenho de ambos os controladores na tarefa de controle de velocidade do motor, analisando a resposta dinâmica, a capacidade de rejeição de perturbações e o seguimento de referência.

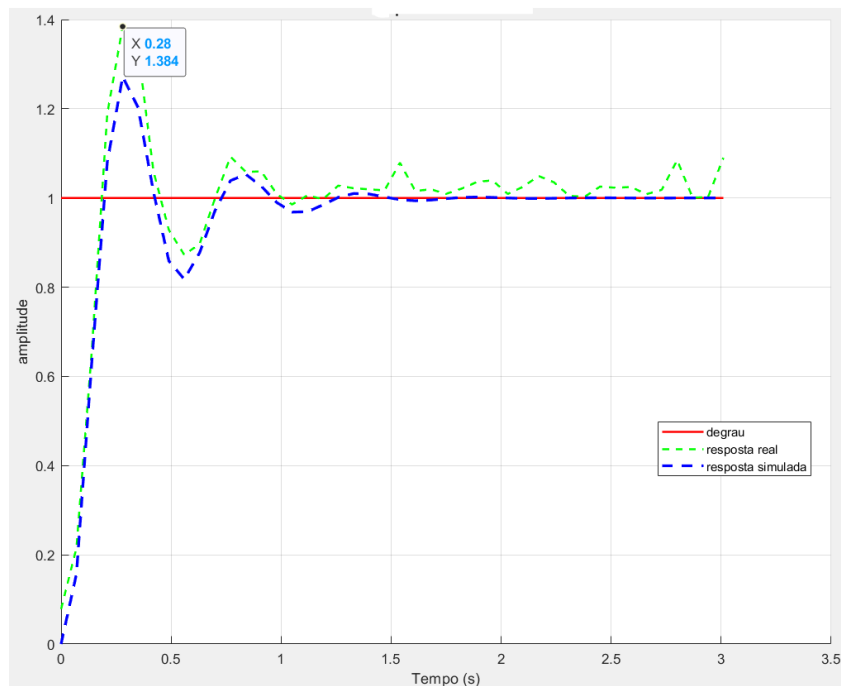
Para o estudo comparativo, foram realizados experimentos em condições operacionais semelhantes as aplicadas na hora de obtenção do modelo, ou seja a velocidade teste será de 686 rpm. Buscou-se observar a robustez de cada controlador e a sua adequação às exigências de controle do sistema em questão. No caso do controlador PI, são destacados aspectos como a resposta transitória e o erro em regime permanente. Em contrapartida, o controlador GPC, caracterizado por sua abordagem preditiva e adaptabilidade a sistemas multivariáveis, é analisado

em termos de sua capacidade de prever o comportamento do sistema e de minimizar o erro de controle de maneira proativa.

7.3.1 Controlador PI

A seguir, apresenta-se a leitura do sinal de resposta da planta controlada pelo PI implementado em um microcontrolador Arduino. A implementação foi realizada com um tempo de amostragem de 0,07 segundos, permitindo uma coleta precisa dos dados e garantindo a resposta desejada em tempo real. Os resultados da Figura 29 mostram o comportamento dinâmico da planta sob o efeito do controlador PI, refletindo a capacidade do controlador em reduzir o erro de estado estacionário e alcançar o valor de referência de forma estável.

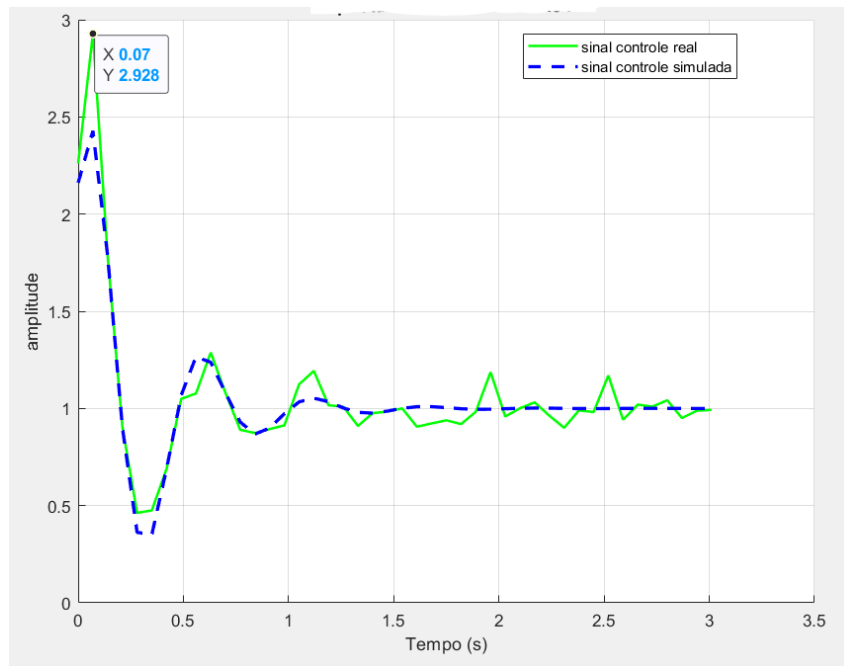
Figura 29 – Resposta real planta com PI.



Fonte: Autor(2024).

Além do sinal de resposta, foi adquirido também o sinal de controle aplicado à planta, permitindo uma análise mais completa do sistema. Essa abordagem possibilita avaliar o desempenho do controlador por meio do cálculo do ISU, contribuindo para uma comparação objetiva entre diferentes estratégias de controle.

Figura 30 – Esforço de controle real para planta com PI.



Fonte: Autor(2024).

Tabela 8 – Valores dos índices reais para a planta com PI

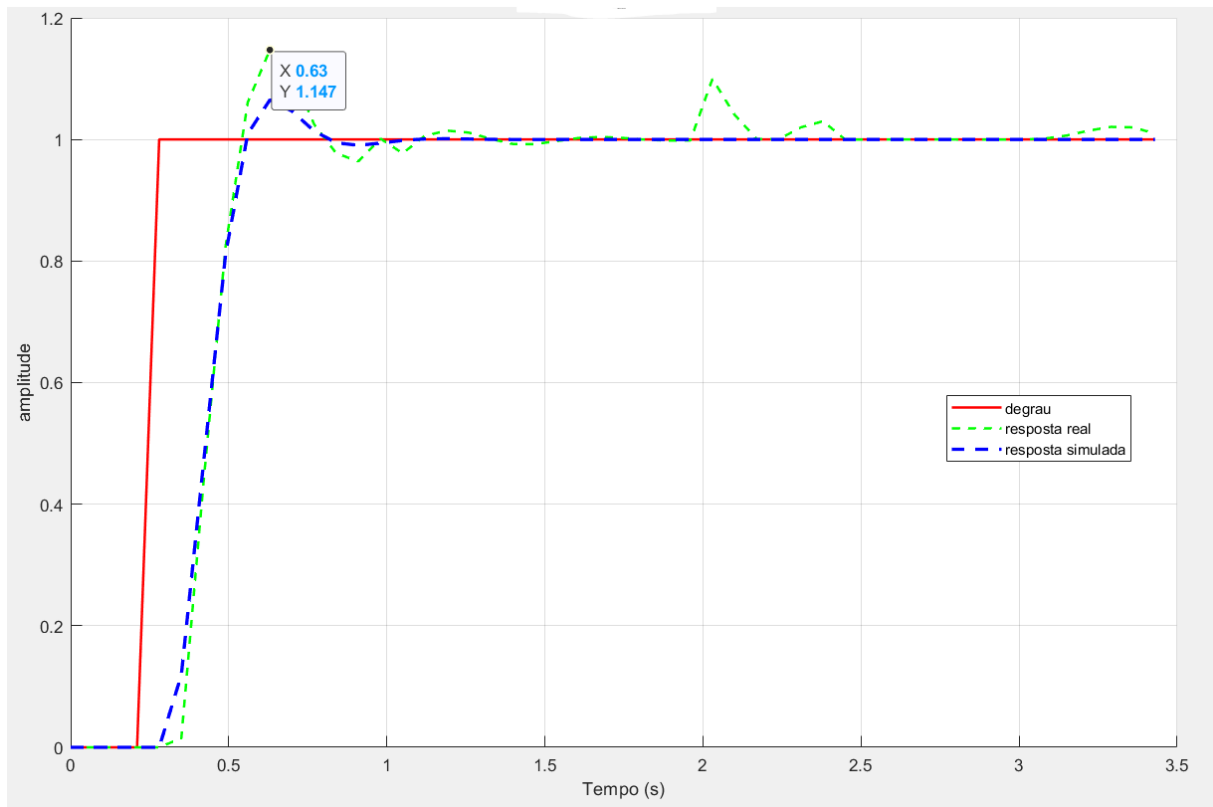
ISE	ITAE	ISU
0.1495	0.1524	4.0637

Fonte: Autor (2024)

7.3.2 Controlador GPC

A seguir, apresenta-se a leitura do sinal de resposta da planta com GPC implementado em um microcontrolador Arduino. O controlador GPC foi configurado com um tempo de amostragem de 0,07 segundo, proporcionando uma atualização contínua do sinal de controle e garantindo um ajuste adaptativo da resposta da planta. Esta implementação permite ao GPC minimizar o erro de rastreamento, ajustando-se às variações da planta em tempo real. A Figura 31 ilustra as leituras reais do sinal de resposta da planta, demonstrando a eficácia do GPC em alcançar a referência com precisão e robustez frente a possíveis perturbações.

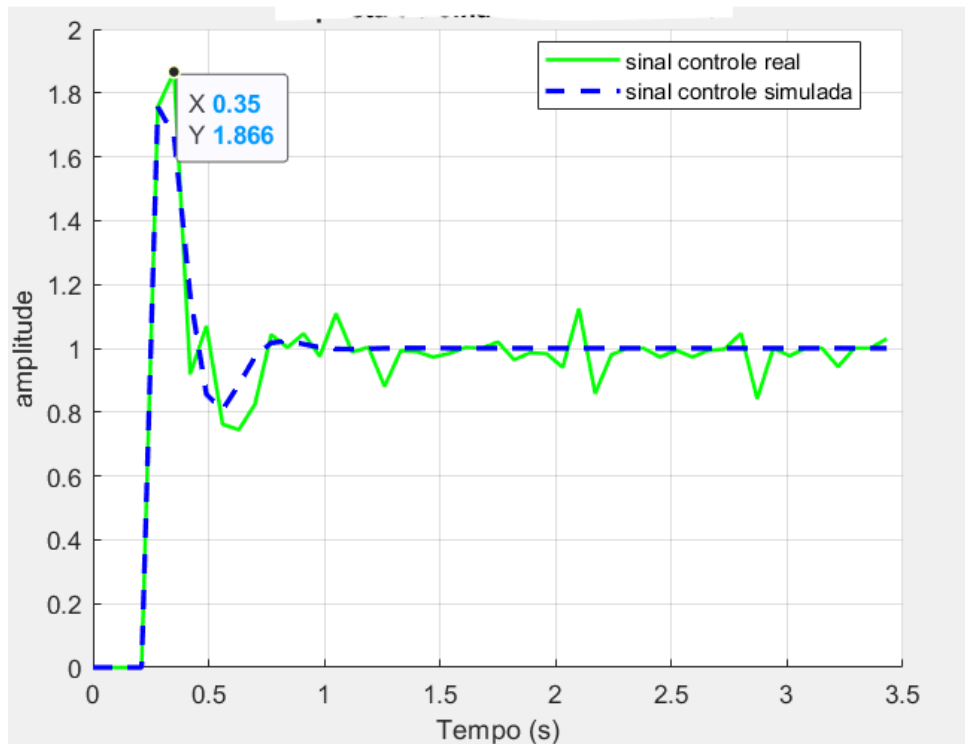
Figura 31 – Resposta real planta com GPC.



Fonte: Autor(2024).

Além do sinal resposta também colheu-se os dados de sinal de esforço de controle da planta, e com isso a Figura 32 foi plotada via matlab.

Figura 32 – Esforço de controle real para planta com GPC.



Fonte: Autor(2024).

Tabela 9 – Valores dos índices reais para planta com GPC

ISE	ITAE	ISU
0.1663	0.0586	3.5732

Para o caso do GPC apesar de possuir um sobressinal maior que o previsto, este não teve tanta diferença quanto o PI, além disso o GPC parece estar suportando mais os ruídos. no apêndice A, constará os vetores usados na construção das figuras para a planta com PI, e no apêndice B, constará os vetores para a construção das figuras do GPC.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho fornece uma contribuição prática significativa no estudo e aplicação de técnicas de controle para acionamento de motores de indução, sem a pretensão de estabelecer um controlador definitivo para produção industrial. Os resultados das avaliações obtidas permitem ao projetista ponderar e selecionar o método de controle mais adequado, considerando as particularidades e os critérios específicos de cada aplicação. Vale ressaltar que, em contextos práticos, o controlador ideal nem sempre será aquele que atinge os melhores índices de desempenho, como velocidade e estabilidade. O controlador mais adequado será aquele que atenda às especificações exigidas para otimizar o processo em questão, de modo a garantir uma produção eficiente e dentro dos parâmetros desejados.

A análise dos controladores implementados é essencial para validar e qualificar a performance do sistema em termos de aderência ao processo desejado. O estudo de motores elétricos acoplados a sistemas de controle continua sendo uma oportunidade importante para o desenvolvimento tecnológico, com impactos na eficiência de processos industriais e em aplicações cotidianas, como elevadores, portas automáticas e veículos automotivos. A presença generalizada de motores elétricos e o estudo de técnicas de controle permitem o aprimoramento desses sistemas, tornando-os mais eficientes e confiáveis.

Neste contexto, o trabalho em questão visou o desenvolvimento de um sistema de controle para um motor de indução com rotor tipo gaiola de esquilo, proporcionando controle sobre a velocidade de rotação com base nas técnicas de sintonia de controladores. As etapas realizadas ao longo deste estudo foram fundamentais para que se alcançassem os resultados apresentados, desde a construção da bancada experimental até a análise das respostas do sistema. Esse processo oferece uma valiosa oportunidade de aprendizado para engenheiros em formação, englobando desde o conhecimento aprofundado do motor (Capítulo 2) até o desenvolvimento do painel de controle e a implementação prática dos controladores PI e GPC.

Os testes realizados demonstraram resultados satisfatórios, que se aproximaram das simulações teóricas, embora ruídos de medição tenham sido identificados, interferindo levemente no desempenho dos controladores. Mesmo com a utilização de filtros e cabos blindados, esses distúrbios não puderam ser eliminados por completo, dada a sensibilidade do sistema de controle implementado. Os métodos de sintonia aplicados, no entanto, foram eficazes no controle da velocidade do motor, resultando em respostas mais rápidas em comparação à operação em malha aberta, além de manterem a estabilidade do sinal e anularem o erro de regime devido à ação do controlador.

Quanto a escolha do controlador ideal, isto dependerá de uma gama de fatores no que tange a aplicação, caso faça-se uma aplicação onde a preocupação se dará única e exclusivamente na velocidade de resposta da planta, o controlador PI larga na frente, no entanto o controlador GPC se provou mais seguro para aparelhos sensíveis a altas descargas na bancada, pois o

GPC possui menor overshoot, menor tempo de acomodação, e um esforço de controle também significativamente menor, o que resulta em na planta estar menos estressada, aumentando possivelmente sua longevidade. Vale citar também que a largura de fase do GPC foi ligeiramente maior que do PI, o que a depender do ponto de operação pode gerar menor interferência de ruídos na bancada. De um modo geral, na Figura 33 em verde está demonstrado os aspectos em que cada controle se saiu superior, e em vermelho os que se saíram inferior.

Figura 33 – Comparação de melhores aspectos entre GPC e PI.

	PI	GPC
ISE	Verde	Vermelho
ITAE	Vermelho	Verde
ISU	Vermelho	Verde
Margem de Fase	Vermelho	Verde
Margem de Ganho	Verde	Vermelho
Tempo de Subida	Verde	Vermelho
Tempo de Acomodação	Vermelho	Verde
Overshoot	Vermelho	Verde

Fonte: Autor(2024).

8.1 Projetos Futuros

Este trabalho abriu portas para diversas possibilidades de expansão e aprimoramento no campo do controle de motores de indução, especialmente com o uso de controladores preditivos. Algumas sugestões para trabalhos futuros incluem a comparação do GPC com outros tipos de controles preditivos, como o controle preditivo baseado em modelo (MPC) ou o controle preditivo por horizonte de controle variável. Essa comparação poderia ajudar a avaliar as vantagens e limitações de cada método em termos de resposta dinâmica, robustez e estabilidade do sistema.

Outra linha de pesquisa promissora seria a implementação de variantes do GPC que integrem filtros de ruído e para melhorar a qualidade do sinal e reduzir o impacto de interferências externas, com isso a largura de banda do GPC aumentaria tornando-o um controlador mais robusto. Técnicas como o TGPC (Two-degree-of-freedom GPC) ou o FGPC (Filtered GPC) poderiam ser exploradas, uma vez que estas abordagens oferecem uma mescla entre o controle preditivo e filtragem de ruídos, potencialmente resultando em uma resposta mais robusta e eficiente. Com a aplicação dessas técnicas, o sistema poderia ser menos sensível a ruídos indesejados, o que se mostrou um desafio no presente estudo, mesmo com o uso de filtros básicos e cabos blindados.

Além disso, futuras pesquisas poderiam explorar a implementação dos controladores preditivos em sistemas embarcados de menor capacidade computacional, como microcontroladores com recursos limitados. Esse tipo de estudo seria relevante para avaliar a viabilidade

e o desempenho de controladores preditivos em aplicações industriais e comerciais, onde o custo-benefício e a eficiência de processamento são fatores críticos.

REFERÊNCIAS

- ABRAHÃO, V. A. d. S. Trabalho de Conclusão de Curso, **Desenvolvimento de sistema para acionamento e controle de motores de indução trifásicos de até 10CV através de inversor de frequência e microcontroladores programados com sintonias PI**. Belém: [s.n.], 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Pará, Belém.
- BORTONI, E. **Máquinas Elétricas: Fundamentos e Aplicações**. [S.l.]: Editora Érica, 2008.
- BOSE, B. K. **Power Electronics and Motor Drives: Advances and Trends**. [S.l.]: Academic Press, 2006.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. London, UK: Springer, 1999.
- CAMPOS, M. C. M. D.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles típicos de equipamentos e processos industriais**. [S.l.]: Editora Blucher, 2010.
- CHAPMAN, S. J. **Máquinas Elétricas**. [S.l.]: McGraw-Hill Brasil, 2011.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern Control Systems**. 11th. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2008.
- EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S. **Otimização de Processos**. 2ª ed.. ed. [S.l.]: LTC, 2001.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. 5th. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2005.
- LANDAU, I. D. et al. **Direct Adaptive Control**. 1998. Adaptive Control, p. 369-421. Accessed: 2024-11-18.
- LANDAU, I. D.; ZITO, G. **Digital Control Systems: Design, Identification and Implementation**. London: Springer, 2006.
- NETO, A. H. et al. **Técnicas anti-windup em estruturas de controle PID, RST e GPC**. 2005. Available online.
- NISE, N. S. **Control Systems Engineering**. 6th. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- OGATA, K. **Engenharia e Controle Moderno**. 5ª ed.. ed. [S.l.]: Pearson, 2007.
- OLIVEIRA, C. E.; MONTEIRO, R. **Consumo de energia elétrica em motores elétricos industriais**. *Revista de Tecnologia Industrial*, v. 3, n. 2, p. 12–20, 2012.
- SILVEIRA, A. M. M. d. **Controlo escalar de velocidade no motor de indução trifásico**. *Neutro à Terra*, p. 9–22, 2017.
- SKOGESTAD, S. **Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning**. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 4, p. 291–309, 2003.
- WEG Equipamentos Elétricos S.A. **Manual de Instruções - CFW-10**. Jaraguá do Sul, SC, Brasil, 2013. Disponível em: <<https://www.weg.net>>.
- WILDI, T. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2011.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. **Optimum settings for automatic controllers.** *Transactions of the ASME*, v. 64, p. 759–768, 1942.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID Controllers: Theory, Design, and Tuning.** 2. ed. Research Triangle Park, NC: ISA, 1995.

APÊNDICE A – Resultados obtidos na planta com PI

Tempo (s)	degrau	y(t)
0.00	1	0.078337
0.07	1	0.215453
0.14	1	0.659846
0.21	1	1.188817
0.28	1	1.384295
0.35	1	1.332438
0.42	1	1.059465
0.49	1	0.928353
0.56	1	0.872394
0.63	1	0.897216
0.70	1	0.999659
0.77	1	1.092453
0.84	1	1.058393
0.91	1	1.059649
0.98	1	1.008948
1.05	1	0.985357
1.12	1	1.006014
1.19	1	0.997148
1.26	1	1.027659
1.33	1	1.021724
1.40	1	1.019408
1.47	1	1.016928
1.54	1	1.078943
1.61	1	1.015615
1.68	1	1.019564
1.75	1	1.009132
1.82	1	1.020867
1.89	1	1.035815
1.96	1	1.039586
2.03	1	1.009018
2.10	1	1.025221
2.17	1	1.049282
2.24	1	1.035143
2.31	1	1.004510
2.38	1	1.002867
2.45	1	1.025563
2.52	1	1.022828
2.59	1	1.024603
2.66	1	1.008357
2.73	1	1.018467
2.80	1	1.084786
2.87	1	1.000924
2.94	1	1.001615
3.01	1	1.090137

Tempo (s)	degrau	u(t)
0.00	1	2.261000
0.07	1	2.928311
0.14	1	1.786747
0.21	1	0.906805
0.28	1	0.462602
0.35	1	0.475358
0.42	1	0.689014
0.49	1	1.049177
0.56	1	1.076988
0.63	1	1.287545
0.70	1	1.080888
0.77	1	0.890187
0.84	1	0.873458
0.91	1	0.893744
0.98	1	0.912801
1.05	1	1.123832
1.12	1	1.192970
1.19	1	1.016580
1.26	1	1.008768
1.33	1	0.909888
1.40	1	0.975869
1.47	1	0.983763
1.54	1	1.000339
1.61	1	0.906174
1.68	1	0.922763
1.75	1	0.938987
1.82	1	0.919434
1.89	1	0.982784
1.96	1	1.186.632
2.03	1	0.958530
2.10	1	1.000813
2.17	1	1.031248
2.24	1	0.962347
2.31	1	0.900327
2.38	1	0.989812
2.45	1	0.981435
2.52	1	1.169422
2.59	1	0.942024
2.66	1	1.019436
2.73	1	1.009352
2.80	1	1.041949
2.87	1	0.950924
2.94	1	0.987983
3.01	1	0.992736

APÊNDICE B – Resultados obtidos na planta com GPC

Tempo	degrau	y(t)
0.00	0	0.000000
0.07	0	0.000000
0.14	0	0.000000
0.21	0	0.000000
0.28	1	0.000000
0.35	1	0.020969
0.42	1	0.434452
0.49	1	0.824150
0.56	1	1.060932
0.63	1	1.147265
0.70	1	1.109493
0.77	1	1.025045
0.84	1	0.977187
0.91	1	0.964010
0.98	1	1.001241
1.05	1	0.977187
1.12	1	1.005968
1.19	1	1.014575
1.26	1	1.011241
1.33	1	1.000752
1.40	1	0.992411
1.47	1	0.992361
1.54	1	0.997575
1.61	1	1.002598
1.68	1	1.004109
1.75	1	1.002355
1.82	1	0.999673
1.89	1	0.998170
1.96	1	0.998410
2.03	1	1.099600
2.10	1	1.040614
2.17	1	1.000851
2.24	1	1.000444
2.31	1	1.019990
2.38	1	1.029962
2.45	1	0.999697
2.52	1	0.999944
2.59	1	1.000136
2.66	1	1.000168
2.73	1	1.000077
2.80	1	0.999969
2.87	1	0.999921
2.94	1	0.999943
3.01	1	0.999994
3.08	1	1.001328
3.15	1	1.006463
3.22	1	1.014495
3.29	1	1.020697
3.36	1	1.019931
3.43	1	1.009751

Tempo	degrau	u(t)
0.00	0	0.000000
0.07	0	0.000000
0.14	0	0.000000
0.21	0	0.000000
0.28	1	1.756.209
0.35	1	1.866.312
0.42	1	0.918680
0.49	1	1.070.069
0.56	1	0.761896
0.63	1	0.744589
0.70	1	0.825116
0.77	1	1.042.855
0.84	1	1.002.567
0.91	1	1.045.950
0.98	1	0.974989
1.05	1	1.109.041
1.12	1	0.988374
1.19	1	1.003.241
1.26	1	0.880641
1.33	1	0.992760
1.40	1	0.989716
1.47	1	0.972747
1.54	1	0.983853
1.61	1	1.002.840
1.68	1	1.000.411
1.75	1	1.019.718
1.82	1	0.964163
1.89	1	0.986112
1.96	1	0.983170
2.03	1	0.940291
2.10	1	1.124.330
2.17	1	0.858311
2.24	1	0.979516
2.31	1	1.000.829
2.38	1	0.999716
2.45	1	0.972747
2.52	1	0.993853
2.59	1	0.972840
2.66	1	0.993443
2.73	1	0.998023
2.80	1	1.046.856
2.87	1	0.841751
2.94	1	1.000.458
3.01	1	0.976329
3.08	1	1.000.465
3.15	1	1.000.465
3.22	1	0.942310
3.29	1	1.000.458
3.36	1	1.000.457
3.43	1	1.030.000

APÊNDICE C – Código Matlab

```
clc;clear;
%% define planta
% Definindo a variável de Laplace e a variável de tempo discreto
s = tf('s');
z = tf('z');

% Configurações do sistema subamortecido
Tass = 0.68; % Tempo de assentamento
Os = 2.118; % Sobressinal máximo (%)
k = 1; % Ganho
teta = 0.016; % Tempo morto
qsiT = (log(Os/100)^2) / ((pi^2) + (log(Os/100)^2));
qsiT = sqrt(qsiT);
wn = 4 / (Tass * qsiT);
% Função de transferência com atraso
Ts = 0.07;
t = 0:Ts:3.01;% tempo para simulação em segundos
G = exp(-(teta)*s) * tf(wn^2, [1 2*qsiT*wn wn^2]);
Gd = c2d(G,Ts,'zoh'); % Conversão para tempo discreto com hold
de zero
%% sinais de controle, erro e resposta esperados para o PI
control = (2.161*s+(2.161/0.239))/s;%controlador PI
L_s = G*control/(1+G*control);% resposta malha fechada controle
PI*planta
U_s = control/(1+G*control);% sinal de controle malha fechada
controle PI*planta
[ykpi tkpi] = step(L_s,t);
[ukpi tkpi] = step(U_s,t);
E_s = 1-ykpi;
%% índices ISE, ITAE e ISU esperados para o PI
ISE = sum(E_s.^2) * Ts; % ISE: Soma do erro ao
quadrado vezes o período de amostragem
ITAE = sum(t' .* abs(E_s)) * Ts; % ITAE: Soma de tempo *
erro absoluto vezes o período de amostragem
ISU = sum(E_s.^2) * Ts + sum(ukpi.^2) * Ts;
fprintf('ISE (Discreto)PI: %.4f\n', ISE);
fprintf('ITAE (Discreto)PI: %.4f\n', ITAE);
fprintf('ISU (Discreto)PI: %.4f\n', ISU);
%% sinais de controle, erro e resposta esperados para o GPC
Az = [1 -1.251 0.4389];% polinômio Az CARIMA
Bz = [0.06777 0.1166 0.003444];% polinômio Bz CARIMA
Cz = [1 0 0 0];% polinômio Cz CARIMA
d=1;%atraso de transporte
%-----conversão espaço de estados-----%
A_delta = conv([1 -1],Az);
A = [ -A_delta(2:end)' [eye(2,2);0 0]];
B=[Bz'];
C=[1 0 0];
Gamma = [Cz(2)-A_delta(2);Cz(3)-A_delta(3);Cz(4)-A_delta(4)]; %
Matriz Gamma (CARIMA)
%-----gerando polinômio E1, F1, G1 e G'1-----%
nb=2;N1=1;Ny=12;Nu=4;lambda=.1; %ordem de Bz;limite inferior de
predição;horizonte de predição;horizonte de controle;
E=1;%E1
```

```

F=[A^0*Gamma]';%F1
Gu=[];
Gj=conv(E,Bz);%G1
Glinha=[Gj(end-nb+1:end)];%G'1
%----- Construindo as matrizes E, F e G'-----%
for j=2:Ny
    E=[E C*A^(j-2)*Gamma]; % preenche o resto da matriz E
    F=[F;[A^(j-1)*Gamma]'];% preenche o resto da matriz F
    Gj=conv(E,Bz); % produto Gj = Ej*B
    Glinha=[Glinha;Gj(end-nb+1:end)];% preenche o resto da
matriz G'
end
%-----contruindo a matriz G usada em G*u +fr-----%
Gu = tril(toeplitz(Gj(1:end-nb)));%matriz G completa
Gu_limitada = Gu(N1:Ny,1:Nu);%G truncada em relação aos limites
nos horizontes de predição
K =
inv(Gu_limitada'*Gu_limitada+lambdas*eye(Nu,Nu))*Gu_limitada';
k1 = K(1,:);%valores dos ganhos Kgpc
%-----sinal para referência-----%
r = [zeros(4,1);
ones(70,1)];
N = length(r)-Ny;
%-----hibridização RST-----%
H=2*(Gu_limitada'*Gu_limitada + lambdas*eye(Nu)); % Matriz H
quadrática
V = 2*inv(H)*Gu_limitada';
V1 = V(1,:);
R1 = [1 V1*Glinha(N1:Ny,:)];%[1 V1*Gbarra];
R1_delta = conv([1,-1],R1);
S1 = V1*F(N1:Ny,:);
T1 = sum(V1);
%-----implementação RST-----%
y2 = zeros(1, N); % Saída da planta
u2 = zeros(1, N); % Sinal de controle
du2 = zeros(1, N); % incremento de controle
for k=1:3
    y2(k)=0; u2(k)=0;du2(k) = 0;
end
for k = 4:N
    % Atualização da saída da planta (exemplo simples de planta
discreta)
    y2(k) = -Az(2)*y2(k-1)-Az(3)*y2(k-2)+Bz(1)*u2(k-
1)+Bz(2)*u2(k-2)+Bz(3)*u2(k-3);
    du2(k)= -R1(2)*du2(k-1)-R1(3)*du2(k-2)-S1(1)*y2(k)-
S1(2)*y2(k-1)-S1(3)*y2(k-2)+T1*r(k);
    u2(k) = u2(k-1) +du2(k);
end
erro_gpc = 1-y2(5:48); % conta o erro somente após a aplicação
do degrau unitário
ISE = sum(erro_gpc.^2) * Ts;
ITAE = sum(t .* abs(erro_gpc)) * Ts;
ISU = sum(erro_gpc.^2) * Ts + sum(u2(5:48).^2) * Ts;% conta o
sinal de controle somente após a aplicação do degrau unitário
disp(' ');
fprintf('ISE (Discreto)GPC: %.4f\n', ISE);

```

```

fprintf('ITAE (Discreto)GPC: %.4f\n', ITAE);
fprintf('ISU (Discreto)GPC: %.4f\n', ISU);

%% sinais de saida reais medidos
% -----Leitura do arquivo de texto PI-----
-----%
data1 = load('teste_PI_certo.txt');
tempo1 = data1(:, 1);          % Primeira coluna é o tempo
degrau1 = data1(:, 2);        % Segunda coluna é o degrau
resposta_real_pi = data1(:, 3); % Terceira coluna é a
resposta real do PI

hold on; % Permite sobrepor os gráficos
plot(tempo1(1:44), degrau1(1:44), 'r-', 'LineWidth', 1.5,
'DisplayName', 'degrau'); % Gráfico da coluna 2
plot(tempo1(1:44), resposta_real_pi(1:44), 'g--', 'LineWidth',
1.5, 'DisplayName', 'resposta real'); % Gráfico da coluna 3
plot(tempo1(1:44), ykpi, 'b--', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
'resposta simulada');
hold off;

% Configurações do gráfico
grid on;
title('resposta do sistema PI');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('Location', 'Best');

%----- Leitura do arquivo de texto GPC-----
---%
data2 = load('teste_GPC_certo.txt');

% Extração das colunas
tempo2 = data2(:, 1);          % Primeira coluna é o tempo
degrau2 = data2(:, 2);        % Segunda coluna é o degrau
resposta_real_gpc = data2(:, 3); % Terceira coluna é a
resposta real do GPC

% Plotagem
figure(2);
hold on; % Permite sobrepor os gráficos
plot(tempo2, degrau2, 'r-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName',
'degrau'); % Gráfico da coluna 2
plot(tempo2, resposta_real_gpc, 'g--', 'LineWidth', 1.5,
'DisplayName', 'resposta real'); % Gráfico da coluna 3
plot(tempo2, y2(1:50), 'b--', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
'resposta simulada');
hold off;

% Configurações do gráfico
grid on;
title('resposta do sistema GPC');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('Location', 'Best');

```

```

%% margem de fase PI
% Parâmetros do controlador PI (Ziegler-Nichols)
Kp = 2.161; % Ganho proporcional
Ti = 0.239; % Constante de tempo integral

% Função de transferência do controlador PI
s = tf('s'); % Variável complexa Laplace
C = Kp * (1 + 1/(Ti*s)); % Controlador PI

% Função de transferência da planta
num_planta = [57.59];
den_planta = [1, 11.76, 57.59];
delay = 0.016; % Atraso
P = tf(num_planta, den_planta, 'InputDelay', delay); % Planta
com atraso

% Produto da planta com o controlador
L = series(C, P); % Malha aberta
% Diagrama de Bode com margens de fase e ganho
figure;
margin(L); % Mostra o diagrama de Bode e destaca as margens
grid on;
title('Diagrama de Bode com Margens de Fase e Ganho PI');

% Calcula as margens de fase e ganho
[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(L);

% Exibe as margens no console
disp(' ');
disp('Margens de Fase e Ganho PI:');
disp(['Margem de ganho (Gm): ', num2str(20*log10(Gm)), ' dB']);
disp(['Margem de fase (Pm): ', num2str(Pm), ' graus']);
disp(['Frequência de ganho unitário (Wcg): ', num2str(Wcg), '
rad/s']);
disp(['Frequência de cruzamento de fase (Wcp): ', num2str(Wcp),
' rad/s']);

%% margem de fase GPC
MD_a = tf(S1,R1_delta,0.07,'Variable','z^-1')*Gd;
% Diagrama de Bode com margens de fase e ganho
figure;
margin(MD_a); % Mostra o diagrama de Bode e destaca as margens
grid on;
title('Diagrama de Bode com Margens de Fase e Ganho GPC');
[Gm_gpc, Pm_gpc, Wcg_gpc, Wcp_gpc] = margin(MD_a);
% Exibe as margens no console
disp(' ');
disp('Margens de Fase e Ganho GPC:');
disp(['Margem de ganho (Gm): ', num2str(20*log10(Gm_gpc)), '
dB']);
disp(['Margem de fase (Pm): ', num2str(Pm_gpc), ' graus']);
disp(['Frequência de ganho unitário (Wcg): ', num2str(Wcg_gpc),
' rad/s']);
disp(['Frequência de cruzamento de fase (Wcp): ',
num2str(Wcp_gpc), ' rad/s']);

```

```

%% sinal de controle real pi e gpc
% Leitura do arquivo de texto para o sinal de controle PI
data3 = load('sinal_de_controle_PI.txt');
tempo_sinal_controle_pi = data3(:, 1);
sinal_controle_pi = data3(:, 3);

% Plotagem
figure;
hold on; % Permite sobrepor os gráficos
plot(tempo_sinal_controle_pi, sinal_controle_pi, 'g-',
'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'sinal controle real'); %
Gráfico da coluna 3
plot(tempo_sinal_controle_pi, ukpi, 'b--', 'LineWidth', 2,
'DisplayName', 'sinal controle simulada');
hold off;

grid on;
title('resposta do sinal de controle PI');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('Location', 'Best');

% Leitura do arquivo de texto para o sinal de controle GPC
data4 = load('sinal_de_controle_gpc.txt');
tempo_controle_sinal_gpc = data4(:, 1);
controle_sinal_gpc = data4(:, 3);
% Plotagem
figure;
hold on;
plot(tempo_controle_sinal_gpc, controle_sinal_gpc, 'g-',
'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'sinal controle real'); %
Gráfico da coluna 3
plot(tempo_controle_sinal_gpc, u2(1:50), 'b--', 'LineWidth', 2,
'DisplayName', 'sinal controle simulada');
hold off;

grid on;
title('resposta do sinal de controle GPC');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('amplitude');
legend('Location', 'Best');

%% teste 1 ordem (half-rule)
% Primeira função de transferência (1ª ordem com atraso)
G1 = exp(-0.0718*s) / (0.1724*s + 1);

% Segunda função de transferência (2ª ordem com atraso)
G2 = (76.79 * exp(-0.016*s)) / ((s + 8.9527) * (s + 8.5773));

% Resposta ao degrau para as duas funções
figure;
hold on;
step(G1);
step(G2);
hold off;

```

```
% Personalização do gráfico
title('Resposta ao Degrau do modelo criticamente amortecido e de
1° ordem');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Amplitude');
legend('1° ordem', '2° ordem', 'show', 'Location', 'Southeast');
grid on;
```