



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE TUCURUÍ  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

LUCAS VIANA AGUIAR

**COMPARAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS PARA PAVIMENTOS DE  
LAJES LISAS**

TUCURUÍ - PA  
2026

LUCAS VIANA AGUIAR

**COMPARAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS PARA PAVIMENTOS DE  
LAJES LISAS**

Trabalho de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Civil, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. Manoel José Mangabeira Pereira Filho

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

A282c Aguiar, Lucas Viana.  
COMPARAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS  
PARA PAVIMENTOS DE LAJES LISAS / Lucas Viana Aguiar. —  
2026.  
40 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Manoel José Mangabeira Pereira Filho  
Trabalho de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará,  
Campus Universitário de Tucuruí, Faculdade de Engenharia Civil,  
Tucuruí, 2026.

1. Lajes lisas. 2. deslocamento vertical. 3. modelagem  
computacional. 4. punção. 5. análise linear. I. Título.

CDD 624.1834

---

LUCAS VIANA AGUIAR

**COMPARAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS PARA PAVIMENTOS DE  
LAJES LISAS**

Trabalho de Curso apresentado à Faculdade de Engenharia Civil, do Campus Universitário de Tucuruí, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Data da aprovação: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Conceito: \_\_\_\_\_

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Manoel José Mangabeira Pereira Filho  
Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Tucuruí

---

Eng. Me. André Luis Silva Bernardo  
Structural Engineer - AG&E

---

Prof. Me. Davi Barbosa Costa da Silva  
Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Tucuruí

Dedico esse TCC à minha família e a todos que acreditaram e confiaram em mim, vocês foram fundamentais para a realização desse trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado forças para continuar seguindo a vida de maneira íntegra até aqui. Agradeço de coração a minha mãe, Ângela Maria Soares Viana e ao meu pai, Raimundo Nonato Aguiar Segundo, que sempre me deram de tudo, me incentivaram, me orientaram e me abençoaram para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje, aos meus irmãos, Letícia Viana Aguiar e Luan Viana Aguiar, por fazerem parte da minha vida, todos vocês são o motivo da minha inspiração para continuar seguindo a vida.

Aos meus Padrinhos, Maria Izabel e Odair José, por me auxiliarem e na vida pessoal e acadêmica durante todo tempo, sei que sempre posso contar com vocês. Ao meu amor Odaiza Baia, por estar comigo durante esses um ano e onze meses ao meu lado me incentivando, apoiando e me dando suporte durante todo esse tempo, te amo.

A todos os amigos que fiz durante esses 5 anos de graduação, principalmente aqueles que estiveram presentes em quase todos os trabalhos em grupo, Agatha Moreno, Bruno Freitas, Igor Borges e Tiago de Sousa, vocês são bons amigos e foram essenciais para essa conquista, espero que obtenham êxito em suas trajetórias acadêmica e que eu possa ter sido importante para vocês nessa jornada como auxiliador e amigo durante todo esse tempo. Ademais, por todos os colegas de sala que de alguma forma contribuíram de maneira positiva nessa caminhada.

Diante de toda essa jornada foi crucial ter professores de excelência que me auxiliaram tanto dentro quanto fora da sala de aula, por tanto, agradeço a todos os professores que fizeram parte da minha vida acadêmica e principalmente ao meu orientador, Manoel José Mangabeira Pereira Filho, por ter aceitado esse desafio de me orientar e que continuemos firme e forte nessa trajetória acadêmica.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram para a realização deste trabalho. Trata-se da concretização de um sonho, ainda que haja um longo caminho a ser percorrido, parte dele, contudo, já foi alcançada.

“Entrega teu caminho ao senhor, confia nele e ele o ajudará.”

Bíblia Sagrada, Salmos 37:5

## RESUMO

A crescente busca por sistemas estruturais mais eficientes e econômicos tem favorecido a adoção de lajes lisas em projetos contemporâneos. Entretanto, a análise e o dimensionamento desses pavimentos requerem atenção redobrada, em razão da complexidade do comportamento estrutural nas regiões de ligação entre laje e pilar. Nessas áreas, concentram-se elevados momentos fletores e esforços cortantes, podendo ocasionar a ruptura por punção. A escolha inadequada do modelo computacional pode levar a erros substanciais na previsão do comportamento estrutural, comprometendo a segurança do projeto. Neste contexto, este trabalho comparou os resultados de deslocamento, reação de apoio e momento desbalanceado nos pilares de centro e borda referente a três modelos computacionais realizados por método dos elementos finitos. Os modelos computacionais desenvolvidos neste estudo simularam um pavimento-tipo em laje lisa de concreto armado, com base em modelos experimentais documentados na literatura técnica. O primeiro modelo adotou pilares representados por elementos de barra e lajes por elementos de casca. O segundo modelo seguiu abordagem similar dos pilares em barras, porém incorporou um agrupamento de elementos de casca com rigidez elevada na região de projeção do pilar. Já o terceiro modelo utilizou elementos sólidos para os pilares e elementos de casca para as lajes. Os deslocamentos verticais, reações de apoio e momentos desbalanceados obtidos nos modelos computacionais foram comparados com os resultados experimentais. Como resultado, os modelos computacionais não influenciaram nos resultados de reação de apoio, igualmente para transferência de momento em pilares internos, tendo todos os modelos uma boa concordância com os resultados de Sherif e Dilger (2000). Na transferência de momentos de ligações laje-pilar de borda, o pilar modelado como elemento de barra obteve maior precisão dentre os demais modelos no instante da ruptura. Ademais, a aplicação do método de Branson (1965) junto aos modelos computacionais obtiveram ótimos resultados para os deslocamentos verticais na faixa do pilar, entretanto, o mesmo não aconteceu para a faixa interna.

**Palavras-chave:** Lajes lisas, deslocamento vertical, modelagem computacional, punção, análise linear.

## ABSTRACT

The growing search for more efficient and economical structural systems has favored the adoption of smooth slabs in contemporary projects. However, the analysis and sizing of these pavements require extra attention, due to the complexity of the structural behavior in the connection regions between slab and pillar. In these areas, high bending moments and shear forces are concentrated, which can cause puncture rupture. The inadequate choice of the computational model can lead to substantial errors in the prediction of structural behavior, compromising the safety of the project. In this context, this work compared the results of displacement, support reaction and unbalanced moment in the center and edge pillars referring to three computational models performed by the finite element method. The computational models developed in this study simulated a typical floor slab in smooth reinforced concrete, based on experimental models documented in the technical literature. The first model adopted columns represented by bar elements and slabs by shell elements. The second model followed a similar approach to the pillars in bars, but incorporated a grouping of shell elements with high rigidity in the pillar projection region. The third model used solid elements for the pillars and shell elements for the slabs. The vertical displacements, support reactions and unbalanced moments obtained in the computational models were compared with the experimental results. As a result, the computational models did not influence the support reaction results, nor the moment transfer in internal columns, with all models showing good agreement with the results of Sherif and Dilger (2000). In the transfer of moments of edge slab-pillar connections, the pillar modeled as a bar element obtained greater precision among the other models at the moment of rupture. In addition, the application of the Branson method (1965) together with the computational models obtained excellent results for the vertical displacements in the pillar strip, however, the same did not happen for the internal strip.

**Keywords:** Flat slab, vertical displacement, computational modeling, punching shear, linear analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistemas de lajes lisas em concreto armado.....	10
Figura 2 – Colapso parcial do edifício Champlain Towers South.....	11
Figura 3 – Experimento de Branson.....	14
Figura 4 – Deslocamentos obtidos no teste S2.....	15
Figura 5 – Pilar definido como elemento sólido.....	17
Figura 6 – Modelos propostos.....	19
Figura 7 – Momentos fletores de projeto comparado ao momento por Elemento Finito.....	20
Figura 8 – Métodos alternativos de modelar a ligação laje-pilar.....	21
Figura 9 – Carregamento distribuído equivalente.....	22
Figura 10 – Região do pilar mostrando o trecho rígido - MEF.....	23
Figura 11 – Região do pilar mostrando o trecho rígido - Analogia de grelha.....	23
Figura 12 – Comparativo de diagramas de momentos fletores para o pórtico 1.....	24
Figura 13 – Diferentes modelos estudados.....	25
Figura 14 – Comparação de momentos fletores usando diferentes modelos de apoio.....	25
Figura 15 – Picos de momentos elevados na ligação laje-pilar.....	26
Figura 16 – Pavimento tipo.....	27
Figura 17 – Modelo do pavimento com malhas controladas e pilar como elemento de barra.....	28
Figura 18 – Trecho rígido.....	28
Figura 19 – Modelo com pilares de barra com a presença de trecho rígido.....	29
Figura 20 – Modelo de pavimento com o pilar sólido.....	30
Figura 21 – Rigidez equivalente para vãos de vigas contínuas.....	31
Figura 22 – Momento fletor no pavimento.....	32
Figura 23 – Deslocamento vertical no pavimento.....	33
Figura 24 – Reação no apoio interno e de borda.....	34
Figura 25 – Transferência de momento nas ligações laje-pilar interno e de borda.....	35
Figura 26 – Variação dos deslocamentos verticais.....	36
Figura 27 – Deslocamentos no centro do painel de laje.....	37

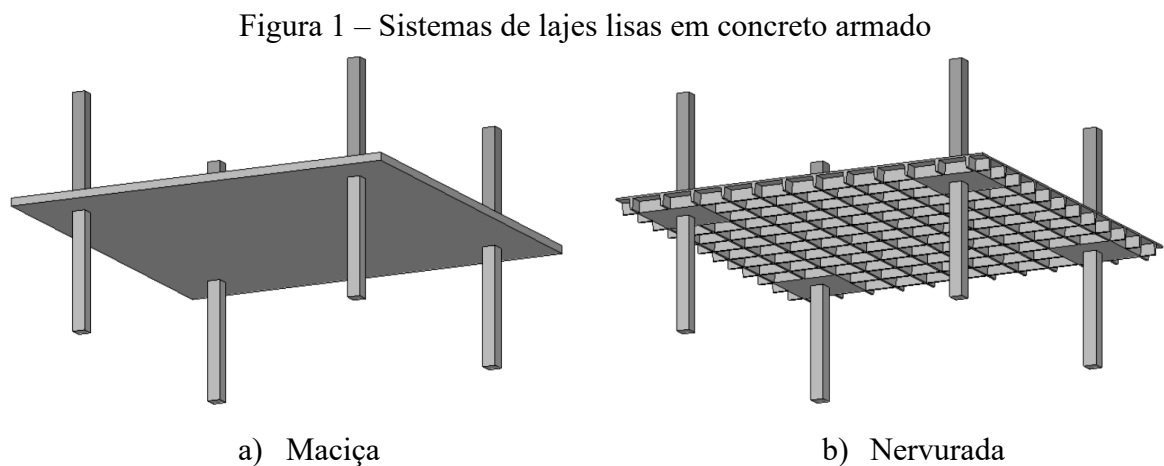
## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	13
1.2	OBJETIVOS .....	13
1.2.1	Objetivo Geral.....	13
1.2.2	Objetivos Específicos.....	13
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>14</b>
2.1	ESTUDO DE DEFLEXÕES DESENVOLVIDO POR BRANSON.....	14
2.2	ESTUDO EXPERIMENTAL DE SHERIF E DILGER (2000) .....	14
2.3	METODOLOGIAS PARA ANÁLISE LINEAR .....	16
2.4	ESTUDOS DE LAJES LISAS SOB DIVERSAS ABORDAGENS.....	17
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	<b>26</b>
3.1.	CARACTERISTICA DO PAVIMENTO .....	26
3.2.	MODELO COMPUTACIONAL .....	27
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>32</b>
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>37</b>
5.1	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS.....	38
<b>6.</b>	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>39</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O avanço das técnicas construtivas e a crescente demanda por soluções estruturais mais eficientes têm impulsionado a ampla utilização de lajes lisas em concreto armado na construção civil. Esse sistema estrutural destaca-se por eliminar a necessidade de vigas, proporcionando maior liberdade arquitetônica, redução de custos com formas, diminuição da altura total das edificações e maior racionalização dos processos construtivos.

Além disso, as lajes lisas favorecem a flexibilidade de uso dos ambientes e simplificam a execução de instalações prediais, tornando-se uma alternativa atrativa em edificações residenciais, comerciais e institucionais.



Fonte: Santos (2018).

Apesar dessas vantagens, as lajes lisas apresentam desafios estruturais significativos, especialmente nas regiões de ligação entre a laje e os pilares. Nessas áreas, ocorrem concentrações elevadas de esforços cortantes e momentos fletores, o que pode ocasionar o fenômeno de ruptura por punção, um mecanismo de falha que ocorre sem aviso prévio.

A correta compreensão e representação do comportamento estrutural do sistema de lajes lisas são, portanto, fundamentais para garantir a segurança, o desempenho e a durabilidade das estruturas, além de ajudar evitar falhas estruturais por punção, como demonstra a Figura 2 e estudado por Lu X. (2021).

Figura 2 – Colapso parcial do edifício Champlain Towers South



Fonte: Town of surfside (2021)

Com o avanço dos recursos computacionais, a utilização de modelos numéricos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) tornou-se uma ferramenta essencial na análise e no dimensionamento de estruturas de concreto. De acordo com Skorpen e Dekker (2014), o MEF é utilizado por engenheiros estruturais desde 1960 e a o embasamento do método está consolidado.

Softwares de elementos finitos, permitem simular o comportamento estrutural de diversas maneiras, possibilitando análises mais rápidas, eficientes e economicamente viáveis. No entanto, a confiabilidade dos resultados obtidos depende diretamente das estratégias de modelagem adotadas, especialmente no que se refere à forma de representação dos pilares e da ligação laje-pilar.

De acordo com Choi *et al.* (2014), na ligação laje-pilar, o comportamento é complexo devido a união dos elementos de barra (pilar) e elementos de placa (laje). De maneira a adaptar a ligação laje-pilar, Rombach (2004) sugere o uso do modelo com trecho rígido nos pilares internos, essa metodologia continuou sendo estudada até que Puel e Loriggio (2016) consideraram a utilização de trecho rígido em todos os pilares (pilar interno, de canto e de borda), afirmando que considerar uma região de trecho rígido no pilar poderá causar picos de momento na ligação laje-pilar se comparado ao modelo com elemento de barra sem trecho rígido, mas conclui que na face dos pilares esses valores são coerentes.

Além dos modelos citados, Rombach (2004) propôs que o pilar fosse modelado como elemento sólido. Henrichs (2003) corrobora, dizendo que modelar o pilar como elemento

sólido resulta em uma maior conformidade com cenários reais. Esse modelo ainda continuou sendo estudado por Skorpen e Dekker (2014) e Puel e Loriggio (2016).

Diferentes abordagens de modelagem podem produzir variações significativas nos resultados de deslocamentos verticais, reações de apoio e momentos transferidos, impactando diretamente o dimensionamento estrutural e a avaliação da segurança à punção. Assim, surge o seguinte problema de pesquisa:

“Como as diferentes estratégias de modelagem computacional dos pavimentos em lajes lisas influenciam a previsão do comportamento estrutural, especialmente em relação aos deslocamentos, reações de apoio e transferência de momentos nas ligações laje-pilar?”

A relevância deste estudo manifesta-se tanto no âmbito acadêmico quanto no profissional. Do ponto de vista científico, o trabalho contribui para o aprofundamento do conhecimento sobre o comportamento estrutural de lajes lisas e os mecanismos associados à punção, ampliando a discussão sobre práticas de modelagem numérica. Sob a perspectiva prática, os resultados podem auxiliar engenheiros projetistas na escolha de estratégias de modelagem mais confiáveis, contribuindo para projetos mais seguros, econômicos e alinhados às recomendações normativas, especialmente à ABNT NBR 6118.

A metodologia adotada baseia-se em uma análise linear elástica realizada por meio do MEF, utilizando o software SAP2000. Foram desenvolvidos três modelos computacionais distintos para um pavimento-tipo em laje lisa de concreto armado, diferenciando-se pela forma de modelagem dos pilares e suas ligações: pilares representados como elementos de barra; pilares modelados como elementos de barra com a inclusão de trecho rígido na ligação laje-pilar e pilares representados como elementos sólidos, buscando uma representação mais próxima do comportamento físico real.

Os resultados obtidos nos modelos computacionais foram comparados com dados experimentais provenientes de ensaios em pavimentos de lajes lisas realizados por Sherif e Dilger (2000). Adicionalmente, adotou-se a fórmula de Branson para estimar a rigidez efetiva da laje em regiões fissuradas, permitindo uma análise mais coerente com o comportamento real do concreto armado sem a necessidade de recorrer a análises não lineares.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Na prática do desenvolvimento de projetos estruturais, apesar da existência de softwares que possibilitam a análise não linear, demanda-se um tempo maior em comparação a análise linear elástica e uma alta demanda de processamento computacional, desse modo, a maioria das análises permanecem no domínio linear elástico devido a facilidade, economia computacional e compatibilidade com critérios normativos. Nesse contexto, torna-se fundamental adotar estratégias que permitam, ainda dentro da linearidade, representar os efeitos da fissuração do concreto em conformidade com a realidade.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Avaliar e comparar diferentes estratégias de modelagem de pavimentos em laje lisa de concreto armado considerando a aplicação da fórmula de Branson para a estimativa da rigidez em regiões fissuradas, permitindo uma avaliação em conformidade com a realidade dos deslocamentos verticais, momentos desbalanceados e reação nos apoios em lajes lisas sem recorrer à modelagem não linear.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

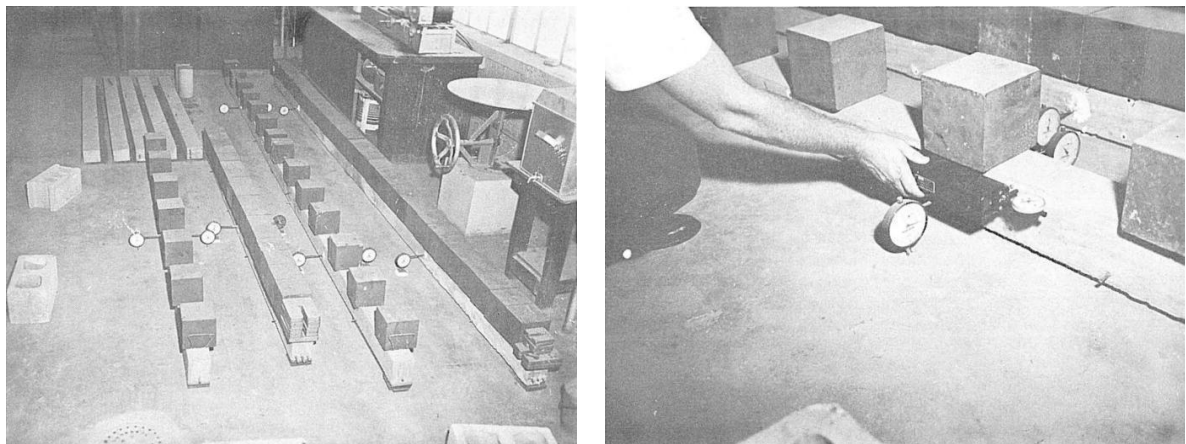
- Verificar a eficiência da equação de Branson frente a diferentes modelos computacionais.
- Avaliar a influência das estratégias de modelagem comparando com os resultados experimentais de Sherif e Dilger (2000).
- Validar os resultados computacionais de deslocamento vertical, reação vertical nos pilares e transferência de momento na ligação laje-pilar, com os valores experimentais obtidos por Sherif e Dilger (2000).
- Analisar qual modelo computacional mais se adequou aos resultados experimentais.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 ESTUDO DE DEFLEXÕES DESENVOLVIDO POR BRANSON

De acordo com Brason (1965), as deflexões em elementos de concreto armado submetidos à flexão devem ser controladas de forma a não afetar negativamente a aparência e a funcionalidade da estrutura. Branson (1965) ainda afirma que em vigas contínuas, a fissuração ocorre tanto nas zonas de momento positivo (meio do vão) quanto nas de momento negativo (sobre os apoios). O seu trabalho sugere que, para cálculos práticos, pode-se usar uma média das inércias efetivas das regiões fissuradas para prever a flecha total. Por fim, ele conclui que a rigidez de uma viga de concreto armado não é constante. Quando a carga aplicada gera um momento fletor que excede o momento de fissuração, o concreto na zona de tração se rompe, criando fissuras.

Figura 3 – Experimento de Branson



a) Vista das vigas de teste, corpos de prova de retração e instrumentação.

b) Vista ampliada do medidor Wittemore e do relógio comparador.

Fonte: Branson (1965)

### 2.2 ESTUDO EXPERIMENTAL DE SHERIF E DILGER (2000)

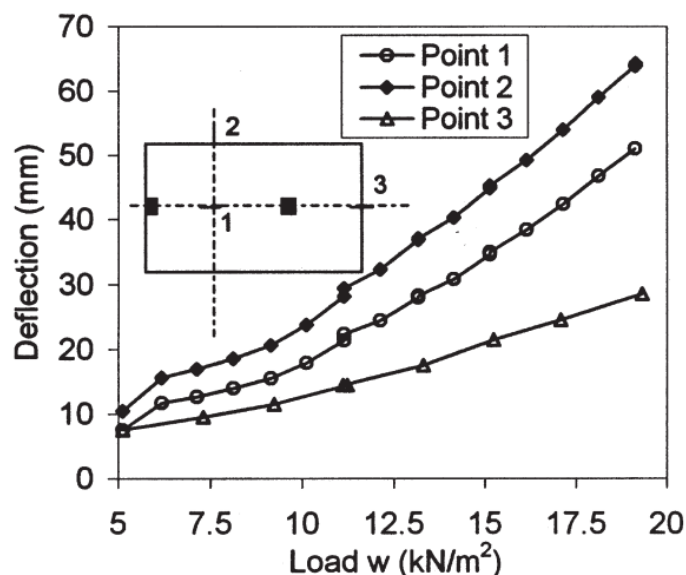
Sherif e Dilger (2000) desenvolveram e utilizaram uma nova configuração de ensaio para testar lajes cogumelo de concreto armado contínuas em escala real. O objetivo principal foi superar as limitações de testes anteriores que utilizavam conexões isoladas ou modelos em escala reduzida, os quais não simulavam adequadamente as condições de contorno reais nem o

efeito de membrana das lajes. O estudo focou em avaliar a resistência ao cisalhamento nas conexões laje-pilar e comparar os resultados experimentais com as disposições do código ACI, com o Método do Pórtico Equivalente (MPE), com análises de Elementos Finitos (MEF) e com uma equação de resistência proposta pelos próprios autores.

Para realizar os experimentos, os autores construíram lajes com vãos de 5 metros e espessura de 150 mm, suportadas por um pilar de borda e um pilar interno. Uma característica fundamental deste arranjo foi a utilização de quadros de borda projetados para simular as condições de simetria de uma laje contínua. Esses quadros permitiam o movimento vertical livre, mas impediam a rotação e a translação horizontal nas bordas da laje, criando condições de contorno realistas ao longo das linhas de cisalhamento zero.

O programa experimental consistiu no teste de duas lajes principais, designadas como Laje 1 e Laje 2, que resultaram em quatro testes distintos (S1-1, S1-2, S1-3 e S2). A primeira laje foi testada até a falha, reparada e testada novamente duas vezes. Os cenários incluíram conexões sem armadura de cisalhamento, conexões reparadas com capitéis e conexões reforçadas com pinos de cisalhamento. A Laje 2 foi testada com armadura de cisalhamento do tipo stud tanto no pilar de borda quanto no pilar interno desde o início.

Figura 4 – Deslocamentos obtidos no teste S2



Fonte: Sherif e Dilger (2000).

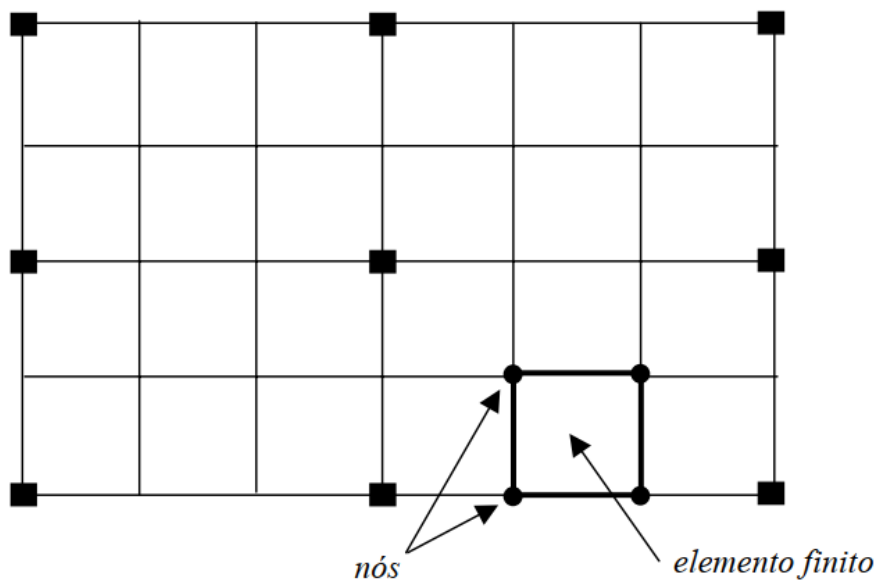
Durante os testes, os autores monitoraram as reações verticais, os momentos desbalanceados, as deformações no aço e no concreto, e as deflexões. Na análise dos resultados,

eles observaram que o Método do Pórtico Equivalente (MPE) e o MEF previam bem os momentos desbalanceados sob cargas baixas, mas tendiam a superestimar esses momentos em cargas mais altas devido à redução da rigidez torcional causada pela fissuração do concreto. Por fim, eles notaram que, para pilares internos, o momento desbalanceado chegava a diminuir perto da falha, comportando-se quase como uma rótula.

### 2.3 METODOLOGIAS PARA ANÁLISE LINEAR

Segundo a NBR 6118 (2023), os métodos comuns para análise linear são: Método dos Pórticos Equivalentes: Transforma a estrutura tridimensional em pórticos planos para simplificar o cálculo manual e o Método dos Elementos Finitos (MEF), que é a ferramenta mais precisa para análise elástica. Segundo Bathe (2014), o MEF permite captar a rigidez aproximada da laje, considerando a distribuição de tensões de forma contínua, o que é essencial para identificar concentrações de tensões.

Figura 4 – Laje lisa discretizada em elementos finitos



Fonte: Adaptado de Henrichs (2003)

## 2.4 ESTUDOS DE LAJES LISAS SOB DIVERSAS ABORDAGENS.

- HENRICHS (2003)

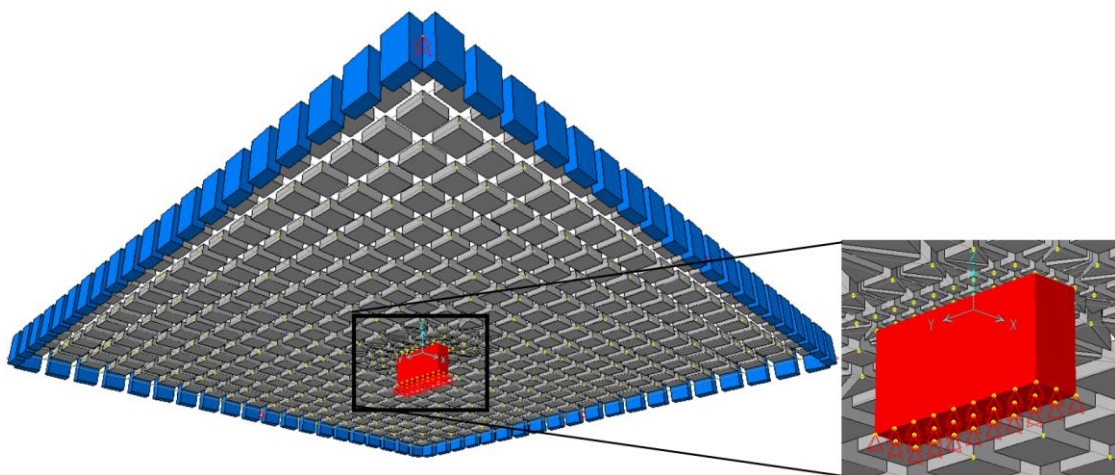
Em seu estudo, Henrichs analisou o comportamento estrutural de lajes lisas, destacando que a modelagem de cargas pontuais gera picos de momentos fletores que tendem ao infinito. Ao comparar a Teoria das Placas, o MEF e a Analogia de Grelha, o autor identificou que a qualidade da discretização e a escolha dos parâmetros de malha são determinantes para a precisão dos resultados.

Em seus modelos, o pilar modelado como apoio pontual, os resultados apresentam comportamentos distintos dependendo do tipo de esforço analisado. Para a carga axial no pilar, os momentos fletores positivos e os deslocamentos (flechas), este modelo fornece resultados muito bons, entretanto, os momentos fletores negativos sobre o pilar não são confiáveis neste modelo.

Outrossim é que à medida que a malha é refinada, esses momentos aumentam indefinidamente (tendendo ao infinito), caracterizando uma singularidade. Mesmo refinamentos localizados apenas próximos ao pilar geram valores excessivamente elevados. Portanto, os momentos negativos obtidos diretamente de modelos de apoio pontual não devem ser utilizados para dimensionamento sem correções.

Ademais, foi idealizado o modelo considerando o pilar central com elementos sólidos na busca de uma melhor conformidade do modelo com a realidade do problema.

Figura 5 – Pilar definido como elemento sólido



Fonte: Henrichs (2003)

- ROMBACH (2004)

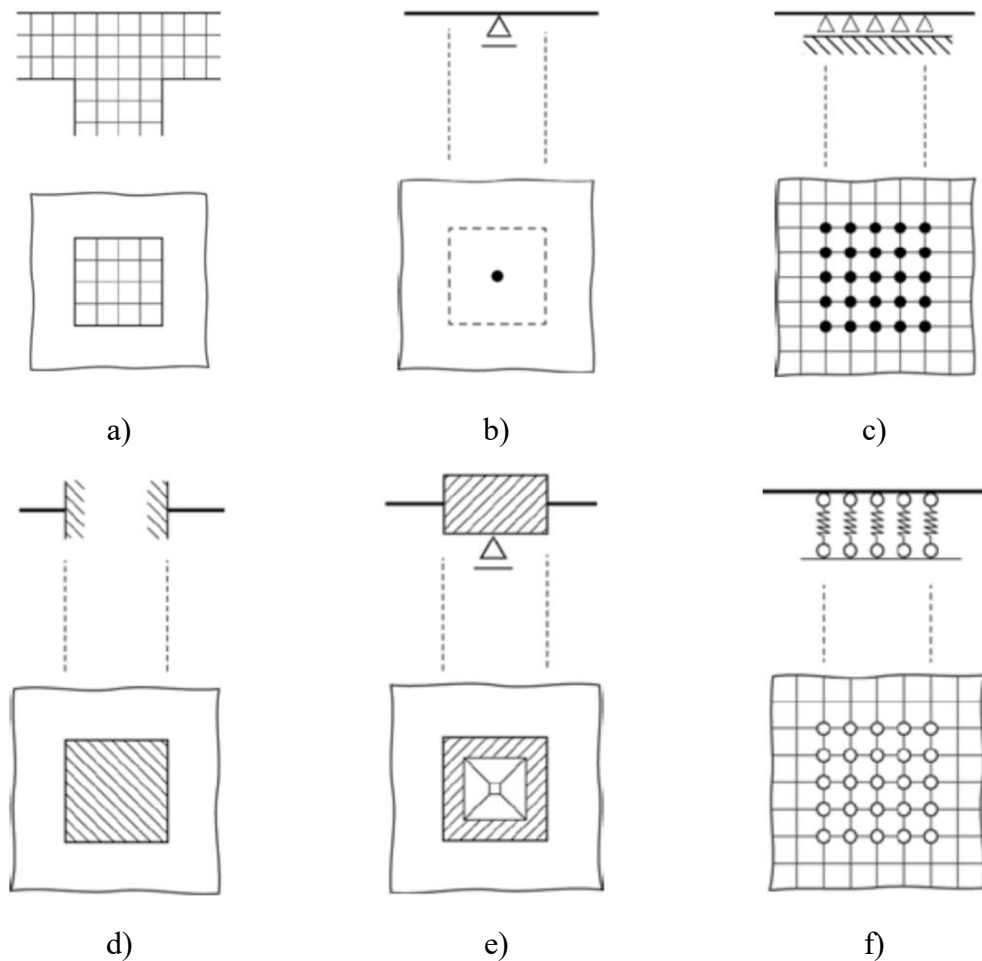
É abordado pelo autor que há grandes dificuldades numéricas de representar a conexão entre a laje e o pilar em softwares de Elementos Finitos. Rombach (2004), ainda destaca que o comportamento da estrutura de lajes lisas na região de apoio dos pilares não pode ser calculado exatamente usando as suposições subjacentes ao modelo de placas (lajes finas) quando se usa um apoio pontual.

Caso o pilar seja modelado como um único apoio, ocorre uma “singularidade”. Isso significa que, à medida que se refina a malha de elementos finitos, o momento fletor negativo sobre o pilar tende ao infinito. Rombach (2004), alerta que o valor de pico fornecido pelo software no centro do pilar é irreal e não deve ser usado diretamente para o dimensionamento da armadura de flexão, pois levaria a uma quantidade de aço excessiva e incorreta.

Os diferentes modelos para apoio em lajes propostos por Rombach estão na figura 6.

- (a) Modelo tridimensional da estrutura: Se a estrutura completa se comporta de forma elástica linear, então o comportamento de suporte de carga do sistema é modelado com grande precisão por meio de um modelo 3D. No entanto, a suposição de uma seção não fissurada sobre o suporte intermediário não é válida, pois é muito provável que as tensões de tração excedam a resistência à tração do concreto. Além disso, um grande esforço deve ser gasto para manipular um volume tridimensional ou mesmo um modelo de casca bidimensional, o que muitas vezes não é necessário. Deve-se notar que os problemas surgem quando os requisitos de armadura (reforço) estão sendo estimados. Portanto, na prática, um modelo de casca 3D é raramente utilizado.
- (b) Apoio de apenas um nó: o nó no centro do pilar é restringido na vertical, assim como o modelo de vigas.
- (c) Apoio articulado de todos os nós no apoio: restringe apenas na direção vertical. Esse modelo é, por vezes, utilizado para considerar a largura de uma parede muito rígida.
- (d) Restrição total de todos os nós nos apoios: Tanto a deformação vertical como a rotação de todos os nós no apoio são completamente restringidas. Os elementos sobre o apoio estão, portanto, livres de tensões e não apresentam esforços internos.
- (e) Acoplamento de nós: os nós no apoio são acoplados ao nó no centro do apoio para simular um elemento de rigidez infinita que pode rotacionar em torno do nó central.
- (f) Assentamento dos elementos apoiados: os elementos sobre a laje são apoiados elasticamente. É simulado um apoio plano e flexível.

Figura 6 – Modelos propostos



Fonte: Adaptado de Rombach (2004), e Skorpen & Dekker (2014)

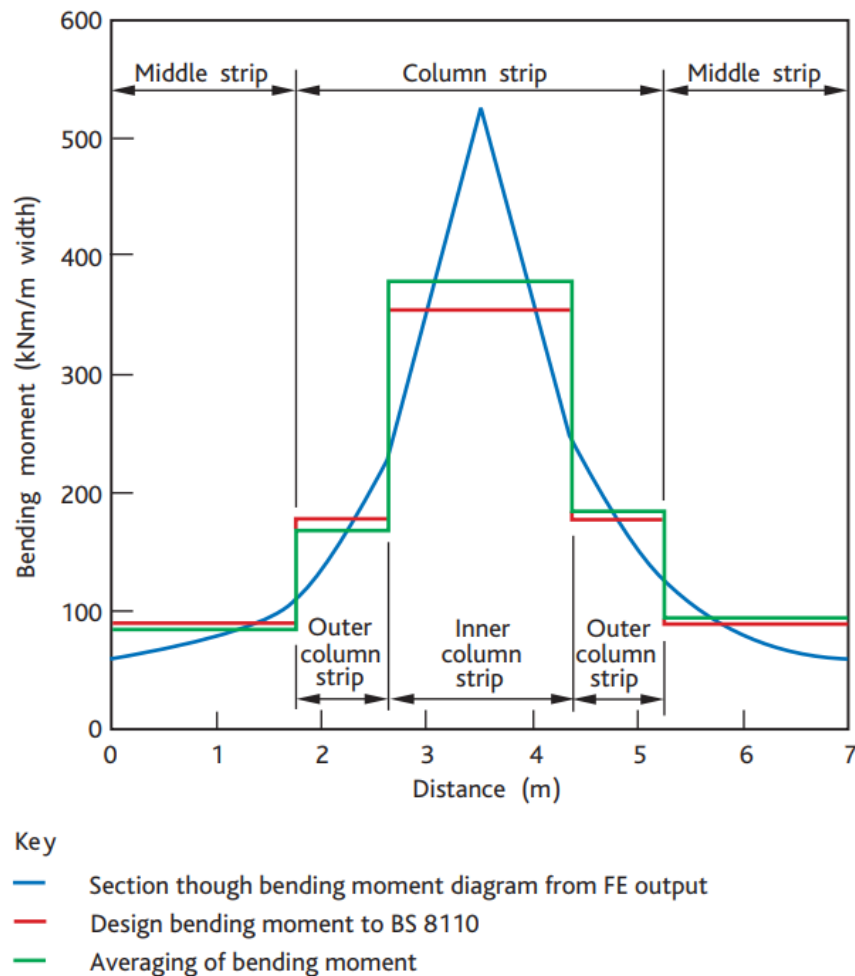
- BROOKER (2006)

Brooker (2006) afirma que o uso da Análise de Elementos Finitos (MEF) para o projeto de lajes lisas de concreto armado é uma ferramenta poderosa, especialmente adequada para lidar com geometrias complexas, grandes aberturas ou condições de carregamento incomuns. No entanto, Brooker (2006) adverte que o uso do software não deve ser visto como uma garantia de economia de material, para grelhas retangulares simples, o MEF raramente resulta em lajes mais finas do que aquelas obtidas por métodos manuais tradicionais ou tabelas de pré-dimensionamento, sendo o julgamento do engenheiro indispensável para a definição da espessura inicial.

No que tange à construção do modelo numérico, a precisão dos resultados depende fundamentalmente da qualidade da malha. Recomenda-se que o tamanho dos elementos não

exceda 1/10 do vão ou 1000 mm, o que for menor, e que os elementos sejam "bem condicionados", mantendo uma relação de aspecto inferior a 2:1 para garantir uma interpolação correta dos esforços. Além disso, em análises lineares onde o concreto é tratado como um material elástico e isotrópico, surgem "singularidades" ou picos de tensão infinitos em pontos de carga concentrada ou apoios pontuais. Esses picos são artefatos numéricos que não refletem a redistribuição real de forças causada pela fissuração e plastificação do concreto.

Figura 7 – Momentos fletores de projeto comparado ao momento por Elemento Finito

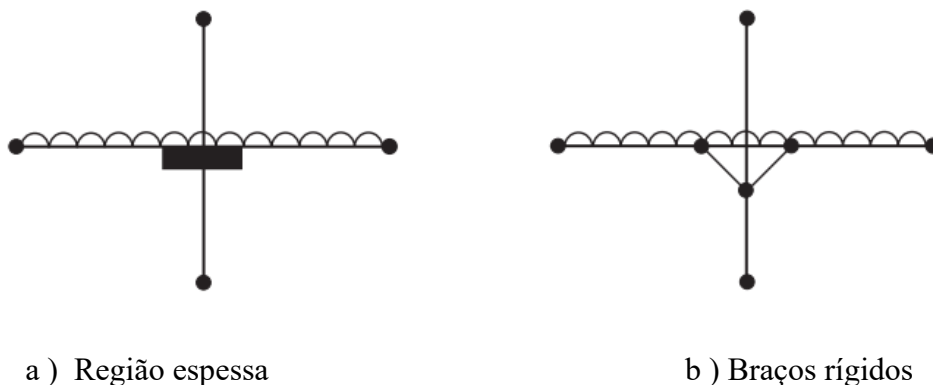


Fonte: Brooker (2006).

Consequentemente, a modelagem correta dos apoios é crítica para obter resultados realistas e evitar o superdimensionamento local. Brooker (2006) enfatiza que os pilares não devem ser modelados como simples apoios pontuais, pois isso subestima os momentos nos vãos e gera concentrações irrealistas de cisalhamento e momento negativo. A prática recomendada é modelar a área física do pilar (usando regiões mais espessas ou braços rígidos) e incluir a rigidez rotacional da conexão laje-pilar (molas), em vez de assumir engastes perfeitos ou apoios

rotulados, para capturar corretamente a transferência de momentos, especialmente em pilares de borda.

Figura 8 – Métodos alternativos de modelar a ligação laje-pilar



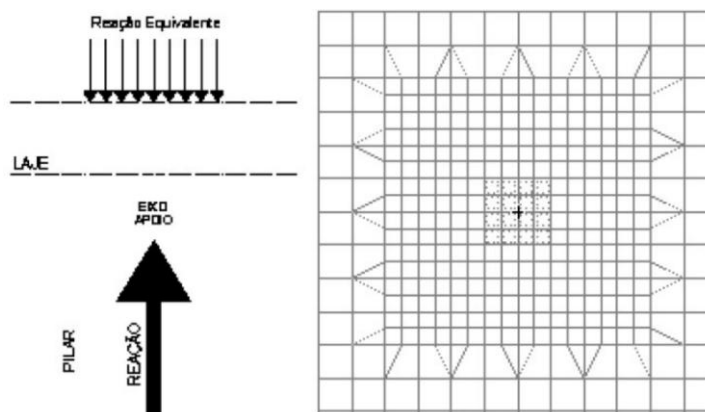
Fonte: Adaptado de Brooker (2006).

- PEDROZO (2008)

No estudo desenvolvido por Pedrozo (2008), investigaram-se os procedimentos de dimensionamento para lajes lisas protendidas, focando no Estado Limite de Serviço (ELS) para pavimentos com e sem balanços. A pesquisa estabeleceu um comparativo entre o Processo do Pórtico Equivalente e o Método dos Elementos Finitos (MEF), este último executado através do software SAP2000.

Um ponto central da análise numérica foi a investigação de como a modelagem dos apoios impacta diretamente os momentos fletores. Pedrozo identificou que a aplicação de um carregamento uniformemente distribuído na região dos apoios correspondente à reação do pilar, constitui uma solução eficaz, gerando resultados satisfatórios para o comportamento dos pavimentos.

Figura 9 – Carregamento distribuído equivalente



Fonte: Pedrozo (2008).

- PUEL (2009)

Puel (2009), teve como objetivo principal avaliar os momentos fletores na laje e os esforços no pilar (normal e momento) utilizando análises lineares através do Método dos Elementos Finitos (MEF) e do Processo por Analogia de Grelha.

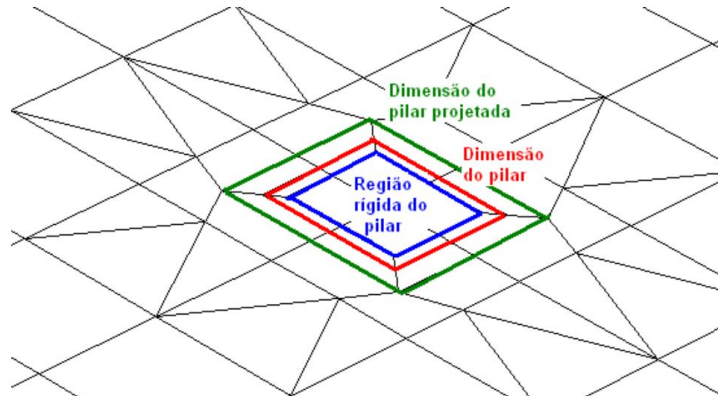
Para contornar o problema da singularidade, Puel (2009) propõe uma metodologia alternativa de modelagem. O procedimento consiste em substituir o apoio pontual do pilar por um carregamento distribuído aplicado na laje de baixo para cima, correspondente à reação do pilar. O autor testou distribuir essa reação tanto na área da seção transversal real do pilar quanto em uma área projetada a 45 graus no centro geométrico da laje. Como essa técnica desacopla a rigidez direta do apoio, foi desenvolvido um processo iterativo para garantir o equilíbrio do esforço normal e dos momentos fletores entre a laje e o pilar.

O estudo analisou casos de pilares em posição simétrica e assimétrica (deslocados do centro), considerando também a influência da rigidez da ligação laje-pilar através da modelagem de "trechos rígidos" (núcleos rígidos), conforme preconizado pela NBR 6118. Os resultados demonstraram que a modelagem do pilar como uma reação distribuída elimina o pico de singularidade, gerando um diagrama de momentos arredondado e suave sobre o apoio, cujos valores máximos convergem e independem do refinamento da malha.

Ao comparar os métodos numéricos, o trabalho observou que a introdução de trechos rígidos na região do pilar provoca novas concentrações de esforços nas bordas dessa região rígida, tanto no MEF quanto na Analogia de Grelha. No entanto, ao analisar os momentos fletores na face do pilar, os resultados mostraram-se consistentes e próximos entre as diferentes

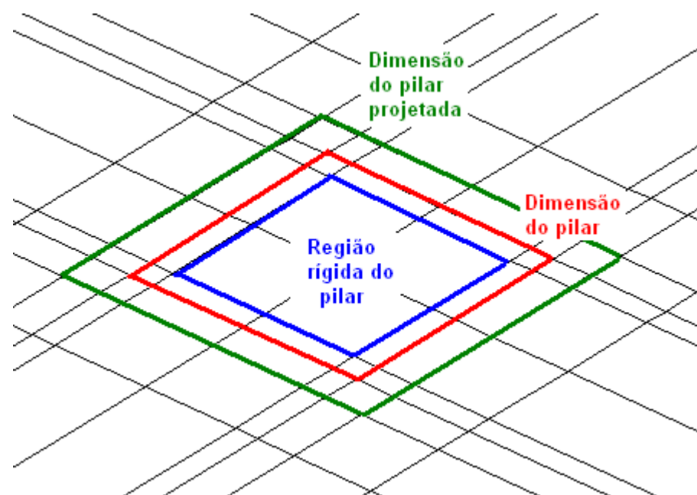
estratégias de modelagem (com ou sem trecho rígido), indicando que o dimensionamento deve ser feito com base nos valores na face e não no centro do apoio.

Figura 10 – Região do pilar mostrando o trecho rígido - MEF



Fonte: Adaptado de Puel (2009)

Figura 11 – Região do pilar mostrando o trecho rígido - Analogia de grelha



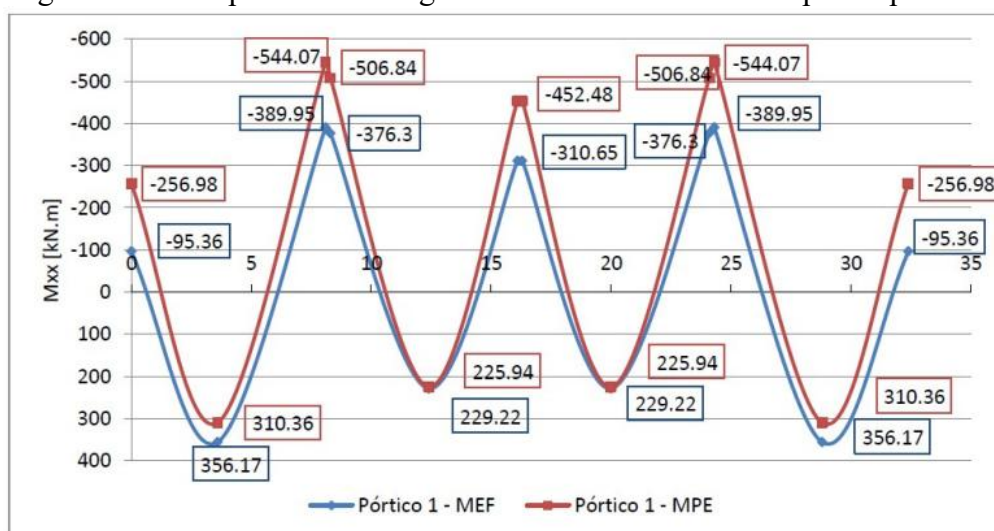
Fonte: Adaptado de Puel (2009)

Por fim, Puel (2009) comparou os modelos gerados no software SAP2000 (MEF) com o software comercial Eberick (Analogia de Grelha). Concluiu-se que o Eberick tende a fornecer valores de momentos fletores superiores e mostrou-se mais sensível ao refinamento da malha devido à sua discretização automática, que nem sempre alinha as barras da grelha com o centro do pilar. O estudo reforça a recomendação de utilizar malhas refinadas e considerar as dimensões reais do pilar para obter esforços realistas de punção e flexão.

- SILVA (2013)

Silva (2013) analisou o comportamento estrutural de lajes lisas apoiadas em pilares com arranjo irregular por meio do método dos elementos finitos (MEF) e do método dos pórticos equivalentes (MPE). O estudo buscou comparar o desempenho dos dois métodos e verificar a possibilidade de sua aplicação em lajes com esse tipo de configuração estrutural. A Figura 12 ilustra a comparação entre os momentos fletores obtidos em uma das análises realizadas. Os resultados indicaram que o MPE tende a fornecer valores mais elevados de momentos fletores negativos em relação ao MEF, enquanto os momentos positivos apresentaram diferenças pouco expressivas.

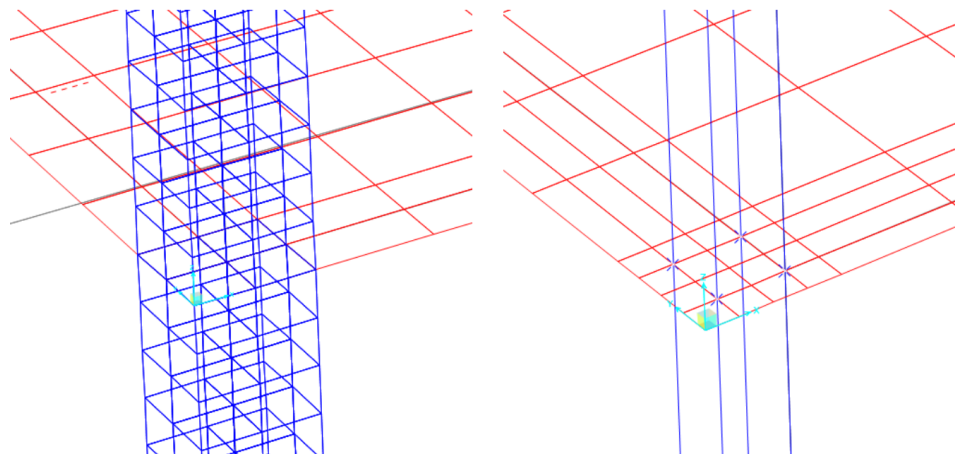
Figura 12 – Comparativo de diagramas de momentos fletores para o pórtico 1



Fonte: Silva (2013)

De acordo com Silva (2013), a principal dificuldade na modelagem da laje esteve relacionada à representação da ligação laje–pilar. A princípio, a laje foi modelada utilizando elementos barra com rigidez equivalente às propriedades dos pilares (apoio pontual), sendo a conexão concentrada em um único nó da malha, configuração denominada pelo autor como “Caso 1”. Nessa abordagem, Silva (2013) verificou que os momentos negativos sobre os pilares atingiam valores máximos excessivamente elevados. Em função desse comportamento, o autor propôs duas alternativas de modelagem (Casos 2 e 3), considerando o pilar como elemento sólido e como um conjunto de quatro barras com rigidez equivalente à seção representativa do pilar. Ambas as estratégias de modelagem foram adotadas no presente trabalho, Figura 13.

Figura 13 – Diferentes modelos estudados



a) Elementos finitos sólidos (caso 2)

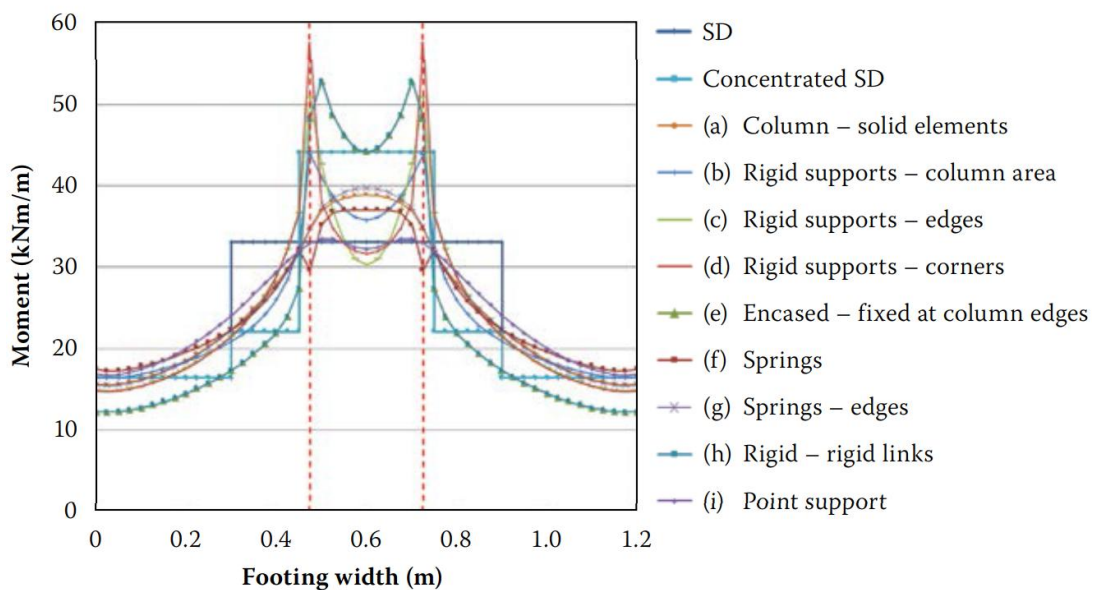
b) Elementos de barra (caso 3)

Fonte: Silva (2013)

- SKORPEN E DEKKER (2014)

Investiga como os resultados da Análise de Elementos Finitos linear devem ser interpretados e aplicados no projeto prático de regiões de momento fletor negativo em sapatas e lajes lisas de concreto armado. O estudo comparou o Método de Design Simplificado (SD), usado em normas como SANS 10100 e Eurocode 2, com modelos de Elementos Finitos. Ademais, o estudo traz consigo a aplicação de modelos propostos por Rombach (2004).

Figura 14 – Comparação de momentos fletores usando diferentes modelos de apoio

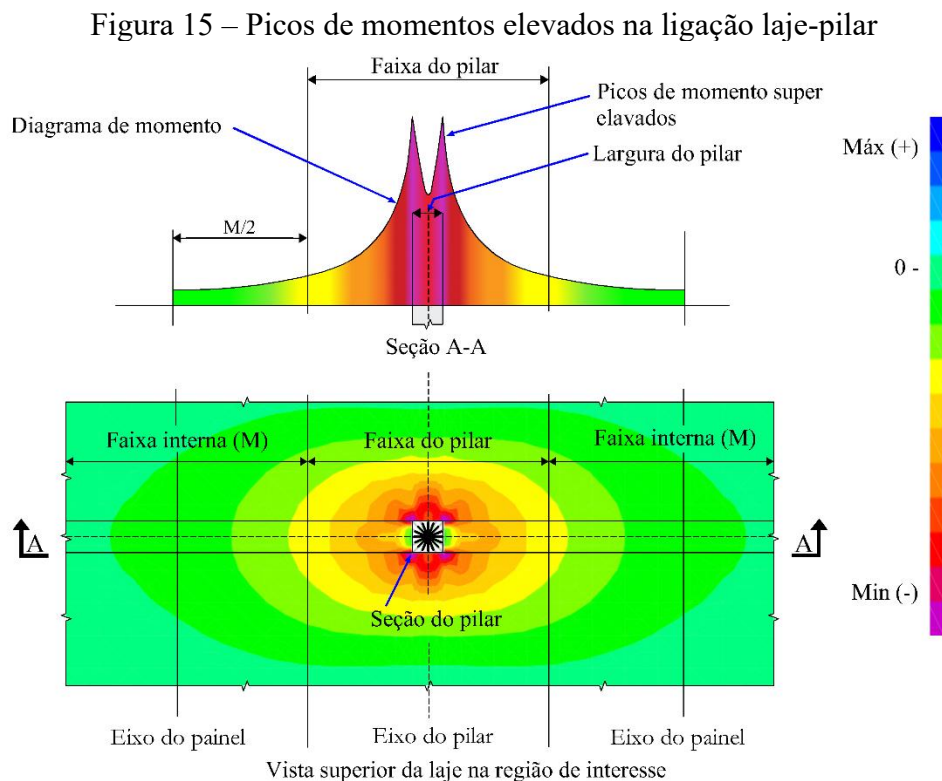


Fonte: Skorpen &amp; Dekker (2014)

O autor valida a técnica de redistribuir ou "suavizar" os picos de momento sobre uma largura finita (como a largura do pilar). Ele conclui que dimensionar a armadura para o momento médio na faixa do pilar é uma abordagem segura e consistente com a capacidade de redistribuição plástica do concreto armado.

Para o Estado Limite de Serviço, Skorpen recomenda o ajuste do Módulo de Elasticidade ( $E$ ) através de modificadores de rigidez, permitindo que análises lineares simulem aproximadamente os efeitos de longo prazo da fissuração e da fluência.

Por fim, a Figura 15, demonstra uma visão adaptada de alguns autores sobre o pico de momento que acontece na ligação laje-pilar



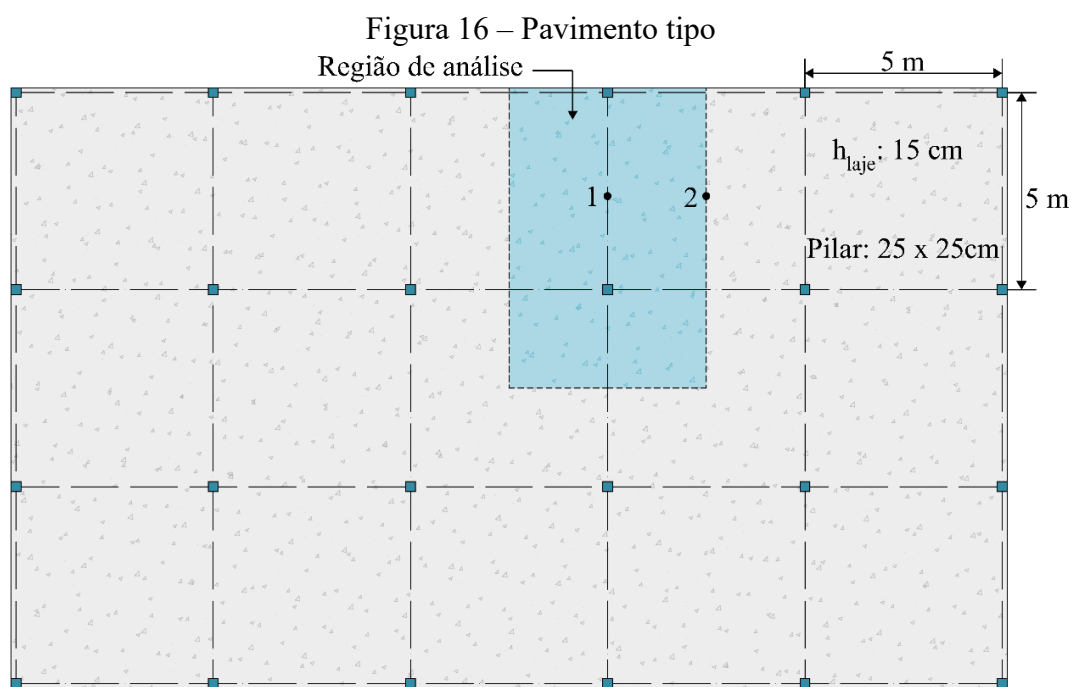
Fonte: Adaptado de Brooker (2006), Whittle (2013) e Skorpen & Dekker (2014)

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. CARACTERÍSTICA DO PAVIMENTO

O pavimento em laje lisa estudado contém laje com espessura constante de 15 cm apoiada sobre pilares com seção quadrada de 25 x 25 cm distribuídos de eixo a eixo na vertical em vãos de 5 metros, contendo 4 pilares e na horizontal 6 pilares espaçados em 5 metros. A

altura do pilar é de 3 metros, onde foi dividido igualmente para a parte superior e inferior do pavimento em 1,5 m. Todo o pavimento foi modelado no SAP2000 com a intenção de avaliar apenas a região ensaiada experimentalmente destacada em azul na Fig. 16. A carga foi aplicada de maneira distribuída sobre a laje, iniciando com 6 kN/m<sup>2</sup> e finalizando com 20 kN/m<sup>2</sup>, acrescido ao peso próprio da estrutura calculado automaticamente pelo software.

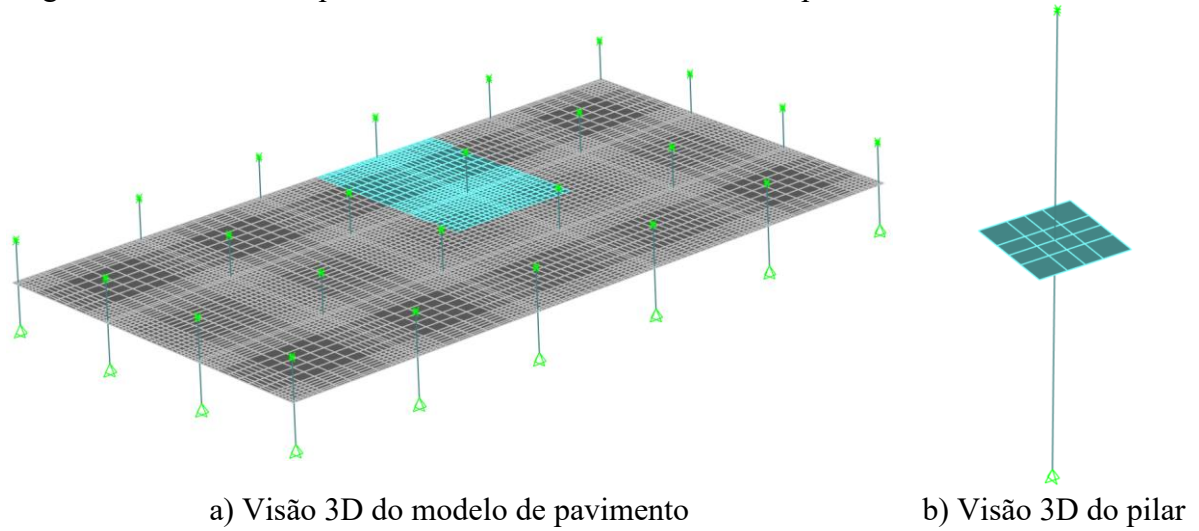


Fonte: Adaptado de Sherif e Dilger (2000).

### 3.2. MODELO COMPUTACIONAL

Os modelos computacionais consistem na variação da modelagem dos pilares, afetando assim a ligação laje-pilar e a distribuição de momentos no seu entorno. Utilizando o software SAP 2000 modelou-se o pilar sendo um elemento de barra com apoio do segundo gênero na base do pilar e no topo do pilar apenas restrições horizontais. A laje contém malhas de dimensões variadas com o intuito de se adaptar a maneira em que os elementos estão dispostos no pavimento, como demonstra a Fig.17. O controle da malha foi realizado no software Autodesk AutoCAD com o comando de criação de áreas (3D face) e depois importado para o SAP 2000, além disso a laje foi modelada como elemento de casca (shell).

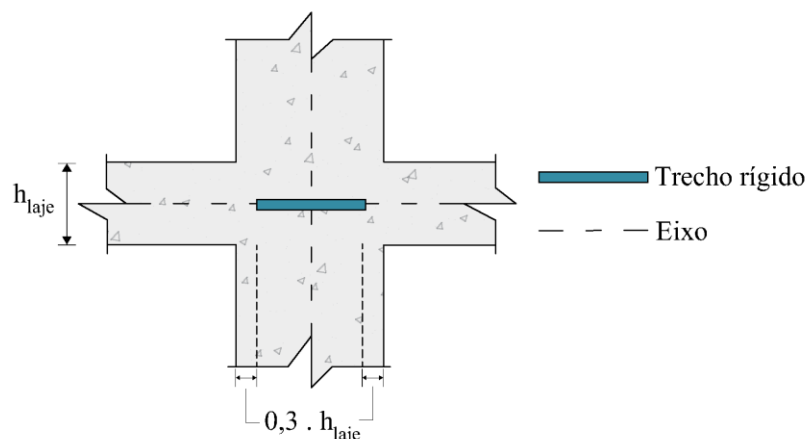
Figura 17 – Modelo do pavimento com malhas controladas e pilar como elemento de barra



Fonte: Autor, 2026.

Para o segundo modelo, foi levado em consideração a existência do trecho rígido na ligação laje-pilar conforme a prescrição da NBR 6118 (ABNT, 2023), onde indica que os trechos de elementos lineares pertencentes a região com junção de dois ou mais elementos podem ser considerados rígidos (nós de dimensões finitas), de acordo como é ilustrado na Figura 18. Embora essa recomendação seja direcionada para elementos lineares, Puel e Loriggio (2016) excedem a interpretação para um elemento de barra conectado à elementos de casca que simula uma ligação laje-pilar.

Figura 18 – Trecho rígido



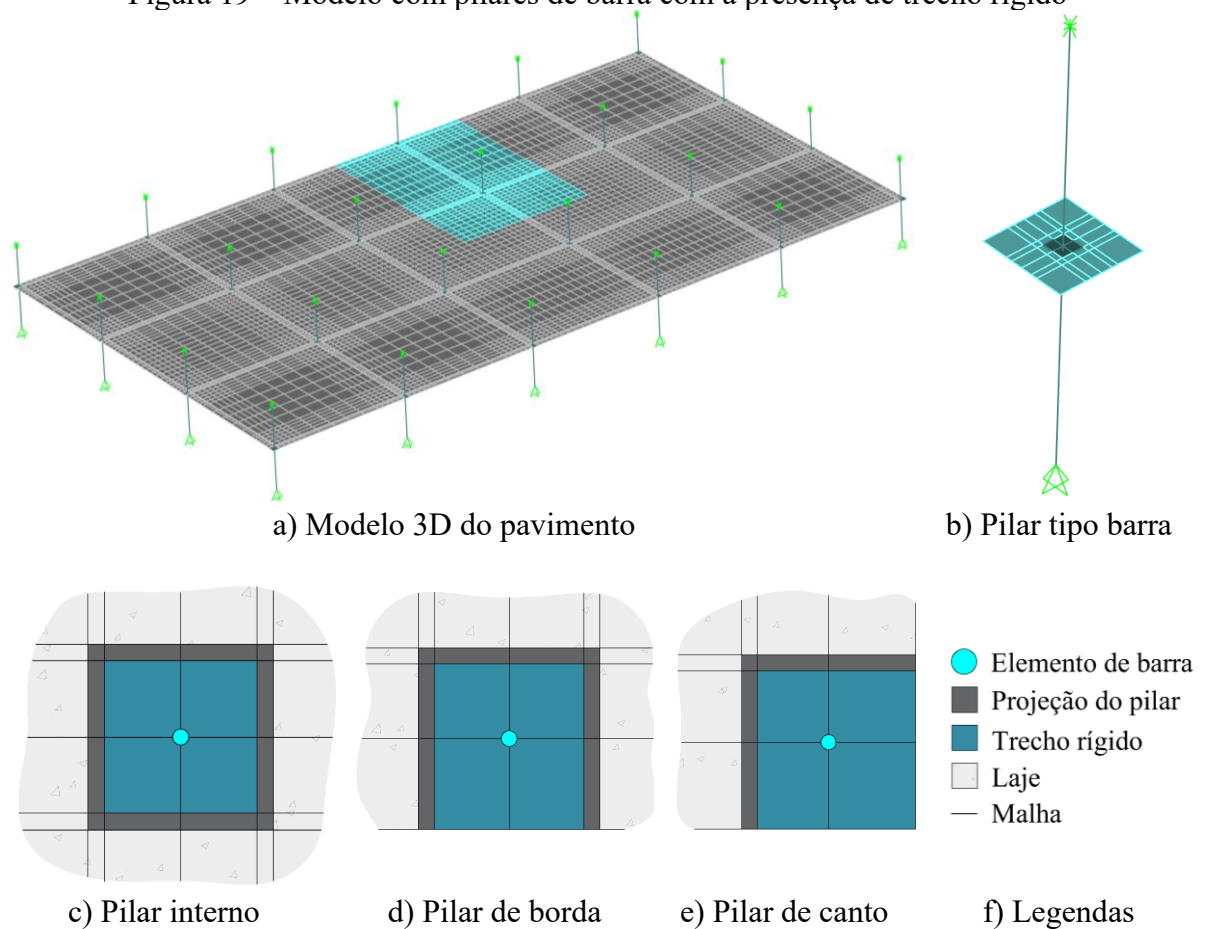
Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023) e Puel e Loriggio (2016).

A laje para esse modelo é em elemento de casca e o pilar modelado como elemento de barra, entretanto, na ligação laje-pilar passa a possuir um trecho rígido que começa a penetrar o equivalente a 30% da altura da laje no pilar, a partir dessa distância, todo o trecho é

considerado como um trecho de rigidez elevada. A adição de mais elementos na composição da estrutura faz com que a malha tenha que se ajustar ainda mais para conectar os seus nós, tornando a malha ainda mais controlada.

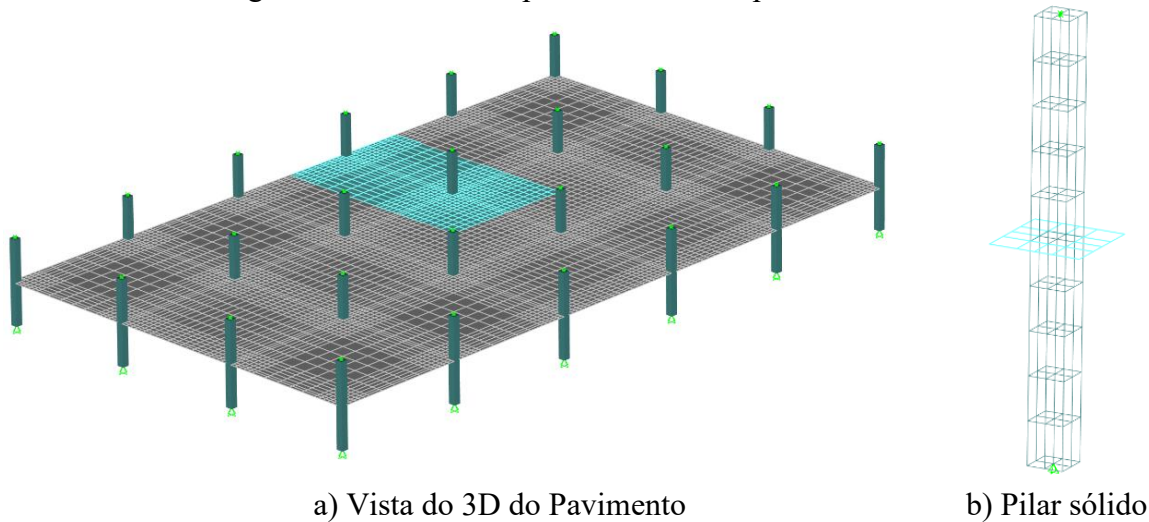
Os elementos de trecho rígido tiveram seus parâmetros de seção alterados de maneira a multiplicar a rigidez da seção do elemento ( $E_c I_c$ ) por valores elevados (10000000000). Além disso, é importante destacar que a modelagem do trecho rígido é diferente para os pilares, como é mostrado nas Fig. 19c, 19d e 19e.

Figura 19 – Modelo com pilares de barra com a presença de trecho rígido



Por fim, a laje foi modelada com elementos de casca e dos pilares como elementos sólidos, visando uma representação mais fiel do comportamento real da estrutura. Esses elementos possuem oito nós e são baseados em formulação isoparamétrica. Os pilares foram subdivididos em partes iguais para garantir uma discretização mais uniforme do modelo. Ademais, a malha continua sendo controlada, porém, teve pequenas alterações em relação aos modelos anteriores devido a adição do pilar como sólido como demonstrado na Fig. 20.

Figura 20 – Modelo de pavimento com o pilar sólido



Os deslocamentos verticais foram medidos em pontos específicos que envolvem a faixa do pilar e a faixa interna como ilustrado na Fig (21a) e comparados com os resultados experimentais a partir do procedimento para determinar os deslocamentos imediatos no estágio II. O procedimento consiste em aumentar os deslocamentos elásticos obtidos no SAP2000 de acordo com a correção da rigidez sugerida pelo método de Branson (1965), conforme a Eq. (1). A rigidez equivalente ( $EI_{eq}$ ) foi determinada de acordo com o procedimento para vigas contínuas apresentado na NBR 6118 (ABNT, 2023) e conforme demonstrado na Eq. (2) e na Fig (21).

$$\Delta_{II,t0} = \Delta_{I,t0} * \frac{E_{cs} * I_c}{(EI)_{eq,t0}} \quad (1)$$

Em que:

$\Delta_{I,t0}$  = flecha elástica obtida no estágio I;

$\Delta_{II,t0}$  = flecha elástica obtida no estágio II.

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{\ell} * [(EI)_{eq,1} * a_1] + ((EI)_{eq,v} * a_v) + ((EI)_{eq,2} * a_2) \quad (2)$$

Onde:

$(EI)_{eq,1}$  é a rigidez equivalente no trecho 1 (Determinada pela Eq. (3));

$(EI)_{eq,v}$  é a rigidez equivalente no trecho de momentos positivos (Determinada pela Eq. (3));

$(EI)_{eq,2}$  é a rigidez equivalente no trecho 2 (Determinada pela Eq. (3)).

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} * \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^3 * I_c + \left(1 - \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^3\right) * I_{II} \quad (3)$$

Onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com  $\alpha_e = E_s/E_{cs}$ ;

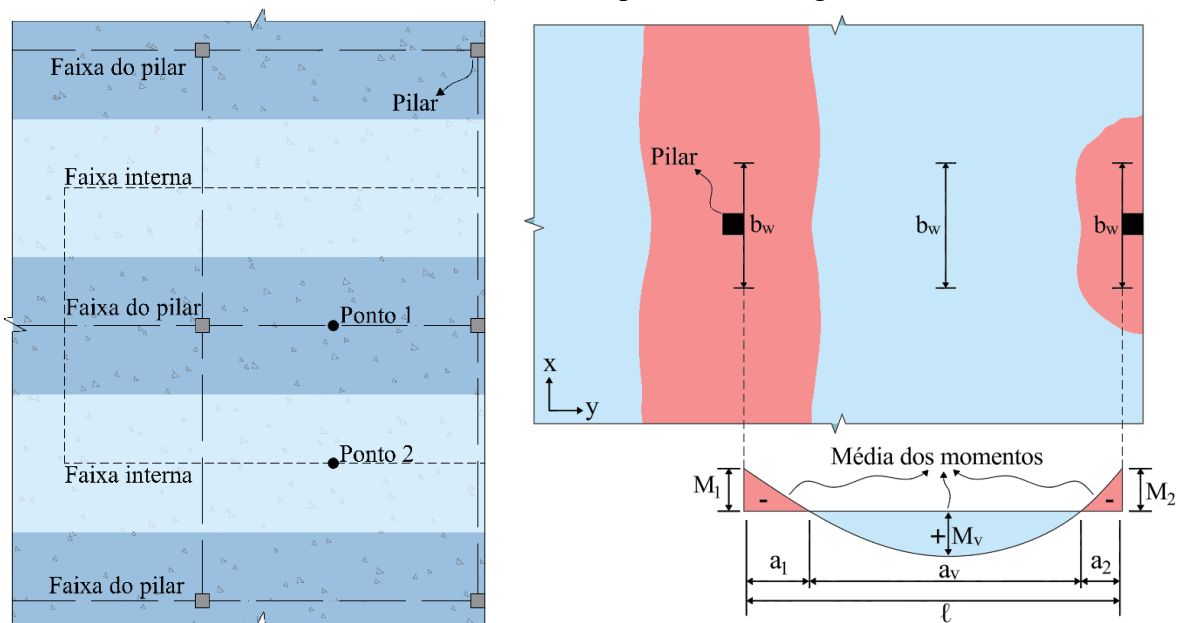
$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto

Todos os momentos necessários como input nas equações foram extraídos dos modelos dos pavimentos no SAP2000 e é de suma importância que os valores referentes aos momentos negativos sejam obtidos da face do pilar, como ilustrado na Fig (21b).

Figura 21 – Rigidez equivalente para vãos de vigas contínuas



a) Região de análise

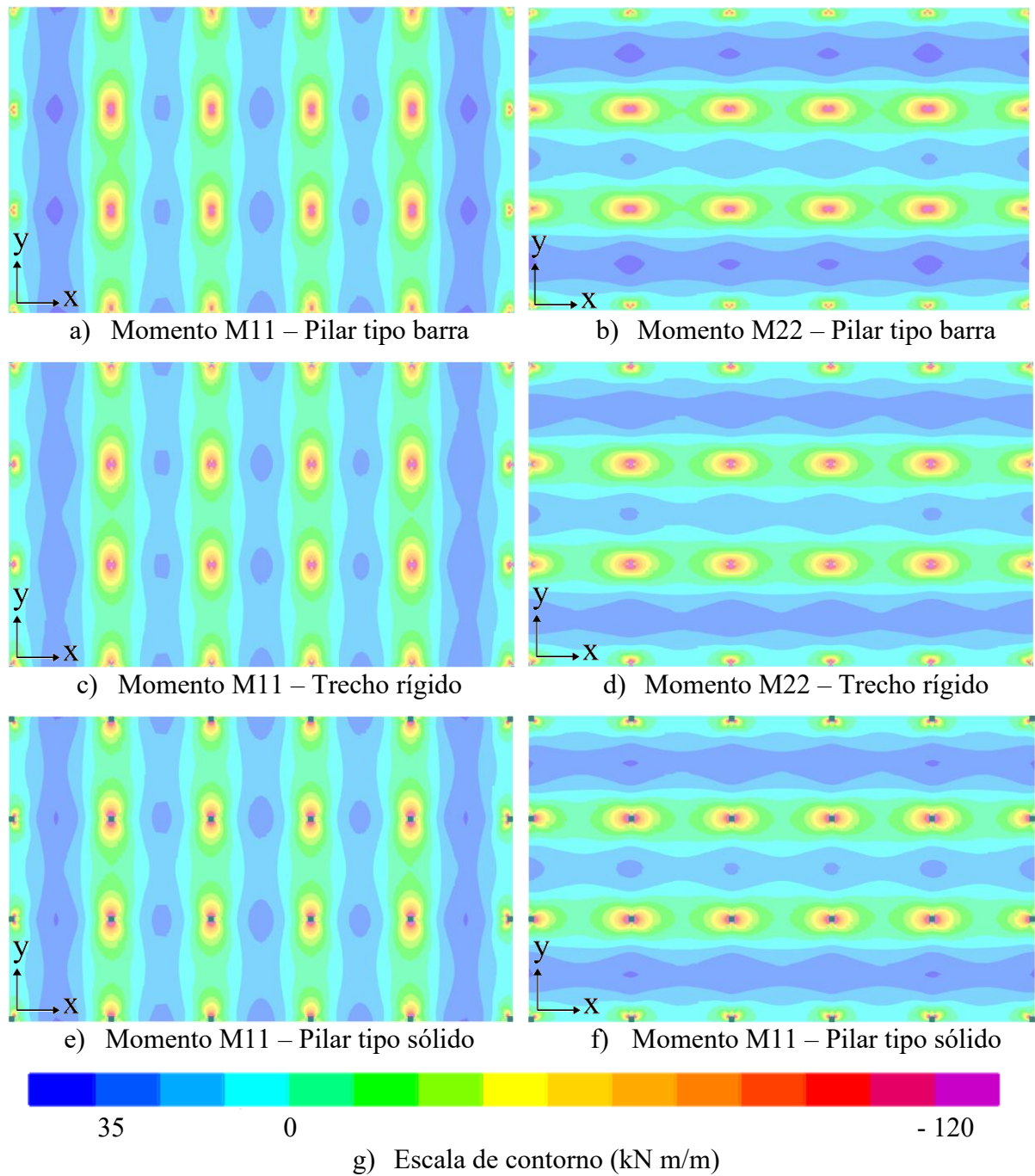
b) Momento em torno de X e rigidez equivalente

Fonte: Adaptado de Sherif e Dilger (2000) e NBR 6118 (ABNT, 2023).

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 22, é possível observar os momentos fletores e a sua distribuição nas direções X e Y ( $M_{11}$  e  $M_{22}$ ) refletindo a transferência bidirecional de esforços característica do sistema estrutural.

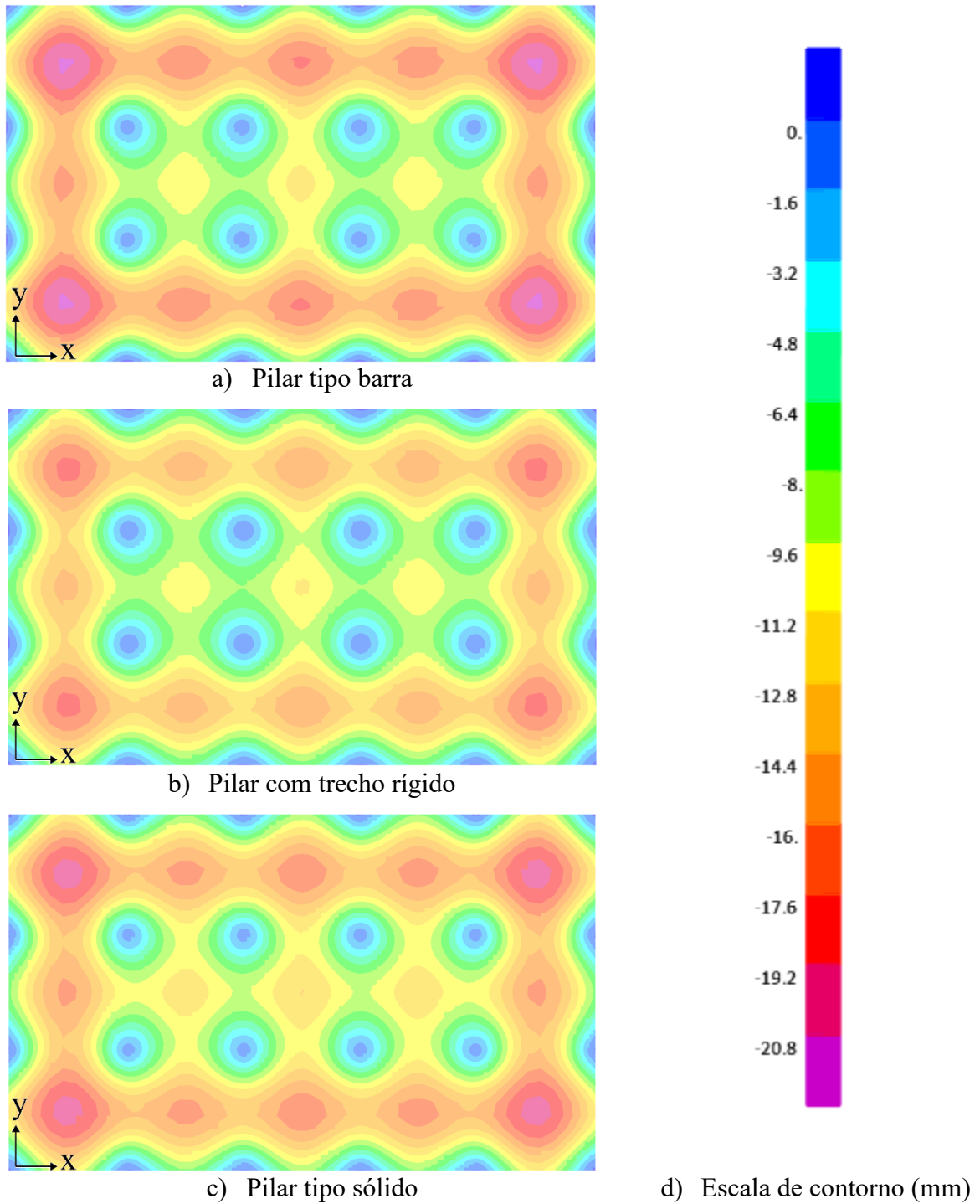
Figura 22 – Momento fletor no pavimento



Fonte: Autor, 2026.

Ademais, os deslocamentos verticais apresentaram padrão compatível com o comportamento típico de lajes lisas, com maiores deslocamentos concentradas nas regiões centrais dos painéis e menos acentuados nas proximidades dos apoios.

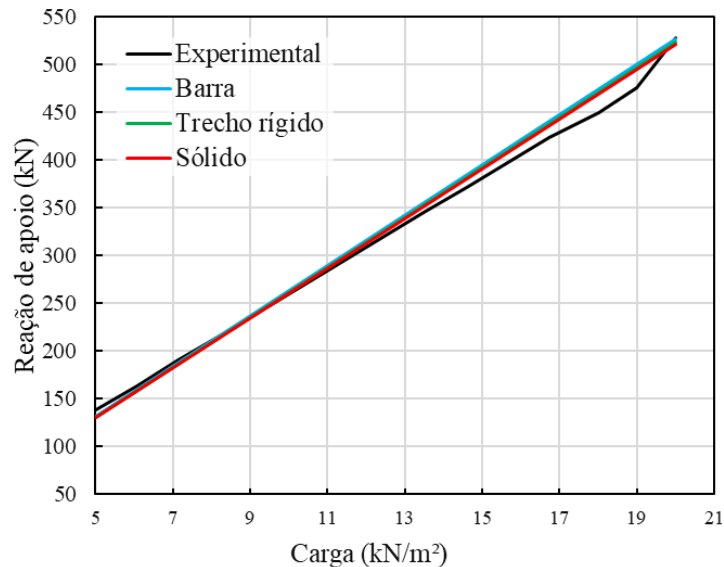
Figura 23 – Deslocamento vertical no pavimento



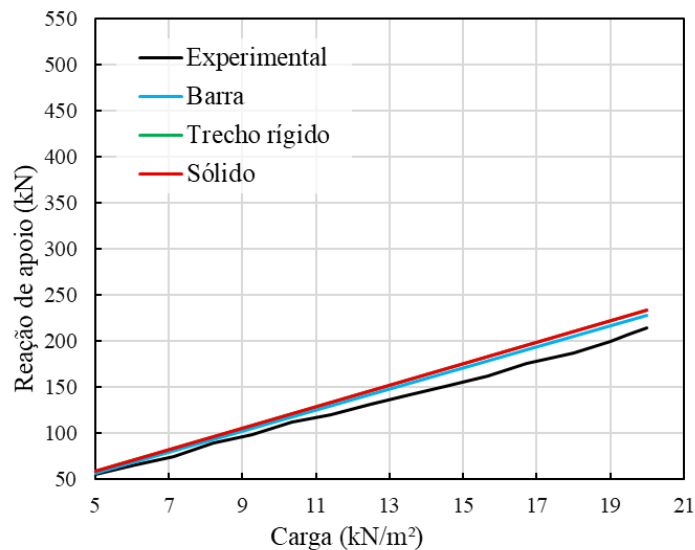
Fonte: Autor, 2026.

A Figura 24 apresenta a variação das reações de apoio nos pilares internos e de borda em função do carregamento aplicado no pavimento. Os resultados de todos os modelos computacionais apresentaram boa aderência aos resultados observados nos ensaios de Sherif e Dilger (2000). O modelo computacional não teve influência nos resultados de reação de apoio, com os três modelos computacionais apresentando resultados muito próximos.

Figura 24 – Reação no apoio interno e de borda



a) Pilar interno

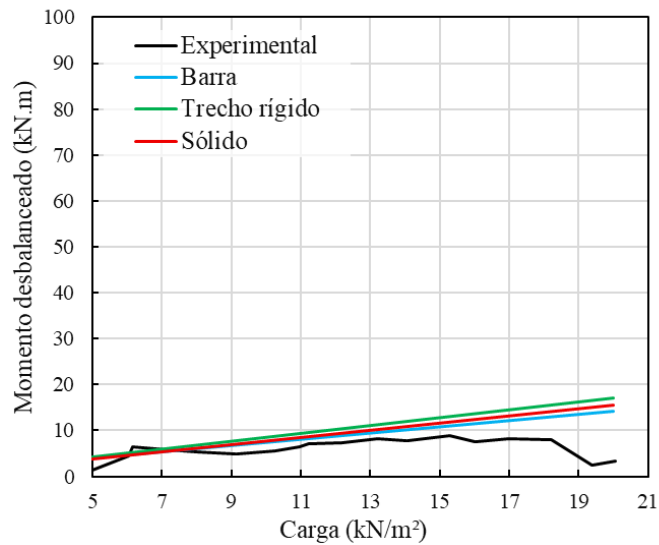


b) Pilar de borda

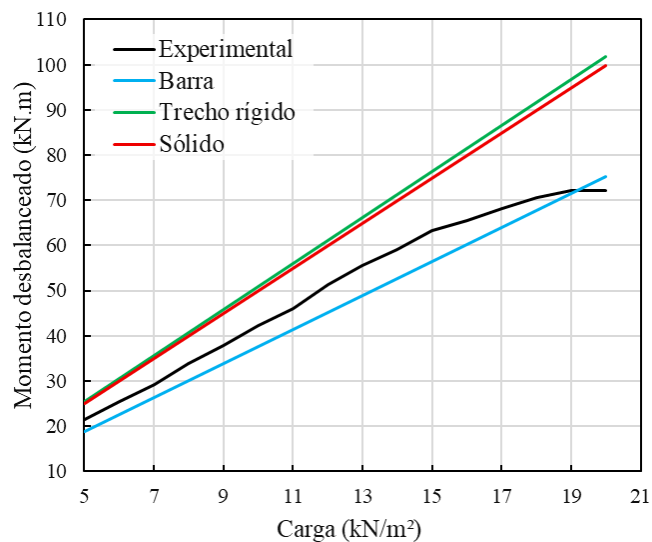
A Figura 25 expõe os resultados experimentais e os computacionais para transferência de momento nas ligações laje-pilar, assim como para as reações de apoio, houve pouca dispersão dos resultados para a transferência de momentos na ligação do pilar interno, obtendo uma boa aderência aos resultados experimentais até o carregamento de 15kN.m, onde no modelo

experimental houve uma depreciação do gráfico devido ao fato do pilar de borda romper antes do pilar interno. No entanto, os modelos com pilar com trecho rígido e pilar modelado em sólido apresentaram uma tendência de superestimar os valores de momento transferido nas ligações de pilar de borda, podendo levar à um dimensionamento mais conservador. Dentre os modelos analisados, o modelo com o pilar tipo barra subestimou em parte, o momento, porém apresentou valores de transferência de momento próximos no instante da carga de ruptura.

Figura 25 – Transferência de momento nas ligações laje-pilar interno e de borda



a) Pilar interno

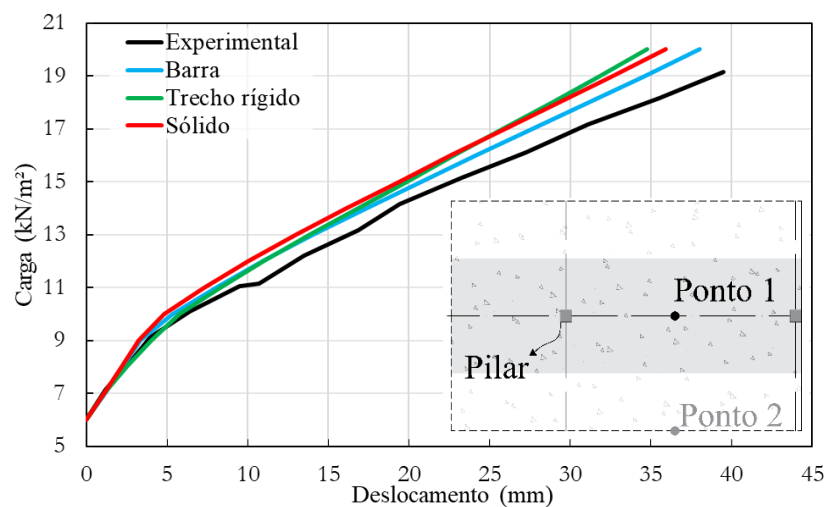


b) Pilar de borda

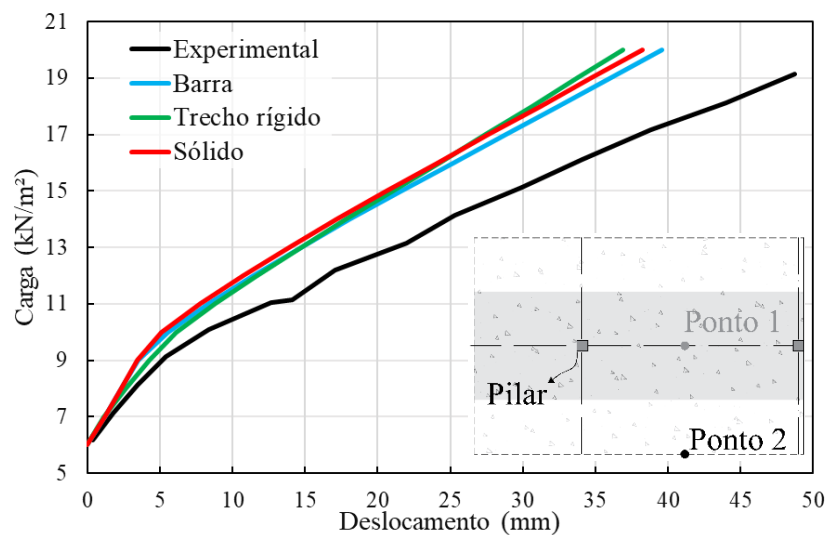
A Figura 26 expõe o deslocamento vertical médio obtido no centro da faixa do pilar e no centro do painel de laje onde se encontra a faixa interna. É importante destacar que o deslocamento experimental começou a ser avaliado após a instalação dos equipamentos de

ensaios e do peso próprio da estrutura, os quais tiveram seus valores em deslocamento subtraídos dos deslocamentos imediatos obtidos na análise. No ponto 1 (faixa do pilar), os modelos computacionais se demonstram coerentes com o modelo experimental, em especial o pilar tipo barra. Quando se trata do centro do painel de laje (ponto 2) ou faixa interna, os modelos computacionais apresentaram rigidez mais acentuada em relação ao resultado experimental. Essa discrepância nos resultados é atribuída a aplicação do método de Branson adotada neste trabalho, que desconsidera a parcela dos deslocamentos devido a fissuração das faixas externas, responsável por apoiar a faixa interna, conforme ilustrado na Fig. (27)

Figura 26 – Variação dos deslocamentos verticais

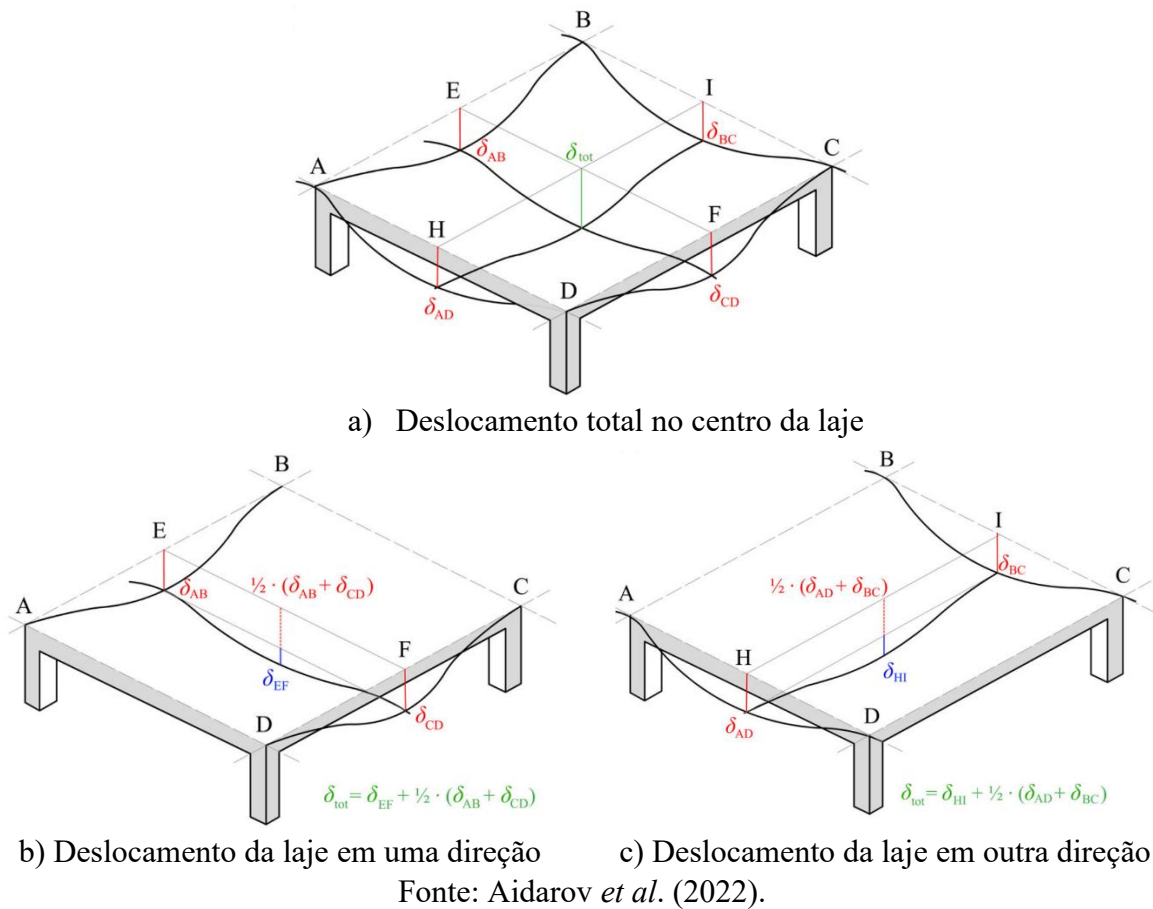


a) Ponto 1



b) Ponto 2

Figura 27 – Deslocamentos no centro do painel de laje



## 5. CONCLUSÃO

Nesta pesquisa foi possível avaliar o desempenho de modelos computacionais lineares elásticos de um pavimento em lajes lisas ensaiado por Sherif e Dilger (2000). Todos os modelos apresentaram as lajes como elementos de casca modeladas através do software SAP2000. Os parâmetros avaliados foram as reações nos apoios, transferência de momento fletor na ligação laje-pilar e deslocamentos verticais no centro do painel de laje a partir de diferentes formas que são modelados os pilares, bem como a ligação laje-pilar. No primeiro modelo o pilar foi modelado como um elemento de barra, no segundo modelo foi considerado a presença de um trecho rígido na ligação laje pilar e por fim o pilar foi modelado como um elemento sólido. As principais conclusões obtidas neste trabalho foram:

- O modelo computacional não teve influência nos resultados de reação de apoio, com todos os modelos apresentando boa aderência aos resultados experimentais;
- Não houve influência da estratégia de modelagem dos pilares na transferência de

momentos de ligações laje pilar internos, com todos os resultados seguindo a tendência dos resultados de Sherif e Dilger (2000) em até certo ponto (15kN.m) onde no modelo experimental houve uma depreciação do gráfico devido ao fato do pilar de borda romper antes do pilar interno;

- Os modelos que consideraram o pilar com setor rígido ou pilar em elementos sólidos apresentaram excesso de conservadorismo nos seus resultados de transferência de momento de ligações laje-pilar de borda e o modelo mais simples, com pilar modelado com elemento de barra, apresentou maior precisão no instante da ruptura;
- O método de Branson (1965) aplicado em conjunto com os modelos computacionais obtiveram ótimos resultados para os deslocamentos verticais na faixa do pilar, o mesmo não aconteceu para faixa interna.

### 5.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

- Aplicar outras formulações que considerem a fissuração baseadas em normas internacionais (ACI, Eurocode, fib Model Code);
- Variar a rigidez na ligação laje-pilar;
- Avaliar a influência de diferentes seções e geometrias de pilares;
- Considerar os modelos em pavimentos com aberturas próximas a ligação laje-pilar.
- Considerar o método de Branson pela modificação da rigidez direta nos elementos com fissuração

## 6. REFERÊNCIAS

- AIDAROV, S.; TOŠIC, N.; DE LA FUNTE, A. **A limit state design approach for hybrid reinforced concrete column-supported flat slabs**. Structural Concrete, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 2023.
- BATHE K. J. **Finite element procedures**. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1996.
- BRANSON, D.E. **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. HPR report N. 7, part 1, 1965.
- BROOKER, O. **How to design reinforced concrete flat slabs using finite element analysis**. Camberley, UK: The Concrete Centre, 2006.
- CHOI K. K. & KIM J.C. **Nonlinear model simulating load deformation relationship of flat plate structures**. Technical Paper. Engineering Structures. South Korea, 2014.
- CSI. **SAP2000 integrated software for structural analysis and design**. Berkeley, CA: Computers and Structures Inc, 2021.
- HENNRICHS, CARLOS A. **Estudo sobre a modelagem de lajes planas de concreto armado**, Dissertação de Mestrado. UFSC. Florianópolis, 2003.
- LU X. *et al.* **A preliminary analysis and discussion of the condominium building collapse in surfside**. Front. Struct. Civ. Eng. Florida, US, June 24, 2021.
- MURRAY K.A.; CLELAND D.J.; GILBERT S. **The Development of a non-linear numerical model to simulate the behavior of reinforced concrete flat slabs in the vicinity of edge columns**. Technical Paper. Construction and Building Materials. Belfast, 2005.
- PEDROZO, D.G.E. **Análise Crítica dos Critérios de Projeto de Lajes Protendidas**. Dissertação de mestrado. UFSC. Florianópolis, 2008.
- PUEL, A. **Modelagem de lajes planas simétricas e assimétricas em concreto armado – análise integrada laje x pilar**. Dissertação de mestrado. UFSC. Florianópolis, 2009.
- PUEL, A. e LORIGGIO D.D. **Numerical analysis of symmetrical and asymmetrical reinforced concrete flat slabs – an integrated slab/column analysis**. Ibracon Structures and Materials Journal, Vol. 9, p. 306-356, 2016.
- RABELLO, F. T. *et al.* **Estudo de lajes lisas de concreto com visão integrada de flexão e punção**. 2016.

ROMBACH, G A. **Finite element design of concrete structures**. London: Thomas Telford, 2004.

SANTOS, E. V. **Punção em lajes lisas: métodos de cálculo, prescrições normativas e exemplos de aplicação**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, 2018.

SILVA, V. H. M. P. **Dimensionamento de lajes fungiformes com irregularidades limitadas em planta**. Dissertação de mestrado. Faculdade de engenharia, Universidade do Porto, 2013.

SHERIF, A. G. E DILGER, W. H. **Teste of full-scale continuous reinforced concrete flat slabs**. Technical Paper. ACI structural journal. V. 97, n. 3, p. 455-467, 2000.

SKORPEN S. A. E DEKKER N. W. **The application and interpretation of liner finite element analysis results in the design and detailing of hogging moment regions in reinforced concrete flat slabs**. Technical Paper. Journal of the South African Institution of Civil Engineering. South African, 2014.

TOWN OF SURFSIDE. **Champlain Towers Public Records Documents**. 2021.

WHITTLE R. **Failures in concrete structures**: Case studies in reinforced and prestresses concrete. CRC Press, 2013.