UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

MÁRCIA DA SILVA CORRÊA

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS NO ENSINO FUNDAMENTAL NO BAIRRO NOVO II EM BARCARENA-PA

ABAETETUBA – PA
2018

MÁRCIA DA SILVA CORRÊA

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS NO ENSINO FUNDAMENTAL NO BAIRRO NOVO II EM BARCARENA-PA

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como requisito básico para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa

ABAETETUBA – PA

2018

MÁRCIA DA SILVA CORRÊA

UMA ANÁLISE DO NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO MODELO DE VAN HIELE DOS ALUNOS NO ENSINO FUNDAMENTAL NO BAIRRO NOVO II EM BAARCARENA-PA

Este trabalho de conclusão de curso é apresentado para obtenção de título de Licenciada Plena em Matemática para o corpo docente da Faculdade de Ciências exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário do Baixo Tocantins.

Data de apresentação: 18 de dezembro de 2018

Conceito:

Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa
Orientador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Me. Raimundo das Graças Carvalho de Almeida
Membro 1

Prof. Me. Manoel Lima Corrêa
Membro 2

ABAETETUBA-PA
2018

DEDICATÓRIA

Dedico o presente trabalho primeiramente a Deus, por ter sido o meu apoio nos momentos de dificuldades no decorrer da minha vida e principalmente no decorrer do curso. Dedico também a minha família, amigos e a alguns professores que tiveram uma importância na minha formação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter sido o meu apoio e meu sustento no decorrer dessa trajetória por ter me ajudado e dado forças nos momentos de dificuldades e aflições pelos quais passei no decorrer da minha vida e principalmente no decorrer desses quatro anos de curso na universidade federal do Pará.

Agradeço a toda a minha família principalmente aos meus pais Rodival Lobato Corrêa e Maria Neuza da Silva Corrêa minha Irmã Marilene da Silva Corrêa e ao meu esposo Jonas Miranda Trindade, que sempre estiveram ao meu lado me apoiando e incentivando no decorrer dessa longa caminhada, foi o amor, carinho, cuidado e dedicação de vocês que me mantiveram firme até aqui e é por vocês que irei continuar, desde sempre vocês foram por mim, e hoje minhas vitórias são de vocês.

Agradeço também aos amigos que fiz durante esses quatro anos de curso que estiveram sempre do meu lado e também me apoiaram muito e me deram forças quando precisei em especial as minhas amigas: Regina Sena, Maria Elenilda, Suelen Araújo, Nilda Gonçalves, Ivana Miranda, Gleicy Moraes e meus amigos Erenilson Soares e Jhonatan Gonçalves, e também aos excelentes professores que somaram muito na minha vida acadêmica em especial ao meu orientador professor Dr: Aubedir Seixas Costa que colaborou muito para que esse trabalho estivesse sendo concluído.

“Arquimedes será lembrado enquanto Ésquilo *foi esquecido, porque os idiomas morrem, mas as ideias matemáticas permanecem. Imortalidade pode ser uma ideia tola, mas provavelmente um matemático tem a melhor chance que pode existir de obtê-la”*

(G. H. Hardy)

RESUMO

O ensino da Geometria tem adquirido nos últimos anos, uma importância maior no senário das reformas educacionais do país tem sido proposto como fator fundamental das habilidades e competências matemáticas nos níveis de ensino fundamental e médio. O objetivo desse trabalho é através de um estudo de casos analisar e detectar o nível de pensamento geométrico dos alunos do ensino fundamental maior, utilizando como ferramenta principal o teste de Van Hiele. Com o resultado obtido da pesquisa poderemos analisar como está o conhecimento em geometria dos alunos pesquisados.

Palavras-chaves: Geometria, Teste de Van Hiele, Ensino fundamental, Níveis de Van Hiele

ABSTRACT

The teaching of Geometry has acquired in recent years, a greater importance in the Senate of educational reforms of the country has been proposed as a fundamental factor of mathematical skills and competences in primary and secondary levels. The objective of this work is through a case study to analyze and detect the level of geometric thinking of the elementary school students, using as main tool the Van Hiele test. With the result obtained from the research we will be able to analyze how the knowledge in geometry of the researched students is.

Key words: Geometry, Van Hiele test, Elementary education, Van Hiele levels

LISTA DE TABELAS E FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente trabalho de conclusão de curso foi desenvolvido no Bairro Novo II em Barcarena-PA, com o intuito de observar como está sendo trabalhada a geometria nas escolas deste referido bairro e através de um estudo de casos analisar o desempenho dos alunos e perceber algumas de suas dificuldades referentes ao ensino. Neste trabalho utilizamos como base a teoria de Van Hiele e seu estudo de casos, bem como seus 5 níveis de pensamento geométrico, após a aplicação do teste de foi possível observar em qual nível do modelo de pensamento geométrico os alunos se encaixam e se há algum déficit no ensino.

Sobre matemática, nos PCN a geometria é apresentada como um fator importante no currículo de matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive.

> O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar irregularidades etc. (BRASIL apud EVANDRO, p.10)

A geometria está presente em nosso dia-a-dia nas embalagens de produtos, nos campos de futebol e quadras de esportes, nas coreografias de danças, na arquitetura de casas e edifícios e até mesmo na grafia das letras. Mesmo assim, apesar de toda sua importância diversos pesquisadores brasileiros nos revelam que a geometria está sendo pouco estudada nas escolas, colegas de graduação comentam que seus alunos nas disciplinas de estagio supervisionado não tem muita noção de geometria e que os seus professores não dão ênfase nesse conteúdo deixando de lado o ensino.

A ideia de realizar essa pesquisa surgiu no momento em que começamos a nos questionar sobre o ensino da geometria nas escolas. Muito é falado sobre sua importância, muito é dito que ela não esta sendo trabalhada. Portanto, a ideia central foi realizar uma investigação sobre isso e a partir dessa pesquisa ter ciência de como está sendo trabalhada a geometria nas escolas.

De inicio o público alvo seriam os alunos do final do ensino fundamental menor, ou seja, 4° ano, no entanto devido o período da pesquisa ter coincidido com as férias escolares não teve como realizar a pesquisa nas escolas e com esse nível especifico de ensino.

Visando este imprevisto foi realizada a metodologia de estudos de casos com os alunos das escolas do bairro novo II apresentado no capítulo 1. Esta metodologia de pesquisa envolve uma investigação por parte do pesquisador, na qual, o pesquisador verifica se sua hipótese e verdadeira ou não dentro de um contexto real. Para isso, participaram da pesquisa alunos das escolas da Rede Publica do bairro acima citado.

No capítulo 2, foi apresentada a fundamentação teórica trazendo um histórico sobre o ensino da geometria no Brasil e também informações sobre a Teoria de Van Hiele, responsável pelo nosso embasamento teórico.

No capítulo 3, está á descrição completa da análise de dados. Primeiramente, uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos, segundo o modelo de Van Hiele, individual dos grupos pesquisados, após, um comparativo de pensamento geométrico entre os grupos, e por ultimo, uma análise individual questão por questão procurando detectar acertos e erros. Na ultima e conclusiva parte, fazemos nossas considerações finais sobre o trabalho e damos sugestões de livros usados nessa pesquisa para um melhor ensino da geometria.

CAPÍTULO 1

Neste capitulo apresentamos nossa metodologia de pesquisa a qual realizamos com alunos de escolas públicas do bairro novo II em Barcarena-PA. Devido o período de pesquisa ter coincidido com as férias escolares a investigação não foi realizada nas escolas e sim com os alunos dessas escolas, porém fora do ambiente escolar, ou seja, foi realizada uma pesquisa aluno por aluno nas casas do bairro sempre com a autorização e consentimento dos pais, a partir dai foi aplicado o questionário. Com todos os entrevistados foi utilizado o mesmo teste que no caso como base foi utilizado o teste de Van Hiele para obtenção dos resultados desta pesquisa.

1.1 Metodologia de pesquisa

A metodologia de pesquisa utilizada para a realização desse trabalho de conclusão foi o estudo de casos. Essa metodologia envolve uma investigação por parte do pesquisador, na qual o mesmo verifica se sua hipótese é ou não valida dentro de um determinado contexto.

Em seu trabalho de conclusão de curso Evandro Cardoso Sant'Ana cita Yin, onde ele faz uma abordagem bem ampla sobre o estudo de casos vejamos: De acordo com Yin (2005 p 32) o estudo de casos é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto de vida real não estão claramente definidos.

Essa metodologia é muito utilizada em vários campos de pesquisa como, política, sociologia e psicologia comunitária estudos organizacionais e gerenciais, estudos voltados para a educação e etc. Sobre o mesmo trabalho também destacamos: Gil (1988) diz que para realizarmos um estudo de casos devemos delimitar a unidade que constitui o estudo de casos. Este pode ser uma pessoa, uma família, uma cidade, um bairro, um conjunto de relações ou processos, uma cultura ou até mesmo um aluno.

No estudo de casos, fazemos a coleta de dados mediante o concurso dos mais diversos procedimentos. Os mais usuais são: a observação, a análise de documentos, a entrevista e a história de vida. Após é feita a análise de dados para apresentar os resultados obtidos sobre o caso estudado.

> O propósito é ter uma consciência mais clara de alguns fatores que possa estar contribuindo para a construção do seu modo de

> ser e de atuar naquele momento histórico através disso se facilitaria o surgimento de condições favoráveis para uma reorganização de percepção do conhecimento e no contexto qual ele ocorre (BELLAS apud DUARTE apud EVANDRO, 2009 p 13)

1.2 Etapas da pesquisa

Para responder à pergunta geratriz: Como está o ensino da geometria nas turmas do ensino fundamental? Passamos pelas seguintes etapas.

A) Delimitação do tema

B) Busca do referencial teórico

C) Escolha dos sujeitos da pesquisa: o estudo foi realizado no Bairro Novo II na cidade de Barcarena-PA. O bairro possui 4 escolas sendo que uma é exclusiva do ensino médio, outra é fundamental menor e duas são de ensino fundamental maior; no entanto essa pesquisa não foi realizada nas escolas devido o período ter coincidido com as férias escolares, eu o pesquisador decidi sair às ruas, casas e buscar entre as famílias estabelecer a minha pesquisa pois não podia esperar á volta as aulas para realizá-la. Participaram dessa pesquisa 60 alunos de séries distintas variando do 6° ao 9° ano do ensino fundamental.

D) Pesquisa de campo: aplicação do teste de Van Hiele (descrito no item seguinte). A aplicação do teste foi realizada individualmente na casa dos alunos, pedi a permissão dos pais e expliquei a importância da pesquisa e todos aceitaram e me recepcionaram muito bem. Com o consentimento dos pais foi realizado o teste para assim termos os dados coletados.

E) Análise de dados: após a aplicação do teste foi feita a correção dos mesmos. A descrição de como decidimos se um aluno estava em um nível ou outro, está no capitulo 3

1.3 Coleta de dados

Fizermos uma análise do nível de pensamento geométrico dos estudantes do ensino fundamental, tomando como referência os níveis de Van Hiele, foi utilizado o teste de Van Hiele aplicado em alunos do 6° ao 9° ano do ensino fundamental, da rede publica estadual. Apresentamos a descrição do teste a seguir:

O teste aplicado aos alunos é o mesmo que consta no livro Geometria segundo a teoria de Van Hiele (NASSER, 1997), publicado pelo instituto de Matemática da

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) resultado de um estudo coordenado pela Dr em educação Matemática Lilian Nasser, com o apoio de uma equipe de 13 professores do projeto fundão.

O resultado esperado com a aplicação do teste foi uma categorização dos estudantes que responderam o teste, de acordo com o nível de pensamento geométrico de cada um, segundo a teoria de Van Hiele. O teste apresenta 15 questões, distribuídas em três blocos, cada bloco corresponde a um dos níveis de Van Hiele organizadas da seguinte maneira.

Bloco 1: São as questões de 1 a 5 referente ao nível básico, as questões de 1 a 4 exigiam habilidades: visual (reconhecer figuras) verbal (básico para associar o nome correto a uma figura) e lógica (perceber que existe diferenças e semelhanças entre figuras e compreender a conservação da figura mesmo quando a mesma se apresenta em outras posições). A questão 5 exigia apenas habilidades visual (reconhecer quando duas retas são paralelas através de informações fornecidas pela figura).

Bloco 2: são as questões de 6 a 10. Referentes ao nível 1. As questões de 6 a 8 demandavam habilidades: visual (assinalar entre as alternativas apresentadas apenas as propriedades corretas de cada figura). As questões de 7 a 9 exigiam habilidades: visual (observar propriedades de uma figura) e verbal 9 descrever precisamente várias propriedades das figuras apresentadas na questão). A questão 10 requeria habilidade lógica (reconhecer que através das propriedades podemos diferenciar figuras) e habilidade gráfica (usar as propriedades para desenhar ou construir figuras).

Bloco 3: São as questões de 11 a 15. A questão 11 requeria habilidade visual (reconhecer propriedades comuns em diferentes tipos de figuras). As questões 12 e 13 requeriam habilidade verbal (avaliar as sentenças apresentadas mostrando que há inter-relações entre figuras); as questões 14 e 15 requeriam habilidade logica (usar propriedades das figuras tendo em vista assim se uma classe de figuras está contida ou não em outra classe).

1.4 Processo de sistematização e análise de dados

Após a correção dos testes, primeiro analisamos em qual nível de pensamento geométrico de Van Hiele estão os alunos, após, fizemos um comparativo sobre o nível de pensamento geométrico deles. Acreditamos também que seria importante verificar o número de questões que cada aluno acertou e errou. Para essa análise utilizamos o processo de categorização, para melhor explicar utilizamos um trecho do trabalho de Evandro Cardoso Sant'Ana onde ele cita dois autores que melhor nos explicam o processo de categorização: Lorenzatto e Fiorentine (2007, p 134) que nos diz que a categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto e, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns. Por exemplo: categorizamos os níveis de Van Hiele segundo o campo conceitual da Matemática: Geometria. Outro princípio é que essas categorias sejam disjuntas, isto é, mutuamente exclusivas, de modo que cada elemento esteja relacionado com apenas uma categoria. Por fim as categorias estabelecidas abrangem todas as informações obtidas.

Lorenzatto e Fiorentine (2007. p 135) nos diz ainda que o tipo de nossa análise é mista, pois, obtemos as categorias a partir do confronto entre o que diz a literatura e o que encontramos nos registros de campo. O processo de construção de boas categorias de análise depende em grande parte do conhecimento teórico do pesquisador e de sua capacidade de perceber a existência de relações ou de regularidades.

CAPÍTULO 2

Neste capítulo apresentamos a fundamentação teórica trazendo um breve histórico da Geometria no Brasil e também informações sobre a teoria de Van Hiele e seus níveis de conhecimento responsável por nosso embasamento teórico.

2.1 Fundamentação teórica

Acreditamos que a geometria é descrita como um corpo de conhecimento fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois, desenvolve o raciocínio visual e facilita a resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento.

Sobre a importância da geometria, em seu artigo, O Ensino da Geometria: depoimento de professores que fizeram história Fillos cita Lorenzatto e Fainguelernt que nos dizem respectivamente.

> [...] está tem função essencial na formação dos indivíduos pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da matemática.
> (LORENZATTO apud FILLOS apud EVANDRO, 2009 p. 16)

> A geometria desempenha um papel fundamental no ensino porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e

> generalização; é o tema gerador entre as diversas partes da matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituintes de sua existência.
> (FAINGUELERNT apud FILLOS apud EVANDRO 2009, p.16)

Entretanto apesar de reconhecida importância pesquisadores brasileiros apontam que o ensino da Geometria nas escolas do nosso país é deficitário. Quais seriam os possíveis indícios de mudanças do pensamento e praticas docentes em diferentes períodos da Educação Matemática que ocasionaram esse déficit?

Historicamente vemos que ate o final do século XVII havia em nosso país dois tipos de escolas no qual era transmitido: escolas religiosas e militares. Nas escolas religiosas o ensino era clássico-literário, já nas escolas militares o ensino era dirigido à aplicação militar.

Kubiczewski ao analisar o artigo Valente, percursos no ensino da matemática elementar ate o inicio do século XIX nos diz

> [...] havia as escolas militares, ou, bem da verdade as “Aulas”, as chamadas “aulas de artilharia e fortificações” justamente nessas “aulas” as matemáticas (geometria, álgebra, aritmética, trigonometria, etc.) estruturavam os cursos para a formação de artilheiros e engenheiros, mão de obra especializada destinada a dirigir a construção de fortalezas e defesa da colônia portuguesa, face a ameaça do inimigo estrangeiro.
> (VALENTE apud KUBICZEWSKI apud EVANDRO 2009, p. 17).

Ainda segundo Evandro nessa mesma época o professor de Matemática Cristiano Benedito Ottoni, foi um dos percursores da preocupação com o ensino da geometria, quando em 1845 publicou o trabalho chamado juízo crítico sobre o compendio de geometria usado pela academia marinha do Rio de Janeiro.

De acordo com Kubiczewski (2002. p. 44) nesse texto Ottoni faz uma crítica aos compêndios usados na academia, revisando então, em sua opinião conteúdos sob o ponto de vista geométrico e didático. Ottoni considera ser este o seu primeiro trabalho científico, mas pela análise de valente, é puramente didático.

> Na verdade, trata-se de uma discussão, por esse tempo entre saberes escolares. Não se trata de uma disputa no âmbito da ciência matemática. As ferramentas utilizadas por Ottoni são escolares didático-pedagógicas e as críticas tomam como objetos textos construídos especialmente para o ensino
> (VALENTE apud KUBICZEWSKI apud EVANDRO, 2009, p. 17).

Nesse trabalho cientifico Ottoni faz considerações do modo que são trabalhados, na escola da época, definições e teoremas, no qual através de reformulação de frases, tenta tornar mais fácil para seus alunos o estudo desses entes básicos tão abstratos. A geometria euclidiana que tem como fontes os elementos de Euclides, que estruturam todo conhecimento geométrico acumulado até a época foi à geometria trabalhada por Ottoni.

Segundo Kubiczewski (2002, p. 44) os elementos iniciam apresentando os entes primitivos: ponto, reta e plano. Surgem então os axiomas, teoremas e definições. A partir de um raciocínio estruturado e a combinação desses elementos pode-se chegar a novos teoremas através de uma sequencia lógica que pode ser totalmente verificada quanto a sua veracidade.

Sendo assim essa geometria em sua forma dedutiva era ensinada tanto nas escolas quanto em cursos de ciências exatas, arquitetura, engenharia e cursos de desenvolvimento tecnológico. Devido esse sistema de ensino ser muito abstrato e complexo, muitos alunos apenas decoravam tudo para poder sair bem nas avaliações.

A partir do movimento da matemática moderna (MMM), na década de 50, a educação matemática no Brasil passou por intensas reformulações e modernização do currículo escolar principalmente no nível ginasial e secundário. Essas mudanças decorreram através de uma discussão internacional com a ideia de uma nova abordagem para o ensino da matemática com a intenção de aproximar o ensino realizado na educação básica, a aquele desenvolvido na universidade, o que corresponde a linguagem e a estrutura empregada pelos matemáticos da época.

Em seu artigo, O ensino da geometria durante o movimento da matemática moderna no Brasil: analise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno, Leme da Silva (2006) cita Pour La Sciense que nos diz:

> No ano de 1934, um grupo de matemáticos franceses, intitulados Nicolas Bourbaki, da início a uma proposta de escrever uma nova obra sobre analise matemática. Esta proposta, inicialmente modesta, com o passar do tempo ganha dimensão monumental, e tem como objetivo organizar a matemática como um todo. A visão de matemática expressa por Bourbaki, considera a matemática como um edifício dotado de uma profunda unidade, sustentada pela teoria dos conjuntos e hierarquizada em termos de estruturas abstratas entre elas algébricas e topológicas
> (POUR LA SCIENSE apud LEME DA SILVA apud EVANDRO 2009, p.18)

Esse grupo recebe influência significativa da MMM internacionalmente, e, em particular no Brasil. Matemáticos pertencentes a liderança do grupo Bourbaki, vieram para São Paulo, na década de 40, contratados pela faculdade de Filosofia Ciências e Letras da

Universidade de São Paulo. Aqui influenciaram e orientaram os responsáveis pelas cátedras como também jovens assistentes.

De acordo com FILLOS (2006, P. 3), O MMM eclodiu devido a necessidade de profissionais capacitados para atender a expansão tecnológica que se tornou mais acentuada a partir da segunda guerra mundial. Em 1957, houve o lançamento, pela Rússia, do novo satélite artificial do mundo, o Sputnik I, acirrando a disputa tecnológica com os Estados Unidos. Esse fato impulsionou a preparação de profissionais de diversas áreas como matemática, física e engenharia, por meio de parcerias com instituições financeiras.

Nessa época, o ensino da matemática destacando a Geometria no Brasil se encontrava em crise, visto que essa disciplina se encontrava fora da realidade, difícil e de acesso a poucos. O MMM que foi idealizado nos Estados Unidos em torno de novos métodos de ensino, foi o principal marco de mudança curricular do ensino brasileiro.

Pelo que podemos notar o MMM demonstrou-se insuficiente para unificar os três campos fundamentais da matemática; geometria, álgebra e aritmética. Assim, o MMM não conseguiu superar as dificuldades em que se encontrava a geometria, entretanto, contribuiu intensamente para reduzi-la, a um exemplo de aplicação de teoria de conjuntos e de álgebra vetorial. Nessa época surgem então nas escolas e faculdades mátrias só de geometria, como por exemplo, desenho geométrico, ocorrendo então uma separação entre a geometria e a matemática.

Contudo, de acordo com Kubiczewski (2002, p. 44) a partir da década de 70, esta “nova matemática” começa a ser pensada pelos estudiosos, que através da analise da evolução histórica da geometria, percebem sua importância como conteúdo escolar.

Analisando a matemática no período pré-histórico vemos que o homem usa símbolos e imaginação para expressar suas ideias. No Egito, a matemática foi desenvolvida e utilizada para medições, cálculos e etc. dentro desse contexto esta presente a geometria, fazendo parte da linguagem humana no sentido da leitura e comunicação espacial. Percebe-se então a necessidade da continuidade do estudo da geometria. Essa linguagem geométrica, quando estruturada por Euclides, representava o raciocínio humano, com suas abstrações e processos lógicos próprios. Sendo assim, não é possível separar do ensino da matemática a geometria, que tem muitas aplicações práticas no estudo espacial métrico e são muito importantes para estruturar nosso processo mental lógico dedutivo.

> Em síntese, o ensino da geometria quer que seja no ensino fundamental ou médio, deve contemplar uma valorização mais significativa do trabalho pedagógico com o processo de validação do conhecimento geométrico. Acreditamos que a

> pratica e reprodução de provas e demonstrações geométricas, neste nível, contribui de uma forma importante para a formação de um tipo de raciocínio fundamental à construção do conhecimento cientifico. (FREITAS apud KUBICZEWSKI apud EVANDRO 2009, p. 19)

Precauções acerca do ensino da geometria sempre existirão independentes da área de aplicação. Nossa geometria, mesmo com o surgimento das geometrias não euclidianas, continua a mesma, mas seu contexto e as exigências modificaram-se. Atualmente, temos a área de estudos e pesquisas da educação matemática, a qual tem uma grande importância no desenvolvimento de novas práticas pedagógicas. Essas pesquisas nos permitem descobrir estratégias e planos de aula diferenciados e criativos que pode tonar o ensino mais interessante para os alunos.

2.2 Teoria de Van Hiele

O modelo de Van Hiele para o pensamento em geometria foi desenvolvido pelo casal Holandês Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof. O surgimento dessa nova teoria teve origem nos anos 50 através da tese de doutorado do casal , quando foram publicadas, nas quais apresentavam um novo método de ensino baseado no desenvolvimento do pensamento geométrico, chamado modelo de Van Hiele.

O modelo sugere que os alunos progridem segundo uma sequencia de níveis d compreensão de conceitos descobertos enquanto os estudantes aprendem Geometria. As fases de aprendizado que acompanham o modelo de Van Hiele são fundamentais para o sucesso de aprendizado em cada nível e da passagem para o próximo.

Nasser (1997, p. 4) afirma que cada nível é caracterizado por relação entre os objetos de estudos e linguagem próprios. Consequentemente, não pode haver compreensão quando o curso é dado em um nível mais elevado do que o atingido pelo aluno.

Van Hiele descreve a existência de cinco níveis de conhecimento, esta é a descrição mais entendida atualmente e onde se concentram muitas investigações referentes ao modelo e a partir dessas investigações na qual se tem trabalhado pretende-se descobrir maiores descrições sobre os níveis, por esse motivo o processo de evolução histórica tem sido estudada e desenvolvida a cada dia.

Os níveis de conhecimentos contemplados pelo próprio Van Hiele em suas descrições do modelo vêm sendo modificadas em várias ocasiões com consequências do processo de evolução de suas ideias resultado da maior quantidade de investigação assim em Van Hiele (1986, p.8) se recorda que a primeira descrição publicada em 1955, planteava a existência de três níveis que hoje correspondem aos níveis 2 e 4 atuais. No entanto outros especialistas questionaram a ausência de um nível mais baixo que recorreria a um tipo de reconhecimento visual muito frequente entre os estudantes, este nível estava faltando e hoje ele é o primeiro nível de conhecimento. Depois disso Van Hiele aperfeiçoou sua proposta definindo quatro níveis o que corresponde aos níveis de 1 a 4 que conhecemos atualmente. Em Van Hiele (1986, p.47) o autor fala de uma possível existência de um nível superior ao quarto e da dificuldade de diferencia-lo. No entanto os pesquisadores seguem considerando atualmente a descrição básica de cinco níveis de conhecimento.

O modelo de Van Hieler consiste em uma sequencia de cinco níveis de compreensão variando de 0 a 4. São eles: visual, descritivo/analítico, informal, dedução formal e rigor. E necessário comentar que não há unanimidade quanto a numeração dos níveis, algumas publicações referem-se aos níveis de 0 a 4 outras falam dos níveis de 1 a 5. Porem nos adaptamos melhor a segunda opção por acreditarmos que é mais cômoda e evita confusões.

Nível 1 - Visualização ou Reconhecimento

Cada figura é considerada como um objeto independente de outras figuras da mesma classe é a descrição das figuras baseada principalmente em seu aspecto físicos. Os reconhecimentos, descrições e classificações se baseiam em semelhanças físicas, frequentemente a descrições por semelhanças por outros objetos não necessariamente matemáticos. Nesse nível o aluno não reconhece ainda as propriedades, mas, reconhece visualmente e tem condições de aprender o vocabulário geométrico.

Nível 2 - Analise

Neste nível já há o reconhecimento de que as figuras geométricas são formadas por partes e elementos e estão repletas de propriedades matemáticas. Descobrem-se as partes que integram uma figura e se enunciam suas propriedades e já se e capaz de analisar as propriedades matemáticas das figuras. Os alunos começam a relacionar as propriedades das figuras e aprendem a termologia técnica adequada para descrevê-las, porém não correlacionam figuras ou propriedades das mesmas.

Nível 3 - Dedução informal ou Ordenação

Nesse nível se podem relacionar as propriedades de uma figura entre si e com as de outras figuras, já se compreende a existência de relações e se descobrem de maneira experimental novas relações, também já há a compreensão de o que é uma definição matemática e seus requisitos. Definem-se corretamente conceitos de tipos de figuras, também se fazem referências explicitas das definições quando se realizam demonstrações, os alunos realizam a ordenação logica das propriedades e de figuras por meio de curtas sequencias de dedução e compreendem as correlações entre figuras.

Nível 4 - Dedução formal

Nesse nível já se pode realizar demonstrações mediante conhecimento dedutivo formal se tem capacidade de para compreender o desenvolvimento das demonstrações e de cada implicação simples presente no conjunto. Tem capacidade de compreender os axiomas matemáticos, o sentido desses axiomas, definições e teoremas. Os alunos começam a desenvolver sequencias mais longas de enunciados e a entender a significância da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas.

Nível 5 - Rigor

Possibilidade de trabalhar em sistemas axiomáticos diferentes do usual, capacidade para realizar deduções abstratas baseando-se em um sistema de axiomas determinado. Capacidade para comparar sistemas axiomáticos diferentes e decidir sobre suas equivalências, compreensão da importância da precisão ao tratar dos fundamentos e das relações das estruturas matemáticas.

A teoria de Van Hiele sugere cinco níveis hierárquicos, de modo que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio em Geometria após passar por todos os níveis inferiores. Esse modelo é fonte de novas pesquisas em vários países.

> A formulação desse sistema de níveis ocorreu enquanto Pierre Van Hiele estudava alguns dos trabalhos de Piaget. Durante esse estudo ele verificou como fizera Piaget, que os problemas ou tarefas que são apresentados às crianças, frequentemente, requerem um conhecimento de vocabulários ou propriedades além do nível de pensamento das crianças.
> FANTINEL (1998)

No quadro a seguir representa-se um resumo referente aos níveis do modelo de Van Hiele.

Tabela 1 - Níveis de Van Hiele para compreensão em geometria

Níveis de Van Hiele	Características	Exemplos
Básico: Reconhecimento	Identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global.	Classificação de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.

Nível 1: Análise	Analise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos.
Nível 2: Síntese ou Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação logica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição do quadrado pelas propriedades mínimas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. O retângulo é um paralelogramo, pois também possui os lados opostos paralelos.
Nível 3: Dedução	Domínio do processo dedutivo e de demonstrações reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita

Fonte**:** NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Instituto de matemática- UFRJ. Projeto fundão. Rio de Janeiro, 1997.

CAPÍTULO 3

3.1 Análise de dados

Neste capítulo presentamos os dados coletados após a aplicação e correção do teste de Van Hiele com os alunos.

Esses dados apresentam-se em três secções: análise do nível de pensamento geométrico segundo Van Hiele por cada 15 pessoas pesquisadas, comparativo do nível de pensamento geométrico segundo modelo de Van Hiele entre cada 15 alunos pesquisados e análise individual de cada questão do teste, procurando detectar quais foram às questões que apresentaram maior índice de erro.

O teste de Van Hiele é constituído de 15 questões divididas em três blocos. De 1 a 5 nível básico, de 6 a 10 nível 1 e de 11 a 15 nível 2. Para detectar se um aluno estava em um ou outro nível estipulamos que em cada bloco de 5 questões o aluno poderia errar ate duas questões para ainda se enquadrar aquele nível de Van Hiele.

O Bairro Novo II, situado na cidade de Barcarena, possui 4 escolas. Devido o período em que a pesquisa se desenvolveu a mesma não pode ser realizada nas escolas desse bairro devido estar no período de férias escolares. As escolas presentes nesse bairro são duas de ensino fundamental, uma de ensino fundamental e médio e uma exclusiva de ensino médio.

Para fins de análise indicaremos cada 15 entrevistados como A, B, C e D

3.2 Análise do nível de pensamento geométrico por cada 15 estudantes

A tabela a seguir é referente aos 15 primeiros alunos definidos como A. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 2: Grupo A - 15 alunos

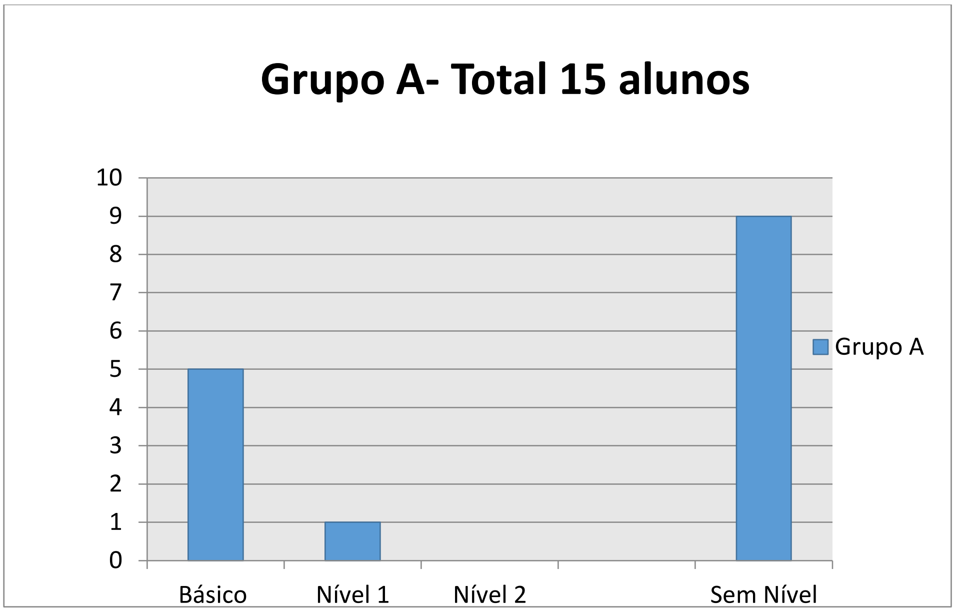
Nível	Número de alunos
Básico	5
Nível 1	1
Nível 2	0
Sem nível	9

Fonte: Autoria própria, 2018.

Dos 15 alunos do grupo A, foi constatado que 9 não atingiram nenhum nível de Van Hiele, 5 alunos se enquadraram no nível básico e 1 aluno alcançou o nível. Nenhum aluno atingiu o nível 2. Maior parte dos alunos sequer atingiu o nível básico, percebe-se então que os conteúdos de geometria não foram trabalhados desde as series iniciais ate o final do ensino fundamental com esses estudantes.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 2.

Figura 1: Gráfico A



Fonte: Autoria própria, 2018.

A tabela a seguir é referente aos próximos 15 alunos denominados B. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 3: Grupo B - 15 alunos

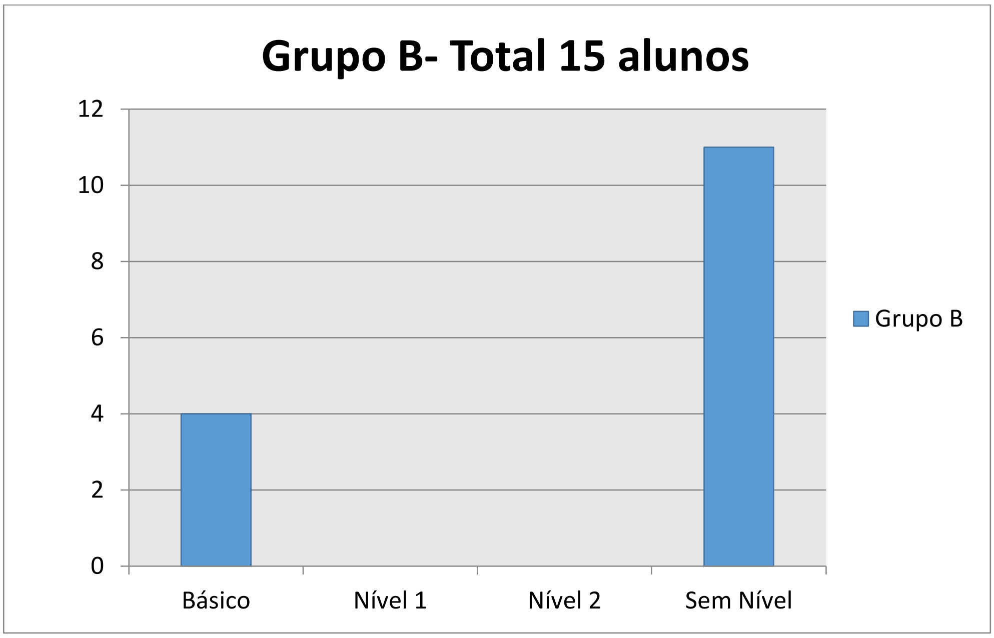
Nível	Número de alunos
Básico	4
Nível 1	0
Nível 2	0
Sem nível	11

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Dos 15 alunos da turma B, 4 alunos atingiram o nível básico, 11 alunos sequer alcançaram algum nível. Nenhum aluno dessa turma atingiu o nível 1 ou nível 2. Maior parte dos alunos desse grupo pesquisado não atingiu nenhum nível, uma menor parte consegue reconhecer figuras em um desenho, no entanto para essa maioria sem nível fica evidenciado que o ensino da geometria não foi devidamente trabalhado ao longo dos anos em suas jornadas no ensino fundamental.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 3.

Figura 2: Gráfico B



Fonte: Autoria própria, 2018.

A tabela a seguir é referente ao grupo de alunos denominado C. Ela nos mostra o número de alunos em cada Nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 4 - Grupo C

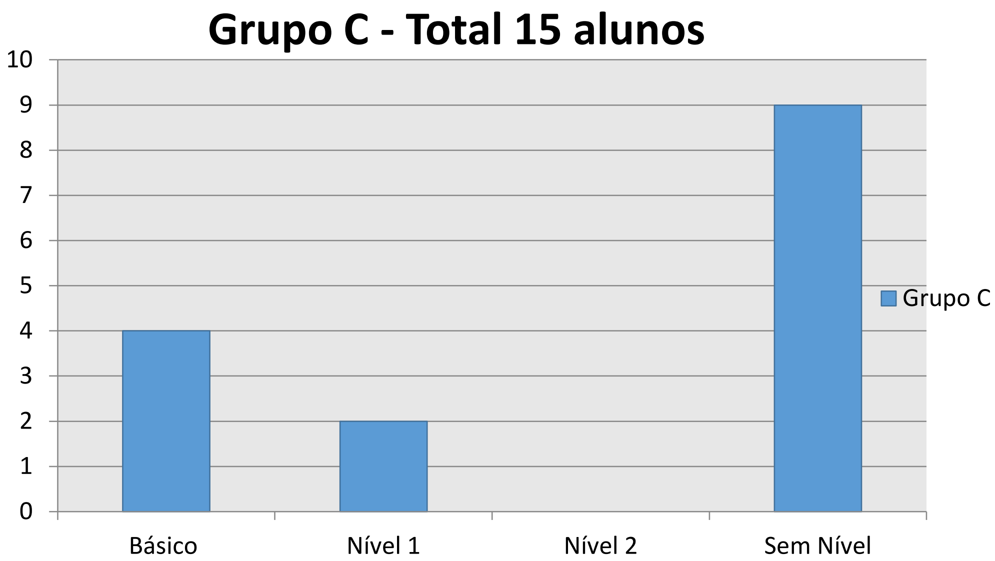
Nível	Número de alunos
Básico	4
Nível 1	2
Nível 2	0
Sem Nível	9

Fonte: Autoria Própria, 2018

Dos 15 alunos do grupo C, 4 atingiram o nível básico, 9 sequer alcançaram algum nível, nenhum aluno atingiu o nível 2 e apenas dois alunos atingiram o nível 1. Maior parte dos alunos desse grupo sequer atingiu algum nível. Fica constatado que para esses estudantes há um grande déficit quanto ao ensino da geometria. Provavelmente ao longo dos anos a geometria foi sendo posta ao segundo plano, seus conteúdos jamais foram trabalhados e com certeza esses alunos foram e serão muito prejudicados devido a isso.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 3.

Figura 3: Grupo C



Fonte: Autoria Própria, 2018.

A tabela a seguir é referente ao grupo de alunos denominado D. Ela nos mostra o número de alunos em cada nível do modelo de Van Hiele.

Tabela 5: Grupo D

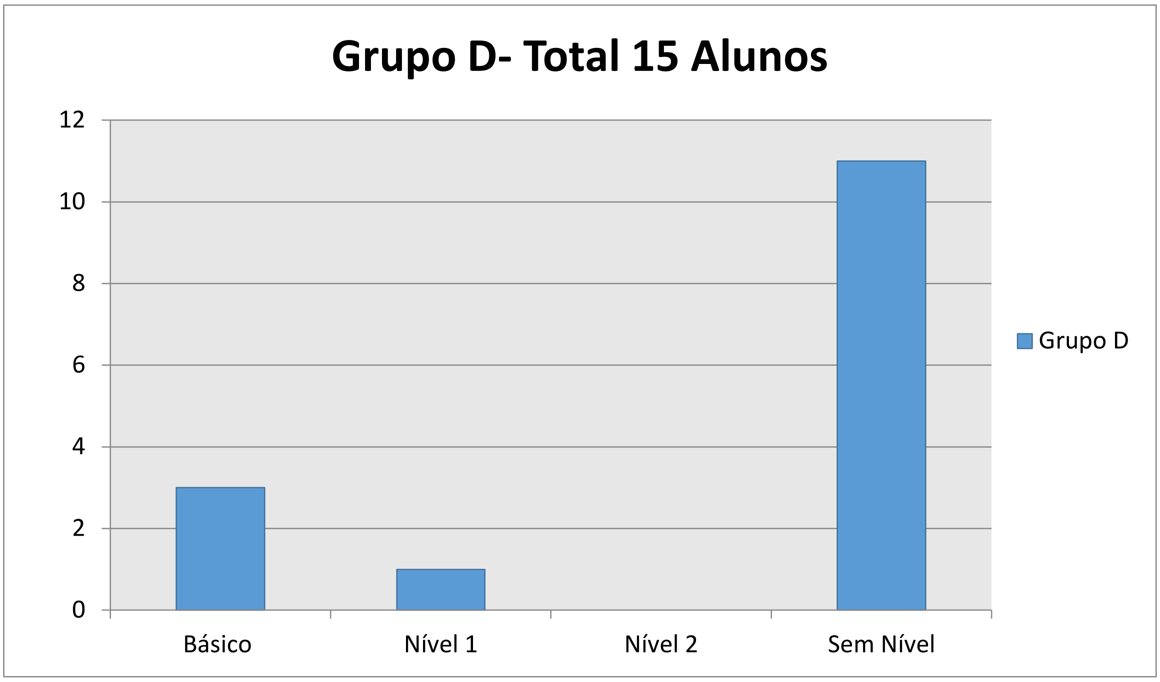
Nível	Número de alunos
Básico	3
Nível 1	1
Nível 2	0
Sem Nível	11

Fonte: Autoria própria, 2018

Dos 15 alunos do Grupo D. Apenas 3 atingiram o nível básico, 11 alunos sequer alcançaram algum nível, um aluno atingiu o nível 1 e nenhum dos alunos desse grupo alcançaram o nível 2. A maioria dos alunos do grupo D não conseguiu atingir sequer o nível básico, notamos aqui o déficit no ensino da geometria para com esses alunos em toda a sua trajetória do ensino fundamental.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 5.

Figura 4: Grupo D



Fonte: Autoria Própria, 2018.

3.3 Comparativo entre os grupos

A tabela abaixo apresenta os dados dos níveis de pensamento geométrico dos alunos entre os grupos pesquisados, com o objetivo de fazermos uma comparação entre eles.

Tabela 6: Comparativo do nível

Comparativo do nível de pensamento geométrico entre os grupos				
Nível	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D
Básico	5	4	4	3
Nível 1	1	0	2	1
Nível 2	0	0	0	0
Sem Nível	9	11	9	11
Total de Alunos	15	15	15	15

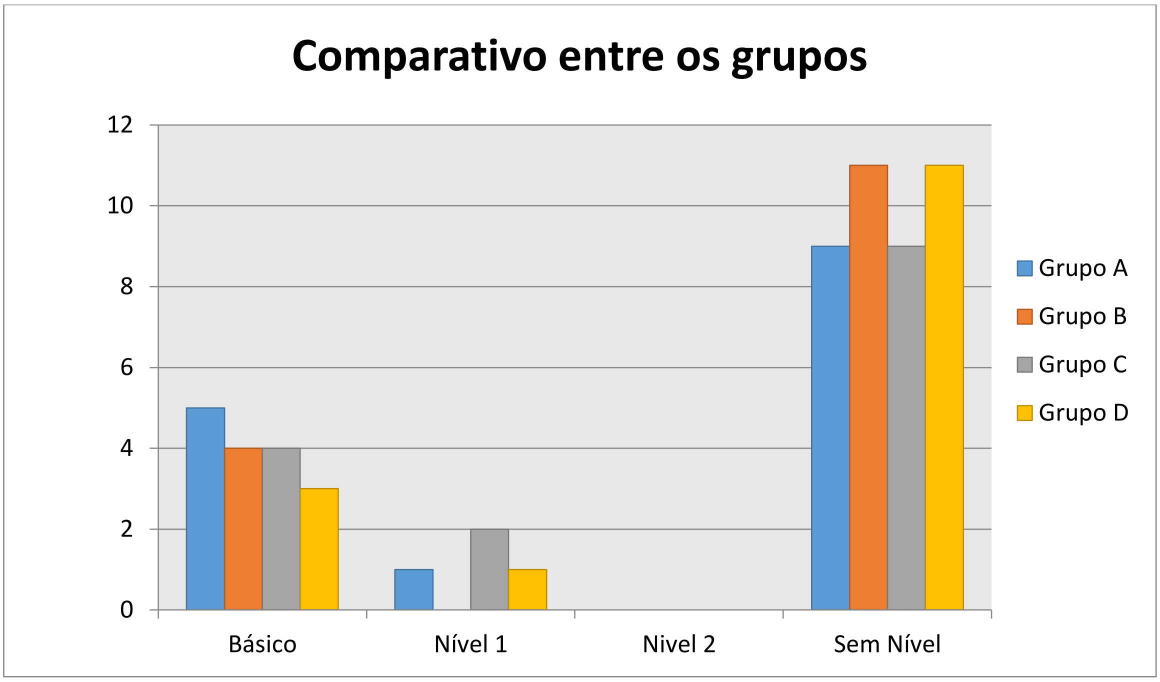
Fonte: Autoria própria, 2018.

Comparando os 4 grupos A, B, C e D percebemos que os resultados foram semelhantes em alguns aspectos. Quanto ao nível básico os grupos A e C obtiveram um melhor desempenho do que os Grupos B e D. Em relação ao nível 1, dos 60 alunos que participaram da pesquisa apenas 4 alunos, pertencentes aos grupos A, C e D atingiram o nível em questão. Já os alunos do grupo B não atingiram o nível 1. Em relação ao nível 2 não foi encontrado entre os 60 alunos, nenhum que acertou o nível citado.

Dos 60 alunos, apenas 16 atingiram o nível básico, 4 alcançaram o nível 1, 40 sequer estão em algum nível. Os resultados obtidos mostram bem a realidade sobre a deficiência do ensino da geometria nas escolas.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentaremos a seguir o gráfico da tabela 6.

Figura 5: Comparativo entre grupos



Fonte: Autoria Própria, 2018.

3.4 Análise individual das questões

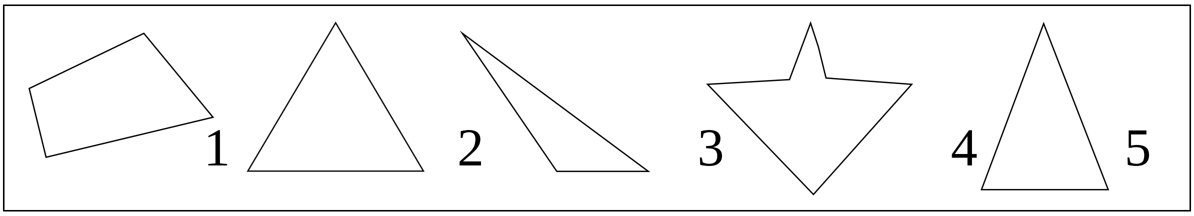
Apresentar-se a seguir, uma análise individual de cada questão.

Respostas dos alunos referentes ao nível básico.

O primeiro bloco relacionava-se com o nível básico, segundo o modelo de Van Hiele. Esse nível tem por característica a capacidade de identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas com base em sua influência global.

Apresentamos, então, uma análise dos acertos e erros dos alunos às questões numeradas de 1 a 5.

Questão 1. Assinale o (s) triangulo (s)



A tabela abaixo nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 1.

Tabela 7: Questão

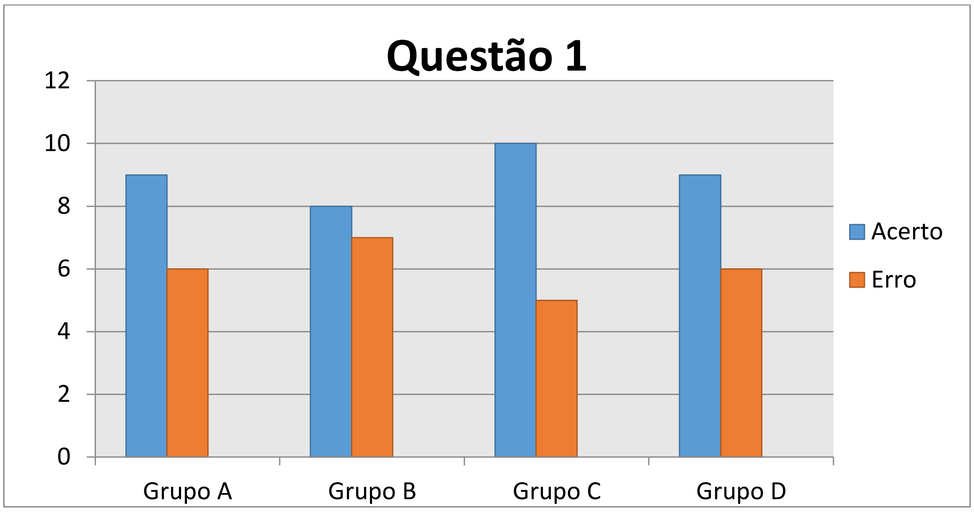
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de acertos	9	8	10	9	36
N° de erros	6	7	5	6	24

Fonte: Autoria Própria, 2018.

A análise mostra que 36 alunos acertaram a primeira questão marcando corretamente as figuras 2, 3 e 5. Por outro lado, 24 alunos erraram essa questão. Percebemos aqui a dificuldade desses alunos de identificar os triângulos quando os mesmos estão juntos de outros polígonos. Alguns alunos marcaram a figura quatro, pois, certamente não associaram a figura quanto ao seu número de lados e alguns alunos não marcaram a figura 3, provavelmente por não saberem que qualquer figura que tenha três lados é um triangulo, o que nos leva a acreditar que o triangulo isósceles e equilátero são os mais trabalhados. Em todas as escolas houve mais acertos do que erros nessa questão.

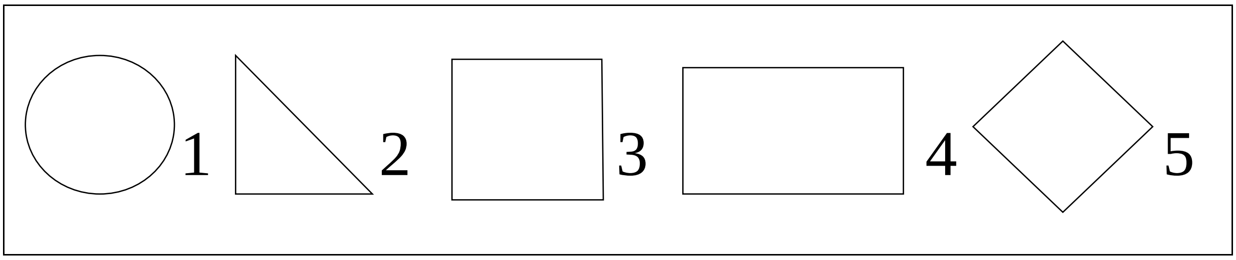
Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 6.

Figura 6: Questão



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 2. Assinale o(s) quadrado(s):



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 2.

Tabela 8: Questão 2

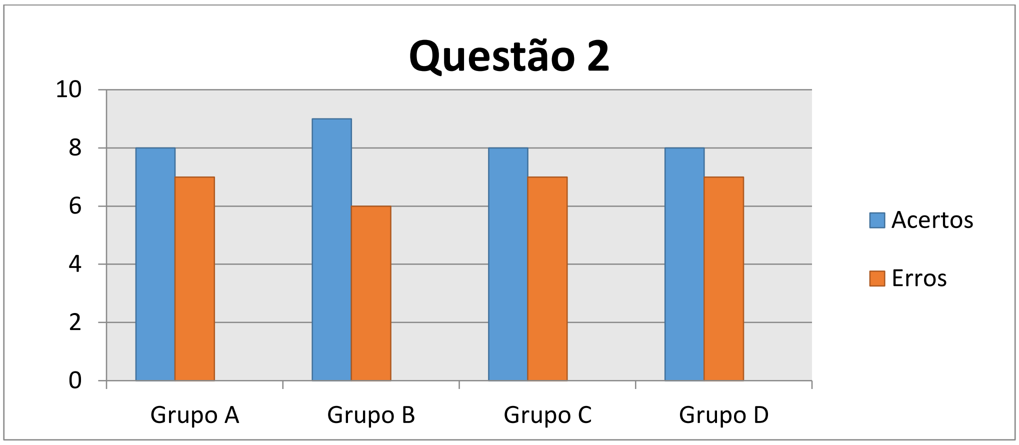
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Número de alunos
N° de acertos	8	9	8	8	32
N° de erros	7	6	7	7	28

Fonte: Autoria, Própria, 2018.

A análise mostra que 32 alunos acertaram a segunda questão marcando corretamente as figuras 3 e 5. Enquanto que 28 alunos erraram essa questão. Grande parte dos alunos marcou apenas a figura 3, pois, não perceberam que a figura número 5 também é um quadrado possivelmente porque só identificam como quadradas figuras cujos lados são paralelos a folha de papel, o que nos leva a acreditar que a geometria tem sido ensinada de maneira estática. Alguns alunos também marcaram a figura de número 4, não percebendo que possuir quatro lados iguais é condição necessária para um polígono ser quadrado. Os alunos obtiveram o mesmo desempenho nos grupos pesquisados.

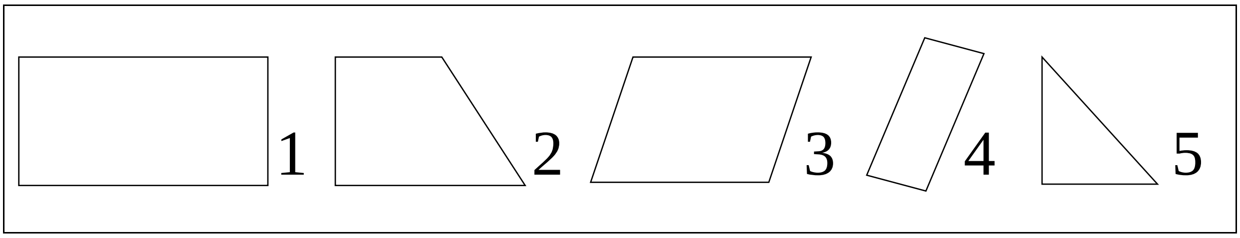
Para ilustrar o trabalho obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 7.

Figura 7: Questão 2



Fonte: Autoria Própria 2018.

Questão 3. Assinale o(s) retângulo(s).



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 3.

Tabela 9: Questão 3

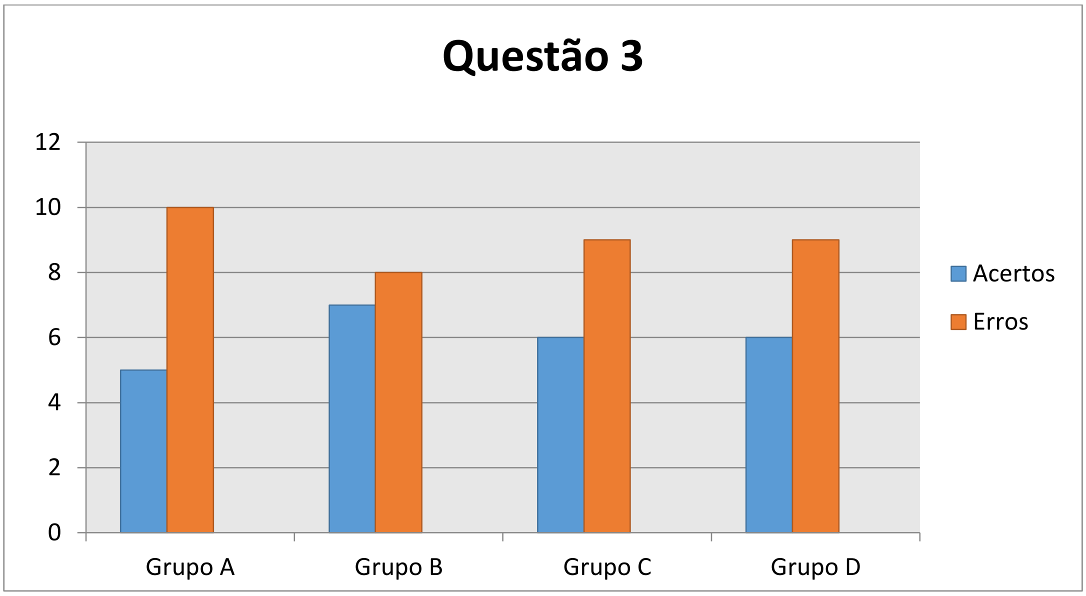
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	5	7	6	6	24
Nº de Erros	10	8	9	9	36

Fonte: Autoria Própria, 2018

Ao analisarmos os resultados, notamos que apenas 24 alunos marcaram corretamente as figuras de número 1 e 4. Outros 36 alunos erraram a questão 3, grande parte por não ter marcado a figura de número 4 por acreditarem que uma figura só é retangular se seus lados estiverem paralelos a folha de papel em que estão inseridas. Alguns alunos marcaram a figura de número 2, não percebendo que apenas dois ângulos nessa figura são de 90°. É importante ressaltar que nenhum aluno marcou a figura de numero 5, ficou evidenciado que eles sabem distinguir um retângulo de um triangulo.

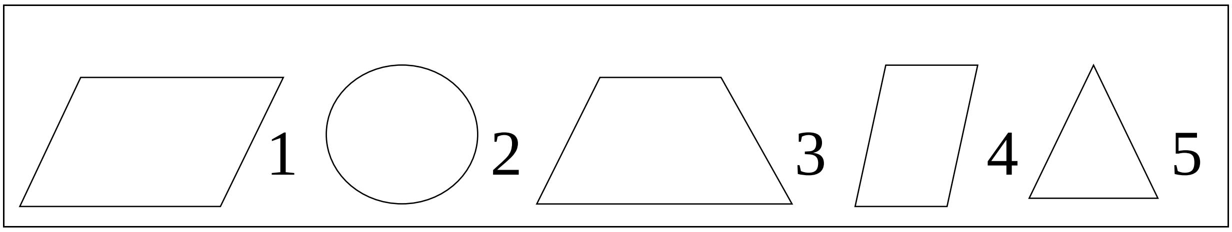
Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 8.

Figura 8: Questão 3



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 4. Assinale o(s) paralelogramo(s).



A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 4.

Tabela 10: Questão 4

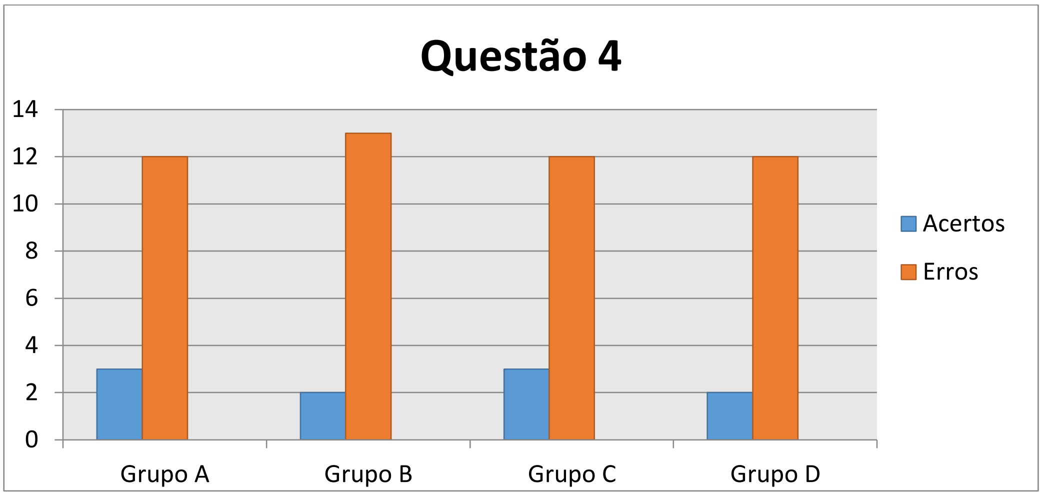
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	3	2	3	2	10
N° de Erros	12	13	12	13	50

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Ao analisarmos a questão 4 percebemos que apenas 10 alunos acertaram essa determinada questão marcando corretamente as figuras de número 1 e 4. Entretanto, 50 alunos erraram essa questão. Percebemos aqui que a maior dificuldade encontrada é o reconhecimento e a nomenclatura da figura, grade parte dos alunos não sabem o que é um paralelogramo e muitos nunca escutaram esse nome. Percebemos que em todos os grupos pesquisados a maioria dos alunos errou essa questão.

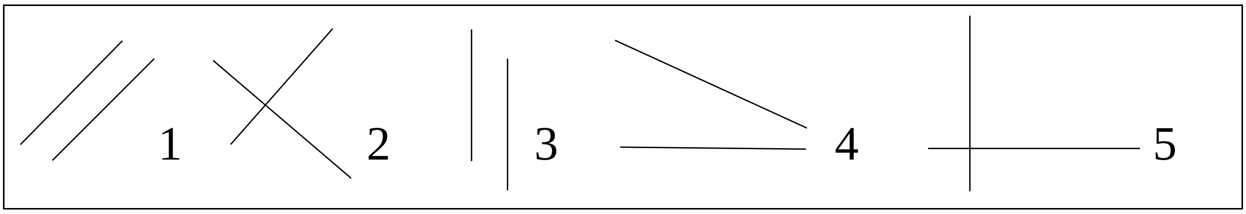
Para ilustrar o comparativo feito entre as escolas, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 10.

Figura 9: Questão 4



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 5. Assinale os pares de retas paralelas.



A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 5.

Tabela 11: Questão 5

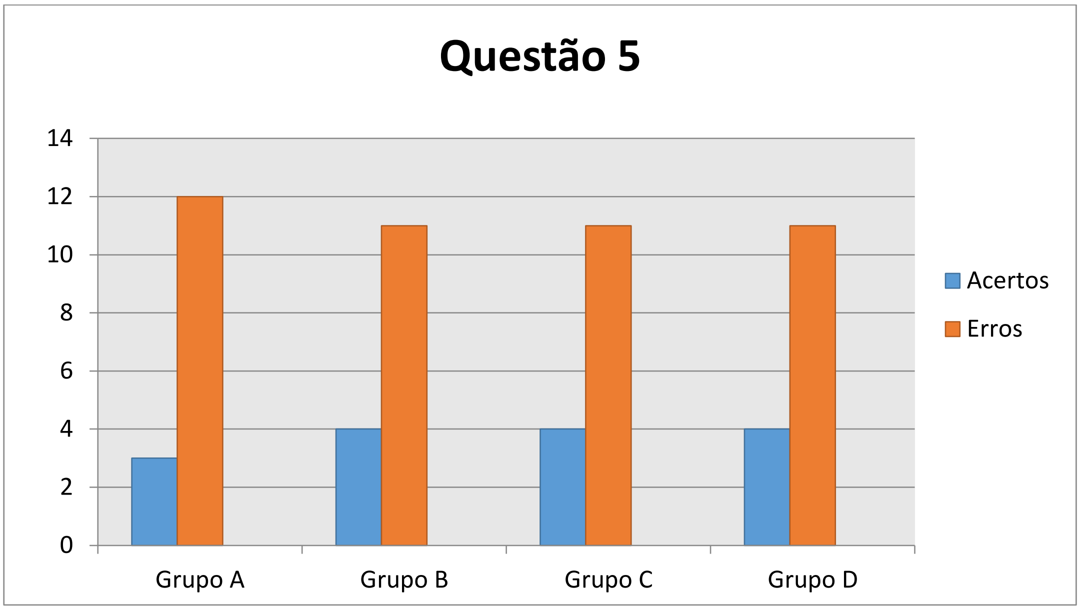
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	3	4	4	4	15
N° de Erros	12	11	11	11	45

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Analisando as respostas, constatamos que 15 alunos acertaram a questão 5 marcando corretamente as figuras de número 1 e 3. Outros 45 alunos erraram essa questão e grande parte apenas marcou a figura de número 1. Talvez os alunos não percebessem que a figura 3 também é um par de retas paralelas. Outros alunos marcaram a questão 4 talvez por pensarem que como elas não se tocam exista na figura 4 o paralelismo. Os alunos não concluíram que, se fossem prolongados os seguimentos de pares de retas, elas se intersectariam.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 10.

Figura 10: Questão 5



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Resposta dos alunos referente ao Nível 1.

O segundo bloco de questões, refere-se ao Nível 1 de Van Hiele, que tem como característica a analise dos componentes de uma figura, o reconhecimento de suas propriedades geométricas e o uso delas para a resolução de problemas

Apresentamos, então, uma análise dos acertos e erros doas alunos às questões numeradas de 6 a 11.

Questão 6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais.

Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

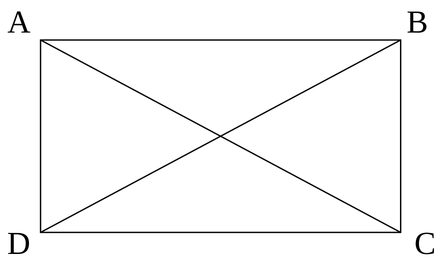
a) Tem 4 ângulos retos.

b) Tem lados opostos paralelos.

c) Tem diagonais do mesmo comprimento.

d) Tem os quatro lados iguais.

e) Todas são verdadeiras.



A tabela abaixo nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 6.

Tabela 12: Questão 6

	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	2	1	2	0	5

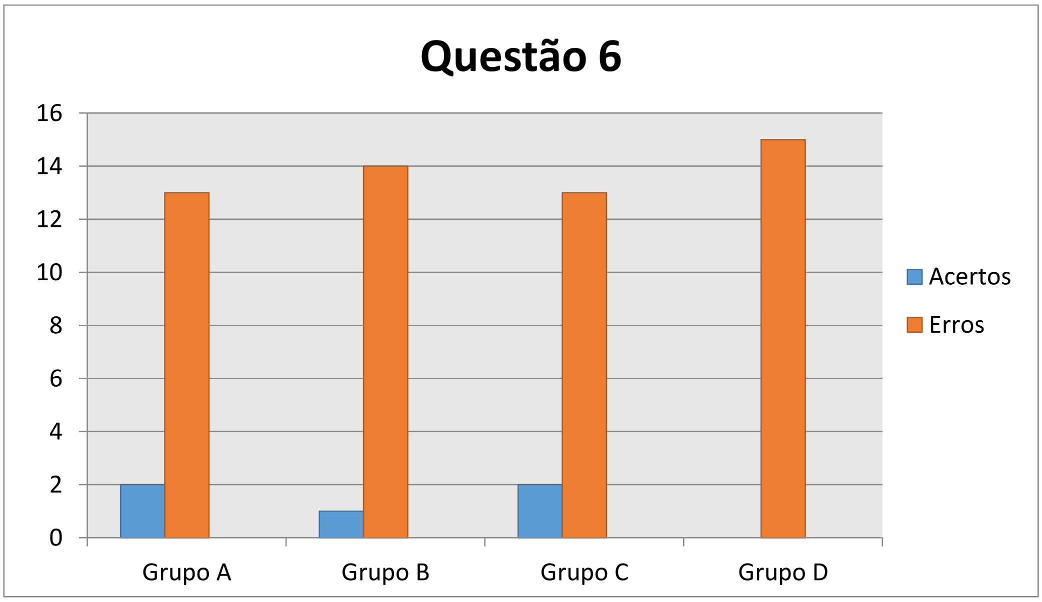
N° de Erros	13	14	13	15	55

Fonte: Autoria própria, 2018.

Analisando os resultados obtidos, dos 60 alunos apenas 5 acertaram essa questão marcando corretamente as alternativas a, b e c. Os erros que mais ficaram em evidencia nessa questão foram de alunos que não marcaram a opção b, provavelmente por não saberem o significado da frase "*tem lados opostos paralelos*". Alguns não marcaram a opção c talvez por não souber o que é uma diagonal. Outro erro encontrado foi alunos que marcaram a opção d "*tem quatro lados iguais*", evidenciando não saberem distinguir a propriedade dos quadrados em relação à propriedade dos retângulos.

Para ilustrar os resultados obtidos, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 12.

Figura 11: Questão 6



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 7. De três propriedades dos quadrados:

1.____

2.____

3.____

A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 7.

Tabela 13: Questão 7

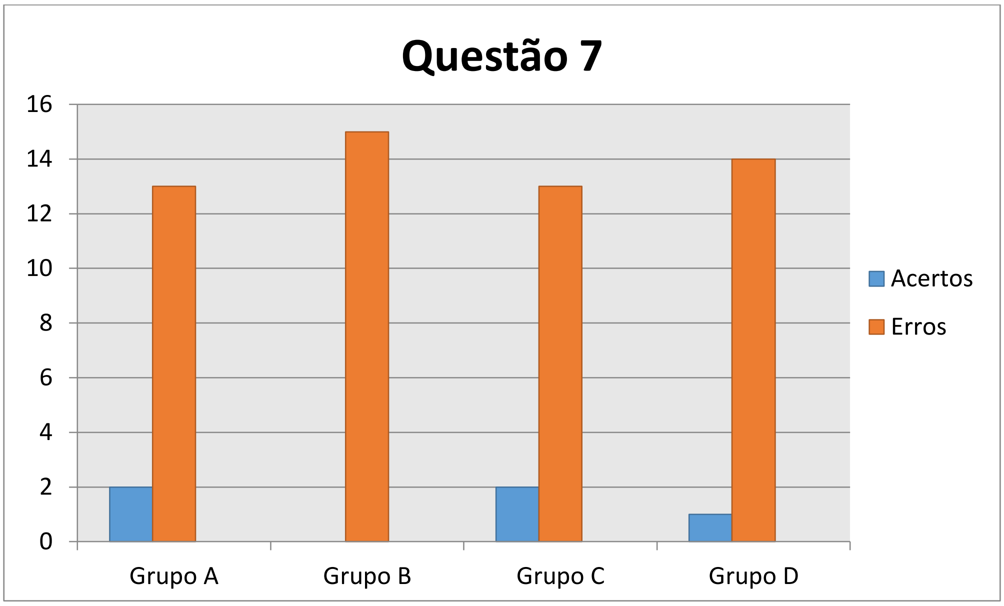
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	2	0	2	1	5
N° de Erros	13	15	13	14	55

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Com os resultados obtidos, concluímos que dos 60 alunos, 5 acertaram a questão 7 respondendo, por exemplo, "*todos os lados são iguais*", "*tem quatro ângulos retos", "tem lados opostos paralelos"*. Dos 60 alunos, 55 erraram essa questão. Muitos apenas escreveram uma propriedade, como por exemplo: "*4 lados iguais*", e deixaram o resto em branco. Alguns alunos responderam como propriedades dos quadrados: "quadrado perfeito", "quadrado retangular", "quatro lados elevados ao quadrado", "tem a semelhança de uma caixa". Provavelmente nunca estudaram as propriedades das figuras geométricas.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 13.

Figura 12: Questão 7



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 8. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triangulo isósceles

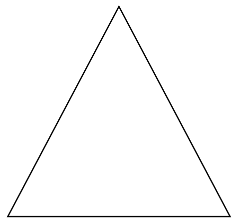
a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°.

b) Um dos ângulos mede 90°.

c) Dois ângulos tem a mesma medida.

d) Todos os três ângulos tem a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 8.

Tabela 14: Questão 8

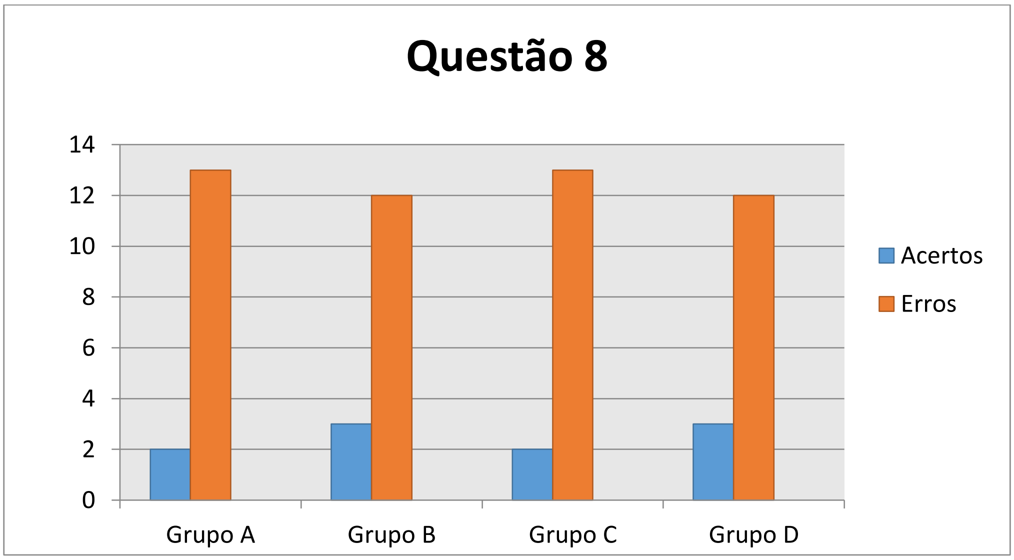
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	2	3	2	3	10
N° de Erros	13	12	13	12	50

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Analisando os resultados obtidos, percebemos que: dos 60 alunos 10 marcaram a opção correta, alternativa c, "Dois ângulos tem a mesa medida". 50 alunos erraram essa questão por desconhecerem ate mesmo o que é um triangulo isósceles. Muitos alunos marcaram a opção d, pois provavelmente confundiram o triangulo isósceles com o triangulo equilátero que possui três ângulos iguais. Alguns alunos marcaram a opção e afirmando que nenhuma das alternativas tinha veracidade.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da questão 8.

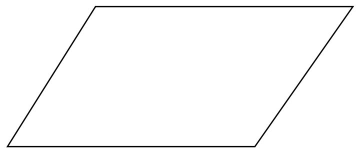
Figura 13: Questão 8



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 9. Dê três propriedades dos paralelogramos.

1.____
2.____
3.____



A tabela abaixo, nos mostra o número de alunos que acertaram e erraram a questão 9

Tabela 15: Questão 9

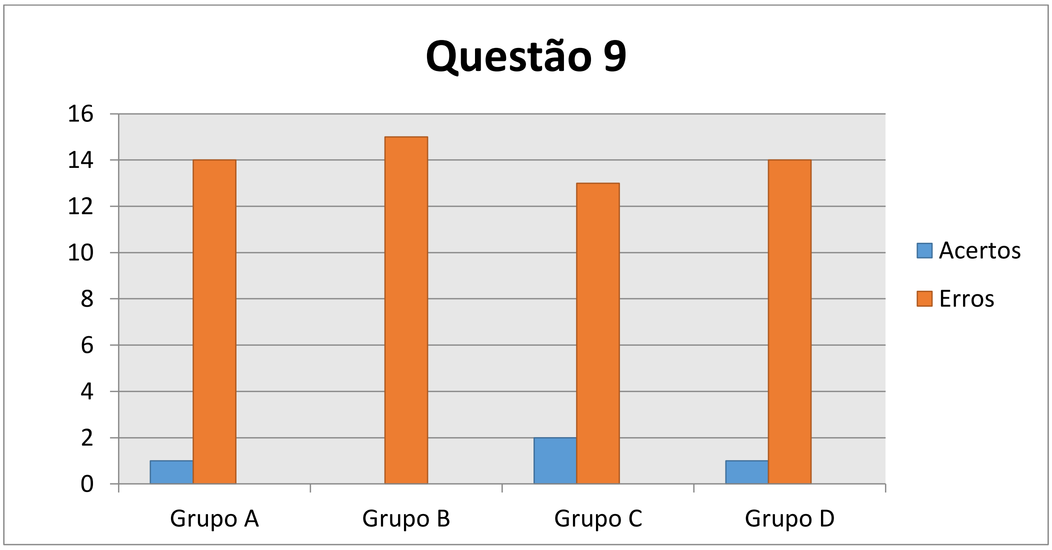
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	1	0	2	1	4
N° de Erros	14	15	13	14	56

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Analisando as respostas obtivemos que apenas 4 alunos dos 60 acertaram essa questão. Os alunos que acertaram essa questão responderam as seguintes propriedades. "*tem quatro lados", "tem lados opostos paralelos", "tem quatro ângulos"*. 56 alunos erraram essa questão, a maioria deles deixou em branco, alguns arriscaram os seguintes palpites. "*Os paralelogramos tem as laterais tortinhas", "tem dois ângulos retos", "dois ângulos são retas paralelas"*. Ficou evidenciado que os alunos desconhecem por completo o paralelogramo e suas propriedades.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 15.

Figura 14: Questão 9



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo cumprimento.

A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 10.

Tabela 16: Questão 10

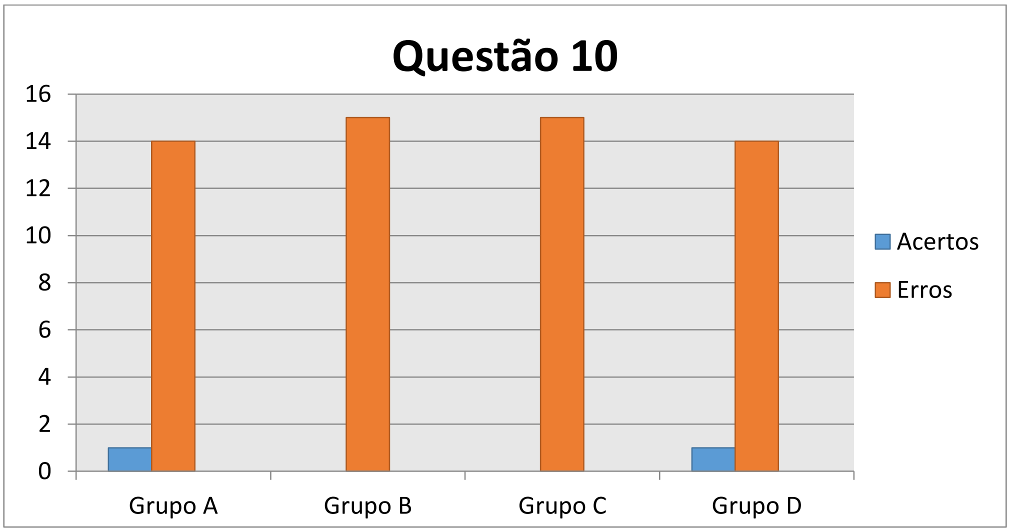
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	1	0	0	1	2
N° de Erros	14	15	15	14	58

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Com base na análise, dos 60 alunos apenas 2 acertaram essa questão quando desenharam uma figura com quatro lados com diagonais que não tinham o mesmo tamanho. Muitos alunos deixaram essa questão em branco. Encontramos também pentágonos, hexágonos e triângulos desenhados, provavelmente por não reconhecerem o significado da palavra quadrilátero.

Para ilustrar o resultado obtido apresentamos abaixo o gráfico da tabela 16.

Figura 15: Questão 10



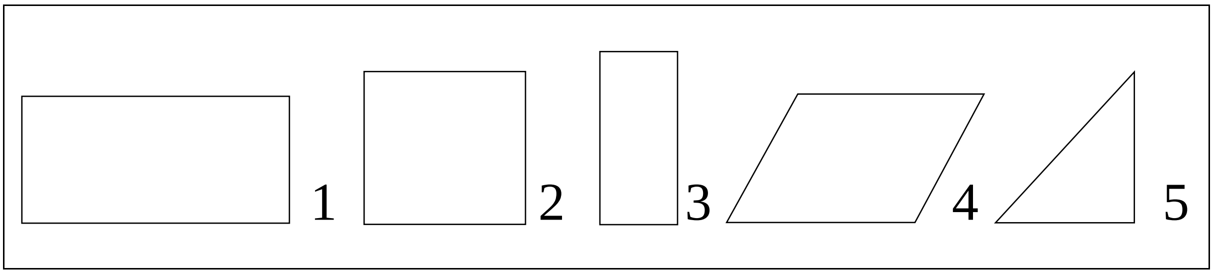
Fonte: Autoria Própria, 2018.

Resposta dos alunos referente ao Nível 2.

O terceiro bloco de questões procura avaliar as habilidades do nível 2 segundo o modelo de Van Hiele. Esse nível é caracterizado pela percepção de que uma propriedade pode decorrer de outra: Argumentação logica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

Apresentamos, então, uma análise de acertos e erros dos alunos às questões numeradas de 11 a 15.

Questão 11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerados(s) retângulos:



A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 11.

Tabela 17: Questão 11

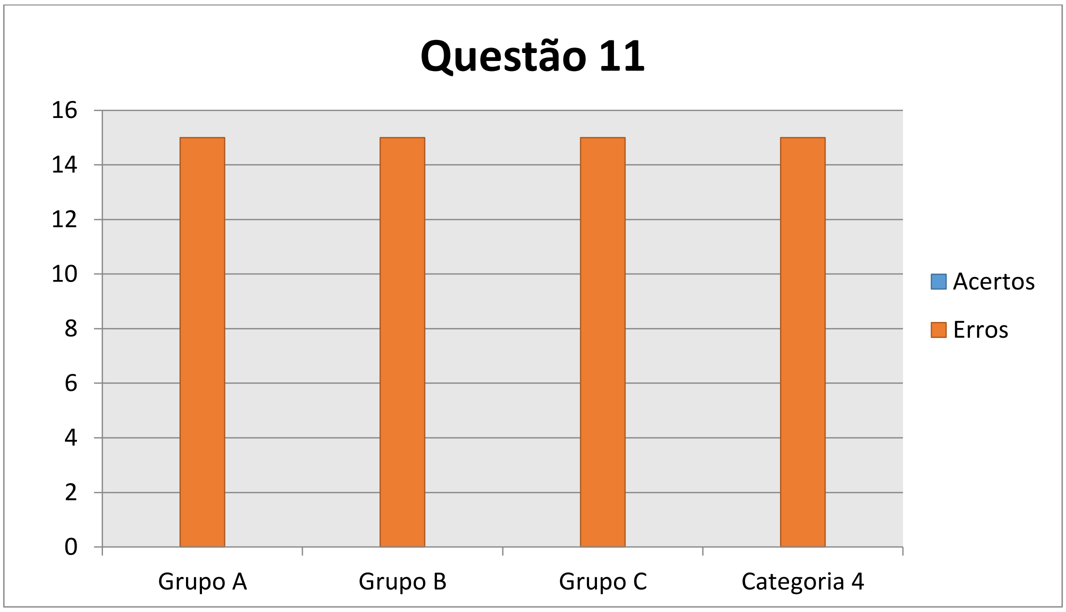
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	0	0	0	0	0
N° de Erros	15	15	15	15	60

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Com a análise de dados foi constatado que os 60 alunos erraram essa questão. Muitos marcaram apenas a figura 1 e 3. No entanto, a questão requeria o conhecimento da inclusão de classes e ficou evidenciado que todos os alunos não sabem que o quadrado também é um retângulo.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 16.

Figura 16: Questão 11



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 12. Os quatro ângulos A,B,C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.:

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?

____

b) Por quê?

____

c) Que tipo de quadrilátero é esse?

____

A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 12.

Tabela 18: Questão 12

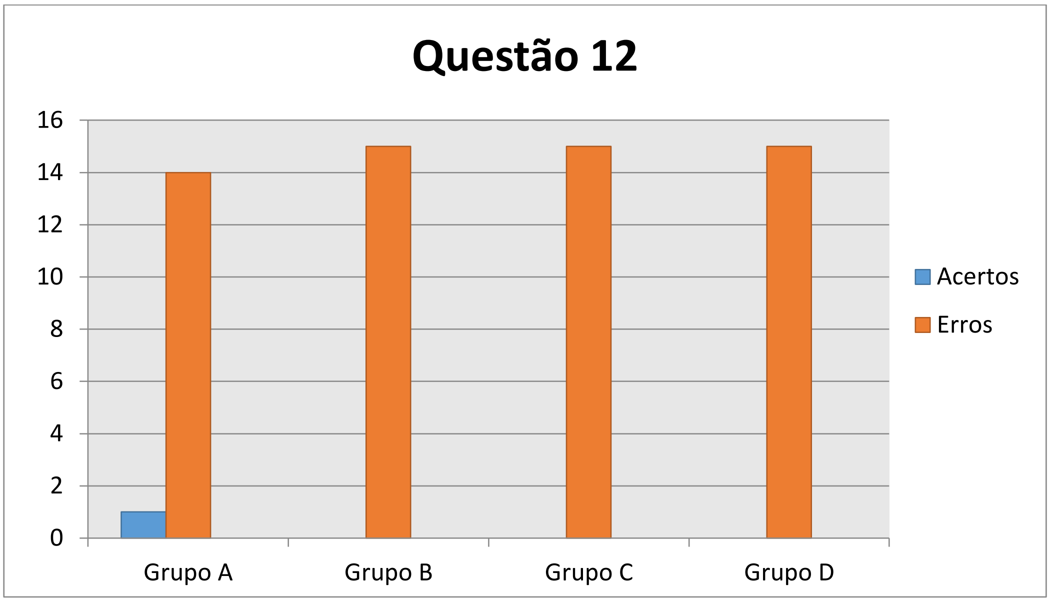
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	1	0	0	0	1
N° de Erros	14	15	15	15	59

Fonte; Autoria Própria, 2018.

Apenas um aluno acertou essa questão com a seguinte resposta. “Não. Pois não possui os lados iguais. É um retângulo”. Todos os outros erraram essa questão respondendo, por exemplo: “Sim, é um quadrado pois os ângulos são iguais”, “Não porque quadrilátero não é de medidas iguais”. “É de um que tem diagonais iguais”. E a grande maioria deixou a questão totalmente em branco.

Para ilustrar o gráfico obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 17.

Figura 17: Questão 12



Fonte: Autoria Própria, 2018.

Questão 13. Pode-se afirmar que todo retângulo é um paralelogramo? Por quê?

A tabela a baixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e eraram a questão 13.

Tabela 19: Questão 13

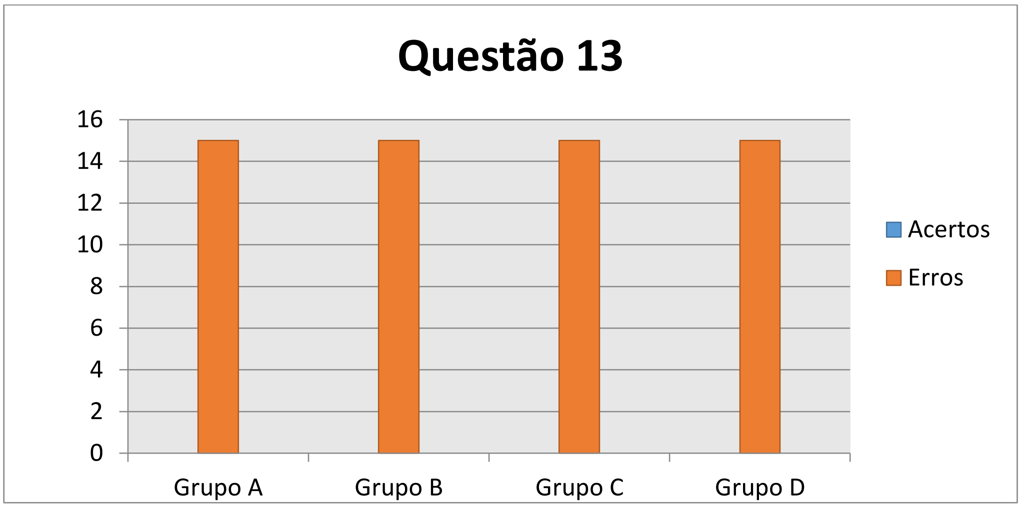
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	0	0	0	0	0
N° de Erros	15	15	15	15	60

Fonte: Autoria, Própria, 2018.

Nenhum aluno acertou essa questão. Apenas encontramos algumas respostas do tipo: *"Não, porque o paralelogramo é inclinado um pouquinho para o lado e o retângulo não", "Não porque paralelogramos são diferentes de retângulos", "Sim, é só inclinar para o lado",*

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 18.

Figura 18: Questão 13



Fonte: Autoria própria, 2018.

Questão 14. Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo.

(II) A figura X é um triangulo.

Assinale a alternativa verdadeira.

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.

b) Se I é falsa, então II é verdadeira.

c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.

d) I e II não podem ser ambas falsas

e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 15.

Tabela 20: Questão 14

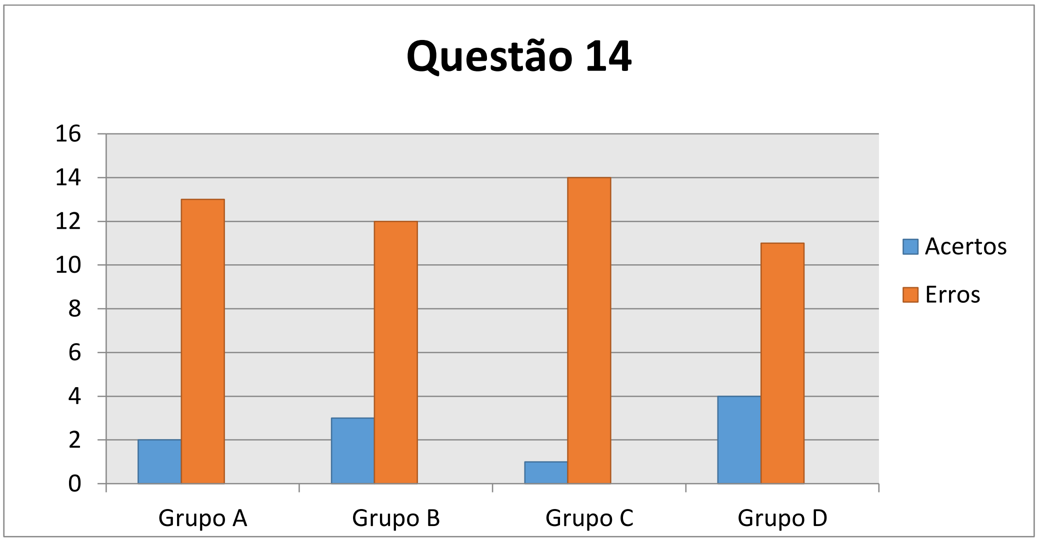
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	2	3	1	4	10
N° de Erros	13	12	14	11	50

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Dos 60 alunos 10 acertaram essa questão marcando corretamente a opção c. Por outro lado, 50 alunos erraram essa questão. A referida questão requeria muito mais do que conhecimentos geométricos, exigia também habilidade verbal e logica até mesmo para o entendimento do enunciado para os alunos. Porem por ser uma questão que não exige justificativa não se pode afirmar que os 10 alunos que acertaram, o fizeram de maneira consciente.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 19

Figura 19: Questão 14



Fonte: Autoria Própria, 2018

Questão 15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a) Qualquer propriedade dos quadrados também é valida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é valida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

A tabela abaixo, nos mostra o numero de alunos que acertaram e erraram a questão 15.

Tabela 21: Questão 15

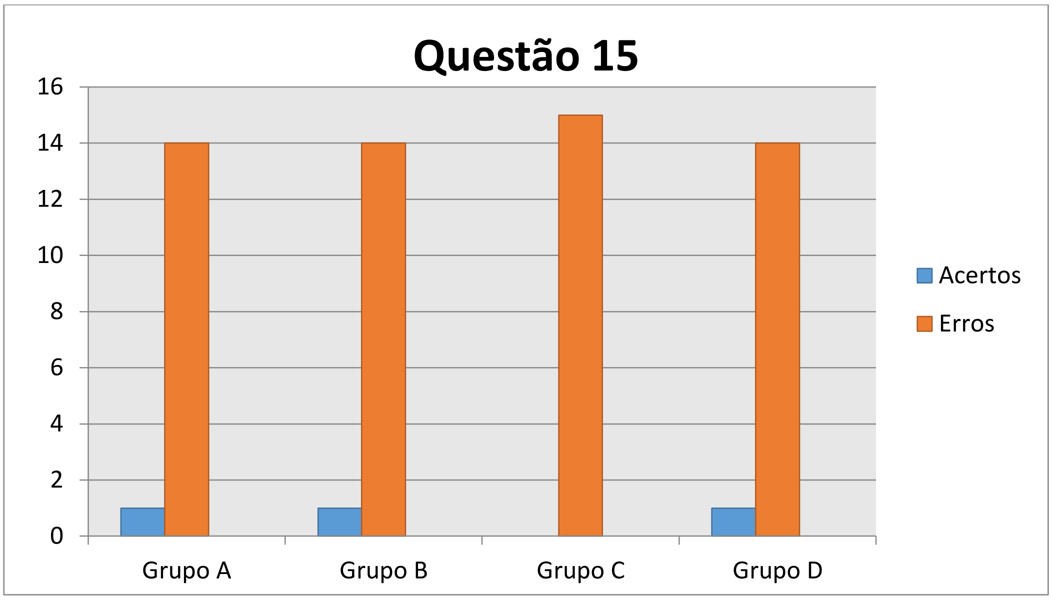
	Grupo A	Grupo B	Grupo C	Grupo D	Total de alunos
N° de Acertos	1	1	0	1	3
N° de Erros	14	14	15	14	57

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Apenas 3 alunos responderam corretamente essa questão marcando a alternativa c. Dos 60 alunos 57 erraram essa questão. Consideramos que para os alunos essa questão teve um alto grau de dificuldade, pois, os alunos desconhecem a inclusão de classes. A maioria dos alunos não respondeu essa questão e deixou em branco.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 20.

Figura 20: Questão 15



Fonte: Autoria Própria.

Para finalizar a parte da analise individual de questões, apresentamos abaixo uma tabela com todos os índices de acertos e erros de cada questão do teste de Van Hiele.

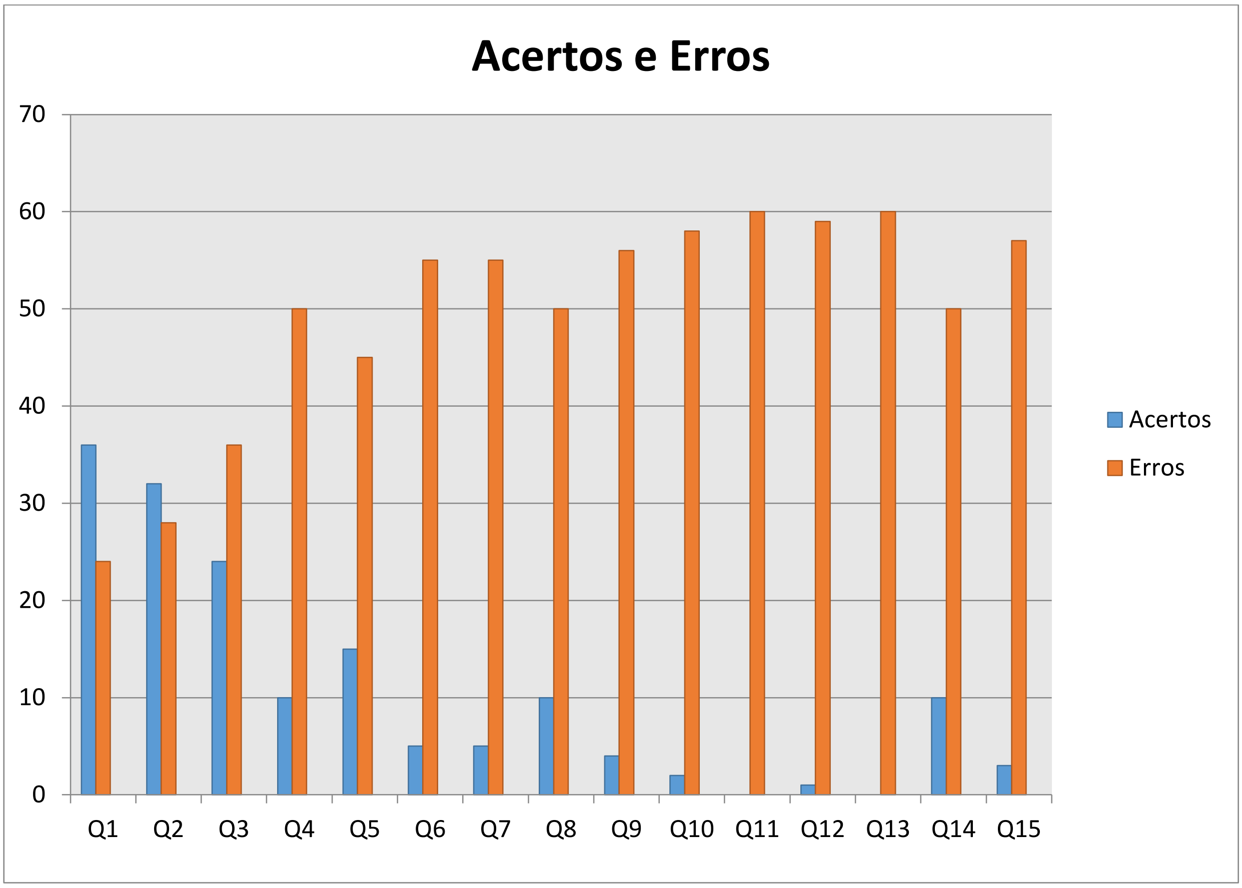
Tabela 22: Acertos e Erros

	Nível básico					**Nível 1**					**Nível 2**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
N° de Acertos	36	32	24	10	15	5	5	10	4	2	0	1	0	10	3
N° de Erros	24	28	36	50	45	55	55	50	56	58	60	59	60	50	57

Fonte: Autoria Própria, 2018.

Para ilustrar o resultado obtido, apresentamos abaixo o gráfico da tabela 21.

Figura 21: Acertos e Erros



Fonte: Autoria Própria, 2018.

CONCLUSÃO

Para encontrarmos as respostas para a pergunta geradora dessa pesquisa, utilizamos um teste aos alunos baseados nos níveis de Van Hiele, de forma que nos foi possível detectar em qual nível estava cada um dos 60 alunos que participaram dessa pesquisa. Buscávamos, com a aplicação do teste, uma relação entre o nível de pensamento geométrico dos alunos com as concepções de geometria de cada individuo.

O teste, produzido pelo Projeto Fundão (NASSER, 1997), nos deu indicações de que dos 60 alunos pesquisados, 16 estão no nível básico. Consideramos esse resultado muito baixo. O nível básico refere-se à identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas, com base em sua aparência global, e esses conteúdos podem e devem ser trabalhados desde as séries iniciais.

Segundo os PCN (1998), no bloco “espaço e forma” têm-se como objetivo para as series iniciais a exploração do espaço, ou seja, o posicionamento da criança em seu ambiente, a comparação de objetos e a construção, a exploração e a representação de figuras geométricas.

Entretanto, com os resultados obtidos tudo indica que a maioria dos alunos pesquisados não conhecem as figuras geométricas, tão pouco suas nomenclaturas, pois, dos 60 alunos, 44 sequer conseguiram responder corretamente as questões de 1 a 5 referentes ao nível básico. Um fator que chamou bastante atenção nas questões desse nível, foi que os alunos em sua maioria identificam a nomenclatura das figuras apenas quando as visualizam na sua forma estática, como por exemplo, nas questões 2 e 3 do teste de Van Hiele, os alunos em geral apenas reconhecem como quadrado e retângulo as figuras cujos lados estão paralelos a folha de papel. Por isso, ressalto a importância de que os professores não devem ensinar geometria de forma estática.

Portanto, quanto ao nível básico são 44 alunos que não se enquadram em nenhum nível de Van Hiele, 44 alunos que não tiveram vivencia nos conteúdos de geometria em sua jornada escolar desde as series iniciais ate o presente momento no ensino fundamental. Dos 60 alunos se enquadram no nível básico do teste de Van Hiele apenas 16 alunos.

Com enfoque no nível 1 do teste, que requeria analise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e o uso dessas propriedades para resolver problemas. Dos 60 alunos 4 deles corresponderam ao nível 1 de Van Hiele. Das 5 questões referente ao nível 1 as 4 alunos acertaram apenas 3. Isso significa que a maioria dos alunos não sabe falar sobre as propriedades de uma figura, não conseguem expressar que, por exemplo, um retângulo tem 4 lados, 4 ângulos retos, etc.

Enquanto ao nível 2 de Van Hiele, foram questões que buscavam a percepção da necessidade de uma definição precisa e de que uma propriedade pode decorrer de outra: argumentação logica informal e ordenação de classes de figuras geométricas, e obtivemos como respostas ausência de alunos que atingiram o nível 2. Analisando as respostas foi possível detectar que nenhum aluno atingiu o nível 2, provavelmente esses alunos jamais viram ou ouviram falar desse assunto anteriormente.

Está comprovado que, apesar de todo o movimento em educação matemática para com a geometria, o ensino ainda é deixado em segundo plano, pelo menos com os alunos das escolas pesquisadas. Muito se diz "Temos que trabalhar a geometria com nossos alunos". Mas na pratica isso não esta acontecendo, muito pouco está sendo trabalhado e de forma errônea. A realidade hoje sobre o ensino da geometria nessas escolas é precário, e isso revela que os professores dessa área trabalham muito pouco a geometria com seus alunos ou nunca trabalharam ao longo dos anos, talvez por falta de formação acadêmica, por falta de cobrança da parte pedagógica da escola, ou falta de vontade dos professores. Acreditamos que deve haver discussões nas escolas sobre a importância da geometria e que os professores elaborem planos de aulas coletivos para ensinar suas turmas. Ainda existe muito preconceito de que geometria é difícil de ser ensinada e que é desnecessária. A geometria é muito importante e necessária para o ensino-aprendizado e deve ser bem trabalhada.

Uma sugestão a ser trabalhada com esses alunos é o livro, Geometria segundo a teoria de Van Hiele, (NASSER, L. SANTA'ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Instituto de Matemática- UFRJ. Projeto fundão. Rio de janeiro, 1997.), que contem questões que trabalham de maneira eficaz o processo de avanço dos níveis de Van Hiele.

Terminamos este trabalho destacando a importância que a Geometria tem em nosso dia-a-dia, e por ser tão primordial em nosso ensino deve ser bem trabalhada desde as series iniciais, esse é um assunto que deve ser trabalhado e debatido com a coordenação pedagógica de cada escola para que melhorias possam vir, pois isso só vai ajudar na vida acadêmica de cada aluno.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da educação fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DUARTE, Adriana A. **A geometria no olhar de quem não vê**. Canoas: Unilasalle, Trabalho de conclusão, 2008.

FANTINEL, Patrícia C. **Representações gráficas espaciais para o ensino de cálculo e álgebra linear**. Rio claro: Unesp. Dissertação de mestrado, 1998.

FILLOS. L.M. **O ensino da geometria**: depoimentos de professores que fizeram história. In: encontro brasileiro de estudantes de pós-graduação em educação matemática, 10. Belo Horizonte. FACULDADE DE EDUCAÇÃO, 2006, p.1-7

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores associados, 2007. 2ed

GIL. Antônio Carlos: **como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1988.

KUBICZEWSKI, Jóice. **Oficinas de dobraduras para o ensino da geometria**. Educação matemática em revistas – RS, Rio Grande, nº 4, p.43-50, dezembro, 2002.

LEME DA SILVA, M.C,; OLIVEIRA, M.C.A**. O ensino da geometria durante o movimento da matemática moderna no Brasil**: analise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno. In: Congresso Luso-brasileiro de História da educação, 6. Uberlândia. Anais, 2006.

NASSER, L. TINOCO, L.A.A. **Argumentação e provas no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2001.

NASSER, L. SANTA'ANNA, N.F.P (coordenadoras). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

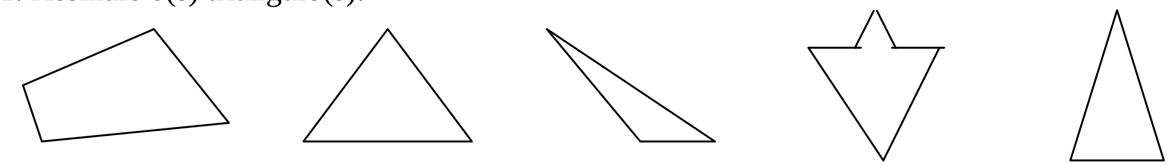
SANT'ANA, E. C. **Geometria segundo modelo de Van Hiele: Uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental**, Trabalho de conclusão, canoas 2009.

YIN, Roberto K. **Estudo de casos**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookmam, 2005. 3ed.

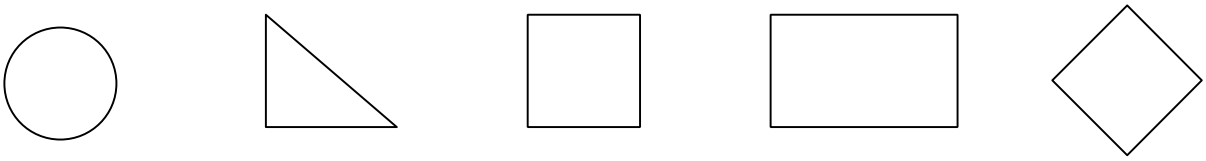
ANEXO A – TESTE DE VAN HIELE

TESTE DE VAN HIELE

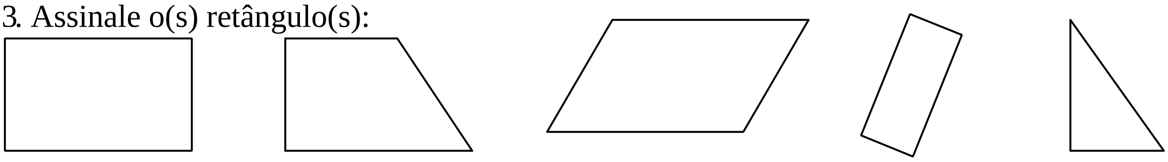
1. Assinale o(s) triângulo(s):



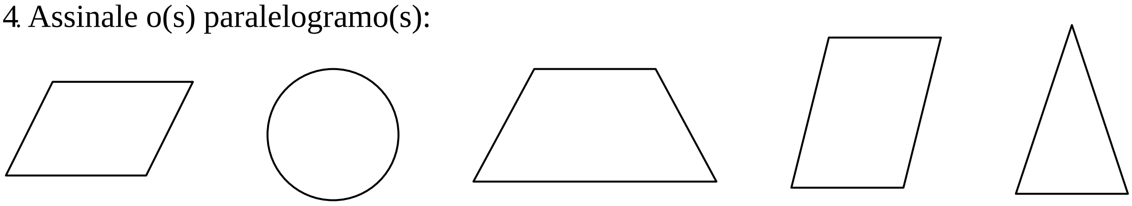
2. Assinale o(s) quadrado(s):



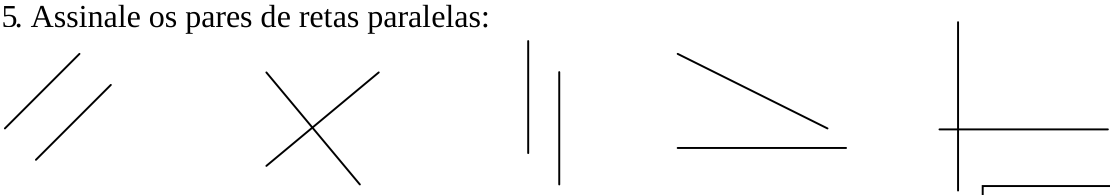
3. Assinale o(s) retângulo(s):



4. Assinale o(s) paralelogramo(s):

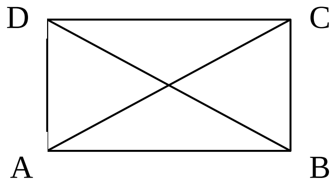


5. Assinale os pares de retas paralelas:



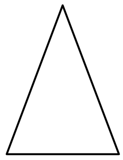
Básico: S N

6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais. Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos: a) Têm 4 ângulos retos.
   - b) Têm lados opostos paralelos.
   - c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
   - d) Têm os quatro lados iguais.
   - e) Todas são verdadeiras.



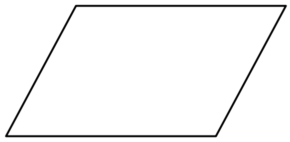
7. Dê três propriedades dos quadrados:
   1. ______________________________
   2. ______________________________
   3. ______________________________

8. Todo triângulo isóscele tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:



   a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°.
   b) Um dos ângulos mede 90°.
   c) Dois ângulos têm a mesma medida.
   d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
   e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

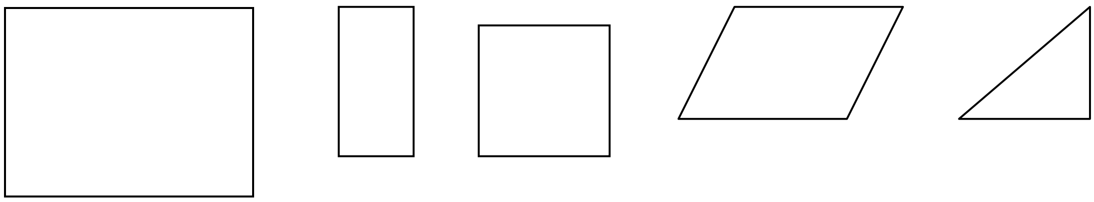
9. Dê três propriedades dos paralelogramos:
   1. ______________________________
   2. ______________________________
   3. ______________________________



10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nível 1:	S N

11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.
   a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
   ____
   b) Por quê?
   ____
   ____

c) Que tipo de quadrilátero é ABCD?
____

13. Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?

____

Por quê?

____

____

14. Considere as afirmativas:

(I) A figura X é um retângulo.
(II) A figura X é um triângulo.
Assinale a afirmativa verdadeira:
a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:
a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 2:	S N